空電源における輻射波形と電離層反射係数とを仮定した夜間受信空電パルスの計算

佐　尾　和　夫

I. 緒　　言

夜間の電離層反射型空電波形の一部には，その空電源迄の距離を正確に算出出来るものがあるのに反し，一般的にはその距離を断言することは出来ないが，これに対する説明は従来不充分であったように思われる．夜間波形の解析からその距離を求める場合，多くは負側のパルス間隔を採用している理由や，long oscillatory train 型波形のように反射次数の高いパルスは正弦波形に近づく理由等，電離層反射型波形に関する細かい検討をする目的で，空電源における輻射波形と電離層の反射係数とを仮定して，受信空電パルスを数値計算によって求めてみた．しかしこの計算は甚だ繁雑であるので，各種条件でのパルスについて，その波形の計算が出来なかったことは残念であるが，茲に得られる事柄から或る程度は推論出来るものと思う．以下先ず数値計算方法を述べ，ついでその結果を検討してみたい．

II. 数値計算方法

電離層反射模型に基づく夜間空電波形の説明は ray theory に依っている．従って空電源における雷放電輻射波形を知り，且電離層の反射係数を仮定すれば，受信空電波形は計算出来るわけである．雷放電輻射波形を求めるには，雷放電電流の測定結果から出発するのが最も容易である．

雷撃主放電は大地から雲へ高速度で動く streamer から出来ていて，その速度は streamer が上昇する程減少することを Schonland, Malan, Collens が見出している．又 Bruce と Golde はこの速度に対し実験的に良く一致する式を示し

$$v=v_0e^{-\gamma t}$$

とした．彼等の与えた定数は $v_0=8\times10^4\,\mathrm{km/sec}$, $\gamma=3\times10^4\,\mathrm{sec}^{-1}$ であり，又電気能率の変化割合は

$$\frac{dM}{dt}=2i\int_0^t v\,dt$$

で書かれることを示しており，茲で i は時刻 t における帰閃の電流値である．以上の2式から

$$\frac{dM}{dt}=2iv_0\frac{1}{\gamma}(1-e^{-\gamma t})$$

が得られるが，一方，送電線への直撃の surge の解析から帰閃電流に対し，

$$i=i_0(e^{-\alpha t}-e^{-\beta t})$$

として，定数は $\alpha=4.4\times10^4\,\mathrm{sec}^{-1}$, $\beta=4.6\times10^5\,\mathrm{sec}^{-1}$ を与えている．ところが他方 Norinder によって求められた電流波形も多くの雷放電に対して適合する筈であり，この場合の定数は $\alpha=7\times10^3\,\mathrm{sec}^{-1}$, $\beta=4\times10^4\,\mathrm{sec}^{-1}$ となっている．結局 dM/dt の式は

$$\frac{dM}{dt}=2i_0v_0\frac{1}{\gamma}(e^{-\alpha t}-e^{-\beta t})(1-e^{-\gamma t})$$

となり，茲で i_0 は実際には負符号であるので，t に関する項だけを書けば

$$-(e^{-\alpha t}-e^{-\beta t})(1-e^{-\gamma t})$$

に比例することが判る．輻射される波形は上式を微分したものであるから，

$$g_{(t)}=\alpha e^{-\alpha t}-\beta e^{-\beta t}-(\alpha+\gamma)e^{-(\alpha+\gamma)t}+(\beta+\gamma)e^{-(\beta+\gamma)t}$$

である．Norinder の定数を用い，又 $\beta\fallingdotseq\gamma$ であるので計算の便宜上 $\beta=\gamma$，$\alpha+\beta\fallingdotseq\beta$ とすれば，

$$g_{(t)}=\alpha e^{-\alpha t}+2\beta e^{-2\beta t}-2\beta e^{-\beta t} \qquad (1)$$

となる．これに対してフーリェ変換を行って，輻射電流波形の周波数スペクトルを求めれば，

$$S_{(\omega)}=\int_0^\infty(\alpha e^{-\alpha t}+2\beta e^{-2\beta t}-2\beta e^{-\beta t})e^{-j\omega t}dt$$
$$=\int_{-\infty}^{+\infty}|S_{(\omega)}|\cdot e^{j(\omega t-\Theta_1+\pi)}d\omega$$

となり，茲に $|S_{(\omega)}|$ と Θ_1 とは次式で示される．

$$|S_{(\omega)}|=\sqrt{\left(\frac{2\beta^2}{\beta^2+\omega^2}-\frac{4\beta^2}{4\beta^2+\omega^2}-\frac{\alpha^2}{\alpha^2+\omega^2}\right)^2+\omega^2\left(\frac{2\beta}{\beta^2+\omega^2}-\frac{2\beta}{4\beta^2+\omega^2}-\frac{\alpha}{\alpha^2+\omega^2}\right)^2} \tag{2}$$

$$\Theta_1=\tan^{-1}\left[\frac{\dfrac{2\beta}{\beta^2+\omega^2}-\dfrac{2\beta}{4\beta^2+\omega^2}-\dfrac{\alpha}{\alpha^2+\omega^2}}{\dfrac{2\beta^2}{\beta^2+\omega^2}-\dfrac{4\beta^2}{4\beta^2+\omega^2}-\dfrac{\alpha^2}{\alpha^2+\omega^2}}\cdot\omega\right] \tag{3}$$

但し　$\Theta_1>0$

以上求めた(1)，(2)，(3)式を図で示せば，それぞれ図1，図2，図3となる．

図 1

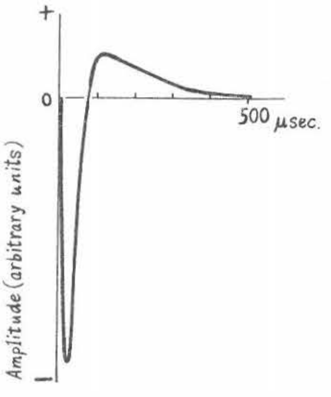


図 2

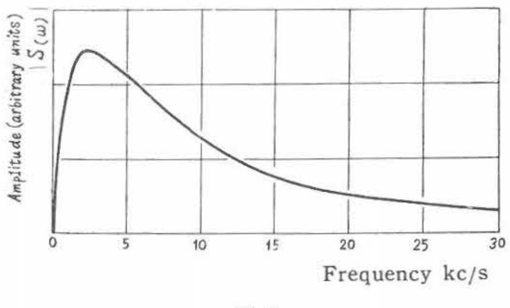
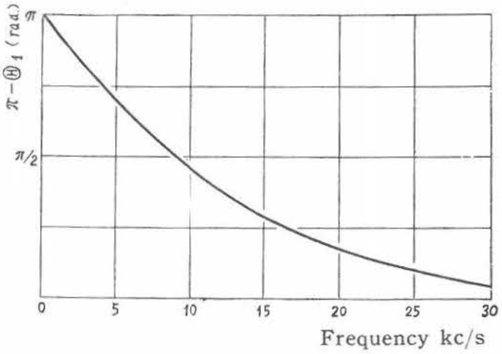


図 3



次に電離層の反射係数であるが，地球磁界を無視して，垂直偏波の場合のフレネルの反射係数を計算の便宜上簡単にして，次式のように取扱う．即ち θ を電離層への入射角，μ を複素屈折率，ωr を電離層のパラメータとすれば，

$$R_{(\theta,\,\omega)}=\frac{\mu^2\cos\theta-\sqrt{\mu^2-\sin^2\theta}}{\mu^2\cos\theta+\sqrt{\mu^2-\sin^2\theta}}$$

に対し，　$\mu^2\sim1-j\dfrac{\omega r}{\omega}\sim-j\dfrac{\omega r}{\omega}$

とする．更に $\dfrac{\omega r}{\omega}\gg\sin^2\theta$ と仮定すれば，$R_{(\theta,\,\omega)}$ は近似的に次式で求めることが出来る．

$$R_{(\theta,\,\omega)}\sim\frac{-\sqrt{\dfrac{\omega r}{2\omega}}+j\left(\sqrt{\dfrac{\omega r}{2\omega}}-\dfrac{\omega r}{\omega}\cos\theta\right)}{\sqrt{\dfrac{\omega r}{2\omega}}-j\left(\sqrt{\dfrac{\omega r}{2\omega}}+\dfrac{\omega r}{\omega}\cos\theta\right)}$$
$$=|R_{(\theta,\,\omega)}|\,e^{j\Theta_2}$$

但し

$$|R_{(\theta,\,\omega)}|=\frac{\sqrt{1+\dfrac{\omega r^2}{\omega^2}\cos^4\theta}}{1+\dfrac{\omega r}{\omega}\cos^2\theta+\sqrt{\dfrac{2\omega r}{\omega}}\cdot\cos\theta} \tag{4}$$

$$\Theta_2=\tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{\dfrac{2\omega r}{\omega}}\cdot\cos\theta}{1-\dfrac{\omega r}{\omega}\cos^2\theta}\right]\qquad 0>\Theta_2>-\pi \tag{5}$$

である．さて電離層で n 回，大地で $n-1$ 回反射して到来した受信空電波形 $G_{(t)}$ は大地を平面完全導体と仮定し，幾何学的定数を除外すれば

$$G_{(t)}=\int_0^\infty|S_{(\omega)}|\,|R_{(\theta,\,\omega)}|^n\cos(\omega t-\Theta_1+\pi+n\Theta_2)\,d\omega \tag{6}$$

図 4

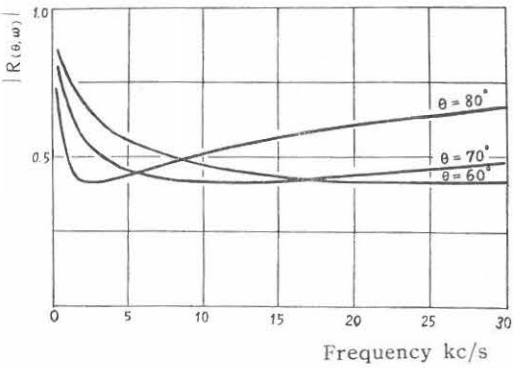
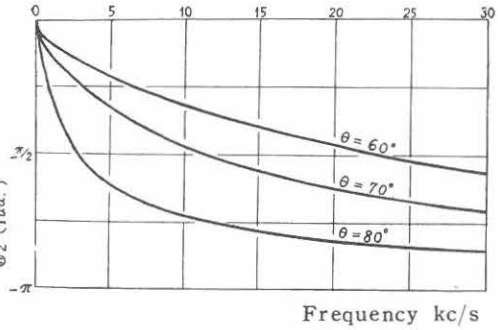


図 5



で表わされるので，(6) 式を計算すれば，受信空電波形を数値計算によって求めることが出来る．猶ここで $\omega_r=6\times10^5\,\mathrm{sec}^{-1}$，$\theta=80°$，$70°$，$60°$ とした場合の $|R_{(\theta,\,\omega)}|$ と Θ_2 とを一例として図示すれば，図 4，図 5 となる．

III. 計算結果と検討

(6) 式の計算は極めて繁雑であり，各種の場合について計算することは困難であったので，僅か 7 例について求めたに過ぎない．又積分の上限をどこにするかに問題があるが，被積分函数の収斂が悪い場合は $R_{(\theta,\,\omega)}$ の近似計算も適用困難となり，誤差を伴うことはまぬがれない．又計算の或る部分は電子計算機に依存したが，最後の積分はプラニメータで行ったものであるので，何れにしても精密な計算結果とは言えないが，波形の概略の形態を知ることは出来ると思う．計算した波形の空電源迄の距離，電離層の高さとそのパラメータ等を表 1 に一覧表として示した．

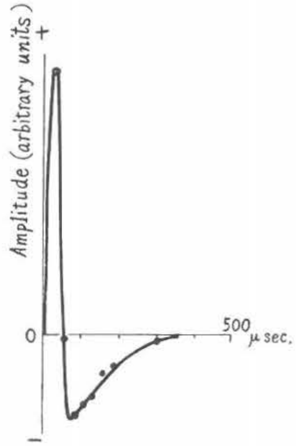
表 1

図　番	空電源迄の距離 (km)	反射次数	電離層の高さ (km)	ω_r (sec^{-1})
図 6 (*A*)	1500	1	87	6×10^5
図 6 (*B*)	1500	3	87	6×10^5
図 6 (*C*)	1500	5	87	6×10^5
図 6 (*D*)	1500	7	87	6×10^5
図 7 (*A*)	1500	2	87	2×10^5
図 7 (*B*)	1500	5	87	2×10^5
図 8	3000	10	87	6×10^5

これらの波形を観察して，次のような結論が得られる．

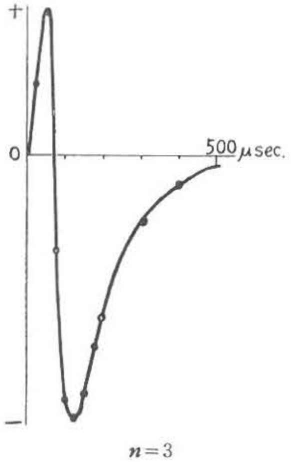
(i) 電離層の反射係数は grazing incidence の場合 −1 に近いのであるから，雷放電輻射波形は図 1 のように負側のピークが大きいが，1 次反射波は図 6 (*A*) のように正側ピークが大きくなる．ところが反射次数が高くなると図 6 (*B*)，(*C*)，(*D*) のように正側

図 6 (*A*)



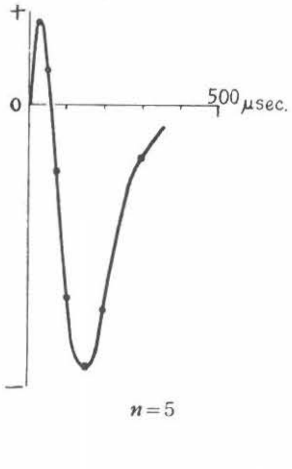
$D=1500$ km，$h=87$ km，$\omega_r=6\times10^5\,\mathrm{sec}^{-1}$
$n=1$

図 6 (*B*)



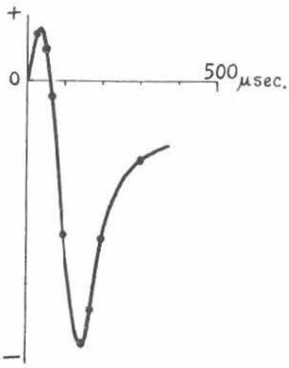
$n=3$

図 6 (*C*)



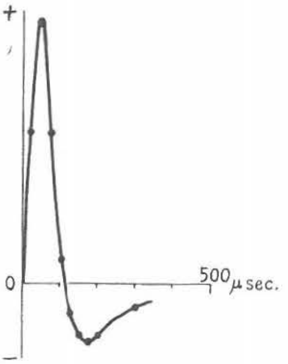
$n=5$

図 6 (*D*)



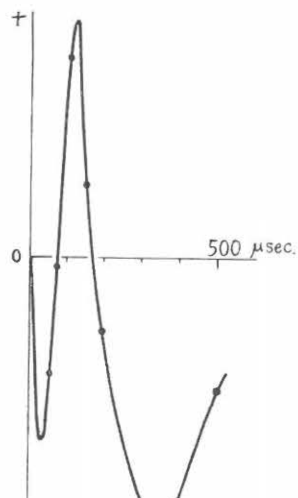
$n=7$

図 7 (*A*)



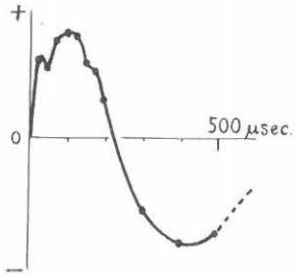
$D=1500$ km, $h=87$ km, $\omega_r=2\times10^5\,\mathrm{sec}^{-1}$
$n=2$

図 7 (*B*)



$n=5$

図 8

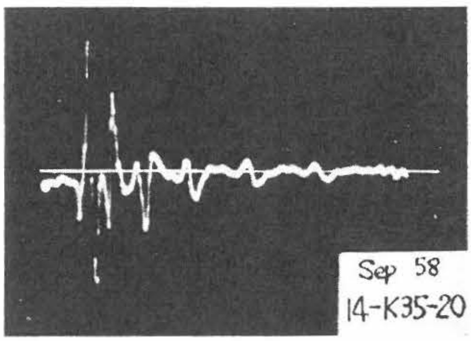


$D=3000$ km, $h=87$ km $\omega_r=6\times10^5\,\mathrm{sec}^{-1}$
$n=10$

ピークに比して負側ピークが卓越する結果となり，E. T. Pierce 氏もそうであるが，電離層反射型波形の解析に当って負側ピークが主に採用される理由が判る．

(ii) 図 6 (*B*)，(*C*)，(*D*) の各パルスは，先ず正側に振れてから，次いで負側に振れるが，この型の観測波形の一例図 9 は良く一致していると言える．又図 1 および図 6 (*A*) を考え合せれば，図 9 における地表波と 1 次反射波がどれであるかを決めることが出来る．

図 9



(iii) 次に電離層の導電率を下げる (ω_r を小さくする) と受信空電パルスは異った波形となり，図 7 は $\omega_r=2\times10^5\,\mathrm{sec}^{-1}$ の場合であって，図 7 (*B*) では最初負に振れたピークが，次いで正となり，更に再び負に戻っている．このようにパルス波形が複雑化してくる場合に，一連の反射次数を重畳した空電波形のピークはかなり混乱が予想され，実際に観測される波形が容易にピーク次数を決定出来ない理由もうなずけるのである．

(iv) 極めて遠距離から発する空電パルスは図 8 のように正弦波に近づいている．これは quasi-sinusoidal 型或は long oscillatory train 型波形の一つのパル

スを説明していると考えて良かろう．

(v) 図6 (*B*), (*C*), (*D*) をみる時，負側ピークの最大値の時刻はその波形の開始時より約 150 μs 遅れている．従って実際の観測波形において若し高次反射波の負側ピークを chart にあてがった場合，それらのピーク間隔は chart に適合しても，低次パルス或は地表波はこの遅れの時間が少ないことから考え合せれば，高次パルスで chart にあてがった時，低次パルスは計算上のパルス到達時刻より前に到達したような恰好になる訳である．このようなことは既に F. Hepburn と E. T. Pierce 両氏の報告しているように，彼等によれば，反射理論の地表波に対応する衝撃波より 0.5 ms も前に空電パルスが実在していると述べていることと一致するものである．この点は図8のように quasi-sinusoidal 型波形では，かなり大きい値となっていることを考えれば興味深く感ぜられる．

IV. 結　　言

本文は空電源における輻射波形と，電離層の反射係数とを仮定して，ray theory による受信空電パルスを数値計算によって求めたものであって，計算が繁雑であるから，数例について，ほんの一端を覗いたに過ぎない．しかし実際に夜間受信される所謂電離層反射型波形の個々のパルス波形を多少とも解釈することが出来たものと思う．

V. 謝　　辞

金原所長の絶えざる御指導と御激励とに対して深甚の謝意を表すると共に，仲井猛敏氏の御討論並びに計算その他御援助下さった前田都哉子氏に併せて厚く御礼申し上げる．