

論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※ 乙 第	号
------	-------	---

氏 名 大月 英明

論文題目 A Study of the Biclique Edge Partition
and Cover Problems (2部クリーク辺被
覆問題および2部クリーク辺分割問題
の研究)

論文審査担当者

主 査 名古屋大学教授 平田 富夫

名古屋大学教授 酒井 正彦

名古屋大学教授 柳浦 睦憲

名古屋大学准教授 西村 治道

論文審査の結果の要旨

大月英明君提出の論文「A Study of the Biclique Edge Partition and Cover Problems」は、2部グラフの辺集合を2部クリークに分割する問題、および2部クリークで被覆する問題に関する研究をまとめたもので、6章から構成されている。各章の概要は以下の通りである。

第1章は序論である。2部クリーク辺被覆問題および2部クリーク辺分割問題の応用について述べるとともに、本研究の背景と位置付けを解説している。

第2章では、本研究で必要となる基礎概念、定義、既知の結果について述べている。近似理論発展の歴史的な背景を解説するとともに、関連するグラフ理論の概念およびグラフ問題について解説している。

第3章では、2部クリーク辺分割問題の近似比率に対して下界を与えている。具体的には、 $P=NP$ でない限り、2部クリーク辺分割問題の $6053/6052$ より良い近似比率をもつ多項式時間近似アルゴリズムは存在しないことを示している。この結果を得るために、特定の構造を持つ充足可能性問題から2部クリーク辺分割問題へのギャップ保存帰着を与えている。この結果は、 $P=NP$ でない限り、2部クリーク辺分割問題が PTAS (多項式時間近似スキーム) を持たないということの意味し、この問題の近似困難性に関する新しい知見を与えている。

第4章では、2部クリーク辺被覆問題に対する多項式時間アルゴリズムを提案している。この問題も NP 困難問題であるため、これまで、制限されたグラフクラスに対する多項式時間アルゴリズムが研究されている。1996年に、C4フリー2部グラフと距離遺伝2部グラフに対して多項式時間アルゴリズムが与えられ、さらに1999年に、これら2つのグラフクラスを真に含むドミノフリー2部グラフに対して多項式時間アルゴリズムが与えられた。本論文では、ドミノフリー2部グラフを真に含む新しいグラフクラスに対して多項式時間アルゴリズムを提案している。具体的には、まず与えられた2部グラフ B に対して修正ガロア束を定義し、この束のハッセ図 $G_m(B)$ の上で、冗長パラメータ $R(B)$ を定義した。次に、 B がドミノフリー2部グラフであるとき、そしてそのときに限り $R(B)=0$ であることを示し、また、 $R(B) \leq 1$ で定義されるグラフクラスはドミノフリー2部グラフを真に含むグラフクラスであることを示した。最後に、このグラフクラスに対し2部クリーク辺被覆問題の多項式時間アルゴリズムを与えている。

第5章では、2部グラフ B が距離遺伝グラフであれば、 $G_m(B)$ のサイズ (頂点数) がたかだか $2n+1$ であることを示している。更に、この議論を拡張し、 $R(B)=O(1)$ のグラフに対し、 $G_m(B)$ のサイズは $O(n+m)$ であることを示している。ただし、 n と m はそれぞれ B の頂点数と辺数である。この結果は、前章で与えたアルゴリズムの計算時間を改善している。

論文審査の結果の要旨

第 6 章はまとめであり，本研究の成果を要約するとともに，今後の課題を展望している．

以上のように，本論文は，理論的かつ実用的に重要なグラフ問題に対して，近似の理論的な限界を与え，また，多項式時間アルゴリズムが得られるグラフクラスを拡張したものであって，学術上の寄与が大きい．よって，本論文提出者，大月英明君は博士（情報科学）の学位を受けるに十分な資格があるものと判定した．