

報告番号	※甲	第	号
------	----	---	---

## 主論文の要旨

論文題目 The Weighted Path Order for Termination of Term Rewriting  
(項書換え系の停止性のための重み付経路順序)

氏名 山田 晃久

## 論文内容の要旨

項書換え系とは、計算の各ステップを項の書換えによって表現した計算モデルであり、一階の関数型プログラミング言語と直接的な対応関係にある。項書換え系の停止性を示すことで、対応する関数型プログラムの停止性を示すことができる。したがって項書換え系の停止性を自動で証明する手法がこれまで広く研究されてきており、AProVE, TTT2, CiME, VMTL といった多くの停止性証明ツールが競技会 Termination Competition において技術を競ってきた。

一方で近年、停止性証明ツールの証明能力と効率性に対する要求は以前にも増して高まっている。C, Java, Haskell, Prolog など、実用的なプログラミング言語を項書換え系に変換して停止性証明を行う研究がなされ、実用規模のプログラムの検証に耐えるスケーラブルな停止性証明ツールが求められるようになった。また項書換え系の停止性は Knuth-Bendix 完備化、書換え帰納法といった自動等式推論において必須な性質である。近年では Slothrop, mkbTT, KBCV といった完備化ツールにより、強力な停止性証明ツールを用いることで完備化能力を向上できることが報告されている。したがって本論文は、強力な停止性証明手法を提案するとともに、その効率的な実装を提供することを目的としている。

停止性証明法の基盤手法として、「簡約化順序」と呼ばれる手法が様々に提案されてきた。既存の簡約化順序には、Knuth-Bendix 順序 (KBO)、辞書式経路順序、多項式解釈法、行列解釈法などがある。本論文ではまず、最も古くから知られている簡約化順序である KBO の拡張を行う。同様の研究に Middeldorp & Zantema '97 による「一般化 KBO」があるが、この手法は本来の KBO を包含しておらず厳密な一般化にはなっていない。本論文ではこの問題を解消した新たな一般化を提案する。また提案手法が Lankford '79 による多項式 KBO や Ludwig & Waldmann '07 による超限 KBO を包含していることを示す。

前述のように、既存の簡約化順序には様々なものがある。これらはそれぞれ異なる論理によって正当性が示され、またそれぞれ異なる実装を必要としていた。本論文は次に、既存手法の本質を抜き出し融合することで、新たな順序「重み付き経路順序」

(WPO) を提案する. 技術的には, 一般化 KBO において「重み」を定義する代数に課せられていた「強単純性」と呼ばれる制約を, 辞書式経路順序の設計に用いられる手法を用いることで「弱」単純性に緩和する. この緩和により提案手法は, 一般化 KBO, 辞書式経路順序, 多項式解釈など, 行列解釈を除く多くの既存手法を包含し, かつ真に強力化することを示す.

現在の停止性証明ツールでは「依存対フレームワーク」に簡約化順序を組み込む手法が最も強力であり, 標準的に採用されている. そこで本論文では次に, 提案手法を依存対フレームワークに組み込む手法として「部分ステータス」という手法を提案する. 部分ステータスを用いることで弱単純性の制約すら取り除くことができ, 提案手法は行列解釈を含む既存手法のほとんどを包含することが出来る. さらに部分ステータスを用いることによって可能となる 2 つの改善を提案し, これらの正当性の厳密な証明を与える. 既存の順序を統合する別の研究に「再帰経路多項式順序」(RPOLO) があるが, 提案手法とは理論上比較不能である. ただし実験上 RPOLO は停止性証明ツールの標準ベンチマークである Termination Problem Data Base (TPDB) において効果がないことが報告されている一方, 提案手法である WPO は有意な効果を示す.

次に提案手法の実装法として, WPO による停止性証明問題を算術論理上の充足可能性問題 (SMT 問題) に帰着させる手法を提案する. 特に線形算術上の SMT 問題は決定可能であることが知られており, 結果として WPO による停止性証明の決定可能性を示すことになる. また SMT ソルバとの密接な連携による 2 種類の効率化手法を提案する. 本手法を停止性証明ツール Nagoya Termination Tool (NaTT) として実装し, 停止性証明ツールの世界競技会 Termination Competition (full-run 2013) に参加した結果を報告する. 同競技会において NaTT は出場 5 ツール中 2 位の証明能力を示し, 効率面においては 2 位以下の約 5 倍の効率化を実現し首位となった.

等式理論を扱う定理自動証明においてしばしば, 結合律と交換律 (AC) に対応した停止性証明法が重要な役割を持つ. そこで本論文では最後に, KBO に対する AC に対応した拡張を行う. 同様の試みに Steinbach '90 による手法と, Korovin & Voronkov '03 による別の手法が提案されているが, 前者は誤りが指摘され, 後者は正当性の厳密な証明が与えられていなかった. 本論文では, 前者の正当性を再証明し, 一方後者に誤りがあることを示す. ただし後者を正しい順序に修正することで, AC 停止性証明法としては健全であることを示す. さらに, より洗練された順序 AC-KBO を提案し, これらの正当性の厳密な証明を与える. AC-KBO は Steinbach '90 の手法を包含しており, Steinbach '90 の手法の正当性を再証明することになる. さらに計算量の解析を行い, 修正版 Korovin & Voronkov 順序に対し提案する AC-KBO が理論上優位であることを示した. これらの手法は Innsbruck 大が開発する (AC) 停止性証明ツール Tylorean Termination Tool および AC 完備化ツール mascot に実装され, 実験による能力比較を行った.