

# 論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※	第	号
------	---	---	---

氏 名 JASSO AHUJA Gustavo

論 文 題 目

On  $\tau$ -tilting theory and higher Auslander-Reiten theory

( $\tau$ 傾理論と高次元 Auslander-Reiten 理論について)

論文審査担当者

主 査 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 理学博士  
中 西 知 樹

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 博士 (理学)  
伊 山 修

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 理学博士  
齊 藤 博

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 博士 (理学)  
高 橋 亮

## 論文審査の結果の要旨

多元環の表現論において重要な理論として、Auslander-Reiten 理論と傾理論が挙げられる。前者は加群圏の構造を調べるものであり、概分裂完全列によって加群圏の構造を図示する Auslander-Reiten 箴を描くことが可能となる。後者は、導来圏の同値を制御する傾加群・傾複体を調べることによって導来圏の構造を解析するものである。

高次元 Auslander-Reiten 理論は、 $n$  団傾部分圏/加群 ( $n$ -cluster tilting subcategory/module) と呼ばれる特別な部分圏/加群を調べることにより、加群圏全体を理解することを目的とするものである。 $n$  団傾加群を持つような大域次元が  $n$  の多元環は、 $n$  有限表現型と呼ばれる基本的な対象である。Gabriel の定理より、1 有限表現型とは、ディンキン型の箴の道多元環に他ならない。2 有限表現型の多元環は、自己入射的なポテンシャル付き箴とその切断によって与えられるが、自己入射的なポテンシャルは数多く存在し、その分類は知られていない。別の基本的な多元環のクラスとして、区分遺伝多元環 (piecewise hereditary algebra) が挙げられる。これは大域次元が 1 のアーベル圏と導来圏同値であるような有限次元多元環であり、箴の道多元環か、あるいは Geigle-Lenzing の重み付き射影直線と導来圏同値であることが知られている。申請者は 1 章において、重み付き射影直線と導来圏同値であるような 2 有限表現型を完全に分類した。Iyama-Oppermann の結果と合わせることで、2 有限表現型であるような区分遺伝多元環が完全に分類されたことになる。分類の重要なステップは、重み付き射影直線上の  $\tau^2$  不変な傾層 (tilting sheaf) の分類に帰着することである。このときに可能な重み付き射影直線のタイプは  $(2, 2, 2, 2)$ ,  $(2, 4, 4)$ ,  $(3, 3, 3)$  の 3 通りであり、分類は具体的な 10 個の自己入射的なポテンシャルと、それらの切断として与えられている。

申請者は 2 章において、高次元 Auslander-Reiten 理論において基本的な  $n$  団傾部分圏をより体系的に研究することを目的として、 $n$  アーベル圏の概念を導入した。 $n$  アーベル圏は、アーベル圏の公理における核と余核を、 $n$  核および  $n$  余核に置き換えることによって定義される。1 団傾部分圏は加群圏全体に他ならないように、1 アーベル圏とはアーベル圏に他ならない。申請者は、アーベル圏の  $n$  団傾部分圏はつねに  $n$  アーベル圏であることを示し、さらにある条件のもとで、その逆も成立することを証明した。また申請者は、完全圏およびフロベニウス圏の概念を拡張した、 $n$  完全圏およびフロベニウス  $n$  完全圏を導入し、完全圏の  $n$  団傾部分圏はつねに  $n$  完全圏を成すこと、および、フロベニウス  $n$  完全圏の安定圏はつねに Geiss-Keller-Oppermann による  $(n+2)$  角圏 ( $(n+2)$ -angulated category) を成すことを証明した。以上の結果は、具体的な例によって明快に解説されている。

申請者は 3 章において、 $\tau$  傾理論における還元 (reduction) の一般論を構築した。 $\tau$  傾理論とは、変異の観点から傾理論を補完するものとして、Adachi-Iyama-Reiten によって最近導入されたものであり、傾加群を一般化した台  $\tau$  傾加群 (support  $\tau$ -tilting module) を扱うものである。多元環  $A$  上の与えられた加群  $U$  に対して、 $U$  を直和因子にもつような台  $\tau$  傾加群の全体を調べることは基本的な問題であり、傾加群に対しては Bongartz や Riedtmann-Schofield, Happel-Unger らをはじめとして多くの研究者によって調べられてきた問題である。申請者は、 $U$  から定まるある多元環  $C$  に対して、 $U$  を直和因子にもつ台  $\tau$  傾  $A$  加群と、台  $\tau$  傾  $C$  加群の間に標準的な全単射が存在することを証明した。これは非常に強力な結果であり、例えば、台  $\tau$  傾加群の変異の一意可能性に関する基本定理 (Adachi-Iyama-Reiten) が系としてただちに従う。

## 論文審査の結果の要旨

以上のように、本論文は多元環の表現論において様々の重要な結果を与えるものである。また、本論文に関する公開学位審査セミナーを2014年8月4日に行い、申請者が博士の学位を取得するに足る高い学識を有することを確認した。

以上により、学位審査委員会は、申請者には博士(数理学)の学位が授与される資格があるものと判断する。

## 論文審査の結果の要旨