

## 導波管理論による Tweek の数値的研究

大 津 仁 助

### ま え が き

Tweek (空電波形研究者は、一般に long oscillatory type 空電と呼んでいる) は普通の空電同様、雷放電によって生ずる超長波帯の空電であるが、普通の空電の継続時間がせいぜい数ミリ秒以内であるのに比し、Tweek の継続時間は長く、数十ミリ秒に及ぶ事も稀れではない。之れは伝播速度が周波数の減少と共に減少するからであるが、特に 3kc 附近より 1.8kc 附近にかけての減少は指数函数的である。このため Tweek の電波は或る周波数下限値へ漸近線的に近づくのであるが、この下限値は普通 1.6kc より 1.8kc 附近に存在している。それ故垂直アンテナの出力を、可聴周波増巾器で増巾した後、スピーカーにつなげば、Tweek はピュッと云う小鳥の囀りを思わせる音を発するので、音を聞くだけで他の空電と直ちに識別できる。

Tweek は1年を通じ、夕方より夜明け後までの夜間で必ず観測される。冬期の一夜、30分毎に2分間づつ10回観測した結果、全受信空電に対する Tweek の発生の割合は、豊川、稚内でそれぞれ約14%と17%であった。之れによっても Tweek が相当よく発生する現象である事が知られる。従って Tweek が利用出来るものであれば、その利用価値は大きい事が予想出来る。

Tweek に就いての研究は、大分以前 E.T. Burton 及び E.M. Boardman (1933) <sup>(1)</sup> により行われ、既にその時、周波数対伝播時間特性の測定結果が得られ、反射理論を適用する事により、伝播特性が説明されると共に、源までの距離及び電離層の反射層高を測定することが出来た。

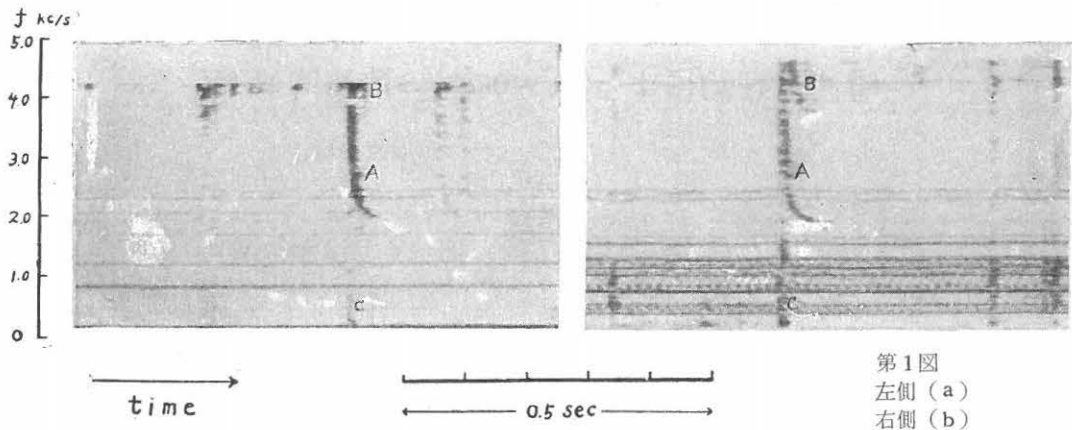
それ故、それ以後は Tweek は反射理論により充分説明出来るものとして現在に至っている。

先年、豊川で whistler の観測を行うに及び Tweek を先行空電とする short whistler の存在が確認されたが<sup>(2)</sup>、その後、稚内でも同様の事が判った。更に

外国に於いても、到着の論文中的 whistler のソーナグラフの写真からそのような現象のある事を認める事が出来る\* ので、そのような先行 Tweek の伝播時間特性を測定する事により、源までの距離を知る事が出来るならば、whistler の伝播の研究や超高層大気中の電子密度分布の研究上、大きな進展をもたらす事が期待できる。又問題を whistler に限らず、空電源の位置決定と云う面から見ても、方探と併用する事により、一観測点による位置決定の可能性も生ずる事になるので、Tweek にかける期待は大きいわけである。これ迄も、反射型空電の場合、距離測定の可能性はあったのだが、反射次数の不明確さ等で利用できない事も、時々あったのである。この点 Tweek は反射次数は既知でなくともよいと云う利点がある他、導波管伝播を行うと考えた場合、1.8kc より 2.2kc 附近の電波を利用すれば、これは、他のモードに属する電波の重畳による、波形の歪みを受ける事がなく、伝播路の特性と伝播距離のみで決まる伝播特性を示す筈であるので、距離測定上有利である。而もこの周波数域の電波の分離は極めて容易である。

これ迄、Tweek の伝播時間特性の理論計算は完全導体の場合にのみ限られていたが、実際の電離層は超長波に対しても、決して完全導体ではないので、不完全導体として取扱った時、如何様になるかについて研究することは必要と考えられる。かかる見地からして、ここでは Wait (1957) <sup>(3)</sup> が導波管理論により導出した式を用い、減衰及び群速度を計算する事により、Tweek の伝播特性を求めた。Wait (1957) <sup>(4)</sup> は、理論に含まれるパラメータの極めて広範な数値に対し、減衰と電界強度の計算を行っているが、伝播速度に関しては未だ計算していない。Wait の理論は大地も有限な伝導度を持つ導体として取扱っているが、Tweek の場合の様に 5kc 以下の周波数に対しては、大地は完全導体としても殆んど問題にならないので、ここでは電離層のみ不完全導体としている。計算を行

\* Low Frequency Propagation Studies Part 1: Whistlers and Related Phenomena R.A. Hel-liwell 編 Stanford Electronics Laboratories Stanford University May, 1958 中にある、59頁第14図、111頁第28図及び第113頁第29図の各ソーナグラムに Tweek が認められる。



第1図  
左側 (a)  
右側 (b)

第1図 音声周波解析器による Tweek の周波数解析例

A: 一次 Tweek の部分 B: 二次 Tweek の部分 C: 零次モードの部分

(注意: 解析に際し, 出力及び記録電圧レベルを手動により変化せしめてあるので, 図の濃淡は受信強度の相対的差を示してはいない.)

(a) 1956年9月5日 18時40分 豊川 二次 Tweek が 4kc 附近で多少見られる.

(b) 1956年10月24日 21時10分 豊川 二次 Tweek は周波数の下限近くまで見られる.

う周波数の範囲は, 将来, Tweek の実測結果から距離を求めるに充分と思われる Tweek の主要部分にのみ限ったので, 一次及び二次モードはそれぞれ 1.8kc ~ 2.2kc と 3.6kc ~ 5.0kc までを用いた. この他零次モードは 10c ~ 2,000c までについて計算した.

§ I では計算に用いる理論についての説明を行い, § II では数値計算の結果を示し, § III では距離測定法と完全導体の場合との測定結果の比較を論じた.

## I. 理 論 式

導波管理論により Tweek の伝播特性を説明するには, 周波数対群速度及び減衰の計算を行わねばならないが, 先ず Wait により導出された式について簡単に述べる.

大地及び電離層を, 同心的球面状の二つの反射層とし, その間の空間を空電に対する導波管と見做せば, 垂直双極子から発射される電波に対して, 大圏に沿う  $d$  なる距離で受信される電界  $E$  は次式で表わされる.

$$E = E_0 W$$

$$W \cong \left[ \frac{d/R}{\sin d/R} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{(d/\lambda)^{\frac{1}{2}}}{(h/\lambda)} \times \left| \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n S_n^2 e^{-2\pi i S_n d/\lambda} \right| \dots \dots (1)$$

$$E_0 = 300 \sqrt{P} / d$$

$$\text{ここに } S_n = (1 - C_n^2)^{\frac{1}{2}}$$

で,  $C_n$  は反射面の法線と波面の法線のなす角 (複素角) の余弦であって, 大地を完全導体と見做す場合,

之れは次式を満たさねばならない.

即ち

$$\frac{(L-i)C_n - \sqrt{C_n^2 L^2 - iL}}{(L-i)C_n + \sqrt{C_n^2 L^2 - iL}} = e^{4\pi i H C_n} \times e^{-2\pi i n} \dots \dots \dots (2)$$

この式は Budden (1953) によっても既に得られているが, ここに諸記号の意味は次の通りである.

$$L = \omega/\omega_r, \quad H = h/\lambda, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\delta_n = \begin{cases} 1 + \frac{\sin 4\pi H C_n}{4\pi H C_n} & n=1, 2, \dots \\ 1/2 & n=0 \end{cases}$$

$R$  = 地球半径  $\lambda$  = 電波の波長

$\omega$  = 電波の角速度

$$\omega_r = \frac{(2\pi f_0)^2}{v} = \frac{3.182 \times 10^9 \cdot N}{v}$$

$f_0$  = プラズマ 周波数

$N$  = 電子密度 (個数/cm<sup>3</sup>)

$h$  = 地表よりの電離層高度

$v$  = 電子の衝突回数 sec<sup>-1</sup>

を意味し, 距離は総て km で測るものとする. 又  $P$  は  $Kw$  で表わされた輻射電力であり,  $E$  は mV/m で表示される.

さて, 問題は先ず各  $n$  に対し,  $\omega$  (或いは電波の周波数  $f$ ),  $\omega_r$  及び  $h$  を与えて, (2)式より  $C_n$  を求める事である. 此の解は広範に Howe 及び Wait (1957) (5)により得られているが, 群速度の計算上必要な資料を得るため, 再びここにおいて計算を行った. その手続きは以下の如くである.

$$C_n = x_n + iy_n \text{ と置き (2) 式を書き直せば} \\ (BD + EF)/(D^2 + F^2) + i(ED - BF)/(D^2 + F^2) \\ = e^{-4\pi Hy_n} \cdot e^{i2\pi(2Hx_n - n)} \dots\dots\dots (3)$$

となる。但し

$$B = Lx_i + y_i - K/\sqrt{2} \\ D = Lx_i + y_i + K/\sqrt{2} \\ E = -x_i + Ly_n + L(1 - 2x_n y_n L)/\sqrt{2} K \\ F = -x_n + Ly_i - L(1 - 2x_i y_n L)/\sqrt{2} K \\ K = [(x_i^2 - y_n^2)L^2 + \sqrt{(x_n^2 - y_n^2)^2 L^4 + (1 + 2x_n y_n L)^2 L^2}]^{1/2}$$

(3)式の右辺を見るに、 $y_n$  及び  $x_n$  はそれぞれ絶対値及び偏角のみに関係する事が判る。又(2)式の左辺は電離層の反射係数を意味するので、電離度の高い場合、即ち  $\omega_r$  が大きい場合には、この絶対値は1に近く、且つ偏角は第四象限内にある事が予想出来る。

( $n=0$  の場合は除外) それ故に  $x_n$  に対し、第四象限内という事から、 $(n-1/4)/2H \leq x_n \leq n/2H$  内の任意の値を用い、更に絶対値が充分1に近い事から、 $4\pi Hy_n \ll 1$  と考えられる任意の  $y_n$  をとり、此の一組の  $x_i, y_i$  を始めの値として、(3)式の両辺の絶対値及び偏角が、予め定められた桁数迄(ここでは小数以下6桁)それぞれ等しくなる様、逐次近似法により、 $x_n, y_n$  の値を決定するのである。実際には  $n=1$  より始め、 $n=2$  の場合は  $n=1$  の場合を、又  $n=0$  の場合は Howe の得た値を参照して計算を行ったのである( $n=1$ 、及び  $n=2$  の場合には、Howe の値を参照する事が出来なかったもので、上述の手順によった。)

各モードの伝播特性を決定する主要な部分は、(1)式の総和記号内の指数項である。今  $S_n = X_n + iY_n$  とおき、その部分を書き直すと、 $\exp[-i2\pi S_n d/\lambda] = \exp[2\pi Y_n d/\lambda] \cdot \exp[-i2\pi X_n d/\lambda] \dots\dots\dots (4)$

但し

$$\left. \begin{aligned} X_n &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(1 - x_n^2 + y_n^2) + \sqrt{(1 - x_n^2)^2 + y_n^2}^2 + 4x_n^2 y_n^2}} \\ Y_n &= -x_n y_n \sqrt{2} / \sqrt{(1 - x_n^2 + y_n^2) + \sqrt{(1 - x_n^2 + y_n^2)^2 + 4x_n^2 y_n^2}} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

(4)式の右辺第1項は減衰を、第2項は位相を決定する項である。

第1項により、1,000km 当りの減衰因子  $\alpha_n$  を db で表わせば、

$$\alpha_n = 8.6860 \times \frac{2\pi}{\lambda} Y_n \times 10^4 = 1.819 \times f Y_n \times 10^{-1} \dots\dots\dots (6)$$

次に群速度  $V_{gn}$  は、波動理論により

$$V_{gn} = (d(\text{波数})/d\omega)^{-1} \text{ で与えられるので、}$$

(4)式第2項より

$$V_{gn} = c / \left( X_n + \omega \frac{dX_n}{d\omega} \right) \dots\dots\dots (7)$$

$c$  = 光速度。

$X_n$  は(5)より明らかな如く、 $x_i, y_n$  の函数であり、(3)式より  $x_n, y_n$  は、 $L$  の函数と考えられ、 $L$  と  $\omega$  の間には、 $L\omega_r = \omega$  の関係があるので、

$$\frac{dX_n}{d\omega} = \frac{\partial X_n}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial L} \cdot \frac{dL}{d\omega} + \frac{\partial X_n}{\partial y_n} \cdot \frac{\partial y_n}{\partial L} \times \frac{dL}{d\omega} \text{ として計算される。従って}$$

$$\omega \cdot \frac{dX_n}{d\omega} = \left( \frac{\partial X_n}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial L} + \frac{\partial X_n}{\partial y_n} \cdot \frac{\partial y_n}{\partial L} \right) \times$$

$L$

$\partial x_n / \partial L, \partial y_n / \partial L$  は(3)式の実部、虚部で成立する連立方程式から求める事が出来る。

## II. 計算結果

### 1. 電離層反射面が完全導体と見做せる場合

此の時は、 $\omega_r = \infty$  であるから  $L=0$ 、従って(3)式より  $e^{-4\pi Hy_n} \cdot e^{i2\pi(2Hx_n - n)} = 1$ 、よって

$$y_n = 0, \quad x_n = \frac{n}{2H} = \frac{nc}{2hf} \text{ それ故(5)式より}$$

$$X_n = (1 - x_n^2)y^2, \quad Y_n = 0.$$

$$\text{又、波数 } \frac{2\pi}{\lambda} \cdot X_n = \frac{\omega}{c} \left\{ 1 - \left( \frac{nc}{2hf} \right)^2 \right\}^{-1/2}$$

$$\omega \cdot \frac{dX_n}{d\omega} = \left( \frac{nc}{2hf} \right)^2 \cdot \left\{ 1 - \left( \frac{nc}{2hf} \right)^2 \right\}^{-1/2}$$

$$X_n + \omega \cdot \frac{dX_n}{d\omega} = \left\{ 1 - \left( \frac{nc}{2hf} \right)^2 \right\}^{-1/2}$$

従って群速度  $V_{gn}$  は

$$V_{gn} = c \left\{ 1 - \left( \frac{nc}{2hf} \right)^2 \right\}^{-1/2} \dots\dots\dots (8)$$

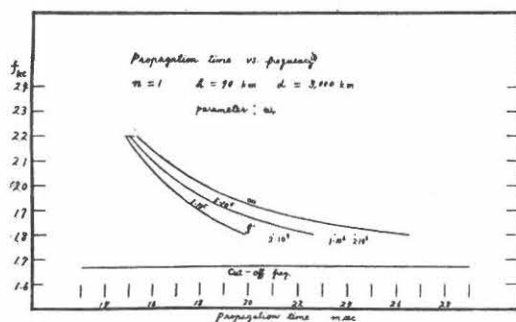
此の式は、 $f$  が減少するに従い  $V_{gn}$  も減少する事を示している。そして  $f = \frac{nc}{2h}$  ( $=f_c$ ) となれば  $V_{gn}$  は0となり、此の  $f_c$  以下の周波数の電波は伝播出来ない。之れは導波管理論に於ける遮断周波数である。

$n=1, 2, \dots\dots\dots$  に従い  $f_c = \frac{c}{2h}, \frac{2c}{2h}$  となる。

第1a, 1b図は、音声周波解析器、Sona-graphにより Tweek を解析して得たものである。図中 A 及び B の記号を附した部分を、それぞれ一次及び二次

Tweekと呼ぶ事にするが、二次Tweekが一次Tweekの第二高調波となっている事が、この解析により理解出来る。

今  $h=90\text{km}$  とすれば、 $n=1,2$  に対し  $f_c=1.67\text{kc}$ ,  $3.33\text{kc}$  となるが、此等の周波数は、図中の一次及び二次の最低周波数に略々近い事が知られる。正確に云えば、実際の Tweek は減衰のため、遮断周波数より、やや高い周波数までしか観測出来ない上に、遮断周波数は、反射層高に逆比例するので、此等両方の周波数を直接比較する事は出来ない。然し、Tweekの最低周波数が導波管理論による遮断周波数特性により説明出来る事は理解出来る。又遮断周波数に近づくに従い、(8)式から判る様に群速度は急激に低下するので、一次 Tweek 及び二次 Tweek の  $3\text{kc}$  及び  $6\text{kc}$  附近よりの急速な伝播速度の低下を説明する事が出来る。又  $n=1,2,3,\dots$  に対応して、電波の周波数比が、それぞれ  $1:2:3,\dots$  等の整数比をなす場合、それらの電波の伝播速度は全く等しくなるので、同じ瞬間に到達する電波の周波数が、基本波と二次、三次等の高調波の関係をなす、一次、二次、三次等の Tweek が生じ得る事も理解出来る。第2図は不完全



第2図

電離層反射面高度 $90\text{km}$ 、伝播距離  $3,000\text{km}$  の場合の一次モードの各周波数の電波の伝播時間  $\omega_r=\infty$  は電離層反射面が完全導体である場合を示す。cut-off freq: 高度  $90\text{km}$  の完全導体反射面に対する導波管理論による遮断周波数。

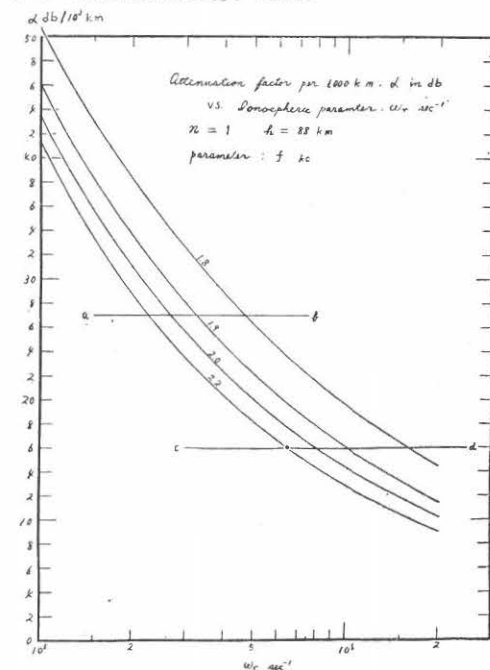
導体の場合 ( $\omega_r=5\times 10^5, 1\times 10^5$ ) も含めて、 $n=1$ ,  $h=90\text{km}$   $d=3,000\text{km}$  の時の、伝播時間対周波数の曲線を描いたものである。時間軸の単位長が非常に異なっている上、周波数範囲が狭いので、やや不明瞭ではあるが、第1図と比較すれば、これらが Tweek の特性を示すものである事が理解出来る。即ち導波管理論により Tweek の伝播特性の説明は可能である事が判る。

## 2. 電離層反射面が不完全導体である場合

夜間の電離層が超長波に対して、完全導体に近い性質を示す事はよく知られている。然し、前節で考察したように、完全導体の場合は  $Y_n=0$  であるので、当然の事ながら減衰因子  $\alpha_n=0$  となる。それ故、 $n=1$  による一次 Tweek と同等に、 $n=2,3,\dots$  等による二次、三次等の Tweek が発生する事が期待されるが、実際には、二次 Tweek の発生は一次 Tweek に比し稀で、三次以上の Tweek に至っては殆んど観測されない。このように完全導体の仮定では、理論と観測結果は明らかに相違する。従って実際の電離層は超長波に対しても猶、不完全導体と見做されなければならない。

以下不完全導体の場合について、数値計算で得た結果を示す。計算を行った諸量の範囲は、一次モードでは、 $f=1.8, 1.9, 2.0, 2.2\text{kc}$   $h=88, 90, 92\text{km}$  及び  $\omega_r=1.10^5, 2.10^5, 5.10^5, 1.10^6$  及び  $2.10^6\text{sec}^{-1}$  であり、二次モードでは  $f=3.6, 4.0, 4.4, 5.0\text{kc}$

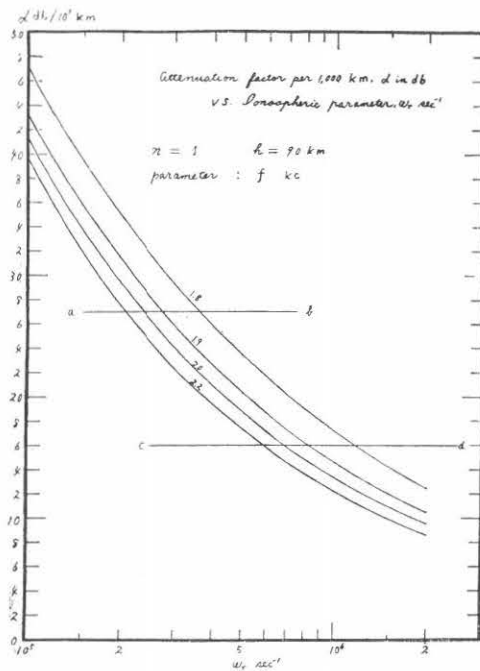
(a) 電離層反射面高度  $88\text{km}$



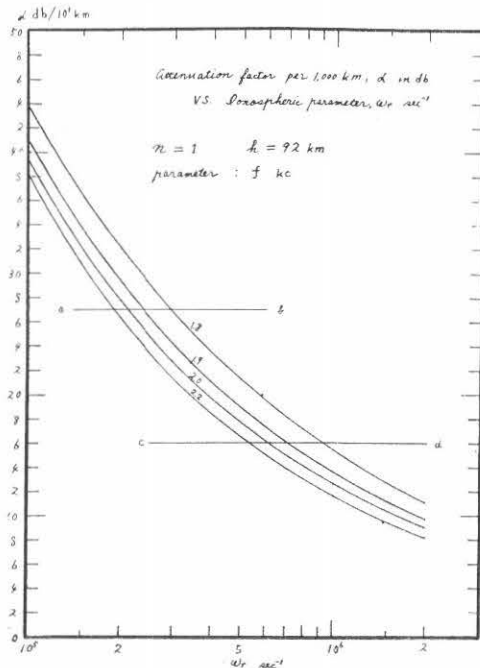
第3図

一次モードの電波の電離層パラメーター  $\omega_r$  に対する  $1,000\text{km}$  伝播の際の減衰因子  $\alpha$  各図中の直線  $ab$  及び  $cd$  は、観測点で電波の受信が可能である減衰の限度を  $80\text{db}$  と仮定した場合、それぞれ  $3,000\text{km}$  及び  $5,000\text{km}$  の伝播が可能である周波数と  $\omega_r$  の範囲を示すものであって、此等の直線より下の部分が伝播可能な領域である。

(b) 電離層反射面高度 90km



(c) 電離層反射面高度 92km

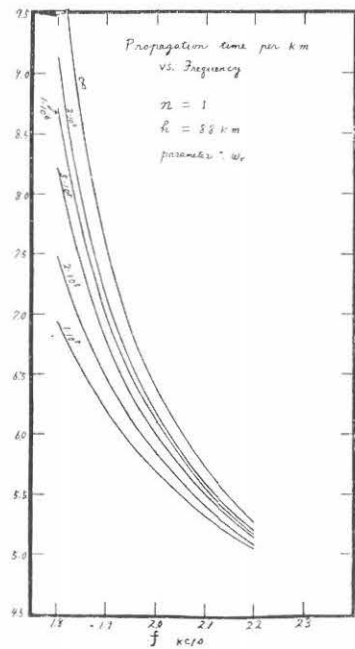


$h=90$ km 及び  $\omega_r=5 \cdot 10^5$ sec<sup>-1</sup>, 零次モードでは  $f=10, 30, 300, 600, 1,000, 1,500, 2,000$ c  $h=90$ km 及び  $\omega_r=5 \cdot 10^5$ sec<sup>-1</sup> である。

先ず減衰因子  $\alpha$  を第 3 図に示す。減衰は、

1. 周波数が完全導体の場合の遮断周波数に近づくに従い (以下不完全導体の場合の遮断周波数はこの意味で使用する) 2. 電離度が小さくなるに従い、急に増加し、3. 電離層反射高度が低くなるに従っても増す事が知られる。周波数の低下と共に増大する減衰特性のため、或る周波数以下では観測点まで到達できなくなり、受信点で周波数の下限が生ずる事になる。実際の周波数まで伝播できるかについては、源に於ける周波数対輻射強度が知られねばならないが、今の所、この点に関する資料がないので、伝播による減衰のみの条件から、 $\alpha=80$ db を以て受信可能な限度と仮定すれば、伝播距離を与える事により、同図中の減衰曲線から各周波数に対する  $h, \omega_r$  が求められる。図中の  $ab$  及び  $cd$  直線は伝播距離 3,000km 及び 5,000 km を仮定して引かれたものであって、これによれば 1.8kc までの受信が可能なのは、 $h=88$ km の時、3,000km 伝播では  $\omega_r=5 \times 10^5$ , 5,000km では  $\omega_r=1.6 \times 10^6$  以上でなければならない。実際の  $\omega_r$  は  $N$  と  $\nu$  により決まるが、 $N, \nu$  の高度に対する分布は種々の値があって一定していない。今一例として、M. Nicolet (1953) による  $\nu$ , A. P. Mitra (1957) による  $N$  を用いると、(之等はグラフから読取った

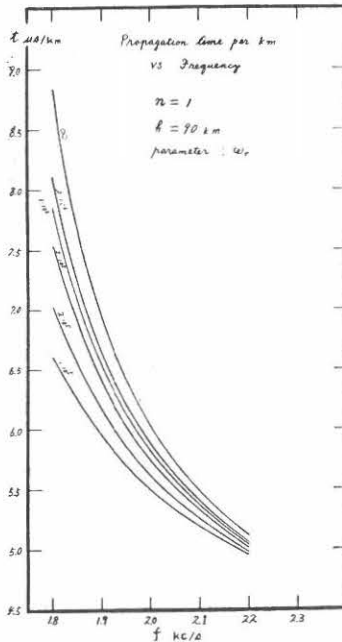
(a) 電離層反射面高度 88km



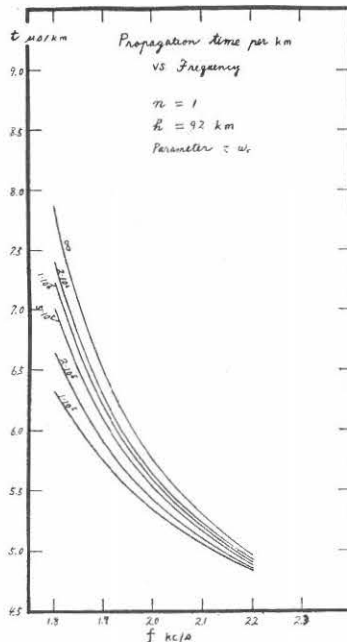
第 4 図

一次モードの電波の周波数に対する、1km 当りの伝播時間

(b) 電離層反射面高度 90km



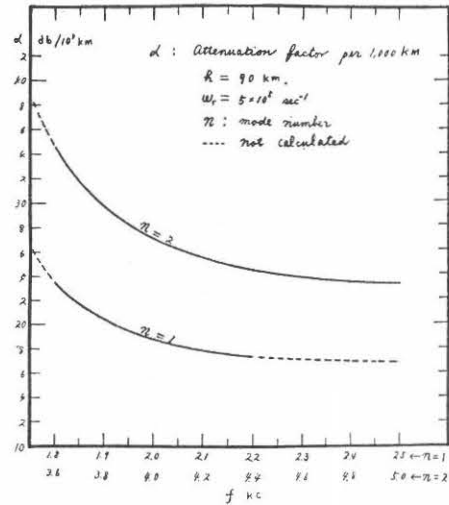
(c) 電離層反射面高度 92km



ので大凡の値である)  $h=88\text{km}$  (日没後  $N$  が存在し始める最低高度) で  $\omega_r \approx 5 \times 10^5$  となる。

次に  $1\text{km}$  当りの伝播時間  $t$  を  $\mu\text{s}$  で表わしたものを第4図に示す。(以後、伝播速度の代りに此の伝播時間を使用する) 伝播時間は、1 周波数が遮断周波数

に近づくにつれ著しく増加し、2.電離層の電離度が増すに従い、3.反射層高度が低下するに従っても増加する。且つ、4.周波数が増すにつれ、完全導体の場合に著しく近づく。又任意の2個の周波数間の伝播時間差も、1.電離度が増すに従い、2.反射層高度が低下するに従い増す。ここに得た伝播時間特性が、一次 Tweek のそれをよく説明する事は既に述べた如く、第2図より理解できる。

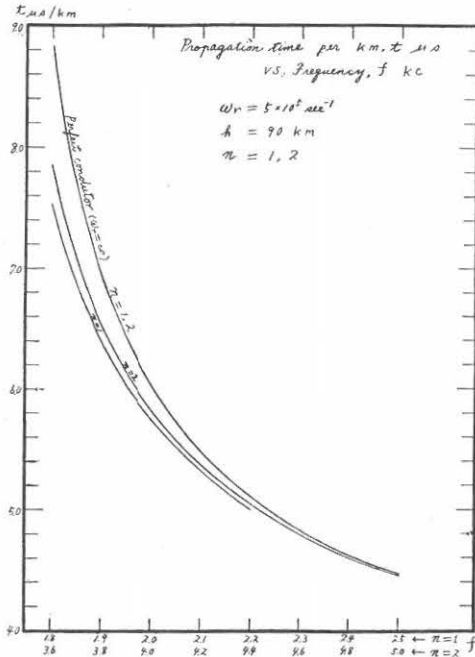


第5図

一次及び二次モードに於ける減衰因子の比較  
反射層高度  $90\text{km}$ 、電離層 パラメーター  $5 \times 10^5 \text{sec}^{-1}$   
破線は計算結果を外挿した部分である。一次モードの電波とその2倍の周波数の二次モードの電波では、減衰は二次モードで可成り大きい事が知られよう。

次に第5図は、 $\omega_r = 5 \times 10^5 \text{sec}^{-1}$ 、 $h = 90\text{km}$  につき一次及び二次モードの  $1,000\text{km}$  当りの減衰因子  $\alpha$   $\text{db}$  を、それぞれ  $1.8\text{kc}$  より  $2.2\text{kc}$  まで及び  $3.6\text{kc}$  より  $5.0\text{kc}$  までの周波数に対して描いたものである。これ等の減衰特性より、1.一次モード同様、二次モードも遮断周波数に近づくにつれて、電波の減衰は急増し、2.一次モードの電波と、その2倍の周波数の二次モードの電波では、後者の減衰が遙かに大きく、両者間の減衰因子の差は、 $1.8\text{kc}$ — $3.6\text{kc}$  で約  $21\text{db}$ 、 $2.2\text{kc}$ — $4.4\text{kc}$  で約  $17\text{db}$  であることが知られる。

又第6図は、上の場合の  $1\text{km}$  当りの伝播時間  $t$  ( $\mu\text{s}$ ) を描いたものである。又比較のため完全導体のものも併記してある。この伝播時間特性より、1.二次モードも遮断周波数に近づくに従い、伝播時間は急増し、2.一次モードの電波と、その2倍の周波数の二次モードの電波では、僅かながら、二次モードに於いて



第 6 図

一次及び二次モードに於ける 1km 当り伝播時間の比較 反射層高度 90km 電離層パラメーター  $5 \times 10^5 \text{sec}^{-1}$  一次モードの電波とその 2 倍の周波数の二次モードの電波では、伝播時間は完全導体反射面の場合は全く同一であるに對し、不完全導体では、二次モードの方がやや大きくなる。

伝播時間は大きく、完全導体の場合の如く両者が一致する事はない。又、3. 周波数が増すと共に、完全導体の伝播時間に極めて接近する事が知られる。

一次及び二次モードに対する之等の減衰特性及び伝播時間特性は、瞬間周波数が一次 Tweek と略々第二高調波の關係を示す二次 Tweek の存在をよく説明する。而も両モード間の減衰の差により、一次 Tweek に比し、二次 Tweek の減衰が遙かに大きいので、一次 Tweek に比し、二次 Tweek が観測され難い事実も理解出来る。

三次以上の Tweek については、これ迄の結果と、完全導体の場合の類推から、三次以上のモードに對應して得られる事が知られよう。且つ Wait が示した三次モード迄の、各次数の減衰特性からして、更に遙かに大きい減衰を受けるであろう事は容易に想像できるので、更に観測は困難となる事が判る。

次に  $\omega_r = 5 \times 10^5 \text{sec}^{-1}$ ,  $h = 90 \text{km}$  の同じ電離層状態で、零次モードの減衰特性と、伝播時間特性を 10, 30, 300, 600, 1,000, 1,500, 及び 2,000c/s の周波数に對して示したのが、第 1 表である。(表中空白の

第 1 表 零モードの減衰因子及び伝播時間

$\alpha$ : 1,000km 当り減衰因子

$t$ : 1km 当り伝播時間  $h = 90 \text{km}$   $\omega_r = 5 \times 10^5 \text{sec}^{-1}$

$f$ c/s	10	30	300	600	1,000	1,500	2,000
$\alpha$ db	0.32	0.59	2.06	3.04	4.10	5.59	7.13
$t$ $\mu$ s	3.709	3.546			3.366	3.357	3.347

空白の欄は未計算

第 2 表 周波数  $f_i$  及び  $f_j$  の電波間の伝播

時間差  $\Delta t (f_i - f_j)$  と 1km 当りの

伝播時間差  $\Delta t (f_i - f_j)$

$n=1$   $h=90 \text{km}$   $\omega_r = 5 \times 10^5 \text{sec}^{-1}$

$f_i - f_j$ kc	1.8— 2.2	1.8— 2.0	1.8— 1.9	1.9— 2.2	1.9— 2.0	2.0— 2.2
$\Delta t (f_i - f_j)$ ms	7.584	5.355	3.378	4.206	1.980	2.229
$\Delta t (f_i - f_j)$ $\mu$ s	2.528	1.785	1.126	1.402	0.660	0.743

箇所は計算を行なわなかった部分である) これによれば、1. 減衰は周波数と共に増すが、この周波数範囲では非常に小さく、2. 伝播時間は周波数が増すと共に減少するが、その変化の範囲は非常に小さく、殆んど真空中の光の伝播時間に近い事が判る。これより零次モードは低周波域で最も優勢な電波であるが、その伝播速度は、Tweek に比して非常に早く、Tweek とは完全に異った時間に観測点に到達する事が知られよう。この事は、先に示した第 1 図の周波数対伝播時間特性をよく説明する。即ち図中 C で示した部分が零次モードに属する部分であるが、之れが一次、二次 Tweek の A, B 部分に比し、時間的に早く表われているからである。

さて、以上行つて来た数値計算の結果から、導波管理論による減衰特性及び伝播時間特性が、一次、二次 Tweek の発生を充分証明するものである事が示された。

ここで一次 Tweek を距離測定に利用する事の有利な点について一寸考えよう。

今或る一つのモードのみに属する電波を選択的に取出す事が出来るならば、これは、他のモードに属する電波の重疊による波形の歪みを受ける事なく、このモードによって定まる伝播路の影響を受けた伝播時間特性を示す筈なので、電離層反射高及び伝播距離の測定には最も都合がよい。雷放電から放射された VLF の広範囲の周波数を含む電波は、各次数のモードに分れて伝播するが、伝播中、速度の差により次第に分散し、各モードの電波は、周波数の低いもの程遅れて進



行する。然し周波数による減衰の差により、次数の高いモード程、又遮断周波数に近い周波数程、(但し零次モードだけは逆に周波数が高い程)早く消滅して行く。従って、低い周波数帯で考えると、遠距離伝播では零次モードが最も強く且つ最も早く到達し、それに遅れて各次数のモードの電波が到達する。零次及び一次のモードの電波について、二次モードが強いが、之れも 3.5kc 以下では一次モード中の電波に比し全く問題にならない程減衰してしまう。それ故、3.5kc 以下の電波を取り出せば、これには零次及び一次モードの電波のみが含まれている筈である。而もこの両者は伝播時間の差が大きいので、時間的に容易に分離できる。距離測定には、この両モードの電波を同時に使用するのが最も好ましいが、実際には、電子管式測定を行う場合、両者の伝播時間を含む時間を継続して測定する事は困難なので、周波数による伝播時間の変化の著しい。一次モードの 1.8kc 附近より 2.2kc 附近までの電波を利用するのが一番有利であると考えられる。

### III. 反射層高及び伝播距離測定の一方法 と完全導体の場合と不完全導体の場合 の比較

#### 1. 測定法

従来の完全導体の仮定の下では、Tweek の伝播時間特性から反射層高及び距離を測定するには、理論式中のパラメーター  $d$  及び  $h$  に予め種々の値を与えて、伝播時間特性曲線を描き、これ等の曲線と測定曲線を比較する方法を用いて来た。然し不完全導体の場合には、更にパラメーターとして  $\omega_r$  が入って来るので、この方法の適用はやや複雑なものとなる事が予想される。従ってこれに代る一方法として、以下の如き方法を考慮する事にした。

周波数  $f_i$  の 1km 当りの伝播時間を  $t(f_i)$  とすれば、距離  $d$  km を伝播するに要する時間  $\tau(f_i)$  は  $\tau(f_i) = d \cdot t(f_i)$  で与えられる。Tweek の観測から得られる量は、周波数による伝播時間の差のみであるから、周波数  $f_i$  と  $f_j$  の電波の伝播時間差を  $\Delta\tau(f_i - f_j)$ 、1km 当りの伝播時間差を  $\Delta t(f_i - f_j)$  で表わせば

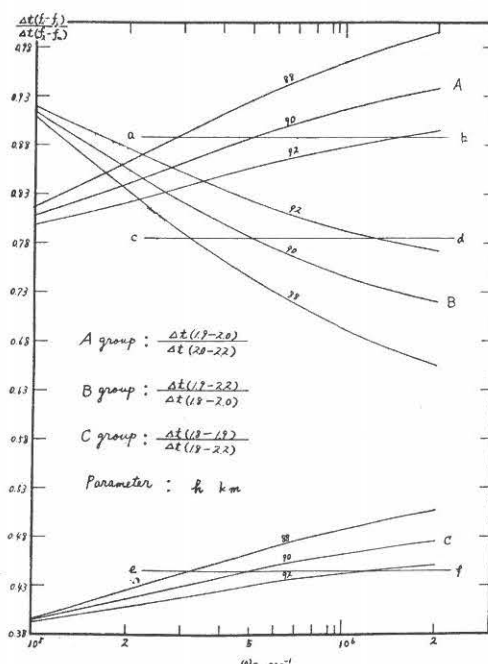
$$\Delta\tau(f_i - f_j) = d \cdot \Delta t(f_i - f_j) \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。次に他の一組の  $f_e, f_m$  についても同様のものを考え、それぞれ両辺の比をとれば、

$$\frac{\Delta\tau(f_i - f_j)}{\Delta\tau(f_e - f_m)} = \frac{\Delta t(f_i - f_j)}{\Delta t(f_e - f_m)} \quad \dots\dots\dots (10)$$

が得られる。(10)式の左辺は既知量であり、右辺は未

知量として  $h$  と  $\omega_r$  を含む。今  $h$  と  $\omega_r$  をパラメーターとし、理論計算より得られる(10)式の右辺を  $h$  をパラメーターとし、 $\omega_r$  に対してプロットすれば、一群の曲線が得られる。(第7図中の A, B 及び C 曲線群) この曲線に対して、(10)式の左辺の測定量を表わす直線(同図中の ab, cd 及び ef)を引き、対応す



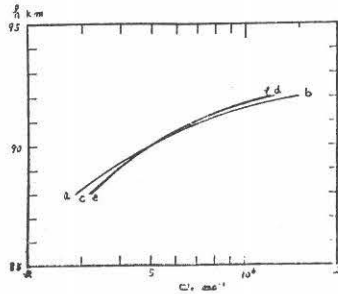
第7図

一次モードにつき、周波数  $f_i, f_j$  間の 1km 当り伝播時間差  $\Delta t(f_i - f_j)$  と同じく  $f_e, f_m$  間の  $\Delta t(f_e - f_m)$  との比を表わす曲線群。

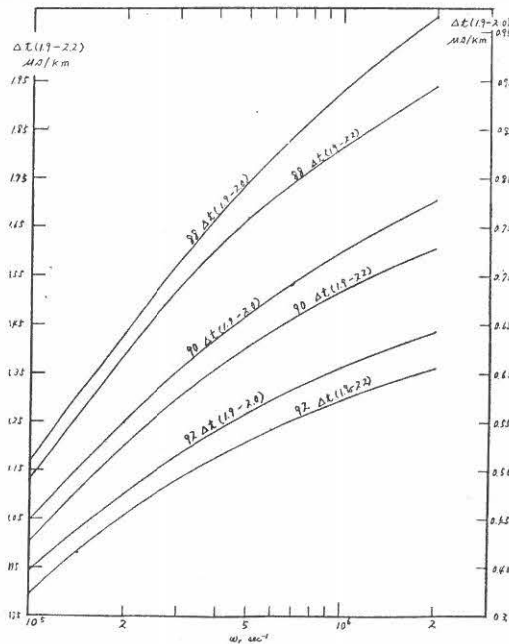
直線 ab, cd 及び ef はそれぞれ第1表より計算された  $\Delta t(1.9-2.0)/\Delta t(2.0-2.2) = 0.888$ ,  $\Delta t(1.9-2.2)/\Delta t(1.8-2.0) = 0.785$  及び  $\Delta t(1.8-1.9)/\Delta t(1.8-2.2) = 0.445$  を示す直線である。

る曲線群との交点を求めると、それぞれ数組の  $\omega_r, h$  の値が得られる。(図ではパラメーター  $h$  の値は3個なので各曲線群毎に3組の  $\omega_r, h$  が得られている。) 之等の数組の  $\omega_r, h$  を、 $\omega_r-h$  平面に移し、これらの点を結ぶ曲線を描き、数個のこれらの曲線の交点として求むる  $(\omega_r, h)$  点を定める事が出来る。(第8図は曲線 ab, cd 及び ef の交点により、一点の  $(\omega_r, h)$  が決定されている事を示している。) 此の  $(\omega_r, h)$  により、 $f_i$  と  $f_j$  を指定すれば、理論計算により描かれている  $\Delta t(f_i - f_j)$  曲線により、 $\Delta t(f_i - f_j)$  が決定できる(第9図参照)。従って(9)式から  $d$  が求められる。 $\omega_r-h$  平面上の一点を定めるには、同平面上の二組の曲線があればよいが、2個の曲線だけでは誤



第 8 図  $\omega_r-h$  平面

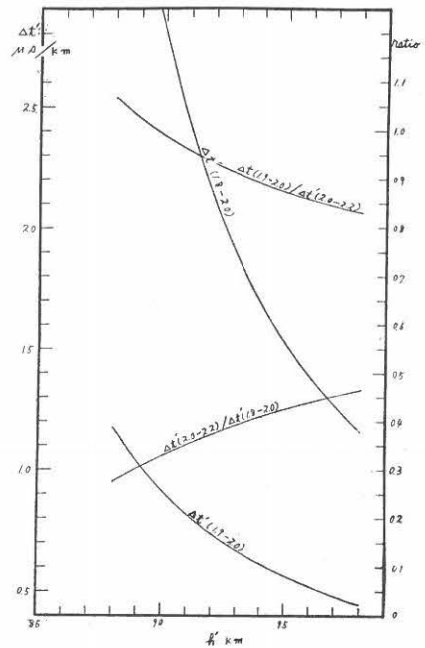
第 7 図中の直線  $ab$  と A 群,  $cd$  と B 群及び  $ef$  と C 群の曲線との交点の  $(\omega_r, h)$  を此の平面に移し, 曲線で結んだものが, 曲線  $ab, cd$  及び  $ef$  であり, これ等 3 曲線の交点により, 求むる  $(\omega_r, h)$  点が決まる。



第 9 図

一次モードにつき, 反射層高  $h$  をパラメーターとし, 1.9kc と 2.0kc 及び 1.9kc と 2.2kc の電波の 1km 当りの伝播時間差を  $\omega_r$  に対し描いたもの。

りを導入する危険があるので, 出来るだけ多くの曲線を用い, これ等の曲線の交点群 (一点で交わらないのが普通の事であるから) より,  $(\omega_r, h)$  を決定しなければならない, 又, 完全導体の場合に適用するには, (10)式の左辺は,  $h$  のみを未知量として含んでいるので,  $h$  を横軸にとり理論計算による(10)式左辺の曲線を描いておけば, 之れと(11)式右辺の実測値から  $h$  を求める事が出来, 以下不完全導体の場合と同じ手順で  $d$  を求める事が出来る (第10図参照)。



第 10 図

電離層反射面を完全導体と見做した場合, 一次モードにつき, 1km 当り伝播時間差  $\Delta t'$  及び伝播時間差の比を反射層高  $h'$  に対し描いたもの,

## 2. 完全導体と不完全導体の場合の比較

或る電離層の状態の下で, 源からの距離  $d$  km を伝播した Tweek を, 電離層を完全導体と仮定して行った理論を適用して距離を測れば, 一般に得られる結果は  $d$  と異った  $d'$  となる筈である。完全導体の場合, (9)式中の  $\Delta\tau, \Delta t$  を  $\Delta\tau', \Delta t'$  で表わす事にすれば,  $\Delta\tau'(f_i - f_j) = d' \cdot \Delta t'(f_i - f_j)$ , 然るに  $\Delta\tau'$  は実際観測した Tweek の周波数による伝播時間差であるから, 当然  $\Delta\tau' = \Delta\tau$  である。従ってこの式と (9) 式より

$$d'/d = \Delta t(f_i - f_j) / \Delta t'(f_i - f_j) \dots \dots \dots (11)$$

が得られる。即ち不完全導体としての或る状態の電離層を, 完全導体として距離を測れば, 得られる距離の実際の距離に対する比は, 実際の電離層の状態と完全導体につき, それぞれ理論計算により得られる周波数による伝播時間差の比として与えられるのであって, 距離の長短には関係しない事を示している。然し用いる周波数の組により得られる結果は異なる筈である。この点についての組織的検討は未だ行っていないが, 後の例で判る様に, ここで取扱っている周波数範囲内では少ない量であると言う事が云えよう。

次に一例をとって、数値的な結果を調べる事にしよう。

今、電離層の状態が、 $\omega_r = 5 \times 10^5$ ,  $h = 90\text{km}$  で表わされるとしよう。この時の  $\Delta t$  は第2表の如くなる。此等の数値を用いて得られるものの中から、下のような3組の  $\Delta t$  の比を求める、

$$\Delta t(1.9-2.0)/\Delta t(2.0-2.2)=0.888$$

$$\Delta t(1.9-2.2)/\Delta t(1.8-2.0)=0.785$$

$$\Delta t(1.8-1.9)/\Delta t(1.8-2.2)=0.445$$

実際の場合、此等の式の右辺の数値は(10)式から知られるように実測値から得られる既知の量である。ここでは、此等の値は  $h=90$ ,  $\omega_r=5 \times 10^5$  を与えて理論計算から得たものであるが、逆に  $\omega_r$ ,  $h$  は未知で、上式の左辺の値が与えられているとして  $\omega_r$ ,  $h$  を求める方法の再説明をしよう。先ず上式の左辺の比を、 $h=88, 90$  及び  $92\text{km}$  について理論計算より求めて、 $\omega_r$  を変数として描けば、それぞれ第7図中の  $A, B$  及び  $C$  曲線群となる。次に同図中に右辺の数値を表わす直線  $ab, cd$  及び  $ef$  を引き、曲線  $A$  群と  $ab$ ,  $B$  群と  $cd$  及び  $C$  群と  $ef$  との交点の  $\omega_r$  と  $h$  を読み取り、これを第8図の  $\omega_r-h$  平面にプロットし、各群毎に曲線  $ab, cd$  及び  $ef$  を描けば、その交点として、 $\omega_r$ ,  $h$  が求められる。この場合は当然の事ながら、 $h=90\text{km}$ ,  $\omega_r=5 \times 10^5$  の一点で、3曲線は交っている。さて本論に戻り、完全導体の場合につき、反射層高  $h'$  を求めよう。

$$\frac{\Delta t(f_i-f_j)}{\Delta t(f_e-f_m)} = \frac{\Delta \tau(f_i-f_j)}{\Delta \tau(f_e-f_m)} = \frac{\Delta \tau'(f_i-f_j)}{\Delta \tau'(f_e-f_m)} \\ = \frac{\Delta t'(f_i-f_j)}{\Delta t'(f_e-f_m)}$$

であるから

$$\Delta t'(1.9-20)/\Delta t'(2.0-2.2) = \Delta t(1.9-20)/\Delta t(2.0-2.2) = 0.888 \text{ 或いは } \Delta t'(2.0-2.2)/\Delta t'(1.8-2.0) = \Delta t(2.0-2.2)/\Delta t(1.8-2.0) = 0.416 \text{ が得られる, 上式の左辺は予め理論計算により, } h' \text{ に対して第10図にプロットされている,}$$

同図中、上式の右辺の数値に等しくなる  $h'$  を求めると、それぞれ  $94.1\text{km}$  と  $94.3\text{km}$  を得る。異った周波数の組によって  $h'$  を求めても、余り結果は相違しない事が判る。この平均値をとって  $h'=94.2$  として、同図中の  $\Delta t'$  曲線から、 $\Delta t'(1.8-2.0)=2.172$  と  $\Delta t'(1.9-2.0)=0.602$  を得る。従って(11)式から

$$d'/d = \Delta t(1.8-2.0)/\Delta t'(1.8-2.0) = 1.038$$

$$\text{又は } d'/d = \Delta t(1.9-2.0)/\Delta t'(1.9-2.0) = 1.096$$

を得る。ここでも値は周波数により余り変らない事が

判らう。両者の平均値をとれば、 $\frac{d'}{d} = 1.092$  となる。

この結果を見れば、 $\omega_r=5 \times 10^5$ ,  $h=90\text{km}$  の場合を、完全導体として解析すれば理想的状态の下では反射層高では約5%, 伝播距離は約9%増加している事が判る。

#### IV. 結 論

導波管理論に従って、周波数に対する減衰及び群速度の数値計算を行った結果、一次及び二次 Tweek がそれぞれ一次及び二次モード特性によるものである事が示された。即ち群速度により、Tweek の伝播時間特性が説明出来、又減衰因子により、Tweek の最低周波数の存在や、次数が大きくなる程 Tweek が観測され難い事が理解出来るのである。又導波管理論は、各モード中の電波は、電離層の状態や伝播距離を別にすれば、モードの次数で定まる周数数対伝播時間特性を持つ事を示すので、若し、単一モードに属する電波のみを選択的に観測出来れば、この時の波形は、他のモードの電波の重畳による歪みを受ける事なく、此のモード特有の伝播特性を示す筈なので、周波数対伝播時間差の測定には最も都合のよいものとなる事が知られる。実際にはこの単一のモードとしては一次 Tweek を選び、その時間的变化の最も著しい  $1.8\text{kc}$  より  $2.2\text{kc}$  附近までを用いればよいであろう。但し電離層の電離度が低下したり、反射層高度が低下する時間では、此の周波数範囲を全体として高くする必要がある。 $1.8\text{kc}$  より  $2.2\text{kc}$  まででは、同じ瞬間に到達する二次モードの電波は極めて減衰してしまう事が予想出来るが、更にこの影響を除去するために、 $3.0\text{kc}$  前後に遮断特性を持つ低域濾波器を用いばよい。又零次モードの電波はこの周波数域で最も優勢である事が、数値計算の結果示されるが、これは伝播速度が早い為、時間的に相当早く受信点に到達するので、この時間差を利用して、両者を区別する事は比較的容易である。Tweek の此の伝播時間特性を利用して、電波の伝播距離を測定する事が出来るが、不完全導体としての電離層反射面を完全導体と見做して距離決定を行う時は、得られる距離は、実際より長くなる。即ち測定距離の実際距離に対する比は、理想の場合、両状態の下にそれぞれ計算で得られる一組の周波数間の伝播時間差の比に等しくなる。

例えば、 $\omega_r=5 \times 10^5$ ,  $h=90\text{km}$  で表わされる電離層を完全導体と見做せば、測定距離は実際距離より約1.09倍長く、又反射層高は約1.05倍高くなる。これは

$\omega_r$  が更に小さくなれば, 更に大きな値となるであろう. 実際には  $\omega_r$  と  $h$  の確定値は未だ示されていないので, どれ程の測定距離上の誤差が生じ得るか不明である. 或いは逆に, Tweek による測定により,  $\omega_r$  や  $h$  に関する知識を得る事が出来るかも知れない. 実際には Tweek の周波数対伝播時間差を如何に実測するかが問題である. うまく之に成功すれば, whistler の伝播上の問題や超高層大気中の電離度分布の推定, 或いは一観測点による空電の位置決定上にも貢献出来るであろう.

本研究を遂行するに当り, 当研究所長金原先生の御理解並びに御励ましを頂いた事を深く感謝すると共に, 岩井助教授より御援助と御討議を受けた事を心から感謝する次第である.

## V. 文 献

- 1.) Burton, E. T. and Boardman, E. M. Proc. IRE 21, 1476, 1933
- 2.) Iwai, A. and Otsu, J. Proc. Pes. Inst. Atmos. 5, 53, 1958.
- 3.) Wait, J. R. Proc. IRE 45, 760, 1957.
- 4.) Wait, J. R. Proc. IRE 45, 768, 1957
- 5.) Howe, H. H. and Wait, J. R. paper No.36 VLF Symposium, Boulder Colo. Jan. 1957.