

報告番号	※甲	第	号
------	----	---	---

## 主論文の要旨

論文題目 Algorithmic Analyses of Card-Discarding Type Games  
(手札消費型ゲームに対するアルゴリズム論的解析)

氏名 木谷 裕紀

## 論文内容の要旨

AI時代の到来に伴い、人間のトッププロをも負かすAIプログラムが開発されるなどチェス、将棋、囲碁、ポーカーなど娯楽ゲームに対する情報学的研究が注目を浴びている。その成功は、ディープニューラルネットなどの機械学習手法の活用やモンテカルロ木探索などのシミュレーション技術の深化とハードウェア技術の発展による計算機の高速度に支えられており、まさに情報学研究の成功の象徴といえる。しかしながら、そういった研究における「ゲーム」の扱いは、いわばAI技術の到達目標、あるいはパフォーマンス評価のためのベンチマーク問題であるともいえる。すなわち、そういった研究において「ゲーム」自体は評価対象ではあるものの研究対象ではない。一方、「ゲーム」は古くから多くの研究者の興味を引くものであり、しばしばゲーム自体を研究対象とした研究がなされてきた。そういった研究分野の代表がゲーム理論である。いわゆるゲーム理論は経済活動などをゲームとしてモデル化し、その性質やダイナミクスを分析するためのツールとして1940年代に提唱され、その後、経済学の基礎理論として発展してきた。例えば、上述のチェス等はゲーム理論においては展開型ゲームと呼ばれるゲームに分類される。しかしゲーム理論発展の背景を考えると、冒頭で述べたような娯楽ゲームは残念ながらゲーム理論における研究対象の中心からは外れていると言わざるを得ない。このように娯楽ゲーム研究が様々な研究テーマの一部に現れながらも副次的な扱いを受けることが多い中、ゲームそのものの勝ち負けを研究する数学の一分野が、組合せゲーム理論である。

組合せゲーム理論では組合せゲームと呼ばれる二人零和有限確定完全情報ゲームを対象にその数学的特徴を調べる分野である。その中でも最も大きな関心が、どちらのプレイヤーが勝つかという必勝判定である。あるゲームに対して、必勝判定ができるとはあるゲームが入力として与えられたときにどちらのプレイヤーが勝つか計算するアルゴリズムを作成できることを表す。もちろん、そのようなアルゴリズムが存在することそのものは自明でないが、組合せゲームに対する必勝判定は必ずでき

ることが知られている。一方で、その必勝判定が現実的にできるとは限らない。例えば、必勝判定できるがそのためには10億年以上必要な場合や必勝判定は1日でできるが10億台のスーパーコンピュータが必要である場合などは現実的に必勝判定ができるとは言えない。このように必勝判定は、アルゴリズムが存在するか否かではなく、その計算にかかる時間や計算にかかる計算領域がどの程度であるか考慮されている必要がある。この計算時間の評価として計算にかかる計算処理の数が入力量に対して、どれくらい大きいかという尺度が一般に使われる。例えば、ある必勝判定が、入力量の定数倍以下の計算処理数である場合、その必勝判定は線形時間でできると表記され、これらの必勝判定は比較的早くできる。組合せゲーム理論分野で扱われるほとんどの組合せゲームはこの必勝判定を高速に、つまり少ない処理数で行うことができる。一方で、より一般的な組合せゲーム、つまり組合せゲーム理論で扱われない組合せゲームのほとんどはその必勝判定が高速にできるかどうか分かっていなかったり、高速にできないと知られていたりする。例えば普段遊ぶ将棋や囲碁、チェスに対する研究が示していることは、これらのゲームが人間だけでなくコンピュータにとっても難しいゲームであるということであり、実際に高速に「解ける」ゲームは少ない。

では、この高速に解くことができる問題群と高速に解くことができない問題群は本質的にどのような違いがあるのだろうか。そのうちの一つは入力される情報量そのものの違いであろう。組合せゲーム理論を用いて解くことができる問題群の多くは入力がゲームに使われる石の数などの要素あるいはその集合であるのに対し、将棋や囲碁など、必勝判定が高速にできないと知られている問題群の多くは入力が盤面である。この入力の違いが計算の複雑さに大小はあれ影響していると考えられる。本研究ではこの入力に注目し、入力形式が要素集合でも盤面でもなくお互いの手札として与えられるゲームはその必勝判定がどのようになるか、組合せゲームやその周辺のゲームを中心に調査する。手札が入力であるゲーム、カードゲームやそれに対する研究は多くあるが、手札消費型、つまり、手札を減らしていくことを目標とし、手札が0枚になったプレイヤーが勝ちであるというゲーム群に対する研究例は非常に少ない。この手札消費型ゲームに対し、本研究は必勝判定というアルゴリズム的アプローチを通じて解析を行う。複数取り上げる手札消費型ゲームとは単貧民とその亜種、ババ抜き、七並べの三つであり、いずれも日本で広く遊ばれており、全世界に類似している遊びが存在するトランプゲームやその簡易版亜種である。

まず、「大貧民」を簡易化したゲーム「単貧民」やそれをより実際の大貧民に近づけた「8切り単貧民」を二人で行った場合について、入力に対してどれだけ高速に勝者、つまりうまくやれば必ず勝つことができるプレイヤーがどちらであるかを考察する。またその考察結果として、その勝者がどちらであるかという判定は現実的な計算時間で実行可能であることを示す。

次に不完全情報で行う「単貧民」の必勝判定について考える。不完全情報で行うゲームは組合せゲーム理論の枠組みではその勝者判定ができないゲームである。これに対し、不完全情報ゲームに対する手法「オラクル解析」を導入し、その有効性について、不完全情報単貧民を例に確かめる。結果として、不完全情報下でも現実的に得られる情報量でどのくらいの必勝判定ができるのかに関するいくつかの興味深い結果を得る。また、これらの結果から単貧民において、必勝判定の本質は手札

情報でないという完全情報単貧民に対する興味深い結果についても得ることができた。

そして同じく組合せゲーム理論の枠組みではその勝者判定ができないゲームである多人数ゲームである手札消費型ゲーム「ババ抜き」に対し、手札公開で行う「ババ抜き」を提案し、その勝者判定について考える。完全情報であっても多人数ゲームはその勝者判定は難しく、不偏ゲームとよばれる比較的簡単に必勝判定が計算可能なクラスの中の一部のゲームのみその必勝判定が知られている。本研究では不偏ゲームではない非不偏ゲームに対する数少ない研究事例としてその結果をとらえることができる。結果として、3人以下で行う場合の必勝判定できるときの必勝判定を示したほか、4人で行う場合、とても興味深いことに、不完全情報下では嫌厭される札を積極的に引いたほうが良い状況が存在することを示す。

最後に計算困難性が多く示されているボードゲームに近い手札消費型ゲームとして七並べを題材に二人で行う場合の必勝判定を扱う。このゲームは手札を減らしていく際に指定のパス回数を超えてパスを行った場合、負けとなるルールが存在するため、二つの勝利条件「手札を全て出し切ったプレイヤーが勝ち」、「すべての相手プレイヤーがパス(手番回し)を規定回数超えて行う必要がある場合勝ち」のいずれかを満たしたプレイヤーが勝ちとなる。この勝利条件の前者だけのゲームや後者だけのゲームに関する研究は存在するが、その両方が同時にルールとして存在するゲームに対する勝者判定は難しい。本研究では「すべての相手プレイヤーがパスを規定回数超えて行った場合勝ち」というルールが実質的に「相手プレイヤーがパスを1回でも行った場合勝ち」というルールと同値であることを示す。そのうえで、「相手プレイヤーがパスを1回でも行った場合勝ち」であるゲームの従来解析手法を拡張し、「手札を全て出し切ったプレイヤーが勝ち」または「相手プレイヤーがパスを1回でも行った場合勝ち」という勝利条件下での解析手法を提案する。また、この解析手法が必勝判定を線形時間で行うことができることを示す。さらに、七並べ本来のローカルルールなどを踏まえたグラフモデル下の七並べを提案し、その必勝判定が一定の条件下で入力盤面であるゲームの一部に比べ同等以上に難しいことを示す。