2014年度　博士学位請求論文

財政政策と経済の安定性

名古屋大学大学院経済学研究科

指導教員　小川　光（教授）

氏名　上口　晃

謝辞

本論文を執筆するに当たり，ご指導を賜りました指導教員の小川光先生に深く感謝の意を申し上げます。副指導教員である柳原光芳先生，セミナー担当教員である柳瀬明彦先生には，公開セミナーを通して多くの有益なコメントを頂きましたことに感謝申し上げます。また，柳瀬先生には，日本応用経済学会 2013 年度春季大会にて討論者をお引き受け頂き，貴重なコメントを頂戴いたしましたことに，重ねて感謝申し上げます。

中京大学の奥野信宏先生，同志社大学の宮澤和俊先生には，博士前期課程に入学してから今日に至るまでの長年にわたって，ご指導ご鞭撻を頂き，深く感謝の意を申し上げます。名古屋市立大学の焼田党先生には，論文を作成する際に，多くの有益なコメントを頂きましたことに感謝申し上げます。東海大学の平賀一希先生には，日本応用経済学会 2014 年度秋季大会にて討論者をお引き受け頂き，貴重なコメントを頂戴いたしましたことに感謝申し上げます。

また，小川先生，近畿大学の玉井寿樹先生には，共同論文を本論文の第六章および第三章に加えることをお許しいただきましたことにお礼申し上げます。今日こうして博士論文を完成できたのは，指導教員である小川先生のご尽力によるものであり，心よりお礼申し上げます。最後に，ともに切磋琢磨してきたゼミナールの学兄に，そして何よりも長い大学院生活を支えて下さった家族に感謝いたします。

目 次

1　はじめに

財政の機能の一つに経済の安定化機能があり，Arrow and Kurz (1970) は，政府の財政政策を分析する際の一つのテーマとして，財政政策が経済の安定性に与える影響を分析することを挙げている。

本論文の目的は，経済の安定化に資する政府の財源調達方法および財政政策を提示することである。財政政策が経済の安定性に与える影響を考察する分析手段として，本論文では均衡経路の不決定性に関する理論モデルおよび国債の維持可能性に関する理論モデルの二つを用いる。上記の二つの理論モデルを用いて経済の安定化に資する政府の財源調達方法および財政政策を明らかにする場合，後述するように，均衡経路の不決定性に関する議論には連続型の分析手法を用い，国債の維持可能性に関する議論については離散型の分析手法を用いることが望ましい。[1]したがって，本論文では，連続型の分析手法を用いて均衡経路の不決定性を抑制する政府の財源調達方法を明らかにし，離散型の分析手法を用いて国債の維持可能性を高める政府支出を明らかにする。

本論文において均衡経路の不決定性に関する理論モデルを用いる理由は，政府はどのような財源調達方法を用いることで均衡経路の不決定性の発生を抑制し，経済を安定化することができるかということを明らかにするためである。均衡経路の不決定性が生じる経済には，合理的な期待が実現する均衡経路が複数存在することが知られており，制約のない家計の期待にもとづいて，経済が辿る均衡経路が決定されることにより景気循環が生じるとされている。[2]この点について，Benhabib and Farmer (1999) では，均衡経路の不決定性に関する研究の目的の一つは，景気循環を説明することであるということが述べられている。福田 (1995 p. 140) は，均衡

経路の不決定性が生じる経済の特徴として，人々の抱く期待が人々の行動を変化させ，結果的に人々の期待した通りに経済変数を変化させるという点があり，このような期待のあり方は,「自己実現的 (self-fulfilling)」期待と呼ばれ，予想が完全に的中するという意味で，合理的期待の一つと考えられていることを述べている。[3]三野 (2013 p. 303) は，自己実現的期待が最も鮮明に表れるのは，バブルが生じているときであるとし，期待に作用する不確実性とそれが生み出すバブルの存在を考慮すると，バブル崩壊が日本経済にもたらした衝撃やリーマン・ショック後の世界経済の急激な落ち込みの原因について理論的な説明が可能になることを示唆している。それゆえ，経済に均衡経路の不決定性が生じるならば，家計の期待が的中し，家計が将来の景気が悪化するという期待を持つ場合には，その期待が実現し，景気の落ち込みに繋がることが考えられる。したがって，これまでに，どのような条件のもとで均衡経路の不決定性が生じるかという研究がなされてきた一方で，Guo and Lansing (1998) をはじめ，政府がどのような手段を用いることが経済の均衡経路を一意に定め，家計の期待が経済の均衡経路に影響を与えないという意味で，経済の安定化に資するかという研究が行われてきた。[4]

均衡経路の不決定性に関する研究は，1970 年代に Gale (1973), Black (1974) や Brock (1974) の研究により端緒を切られ，初期の研究においては離散型のモデルを用いて分析が行われた。例えば，Kehoe and Levine (1975) の研究は，無限期間の離散型モデルを用いて均衡経路の不決定性の発生メカニズムを分析した。しかし，西村・福田 (2004, p.26) にあるように，離散型のモデルでは 1 期間を 20 年から 30 年と仮定するため，そこで得られた帰結が実際の景気循環を描写しているかという批評に耐え難い。

そのため，1990年代以降，Benhabib and Farmer (1994)，Benhabib and Perli (1994) および Xie (1994) をはじめ，多くの研究で1期間の時間を任意に設定できる連続型の無限視野モデルを分析手段として均衡経路の不決定性に関する研究が行われてきた。このような研究背景を踏まえ，第三章および第四章において，連続型の無限視野モデルを用いて，政府が財政政策の財源調達方法として消費税を用いることが，均衡経路の不決定性の発生を抑制する効果を持ち，経済の安定化に資することを示す。

先決変数が資本ストックであり，非先決変数が家計の消費水準である経済において，均衡経路が不決定であるということは，資本ストックの初期値に対して，選択されるべき消費水準の初期値が一意に定まらないことを意味する。均衡経路の不決定性が生じる経済では，資本ストックの初期値に対してどの水準の消費の初期値が選択されたとしても，家計の将来の消費に対する期待が自己実現するため，経済は定常均衡に到達する。そのため，企業の生産技術や家計の選好といった要因だけでは均衡経路が一意に定まらず，経済がどのような均衡経路を辿るかは，家計が将来の消費水準をどのように予想するかに依存する。

例えばラムゼーモデルでは，家計が資本ストックの初期値に対して鞍点経路上の消費の初期値を選択しなければ，経済は定常均衡に到達することができない。しかしながら，均衡経路の不決定性が生じる経済では，家計が資本ストックの初期値に対してどの水準の消費の初期値を選択しても，経済は定常均衡に到達することができる。そのため，均衡経路の不決定性が生じる場合には，資本ストックの初期値が同じ経済であっても消費水準の初期値が異なり，定常均衡に至るまで同じ均衡経路を辿らない可能性がある。同じ資本ストックの初期値から経済が出発したとしても，定常均衡

に到達するまでの均衡経路が異なるならば，資本ストックや消費水準が定常値に収束するまで異なる蓄積パターンを持ち，異なる経済成長率を持つ可能性が考えられる。このことから，均衡経路の不決定性のメカニズムについての研究には，ある時点で似たような経済水準の国家間が，なぜ通時的に異なる経済成長率を持つかということを説明する可能性があることが指摘されている（Park and Philippopoulos (2004 p. 646)）。

均衡経路の不決定性に関する離散型のモデルを用いた先行研究に対して，Benhabib and Farmer (1994) は，連続型の無限視野モデルを用いて，企業の生産に与える労働の外部性の程度が十分に高い場合には，労働需要曲線が右上がりの傾きとなることで，均衡経路の不決定性が生じることを示した。なぜならば，このとき，労働需要曲線が右下がりの傾きを持つ場合と異なり，家計の将来の消費水準に対する期待が自己実現するため，資本ストックの初期値に対して選択されるべき消費水準の初期値が一意に定まらないからである。それゆえ，家計の期待にもとづいて，消費水準の初期値と経済の辿る均衡経路が決定されるのである。Farmer and Guo (1994) は，標準的な景気循環モデルと Benhabib and Farmer (1994) で分析された収穫逓増の生産関数を持つモデルを仮定し，カリブレーションを行った。その結果，実際のアメリカの時系列データと整合的なのは Benhabib and Farmer (1994) で仮定したモデルであることを示した。したがって，彼らの研究は均衡経路の不決定性が生じる経済，すなわち家計の将来に対する予想の変化によって経済が変動するような理論モデルが，現実の景気循環を描写することに長けている可能性を示唆している。

しかしながら，Aiyagari (1995, p. 7) は Benhabib and Farmer (1994) および Farmer and Guo (1994) のモデルで均衡経路の不決定性が生じるた

めには，実証研究でサポートできない程のパラメーターの値が必要である点を指摘している。そのため，その後の研究では，Benhabib and Farmer (1994) と異なり，収穫一定の生産関数を仮定し，実証研究と整合的なパラメーターの値を仮定したとしても，経済に均衡経路の不決定性が生じることを明らかにする研究がなされてきた。Bond et al. (1996)，Benhabib and Nishimura (1998) および Benhabib et al. (2000) は収穫一定の生産関数を仮定したとしても，二部門や三部門の多部門の経済を考慮する場合には，均衡経路の不決定性が生じることを連続型の無限視野モデルを用いて明らかにし，Mino et al. (2008) は離散型のモデルを用いて明らかにした。また，Mino (2001) は，物的資本と人的資本が蓄積する二部門の経済において，物的資本と人的資本の外部効果を考慮した生産関数を導入し，経済の生産技術が規模に対して収穫一定であったとしても，最終財部門の社会的技術に関しては物的資本集約的であり，私的技術に関しては人的資本集約的である場合には，低い程度の外部性のもとで均衡経路の不決定性が生じることを示している。これらの研究により，企業の生産関数の収穫逓増性を仮定せず，外部性の程度に関して極端なパラメーターの値を仮定しなくとも，経済に均衡経路の不決定性が生じることが明らかにされている。しかし，これらの先行研究では，政府の行う財政政策が家計や企業に与える影響については考慮されておらず，政府の行う財政政策が均衡経路の不決定性を引き起こす要因となり得るかどうかは明らかにされていない。近年では，政府が行う財政政策と均衡経路の不決定性の発生との相関に関する研究が行われている。

Barro (1981) が示すように，政府の政策を理論的に示す場合に，政府が企業の生産性を高めるような生産的公共財を供給する政策がある一方で，

文教施設や公共施設などの家計の効用に直接影響を与えるような消費サービスを供給する政策がある。Guo and Harrison (2008) は，政府が Barro (1990) と同様に一定税率の所得税を財源としてフローの生産的公共財を供給する経済を分析し，生産的公共財の企業の生産に与える外部効果の程度が高い場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じることを明らかにした。また，Fernández et al. (2004) は，政府が一定税率の所得税を財源として公共消費サービスを供給し，家計の効用に与える外部効果の程度が高い場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じることを明らかにした。[5]

他方で，Cass and Shell (1983) や Christiano and Harrison (1999) は，均衡経路の不決定性が生じる経済においては，均衡経路が一意に定まる経済と比較して社会厚生が低下する可能性があることを示している。それゆえ，政府はどのような方法で均衡経路の不決定性の発生を抑制し，均衡経路を一意に定めることにより，経済を安定化できるかということを明らかにする研究がなされてきた。Guo and Lansing (1998) は，Benhabib and Farmer (1994) の経済に政府を定式化し，政府が所得税率の累進度を高く設定する場合には，均衡経路が一意に定まることを明らかにした。Guo and Harrison (2004) は，Schmitt-Grohé and Uribe (1997) の経済を踏襲して，政府が一定税率の所得税を財源として家計に対して所得移転を行う場合には，均衡経路の不決定性が生じないことを示した。Koskela and Puhakka (2006) は貨幣を考慮した経済において，家計の効用関数が準線形である場合には所得税率の引き上げが経済の安定化に貢献することを示した。

しかしながら，これらの研究では，政府支出が企業の生産や家計の効用に便益を与える場合には，政府はどのような手段を用いることで均衡経路

を一意に定めることができるかということは明らかにされなかった。[6]この点に関して，第三章では，Guo and Harrison (2008) にもとづき，政府が消費税を財源として生産的公共財を供給する場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じないことを示す。第四章では，Fernández et al. (2004) にもとづき，政府が消費税を財源として公共消費サービスを供給する場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じないことを明らかにする。

第三章および第四章での分析では，政府の予算が均衡していることを仮定しており，政府が税収と国債を歳入とする場合に，どのような財政政策が国債の維持可能性を高めるかということは明らかにすることはできない。Bräuninger (2005) は国債が維持可能である経済には安定な均衡があるとした上で，離散型の内生成長モデルを用いて，政府が GDP に対する国債の発行率を高め，フローとしての国債発行額が増加することは，経済に安定な均衡が存在する可能性を低下させることを示した。また，Yakita (2008) では，Bräuninger (2005) を踏襲した離散型の内生成長モデルを用いて，政府がストックとしての公的資本への投資を拡大することは，経済が鞍点へ到達することが可能な国債残高のストックの初期値の上限を引き下げることを示した。しかしながら，そこでの分析では，どのような政府支出が国債の維持可能性を高め，経済を安定化させるかということについては明らかにされていない。IMF (2014) によると，OECD の各国において国債残高が通時的に増加しているという背景があり，どのような政府支出が国債の維持可能性を高めるかということを示すことが，本論文において国債の維持可能性に関する理論モデルを用いる理由である。

第五章および第六章では，離散型のモデルを用いて，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことが，経済に均衡の存在する可能性を高

め，国債の維持可能性を高めることを明らかにする。第五章および第六章において離散型のモデルを用いる理由としては，連続型の無限視野モデルのもとでは，家計を若年世代および老年世代に分割することが困難であり，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことが国債の維持可能性に対してどのような影響を持つかということを明らかにするためには，離散型のモデルを用いることが適しているからである。

本論文の構成は以下のとおりである。第二章では，Benhabib and Farmer (1994) および Guo and Harrison (2008) での議論を用いて均衡経路の不決定性の理論を概説する。また，Bräuninger (2005) の理論モデルを用いて，内生成長を仮定した経済における国債の維持可能性に関する分析の概説を行う。第三章では，政府が企業の生産性を高める生産的公共財の財源調達方法として消費税を選択することが，経済の安定化に資することを示す。第四章では，政府が家計の効用を高める公共消費サービスの財源調達方法として消費税を選択することが，経済の安定化に資することを示す。第五章では，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことが，経済成長率と国債の維持可能性を同時に高めることを示す。第六章では，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことが，たとえ経済に物的資本，公的資本および国債残高が蓄積していたとしても，国債の維持可能性を高める可能性があることを示す。

章末注

[1]先行研究と本論文との関係については，図 1.1 を参照にされたい。

[2]合理的期待と均衡経路の不決定性に関する議論については，齊藤 (1996) および清水 (1988a) を参照にされたい。また，均衡経路の不決定性に関する研究のサーベイに関しては，Benhabib and Farmer (1999) が詳しい。

[3]Azariadis (1981) は均衡経路の不決定の理論を用いて，自己実現的予想が景気変動の要因となり得ることを示している。また，合理的期待に関する説明は清水 (1988b) が詳しい。

[4]Park and Philippopoulos (2004 p. 646) では，経済に均衡経路の不決定性を引き起こす要因として，収穫逓増の生産関数，独占的競争および収穫一定の生産関数に正の外部性を導入することの三点を挙げている。

[5]財政政策と均衡経路の不決定性との関係を分析した研究には，Cazzavillan (1996)，Raurich (2001, 2003)，Park and Philippopoulos (2004)，Chen (2006) および Tamai (2006, 2007) がある。

[6]Chen and Guo (2014) は，政府が公共消費サービスを供給する経済において，所得税率の累進度を低く設定する場合に，均衡経路が一意に定まる可能性が高くなることを明らかにした。しかしながら，彼らの研究では，政府の供給する公共財が家計の効用に与える外部性の程度が低いことを仮定した上で分析を行っており，政府が所得税率の累進度を低く設定したとしても，公共財が家計の効用に対して与える外部

性の程度が高い場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じる。したがって，政府の供給する公共財が家計の効用に与える外部性の程度が高い場合に，経済を安定化する手段は明らかにされていない。

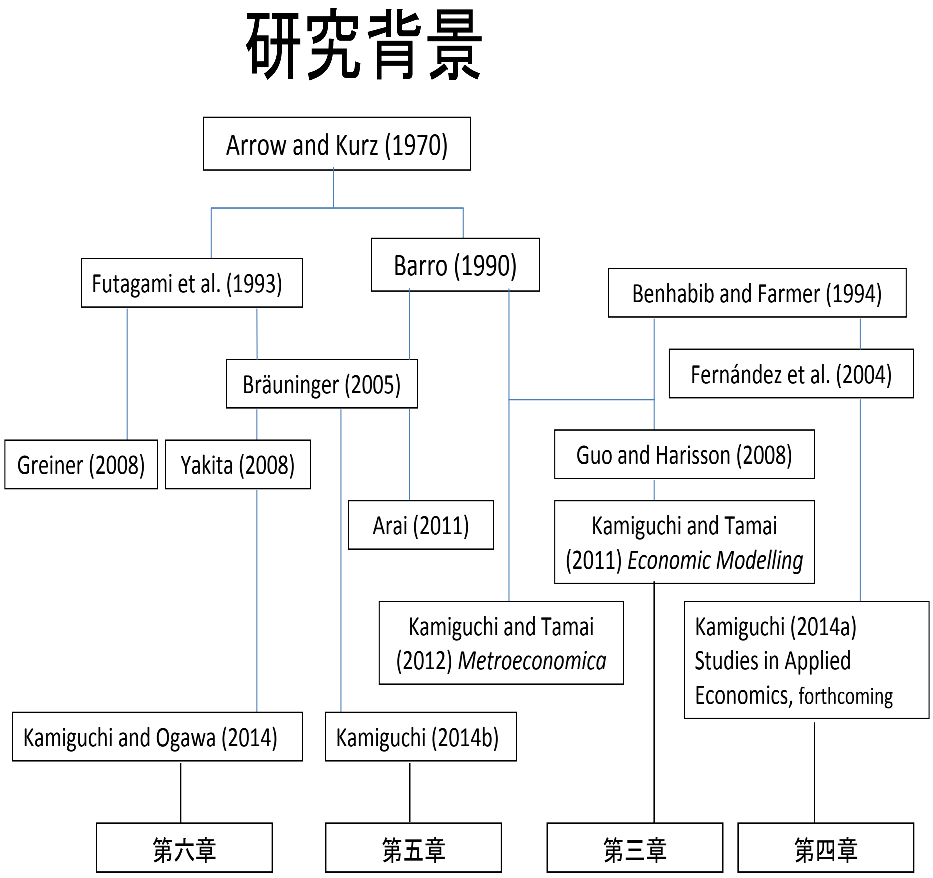

図 1.1: 研究背景と本論文との関係についてのフローチャート

2　先行研究の概観

本論文の第三章および第四章では，均衡経路の不決定性の理論モデルを用いて，政府が消費税を用いて財政政策を行うことは均衡経路を一意に定め，経済の安定化に貢献することを明らかにし，第五章および第六章では，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことは，国債の維持可能性を高めることを明らかにする。本章では，第三章および第四章で用いる均衡経路の不決定性の理論に関する研究と，第五章および第六章で用いる国債の維持可能性に関する研究を概観する。

本章の第一節では，均衡経路の不決定性に関して，連続型の無限視野モデルを分析手段として用いた先駆的な研究である Benhabib and Farmer (1994) の研究を概観する。彼らの研究では，均衡経路の不決定性がどのような状況で発生するかということを明らかにするため，労働需要曲線と労働供給曲線に着目した議論を行った。そこでは，労働需要曲線の傾きが右上がりかつ，労働供給曲線よりも急な傾きを持つならば，経済に均衡経路の不決定性が生じることが明らかにされた。彼らの研究での帰結を受け，例えば，Schmitt-Grohé and Uribe (1997)，Dufourt et al. (2008)，Guo and Harrison (2008)，Guo and Lansing (2009)，および Guerrazzi (2012) をはじめ，その後の多くの研究において，Benhabib and Farmer (1994) を引用した上で，経済に均衡経路の不決定性が生じる条件を労働市場と関連付けて説明している。本章の第一節では，Benhabib and Farmer (1994) の研究を通して，均衡経路の不決定性が生じるための理論的な条件および，労働需要曲線と労働供給曲線に着目した分析手法を確認する。

本章の第二節では，Benhabib and Farmer (1994) の理論モデルに政府を定式化し，政府が生産的公共財を供給する経済において，労働需要曲線

の傾きが右上がりかつ，労働供給曲線よりも急な傾きとなる場合には，均衡経路の不決定性が生じることを示した Guo and Harrison(2008) の研究を概観する。Benhabib and Farmer (1994) の研究には政府が定式化されておらず，政府の行う財政政策と均衡経路の不決定性との関係については明らかにされなかった。彼らの研究に対して，Guo and Harrison(2008) は，政府が一定税率の所得税を財源として生産的公共財を供給することを仮定し，経済に均衡経路の不決定性が生じるメカニズムについての分析を行った。Guo and Harrison(2008) では，政府が一定税率の所得税を家計に課す場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じないことを示した Guo and Harrison(2004) と対照的に，たとえ政府が一定税率の所得税を家計に課したとしても，政府の供給する生産的公共財は均衡経路の不決定性を引き起こす要因となり得ることが明らかにされた。第二節では，政府が一定税率の所得税を財源として生産的公共財を供給する場合に，どのような条件のもとで，経済に均衡経路の不決定性が生じるかを概説する。

本章の第三節では，離散型の内生成長モデルを用いて，政府が GDP に対する国債の発行率を高めることは，フローとしての国債発行額に関する維持可能性を低下させることを示した Bräuninger (2005) の研究を概説する。

2.1 Benhabib and Farmer (1994) の理論研究

Benhabib and Farmer (1994) は，労働供給を内生化した家計の効用関数を仮定し，各企業の生産関数は経済全体の物的資本と労働から外部性を受けるとし，経済全体の生産関数が収穫逓増になる経済を分析対象とした。その結果，労働の外部性が十分大きい場合に，経済に均衡経路の不決

定性が生じることを示した。以下では，彼らの研究で行われた分析を概観し，どのようなメカニズムによって，経済に均衡経路の不決定性が生じるかということを確認する。

家計の生涯効用関数は以下で与えられるとする。

$$U = \int_0^{\infty} \left[\log C_t - \frac{H_t^{1-\chi}}{1-\chi} \right] \exp(-\rho t) dt$$

C_t, H_t, ρ はそれぞれ消費水準，労働供給量，および主観的割引率を表し，労働供給の不効用の弾力性について $\chi < 0$ とする。$0 < \rho < 1$ は主観的割引率である。家計の予算制約式は以下で与えられるとする。

$$\dot{K}_t = (r_t - \delta) K_t + w_t H_t + \Pi_t - C_t \tag{2.1}$$

K_t, r_t, w_t, Π_t はそれぞれ，物的資本，利子率，賃金，および労働所得以外の所得を表し，変数上のドットは時間微分を表す。$0 < \delta < 1$ は物的資本の減耗率であり，物的資本の初期値 K_0 は所与で与えられる。。各企業の生産関数は $y_t = k_t^a h_t^b (\bar{k}^{a\theta_1} \bar{h}^{b\theta_2})$ であり，経済全体における平均的な資本ストック $\bar{k}$ と労働 $\bar{h}$ は，各企業の生産に対して正の外部性を持つとするする。[1] y_t，k_t および h_t はそれぞれ，各企業当たりの生産量，物的資本，労働を表し，パラメーターについて，各投入要素の集約率に関して $a + b = 1$，物的資本と労働が企業の生産に与える外部効果の度合いに関して θ_1，$\theta_2 > 0$ とする。企業の数を 1 と基準化すると，$k_t = \bar{k}$ および $h_t = \bar{h}$ が成立し，経済全体での生産関数は $Y_t = K_t^{\alpha} H_t^{\beta}$ となる。なお，$\alpha = a(1+\theta_1)$，$\beta = b(1+\theta_2)$ とし，経済全体での生産関数における物的資本の集約率 α と労働の集約率 β に関して $\alpha + \beta > 1$ であり，$0 < a < \alpha$，$0 < b < \beta$ とする。家計およ

び企業の最大化の一階の条件より，家計の消費水準および消費のオイラー方程式は次のようになる。

$$C_t = bY_t H_t^{\chi-1} \tag{2.2}$$
$$\frac{\dot{C}}{C_t} = a\frac{Y_t}{K_t} - \rho - \delta \tag{2.3}$$

このとき，$y \equiv \ln Y, k \equiv \ln K, c \equiv \ln C$ と定義する。(2.1) の両辺を K で除すことで k に関する動学方程式を，消費のオイラー方程式 (2.3) を用いることで c に関する動学方程式を，それぞれ，次のように書くことができる。なお，以下では時間に関する添え字 (t) を省略する。

$$\dot{k} = e^{y-k} - \delta - e^{c-k}$$
$$\dot{c} = ae^{y-k} - \rho - \delta$$

企業の生産関数の対数を取ることで得られる，$y - k = \lambda_0 + \lambda_1 k + \lambda_2 c$ の関係を用いることで，k と c に関する動学方程式を次のように書き直すことができる。

$$\dot{k} = e^{\lambda_0+\lambda_1 k+\lambda_2 c} - \delta - e^{c-k} \tag{2.4}$$
$$\dot{c} = ae^{\lambda_0+\lambda_1 k+\lambda_2 c} - \rho - \delta \tag{2.5}$$

なお，$\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ はそれぞれ，次で与えられる。

$$\lambda_0 = \frac{-\beta \ln b}{\beta + \chi - 1}$$
$$\lambda_1 = \frac{(\chi - 1)(\alpha - 1) - \beta}{\beta + \chi - 1}$$
$$\lambda_2 = \frac{\beta}{\beta + \chi - 1}$$

経済は，所与で与えられる先決変数である k の動学方程式 (2.4) と，家計がその水準を選択できる非先決変数である c の動学方程式 (2.5) によって描写される。二式のヤコビ行列の行列式が負の場合には，二つの固有値は正と負の符号を持つため，定常均衡は鞍点となり，均衡経路は一意に定まる。[2]他方，ヤコビ行列の行列式が正かつ対角和が負の場合には，二つの固有値は互いに負の符号を持つ。このとき，一つの先決変数に対して安定根が二つ存在するため，均衡経路の不決定性が生じる。したがって，$\mathrm{trace}J < 0$ かつ $\det J > 0$ が経済に均衡経路の不決定性が生じるための必要十分条件となる。

以下では，Benhabib and Farmer (1994) の経済の安定性について確認する。定常均衡の近傍で線形近似を行うことで，(2.4) 及び (2.5) のヤコビ行列の対角和は次のようになる。

$$\mathrm{trace}J = \frac{\delta(\alpha - a)(\chi - 1) + \rho[\alpha(\chi - 1) - a\beta]}{a(\beta + \chi - 1)}$$

Benhabib and Farmer (1994) では，数値計算を用いて $\beta - 1 > -\chi$ が成立する場合に，対角和は負の値になることを示している（$\mathrm{trace}J < 0$）。パラメーターについて，$\alpha = 0.83$，$a = 0.33$，$\delta = 0.07$，$\chi = -0.25$，$\beta = 1.66$ および $\rho = 0.02$ とすると，対角和の値が -0.56 となり，負の値になるこ

とが確認できる。他方，ヤコビ行列の行列式は次のようになる。

$$\det J = (\rho + \delta(1-a))\frac{\rho+\delta}{a}\left(\frac{(\chi-1)(\alpha-1)}{\beta+\chi-1}\right)$$

このことから，$\beta - 1 > -\chi$ のとき，行列式は正の値になる（$\det J > 0$)。したがって，経済に均衡経路の不決定性が生じるための必要十分条件は次のようになる。

$$\beta - 1 > -\chi \tag{2.6}$$

つまり，労働の外部性の程度が十分大きい場合に経済に均衡経路の不決定性が生じるのである。この条件の直感的な解釈を得るために，定常均衡の労働市場に着目する。労働市場の均衡式 (2.2) の対数を取ると，次のように書くことができる。

$$c - \chi h = \tilde{w} = \ln b + \alpha k + (\beta - 1)h$$

$\tilde{w}$ は均衡賃金率を表し，$h \equiv \ln H$ とする。仮定より，$\chi < 0$ であるため，労働の外部性の程度が十分に大きく (2.6) が成立する場合には，労働需要曲線の傾きが右上がりかつ，労働供給曲線よりも急な勾配を持つ。このとき，家計が将来の消費水準の増加を予想したとすると，労働供給曲線が上方にシフトし，労働供給量の増加に伴って企業の生産量が増加することで賃金率が上昇するため，家計の将来の消費は増加する。つまり，家計の将来の消費が増加するという予想が自己実現するのである。そのため，家計が資本ストックの初期値に対して消費の初期値をどのように選択したとしても，家計の将来の消費に対する予想が自己実現するため，経済は定常均衡に到達することができる。ゆえに，資本ストックの初期値に対して選

択されるべき消費の初期値が一意に定まらず，均衡経路の不決定性が生じるのである。以上の議論から，Benhabib and Farmer (1994) の研究では，(2.6) が成立する場合には，trace$J < 0$ かつ det$J > 0$ が成立し，また，労働需要曲線の傾きが右上がりかつ，労働供給曲線よりも急な勾配を持つことが明らかにされた。

2.2 Guo and Harrison(2008) の理論研究

Benhabib and Farmer (1994) では政府の存在が定式化されておらず，政府の行う財政政策と均衡経路の不決定性との関係については明らかにされなかった。その後の研究において，Schmitt-Grohé and Uribe (1997) は政府をモデルに定式化したが，政府支出は家計の効用や企業の生産に影響を与えないことが仮定されていた。また，Guo and Harrison (2004) は，政府が税率を内生的に決定する経済を分析した Schmitt-Grohé and Uribe (1997) に対して，政府が一定税率の所得税を家計に課す場合には，均衡経路の不決定性が生じないことを明らかにした。このような先行研究に対して，Guo and Harrison(2008) は，政府が一定税率の所得税を財源として生産的公共財を供給する経済を分析し，経済に均衡経路の不決定性が生じるメカニズムについての分析を行った。その結果，Guo and Harrison(2004) と異なり，たとえ政府が家計に対して一定税率の所得税を課したとしても，政府の供給する生産的公共財が企業の生産に与える外部性の程度が高い場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じることを明らかにした。以下では，彼らの研究で行われた分析を概観する。家計の生涯効用関数は以

下で与えられるとする。

$$U = \int_0^\infty [\log C_t - AH_t] \exp(-\rho t) dt$$

A は労働の不効用の度合いを表し，正の値を仮定する。家計の予算制約式は以下で与えられるとする。

$$\dot{K}_t = (1-\tau)\big(w_t H_t + r_t K_t\big) - \delta K_t - C_t$$

τ は所得税率を表し，税率は時間に対して一定である。企業の生産関数は以下で与えられるとする。

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^{1-\alpha} G_t^\eta \tag{2.7}$$

K_t, H_t, G_t はそれぞれ，物的資本，労働投入，および生産的公共財を表す。ここで，資本分配率 α および生産的公共財に対する弾力性 η の値について，$0 < \alpha < 1, 0 < \eta < 1$，$\alpha + \eta < 1$ を仮定する。競争的企業はそれぞれ同様の生産関数 (2.7) を用いて，利潤を最大化する。ただし，生産的公共財の水準は所与とする。利子率と賃金率はそれぞれ，対応する投入要素の限界生産力と一致するため，$r_t = \alpha Y_t / K_t$，$w_t = (1-\alpha) Y_t / H_t$ となる。r_t は利子率を表し，w_t は賃金率を表す。他方で，政府は一定税率の所得税を用いて生産的公共財を供給する。そのため，政府の瞬時的な予算制約式は $G_t = \tau Y_t$ となる。政府の予算制約式と企業の生産関数を用いることで，企業の生産関数を次のように書くことができる。

$$Y_t = \tau^{\frac{\eta}{1-\eta}} K_t^{\frac{\alpha}{1-\eta}} H_t^{\frac{1-\alpha}{1-\eta}}$$

このとき，経済に均衡経路の不決定性が生じる必要十分条件は次のようになる。

$$\eta > \alpha \tag{2.8}$$

また，定常均衡での労働需要曲線の傾きは次のようになる。

$$\frac{dw}{dH} = \left[\frac{1-\alpha}{1-\eta} - 1\right](1-\alpha)\tau^{\frac{\eta}{1-\eta}} K^{\frac{\alpha}{1-\eta}} H^{\frac{1-\alpha}{1-\eta}-2}$$

(2.8) が満たされる場合には，dw/dH の符号が正になるため，労働需要曲線は右上がりの傾きを持つ。つまり，企業の生産関数における生産的公共財に対する弾力性が資本分配率の水準を上回る場合（$\eta > \alpha$）には，労働需要曲線は右上がりの傾きを持つのである。このとき，家計が将来の消費の増加を予想し，労働供給曲線が上方にシフトしたとする。その場合，労働供給量の増加に伴って生産高が増加することで賃金率が上昇するため，家計の将来の消費は増加する。したがって，労働需要曲線の傾きが右上がりになり，労働供給曲線より急な傾きとなるならば，Benhabib and Farmer (1994) と同様に家計の将来の消費に対する予想が自己実現するため，資本ストックの初期値に対して家計がどの消費の初期値を選択しても，経済は定常均衡に到達することができる。ゆえに，資本ストックの初期値に対して消費水準の初期値は一意に決定されない。そのため，経済に均衡経路の不決定性が生じるのである。

Guo and Harrison (2008) での分析結果によって，企業の生産関数における生産的公共財の弾力性の値が資本分配率の水準を上回るならば，経済に均衡経路の不決定性が生じることが明らかにされた。このことは，政府は一定税率の所得税を家計に課すことにより，均衡経路の不決定性の発

生を抑制し，経済を安定化できることを示した Guo and Harrison (2004) の結果は，政府が生産的公共財として政府支出を行う場合には成立しないことを示している。つまり，政府が生産的公共財を供給する場合には，一定税率の所得税を家計に課すことでは経済を安定化することができないため，政府は経済の安定化について他の手段を用いる必要があるのである。この点については第三章において，政府が生産的公共財を供給したとしても，均衡経路の不決定性の発生を抑制する財源調達方法を明らかにする。

他方，Guo and Harrison (2008) の 3.2 節および Fernández et al. (2004) は政府の供給する公共財が家計の効用に便益を与える場合に，均衡経路の不決定性が生じることを示している。しかしながら，Guo and Harrison (2008) の 3.2 節および Fernández et al. (2004) では，政府の供給する公共財が家計の効用に便益を与える場合に，政府はどのような手段を用いることで，均衡経路の不決定性の発生を抑制し，経済を安定化できるかという議論はなされていない。この点に関して，第四章で分析を行う。

2.3 Bräuninger (2005) の理論研究

Bräuninger (2005) は，外生成長を仮定した離散型のモデルで国債残高のストックに関する維持可能性を分析した Chalk (2000) や Rankin and Roffia (2003) と異なり，内生成長を仮定した経済を分析対象とし，フローの国債発行額の維持可能性に関する分析を行った。また，Bräuninger (2005) の特徴は，Chalk (2000) や Rankin and Roffia (2003) と異なり，政府は当該期において，GDP の一定割合の国債発行率で新規の国債を発行するという財政ルールを定式化することにより，現実の政府の国債発行を理論モデルで描写している点である。そこでは，国債が維持可能である経済には

安定な均衡が存在するということを定義した上で，GDP に対するフローの国債発行率が，国債の維持可能性に対して重要な要因であることを示した一方で，Bräuninger (2005) では，政府が GDP に対して 4% 以上の額でフローの国債発行を行う場合には，経済には安定な均衡が存在しないことを数値計算で示している。このことは，EU 加盟国はフローの財政赤字額を 3% 以内に抑えるというマーストリヒト条約の収斂基準の一つに対して理論的な含意を与えている。

Bräuninger (2005) の理論モデルは政府が発行する新規の国債額について，GDP に対するフローの国債発行率を導入することにより，政府のフローの国債発行額に対して直感的な理解を促すことに成功している。この点は，国債の維持可能性に関する理論研究に対しての貢献であり，その後の研究である Yakita (2008)，Arai (2011) および Teles and Mussolini (2014) は Bräuninger (2005) の理論モデルを踏襲した分析を行っている。また，本論文の第五章では Bräuninger (2005) の理論モデルを踏襲した分析を行う。以下では，Bräuninger (2005) の研究を概観し，彼の理論モデルの内容を確認する。

Bräuninger (2005) では 2 期（労働期，引退期）の世代重複モデルを用いた分析が行われた。家計は同質であり，各期の消費から効用を得るとする。各世代の人口は N で一定であり，人口成長はないものとする。家計の効用は労働期の消費 c_t^y および引退期の消費 c_{t+1}^o から便益を受けるとする。t 期に生まれた世代 t の家計の効用関数は以下で与えられるとする。

$$u_t = \gamma \ln c_t^y + \delta \ln c_{t+1}^o$$

$\gamma > 0$，$\delta > 0$ は労働期，引退期の消費のウェイトを表すパラメーターで

あり，$\gamma+\delta=1$ が仮定される。労働期の家計は一単位の労働を供給する。家計の労働期，引退期の予算制約式は，それぞれ，次で与えられる。

$$(1-\tau_t)w_t = c_t^y + s_t$$

$$[1+(1-\tau_{t+1})r_{t+1}]s_t = c_{t+1}^o$$

これらを用いることで生涯予算制約式を，次のように書くことができる。

$$c_t^y + \frac{c_{t+1}^o}{1+(1-\tau_{t+1})r_{t+1}} = (1-\tau_t)w_t$$

企業は資本 K と労働 H を用いて生産を行い，各企業の生産関数は $Y_t = AK_t^\alpha(E_tH_t)^\beta$ であるとする。要素市場が完全競争であると仮定すると，利子率 r_t と賃金率 w_t はそれぞれの投入要素の限界生産力に一致するため，利子率と賃金率はそれぞれ，$r_t=\alpha A$ および $w_t=\beta Y_t/H_t$ となる。このとき，一人当たり資本の蓄積が労働者の生産性を高めると仮定し，労働効率性 E_t が $E_t \equiv K_t/H_t$ であるならば，経済全体での生産関数は，$Y_t = AK_t$ となる。

政府は税収および国債を歳入とし，政府支出と国債の償還を行う。$t+1$ 期の政府の国債残高 D_{t+1} は t 期の国債残高 D_t に t 期の国債発行分 B_t を足し合わせたものになる ($D_{t+1}=D_t+B_t$)。t 期において，政府は GDP に対して b の割合で国債の発行を行うとすると ($B_t=bY_t$)，国債残高の蓄積方程式は次のようになる。

$$D_{t+1} = D_t + bY_t \tag{2.9}$$

このとき，t 期における政府の予算制約式は，次のようになり，左辺は歳

入，右辺は歳出を示す。

$$bY_t + \tau_t(Y_t + r_tD_t)N = gY_t + r_tD_t \tag{2.10}$$

今期の家計の貯蓄は来期において，政府または企業によって，国債または物的資本として用いられるため，資本市場の均衡式は $D_{t+1} + K_{t+1} = s_tN$ となる。貯蓄関数 $s_tN = (1-\tau_t)\beta\delta Y_t$ を代入することで，資本市場の均衡式は次のように書くことができる。

$$D_{t+1} + K_{t+1} = (1-\tau_t)\beta\delta Y_t \tag{2.11}$$

他方で (2.9) の両辺を D_t で除し，$x_t = D_t/K_t$ とすると，国債残高の成長率を次のように書くことができる。

$$\frac{D_{t+1}}{D_t} = 1 + \frac{bA}{x_t} \tag{2.12}$$

政府は予算制約式 (2.10) を満たすように税率 τ_t を設定する。市場利子率および $x_t = D_t/K_t$ を用いることで，$1-\tau_t$ は次のように書くことができる。

$$1 - \tau_t = \frac{1+b-g}{1+\alpha x_t} \tag{2.13}$$

生産関数，(2.11) および (2.13) を用いることで，物的資本の成長率は次のようになる。

$$\frac{K_{t+1}}{K_t} = \left(\frac{(1+b-g)\beta\delta}{1+\alpha x_t} - b\right) - x_t \tag{2.14}$$

定常均衡において，国債残高と物的資本は同率で成長するため，$D_{t+1}/D_t =$

K_{t+1}/K_t となる。(2.12) および (2.14) を用いることで，次式を得る。

$$1 + \frac{bA}{x_t} = \left(\frac{(1+b-g)\beta\delta}{1+\alpha x_t} - b \right) - x_t \tag{2.15}$$

(2.18) を満たす均衡値 x_t が存在する場合には，経済には均衡が存在する。以下では，政府が GDP に対するフローの国債発行率 b を引き上げた場合に (2.18) に与える影響を考察する。(2.18) の右辺にある x_t を左辺に移項し，左辺と右辺をそれぞれ，$p(x_t, b) = 1 + x_t + bA/x_t$ および $q(x_t, b) = (1+b-g)\beta\delta A/(1+\alpha x_t) - bA$ とする。政府が GDP に対するフローの国債発行率 b を引き上げることが (2.18) の左辺および右辺に与える影響は，それぞれ，$\partial p/\partial b = A/x_t > 0$ および $\partial q/\partial b = \beta\delta A/(1+\alpha x_t) - A < 0$ となる。このことは，政府が GDP に対するフローの国債発行率 b を引き上げることは，経済に均衡が存在する可能性を低下させることを示している。Bräuninger (2005) では，数値計算を用いて，政府が GDP に対するフローの国債発行率 b を引き上げることは，経済に均衡が存在する可能性を低下させることを確認している。そこでは，政府が GDP の 4% の水準を超えて国債を発行する場合には，経済には均衡が存在せず，国債を維持できないことが示された。つまり，政府が GDP に対してある水準以上の割合で国債を新規発行する場合には経済に均衡が存在せず，国債を維持できないのである。また，(2.17) より，政府がフローの国債発行率 b を引き上げることは経済成長率を引き下げる効果を持つことが分かる。

Bräuninger (2005) では，政府支出が家計の効用や企業の生産に対して影響を与えないことが仮定されていたが，Yakita (2008) は，Bräuninger (2005) で展開された理論モデルを踏襲し，政府支出はストックとしての公的資本への投資に充てられる経済を分析した。しかしながら，Bräuninger

(2005) および Yakita (2008) ではフローとしての国債発行額に関して，また，ストックとしての公的資本の初期値に関して国債の維持可能性を高める政策手段は示されなかった。

2.4　おわりに

本章では，均衡経路の不決定性に関する研究および国債の維持可能性に関する研究について，Benhabib and Farmer (1994)，Guo and Harrison (2008) および Bräuninger (2005) で展開された理論モデルにもとづき，概観した。これら三点の先行研究を概観した理由は，彼らの研究結果を踏まえた上で，均衡経路の不決定性および国債の維持可能性の理論モデルを用いて，経済の安定化に資する政府の財源調達方法および政府支出を次章以降の分析で明らかにするからである。それゆえ，本章では，それぞれの分野での研究の発展に貢献している，Benhabib and Farmer (1994)，Guo and Harrison (2008) および Bräuninger (2005) の研究内容を概観した。

Guo and Harrison (2008) は政府が一定税率の所得税を財源として生産的公共財を供給する経済を分析したが，OECD (2011, pp50-52) が示すように，現実の経済において政府の税収は所得税によってのみ賄われるわけではない。第三章では，Guo and Harrison (2008) での分析に対して，政府が利子所得税，労働所得税，および消費税を財源として生産的公共財を供給する経済を分析し，政府が消費税を用いて生産的公共財を供給する場合には，経済の均衡経路が一意に定まることを明らかにする。

しかしながら，第三章で行う分析からは，政府の供給する公共財が家計に便益を与えることによって均衡経路の不決定性が生じる場合に，政府が消費税を用いることが経済の安定化に資するかどうかは明らかにされな

い。この点については，第四章において，Fernández et al. (2004) にもとづき，政府が消費税を用いて家計に便益をもたらす公共財を供給するならば，経済の均衡経路が一意に定まることを明らかにする。

Bräuninger (2005) では，政府支出は家計の効用や企業の生産など，経済主体に対して影響を与えないことが仮定され，利子率が時間に対して一定になることが仮定されていた。このことに対して，Yakita (2008) は，Bräuninger (2005) で展開された経済を踏襲した上で，コブ=ダグラス型の生産関数を導入し，政府支出は公的資本に対しての投資へ用いられる経済を分析することにより，Bräuninger (2005) では明らかにされなかった，公的資本の蓄積は国債が維持可能であるためのストックとしての国債残高の初期値に対して影響を与えることを明らかにした。第五章においては，Bräuninger (2005) の議論にもとづき，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことがフローの国債発行額およびストックとしての国債残高の初期値に関して，国債の維持可能性を高めることを明らかにする。

また，第六章では，Yakita (2008) の議論にもとづき，公的資本が蓄積し，コブ=ダグラス型の生産関数を導入した経済においても，政府が若年世代の家計に対して所得移転への支出を増やすことがストックとしての国債残高の初期値に関して，国債の維持可能性を高める可能性があることを明らかにする。

章末注

[1]齊藤 (1996, p.167) では，$\bar{k}$ および $\bar{h}$ の水準が高い場合には，労働者の学習機会が増加し，労働生産性が上昇することが各企業の生産量の増加に繋がるとしている。

[2]例えば，Blanchard and Fisher (1989, p.47) および Romer (2006, p.68) を参照にされたい。

3　生産的公共財の財源調達方法と経済の安定性

3.1　はじめに

Benhabib and Farmer (1994) において，無限視野を持つ代表的家計モデルを用いて，均衡経路の不決定性についての議論がなされて以来，どのような条件のもとで均衡経路の不決定性が生じるかということについて多くの研究がなされてきた。Benhabib and Farmer (1994) で仮定した経済では政府が定式化されておらず，Schmitt-Grohé and Uribe (1997) は Benhabib and Farmer (1994) のモデルに政府を定式化し，政府が家計に課す所得税率の水準が経済の安定性に対して重要であることを示した。そこでは，家計の所得が増加する場合に，政府が所得税率を低下させるならば，経済には均衡経路の不決定性が生じる可能性が高まることが明らかにされた。しかしながら，Schmitt-Grohé and Uribe (1997) の経済では，政府支出は家計の効用や企業の生産に影響を与えないことが仮定されており，政府の行う財政政策が経済主体に対して影響を与える場合に，政府支出が経済の安定性に対してどのような効果を持つかということは明らかにされていない。

他方で，政府の行う財政政策には，Barro (1990) が示した，政府が生産的公共財を供給し，企業の生産性を高める政策がある。Guo and Harrison (2008) は Benhabib and Farmer (1994) のモデルに政府を定式化した上で，Barro (1990) と同様に政府の供給する生産的公共財が企業の生産性を高めることを仮定し，財政政策が経済の安定性に与える影響を分析した。そこでは，企業の生産関数における生産的公共財の弾力性の値が十分に高い場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じることが明らかにされた。

また，経済に均衡経路の不決定性が生じるための必要十分条件は，前章で概観したように Benhabib and Farmer (1994) と同様であり，労働需要曲線の傾きが右上がりかつ，労働供給曲線の傾きより急な勾配を持つ条件と同一であった。Guo and Harrison (2008) では，政府は一定税率の所得税を生産的公共財を供給するための財源調達方法として仮定していたが，OECD (2012, pp.28-29) が示すように，現実の経済において政府の税収は所得税によってのみ構成されるわけではない。

本章では，政府の財源調達方法の多様性を加味し，Guo and Harrison (2008) で仮定された政府の財源を一般化し，政府が利子所得税，労働所得税および消費税を財源として生産的公共財を供給する経済において，政府の財源調達方法が経済の安定性に与える影響を明らかにする。

以下では，Kamiguchi and Tamai (2011) にもとづき，Guo and Harrison (2008) で仮定された経済を踏襲し，一部門の閉鎖経済において政府の予算は均衡していることを仮定した上で，Guo and Harrison (2008) では明らかにされなかった，政府の供給する生産的公共財の財源調達方法と経済の安定性との関係を明らかにする。[1]

3.2　基本設定

Guo and Harrison (2008) と同様に，一つの財が存在する閉鎖経済を分析対象とし，多数の代表的家計および企業と政府により構成される経済を仮定する。人口は一定であり，1 に標準化される。

3.2.1　家計

代表的家計は消費 C_t から便益を受け，労働 H_t から不効用を受けるとし，A は不効用の度合いを示す。家計の生涯効用関数は Guo and Harrison (2008) に従い，以下で与えられるとする。

$$U = \int_0^{\infty} [\log C_t - AH_t] \exp(-\rho t) dt \tag{3.1}$$

$0 < \rho < 1$ は主観的割引率である。家計の予算制約式は次のように与えられるとする。

$$\dot{K}_t = (1 - \tau_r) r_t K_t + (1 - \tau_w) w_t H_t - (1 + \tau_c) C_t \tag{3.2}$$

K_t，r_t および w_t はそれぞれ，物的資本ストック，利子率および賃金率を表し，物的資本の初期値 K_0 は所与で与えられる。なお，物的資本の減耗は考慮しないものとする。また，τ_r，τ_w および τ_c はそれぞれ，利子所得税率，労働所得税率，および消費税率を表す。家計は (3.2) を予算制約とし，生涯効用関数 (3.1) を最大化する。最大化の一階の条件より，家計の消費水準および消費のオイラー方程式はそれぞれ，次のようになる。

$$C_t = \frac{1 - \tau_w}{1 + \tau_c} \frac{w_t}{A} \tag{3.3}$$

$$\frac{\dot{C}_t}{C_t} = (1 - \tau_r) r_t - \rho \tag{3.4}$$

3.2.2　企業

競争的企業は物的資本と労働を投入要素として最終財 Y_t を生産する。企業の生産関数は規模に対して収穫一定であり，次のようなコブ＝ダグラ

ス型の生産関数を仮定する。

$$Y_t = K_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha} G_t^{\eta} \tag{3.5}$$

資本分配率 α および生産的公共財に対する弾力性 η の値について，$0 < \alpha < 1$, $0 < \eta < 1$ を仮定する。[2]競争的企業はそれぞれ同様の生産関数 (3.5) を用いて，利潤を最大化する。利子率と賃金率は，それぞれ，対応する投入要素の限界生産力と一致するため，次のようになる。

$$r_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t} \tag{3.6}$$

$$w_t = (1-\alpha) \frac{Y_t}{H_t} \tag{3.7}$$

3.2.3　政府

政府は利子所得税，労働所得税，および消費税を財源として予算を賄い，生産的公共財を供給する。政府の瞬時的な予算制約式は以下で与えられるとする。

$$G_t = \tau_r r_t K_t + \tau_w w_t H_t + \tau_c C_t \tag{3.8}$$

仮に，政府が生産的公共財の財源として利子所得税および労働所得税を用い，それらの税率が同じ水準である場合には，(3.8) は Guo and Harrison (2008) と同様の予算制約式となる。

3.3　動学分析

本節では，経済の動学についての分析を行い，政府の生産的公共財の財源調達方法が経済の安定性に与える影響について議論する。以下では，動

学方程式を導出し，経済の安定性についての分析を行う。(3.3) から明らかなように，非先決変数である H_t および先決変数である K_t の値が決まれば，家計の消費水準 C_t が決定される。同時に，(3.5) より企業の生産高についても決定される。そのため，物的資本 K_t と労働供給量 H_t についての動学方程式を用いて経済の動学を描写することができる。企業の生産関数は，利子率 (3.6)，賃金率 (3.7) および政府の予算制約式 (3.8) を (3.5) に代入することで，次のように書き直すことができる。

$$Y_t = g(H_t)^{\frac{\eta}{1-\eta}} K_t^{\frac{\alpha}{1-\eta}} H_t^{\frac{1-\alpha}{1-\eta}} \equiv y(K_t, H_t) \tag{3.9}$$

なお，$g(H_t)$ は次のように定義される。

$$g(H_t) \equiv \alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w + \frac{(1-\alpha)(1-\tau_w)\tau_c}{(1+\tau_c)AH_t}$$

(3.9) は政府が消費税を課さない場合（$\tau_c = 0$）には，企業の生産関数が投入要素に対して収穫逓増になることを示している。他方で，政府が消費税を課す場合（$\tau_c \neq 0$）には，$g(H_t)$ の第三項が企業の生産関数の収穫逓増性を打ち消す効果を持つため，必ずしも (3.9) の収穫逓増性は保証されない。

企業の生産関数 (3.9)，資源制約式，家計および企業の最大化行動より (3.6), (3.7), (3.2)-(3.4), および (3.9) を用いることで，経済の動学方程式は次の二式のようになる。

$$\dot{K}_t = \left[(1-\tau_r)\alpha + (1-\tau_w)(1-\alpha)\left(\frac{AH_t - 1}{AH_t}\right)\right] y(K_t, H_t) \tag{3.10}$$

$$\dot{H}_t = f(H_t)\left[\left\{(1-\tau_r)\left(\frac{1-\alpha-\eta}{1-\eta}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left.-(1-\tau_w)\left(\frac{1-\alpha}{1-\eta}\right)\left(\frac{AH_t-1}{AH_t}\right)\right\}\alpha\frac{y(K_t,H_t)}{K_t}-\rho\right] \quad (3.11)$$

なお，$f(H_t)$ は次のように定義される。

$$f(H_t) \equiv \frac{(1-\eta)\cdot g(H_t)}{[\alpha\tau_r+(1-\alpha)\tau_w]\eta-\alpha g(H_t)}$$

(3.10) および (3.11) は物的資本と家計の労働供給量の通時的な変化を示している。経済に均衡経路の不決定が生じるための理論的な条件は，動学方程式から得られるヤコビ行列の対角和の値が正となり，行列式の値が負となることである。[3]本章で分析する経済において，ヤコビ行列の対角和の値が負となり，行列式が正となる条件は，(3.10) および (3.11) について，定常均衡の近傍で線形近似を行うことで，それぞれ，次のようになる。

$$\eta > -\left[\frac{(1-\tau_r)\alpha+(\tau_r-\tau_w)(1-\alpha)}{(1-\tau_r)\alpha+(1-\tau_w)(1-\alpha)}\right]\cdot\left[\frac{\alpha\tau_r+(1-\alpha)\tau_w+\tau_c}{(1-\tau_r)\tau_c}\right]\equiv\tilde{\eta} \quad (3.12)$$

$$\eta > \left(\frac{\alpha}{1+\tau_c}\right)\left[\frac{\alpha\tau_r+(1-\alpha)\tau_w+\tau_c}{\alpha\tau_r+(1-\alpha)\tau_w}\right]\equiv\hat{\eta} \quad (3.13)$$

$\tilde{\eta}$ はヤコビ行列の対角和の値が負であるための生産的公共財の弾力性の値 η の閾値を示しており，$\hat{\eta}$ は行列式の値が正であるための η の閾値を示している。η に関して，(3.12) が満たされるならば，ヤコビ行列の対角和の値が負となり，(3.13) が満たされるならば，ヤコビ行列の行列式の値は正になる（(3.12) および (3.13) の導出ついては補論 3.A を参照にされたい)。

(3.12) および (3.13) において，利子所得税率が労働所得税率以上の税率の場合（$\tau_r \geq \tau_w$）には，$\hat{\eta} > \tilde{\eta}$ となる。このとき，$\eta > \tilde{\eta}$ が満たされるならば，ヤコビ行列の行列式の値が正になり，対角和の値は負となる。したがって，$\eta > \tilde{\eta}$ が満たされるならば，Guo and Harrison (2008) と同様にヤコビ行列の行列式の値が正になる条件 (3.13) は，経済に均衡経路の不決定性が生じるための必要十分条件となる。

しかしながら，労働所得税率が利子所得税率よりも高い場合（$\tau_w > \tau_r$）には，$\tilde{\eta} > \hat{\eta}$ となることが考えられる。このとき，企業の生産関数における生産的公共財の弾力性の値が $\eta > \hat{\eta}$ を満たしたとしても，ヤコビ行列の対角和の値が正になる可能性がある（$\tilde{\eta} > \eta > \hat{\eta}$ の場合)。ヤコビ行列の行列式の値と対角和の値が共に正の値となる場合には，動学体系は不安定になり，均衡へ収束する経路は存在しないため，ヤコビ行列の行列式の値が正になる条件 (3.13) は，経済に均衡経路の不決定性が生じるための必要十分条件とはならない。

以上の議論から，定常均衡の安定性について次の命題を得る (定常均衡の安定性に関する証明については補論 3.A を参照にされたい)。

命題 3.1 税率に関して，$0 \leq \tau_r < 1$, $0 \leq \tau_w < 1$, $\tau_c \geq 0$ であるとき，企業の生産関数における生産的公共財の弾力性 η の値が $\tilde{\eta}$ および $\hat{\eta}$ のどちらか高い値よりもさらに高い値を持つ場合に，経済に均衡経路の不決定性が生じる（$\eta > \max[\tilde{\eta}, \hat{\eta}]$)。

$\tilde{\eta}$ および $\hat{\eta}$ はヤコビ行列の対角和の値が負になり，行列式の値が正になるために必要である，企業の生産関数における生産的公共財の弾力性の値の閾値を示している。命題 3.1 は η の値が $\hat{\eta}$ よりも大きい場合には，経済に

均衡経路の不決定性が生じることを意味する。また，命題 3.1 は Guo and Harrison (2008) で示された，経済に均衡経路の不決定性が生じるための必要十分条件と異なり，(3.12) および (3.13) の条件には政府の課す各税率の水準が関係することを示している。

仮に，政府が利子所得税および労働所得税のみを家計に課し，消費税を課さないならば ($\tau_r \in [0,1)$, $\tau_w \in [0,1)$, $\tau_c = 0$)，経済に均衡経路の不決定性が生じる必要十分条件は (3.13) より，$\eta > \alpha$ となり，Guo and Harrison (2008) で示された条件と一致する。つまり，政府が利子所得税および労働所得税のみを財源として生産的公共財を供給する場合には，Guo and Harrison (2008) と同様に，企業の生産関数における生産的公共財の弾力性の値が資本分配率を上回るならば，経済に均衡経路の不決定性が生じるのである。

他方，政府が利子所得税，労働所得税および消費税を財源として生産的公共財を供給する場合に，それぞれの税率を引き上げることが，(3.13) の $\hat{\eta}$ に与える影響は，それぞれ，次のようになる。

$$\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \tau_r} < 0,\ \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \tau_w} < 0\ ,\ \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \tau_c} > 0 \tag{3.14}$$

(3.14) は Guo and Harrison (2008) と異なり，ヤコビ行列の行列式の値が正になるために必要である，企業の生産関数における生産的公共財の弾力性の値の閾値 $\hat{\eta}$ の水準は利子所得税率，労働所得税率の引き上げにより低下し，消費税率の引き上げに伴って上昇することを示している。このことは，利子所得税率，労働所得税率が上昇するとヤコビ行列の行列式の値が正になる可能性は高くなる一方で，消費税率が上昇するとヤコビ行列の行列式の値が正になる可能性は低くなることを意味している。

ここで，政府が家計に対して消費税のみを課し，利子所得税および労働所得税を課さない場合を考える（$\tau_r = \tau_w = 0$ および $\tau_c > 0$ の場合）。このとき，生産関数 (3.9) は投入要素に対して一次同次となるため，次の命題を得る (命題 3.2 の証明については補論 3.B を参照にされたい)。

命題 3.2 もし，政府が家計に対して消費税のみを課税し，所得税を課さないならば（$\tau_r = \tau_w = 0$ および $\tau_c > 0$ の場合），経済には一意で安定的な定常均衡が存在し，均衡経路は一意に定まる。

命題 3.2 は，政府が消費税のみを財源として生産的公共財を供給する場合には，経済に均衡経路の不決定性は生じないことを示している。なぜならば，政府が消費税のみを財源として生産的公共財を供給する場合には，(3.9) は投入要素に対して収穫一定となるため，経済の構造が労働を内生化した標準的なラムゼーモデルと同様になるからである。それゆえ，経済には一意で安定的な定常均衡が存在し，定常均衡への均衡経路が一意に定まるのである。命題 3.1 および命題 3.2 は，政府が利子所得税および労働所得税を財源として生産的公共財を供給することは，経済に均衡経路の不決定性を生じさせる可能性を上昇させ，消費税を財源として生産的公共財を供給するならば，対照的に均衡経路の不決定性を生じさせる可能性を低下させることを意味している。この点は先行研究では言及されておらず，政府の生産的公共財を供給するための財源調達方法を一般化することによって得られた結果である。

ここで，経済に均衡経路の不決定性が生じるメカニズムについての直感的な解釈を得るために，定常均衡での労働市場に着目する。なお，$\tilde{\eta} > \eta > \hat{\eta}$ が成立する場合，経済の動学体系は不安定となるため，$\tilde{\eta} > \eta > \hat{\eta}$ となる

場合は考慮しない。労働供給曲線は (3.3) より $w_t = \frac{1+\tau_c}{1-\tau_w} AC_t$ である。他方，(3.7) および (3.9) を用いることで，賃金率が変化した場合の労働需要の変化を次のように書くことができる。

$$\frac{w_t}{H_t^d}\frac{dH_t^d}{dw_t} = \frac{1-\eta}{(1-\theta(H_t))\eta - \alpha} \tag{3.15}$$

なお，$\theta(H_t)$ は次のように定義される。

$$\theta(H_t) \equiv -\frac{g'(H_t)H_t}{g(H_t)} = \frac{\frac{(1-\alpha)(1-\tau_w)\tau_c}{(1+\tau_c)AH_t}}{\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w + \frac{(1-\alpha)(1-\tau_w)\tau_c}{(1+\tau_c)AH_t}} \in [0,1)$$

(3.15) より，η の値が十分大きい場合には，$H_t - w_t$ 平面において労働需要曲線は右上がりの傾きを持ち，η の値が十分小さい場合には，労働需要曲線は右下がりの傾きを持つ。また，労働需要曲線の傾きが右上がりになる条件はヤコビ行列の行列式の値が正になる条件と等しく，企業の生産関数における生産的公共財の弾力性 η が $\hat{\eta}$ よりも大きい値を取ることである。$\eta > \hat{\eta} > \tilde{\eta}$ または $\eta > \tilde{\eta} > \hat{\eta}$ が成立する場合，労働需要曲線は右上がりの傾きを持つ。このとき，家計が将来の消費水準の増加を予想するならば，労働供給曲線が上方にシフトし，労働供給量の増加に伴って企業の生産高が増加する。そのため，賃金率が上昇し，家計の将来の消費水準は増加する。したがって，$\eta > \hat{\eta} > \tilde{\eta}$ または $\eta > \tilde{\eta} > \hat{\eta}$ が成立するならば，家計の将来の消費水準に対する予想が自己実現し，家計が資本ストックの初期値に対してどの水準の消費の初期値を選択しても，経済は定常均衡に到達することができる。そのため，資本ストックの初期値に対して選択されるべき消費の初期値が一意に定まらず，経済に均衡経路の不決定性が生じるのである。

これまでの議論から，政策変数である利子所得税率，労働所得税率および消費税率の変化が経済の安定性に与える影響を次のように集約できる。経済に均衡経路の不決定性が生じるのに必要である，企業の生産関数の生産的公共財に対する弾力性の値の閾値 $\hat{\eta}$ は，政策変数である利子所得税率，労働所得税率および消費税率に依存している。(3.14) より，利子所得税率，労働所得税率の増税は $\hat{\eta}$ の水準を引き下げ，消費税の増税は $\hat{\eta}$ の水準を引き上げる。他方で，(3.15) より，利子所得税，労働所得税の増税は労働需要曲線の傾きを急にし，消費税の増税は労働需要曲線の傾きを緩やかにする効果を持つ。例えば，政府が家計に対して消費税のみを課税する場合（$\tau_r = \tau_w = 0$，$\tau_c > 0$）には，労働需要曲線の傾きは右下がりになる。このとき，家計が将来の消費水準の上昇を予想したとしても，実際には労働供給量が増加しないため企業の生産量は増加せず，賃金率も増加しないことにより，家計の将来の消費水準に対する予想は自己実現しないため，均衡経路の不決定性は生じない。つまり，政府が消費税を用いて生産的公共財を供給する場合には，労働需要曲線の傾きが右下がりになり，資本ストックの初期値に対して消費水準の初期値が一意に定まるのである。このことは，政府が消費税を用いて生産的公共財を供給することは，経済の安定化に資することを意味している。

3.4 おわりに

本章では，政府が利子所得税，労働所得税および消費税を財源として生産的公共財を供給する経済において，政府の財源調達方法が経済の安定性に与える影響について分析した。このことによって，政府が利子所得税，労働所得税および消費税を財源として生産的公共財を供給する経済では，

利子所得税および労働所得税の増税は経済に均衡経路の不決定性の生じる可能性を高め，消費税の増税は経済に均衡経路の不決定性の生じる可能性を低下させることが明らかにされた。また，政府が消費税を用いて生産的公共財を供給するならば，経済の均衡経路は一意に定まり，均衡経路の不決定性が生じないことを明らかにした。なぜならば，政府の供給する生産的公共財が企業の生産関数に対して正の外部性を与える場合に，命題 3.1 および命題 3.2 で示されたように，生産的公共財の財源調達方法によって，企業の生産関数に及ぼす影響が異なるからである。政府が利子所得税および労働所得税を用いて生産的公共財を供給する場合には，Guo and Harrison (2008) と同様に生産的公共財の外部性によって企業の生産関数を収穫逓増にする効果がある一方で，政府が消費税を財源とする場合には生産関数の収穫逓増の度合いを低減させる効果がある。そのため，政府が生産的公共財を供給するための財源として利子所得税および労働所得税を用いることは，経済に均衡経路の不決定性が生じる可能性を上昇させ，消費税を用いることは均衡経路が一意に定まる可能性を上昇させるのである。このことは，一定税率の所得税制度のもとで，政府が生産的公共財を供給する経済を分析した Guo and Harrison (2008) では明らかにされておらず，生産的公共財の財源調達方法は，経済の安定性に対して重要な要素であることを示している。

本章では，政府が消費税制度のもとで生産的公共財を供給するならば，経済の均衡経路が一意に定まり，均衡経路の不決定性は生じないことを明らかにした。しかしながら，Fernández et al. (2004) は，政府が家計の効用に便益を与えるような公共消費サービスを供給する場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じる可能性があることを示している。本章での分析

からは，政府が消費税を用いて家計の効用に便益を与えるような公共消費サービスを供給することは，経済の安定性に対してどのような効果を持つかということは説明できない。したがって，政府が公共消費サービスを供給する場合においても，政府が消費税を用いて財政政策を行うことは経済の安定化に資するかどうかを分析することが必要であろう。第四章では，Fernández et al. (2004) での議論にもとづき，政府が消費税制度のもとで公共消費サービスを供給することが経済の安定性に与える影響について分析する。

補論

補論 3.A 命題 3.1 についての証明

定常均衡において $\dot{K}_t = \dot{H}_t = 0$ となる。$\dot{K}_t = 0$ を用いると (3.10) は次のように書くことができる。

$$(1-\tau_r)\alpha + (1-\tau_w)(1-\alpha)\left(\frac{AH_t - 1}{AH_t}\right) = 0$$

この式を H_t について解くことで，労働供給量の均衡値は次のようになる。

$$H^* = \frac{(1-\tau_w)(1-\alpha)}{[(1-\tau_r)\alpha + (1-\tau_w)(1-\alpha)]A} > 0 \tag{3.16}$$

他方，$\dot{H}_t = 0$ を用いると (3.11) は，次のように書くことができる。

$$(1-\tau_r)\alpha g(H_t)^{\frac{\eta}{1-\eta}} K_t^{\frac{\alpha+\eta-1}{1-\eta}} H_t^{\frac{1-\alpha}{1-\eta}} = \rho \tag{3.17}$$

(3.16) および (3.17) を用いることで，物的資本の均衡値は次のようになる。

$$K^* = (g^*)^{\frac{\eta}{1-\alpha-\eta}} (H^*)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\eta}} \left[\frac{(1-\tau_r)\alpha}{\rho}\right]^{\frac{1-\eta}{1-\alpha-\eta}} > 0 \tag{3.18}$$

ここで，g^* について以下のように定義する。

$$g^* \equiv g(H^*) = \frac{\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w + \tau_c}{1+\tau_c}$$

また，(3.7), (3.3), (3.9), (3.16), および (3.18) を用いることで，消費の均衡値が得られる（$C^* > 0$）。 つまり，労働供給量および物的資本の均衡値がそれぞれ一つずつ正の値で存在し，家計の消費水準の均衡値も正の値で得られるため，経済には一意な定常均衡が存在する。

定常均衡の安定性について分析を行うために，定常均衡の近傍で線形近似を行うことで，ヤコビ行列は次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \dot{K}_t \\ \dot{H}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_t - K^* \\ H_t - H^* \end{pmatrix} \tag{3.19}$$

ただし，(3.19) の行列要素は，それぞれ，次のようになる。

$$J_{11} = \left.\frac{\partial \dot{K}_t}{\partial K_t}\right|_{\dot{K}_t=0} = 0$$

$$J_{12} = \left.\frac{\partial \dot{K}_t}{\partial H_t}\right|_{\dot{K}_t=0} = \frac{(1-\tau_w)(1-\alpha)\cdot y(K^*, H^*)}{A\cdot (H^*)^2} > 0$$

$$J_{21} = \left.\frac{\partial \dot{H}_t}{\partial K_t}\right|_{\dot{H}_t=0} = \left(\frac{\alpha+\eta-1}{1-\eta}\right)\cdot \rho f(H^*) \gtreqless 0 \Leftrightarrow f(H^*) \lesseqgtr 0$$

$$J_{22} = \left.\frac{\partial \dot{H}_t}{\partial H_t}\right|_{\dot{H}_t=0} = -\frac{\rho f(H^*)}{(1-\eta)H^*}$$

$$\times \left[\frac{(1-\tau_r)\alpha + (\tau_r-\tau_w)(1-\alpha)}{1-\tau_r} + \frac{\{(1-\tau_r)\alpha + (1-\tau_w)(1-\alpha)\}\tau_c\eta}{\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w + \tau_c}\right]$$

$\alpha + \eta < 1$ を仮定し，$f(H^*)$ は，次のように与えられるとする。

$$f(H^*) = \frac{(1-\eta)[\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w + \tau_c]}{(\eta-\alpha)[\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w] + [\{\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w\}\eta - \alpha]\tau_c}$$

本章で分析する経済には，先決変数と非先決変数が一つずつ存在する。そのため，trace$J < 0$ かつ det$J > 0$ の場合には，安定根が二つになるため，定常均衡への経路を一意に定めることができない。したがって，trace$J < 0$ かつ det$J > 0$ となることが経済に均衡経路の不決定性が生じる必要十分条件となる。

ヤコビ行列の対角和と行列式はそれぞれ，trace$J = J_{22}$ および det$J = -J_{12}J_{21}$ で与えられる。以下では，均衡経路の不決定性が生じる必要十分条件を企業の生産関数における生産的公共財の弾力性 η を用いて示す。本章において trace$J < 0$ かつ det$J > 0$ となる条件は,

trace$J < 0 \Leftrightarrow f(H^*) > 0$ より

$$\eta > -\left[\frac{(1-\tau_r)\alpha + (\tau_r - \tau_w)(1-\alpha)}{(1-\tau_r)\alpha + (1-\tau_w)(1-\alpha)}\right] \cdot \left[\frac{\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w + \tau_c}{(1-\tau_r)\tau_c}\right]$$

および

$$\begin{aligned} \det J > 0 &\Leftrightarrow f(H^*) > 0 \\ &\Leftrightarrow (\eta - \alpha)[\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w] + [\{\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w\}\eta - \alpha]\tau_c > 0 \\ &\Leftrightarrow \eta > \left(\frac{\alpha}{1+\tau_c}\right)\left[\frac{\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w + \tau_c}{\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w}\right] \end{aligned}$$

である。 以上の議論から，経済に均衡経路の不決定性が生じる条件は以下のようにまとめられる。

$$\eta > -\left[\frac{(1-\tau_r)\alpha + (\tau_r - \tau_w)(1-\alpha)}{(1-\tau_r)\alpha + (1-\tau_w)(1-\alpha)}\right] \cdot \left[\frac{\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w + \tau_c}{(1-\tau_r)\tau_c}\right] \equiv \tilde{\eta} \tag{3.12}$$

$$\text{かつ } \eta > \left(\frac{\alpha}{1+\tau_c}\right)\left[\frac{\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w + \tau_c}{\alpha\tau_r + (1-\alpha)\tau_w}\right] \equiv \hat{\eta} \tag{3.13}$$

つまり，trace$J < 0$ かつ det$J > 0$ を同時に満たすほど，η の水準が高い場合に，経済に均衡経路の不決定性が生じるのである。

なお，所得税率に関して以下の仮定が満たされるとき，(3.12) の右辺は

常に負の値になるため，$\hat{\eta} > \tilde{\eta}$ が成立する。

$$\frac{1-\tau_w}{1-\tau_r} > \frac{1-2\alpha}{1-\alpha}$$

そのため，上記の関係式が満たされる場合には，(3.13) を満たすことが経済に均衡経路の不決定性が生じるための必要十分条件となる。

補論 3.B 命題 3.2 についての証明

命題 3.2 の導出は命題 3.1 の証明と同様の方法でなされる。政府が家計に対して，利子所得税および労働所得税率を課税せず，消費税のみを課税する場合（$\tau_r = \tau_w = 0$ および $\tau_c > 0$）に $f(H^*)$ は，次のようになる。

$$f(H^*) = -\frac{(1-\eta)}{\alpha} < 0 \Rightarrow J_{21} > 0$$

このとき，ヤコビ行列の行列式は，$\mathrm{det}J = -J_{12}J_{21} = -\oplus\oplus < 0$ となり，負の値になる。そのため，定常均衡は鞍点となる。それゆえ，政府が家計に対して，利子所得税および労働所得税率を課税せず，消費税のみを課税する場合には，均衡経路が一意に定まる。

章末注

[1]Greiner and Fincke (2009, pp.88-92) は，政府の歳入として国債を考慮する経済においては，国債の存在によって均衡が不安定になることを示唆している。本章では政府の供給する生産的公共財と，その財源調達方法が経済の安定性に与える影響についての分析に主眼を置くため，政府の予算は均衡していることを仮定する。

[2]パラメーターの値について，$\alpha + \eta < 1$ を仮定する。仮に $\alpha + \eta = 1$ を許容した場合，経済は Barro (1990) と同じ構造となるため，特殊な仮定を置かない限り均衡経路の不決定性は発生しない。

[3]このことは，Benhabib and Farmer (1994, pp.29-30) を参照にされたい。

4　公共消費サービスの財源調達方法と経済の安定性

4.1　はじめに

第三章では，政府が消費税を用いて，政府支出として生産的公共財を供給する場合には，均衡経路が一意に定まり，経済には一意で安定的な均衡が存在することが示された。その一方で，Barro (1981) が示すように，政府支出には政府が文教施設や公共施設などの家計の効用に便益を与えるような公共消費サービスがある。しかしながら，第三章での分析では，政府の供給する公共財が家計の効用に便益を与える経済において，経済を安定化する方法については明らかにされていない。例えば，Fernández et al. (2004) や Guo and Harrison (2008) の 3.2 節では，政府が一定税率の所得税を財源として家計の効用に便益を与えるような公共消費サービスを供給するならば，経済に均衡経路の不決定性が生じる可能性があることが示された。このことは，所得税率が内生的に決定される場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じる可能性があることを示した Schmitt-Grohé and Uribe (1997) の経済に対して，政府が一定税率の所得税を財源とするならば，均衡経路の不決定性が生じないことを示した Guo and Harrison (2004) の結果は，政府の供給する公共消費サービスが家計に便益を与える場合には成立しないことを意味している。つまり，政府が一定税率の所得税を家計に課すことが経済の安定化に資することを示した Guo and Harrison (2004) の結果は，政府の供給する公共消費サービスが家計の効用に便益を与える場合には，その頑健性を失うということである。

本章では，Fernández et al. (2004) の分析に基づき，政府が消費税を財源として家計の効用に便益を与えるような公共消費サービスを供給す

るならば，経済の均衡経路は一意に定まり，経済には均衡経路の不決定性が生じないことを明らかにする。[1]他方で，本章と同様に政府が消費税制度を用いることが，経済の安定性に対してどのような影響を与えるかを分析した研究に Giannitsarou (2007) がある。しかしながら，そこでは Schmitt-Grohé and Uribe (1997) の経済において，政府が消費税を用いることが経済の安定性に与える影響を明らかにすることを目的としているため，政府支出は家計の効用や企業の生産に影響を与えないことが仮定されている。そのため，消費税を用いて公共消費サービスを供給することが，経済の安定性に与える影響については明らかにされていない。

Fernández et al. (2004) は，政府が一定税率の所得税を財源として公共消費サービスを供給する経済を分析することで，消費の異時点間の代替の弾力性の値が低い場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じることを示した。この条件が満たされる場合には，労働供給曲線が右下がりとなり，労働需要曲線よりも急な傾きを持つ。このとき，家計が将来の消費水準が増加することを予想するならば，労働供給曲線のシフトを通じて家計の労働時間が増加するため，家計の将来の所得が増加することで消費水準が高くなる。それゆえ，家計の将来の消費水準に対する予想が自己実現し，均衡経路の不決定性が生じるのである。

また，Fernández et al. (2004, p.417) では，政府が一定税率の所得税を財源として公共消費サービスを供給し，消費の異時点間の代替の弾力性が低い場合には，政府は均衡経路の不決定性を抑制するような政策，すなわち経済を安定化する政策を導入できないことを示している。しかしながら，以下では，Kamiguchi (2014a) もとづいた分析を行い，政府が消費税を用いて公共消費サービスを供給することは，経済の安定化に資すること

を明らかにする。

4.2 基本設定

Fernández et al. (2004) と同様に，一つの財が存在する閉鎖経済を分析対象とし，多数の代表的家計および企業と政府により構成される経済を仮定する。人口は時間を通じて一定であり，1 に標準化される。

4.2.1 家計

家計は消費 C_t および政府が供給する公共消費サービス G_t から便益を受け，労働 H_t から不効用を得るとする。Barro (1981) では，政府の供給する公園や図書館などを公共消費サービスの例として挙げており，本節においても政府はこのような公共消費サービスを供給すると仮定する。家計の生涯効用関数は Fernández et al. (2004) に従い，以下で与えられるとする。

$$U = \int_0^\infty \left[\frac{(C_t + \phi G_t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - G_t^{1-\sigma} H_t^{1+\chi} \right] \exp(-\rho t) dt \tag{4.1}$$

$0 < \rho < 1$ は主観的割引率であり，$\sigma > 0, \sigma \neq 1$ は消費の異時点間の代替の弾力性の逆数である。$\chi > 0$ は労働の不効用の弾力性を示し，$\phi > 0$ は公共消費サービスが家計の効用に影響を与える程度を示す。家計の予算制約式は以下で与えられるとする。

$$\dot{K}_t = w_t H_t + r_t K_t - \delta K_t - (1 + \tau_c) C_t \tag{4.2}$$

$0 < \delta < 1$ は資本減耗率を表す。また，K_t，r_t，w_t および τ_c はそれぞれ，物的資本ストック，利子率，賃金率および消費税率を表し，物的資本の初期値 K_0 は所与で与えられる。なお，消費税率は $0 < \tau_c < 1$ であり，時間に対して一定であると仮定する。家計は (4.2) を予算制約とし，生涯効用関数 (4.1) を最大化する。最大化の一階の条件より，次の関係式および横断性条件を得る。

$$w_t = (1+\chi)(1+\tau_c) Z_t^{\sigma} G_t^{1-\sigma} H_t^{\chi} \tag{4.3}$$

$$\frac{\dot{Z}_t}{Z_t} = \frac{1}{\sigma}\left[r_t - (\rho + \delta)\right] \tag{4.4}$$

$$-\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} = r_t - (\rho + \delta) \tag{4.5}$$

なお，λ_t は物的資本のシャドウプライスであり，家計の総消費 $C_t + \phi G_t$ を Z_t と定義する。(4.3) は家計の消費と余暇の限界代替率が消費税の課税分を割り引いた賃金率と等しくなることを示す。また，(4.4) および (4.5) は家計の総消費と物的資本のオイラー方程式である。

4.2.2　企業

競争的企業は物的資本と労働を投入要素として最終財 Y_t を生産する。企業の生産関数は規模に対して収穫一定であり，次のようなコブ=ダグラス型の生産関数を仮定する。

$$Y_t = K_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha} \tag{4.6}$$

$0 < \alpha < 1$ は資本分配率を示す。競争的企業はそれぞれ同様の生産関数 (4.6) を用いて，利潤を最大化する。利子率と賃金率は，それぞれ，対応

する投入要素の限界生産力と一致するため，次のようになる。

$$r_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t} \tag{4.7}$$

$$w_t = (1-\alpha)\frac{Y_t}{H_t} \tag{4.8}$$

4.2.3　政府

本節では，政府が公共消費サービスの財源として消費税制度を用いる場合に，経済の安定性にどのような効果があるかということを明らかにするため，政府は消費税を財源とすることを仮定する。そのため，政府の瞬時的な予算制約式は，次のようになる。

$$G_t = \tau_c C_t \tag{4.9}$$

財市場の均衡式は家計の予算制約式 (4.2) および政府の予算制約式 (4.9) を用いることで，次のようになる。

$$Y_t = C_t + \dot{K}_t + \delta K_t + G_t$$

4.3　均衡動学と経済の安定性

本節では，経済の動学についての分析を行い，政府が公共消費サービスの財源として消費税を用いることが，経済の安定性に与える影響を明らかにする。(4.8), (4.9) および家計の一階の条件より，家計の消費水準およ

び労働供給量を，それぞれ，次のように書くことができる。

$$C_t = C(\lambda_t) = \frac{(1+\tau_c)^{-\frac{1}{\sigma}}\lambda_t^{-\frac{1}{\sigma}}}{1+\phi\tau_c} \tag{4.10}$$

$$H_t = H(K_t, \lambda_t) = \left[\frac{(1-\alpha)K_t^{\alpha}\lambda_t}{(1+\chi)\tau_c^{1-\sigma}C(\lambda_t)^{1-\sigma}}\right]^{\frac{1}{\alpha+\chi}} \tag{4.11}$$

家計が選択可能である非先決変数の水準は K_t および λ_t の値によって決定されるため，経済の動学体系を K_t および λ_t に関する 2 本の動学方程式で描写することができる。(4.2)，(4.5) および (4.7) を用いることで K_t および λ_t に関する 2 本の動学方程式は次のように導出される。

$$\dot{K}_t = K_t^{\alpha}H(K_t, \lambda_t)^{1-\alpha} - \delta K_t - (1+\tau_c)C(\lambda_t) \tag{4.12}$$

$$\dot{\lambda}_t = -\lambda_t\left[\alpha K_t^{\alpha-1}H(K_t, \lambda_t)^{1-\alpha} - (\rho+\delta)\right] \tag{4.13}$$

このとき，(4.12) および (4.13) に関して，定常均衡の近傍で線形近似を行うことにより，ヤコビ行列の行列式は次のようになる（(4.14) の導出については補論 4.A を参照にされたい)。

$$\mathrm{Det} = -\frac{\alpha\left[(1+\chi)\rho + (1-\alpha)\delta\right](1-\alpha)(\rho+\delta) + \chi(1-\alpha)^2(\rho+\delta)^2 + \zeta}{\alpha(\alpha+\chi)^2} < 0 \tag{4.14}$$

ただし，ζ は $\chi(1-\alpha)(\rho+\delta)(\alpha+\chi)((1-\alpha)\delta+\rho) > 0$ を表す。(4.14) は経済には負の固有値と正の固有値がそれぞれ一つずつ存在することを示している。(4.10) および (4.11) より，K_t および λ_t の値が決まれば，家計の最大化行動より，非先決変数である H_t の値が決まる。このことにより，C_t の値が決定される。つまり，経済には先決変数と非先決変数が一つずつ存在することから，(4.14) より，定常均衡の存在および安定性について

次の命題を得る。

命題 4.1 政府が消費税を財源として公共消費サービスを供給する場合には，公共消費サービスと余暇について非分割的な効用関数を仮定したとしても，経済の均衡経路は一意に定まる。このとき，定常均衡は鞍点となる。

命題 4.1 において注目すべき点は次の点である。Fernández et al. (2004) は公共消費サービスと余暇について非分割的な効用関数を仮定しており，公共消費サービスの追加的な供給が家計の労働に対する不効用の程度を低減する効果を持つ。家計の異時点間の代替の弾力性が低い場合に政府が一定税率の所得税を用いるならば，家計は賃金が低下したとしても労働供給量を増やす構造になっている。なぜならば，政府が一定税率の所得税を用いて公共消費サービスを供給するため，家計が労働供給量を増やすことで企業の生産量が増加すれば，公共消費サービスの供給量が増加し，家計の労働の不効用を低下させるからである。命題 4.1 は，Fernández et al. (2004) での帰結とは異なり，たとえ政府の供給する公共消費サービスが家計の効用に便益を与えたとしても，政府は消費税を用いるならば均衡経路は一意に定まり，経済を安定化できることを示している。

以下では，命題 4.1 の直感的な解釈を得るために，Benhabib and Farmer (1994) と同様に定常均衡の労働市場に着目する。[2](4.3)，(4.6) および (4.8) を用いることで，労働供給曲線の傾き $(dw_t/dH_t)^s$ および労働需要曲線の傾き $(dw_t/dH_t)^d$ は，それぞれ，次のようになる。

$$\left(\frac{dw_t}{dH_t}\right)^s = \chi\frac{w_t}{H_t} \tag{4.15}$$

$$\left(\frac{dw_t}{dH_t}\right)^d = -\alpha\frac{w_t}{H_t} \tag{4.16}$$

Fernández et al. (2004) においては，政府が一定税率の所得税を財源として公共消費サービスを供給する場合には，労働供給曲線の傾きが右下がりかつ，労働需要曲線よりも急な傾きを持つ可能性が示され，その場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じることが示された。なぜならば，このとき家計が将来の消費水準の増加を予想したとすると，労働供給曲線のシフトを通じて労働供給量が増加することにより，家計の将来の所得水準が上昇し，家計の将来の消費水準に対する予想が自己実現するからである。他方で，政府が消費税を財源として公共消費サービスを供給する場合には，(4.15) および (4.16) より，労働供給曲線は右上がりの傾きを持ち，労働需要曲線は右下がりの傾きを持つことが分かる。

Fernández et al. (2004) は政府が一定税率の所得税を用いて公共消費サービスを供給することを仮定しており，政府の瞬時的な予算制約式は $G_t = \tau Y_t$ で与えられる。Fernández et al. (2004) において，生産関数 Y_t は $AK_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha}$ と仮定される。なお，τ および $A > 0$ はそれぞれ，所得税率と生産性パラメーターを表す。このとき，家計が労働供給量 H_t を増やすならば，政府の税収 G_t も増加することで，公共消費サービスの水準も上昇することになる。つまり，労働供給量が増加するにつれて，公共消費サービスの水準が上昇するのである。

家計の効用関数に関して，本章の (4.1) と同様の特定化を行っている Fernández et al. (2004) の効用関数 (1) 式において，$\sigma > 1$ が成立する場合，つまり，家計が現在の消費にウェイトを置く状況を考える。$\sigma > 1$ が成立する場合には，公共消費サービスの供給量が増加することは，家計の余暇の価値を低下させる働きを持つ。なぜならば，このとき，家計は現在の消費を重視するため，労働供給量を増やすことによって，公共消費

サービスの供給量が増加することは家計の効用を高め，労働の不効用の程度を引き下げることで，余暇の価値を低下させるからである。$\sigma > 1$ が成立する場合に賃金率が低下したとすると，家計は現在の消費を重視し，余暇に価値を置かない選好を持つため，労働供給量を増加させ，多くの賃金を得ようとする。つまり，賃金率の低下に対する所得効果が代替効果を上回ることになる。このことから，Fernández et al. (2004) の (25) 式より，$\sigma > 1$ が成立する場合には，労働供給曲線は右下がりの傾きを持つ。なお，Fernández et al. (2004) の (25) 式に該当する労働供給曲接は，本章の (4.3) から導出される。

他方で，本章では家計の効用関数について Fernández et al. (2004) と同様に (4.1) を仮定しているが，(4.15) より，労働供給曲線は右上がりの傾きを持つ。その理由として，政府の予算制約式は (4.9) より，$G_t = \tau_c C_t$ であることが挙げられる。このことから，家計が労働供給量を増加させ，企業の生産量が増加したとしても，公共消費サービスの供給量は増加しないため，家計の余暇の価値は低下しない。そのため，たとえ公共消費サービスが家計の効用に便益を与え，家計の効用関数が公共消費サービスと余暇について非分割的であったとしても，(4.15) より，労働供給曲線は右下がりの傾きを持たないのである。仮に $\sigma > 1$ が成立し，家計が現在の消費にウェイトを置く場合に賃金率が低下したとする。このとき，賃金率低下による代替効果が所得効果を上回るため，家計は労働供給量を減少させる。なぜならば，たとえ家計が現在の消費を重視したとしても，家計にとっては労働の不効用の程度が高く余暇の価値が高いことから，余暇を選好するからである。それゆえ，政府が消費税を財源として公共消費サービスを供給する場合には，Fernández et al. (2004) で示された，労働供給曲

線の傾きが右下がり，かつ，労働需要曲線よりも急な傾きを持つという可能性は排除されることになる。このことから次の命題を得る。

命題 4.2 χ および α の度合いに関わらず，政府が消費税を財源として公共消費サービスを供給する場合には，労働供給曲線は右上がりの傾きを持ち，労働需要曲線は右下がりの傾きを持つ。このとき，家計の将来の消費水準に関しての予想は実現せず，経済には均衡経路の不決定性は生じない。

政府が消費税を財源として公共消費サービスを供給する場合には，たとえ公共消費サービスが家計の効用に便益を与え，家計の効用関数が公共消費サービスと余暇について非分割的であったとしても，命題 4.2 が成立する。すなわち，政府が消費税を財源として公共消費サービスを供給する場合には，労働供給曲線は右上がりの傾きを持ち，労働需要曲線は右下がりの傾きを持つ。このとき，家計が将来の消費水準の増加を予想したとしても，労働供給曲線のシフトは労働供給量の減少につながり，家計の将来の所得水準は増加しない。それゆえ，家計の将来の消費水準に対する予想は自己実現しない。つまり，政府の供給する公共消費サービスの財源調達方法の違いによって，経済の安定性に与える影響が異なるのである。

Fernández et al. (2004) は Guo and Harrison (2004) と同様に政府が一定税率の所得税制度を仮定したとしても，政府の供給する公共消費サービスが家計に便益を与える場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じる可能性があり，政府は一定税率の所得税制度を用いるだけでは経済を安定化することができないことを示した。しかしながら，本章での分析によって，政府の供給する公共消費サービスが家計に便益を与えたとしても，政

府が消費税を用いて財政政策を行うことは，経済に均衡経路の不決定性が生じる可能性を排除することにより，経済の安定化に資することが明らかにされた。

4.4　おわりに

本章では，Fernández et al. (2004) にもとづき，政府が消費税を用いて公共消費サービスを供給することが経済の安定性に与える影響を分析した。このことによって，たとえ政府の供給する公共消費サービスが家計の効用に便益を与えたとしても，政府が消費税を財源として公共消費サービスを供給する場合には，経済の均衡経路が一意に定まることを明らかにした。このことは，一定税率の所得税制度のもとで政府の供給する公共消費サービスが家計の便益を高める経済を分析した Fernández et al. (2004) および Guo and Harrison (2008) の 3.2 節で得られた結果とは対照的であり，政府の行う財政政策の税財源は経済の安定性に関して重要な要素であることを示している。本章での分析から，政府は公共消費サービスの財源として消費税を選択することにより，経済を安定化することができることが明らかになった。

本章では，Fernández et al. (2004) で仮定された経済を分析の対象としたが，財政政策の財源としての消費税制度が経済を安定化する効果を持つことを確認するためには，家計の効用関数について他の方法で定式化した上で経済を分析することが有益であろう。例えば，Guo and Harrison (2008) の 3.2 節では，Fernández et al. (2004) とは異なる形で家計の効用関数を特定化し，公共消費サービスが家計の効用に影響を与える外部性の

程度が高い場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じることを示した。Guo and Harrison (2008) の 3.2 節で仮定された家計の効用関数を用いた上で，政府が消費税制度のもとで公共消費サービスを供給する場合においても，動学体系のヤコビ行列の行列式が負になるため，本章の結果と同様に経済の均衡経路は一意に定まる（証明については補論 4.B を参照にされたい）。このことから，Fernández et al. (2004) および Guo and Harrison (2008) の 3.2 節で得られた従来の結果は限られた税制度のもとで成立するものであり，政府が消費税を財源として公共消費サービスを供給することが，経済の安定化に資することが明らかにされた。

第三章および本章での分析から，政府の行う財政政策がどのような形で経済主体に影響を与えるかということよりも，政府がどのような財源調達方法のもとで財政政策を行うかということにより，経済の安定性に与える影響が異なることが示された。また，本章で得られた結果から，Fernández et al. (2004) および Guo and Harrison (2008) が Guo and Harrison (2004) に対して政府の供給する公共消費サービスが家計の便益を高める場合を分析することで得た結果とは異なり，Giannitsarou (2007) が示した結果は，たとえ政府の供給する公共消費サービスが家計の効用に便益を与えたとしても成立することが明らかになった。

第三章および本章においては，政府の予算は均衡していることが仮定された。しかしながら，現実の経済においては，政府は税収以外にも国債を発行することにより財政を運営することが考えられる。そのため，政府が国債を発行することを仮定した上で経済を分析することによって，本章までの分析では言及されなかった経済の安定化政策が明らかになることが考えられる。第五章では，政府が歳入として税収と国債を用いる経済を分析

の対象とし，国債の維持可能性を高めることに資する政府支出を明らかにする。

章末注

[1]Ni (1995) は政府の供給する公共消費サービスが家計に便益を与えることを実証的に検証している。

[2]労働需要曲線および労働供給曲線の傾きと均衡経路の不決定性との関係については Aiyagari (1995) が詳しい。均衡経路の不決定性の解釈についての議論は，Wen (2001) を参照にされたい。

補論

補論 4.A (4.14) の導出について

補論 4.A では，命題 4.1 の導出過程について説明する。定常均衡では，$\dot{K}_t = \dot{\lambda}_t = 0$ が成立する。(4.12) および (4.13) を定常均衡の近傍で線形近似すると，次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \dot{K}_t \\ \dot{\lambda}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_t - K^* \\ \lambda_t - \lambda^* \end{pmatrix}$$

ただし，行列要素は以下で与えられる。

$$J_{11} = \alpha(K^*)^{\alpha-1}H(K^*,\lambda^*)^{1-\alpha} + (1-\alpha)(K^*)^{\alpha}H(K^*,\lambda^*)^{-\alpha} \left.\frac{\partial H_t}{\partial K_t}\right|_{ss} - \delta$$

$$J_{12} = (1-\alpha)(K^*)^{\alpha}H(K^*,\lambda^*)^{-\alpha} \left.\frac{\partial H_t}{\partial \lambda_t}\right|_{ss} - (1+\tau_c) \left.\frac{\partial C_t}{\partial \lambda_t}\right|_{ss}$$

$$J_{21} = -\alpha\lambda^* \left[(\alpha-1)(K^*)^{\alpha-2}H(K^*,\lambda^*)^{1-\alpha} + (1-\alpha)(K^*)^{\alpha-1}H(K^*,\lambda^*)^{-\alpha} \left.\frac{\partial H_t}{\partial K_t}\right|_{ss}\right]$$

$$J_{22} = -\alpha\lambda^*(1-\alpha)(K^*)^{\alpha-1}H(K^*,\lambda^*)^{-\alpha} \left.\frac{\partial H_t}{\partial \lambda_t}\right|_{ss}$$

$\left.\frac{\partial H_t}{\partial K_t}\right|_{ss}$，$\left.\frac{\partial H_t}{\partial \lambda_t}\right|_{ss}$ および $\left.\frac{\partial C_t}{\partial \lambda_t}\right|_{ss}$ はそれぞれ，各変数での偏微分を定常状態の値で評価したものである。なお，アスタリスクはそれぞれの変数の定常値であることを示し，$\zeta = \chi(1-\alpha)(\rho+\delta)(\alpha+\chi)((1-\alpha)\delta+\rho) > 0$ とする。また，次の四つの関係式を用いる。

- $\left.\frac{\partial C_t}{\partial \lambda_t}\right|_{ss} = -\frac{(1+\tau_c)^{-\frac{1}{\sigma}}(\lambda^*)^{-\frac{1}{\sigma}-1}}{\sigma(1+\phi\tau_c)}$
- $\left.\frac{\partial H_t}{\partial K_t}\right|_{ss} = \frac{\alpha}{\alpha+\chi} \cdot \frac{H^*}{K^*}$
- $\left.\frac{\partial H_t}{\partial \lambda_t}\right|_{ss} = \frac{1}{\sigma(\alpha+\chi)} \cdot \frac{H^*}{\lambda^*}$

- $\left(\frac{H^*}{K^*}\right)^{1-\alpha} = \frac{\rho+\delta}{\alpha}$

これまでの議論から，ヤコビ行列の行列式 (4.14) は次のようになる。

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{det}J = J_{11}J_{22} - J_{12}J_{21}\\
&= \left(\frac{(1+\chi)(\rho+\delta)}{\alpha+\chi} - \delta\right)\left(-\frac{(1-\alpha)(\rho+\delta)}{\alpha+\chi}\right) - \frac{\chi(1-\alpha)^2(\rho+\delta)^2 + \sigma^{-1}\zeta}{\alpha(\alpha+\chi)^2}\\
&= -\frac{\alpha\left[(1+\chi)\rho + (1-\alpha)\delta\right](1-\alpha)(\rho+\delta) + \chi(1-\alpha)^2(\rho+\delta)^2 + \zeta}{\alpha(\alpha+\chi)^2} < 0
\end{aligned}
$$

補論 4.B 政府が消費税を用いる場合の Guo and Harrison (2008) での議論

家計の効用関数を Guo and Harrison (2008, p.391) と同様に，次のように仮定する。

$$
U = \int_0^\infty \left[\frac{(C_t^{\theta_1}G_t^{\theta_2})^{1-\sigma}}{1-\sigma} - AH_t\right]\exp(-\rho t)dt
$$

$\theta_1 > 0$ および $\theta_2 > 0$ はそれぞれ，私的な消費と公共消費から効用を得る度合いを示す。$A > 0$ は家計が労働を供給することで受ける不効用の度合いを示す。家計の予算制約式は (4.2) で与えられ，政府の予算制約式は (4.9) で与えられるとする。$c_t \equiv \ln(C_t)$，$k_t \equiv \ln(K_t)$ を定義し，λ_0 および λ_1 は以下で与えられるとする。

$$
\begin{aligned}
\lambda_0 &= \frac{1-\alpha}{\alpha}\ln\left[\frac{\theta_1(1-\alpha)\tau_c^{\theta_2(1-\sigma)}}{(1+\tau_c)A}\right]\\
\lambda_1 &= \frac{1-\alpha}{\alpha}\big((\theta_1+\theta_2)(1-\sigma) - 1\big)
\end{aligned}
$$

このとき，経済の動学体系を以下の二本の動学方程式で描写することがで

きる。

$$\dot{k}_t = e^{\lambda_0+\lambda_1 c_t} - \delta - (1+\tau_c)e^{c_t-k_t} \tag{4.17}$$

$$\dot{c}_t = \frac{\alpha}{1-(\theta_1+\theta_2)(1-\sigma)}e^{\lambda_0+\lambda_1 c_t} - \frac{\rho+\delta}{1-(\theta_1+\theta_2)(1-\sigma)} \tag{4.18}$$

(4.17) および (4.18) を定常均衡の近傍で線形近似すると，次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \dot{k}_t \\ \dot{c}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_t - k^* \\ c_t - c^* \end{pmatrix}$$

ただし，行列要素は以下で与えられる。

$$J_{11} = (1+\tau_c)e^{c^*-k^*}, \quad J_{12} = \lambda_1 e^{\lambda_0+\lambda_1 c^*} - (1+\tau_c)e^{c^*-k^*}$$
$$J_{21} = 0, \quad J_{22} = \frac{\alpha}{1-(\theta_1+\theta_2)(1-\sigma)}\lambda_1 e^{\lambda_0+\lambda_1 c^*}$$

定常均衡において，$e^{\lambda_0+\lambda_1 c^*}$ および $e^{c^*-k^*}$ は，それぞれ次のようになる。

$$e^{\lambda_0+\lambda_1 c^*} = \frac{\rho+\delta}{\alpha} > 0$$
$$e^{c^*-k^*} = \frac{\rho+(1-\alpha)\delta}{(1+\tau_c)\alpha} > 0$$

これらの関係式を用いることで，ヤコビ行列の行列式は次のようになる。

$$\det J = J_{11}J_{22} - J_{12}J_{21} = -\frac{1-\alpha}{\alpha^2}(\rho+\delta)(\rho+(1-\alpha)\delta) < 0 \tag{4.19}$$

ヤコビ行列の行列式の値が負となることは，経済には負の固有値と正の固有値がそれぞれ一つずつ存在することを示している。経済には先決変数と非先決変数が一つずつ存在することから，経済の均衡経路は一意に定まり，定常均衡は鞍点となる。それゆえ，Guo and Harrison (2008, p.391)

で仮定された効用関数を仮定し，θ_2 の水準が十分に高かったとしても，政府が消費税を財源として公共消費サービスを供給する場合には，経済に均衡経路の不決定性は生じない。

Chen and Guo (2014) は，政府が累進所得税の累進度を低く設定することは，経済の安定化に資することを，Guo and Harrison (2008, p.391) で仮定された効用関数を用いて示しているが，彼らの研究では，家計の効用関数において $\theta_1 + \theta_2 = 1$ を仮定している。Chen and Guo (2014) において，労働供給の不効用の弾力性について $\chi = 0$ とし，所得税の累進度を $\phi = 0$ とすると，経済は Guo and Harrison (2008) と同様の構造になる。このとき，$\theta_1 + \theta_2 > 1$ を許容すると，経済に均衡経路の不決定性が生じる。

しかしながら，政府が消費税を用いて公共消費サービスを供給する場合には，(4.19) より，たとえ家計の効用関数において $\theta_1 + \theta_2 > 1$ を許容したとしても，経済の均衡経路は一意に定まる。それゆえ，経済の安定化に着目する場合，政府は消費税を用いて公共消費サービスを供給することが望ましい。

5　財政政策と国債の維持可能性

5.1　はじめに

前章までの議論では，政府の予算が均衡していることを仮定し，政府の行う財政政策と経済の安定性に関する分析を行った。現実の経済では，政府は税収と国債を歳入として財政を運営しており，図 5.1 は各国の国債残高が名目 GDP に対してどれだけの割合で蓄積しているかを示している。図 5.1 で示されているように，現実の経済では通時的な累積債務問題が顕在化している背景を考慮し，本章では，前章までの議論とは異なり，政府が税収と国債を歳入として財政政策を行う経済を分析し，どのような政府支出が国債の維持可能性を高めるかを明らかにする。[1] ここでは，国債が維持可能であるということを，経済に安定な均衡が存在することと定義する。なぜならば，経済が安定な均衡に到達できない場合には，国債残高の成長率が常に物的資本の成長率を上回るため，政府は国債を維持することができないからである。

国債の維持可能性の問題に関して離散型の動学分析を理論的に行った研究として，Chalk (2000) や Rankin and Roffia (2003) がある。Chalk (2000) は国債が維持可能な経済を実現するには，国債残高の初期値が重要であり，国債残高の初期値が高い場合には，経済は安定な均衡に到達することができないことを示した。また，Rankin and Roffia (2003) は，Diamond (1965) の経済を踏襲し，経済に均衡が存在するためには，政府が維持可能な国債残高の上限を超えないことが重要であり，上限を超える場合には，経済に均衡が存在せず，国債を維持できないことを示した。しかしながら，これらの研究においては，外生成長を仮定した経済を分

析の対象としていたため，国債の維持可能性と経済成長率との間にどのような関係があり，政府の行う財政政策が国債の維持可能性と経済成長率に対してどのような影響を与えるかということは明らかにされていない。[2]Bräuninger (2005) は内生成長を仮定した経済を分析対象とし，政府がGDP に対するフローの国債発行率を引き上げる場合には，国債の維持可能性が低下し，経済成長率を引き下げることを理論的に示した。[3] Yakita (2008) は Bräuninger (2005) で仮定された経済に Futagami et al. (1993) と同様のストックの生産的な公的資本を導入し，たとえ多くの国債残高が初期時点に蓄積されていたとしても，公的資本の初期値が高い場合には，経済は均衡に到達できる可能性があることをことを示した。また，政府が公的資本への追加的な投資を増やすことは，公的資本が物的資本の限界生産性を高める効果が十分高い場合において，経済成長率を上昇させることを示した。他方で，公的資本への追加的な投資は物的資本の限界生産性を高めることで，利子率を上昇させる働きを持つため，政府の利払い負担を増加させる。それゆえ，政府が公的資本に対して追加的な投資を行うことは，国債の維持可能性を低下させることになる。Arai (2011) や Teles and Mussolini (2014) は Bräuninger (2005) で仮定された経済にフローの生産的公共財を導入して，財政政策が経済に与える影響を分析した。Arai (2011) は，生産的公共財への支出が少ない場合に政府が追加的に生産的公共財への投資を行うことは，経済成長率を引き上げ，国債の維持可能性を高める可能性があることを明らかにした。しかしながら，生産的公共財への支出が多い場合に政府が追加的に生産的公共財への投資を行うことは，利子率の上昇を招き，所得税率の上昇が物的資本の蓄積を阻害することで，国債の維持可能性を低下させることを示している。

本章では，Bräuninger (2005) の理論モデルを踏襲し，政府が税収と国債を歳入として，Yakita (2008) や Arai (2011) と異なり，生産部門ではなく家計に便益をもたらすような財政政策を行うことを仮定し，若年世代に所得移転を行う経済を分析の対象とする。[4]

このことにより，先行研究では論じられなかった政府支出を加味したモデルを理論的に分析することにより，経済成長率と国債の維持可能性に対してどのような影響を持つかということを明らかにする。

若年世代に対しての給付金として，現実には，教育補助や育児補助，または医療補助が政府より給付されるケースが考えられる。[5] Jones and Manuelli (1992) は，政府が若年世代へ所得移転を行う政策は，所得効果により家計の貯蓄を増やす効果を持つため，経済成長率に対して正の効果があることを示している。しかしながら，そこでは政府の予算が均衡していることが仮定されており，政府が若年世代へ所得移転を行うことが国債の維持可能性に与える影響については，理論的に示されていない。本章では，Kamiguchi (2014b) にもとづき，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことが国債の維持可能性および経済成長率に与える影響を明らかにすることを目的として分析を行う。

本章の構成は次のとおりである。5.2 節では，経済の基本設定を説明する。5.3 節では，国債の維持可能性の条件について議論する。5.4 節では，均衡の安定性について分析する。5.5 節では，財政政策が経済成長率と国債の維持可能性に与える影響を明らかにする。最後に，5.6 節では，本章での分析から得られた結果をまとめ，結論を述べる。

5.2　基本設定

本章では，2 期（労働期，引退期）の世代重複モデルを用いて分析を行う。家計は同質であり，各期の消費から効用を得るとし，死亡確率は考慮しない。各世代の人口は N で一定であり，人口成長はないものと仮定する。なお，t 期に生まれ，t 期に労働供給を行う者を t 期における若年世代，$(t-1)$ 期に生まれ，t 期に引退期を迎える者を t 期における老年世代とする。以下では，t 期に生まれる世代 t の生涯を分析対象とする。

5.2.1　家計

家計は労働期および引退期の消費から効用を得るとし，家計の効用関数を次のように仮定する。

$$u = \eta \ln c_t^y + \delta \ln c_{t+1}^o$$

c_t^y および c_{t+1}^o は労働期および引退期の消費水準を表し，η および δ は労働期および引退期における消費水準へのウェイトを示す。ここで，η および δ に関して，$0 < \eta < 1$，$0 < \delta < 1$ および $\eta + \delta = 1$ を仮定する。家計は労働期に 1 単位の労働を非弾力的に供給し，得られた賃金 w_t および一律給付金 p_t を消費 c_t^y または貯蓄 s_t に充てる。引退期には利子率を加味した労働期の貯蓄を消費に充てる。労働期および引退期における各家計の予算制約式は，それぞれ，次で与えられる。

$$(1-\tau_t)w_t + p_t = c_t^y + s_t \tag{5.1}$$

$$[1 + (1-\tau_{t+1})r_{t+1}]s_t = c_{t+1}^o \tag{5.2}$$

w_t，r_t，および τ_t はそれぞれ，t 期における賃金率，利子率，および所得税率を表す。なお，$t+1$ が付されている変数は，それぞれの変数の $t+1$ 期の値を表している。(5.1) および (5.2) より，家計の生涯予算制約式は次のようになる。

$$c_t^y + \frac{c_{t+1}^o}{1+(1-\tau_{t+1})r_{t+1}} = (1-\tau_t)w_t + p_t$$

効用最大化の一階の条件より，代表的家計の貯蓄関数は次のようになる。

$$s_t = \delta[(1-\tau_t)w_t + p_t] \tag{5.3}$$

(5.3) は賃金率および一律給付金の水準が上昇する場合には，家計の貯蓄率が上昇することを示している。

5.2.2 企業

t 期において，競争的企業は物的資本 K_t および労働力 H_t を用いて最終財を生産する。各競争的企業の生産関数は $Y_t = AK_t^{\alpha}(E_tH_t)^{\beta}$ で与えられるとする。Y_t，$A>0$ および E_t はそれぞれ，生産高，生産性パラメーターおよび労働の外部性を表す。α および β は物的資本および，効率単位で測った労働が最終財の生産において貢献するシェアを表し，$0<\alpha<1$，$0<\beta<1$，および $\alpha+\beta=1$ を仮定する。Bräuninger (2005) に従い，労働の外部性が $E_t = K_t/H_t$ つまり，労働力 1 単位あたりの資本ストックで決定されるとすると，経済全体での生産関数は，次のようになる。

$$Y_t = AK_t \tag{5.4}$$

要素市場が完全競争であると仮定すると，t 期における代表的企業単位での利子率 r_t と賃金率 w_t は，それぞれ，対応する投入要素の限界生産力と一致するため，$r_t = \partial Y_t/\partial K_t = \alpha Y_t/K_t$ および $w_t = \partial Y_t/\partial H_t = \beta Y_t/H_t$ となる。(5.4) を用いることで，経済全体での利子率および賃金率は，それぞれ次のようになる。

$$r_t = \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \alpha A \tag{5.5}$$

$$w_t = \frac{\partial Y_t}{\partial H_t} = \beta \frac{Y_t}{H_t} \tag{5.6}$$

5.2.3　政府

政府は税収と国債を歳入として，財政政策を行い，GDP のうち b の割合で新規の国債を発行するとする。ただし，$b < 1$ である。このとき，B_t を t 期における新規の国債発行額とすると，$B_t = bY_t$ が成立する。$t+1$ 期の国債残高 D_{t+1} は，t 期までに蓄積した国債残高 D_t に，t 期における国債の新規発行分を加えたものになる。そのため，国債の蓄積方程式は，次のようになる。

$$D_{t+1} = D_t + bY_t \tag{5.7}$$

政府は税収と国債を歳入として，財政政策を行う。t 期において政府は所得税として，若年世代の家計に労働所得税を，老年世代の家計に利子所得税を課す。また，歳出として GDP のうち g の割合を政府支出 gY_t に充て，国債の償還 r_tD_t を行うとする。ただし，$0 < g < 1$ である。T_t を t 期における政府の税収とすると，t 期における政府の予算制約式は $B_t + T_t = r_tD_t + gY_t$ となる。ただし，$B_t = bY_t$ である。このとき，政府

の税収は $T_t = \tau_t(w_t + r_t s_{t-1})$ であることから，t 期における政府の予算制約式は次のように書くことができる。

$$bY_t + \tau_t(w_t + r_t s_{t-1})N = r_t D_t + gY_t \tag{5.8}$$

政府は政府支出のうち θ の割合を若年世代の家計に対する所得移転に充てるとする。ただし，$0 \leq \theta \leq 1$ である。このとき，政府が所得移転に使途する支出は $\theta g Y_t$ と書くことができる。また，若年世代の家計が受給する一律給付金は政府の所得移転への支出と等しいため，$p_t N = P_t = \theta g Y_t$ が成立する。他方で，所得移転以外の政府支出 $(1-\theta)gY_t$ は Bräuninger (2005) と同様に公共財の供給に充てられ，経済主体には影響をもたらさないものとする。もし政府が $\theta = 1$ とするならば，全ての政府支出は若年世代の家計への所得移転として拠出されることになる。仮に，政府が $\theta = 0$ とするならば，全ての政府支出は経済主体に影響を与えず，経済は Bräuninger (2005) と同様の構造となる。

家計の予算制約式，利子率 (5.5)，賃金率 (5.6) および政府の予算制約式 (5.8) に $gY_t = p_t N$ を代入することで，経済全体の資源制約は次のように導出される。

$$Y_t = c_t^y N + c_t^o N + K_{t+1} - K_t + (1-\theta)p_t N$$

c_t^y および c_t^o は t 期における若年世代および老年世代の消費水準を表す。なお，労働市場では $H_t = N$ が成立する。

5.3　国債の維持可能性の条件

t 期においての家計の貯蓄は $t+1$ 期において，政府または企業によって国債または物的資本として用いられるため，資本市場の均衡式は $D_{t+1}+K_{t+1}=s_tN$ になる。貯蓄関数 (5.3) を資本市場の均衡式に代入することで，資本市場の均衡式を次のように書くことができる。

$$D_{t+1}+K_{t+1}=\frac{\delta}{\eta+\delta}[(1-\tau_t)w_tN_t+p_tN_t] \tag{5.9}$$

政府支出のうち若年世代の家計への所得移転に対する拠出額は $p_tN=P_t=\theta gY_t$ である。なお，資本減耗については考慮しない。賃金率 (5.6)，経済全体での生産関数 (5.4) および国債残高の蓄積方程式 (5.7) を (5.9) に代入し，両辺を K_t で除すことで，物的資本の成長率は次のようになる。

$$\frac{K_{t+1}}{K_t}=(1-\tau_t)\beta\delta A+(\theta\delta g-b)A-\frac{D_t}{K_t} \tag{5.10}$$

他方で，(5.7) の両辺を D_t で除すことで，国債残高の成長率を次のように書くことができる。

$$\frac{D_{t+1}}{D_t}=1+b\frac{Y_t}{D_t} \tag{5.11}$$

ここで，政府の予算制約式 (5.8) を満たすように所得税率を設定することを仮定する。経済全体での生産関数 (5.4)，利子率 (5.5)，および (5.8) を用いることで，$1-\tau_t$ は次のように書くことができる。

$$1-\tau_t=\frac{1+b-g}{1+\alpha\frac{D_t}{K_t}} \tag{5.12}$$

以下では，これまでの議論を用いて経済に均衡が存在する条件，つまり国債が維持可能である条件を明らかにする。経済には物的資本と国債残高が蓄積し，それぞれの成長率は定常均衡において均斉成長率として等しくなる。それゆえ，定常均衡では国債/物的資本比率は一定となり，$K_{t+1}/K_t = D_{t+1}/D_t$ が成立する。また，このとき，(5.10) および (5.11) に (5.12) を代入し，$z_t \equiv D_t/K_t$ と定義することで，次式を得る。

$$1 + \frac{bA}{z_t} + z_t = \left(\frac{(1+b-g)\beta\delta}{1+\alpha z_t} + (\theta\delta g - b) \right) A \tag{5.13}$$

(5.13) の両辺をそれぞれ，$\chi(z_t, b)$ および $\varepsilon(z_t, b, \theta)$ と定義する。$\chi(z_t, b)$ は $z_t = \sqrt{bA}$ のとき，最小値 $\chi = 1 + 2\sqrt{bA}$ となる。z_t が 0 または無限大に近づくとき，$\chi(z_t, b)$ の値は無限大となる。他方で，$\varepsilon(z_t, b, \theta)$ の値は z_t の値が上昇することで，単調に減少する。したがって，図 5.2 において z_t を横軸とすると，$\chi(z_t, b)$ は U 字型の曲線として描かれ，$\varepsilon(z_t, b, \theta)$ は右下がりの傾きを持つ曲線として描かれる。

政府が国債の新規発行を増やす場合，つまり b を上昇させることが $\chi(z_t, b)$ および $\varepsilon(z_t, b, \theta)$ に与える影響はそれぞれ，$\partial\chi/\partial b = A/z_t > 0$ および $\partial\varepsilon/\partial b = \left(\frac{\beta\delta}{1+\alpha z_t} - 1\right) A < 0$ となる。それゆえ，政府が b を引き上げるならば，図 5.2 において $\chi(z_t, b)$ は上方に，$\varepsilon(z_t, b, \theta)$ は下方にシフトする。つまり，政府が b を上昇させることは $\chi(z_t, b)$ および $\varepsilon(z_t, b, \theta)$ が交点を持つ可能性を低下させることになり，国債の維持可能性を低下させることになるのである。このとき，$\chi(z_t, b)$ と $\varepsilon(z_t, b, \theta)$ が接する場合の b の水準を b の閾値として $\tilde{b}$ とする。政府が $\tilde{b}$ よりも高い水準の b を設定するならば，$\chi(z_t, b)$ と $\varepsilon(z_t, b, \theta)$ は交点を持たず，経済に定常均衡は存在しない。

なぜならば，国債残高の成長率は常に物的資本の成長率を上回るため，

国債残高/物的資本比率が通時的に上昇し，物的資本は正の水準を保つことができないからである。その一方で，政府が $\tilde{b}$ の水準の b を設定するならば，経済には一つの均衡が存在し，政府が $\tilde{b}$ の水準未満の b を設定するならば，経済には二つの均衡が存在する。この関係は図 5.2 に描写され，政府が b を上昇させた場合の $\chi(z_t, b)$ および $\varepsilon(z_t, b, \theta)$ への影響は点線で表される。

他方で，政府が θ を引き上げることが $\chi(z_t, b)$ および $\varepsilon(z_t, b, \theta)$ に与える影響はそれぞれ，$\partial\chi/\partial b = 0$ および $\partial\varepsilon(z_t, b, \theta)/\partial\theta = \delta Ag > 0$ となり，$\varepsilon(z_t, b, \theta)$ に与える効果は図 5.2 において破線で表される。したがって，政府が θ を引き上げるならば，図 5.2 において $\chi(z_t, b)$ には影響を与えない一方で，$\varepsilon(z_t, b, \theta)$ は上方にシフトする。

なぜならば，政府が若年世代の家計に対する所得移転の規模を拡大することは，(5.3) より物的資本の蓄積を促す効果を持つからである。そのため，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行わない場合と比較して，政府が高い水準の θ を設定し，若年世代の家計に対する所得移転を行う経済では，より高い水準でフローの国債発行を行ったとしても経済に均衡が存在する。つまり，政府が θ を引き上げることは $\tilde{b}$ の水準を引き上げる効果を持つのである。以上の議論から，次の命題を得る。

命題 5.1 政府が $b < \tilde{b}$ とするとき，経済には二つの均衡が存在し，$b = \tilde{b}$ とするときは一つの均衡が存在する。政府が $b > \tilde{b}$ とするとき，経済には均衡は存在しない。政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことは，$\tilde{b}$ の水準を引き上げる効果を持つ。

命題 5.1 より，政府が GDP に対して $\tilde{b} < b$ の水準で新規の国債を発行

するならば，経済には均衡が存在しない。しかし，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行う場合には $\tilde{b}$ の水準を引き上げることで，所得移転を行わない場合と比べて高い水準の b を政府が設定したとしても，経済に均衡が存在する可能性があることが明らかとなった。

以下では，数値例を用いて GDP に対するフローの国債発行率 b と国債の維持可能性との関係を確認する。なお，パラメーターに関して Bräuninger (2005) に基づき $\alpha = 0.2$，$\delta = 0.4$，$g = 0.2$，および $A = 12$ を仮定する。数値計算の結果は，表 5.1 および表 5.2 にまとめられている。表 5.1 では政府が $\theta = 0$ とする場合，つまり，Bräuninger (2005) と同様の経済を仮定し，表 5.2 では政府が $\theta = 0.5$ とする場合を仮定する。このとき，利子率は (5.5) より，$r_t = \alpha A$ であるため 2.4 になる。一期の長さを 30 年と仮定すると，年利は Bräuninger (2005) と同じく 4.2%になる。表 5.1 は政府が $\theta = 0$ とする場合，政府が 0.04 を超えて b を設定するならば，$\chi(z_t, b)$ と $\varepsilon(z_t, b, \theta)$ は交点を持たないため，経済に均衡が存在しないことを示している。しかしながら，政府が $\theta = 0.5$ とするならば，政府が 0.04 を超えて b を 0.05 としたとしても $\chi(z_t, b)$ と $\varepsilon(z_t, b, \theta)$ は交点を持つため，経済に二つの均衡が存在することを示している。このことは，政府が若年世代の家計に対する所得移転を行うことは，$\tilde{b}$ の水準を引き上げ，政府の発行するフローの国債発行額に関して，国債の維持可能性を高める効果を持つことを示している。

5.4 均衡の安定性に関する分析

本節では，政府が $b < \tilde{b}$ とする場合の，均衡の安定性についての分析を行う。経済には，物的資本と国債の二つの要素が蓄積している。(5.10) お

よび (5.11) について，(5.12) および $z_t = D_t/K_t$ の関係を用いることで，次のように書くことができる。

$$\frac{K_{t+1}}{K_t} = \left(\frac{(1+b-g)\beta\delta}{1+\alpha z_t} + \theta\delta g - b\right) A - z_t \tag{5.14}$$

$$\frac{D_{t+1}}{D_t} = 1 + \frac{bA}{z_t} \tag{5.15}$$

(5.14) は国債/物的資本比率が上昇するならば，物的資本の成長率が低下することを示している。このことから，図 5.3 において (5.14) に対応する KK 曲線は右下がりの傾きを持つ曲線として示されている。また，(5.15) は，国債/物的資本比率が上昇するならば，国債残高の成長率が低下し，国債/物的資本比率が非常に高い場合には，国債残高の成長率が長期的には 1 となり，一定となることを示している。このことは，図 5.3 において (5.15) に対応する DD 曲線として描かれる。

次に，均衡の安定性について，$z_t = D_t/K_t$ の関係を用いて分析を行う。$z_t = D_t/K_t$ であることから，$z_{t+1} = \left(\frac{D_{t+1}}{D_t}/\frac{K_{t+1}}{K_t}\right) z_t$ を得る。(5.14) および (5.15) を用いることにより，次の関係式を得る（導出については補論を参照にされたい)。

$$\frac{dz_{t+1}}{dz_t} = 1 + \frac{1}{\frac{K_{t+1}}{K_t}} \left[\left(1 + \frac{(1+b-g)\alpha\beta\delta A}{(1+\alpha z_t)^2}\right) z_t - \frac{bA}{z_t}\right] \tag{5.16}$$

このとき，z_t の水準が低い場合には $dz_{t+1}/dz_t < 1$ となり，z_t の水準が高い場合には $dz_{t+1}/dz_t > 1$ が成立する。このことは，図 5.3 の z_{tS} の水準に対応する均衡 S は局所的に安定的であり，z_{tU} の水準に対応する均衡 U は不安定であることを示している。[6]このことから，次の命題を得る。

命題 5.2 政府が $\tilde{b}$ 未満の水準を設定するならば，経済には二つの均衡が

存在する。低い水準の z_t を持つ均衡は安定であり，高い水準の z_t を持つ均衡は不安定である。

5.5 財政政策が経済成長率および国債の維持可能性に与える影響

本節では，政府が GDP に対する国債発行比率 b および政府支出比率 g を変化させることは，経済成長率および初期時点の国債残高のストックに関する国債の維持可能性に対して，どのような影響を持つかということを明らかにする。(5.10) より，経済成長率は次のようになる。

$$1+\gamma = \left(\frac{(1+b-g)}{1+\alpha z_{tS}}\beta\delta A + (\theta\delta g - b)A\right) - z_{tS} \tag{5.17}$$

z_{tS} は均衡 S における z_t の水準を示す。このとき，政府が b を上昇させることが経済成長率に与える影響は次のようになる。

$$\frac{d\gamma}{db} = -\left(1-\frac{\beta\delta}{1+\alpha z_{tS}}\right)A - \left(\frac{(1+b-g)\alpha\beta\delta A}{(1+\alpha z_{tS})^2}+1\right)\frac{\left(\frac{1}{z_{tS}}+1-\frac{\beta\delta}{1+\alpha z_{tS}}\right)A}{\frac{bA}{z_{tS}^2}-1-\frac{(1+b-g)\alpha\beta\delta A}{(1+\alpha z_{tS})^2}} < 0$$

このことから，均衡 S において政府が b を上昇させることは，経済成長率に対して負の効果を持つことが分かる。また，政府が g を上昇させることが経済成長率に与える影響は次のようになる。

$$\frac{d\gamma}{dg} = \frac{(\theta(1+\alpha z_{tS})-\beta)\delta A}{1+\alpha z_{tS}} \gtreqless 0 \tag{5.18}$$

(5.18) の分母の符号は正であるため，$\theta < \beta/(1+\alpha z_t)$ が成立する場合には，(5.18) の符号は負となり，政府が g を上昇させることは，経済成長率に対して負の効果を持つ。このことは，政府が $\theta = 0$ とする場合には，

(5.18) の分子が負の値 $-\beta\delta A < 0$ となることで確認できる。なぜならば，政府が $\theta = 0$ とする場合には，政府支出の増加には家計の所得を増やす効果はない一方で，(5.12) より，所得税率を引き上げる効果を持つ。それゆえ，家計の可処分所得を減少させ，物的資本の蓄積を妨げるため，経済成長率を引き下げるのである。他方で，$\theta > \beta/(1+\alpha z_t)$ が成立する場合には，政府が g を上昇させることは，経済成長率に対して正の効果を持つ。なぜならば，政府が $\theta > \beta/(1+\alpha z_t)$ とする場合には，(5.12) より，政府支出の増加は家計の所得を増やす効果が，所得税率を引き上げることで家計の可処分所得を減少させる効果を上回り，物的資本の蓄積が促進されるため，経済成長率を引き上げるからである。また，$\theta > \beta/(1+\alpha z_t)$ が成立する場合に政府が g を上昇させることは，経済成長率に対して正の効果を持つだけでなく，所得効果により，図 5.3 の破線が示すように KK 曲線を上方へシフトさせる働きを持つ。政府が g を上昇させることは，図 5.3 において KK 曲線に対して以上のような効果がある一方で，$d\frac{D_{t+1}}{D_t}/dg = 0$ が成立するため，DD 曲線には影響を与えない。そのため，図 5.3 において，政府が g を上昇させたとき，均衡 S は左側にシフトし，均衡 U は右側にシフトする。このことは，国債残高の初期値が高く z_0 の水準が高いため，均衡 S に到達できない経済においても，政府が g を上昇させることで均衡 S に到達することができ，財政を維持できる可能性があることを示している。これまでの議論より，次の命題を得る。

命題 5.3 政府が $\theta = 0$ とする場合には，b と g のどちらの水準を引き上げたとしても，経済成長率および国債の維持可能性を低下させる。政府が θ の水準を $\beta/(1+\alpha z_t)$ よりも高く設定する場合には，b の水準を引き上げることは経済成長率を低下させる。しかしながら，g の水準を引き上げる

ことは経済成長率を高め，経済が均衡 S に到達するための z_0 の閾値の水準を引き上げることで，初期時点における国債残高のストックに対する国債の維持可能性を高める。

命題 5.3 は，政府が若年世代の家計に所得移転を行うことは，$\theta = 0$ とする場合と対照的に，家計の可処分所得を増やし，貯蓄を促すことで，経済成長率と国債の維持可能性を同時に高めることができる可能性があることを示している。しかしながら，政府が g の水準を引き上げることは θ の水準が十分高い場合に家計の可処分所得を増やす効果がある一方で，(5.12) より，所得税率を引き上げ，家計の可処分所得を減らす効果がある。政府が θ を低い水準で設定する場合には，後者の効果が前者の効果を上回るため，g の水準を引き上げたとしても，家計の可処分所得は減少し，貯蓄率が低下する。このことから，政府が若年世代の家計に対する所得移転に政府支出の多くを充てる場合には，政府支出の規模を拡大することが，経済成長率と国債の維持可能性に対して正の効果を持つことが明らかとなった。

以下では，数値計算を用いて政府が財政支出を増加させる場合に経済に与える影響を確認する。表 5.3 は，政府が b および g を上昇させた場合に，均衡 S においての国債残高/物的資本比率 z_{tS}，均衡 B においての国債残高/物的資本比率 z_{tU} および経済成長率 $\hat{K}$ にどのような影響を与えるかということを，$\theta = 0$ の場合と $\theta = 0.9$ との場合に分けて示している。また，パラメーターに関しては Bräuninger (2005) に従い，$\alpha = 0.2$，$\delta = 0.3$ および $A = 12$ とする。(5.18) より，政府が $\theta = 0$ とする場合には，g を上昇させることが経済成長率に対して負の効果があることが確認できる。表 5.3 は政府が $\theta = 0$ とする場合には，政府が b および g の水準を引き上げ

ることは，経済成長率に対して負の効果を持つことを示している。また，表 5.3 より，政府が $\theta = 0$ とし，g を引き上げる場合には，z_{tS} の値が上昇し，z_{tU} の値が減少することが分かる。このことは，図 5.3 において均衡 S を右側に，均衡 B を左側にシフトさせることを意味しており，政府が $\theta = 0$ とし，g を引き上げることは，初期時点における国債残高のストックに対する国債の維持可能性を低下させることになる。他方で，(5.18) において，$\theta > \beta/(1+\alpha z_t)$ が成立する場合には，政府が g を上昇させることが経済成長率に対して正の効果を持つことが理論的に示された。表 5.3 は政府が $\theta = 0.9$ とする場合には，b の水準を引き上げることは経済成長率に対して負の効果を持つ一方で，g の水準を引き上げることは，家計の貯蓄を促し，経済成長率に対して正の効果を持つことを示している。

図 5.3 において，初期時点の国債残高/物的資本比率 z_0 が z_{tU} と $z_{tU'}$ の間にあるとする。このとき，国債残高の成長率が物的資本の成長率を上回るため，経済は均衡 A に到達することができない。なぜならば，国債残高の成長率が物的資本の成長率を上回る場合には (5.17) より，物的資本を蓄積することができないからである。そのため，企業は生産を行えず，家計は所得を得ることができないため，政府は税収を徴収し，国債残高を返還することができない。しかしながら，政府が $\theta > \beta/(1+\alpha z_t)$ とし，g の水準を引き上げる場合には，家計への一律給付金の増額を通じて物的資本の蓄積が促される。そのため，図 5.3 の KK 曲線が上方にシフトし，たとえ初期時点に z_0 の水準が z_{tU} と $z_{tU'}$ の間にあったとしても，物的資本の成長率が国債残高の成長率を上回る領域が拡大することにより，経済は均衡 S に到達することができる。

5.6　おわりに

本章では，物的資本と国債残高が蓄積する経済において，政府支出が家計に影響を与える場合を分析した。このことによって，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことは，経済成長率を高めるだけでなく，国債の維持可能性を高めることが示された。なぜならば，政府が若年世代の家計に対する所得移転を行うことは，家計の貯蓄率を高め，経済成長率を引き上げることで，物的資本の成長率が国債残高の成長率を上回る可能性を高めるからである。

しかしながら，本章では，企業の生産関数を (5.4) として分析しているため，利子率が一定となる。[7]利子率の変化は政府の利払いの負担に影響を与えることから，国債の維持可能性に対しても影響を持つことが考えられる。第六章では，政府が税収と国債を歳入とし，政府支出が企業の生産性を高め，利子率を引き上げる経済を分析の対象とし，国債の維持可能性を高めるような政策を提示することを目的とした分析を行う。

章末注

[1]累積債務問題の顕在化に関しては，Pan and Wang (2012) の実証研究において，2007 年以降に EU の 12 カ国において，国債残高/GDP 比率の値が上昇していることを示している。

[2]国債の発行と経済成長率との関係を実証的な手法で分析した研究に，Checherita-Westphal and Rother (2012) および Baum et al. (2013) がある。そこでは，国債残高/GDP 比率が高い場合に政府が追加的に国債を発行することは，経済成長率を引き下げるという結果が示された。

[3]内生的成長を仮定した経済において，財政政策と国債の維持可能性に関する動学分析を連続型の手法を用いて理論的に行った研究には，Greiner (2008)，Futagami et al. (2008)，および Kamiguchi and Tamai (2012) などがある。Greiner (2008) は政府がストックの公的資本に対して投資を行う経済において，Bohn (1998) の実証分析で仮定された財政ルールを理論モデルに導入し，政府が Bohn (1998) の財政ルールを遵守する場合には，経済には安定的な均衡が存在することを示した。なお，Greiner et al. (2007) では，アメリカのデータを分析の対象とした Bohn (1998) の分析手法を用いて，ヨーロッパのデータを対象として，検証が行われた。その結果，ヨーロッパのデータを分析対象とする場合にも，Bohn (1998) の財政ルールを導入する場合には，財政を維持できることを示した。Futagami et al. (2008) は政府が税収と国債を歳入として，フローの生産的公共財を供給する経済

を分析した。そこでは，政府が国債残高/物的資本の目標値を低い水準で設定する場合には，経済に安定的な均衡が存在することが示された。Kamiguchi and Tamai (2012) では，政府が Barro (1990) と同様にフローの生産的公共財を供給する経済を分析し，国債残高/物的資本の目標値が与えられなかったとしても，政府が適切な財政運営を行うことで，国債が維持可能となることを理論的に示した。

[4]本章での議論とは対照的に，政府が国債を発行する経済において，老年世代への所得移転を行う経済を分析した研究には，Michel et al. (2010) や Kuhle (2014) がある。Michel et al. (2010) は，政府が税収と国債を歳入とする経済を，外生的成長の枠組みを用いて分析した。政府は若年世代に一括税を課し，老年世代が給付金を受け取る経済を仮定し，国債が維持可能であるための財政ルールを示した。Kuhle (2014) は年金を考慮した経済において，パレート効率的な国債の規模を示した。

[5]教育補助を明示的に取り扱った研究には，Bräuninger and Vidal (2000), Gomez (2005) がある。Bräuninger and Vidal (2000) は政府が若年世代の家計に対して教育補助を行う経済を分析しており，Gomez (2005) は家計が教育に時間を充てることで失う稼得所得を，政府が家計に教育補助を給付することで相殺することを仮定している。また，Bovenberg and Jacobs (2005) は政府が若年世代の家計に対して一律給付金を給付することを仮定している。

[6]離散型のモデルにおける一次元の経済の安定性については，de la Croix and Michel (2002 pp. 315-317) が詳しい。

[7]Rebelo (1991) では，(5.4) と同様の生産関数が用いられ，AK モデルとして知られている。

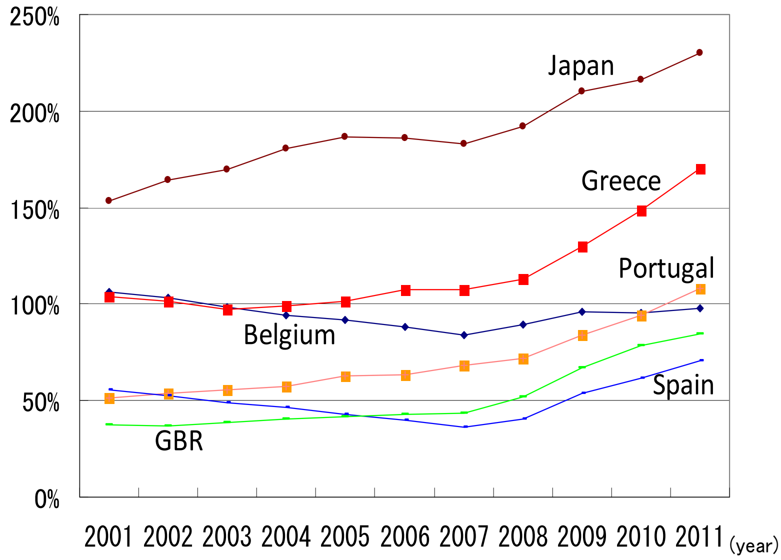

図 5.1: 国債残高/名目 GDP の比率
出所: International Monetary Fund World Economic Outlook Database, April 2014

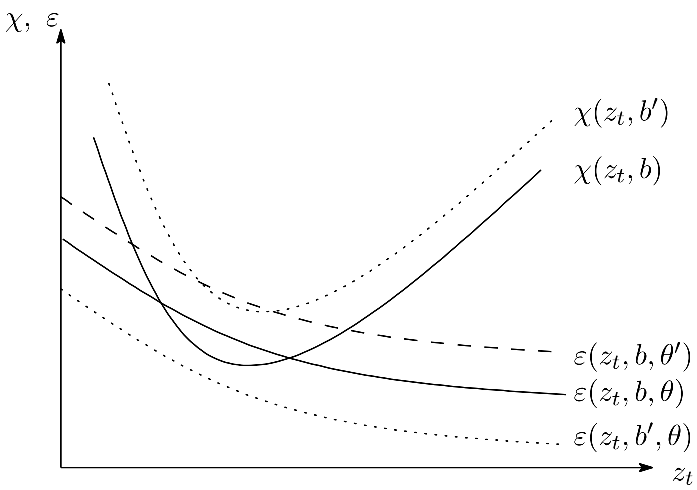

図 5.2: 均衡の存在について

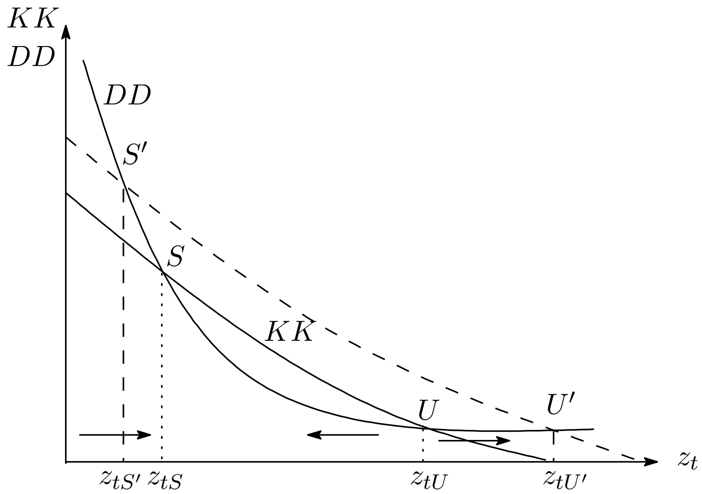

図 5.3: 物的資本および国債残高の成長率と国債の維持可能性

表 5.1: 国債残高/物的資本比率 $\theta = 0$ の場合

b	z_{t1}	z_{t2}
0.01	0.0636	1.2669
0.02	0.1430	1.1186
0.03	0.2536	0.9399
0.04	0.5259	0.6000
0.05	-	-

表 5.2: 国債残高/物的資本比率 $\theta = 0.5$ の場合

b	z_{t1}	z_{t2}
0.01	0.0502	1.6316
0.02	0.1084	1.5017
0.03	0.1783	1.3608
0.04	0.2675	1.2012
0.05	0.3990	1.0000

表 5.3: b および g の変化が経済成長率に与える影響

$\theta = 0$, b = 0.01				$\theta = 0.9$, b = 0.01			
g	z_{tS}	$\hat{K}$	z_{tU}	g	z_{tS}	$\hat{K}$	z_{tU}
0.1	0.0525	4.04	1.4912	0.1	0.0439	4.49	1.8110
0.2	0.0636	3.60	1.2669	0.2	0.0431	4.54	1.9269
0.3	0.0801	3.01	1.0254	0.3	0.0423	4.58	2.0509
$\theta = 0$, b = 0.02				$\theta = 0.9$, b = 0.02			
g	z_{tS}	$\hat{K}$	z_{tU}	g	z_{tS}	$\hat{K}$	z_{tU}
0.1	0.1143	3.84	1.3617	0.1	0.0935	4.33	1.6903
0.2	0.1430	3.34	1.1186	0.2	0.0914	4.39	1.8047
0.3	0.1960	2.70	0.8413	0.3	0.0895	4.44	1.9271
$\theta = 0$, b = 0.03				$\theta = 0.9$, b = 0.03			
g	z_{tS}	$\hat{K}$	z_{tU}	g	z_{tS}	$\hat{K}$	z_{tU}
0.1	0.1905	3.60	1.2164	0.1	0.1508	4.15	1.5625
0.2	0.2536	2.99	0.9399	0.2	0.1467	4.22	1.6762
0.3	-	-	-	0.3	0.1430	4.35	1.7976

6　公的資本，財政政策と国債の維持可能性

6.1　はじめに

第五章では，Bräuninger (2005) で展開された経済をベースとした分析を行い，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことが，国債の維持可能性を高めることを示した。

しかしながら，第五章で仮定した経済では利子率が一定となるため，政府の行う財政政策が利子率を引き上げ，国債の利払い負担を増やす効果を持つ場合に，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことは国債の維持可能性を高める効果を持つかということは明らかにされていない。

本章では，Yakita (2008) にもとづき，コブ=ダグラス型の生産関数を導入し，公的資本が蓄積する経済においても，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことは，国債の維持可能性を高めること効果を持つ可能性があることを明らかにする。

内生成長を仮定したモデルを用いて国債の維持可能性に関する分析を行った Bräuninger (2005) では，政府支出が家計の効用や企業の生産に影響を与えないことが仮定されていたが，Yakita (2008) は政府が企業の生産性を高めるような公的資本への投資を行う経済を分析し，国債の維持可能性と政府支出との関係を分析した。そこでは，Futagami et al. (1993) と同様に，公的資本がストックとして蓄積することが仮定された。Bräuninger (2005) では，ストックとしての公的資本の初期値がある水準を超えると，経済は均衡に到達できないことを示されたが，現実の経済では，ギリシャをはじめ，南欧各国の累積債務問題が顕在化した一方で，南欧と同様の国債残高/GDP 比率の国であっても，債務問題が顕在化していない国がある

（図 5.1 を参照にされたい）。この点について，Yakita (2008) は，初期時点において公的資本が高い水準で蓄積している経済では，経済が許容できる国債残高の初期値が高くなることを示し，たとえ高い水準で国債残高の初期値が蓄積していたとしても，公的資本が高い水準で蓄積しているならば，経済は均衡に到達できる可能性があることを明らかにした。このことは，累積債務問題の顕在化には，ある経済の国債残高の蓄積だけでなく，公的資本がどの程度蓄積しているかということが重要であることを意味している。しかしながら，そこでは，政府が公的資本へのフローの投資を追加的に行うことは，ストックとしての国債残高の初期値に関して国債の維持可能性を低下させることが示された。なぜならば，政府が追加的な公的資本への投資を行うことで利子率が上昇し，国債の利払いの負担を引き上げるため，ストックとしての国債残高の初期値に関して国債の維持可能性を低下させるためである。

他方で，Arai (2011) は，政府が税収と国債を歳入として，Barro (1990) で展開と同様に，企業の生産性を高めるフローの生産的公共財を供給する経済を分析した。そこでは，政府がフローの生産的公共財への支出を追加的に増やすことは，国債の維持可能性を高める可能性がある一方で，GDP に対する生産的公共財への支出の割合が十分に高い場合には，追加的な生産的公共財への支出は所得税率を引き上げることで家計の可処分所得を減らし，物的資本の蓄積を妨げることで，ストックとしての国債残高の初期値に関して国債の維持可能性を低下させることが示された。彼の研究は，Yakita (2008) とは異なり，政府がフローの生産的公共財を供給する場合には国債の維持可能性を高める可能性があることを示したが，その効果は限定的であり，政府が既に生産的公共財を高い水準で供給している

経済において，国債の維持可能性を高める政策手段は示されていない。

以下では，Kamiguchi and Ogawa (2014) にもとづき，物的資本，公的資本および国債残高が蓄積する経済を分析対象とし，ストックとしての国債残高の初期値に関して国債の維持可能性を高める政府支出を提示する。

6.2　基本設定

本章では，2 期（労働期，引退期）の世代重複モデルを用いて分析を行う。家計は同質であり，各期の消費から効用を得るとする。各世代の人口は N で一定であり，人口成長はないものと仮定する。以下では，t 期に生まれる世代 t の生涯を分析対象とする。

6.2.1　家計

家計は労働期および引退期の消費から効用を得るとし，家計の効用関数を次のように仮定する。

$$u_t = (1-\delta)\ln c_t^y + \delta \ln c_{t+1}^o$$

c_t^y および c_{t+1}^o はそれぞれ，労働期および引退期の消費水準を表す。$\delta \in (0,1)$ は時間選好率である。家計は労働期に 1 単位の労働を非弾力的に供給し，得られた賃金 w_t および一律給付金 p_t は消費 c_t^y または貯蓄 s_t に用いられる。引退期には利子率を加味した労働期の貯蓄を消費に充てる。労働期および引退期における各家計の予算制約式は，それぞれ，次で与えら

れる。

$$c_t^y + s_t = (1-\tau_t)w_t + p_t$$

$$c_{t+1}^o = [1 + (1-\tau_{t+1})r_{t+1}]s_t$$

τ_t は t 期における所得税率を表す。このとき，家計の生涯予算制約式は，次のようになる。

$$c_t^y + \frac{c_{t+1}^o}{1+(1-\tau_{t+1})r_{t+1}} = (1-\tau_t)w_t + p_t$$

家計の効用最大化の一階の条件より，労働期，引退期の消費水準および貯蓄関数は次のように導出される。

$$\begin{aligned} c_t^y &= (1-\delta)[(1-\tau_t)w_t + p_t] \\ c_{t+1}^o &= \delta[1+(1-\tau_{t+1})r_{t+1}][(1-\tau_t)w_t + p_t] \\ s_t &= \delta[(1-\tau_t)w_t + p_t] \qquad (6.1) \end{aligned}$$

6.2.2 企業

t 期において，競争的企業は物的資本 K_t および労働 H_t を用いて生産を行う。各競争的企業の生産関数は $Y_t = K_t^\alpha(E_tH_t)^{1-\alpha}$ であるとする。Y_t および E_t はそれぞれ，生産高と労働の外部性を表す。要素市場が完全競争であると仮定すると，t 期における代表的企業単位での利子率 r_t と賃金率 w_t は物的資本および労働力の投入要素の限界生産力に一致するため，利子率および賃金率はそれぞれ，$r_t = \partial Y_t/\partial K_t = \alpha Y_t/K_t$ および $w_t = \partial Y_t/\partial H_t = (1-\alpha)Y_t/H_t$ となる。Maebayashi (2013) に従い，労働

の外部性が $E_t \equiv G_t/H_t$ つまり，労働力 1 単位あたりの公的資本ストックで決定されるとすると，経済全体での生産関数は，次のようになる。

$$Y_t = K_t^{\alpha} G_t^{1-\alpha} \tag{6.2}$$

(6.2) を用いることで，経済全体での利子率 r_t および賃金率 w_t は，それぞれ，対応する投入要素の限界生産力と一致するため，次のようになる。

$$r_t = \alpha \left(\frac{G_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} = \alpha \frac{Y_t}{K_t} \tag{6.3}$$

$$w_t = (1-\alpha)\left(\frac{G_t}{K_t}\right)^{-\alpha} \frac{G_t}{H_t} = (1-\alpha)\frac{Y_t}{H_t} \tag{6.4}$$

6.2.3　政府

政府は税収と国債を歳入とし，財政政策を行う。政府は公的資本への投資および若年世代の家計に対する所得移転に政府支出を拠出する。政府は GDP のうち $\theta \in (0,1)$ の割合を公的資本への投資として支出する。$t+1$ 期の公的資本の水準は，t 期の公的資本ストックに公的資本への新規投資分 θY_t を加えたものに等しい。それゆえ，公的資本の蓄積方程式は次式で与えられる。

$$G_{t+1} = G_t + \theta Y_t \tag{6.5}$$

他方で，政府は GDP のうち $\eta \in (0,1)$ の割合を若年世代の家計に対する所得移転に支出し，若年世代の家計は一律給付金 p_t を受給する。このとき，$\eta Y_t = p_t N = P_t$ が成立する。なお，政府支出に関するパラメーターについて，$\theta + \eta < 1$ を仮定し，GDP を超えた水準で政府支出を拠出する場合を排除する。政府は政府支出のうち $\lambda \in (0,1)$ の割合を国債で賄う

とすると，政府が t 期に発行する国債は $\lambda(\theta+\eta)Y_t$ である。$t+1$ 期の国債残高は，t 期の国債残高 D_t に国債の新規発行分を加えたものに等しくなる。それゆえ，国債残高の蓄積方程式は次のようになる。

$$D_{t+1} = D_t + \lambda(\theta+\eta)Y_t \tag{6.6}$$

政府は t 期において，税収と国債を歳入として，国債の利払いを行い，財政政策として公的資本および若年世代の家計に対する所得移転を行う。このことから，t 期における政府の予算制約式は次のようになる。

$$(D_{t+1} - D_t) + \tau_t(w_t + r_t s_{t-1})N = r_t D_t + (G_{t+1} - G_t) + \eta Y_t \tag{6.7}$$

(6.5) および (6.6) を政府の予算制約式 (6.7) に代入することで，政府の予算制約式を次のように書き直すことができる。

$$\lambda(\theta+\eta)Y_t + \tau_t(w_t + r_t s_{t-1})N = r_t D_t + (\theta+\eta)Y_t \tag{6.8}$$

家計の予算制約式，政府の予算制約式および資本市場の均衡条件を用いることで，t 期における資源制約式は次のように導出される。

$$Y_t = c_t^y N + c_t^o N + G_{t+1} - G_t + K_{t+1} - K_t$$

c_t^y および c_t^o はそれぞれ，t 期における若年世代および老年世代の消費水準を表す。なお，労働市場では $H_t = N$ が成立する。

t 期における家計の貯蓄は $t+1$ 期において，政府または企業によって国債または物的資本として用いられるため，資本市場の均衡式は次のよう

になる。

$$D_{t+1} + K_{t+1} = s_t N \tag{6.9}$$

(6.1) および (6.4) を用いることで，(6.9) を次のように書くことができる。

$$K_{t+1} = \delta[(1-\tau_t)(1-\alpha)Y_t + P_t] - D_{t+1} \tag{6.10}$$

(6.10) の両辺を K_t で除し，(6.6) および $P_t = \eta Y_t$ を用いることで，物的資本の成長率は次のようになる。

$$\frac{K_{t+1}}{K_t} = [\delta(1-\tau_t)(1-\alpha) + \delta\eta - \lambda(\theta+\eta)]\left(\frac{G_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} - \frac{D_t}{K_t} \tag{6.11}$$

他方で，公的資本の成長率は (6.5) の両辺を G_t で除すことにより，次のようになる。

$$\frac{G_{t+1}}{G_t} = 1 + \theta\frac{Y_t}{G_t} \tag{6.12}$$

また，国債残高の成長率は (6.6) の両辺を D_t で除すことにより，次のようになる。

$$\frac{D_{t+1}}{D_t} = 1 + \lambda(\theta+\eta)\frac{Y_t}{D_t} \tag{6.13}$$

このとき，(6.3)，(6.4) および (6.8) を用いることで，$1-\tau_t$ は次のように書くことができる。

$$1-\tau_t = \frac{1-(1-\lambda)(\theta+\eta)}{1+\alpha(D_t/K_t)} \tag{6.14}$$

ここで，g_t および z_t について $g_t \equiv G_t/K_t$ および $z_t \equiv D_t/K_t$ と定義し，公的資本/物的資本比率 g_t および国債残高/物的資本比率 z_t に関する二本

の動学方程式を用いて，経済の動学体系を描写する。(6.11)-(6.14) を用いることで，g_t および z_t に関する動学方程式は，それぞれ，次のように書くことができる。

$$\frac{g_{t+1}}{g_t} = \frac{1+\theta g_t^{-\alpha}}{\zeta_t(z_t) g_t^{1-\alpha} - z_t} \tag{6.15}$$

$$\frac{z_{t+1}}{z_t} = \frac{1+\lambda(\theta+\eta)\frac{g_t^{1-\alpha}}{z_t}}{\zeta_t(z_t) g_t^{1-\alpha} - z_t} \tag{6.16}$$

なお，$\zeta(z_t) > 0$ を次のように仮定する。

$$\zeta_t(z_t) \equiv \frac{\delta(1-\alpha)[1-(1-\lambda)(\theta+\eta)]}{1+\alpha z_t} + \eta(\delta-\lambda) - \lambda\theta$$

定常均衡では，$g_{t+1} = g_t$ および $z_{t+1} = z_t$ が成立する。このとき，(6.15), (6.16)，$g_{t+1} = g_t$ および $z_{t+1} = z_t$ を用いることで，定常均衡において次の関係式が成立する。

$$g_t = \frac{\theta}{\lambda(\theta+\eta)} z_t \tag{6.17}$$

6.3 国債の維持可能性に関する分析

本節では，g_t および z_t に関する経済の動学体系を図 6.3 の $g_t - z_t$ 平面に二次元の位相図として描写し，均衡の有無を確認する。国債が維持可能である経済には安定な均衡が存在することから，本章で仮定した経済には安定な均衡が存在することを示し，図 6.3 を用いて，ストックとしての国債残高の初期値が高い場合には，経済は安定な均衡に到達できず，国債を維持できないことを明らかにする。

図 6.3 の位相図には，g_t の動学方程式に関する GG 曲線および，z_t の動

学方程式に関する ZZ 曲線が描かれる。以下では GG 曲線および ZZ 曲線が $g_t - z_t$ 平面において，どのような軌跡を描くかを確認する。定常均衡では，(6.15)，(6.16)，$g_{t+1} = g_t$ および $z_{t+1} = z_t$ が成立する。(6.15) および $g_{t+1} = g_t$ を用いることで，次の関係式を得る。

$$1 + \theta g_t^{-\alpha} + z_t = \zeta_t(z_t) g_t^{1-\alpha} \tag{6.18}$$

(6.18) の左辺を $\beta(g_t, z_t)$，右辺を $\varepsilon(g_t, z_t)$ と定義する。図 6.1 は，所与の公的資本/物的資本比率に対応する $\beta(g_t, z_t)$ および $\varepsilon(g_t, z_t)$ を示しており，z_{1t} は (6.18) を満たす国債残高/物的資本比率である。図 6.1 より，$\beta(g_t, z_t)$ と $\varepsilon(g_t, z_t)$ は $z_t = z_{1t}$ の時に交点を持つことが分かる。仮に g_t' の水準へ公的資本/物的資本比率が上昇したとする。このとき，図 6.1 の点線が示すように，$\varepsilon(\cdot)$ は上方へシフトし，$\beta(\cdot)$ は下方へシフトする。したがって，$\varepsilon(\cdot)$ と $\beta(\cdot)$ の交点における z_t の水準が z_{1t} から z_{1t}' に上昇する。このことは，(6.18) において g_t の水準が上昇することは，(6.18) を満たす z_t の水準を引き上げることを示している。つまり，(6.18) を満たす z_t の水準が上昇するならば，g_t の水準も上昇するのである。

GG 曲線において z_t が変化した場合の g_t の変化 $(dg_t/dz_t)|_{GG}$ は，(6.18) を用いることで，次のように確認することができる。[1]

$$\left.\frac{dg_t}{dz_t}\right|_{GG} = \frac{1 - \zeta_t'(z_t) g_t^{1-\alpha}}{[(1-\alpha) g_t \zeta_t(z_t) + \alpha\theta] g_t^{-(1+\alpha)}} > 0 \tag{6.19}$$

ただし，$\zeta_t'(z_t) \equiv -\alpha\delta(1-\alpha)[1-(1-\lambda)(\theta+\eta)]/(1+\alpha z_t)^2 < 0$ とする。(6.19) より，GG 曲線は図 6.3 の $g_t - z_t$ 平面において，右上がりの傾きを持つ曲線として描写される。

同様に，(6.16) および $z_{t+1} = z_t$ を用いることで，次式を得る。

$$1 + \lambda(\theta+\eta) g_t^{1-\alpha} z_t^{-1} + z_t = \zeta_t(z_t) g_t^{1-\alpha} \tag{6.20}$$

(6.20) の右辺は (6.18) の右辺 $\varepsilon(g_t, z_t)$ と同一であり，(6.20) の左辺を $\chi(g_t, z_t)$ と定義する。$\chi(g_t, z_t)$ および $\varepsilon(g_t, z_t)$ の関係については図 6.2 において描写され，二つの交点があることが分かる。z_{1t} および z_{2t} はそれぞれ，(6.20) を満たす国債残高/物的資本比率である。[2]

g_t の上昇は $\chi(\cdot)$ および $\varepsilon(\cdot)$ を共に上方に移動させる効果を持ち，$\varepsilon(\cdot)$ の移動量は $\chi(\cdot)$ の移動量より大きくなることが図 6.2 の点線で示されている（詳細は補論 6.B を参照されたい）。g_t の水準が増加することは，図 6.2 において $\chi(\cdot)$ と $\varepsilon(\cdot)$ の左側の交点に対応する z_{1t} の値を引き下げ，右側の交点に対応する z_{2t} の水準を引き上げることになる。このことは，(6.20) において g_t の水準が上昇することは，z_t の値が低い場合には，(6.20) を満たす z_t の水準を引き下げ，z_t の値が高い場合には，(6.20) を満たす z_t の水準を引き上げることを示している。つまり，z_t の値が低い場合には，(6.20) を満たす z_t の水準が低下するならば，g_t の水準が上昇し，z_t の値が高い場合には，(6.20) を満たす z_t の水準が上昇するならば，g_t の水準も上昇するのである。

ZZ 曲線において z_t が変化した場合の g_t の変化 $(dg_t/dz_t)|_{ZZ}$ は，(6.20) を用いることで，次のように確認することができる。

$$\left.\frac{dg_t}{dz_t}\right|_{ZZ} = \frac{\left[\frac{\alpha\delta(1-\alpha)(1-(1-\lambda)(\theta+\eta))}{(1+\alpha z_t)^2} - \frac{\lambda(\theta+\eta)}{z_t^2}\right] g_t^{1-\alpha} + 1}{(1-\alpha)\left[\zeta_t(z_t) - \frac{\lambda(\theta+\eta)}{z_t}\right] g_t^{-\alpha}} \gtrless 0 \tag{6.21}$$

(6.21) の分母は正の値となるため，(6.21) の符号は分子の符号に依存す

る。[3] (6.21) の分子は z_t の水準が低い場合には負の値を持ち，高い場合には正の値を持つことから，ZZ 曲線は図 6.3 の $g_t - z_t$ 平面において，U 字型の曲線として描写される。

以上の議論から，g_t および z_t の動学方程式に関して，(6.18) および (6.20) を満たす (g_t, z_t) の組み合わせは，g_t に関する軌跡を GG 曲線および z_t に関する軌跡を ZZ 曲線として図 6.3 のように描写される。図 6.3 では GG 曲線および ZZ 曲線に関して二つの交点があることを確認できる。[4] このとき，均衡 A は沈点であり，均衡 B は鞍点である（詳細は補論 6.C を参照されたい)。また，均衡 B への鞍点経路は点線で描かれている。

図 6.3 において，公的資本/物的資本比率 (g_t) および国債残高/物的資本比率 (z_t) の初期値 (g_0, z_0) が鞍点経路の左側にある場合，経済は均衡 A に収束する。また，(g_0, z_0) が鞍点経路上にある場合，経済は均衡 B に収束する。他方，(g_0, z_0) が鞍点経路の右側にあり，g_0 の水準が低い場合，経済は均衡に到達することができず，国債を維持できない。しかしながら，(g_0, z_0) が鞍点経路の右側にあったとしても，g_0 の水準が高い場合には，経済は均衡 B に到達することができる可能性がある。このことは，Yakita (2008) と同様に，初期時点において公的資本の蓄積が多い経済は，蓄積が少ない経済と異なり，均衡に到達できることを示している。また，鞍点経路が左側にシフトする場合には，ストックとしての国債残高の初期値に関して国債の維持可能性を低下させることになる一方で，右側にシフトする場合には国債の維持可能性を上昇させることになる。

次節では，政府が λ および η の水準を引き上げることは，鞍点経路をどちらにシフトさせる効果を持ち，国債の維持可能性についてどのような影響を持つかを明らかにする。

6.4 財政政策と国債の維持可能性

本節では，政府が λ の水準を引き上げ，国債の発行額を増やすことと，η の水準を引き上げ，若年世代の家計に対する所得移転額を増やすことが，初期時点における国債残高のストックに対しての国債の維持可能性に与える影響を明らかにする。以下では，政府が λ および η の水準を引き上げることは，図 6.3 における GG 曲線および ZZ 曲線に対してどのような影響を持つかということを確認する。政府が λ の水準を引き上げる場合，GG 曲線および ZZ 曲線に与える影響は，(6.18) および (6.20) 用いることで，それぞれ，次のようになる。

$$\left.\frac{dg_t}{d\lambda}\right|_{GG} = \frac{\left[1-\frac{\delta(1-\alpha)}{1+\alpha z_t}\right](\theta+\eta)g_t^2}{(1-\alpha)g_t\zeta_t(z_t)+\alpha\theta} > 0 \tag{6.22}$$

$$\left.\frac{dg_t}{d\lambda}\right|_{ZZ} = \frac{\left[1-\frac{\delta(1-\alpha)}{1+\alpha z_t}+\frac{1}{z_t}\right](\theta+\eta)g_t}{(1-\alpha)\left[\zeta_t(z_t)-\frac{\lambda(\theta+\eta)}{z_t}\right]} > 0 \tag{6.23}$$

このことは，図 6.3 において GG 曲線および ZZ 曲線の双方が上方にシフトすることを示している。次に，(6.22) および (6.23) を用いて，政府が λ の水準を引き上げた場合，どちらの曲線をより上方にシフトさせるかを確認する。(6.22) および (6.23) を用いることで，両者の差を次のように書くことができる。

$$\left.\frac{dg_t}{d\lambda}\right|_{ZZ} - \left.\frac{dg_t}{d\lambda}\right|_{GG} = \frac{\theta(\theta+\eta)\left(1-\frac{\delta(1-\alpha)}{1+\alpha z_t}\right)+\frac{\theta+\eta}{z_t}[(1-\alpha)g_t\zeta_t(z_t)+\alpha\theta]}{\frac{(1-\alpha)}{g_t}\left[\zeta_t(z_t)-\frac{\lambda(\theta+\eta)}{z_t}\right][(1-\alpha)g_t\zeta_t(z_t)+\alpha\theta]} > 0$$

以上の議論より，政府が λ の水準を引き上げることは，図 6.3 において GG 曲線よりも ZZ 曲線をより上方にシフトさせる効果を持つといえる。このことは，図 6.3 において点線で描かれており，政府が λ の水準を引き

上げることは，図 6.3 の左矢印が示すように鞍点経路を左側にシフトさせ，経済が鞍点に到達することができる初期時点においての国債残高のストックの水準を引き下げることを示している。つまり，政府が λ の水準を引き上げることは，初期時点における国債残高のストックに対して，国債の維持可能性を低下させるのである。

次に，政府が η の水準を引き上げることが GG 曲線および ZZ 曲線に与える影響を確認する。政府が η の水準を引き上げる場合，GG 曲線および ZZ 曲線に与える影響は，(6.18) および (6.20) 用いることで，それぞれ，次のようになる。

$$\left.\frac{dg_t}{d\eta}\right|_{GG} = \frac{-\left[\delta-\lambda-\frac{\delta(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}\right]g_t^2}{(1-\alpha)g_t\zeta_t(z_t)+\alpha\theta} \lesseqgtr 0 \tag{6.24}$$

$$\left.\frac{dg_t}{d\eta}\right|_{ZZ} = \frac{-\left[\delta-\lambda-\frac{\delta(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}-\frac{\lambda}{z_t}\right]g_t}{(1-\alpha)\left[\zeta_t(z_t)-\frac{\lambda(\theta+\eta)}{z_t}\right]} \lesseqgtr 0 \tag{6.25}$$

このとき，(6.24) と (6.25) の差は次のようになる。

$$\left.\frac{dg_t}{d\eta}\right|_{ZZ} - \left.\frac{dg_t}{d\eta}\right|_{GG} = \frac{-\left[\delta-\lambda-\frac{\delta(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}\right]\left[\alpha\theta+\frac{\lambda(\theta+\eta)(1-\alpha)}{z_t}\right]}{\frac{(1-\alpha)}{g_t}\left[\zeta_t(z_t)-\frac{\lambda(\theta+\eta)}{z_t}\right][(1-\alpha)g_t\zeta_t(z_t)+\alpha\theta]} \lesseqgtr 0$$

このことから，政府が η の水準を引き上げることが，GG 曲線および ZZ 曲線に与える影響は δ および λ の値によって異なることが分かる。以下では，δ および λ の値について，三通りの条件のもとで，政府が η の水準を引き上げることが GG 曲線および ZZ 曲線に与える影響を確認する。[5]

条件 *1;* $\delta < \frac{\lambda}{1-\frac{(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}}$ が満たされる場合

このとき，GG 曲線および ZZ 曲線の双方が上方にシフトし，GG 曲線よりも ZZ 曲線がさらに上方にシフトする。このことは，図 6.4(a)

の点線で描かれており，初期時点において国債が維持可能である領域が狭くなることを示している。

条件 *2;* $\frac{\lambda}{1-\frac{(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}} < \delta < \frac{\lambda\left(1+\frac{1}{z_t}\right)}{1-\frac{(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}}$ が満たされる場合

このとき，GG 曲線は下方にシフトし，ZZ 曲線は上方にシフトする。このことは，図 6.4(b) の点線で描かれており，初期時点において国債が維持可能である領域が狭くなることを示している。

条件 *3;* $\frac{\lambda\left(1+\frac{1}{z_t}\right)}{1-\frac{(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}} < \delta$ が満たされる場合

このとき，GG 曲線および ZZ 曲線の双方が下方にシフトし，GG 曲線よりも ZZ 曲線がさらに下方にシフトする。このことは，図 6.4(c) の点線で描かれており，初期時点において国債が維持可能である領域が拡大することを示している。

以上の議論から，条件 1 および 2 が満たされる場合，政府が若年世代の家計に対する所得移転への支出を増やすことは，初期時点における国債残高のストックに対しての国債の維持可能性を低下させることになる。しかしながら，条件 3 が満たされる場合には，初期時点における国債残高のストックに対しての国債の維持可能性は上昇する。つまり，$\frac{\lambda\left(1+\frac{1}{z_t}\right)}{1-\frac{(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}} < \delta$ を満たすほど，δ の値が十分大きく，λ の値が十分小さい場合には，政府が η の水準を引き上げることは，初期時点における国債残高のストックに対しての国債の維持可能性を上昇させることになるのである。

δ の値が大きい場合，家計は老年期の消費を選好する。このとき，政府が η を引き上げ，若年世代の家計への所得移転に対する支出を増やすならば，家計は労働期の消費よりも老年期の消費にウェイトを置くため，(6.1) より，若年世代の家計が受け取る一律給付金は貯蓄に用いられる。また，

λ の値が大きい場合は，(6.6) より，政府が η の水準を引き上げることによって国債残高の蓄積が促され，国債の維持可能性が低下する。条件 3 が満たされる場合には，前者の効果が後者の効果を上回るため，鞍点経路を右側にシフトさせる効果を持ち，初期時点における国債残高のストックに対しての国債の維持可能性が高まるのである。

6.5　財政政策と経済成長率に関する分析

本節では，政府が λ の水準を引き上げ，国債の発行額を増やすことと，η の水準を引き上げ，若年世代の家計に対する所得移転額を増やすことが，経済成長率に与える影響について分析を行う。(6.11) を用いることで，t 期における経済成長率は $1+\gamma=\zeta_t(z_t)g_t^{1-\alpha}-z_t$ となる。このとき，政府が λ の水準を引き上げることは，経済成長率に対して次のような影響を与える。

$$\frac{d\gamma}{d\lambda}=\frac{\alpha(\theta+\eta)g_t^{-\alpha}}{H_t}\left\{1-\zeta_t'(z_t)+\theta g_t^{-\alpha}\left[1-\frac{\delta(1-\alpha)}{1+\alpha z_t}\right]\right\} \tag{6.26}$$

ただし，H_t を次のように定義する。

$$H_t\equiv\lambda(\theta+\eta)\theta^{-1}[1-\zeta_t'(z_t)g_t^{1-\alpha}]-g_t^{-(1+\alpha)}[(1-\alpha)g_t\zeta_t(z_t)+\alpha\theta] \tag{6.27}$$

(6.26) の分子および鍵括弧内の符号は正であるため，(6.26) の符号は H_t の符号に依存する。図 6.4(a)-(c) において GG 曲線の傾きは，均衡 B では $\lambda(\theta+\eta)/\theta$ よりも急であり，均衡 A では緩やかである。それゆえ，均衡 A では H_t の符号が負になり，均衡 B では正になる（詳細は補論 6.D を参照されたい）。このことから，Yakita (2008) と同様に，均衡 B では

$d\gamma/d\lambda > 0$ が成立し，均衡 A では $d\gamma/d\lambda < 0$ が成立する。

他方で，政府が η の水準を引き上げ，若年世代の家計に対する所得移転額を増やすことは，経済成長率に対して次のような影響を与える。

$$\frac{d\gamma}{d\eta} = \frac{\alpha g_t^{-\alpha}}{H_t}\left\{\lambda[1-\zeta_t'(z_t)g_t^{1-\alpha}] - \frac{\theta}{g_t^{\alpha}}\left[\delta - \frac{\delta(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t} - \lambda\right]\right\}$$

H_t の符号は図 6.4(a)-(c) の均衡 A では負であり，均衡 B では正である。鍵括弧内の第一項の符号は正であるため，λ の水準が次の関係式を満たすならば，鍵括弧内の符号は正となる。

$$\frac{(1+z_t)\alpha\delta}{1+\alpha z_t - \delta(1-\alpha)} \leq \lambda \tag{6.28}$$

(6.28) が満たされるならば，均衡 B では政府が η の水準を引き上げることは経済成長率に対して正の効果を持つ一方で，均衡 A では経済成長率に対して負の効果を持つ。

6.6　おわりに

Yakita (2008) では，物的資本，公的資本および国債残高が蓄積する経済において，政府支出が公的資本への投資に限定されていたが，本章では政府が若年世代の家計に対する所得移転にも支出を行う経済を分析した。Yakita (2008) は，政府が政府支出の規模を拡大し，公的資本への追加的な投資を行うことは利子率の上昇を招き，利払い負担を高めることから国債の維持可能性を低下させることを示した。本章での分析の結果から，政府支出に関して若年世代の家計に対する所得移転を考慮する場合には，政府支出の規模を追加的に拡大することは必ずしも国債の維持可能性を

低下させることにならないことが示された。なぜならば，若年世代の家計に対する所得移転は若年世代の家計の可処分所得を増やし，貯蓄を増やすことで利子率を低下させる働きがあるからである。それゆえ，政府が公的資本への支出ではなく，若年世代の家計に対する所得移転への支出を拡大することは，国債の維持可能性を高める効果を持つのである。本章では，先行研究で取り上げられた，企業の生産に寄与する公的資本への投資の他に，若年世代の家計に対する所得移転を考慮した経済を分析することで，政府支出が利子率対してどのような効果を持つかということが，国債の維持可能性に対して重要な要因であり，利子率を低下させる働きを持つ政府支出が，国債の維持可能性を高めることが明らかにされた。

章末注

[1]z_t および g_t の水準について，経済に均衡が存在するための上限および下限がある。詳細は補論 6.A を参照されたい。

[2](6.20) において，少なくとも一つの交点が存在するために，g_t の下限について議論する。g_t の水準が 0 に近づく場合，χ_t は $1 + z_t$ に漸近する。もし $z_t = 0$ であるならば，$\chi(g_t, z_t)$ の切片は 1 となる。そのため，$\varepsilon(\cdot)$ の切片が 1 以上の値を持つことが，$\chi(\cdot)$ と $\varepsilon(\cdot)$ が交点を持つための必要条件となる。このことから，g の下限 $\overset{g_t}{=}$ は $1 < [\delta(1-\alpha)(1-(1-\lambda)(\theta+\eta)) + \eta(\delta-\lambda) - \lambda\theta] \overset{g_t}{=}^{1-\alpha}$ を満たすことを仮定する。

[3](6.20) を書き換えることで，$g_t^{1-\alpha} = z_t(1+z_t)[z_t\zeta_t(z_t) - \lambda(\theta+\eta)]^{-1} > 0$ を得る。そのため，(6.21) の分母の符号は正となる。

[4](6.16) および $z_t = z_{t+1}$ が満たされたとしても，例外的に GG 曲線と ZZ 曲線の交点が一つとなる場合がある。

[5]ここでは，GG 曲線が上方にシフトし，ZZ 曲線が下方にシフトする場合は考慮しない。なぜならば，z_t は正の値であるため，$\lambda < \lambda(1+z_t^{-1})$ が常に成立するからである。

補論

補論 6.A z_t および g_t の上限と下限に関する議論

(6.19) の右辺の符号は正であるため，z_t には次のような上限がある。

$$\overline{z} = \frac{\delta(1-\alpha)[1-(1-\lambda)(\theta+\eta)] + \eta(\delta-\lambda) - \lambda\theta}{\alpha[\lambda\theta - \eta(\delta-\lambda)]}$$

他方で，g_t の下限 $\underline{g}$ は $z_t = 0$ の場合に次の関係式を満たす水準となる。

$$1 + \theta\underline{g}^{-\alpha} = [\delta(1-\alpha)(1-(1-\lambda)(\theta+\eta)) + \eta(\delta-\lambda) - \lambda\theta]\underline{g}^{1-\alpha}$$

補論 6.B $d\chi_t/dg_t < d\varepsilon_t/dg_t$ に関する証明

(6.20) の左辺および右辺はそれぞれ，χ_t および ε_t として定義される。χ_t および ε_t を g_t で微分すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{d\chi_t}{dg_t}\frac{g_t}{1-\alpha} &= \lambda(\theta+\eta)\frac{g_t^{1-\alpha}}{z_t} = \chi_t - (1+z_t) \\
\frac{d\varepsilon_t}{dg_t}\frac{g_t}{1-\alpha} &= \zeta_t(z_t)g_t^{1-\alpha} = \varepsilon_t
\end{aligned}$$

このとき，(6.20) のもとで $\chi_t = \varepsilon_t$ が成立するとすると，次の関係式を得る。

$$\frac{g_t}{1-\alpha}\left(\frac{d\chi_t}{dg_t} - \frac{d\varepsilon_t}{dg_t}\right) = -(1+z_t) < 0$$

以上より，$d\chi_t/dg_t < d\varepsilon_t/dg_t$ が示された。

補論 6.C 均衡の安定性に関する議論

(6.15) および (6.16) に関して，定常均衡の近傍で線形近似を行うことで，次のようになる。

$$\begin{pmatrix} g_{t+1}-\bar{g} \\ z_{t+1}-\bar{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial g_{t+1}/\partial g_t & \partial g_{t+1}/\partial z_t \\ \partial z_{t+1}/\partial g_t & \partial z_{t+1}/\partial z_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_t-\bar{g} \\ z_t-\bar{z} \end{pmatrix}$$

ただし，行列要素は以下で与えられる。

$$\frac{\partial g_{t+1}}{\partial g_t} = \frac{g_t \partial \frac{g_{t+1}}{g_t}}{\partial g_t} + 1,\ \frac{\partial g_{t+1}}{\partial z_t} = \frac{g_t \partial \frac{g_{t+1}}{g_t}}{\partial z_t}$$
$$\frac{\partial z_{t+1}}{\partial g_t} = \frac{z_t \partial \frac{z_{t+1}}{z_t}}{\partial g_t},\ \frac{\partial z_{t+1}}{\partial z_t} = \frac{z_t \partial \frac{z_{t+1}}{z_t}}{\partial z_t} + 1$$

このとき，特性方程式は次のようになる。

$$P(\mu) = \mu^2 - \left(\frac{\partial g_{t+1}}{\partial g_t} + \frac{\partial z_{t+1}}{\partial z_t} \right) \mu + \left(\frac{\partial g_{t+1}}{\partial g_t} \frac{\partial z_{t+1}}{\partial z_t} - \frac{\partial g_{t+1}}{\partial z_t} \frac{\partial z_{t+1}}{\partial g_t} \right) \tag{C.1}$$

二つの均衡の安定性について議論するために，$P(\mu)$（$\mu = 0, 1$）の符号を確認する。$P(0)$ および $P(1)$ はそれぞれ，次のようになる。

$$\begin{aligned} P(0) &= \frac{\partial g_{t+1}}{\partial g_t} \frac{\partial z_{t+1}}{\partial z_t} - \frac{\partial g_{t+1}}{\partial z_t} \frac{\partial z_{t+1}}{\partial g_t} \qquad \text{(C.2)} \\ &= \frac{\alpha\delta(1-\alpha)\frac{\alpha\delta(1-\alpha)(1-(1-\lambda)(\theta+\eta))}{(1+\alpha z_t)^2} g_t^{1-\alpha} z_t + (\alpha + (1-\alpha)z_t)(1+z_t)}{(1+\theta g_t^{-\alpha})^2} > 0 \\ P(1) &= 1 - \left(\frac{\partial g_{t+1}}{\partial g_t} + \frac{\partial z_{t+1}}{\partial z_t} \right) + \left(\frac{\partial g_{t+1}}{\partial g_t} \frac{\partial z_{t+1}}{\partial z_t} - \frac{\partial g_{t+1}}{\partial z_t} \frac{\partial z_{t+1}}{\partial g_t} \right) \\ &= g_t z_t \left(\frac{\partial \frac{g_{t+1}}{g_t}}{\partial g_t} \frac{\partial \frac{z_{t+1}}{z_t}}{\partial z_t} - \frac{\partial \frac{g_{t+1}}{g_t}}{\partial z_t} \frac{\partial \frac{z_{t+1}}{z_t}}{\partial g_t} \right) \gtrless 0 \qquad \text{(C.3)} \end{aligned}$$

ただし，偏導関数の値はそれぞれ，次のように与えられる。

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \frac{g_{t+1}}{g_t}}{\partial g_t} &= -\frac{\alpha\theta g_t^{-\alpha-1}+(1-\alpha)g_t^{-\alpha}\zeta_t(z_t)}{1+\theta g_t^{-\alpha}} < 0 \\
\frac{\partial \frac{g_{t+1}}{g_t}}{\partial z_t} &= \frac{1+g_t^{1-\alpha}\frac{\alpha\delta(1-\alpha)(1-(1-\lambda)(\theta+\eta))}{(1+\alpha z_t)^2}}{1+\theta g_t^{-\alpha}} > 0 \\
\frac{\partial \frac{z_{t+1}}{z_t}}{\partial g_t} &= -\frac{(1-\alpha)g_t^{-\alpha}\left[\zeta_t(z_t)-\frac{\lambda(\theta+\eta)}{z_t}\right]}{1+\theta g_t^{-\alpha}} < 0 \\
\frac{\partial \frac{z_{t+1}}{z_t}}{\partial z_t} &= \frac{g_t^{1-\alpha}\left[\frac{\alpha\delta(1-\alpha)(1-(1-\lambda)(\theta+\eta))}{(1+\alpha z_t)^2}-\frac{\lambda(\theta+\eta)}{z_t^2}\right]+1}{1+\theta g_t^{-\alpha}} \gtrless 0
\end{aligned}
$$

このうち，最後の式の符号が正であれば $P(1)$ の符号は負であり，負であれば $P(1)$ の符号は正となる。均衡 B では z_t の値が大きいため，次の関係式が成立し，$\partial(z_{t+1}/z_t)/\partial z_t > 0$ となる。

$$
g_t^{1-\alpha}\left[\frac{\alpha\delta(1-\alpha)(1-(1-\lambda)(\theta+\eta))}{(1+\alpha z_t)^2}-\frac{\lambda(\theta+\eta)}{z_t^2}\right]+1 > 0
$$

また，均衡 B では ZZ 曲線の傾きは GG 曲線の傾きより急であるため，$\left.\frac{dg_t}{dz_t}\right|_{ZZ} > \left.\frac{dg_t}{dz_t}\right|_{GG}$ が成立する。ここで，ZZ 曲線および GG 曲線の傾きを再掲する。

$$
\left.\frac{dg_t}{dz_t}\right|_{ZZ} = -\frac{\frac{\partial \frac{z_{t+1}}{z_t}}{\partial z_t}}{\frac{\partial \frac{z_{t+1}}{z_t}}{\partial g_t}}, \quad \left.\frac{dg_t}{dz_t}\right|_{GG} = -\frac{\frac{\partial \frac{g_{t+1}}{g_t}}{\partial z_t}}{\frac{\partial \frac{g_{t+1}}{g_t}}{\partial g_t}}
$$

均衡 B では $\left.\frac{dg_t}{dz_t}\right|_{ZZ} > \left.\frac{dg_t}{dz_t}\right|_{GG}$ が成立する。このことを上記の関係を用いて書き直すと，次のようになる。

$$
\frac{\partial \frac{g_{t+1}}{g_t}}{\partial g_t}\frac{\partial \frac{z_{t+1}}{z_t}}{\partial z_t} > \frac{\partial \frac{g_{t+1}}{g_t}}{\partial z_t}\frac{\partial \frac{z_{t+1}}{z_t}}{\partial g_t}
$$

以上の議論から，(C.3) より，均衡 B では $P(1) < 0$ が成立する。それゆえ，均衡 B において二つの固有値の値 (μ_i) は $0 < \mu_1 < 1 < \mu_2$ となる。このことから，均衡 B は鞍点であることが示された。

他方で，均衡 A では z_t の値が小さいため，次の関係式が成立し，$\partial(z_{t+1}/z_t)/\partial z_t < 0$ となる。

$$g_t^{1-\alpha}\left[\frac{\alpha\delta(1-\alpha)(1-(1-\lambda)(\theta+\eta))}{(1+\alpha z_t)^2} - \frac{\lambda(\theta+\eta)}{z_t^2}\right] + 1 < 0$$

それゆえ，$P(1) > 0$ が成立し，(C.1) の判別式の値の符号は正となる。なお，判別式の符号が負である場合には，虚数解が存在することになる。均衡 A では，$P'(0) < 0$ および $P'(1) > 0$ が成立するため，二つの固有値の値は $0 < \mu_1, \mu_2 < 1$ となる。このことから，均衡 A は沈点であることが示された。

補論 6.D H_t の符号の証明

GG 曲線の傾きは (6.19) で与えられる。図 6.4(a)-(c) の均衡 B では，GG 曲線の傾きは $\theta\lambda^{-1}(\theta+\eta)^{-1}$ よりも急である。このことから，次の関係式を得る。

$$\left.\frac{dg_t}{dz_t}\right|_{GG} = \frac{1-\zeta_t'(z_t)g_t^{1-\alpha}}{[(1-\alpha)g_t\zeta_t(z_t)+\alpha\theta]g_t^{-(1+\alpha)}} > \frac{\theta}{\lambda(\theta+\eta)}$$

この関係式は次のように書き直すことができる。

$$\lambda(\theta+\eta)\theta^{-1}[1-\zeta_t'(z_t)g_t^{1-\alpha}] - g_t^{-(1+\alpha)}[(1-\alpha)g_t\zeta_t(z_t)+\alpha\theta] > 0 \quad \text{(C.4)}$$

このとき，(6.27) から分かるように，(C.4) の左辺は H_t を表してお

り，正の値であることが分かる。それゆえ，均衡 B では H_t の符号は正となる一方で，均衡 A では GG 曲線の傾きは $\theta\lambda^{-1}(\theta+\eta)^{-1}$ よりも緩やかであるため，H_t の符号は負となる。

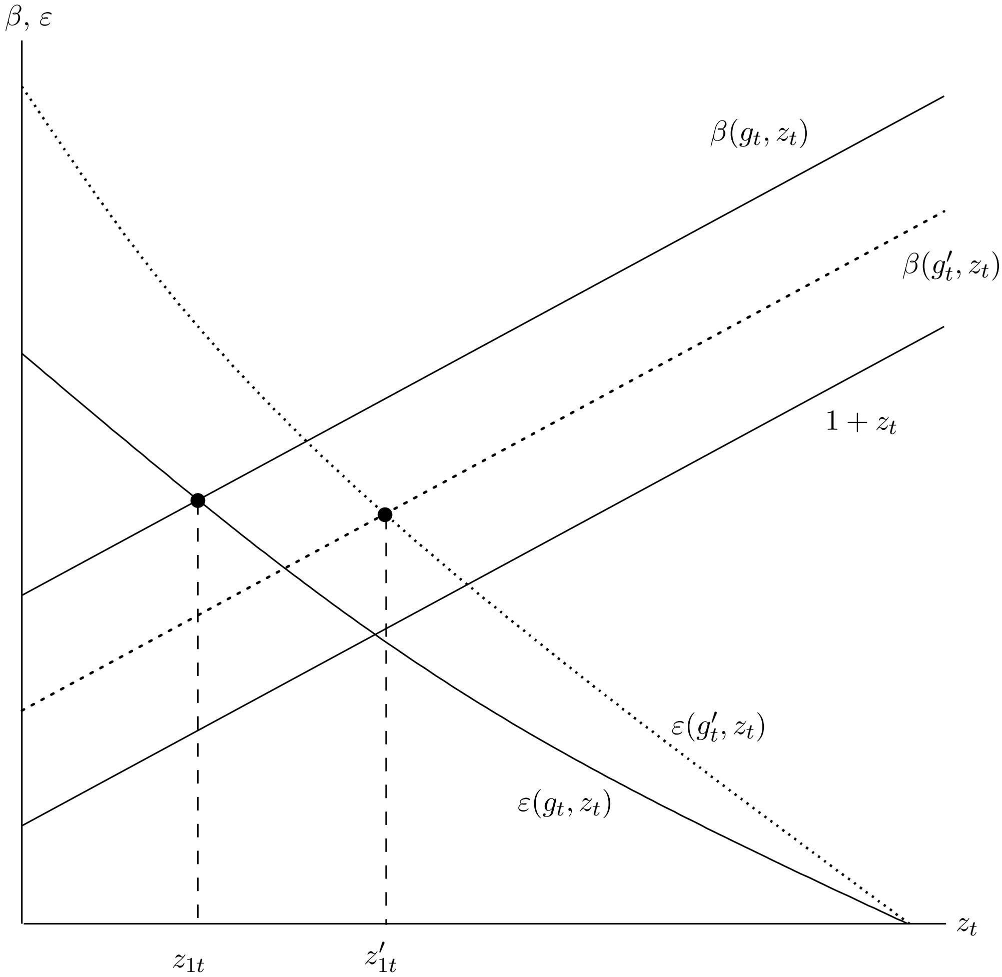

図 6.1: (6.18) に関する描写

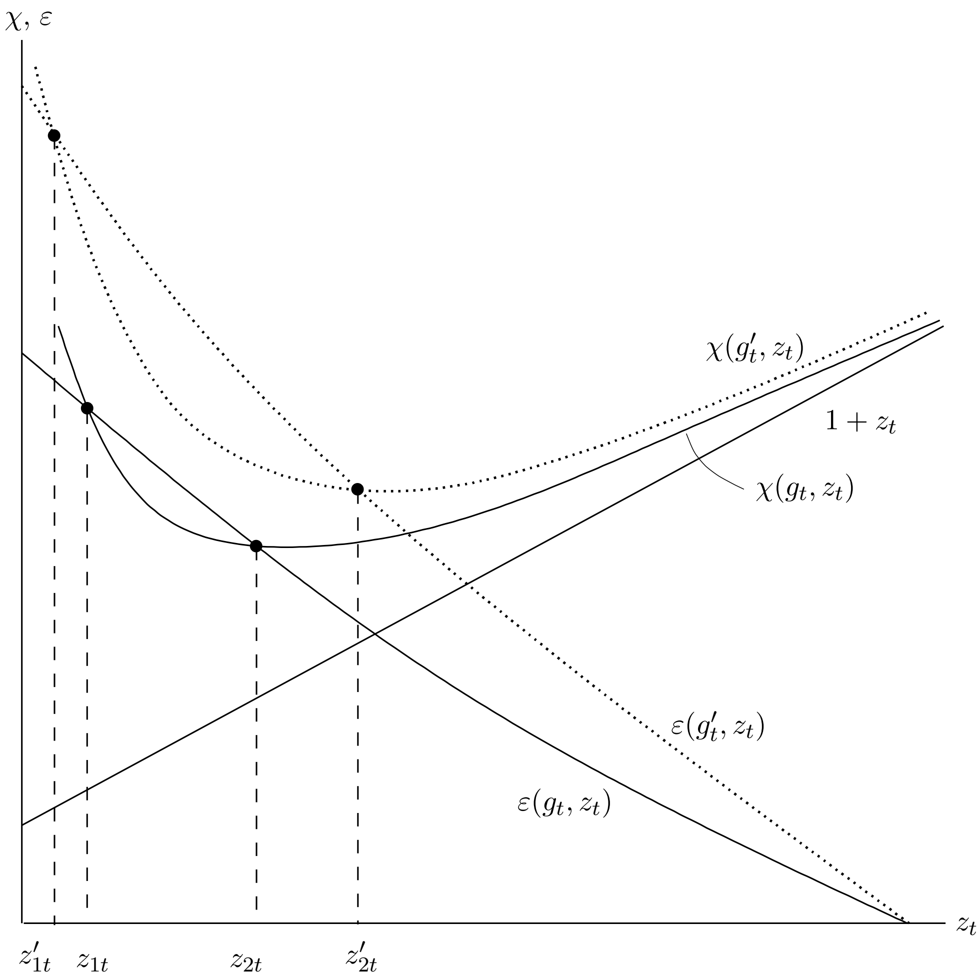

図 6.2: (6.20) に関する描写

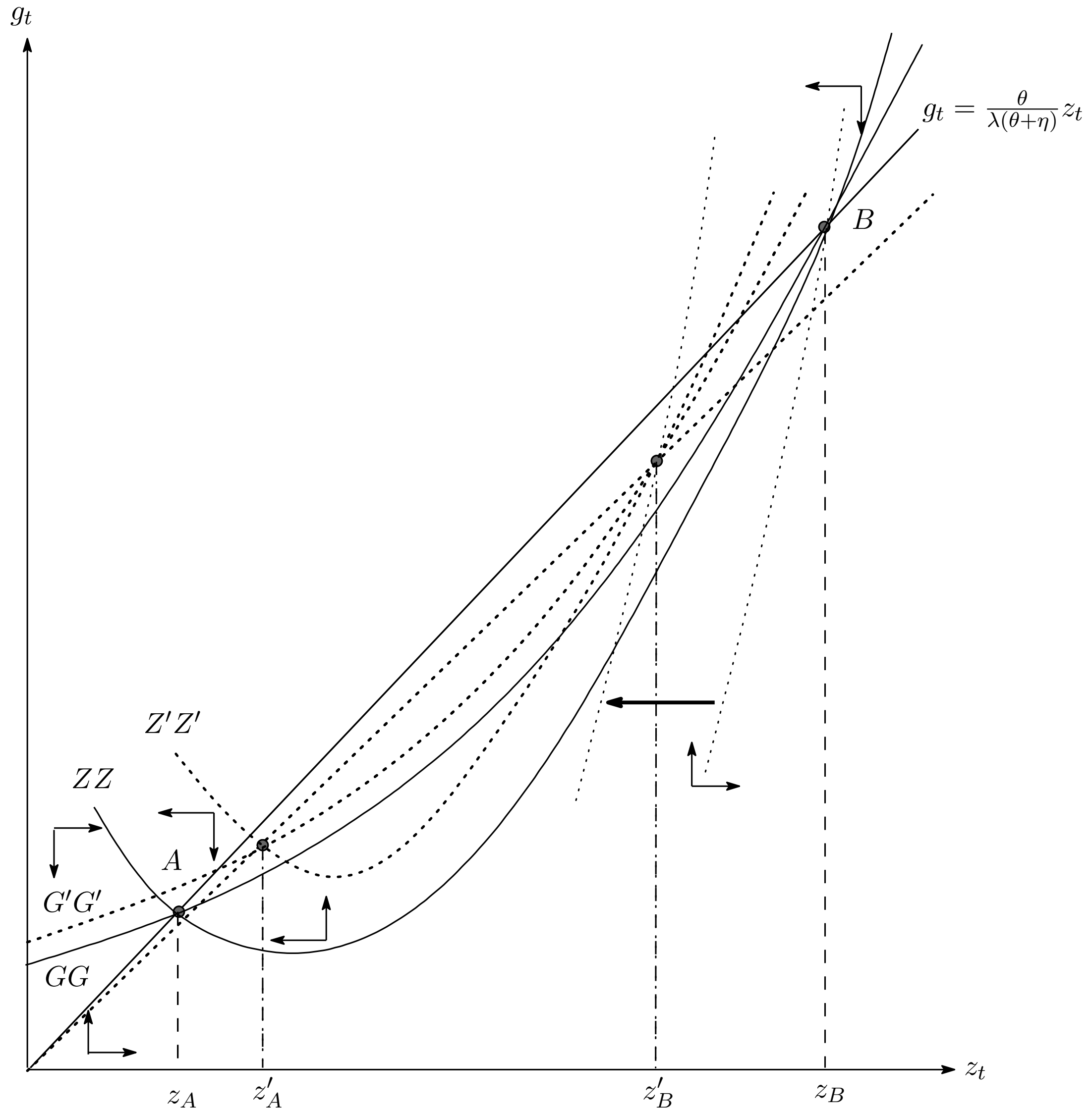

図 6.3:　位相図および λ の上昇が動学方程式に与える影響

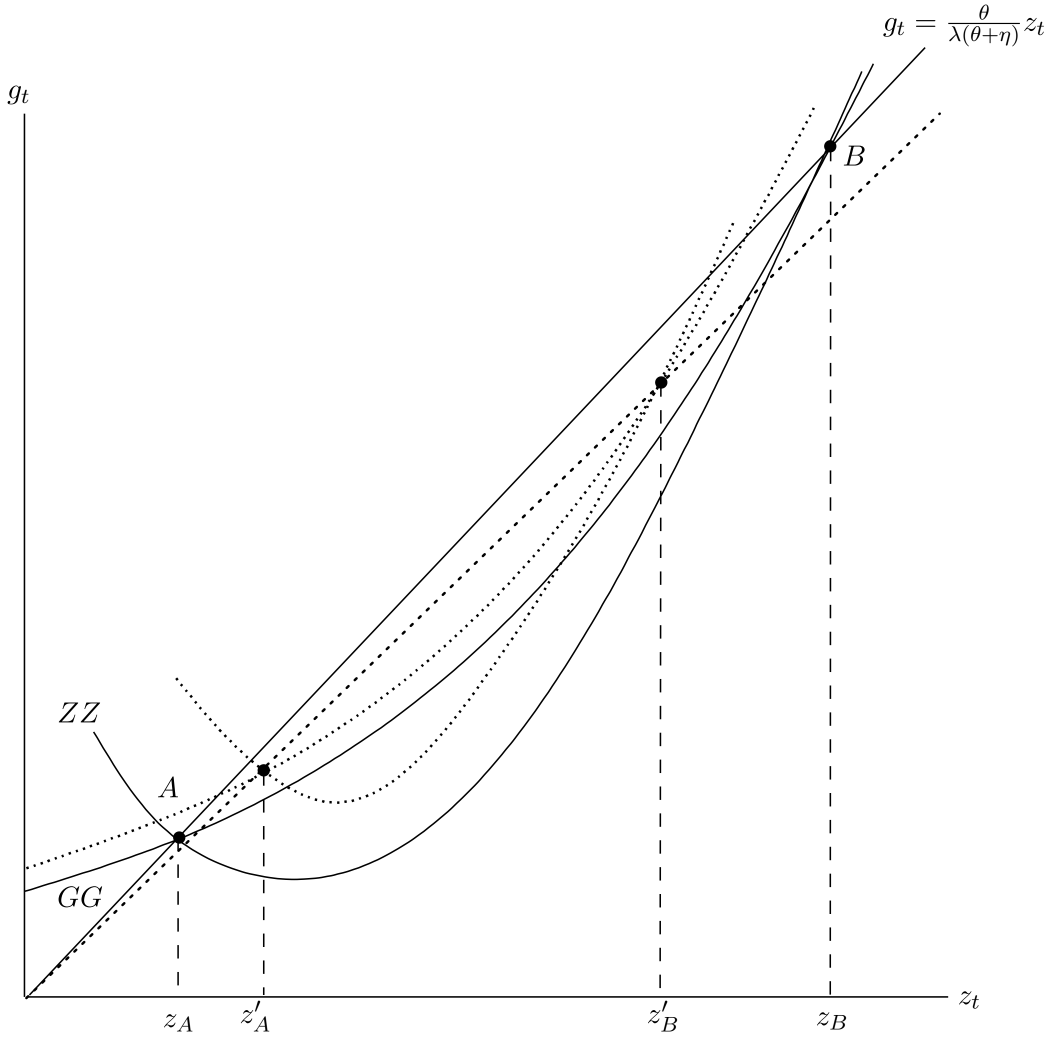

図 6.4(a): 条件 1; $\delta < \frac{\lambda}{1-\frac{(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}}$ が成立する場合

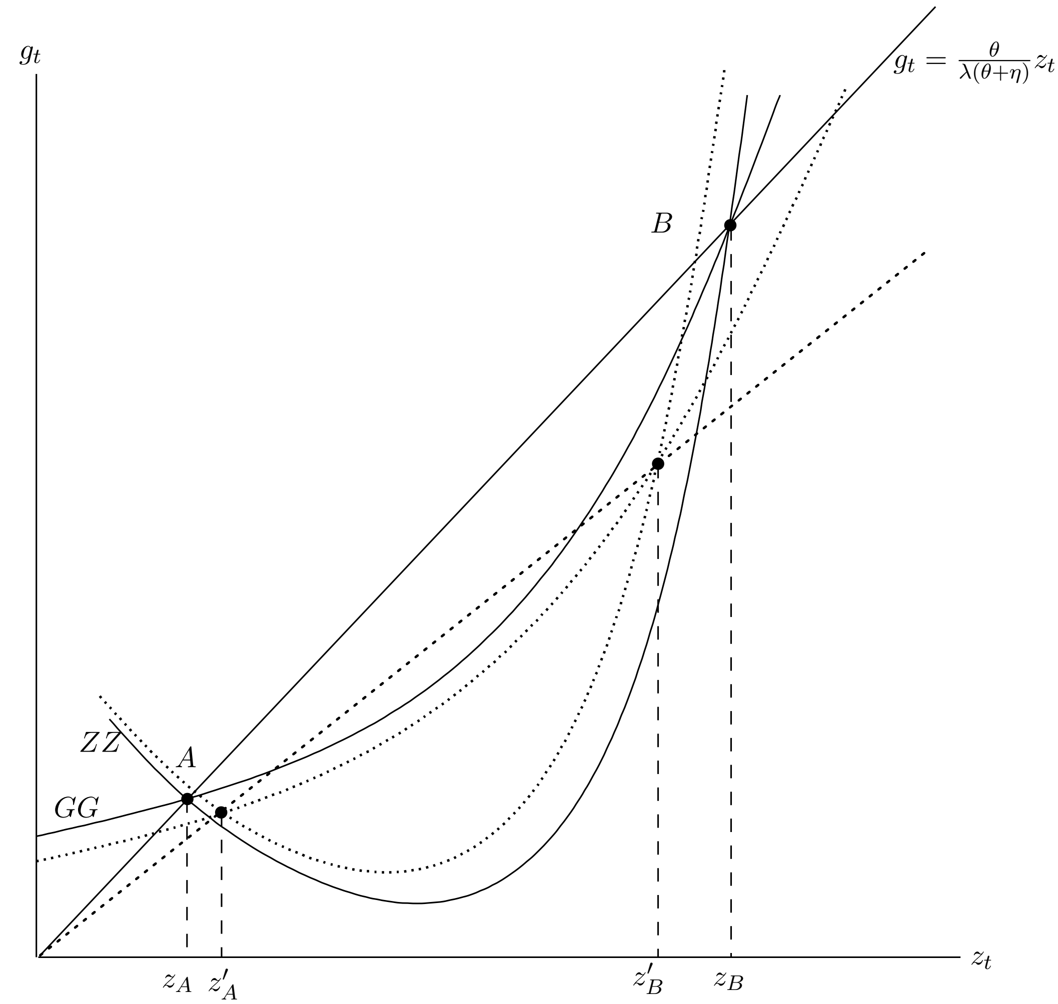

図 6.4(b): 条件 2; $\frac{\lambda}{1-\frac{(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}} < \delta < \frac{\lambda\left(1+\frac{1}{z_t}\right)}{1-\frac{(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}}$ が成立する場合

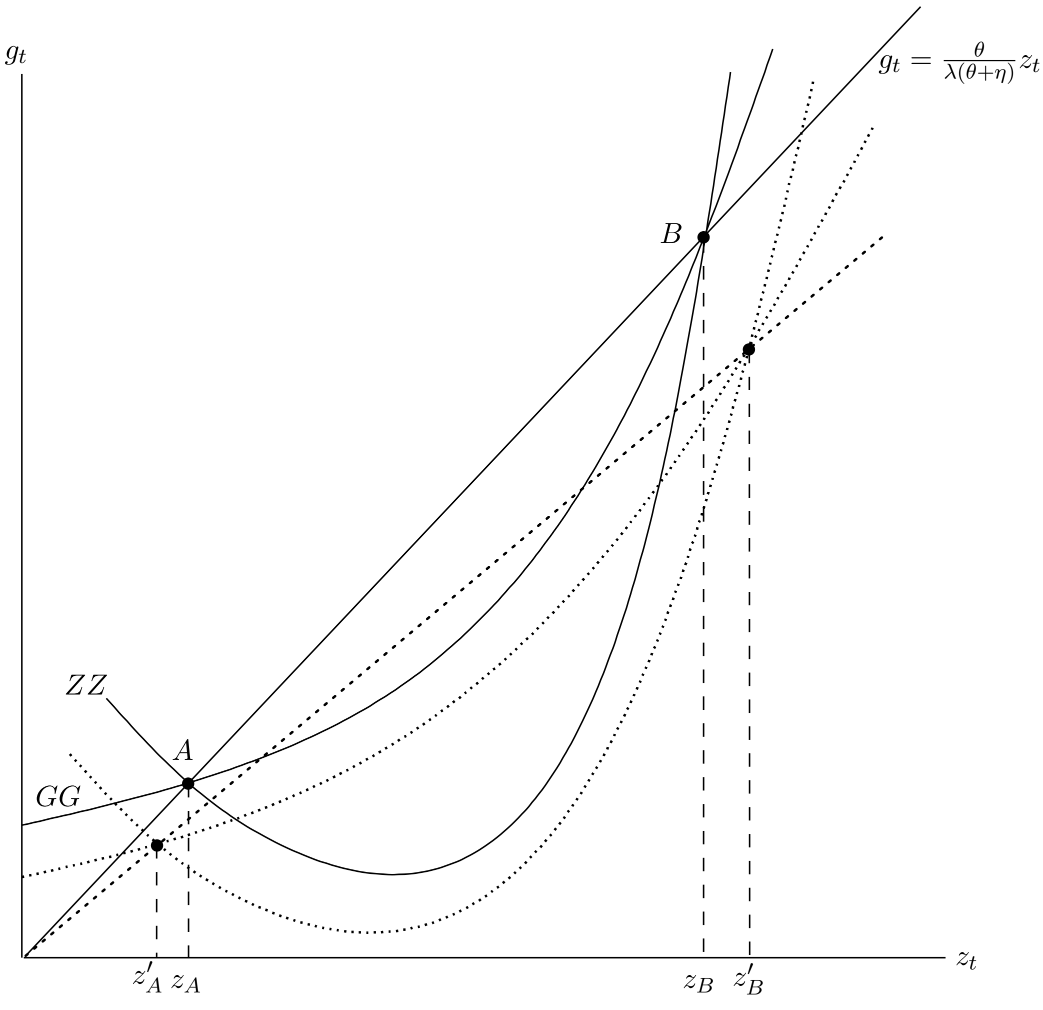

図 6.4(c): 条件 3; $\frac{\lambda\left(1+\frac{1}{z_t}\right)}{1-\frac{(1-\alpha)(1-\lambda)}{1+\alpha z_t}} < \delta$ が成立する場合

7　おわりに

本論文では，政府がどのような財源調達方法を用いて財政政策を行うことが経済の安定化に資するかということと，どのような政府支出が国債の維持可能性を高めるかということを明らかにした。

第二章では，Guo and Harrison (2008) の研究にもとづき，政府が一定税率の所得税を用いて生産的公共財を供給する場合，生産的公共財が企業の生産に与える外部効果の程度が高い場合には，経済に均衡経路の不決定性が生じることを概説した。このことは，政府の供給する生産的公共財が企業の生産に対して外部効果の程度が高い場合には，均衡経路が一意に定まらず，家計の将来の消費水準への予想にもとづいて，景気変動が起きることを示している。それゆえ，Guo and Harrison (2008) で分析された経済において，経済の均衡経路を一意に定めることで経済を安定化するためには，彼らの研究では想定されていない政策手段を用いることが必要である。また，第二章では，Bräuninger (2005) の研究にもとづき，政府がGDP に対するフローの国債発行率を高く設定する場合には，経済には均衡が存在せず，財政を維持できないことを概説した。なぜならば，このとき，国債残高の成長率が物的資本の成長率を常に上回るため，政府は発行した国債を償還することができないからである。

第三章では，政府が消費税を用いて生産的公共財を供給する場合には，生産的公共財が企業の生産に与える外部効果の程度が高かったとしても，経済の均衡経路は一意に定まることを明らかにした。第四章では，政府が消費税を用いて公共消費サービスを供給する場合には，たとえ家計の消費の異時点間の代替の弾力性が低かったとしても，経済の均衡経路は一意に定まることを明らかにした。第三章および第四章での分析から，政府は消

費税を財源として財政政策を行う場合には，均衡経路が一意に定まり，経済を安定化することができることが明らかにされた。政府が消費税を用いることは，所得税を用いる場合に比べ，厚生が高まることが知られている（Auerbach et al. (1983) および Jones et al. (1993) を参照にされたい）。第三章および第四章で得られた結果は，このことに加え，政府が消費税を用いることは，経済の安定化に資することが明らかにされた。

現実の経済で累積債務問題が顕在化している背景を受けて，第五章では，どのような政府支出が国債の維持可能性を高めるかを明らかにすることを目的とした。第五章では，物的資本と国債残高が蓄積する経済において，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことが国債の維持可能性を高めることを明らかにした。なぜならば，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことは，若年世代の家計の貯蓄を促し，フローとしての国債発行額およびストックとしての国債残高に関して，国債の維持可能性を高めるからである。しかしながら，そこでは時間に対して利子率が一定になる理論モデルを用いた分析が行われたため，若年世代の家計に対する所得移転政策が利子率に与える影響は明らかにされなかった。この点に関しては，第六章で分析を行った。

第六章では，物的資本，国債残高および公的資本が蓄積する経済において，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことが経済に与える影響について分析した。そこでは，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことが若年世代の家計の貯蓄を促し，利子率が低下することで国債の利払い負担が減少することが示された。それゆえ，初期時点において多くの国債残高が蓄積している経済であっても，均衡に到達できる可能性が高まるため，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことは，ス

トックとしての国債残高に関して，国債の維持可能性を高める効果を持つことが示された。

本論文では，政府が財政政策の税財源として消費税を用いることが経済の安定化に資することを明らかにし，政府が若年世代の家計に対する所得移転を行うことは国債の維持可能性を高めることを示した。しかしながら，均衡経路の不決定性や国債の維持可能性をテーマにした研究を進展させる上で，本論文に残された課題が存在する。以下では，本論文の課題および今後の研究の展望について列挙する。

第三章および第四章では，政府が消費税を用いて財政政策を行うことは，経済の均衡経路を一意に定め，経済の安定化に資することを明らかにしたが，Itaya and Kanamori (2010) は政府が消費税を財源としたとしても，家計が社会的地位から効用を得る場合には，均衡経路の不決定性が生じることを示している。このことは，政府が消費税を用いたとしても，政府の供給する公共財以外の要因で，均衡経路の不決定性の生じる可能性があることを示している。財政政策によって，そのような要因の効果を抑制し，経済を安定化する政策を分析することは有益であろう。

1980 年代の Romer (1986) や Lucas (1988) の研究で展開された内生成長理論にもとづいて，Barro (1990)，Saint-Paul (1992)，Futagami et al. (1993) および Turnovsky and Fisher (1995) など，多くの研究において財政政策と経済成長との関係が分析されてきた。しかしながら，第三章および第四章では経済成長を考慮しておらず，均衡経路が一意に定まる場合と不決定であることは経済成長率の観点から，どちらが望ましいかということは明らかにされていない。第三章および第四章での分析に加えて，経済成長率に対する影響を考慮することで，財政政策が経済の安定性に与える

影響と経済成長率に対する効果を関連付けて提示することが可能であろう。[1]また，Meng (2006) や Yanase (2011) は時間選好率が内生的に決定される経済において均衡経路の不決定性が生じることを明らかにしたが，政府の財政政策の効果は考慮されなかった。したがって，時間選好率が内生的に決定される経済において，政府の行う財政政策が経済の安定性にどのような影響を与えるかということを分析し，安定化政策を示すことにより，第三章および第四章での結論がより一般化されることが考えられる。

第四章では，政府が消費税を用いて財政政策を行うことが経済の安定性にどのような影響を与えるかということを明らかにするために，政府の財源調達方法を消費税に限定し，分析を行った。しかしながら，Lloyd-Braga et al. (2008) や Kamiguchi and Tamai (2011) のように，政府が所得税と消費税を用いて財政政策を行う経済を分析対象とすることや，Turnovsky (1996) や Judd (1999) で展開された，政府が所得税または消費税による税収と国債といった複数の財源調達方法を用いる経済を分析対象とした上で，経済を安定化させる政策手段を提示することは，第四章で得られた帰結を一般化することに貢献すると考えられる。

第五章および第六章では，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことで，国債の維持可能性が高まることを示した。そこでは，家計の高齢化については考慮しておらず，一定の人口の経済を分析対象として分析を行った。それゆえ，少子高齢化の経済において，国債の維持可能性を高める政策を示すには至っていない。Pan and Wang (2012) の実証研究は，EU 各国において国債の発行額が増えている要因として，人口構成員の高齢化があることを示したが，そのメカニズムについては理論的な検証は行われていない。また，Checherita-Westphal and Rother (2012) の実証研

究は，人口構成員の高齢化が経済成長率を低下させることを明らかにした。なぜならば，Masson et al. (1998) によると，人口の高齢化率が高まるならば，労働所得を貯蓄する労働世代の人口に対して，貯蓄を行えない引退世代の人口が増えることにより，経済全体での貯蓄額が低下するからである。このような実証研究の背景を踏まえ，人口成長や高齢化を理論モデルに組み込んだ上で，それぞれの要因が国債の維持可能性と経済成長率にどのような影響を持つかということを理論的に示すことにより，現実の経済問題を克服するための政策提言に踏み込んだ研究へと発展させることが必要であろう。

また，第五章および第六章では，労働市場が均衡している経済を分析の対象とした。Yakita (2014) は，労働市場が不完全であり，経済成長率が外生的に決定される経済において，政府が国債のみを歳入として若年世代の家計に対して所得移転を行う場合には，ストックとしての国債残高に関する維持可能性を低下させることを示した。他方で，Kitaura (2010) は，労働市場が不完全である場合に，政府が公的資本への投資を追加的に増やすことは経済成長率を高める効果を持ち，失業者を減らす効果があることを示しているが，政府の歳入は税収に限定されている。これらの先行研究での分析を踏まえ，経済成長率が内生的に決定される経済において，経済成長率を引き上げ，失業率を減らし，国債の維持可能性を高める政府の財政政策を提示することで，第五章および第六章での帰結に，より現実的な政策効果を付すことができると考えられる。[2]本論文での分析に加え，以上に挙げた課題を考慮した分析を行うことで，現実の経済が直面する課題に対して，経済の安定化に資する政策を示すことが期待される。

章末注

[1] この点に関して，Itaya (2008) は政府が環境税を課す経済において，均衡経路の不決定性の有無と経済成長率に関する分析を行っている。Hu et al. (2008) は政府が生産的公共財を供給する二部門の経済において，均衡経路の不決定性が生じる可能性を示し，経済成長率に対してパラメーターが与える影響を明らかにした。

[2] Greiner and Flaschel (2010) は連続型の内生成長モデルを用いて，政府が税収と国債を歳入として公的資本を供給する経済で，失業に関する分析を行っている。しかしながら，彼らの分析では連続型の代表的家計モデルを用いているため，政府が若年世代の家計に対して所得移転を行うことが，失業率に与える影響は明らかにされていない。

参考文献

英文参考文献

[1] Aiyagari, R. (1995), Comments on Farmer and Guo's the econometrics of indeterminacy: an applied study. Research Staff Report 196, *Federal Reserve Bank of Minneapolis.*

[2] Arai, R. (2011), Productive government expenditure and fiscal sustainability, *FinanzArchiv* 67 (4), 327-351.

[3] Arrow, K.J., and Kurz, M. (1970), *Public investment, the rate of return and optimal fiscal policy*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore.

[4] Auerbach, A.J., Kotlikoff, L.J., and Skinner, J. (1983), The efficiency gains from dynamic tax reform, *International Economic Review* 24 (1), 81-100.

[5] Azariadis, C. (1981), Self-fulfilling prophecies, *Journal of Economic Theory* 25 (3), 380-396.

[6] Barro, R.J. (1981), Output effects of government purchases. *Journal of Political Economy* 89 (6), 1086-1121.

[7] Barro, R.J. (1990), Government spending in a simple model of endogenous growth, part 2, *Journal of Political Economy* 98 (5), S103–S124.

[8] Baum, A., Checherita-Westphal, C., and Rother P. (2013), Debt and growth: New evidence for the Euro area, *Journal of International Money and Finance* 32 (C), 809-821.

[9] Benhabib, J., and Farmer, R. (1994), Indeterminacy and increasing returns, *Journal of Economic Theory* 63 (1), 19-41.

[10] Benhabib, J., and Farmer, R. (1999), Indeterminacy and sunspots in macroeconomics, In Taylor, J., and M. Woodford (eds.) *Handbook of Macroeconomics*, Vol.1A. North-Holland, Amsterdam.

[11] Benhabib, J., Meng, Q., and Nishimura, K. (2000), Indeterminacy under constant returns to Scale in multisector economies, *Econometrica* 68 (6), 1541-1548.

[12] Benhabib, J., and Nishimura, K. (1998) Indeterminacy and sunspots with constant returns, *Journal of Economic Theory* 81 (1), 58-96.

[13] Benhabib, J., and Perli, R. (1994), Uniqueness and indeterminacy: on the dynamics of endogenous growth, *Journal of Economic Theory* 63 (1), 113-142.

[14] Black, F. (1974), Uniqueness of the price level in monetary growth models with rational expectations, *Journal of Economic Theory* 7 (1), 53-65.

[15] Blanchard, O.J., and Fisher, S. (1989) *Lectures on Macroeconomics*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

[16] Bohn, H. (1998), The behavior of U.S. public debt and deficits, *Quarterly Journal of Economics* 113 (3), 949-963.

[17] Bond, E. W., Wang, P., and Yip, C. K. (1996), A general two-sector model of endogenous growth with human and physical capital: Balanced growth and transitional dynamics, *Journal of Economic Theory* 8 (1), 149-173.

[18] Bovenberg, A.L., and Jacobs, B. (2005), Redistribution and education subsidies are Siamese twins, *Journal of Public Economics* 89 (11-12), 2005-2035.

[19] Bräuninger, M. (2005), The budget deficit, public debt, and endogenous growth, *Journal of Public Economic Theory* 7 (5), 827-840.

[20] Bräuninger, M., and Vidal, J.-P. (2000), Private versus public education financing of education and endogenous growth, *Journal of Population Economics* 13 (3), 387-401.

[21] Brock, W.A. (1974), Money and growth: the case of long run perfect foresight, *International Economic Review* 15 (3), 750-777.

[22] Cass, D., and Shell, K. (1983), Do sunspots matter?, *Journal of Political Economy* 91 (2), 193-227.

[23] Cazzavillan, G. (1996), Public spending, endogenous growth, and endogenous fluctuations, *Journal of Economic Theory* 71 (2), 394–415.

[24] Chalk, N.A. (2000), The sustainability of bond-financed deficits: An overlapping generations approach, *Journal of Monetary Economics* 45 (2), 293-328.

[25] Checherita-Westphal, C., and Rother, P. (2012), The impact of high and growing government debt on economic growth - An empirical investigation for the Euro area, *European Economic Review* 56 (7), 1392-1405.

[26] Chen, B.L. (2006), Public capital, endogenous growth, and endogenous fluctuations, *Journal of Macroeconomics* 28 (4), 768–774.

[27] Chen, S.H., and Guo, J.T. (2014), Progressive taxation and macroeconomic (in)stability with utility-generating government spending, *Journal of Macroeconomics* 42, 174-183.

[28] Christiano, L., and Harrison, S.G. (1999), Chaos, sunspots and automatic stabilizers, *Journal of Monetary Economics* 44 (1), 3-31.

[29] de la Croix, D., and Michel, P. (2002), *A Theory of Economic Growth: Dynamics and Policy in Overlapping Generations*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

[30] Diamond, P.A. (1965), National debt in a neoclassical growth model, *American Economic Review* 55 (5), 1126-1150.

[31] Dufourt, F., Lloyd-Braga, T., and Modesto, L. (2008), Indeterminacy, bifurcations, and unemployment fluctuations, *Macroeconomic Dynamics* 12 (S1), 75-89.

[32] Farmer, R., and Guo, J.T. (1994), Real business cycles and the animal spirits hypothesis, *Journal of Economic Theory* 63 (1), 42-72.

[33] Fernández, E., Novales, A., and Ruiz, J. (2004), Indeterminacy under non-separability of public consumption and leisure in the utility function, *Economic Modelling* 21 (3), 409-428.

[34] Futagami, K., Morita, Y., and Shibata, A. (1993), Dynamic analysis of an endogenous growth model with public capital, *Scandinavian Journal of Economics* 95 (4), 607-625.

[35] Futagami, K., Iwaisako, T., and Ohdoi, R. (2008), Debt policy rule, productive government spending, and multiple growth paths, *Macroeconomic Dynamics* 12 (4), 445-462.

[36] Gale, D. (1973), Pure exchange equilibrium of dynamic economic models, *Journal of Economic Theory* 6 (1), 12-36.

[37] Giannitsarou, C. (2007), Balanced budget rules and aggregate instability: The role of consumption taxes. *The Economic Journal* 117 (523), 1423-1435.

[38] Gömez, M.A. (2005) Externalities and fiscal policy in a Lucas-type model, *Economics Letters* 88 (2), 251-259.

[39] Greiner A., Köller, U., and Semmler, W. (2007), Debt sustainability in the European monetary union: theory and empirical evidence for selected countries, *Oxford Economic Papers* 59, 194-218.

[40] Greiner, A. (2008), Does it pay to have a balanced government budget?, *Journal of Institutional and Theoretical Economics* 164 (3), 460-476.

[41] Greiner, A., and Fincke, B. (2009), *Public debt and economic growth (Dynamic modeling and econometrics in economics and finance)*, Springer–Verlag Berlin Heidelberg.

[42] Greiner, A., and Flaschel, P. (2010), Public debt and public investment in an endogenous growth model with real wage rigidities, *Scottish Journal of Political Economy* 57 (1), 68-84.

[43] Guerrazzi, M. (2012), The animal spirits hypothesis and the Benhabib-Farmer condition for indeterminacy, *Economic Modelling* 29 (4), 1489-1497.

[44] Guo, J.T., and Harrison, S.G. (2004), Balanced-budget rules and macroeconomic (in) stability, *Journal of Economic Theory* 119 (2), 357-363.

[45] Guo, J.T., and Harrison, S.G. (2008), Useful government spending and macroeconomic (in)stability under balanced-budget rules, *Journal of Public Economic Theory* 10 (3), 383-398.

[46] Guo, J.T., and Lansing, K.J. (1998), Indeterminacy and stabilization policy, *Journal of Economic Theory* 82 (2), 481-490.

[47] Guo, J.T., and Lansing, K.J. (2009), Capital-labor substitution and equilibrium indeterminacy, *Journal of Economic Dynamics and Control* 33 (12), 1991-2000.

[48] Hu, Y., Ohdoi, R., and Shimomura, K. (2008), Indeterminacy in a two-sector endogenous growth model with productive government spending, *Journal of Macroeconomics* 30 (3), 1104-1123.

[49] IMF, (2014) *The world economic outlook database*, April 2014.

[50] Itaya, J. (2008), Can environmental taxation stimulate growth? The role of indeterminacy in endogenous growth models with environmental externalities, *Journal of Economic Dynamics and Control* 32 (4), 1156-1180.

[51] Itaya, J., and Kanamori, N. (2010), Consumption taxation, social status and indeterminacy in models of endogenous growth with elastic labor supply, *Journal of Economics* 100 (2), 141-163.

[52] Jones, L.E., and Manuelli, R.E. (1992), Finite lifetimes and growth, *Journal of Economic Theory* 58 (2), 171-197.

[53] Jones, L.E., Manuelli, R.E., and Rossi, P.E. (1993), Optimal taxation in models of endogenous growth, *Journal of Political Economy* 101 (3), 485-517.

[54] Judd, K.L. (1999), Optimal taxation and spending in general competitive growth model, *Journal of Public Economics* 71 (1), 1-26.

[55] Kamiguchi, A. (2014a), Consumption tax as a stabilization source for equilibrium indeterminacy, *Studies in Applied Economics*, forthcoming. (平成 25 年度日本応用経済学会春季大会報告稿)

[56] Kamiguchi, A. (2014b), Fiscal policy and debt sustainability in an endogenous growing economy, mimeo. (平成 26 年度日本経済学会春季大会報告稿)

[57] Kamiguchi, A., and Ogawa, H. (2014), Public capital accumulation, income transfers, and fiscal sustainability, mimeo. (平成 26 年度日本応用経済学会秋季大会報告稿)

[58] Kamiguchi, A., and Tamai, T. (2011), Can productive government spending be a source of equilibrium indeterminacy?, *Economic Modelling* 28 (3), 1335-1340.

[59] Kamiguchi, A., and Tamai, T. (2012), Are fiscal sustainability and stable balanced-growth equilibrium simultaneously attainable?, *Metroeconomica* 63 (3), 443-457.

[60] Kehoe, T.J., and Levine, D.K. (1975) Comparative statics and perfect foresight in infinite horizon economies, *Econometrica* 53 (2), 433-453.

[61] Kitaura, K. (2010), Fiscal policy and economic growth in the imperfect labor market, *Metroeconomica* 61 (4), 686-700.

[62] Koskela, E., and Puhakka, M. (2006), Indeterminacy and stabilization of endogenous cycles with balanced budget distortionary taxation, *FinanzArchiv* 62 (2), 149-167.

[63] Kuhle, W. (2014), The optimal structure for public debt, *Metroeconomica* 65 (2), 321-348.

[64] Lloyd-Braga, T., Modesto, L., and Seegmuller, T. (2008), Tax rate variability and public spending as sources of indeterminacy, *Journal of Public Economic Theory* 10 (3), 399-421.

[65] Lucas, R.E. (1988), On the mechanics of economic development, *Journal of Monetary Economics* 22 (1) 3-42.

[66] Maebayashi, N. (2013) Public capital, public pension, and growth, *International Tax and Public Finance* 20 (1), 89-104.

[67] Masson, P.R., Bayoumi, T., and Samiei, H. (1998), International evidence on the determinants of private saving. *The World Bank Economic Review* 12 (3), 483-501.

[68] Meng, Q. (2006) Impatience and equilibrium indeterminacy, *Journal of Economic Dynamics and Control* 30 (12), 2671-2692.

[69] Michel, P., Von Thadden, L., and Vidal, J.-P. (2010), Debt stabilizing fiscal rules, *Journal of Public Economic Theory* 12 (5), 923-941.

[70] Mino, K. (2001), Indeterminacy and endogenous growth with social constant returns, *Journal of Economic Theory* 97 (1), 203-222.

[71] Mino, K., Nishimura, K., Shimomura, K., and Wang, P. (2008) Equilibrium dynamics in discrete-time endogenous growth models with social constant returns, *Economic Theory* 34 (1), 1-23.

[72] Ni, S. (1995), An empirical analysis on the substitutability between private consumption and government purchases, *Journal of Monetary Economics* 36 (3), 593-605.

[73] OECD (2011), Restoring Public Finances, Special Issue of the OECD *Journal on Budgeting*, Volume 2011/2, OECD Publishing, Paris.

[74] OECD (2012), *Consumption Tax Trends 2012: VAT/GST and excise rates, trends and administration issues*, OECD Publishing, Paris.

[75] Pan, H., and Wang, C. (2012), Government debt in the Euro area-Evidence from dynamic factor analysis, *Economics Letters* 115, 272-275.

[76] Park, H., and Philippopoulos, A. (2004), Indeterminacy and fiscal policies in a growing economy, *Journal of Economic Dynamics and Control* 28 (4), 645-660.

[77] Rankin, N., and Roffia, B. (2003), Maximum sustainable government debt in the overlapping generations model, *The Manchester School* 71 (3), 217-241.

[78] Raurich, X. (2001), Indeterminancy and government spending in a two-sector model of endogenous growth, *Review of Economic Dynamics* 4 (1), 210-229.

[79] Raurich, X. (2003), Government spending, local indeterminacy and tax structure, *Economica* 70 (280), 639-653.

[80] Rebelo, S.T. (1991), Long-run policy analysis and long-run growth, *Journal of Political Economy* 99 (3), 500-521.

[81] Romer, D. (2006), *Advanced Macroeconomics*, third edition (2006), McGraw-Hill.

[82] Romer, P.M. (1986), Increasing returns and long-run growth, *Journal of Political Economy* 94 (5), 1002-1037.

[83] Saint-Paul, G. (1992), Fiscal policy in an endogenous growth model, *Quarterly Journal of Economics* 107 (4), 1243-1259.

[84] Schmitt-Grohé, S., and Uribe, M. (1997), Balanced-budget rules, distortionary taxes and aggregate instability, *Journal of Political Economy* 105 (5), 976-1000.

[85] Tamai, T. (2006), Fiscal policy and adjustment costs of private investment in an endogenous growth model with public capital, *FinanzArchiv* 62 (4), 455-470.

[86] Tamai, T. (2007), Public intermediate goods, endogenous growth, and indeterminacy, *Economic Modelling* 24 (4), 683-689.

[87] Teles, V.K., and Cesar Mussolini, C. (2014), Public debt and the limits of fiscal policy to increase economic growth, *European Economic Review* 66 (C), 1-15.

[88] Turnovsky, S. J., and Fisher, W. H. (1995), The composition of government expenditure and its consequences for macroeconomic performance, *Journal of Economic Dynamics and Control* 19 (4), 747-786.

[89] Turnovsky, S. J. (1996), Optimal tax, debt, and expenditure policies in a growing economy, *Journal of Public Economics* 60 (1), 21-44.

[90] Wen, Y. (2001), Understanding self-fulfilling rational expectations equilibria in real business cycle models, *Journal of Economic Dynamics and Control* 25 (8), 1221-1240.

[91] Xie, D. (1994), Divergence in economic performance: transitional dynamics with multiple equilibria, *Journal of Economic Theory* 63 (1), 97-112.

[92] Yakita, A. (2008), Sustainability of public debt, public capital formation, and endogenous growth in an overlapping generations setting, *Journal of Public Economics* 92 (3-4), 897-914.

[93] Yakita, A. (2014), Involuntary unemployment and sustainability of bond-financed fiscal deficit, *Journal of Macroeconomics* 41 (C), 79-93.

[94] Yanase, A. (2011), Impatience, pollution, and indeterminacy, *Journal of Economic Dynamics and Control* 35 (10), 1789-1799.

邦文参考文献

[1] 齊藤誠 (1996), 『新しいマクロ経済学』, 有斐閣.

[2] 清水啓典 (1988a), 「合理的期待と政策評価」, 『一橋大学研究年報商学研究』第 28 巻, 135-224.

[3] 清水啓典 (1988b),『マクロ経済学のフロンティア：景気循環の諸モデル』, 東洋経済新報社.

[4] 西村和雄，福田慎一編 (2004), 『非線形均衡動学　不決定性と複雑性』, 東京大学出版会.

[5] 福田慎一 (1995), 『価格変動のマクロ経済学』, 東京大学出版会.

[6] 三野和雄 (2013), 『マクロ経済学 (経済学教室)』, 培風館.