

名古屋大学大学院

学位論文

背景磁場を伴う磁気リコネクションと
微視的不安定性のジャイロ運動論的解析

2021年1月12日

名古屋大学大学院理学研究科

素粒子宇宙物理学専攻 プラズマ理論研究室

461801044 下村和也

指導教員 渡邊智彦

前山伸也

概要

磁気リコネクションは反平行磁場同士がプラズマと共に接近することで、電流の発生と共に磁力線が再結合する現象である。この現象は蓄えられた磁気エネルギーを抵抗散逸よりも素早く解放する素過程でもあることが観測結果等から知られており、この現象への理解のため数多くのシミュレーション研究が行われてきた。抵抗性磁気流体モデルを用いた数値シミュレーションではリコネクションの時間スケールは観測結果に比べて桁違いに遅く、リコネクションを高速化する機構が必要とされた。その候補として、微視的不安定性に起因する異常抵抗が無衝突プラズマ中での磁気リコネクションの高速化に重要な役割を果たし得ることが指摘されている。しかし、リコネクションにともなって微視的不安定性がどのようにして励起されるかまだ結論は得られていない。

本研究では、特に強い背景磁場がある場合に関して、磁気リコネクションの発展とそれに関わる微視的不安定性の自発的励起について数値シミュレーションを中心に解析を行った。

まず、ジャイロ運動論モデルを用いて強い背景磁場下での無衝突磁気リコネクションの数値シミュレーションを実施した。従来のモデルを全分布関数を扱えるように拡張し、より高速な電子ビーム形成を可能にした。これを用いて磁気リコネクション中の電磁場及び分布関数構造の解析を行った。リコネクション点上に生成される沿磁力線電場が速度空間構造を保ちつつ電子を加速し、Alfvén速度を超える電子ビームの発達過程を明らかにした。さらに方程式系の持つパリティ対称性に着目し、ビームの加速量がリコネクションした磁束量によって決定されることを解析的に導出した。

次に、この電子ビームによって駆動される微視的不安定性に着目し、リコネクション点近傍を一様場と局所近似することで分散関係式を用いた不安定性解析を行った。その結果、電子ビームがAlfvén速度を超えるとイオンジャイロ半径程度の波長をもつ運動論的Alfvén波(KAW)が励起されうること示した。

さらに、背景磁場方向の電子ビームの局在性を考慮した非一様ビーム場における不安定性解析を初期値解析により実施し、一様場と同様にイオンジャイロ半径程度の波長でKAWが成長することを示した。KAWは電子ビームに垂直な平面上を伝播する波数成分によりふるまいを変化させる。ビーム構造を横切る波数のみを持つ場合、KAWは波束の形を保ちつつビームを横切るように伝播し、その位置のビーム速度によって成長率が振動的に変化する。この場合時間平均成長率は平均ビーム速度によって決定されることが明らかになった。また、ビーム構造に平行な波数が小さい場合、磁気シア

効果によって安定化に働くことがわかった。さらに、ビーム幅がイオンジャイロ半径程度まで局在すると、テアリング型の不安定性が励起されることを確認した。

以上の一連の研究により、強い背景磁場下での無衝突磁気リコネクションにおける基礎過程、すなわち分布関数構造形成と対称性の関連、ならびに磁気リコネクション電場により加速される電子ビーム生成過程を明らかにし、運動論的 Alfvén 波の自発的励起の可能性を検討した。

目次

1	はじめに	2
1.1	研究背景と目的	2
1.2	本論文の概要及び構成	4
2	無衝突磁気リコネクションとシミュレーション研究	6
2.1	磁気リコネクション	6
2.1.1	抵抗性磁気リコネクション	6
2.1.2	無衝突磁気リコネクション	9
2.1.3	ガイド磁場の影響	13
2.1.4	散逸効果と微視的不安定性	14
2.2	磁気リコネクションを扱う理論モデル	18
2.2.1	Vlasov 方程式	18
2.2.2	MHD 方程式	20
2.2.3	ジャイロ運動論	23
3	強ガイド磁場下での磁気リコネクションのシミュレーション	30
3.1	シミュレーションモデル	30
3.1.1	摂動分布関数 (δf) 法	30
3.1.2	全分布関数 (Full-f) モデル	32
3.1.3	計算方法	36
3.2	シミュレーション結果	38
3.3	まとめ	45
4	磁気リコネクションにおける対称性	49
4.1	(x, y) 対称性	49
4.1.1	Vlasov-Maxwell 系との比較	53
4.1.2	MHD 方程式との比較	55

4.2	xyp_{\parallel} 対称性	56
4.3	まとめ	58
5	一様ビームにおける線形不安定性解析	60
5.1	分散関係式の導出	60
5.2	解析結果	64
5.3	まとめ	66
6	非一様ビームにおける線形不安定性解析	68
6.1	解析モデル	68
6.1.1	一様ビーム分布でのベンチマーク	72
6.2	解析結果	74
6.2.1	$k_y = 0$ の場合	74
6.2.2	低 k_y の場合 ($0 < k_y \rho_i < 1$)	80
6.2.3	高 k_y の場合 ($k_y \rho_i > 1$)	82
6.3	まとめ	86
7	まとめ	90
8	謝辞	92
A	Sweet-Parker モデルのタイムスケール	93
	参考文献	95

1 はじめに

1.1 研究背景と目的

磁気リコネクションとは互いに反平行の磁場がプラズマと共に接近し、短時間のうちに散逸領域と呼ばれる局所領域で電流の発生とともに磁場がつなぎ変わる現象のことである [1][2]。この際、蓄えられた磁気エネルギーがプラズマの運動エネルギーへと変換される物理過程でもある。この物理現象は主に太陽コロナ、核融合装置内部、磁気圏周辺で観測されており、様々なエネルギー開放現象と関わりがあると言われている [3]。

磁気リコネクションへの理解を深めるために数々の物理モデルを通してシミュレーション研究が実施される一方で、人工衛星による観測や実験装置による調査も行われてきた。太陽の表面温度が 6000K に対して、その上空に存在する高温プラズマであるコロナの温度は 100 万 K にまで達している。ゆえに図 (1.1) のようなコロナ放出現象とともに、コロナ加熱をもたらす機構が存在しており、その候補として磁気リコネクションが挙げられている [4][5]。地球極域においては宇宙から飛来する荷電粒子が大気と衝突することでオーロラが形成される。オーロラの発達はサブストームと呼ばれる準周期的な磁気圏擾乱現象と関連しており、そこでは図 (1.2) のように磁気境界面や磁気圏尾部で発生する磁気リコネクションが重要な役割を果たしていると言われている。核融合装置においては電子温度が準周期的にピークと急激な低下を繰り返す”sawtooth crash”と呼ばれる現象が観測されているが、この現象も磁気リコネクションの典型例である [8][9]。そこでは中心電流分布の増大とともに MHD 不安定性が励起され、これに伴って磁気リコネクションが誘発されると考えられている。

磁気リコネクションでは、磁場のトポロジー変化を可能とする散逸効果が重要であり、磁気リコネクションのスピードを決定する。この散逸効果はプラズマを一つの流体としてみる磁気流体モデル (magnetohydrodynamics:MHD) においてはオームの法則

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J} \quad (1.1)$$

に現れ磁気拡散を担っている。ここで、 \mathbf{E} は電場、 \mathbf{B} は磁場、 \mathbf{v} は流体速度、 η は磁気拡散率または電気抵抗率を表す。しかし、衝突効果が小さい宇宙空間での磁気リコネクションのタイムスケールを観測と MHD モデルとで比較すると、しばしば後者の方が異常に長くなり観測される現象の時間ス

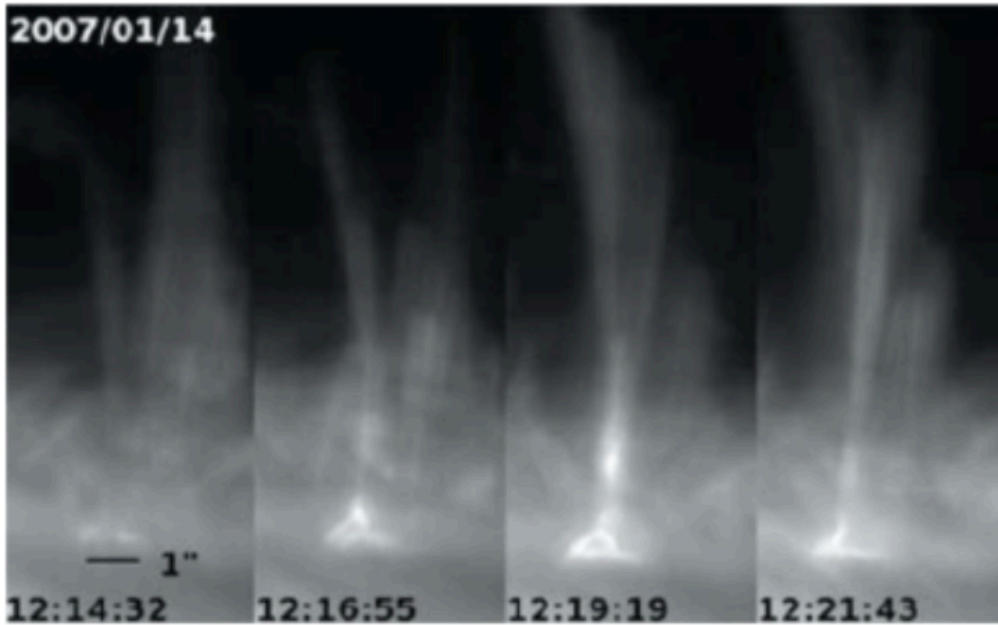


図 1.1 衛星”ひので”により観測された太陽コロナ放出現象のスナップショット [6]。

ケールを説明できない。そのため、無衝突プラズマ中においては、衝突散逸効果の代わりとして、プラズマを電子とイオンの二種類の流体とした時に現れる 2 流体効果やプラズマ粒子の運動を記述した時に見える運動論的效果を含めたモデルが考案され、またそれらの効果が磁場の散逸に大きく影響することが指摘されている [10]。

一方、磁場の散逸を引き起こす異常抵抗と呼ばれる効果が高速な磁気リコネクションにおいて重要な役割を果たしていることが従来から指摘されている。異常抵抗とは、2 流体効果や運動論効果による微視的なスケールで発生する不安定性によって、リコネクション電流が妨げられ、あたかも抵抗を受けているように見える効果のことである。高速リコネクションを支える異常抵抗を引き起こす微視的不安定性には様々な候補があり、シミュレーションや固有値解析によって磁気リコネクションに対する影響が評価されてきた。しかしながら、これらの多くは不安定性が励起され得る条件設定のもとで調査がなされており、磁気リコネクションの発達と共にどのようにしてこの条件が満たされるのか、という点に関しては不明瞭である。

本研究では、まず無衝突磁気リコネクションにおける電磁場と電子分布関数構造について粒子運動論効果を取り入れたシミュレーションを用いて詳細に調べる。さらに、支配方程式系の対称性を議論することで分布関数構造を解析的に導出し、これらにより磁気リコネクションに伴う電子ビームの

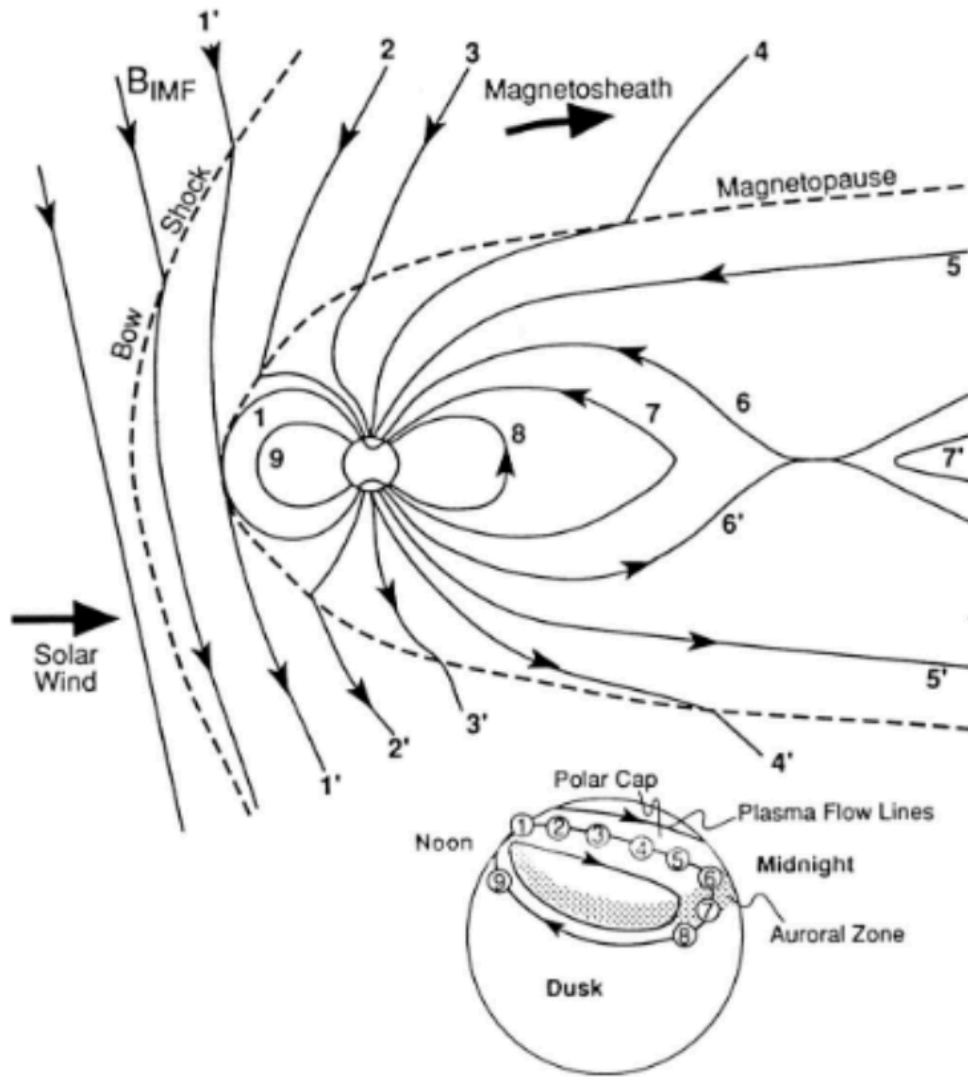


図 1.2 地球磁気圏周辺での磁気リコネクションとプラズマの形成流の概観図 [7]

自発的の形成過程を議論する。次に磁気リコネクション中に形成される電子ビームが駆動する微視的不安定性の解析を行う。特に運動論的アルヴェン波 (kinetic Alfvén wave: KAW) に着目し、一様ビームに対する固有値解析、非一様場での不安定性の初期値解析を行い、磁気リコネクション領域中での微視的不安定性について議論する。

1.2 本論文の概要及び構成

本論文では、強い背景磁場下での無衝突磁気リコネクションにおける電子ビームの形成と微視的不安定性の自発的励起をシミュレーションと固有値解析により調べる。以下に本論文の構成を示す。

第2章では、磁気リコネクションの基本的性質と磁場の散逸機構について、これまでの研究の概略をまとめる。まず、磁気リコネクションの散逸機構とタイムスケールとの関係について説明し、次に無衝突プラズマにおける、2流体効果や運動論効果、微視的不安定性が磁気リコネクション過程に大きく影響することを述べる。加えて、本研究で扱う磁気リコネクションのシミュレーションに用いられるモデル方程式 (Vlasov 方程式、MHD 方程式、ジャイロ運動論的方程式) についてまとめる。

第3章では、全分布関数を扱うジャイロ運動論に基づいたシミュレーションモデルを用いて、強い背景磁場下の無衝突磁気リコネクションの電磁場構造と分布関数構造の時間変化を調べる。この結果から電子ビームがリコネクション電場により自発的に形成されることを示す。

第4章では、シミュレーションモデルの方程式及び初期条件について、リコネクション点 (X 点) に関するパリティ対称性及び xyp_{\parallel} 空間の対称性が保存されることを座標変換を用いて証明する。また、X 点における分布関数構造を解析的に導出し、形成される電子ビーム速度と磁場の再結合量との関係性を導出する。パリティ対称性については他のモデル (Vlasov モデル及び MHD モデル) が持つ対称性についても考察し、ジャイロ運動論との比較を示す。

第5章では、第3章及び第4章で示した X 点での電子ビーム形成の結果をもとに、強い背景磁場とビーム成分がある一様プラズマ中での分散関係式を導出し、固有値解析から不安定性の性質を定量的に検証する。この解析からビーム不安定性により KAW が励起される可能性を示す。

第6章では、初期値解析を行いビーム不安定性に対する非一様場の影響を調べる。摂動がリコネクション磁場方向に一様な場合と有限波数を持つ場合に分けて、それぞれエネルギーの成長、実周波数、成長率、擾乱の xy 平面構造などを詳細に調べる。

第7章で本研究のまとめを行う。

2 無衝突磁気リコネクションとシミュレーション研究

本章では過去に調べられてきた磁気リコネクションと微視的不安定性の関係と、シミュレーションで用いられる理論モデルについて解説する。まず 2.1 節で磁気リコネクションの散逸機構の基本的性質とリコネクションへの寄与、それに伴う電磁場構造の特徴と背景磁場によるリコネクションへの影響について先行研究で明らかにされた概略を説明し、また種々の微視的不安定性とリコネクションへの影響について述べる。2.2 節で Vlasov モデル、MHD モデルとジャイロ運動論モデルについて、方程式の導出ならびに対象とする物理スケールや制約などを述べる。

2.1 磁気リコネクション

2.1.1 抵抗性磁気リコネクション

磁気リコネクションは、図 (2.1) のように局所的な現象であるにもかかわらず、全体の磁場配位を大きく変える特徴的な性質を持っている。散逸領域外においては、プラズマは理想磁気流体 (理想 MHD) における Ohm 則

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0,$$

を満たしており、プラズマは磁場に凍結されている。ここで、 \mathbf{E} は電場、 \mathbf{v} は流体速度、 \mathbf{B} は磁場を表す。しかし、散逸領域内においてはこの凍結条件が破れ、一般化オーム則、

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J} + \frac{1}{\mu_0 n e} \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \frac{1}{n e} \nabla \cdot \mathbf{P}_e - \frac{m}{n e^2} \partial_t \mathbf{J}, \quad (2.1)$$

に従う形で磁場の散逸が発生し得る。ここで n は数密度、 e は電荷、 m は質量を表す。右辺は非理想 MHD 効果と呼ばれ、第一項が衝突散逸効果、第二項が Hall 効果、第三項が圧力勾配、第四項が電子慣性項を表している。MHD モデルの場合、MHD の前提条件から衝突散逸が支配的となる。

磁気リコネクションという物理現象が考えられたのは太陽フレアの爆発的なエネルギー解放現象の観測が発端である。黒点周辺では数 kG の磁場が存在し、磁気エネルギーが蓄えられている。その周辺で太陽フレアが発生する [4]。通常の抵抗散逸ではこのエネルギーが散逸するまでに膨大な時間がかかることが見積もられており、別のエネルギー変換機構が求められていた。

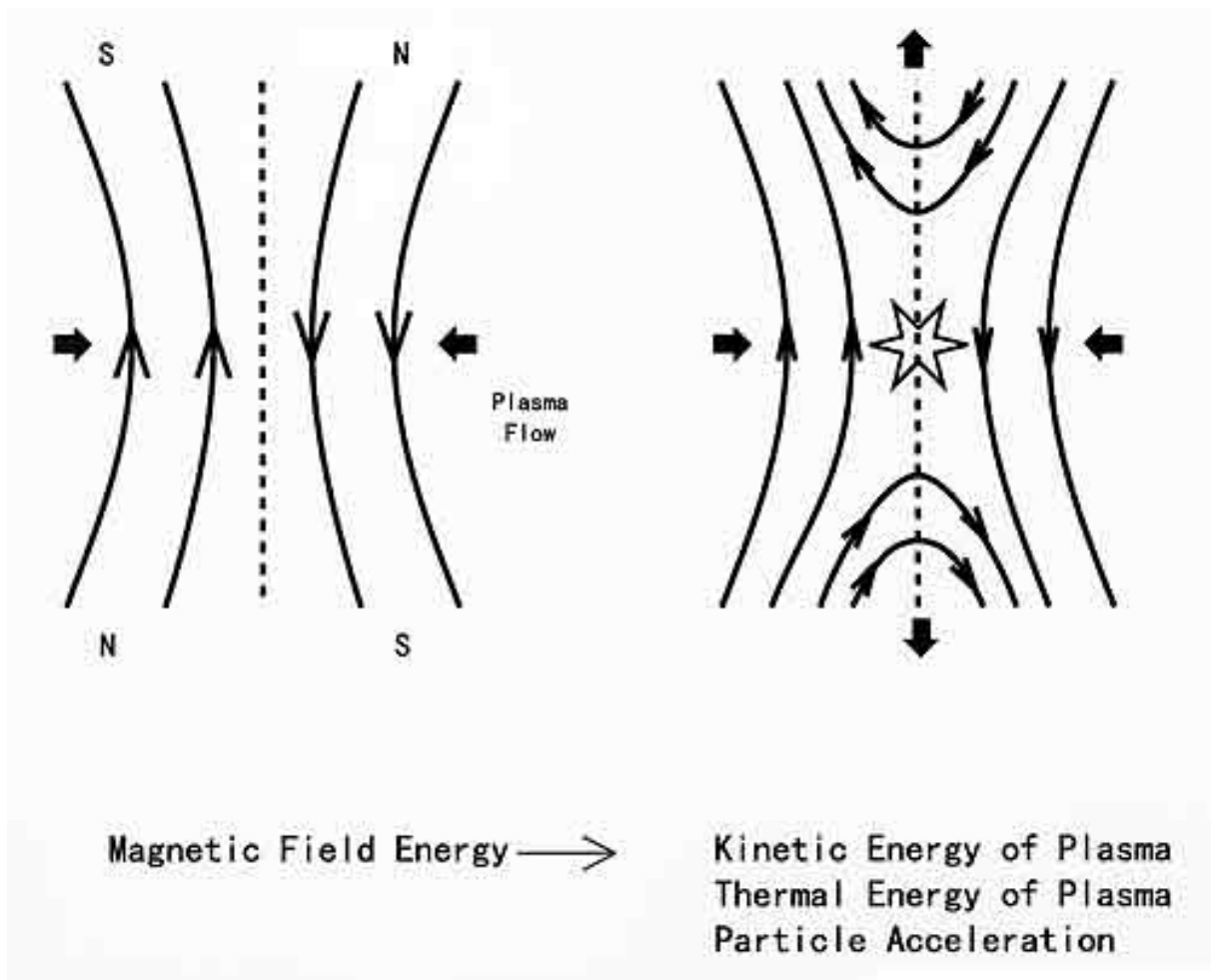


図 2.1 磁気リコネクションモデルの概略図

この変換機構を説明するために Sweet-Parker (SP) の磁気リコネクションモデルが考案された [11][12]。これは 2 次元定常 MHD モデルであり、図 (2.2) がその概略図である。このモデルは非圧縮プラズマ中に 2 次元の細長い長方形型の抵抗性電流シートを仮定しており、衝突抵抗によって磁場が散逸される。このように磁気リコネクションの散逸機構を衝突抵抗で行うものはしばしば衝突性リコネクションと呼ばれている。ここから計算される磁気リコネクションのタイムスケール T_{SP} は付録 A が示すように、 $T_{SP} \propto \sqrt{SL}/V_A$ で表される [3]。通常の抵抗散逸による磁場拡散のタイムスケール T_{diff} は $T_{diff} \propto SL/V_A$ で与えられており、太陽コロナにおける Lundquist 数 $S \sim 10^{12}$ を用いると、 T_{SP} は後者 T_{diff} よりもかなり小さくなるものの、見積もられる値は $T_{MR} \sim 10^7$ 秒であり、観測結果 10^3 秒を大きく上回ってしまう。そこでこの観測結果とのギャップを埋めるべく SP モデルの改良がなされるようになり、図 (2.3) の Petschek モデルが考案された [14]。

Petschek モデルは SP モデルと異なり、磁場構造が X 字型になり、リコネクション層と散逸領域を

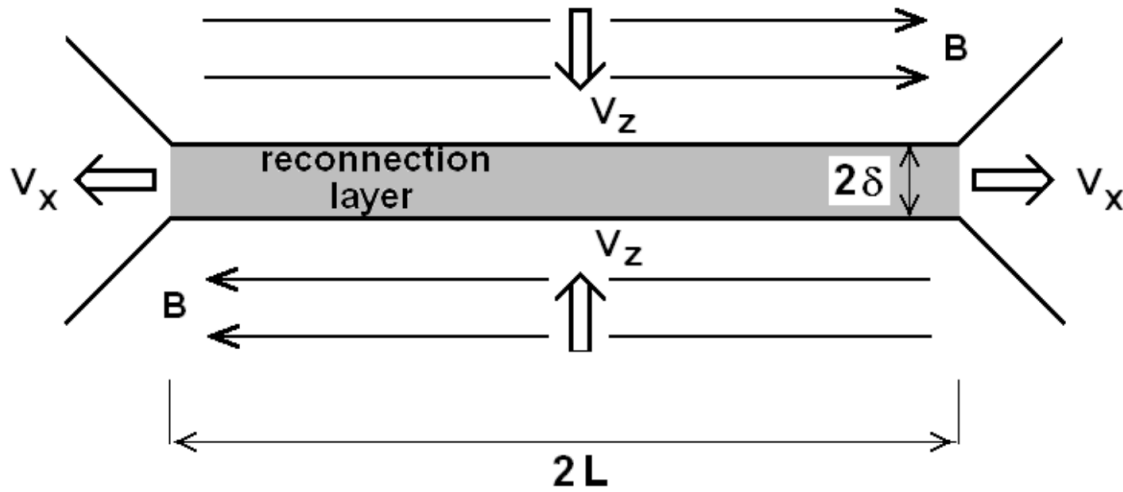


図 2.2 磁気リコネクションモデルの概略図 [13]。 x 方向に反平行の磁場が存在し、 x 方向に長さ $2L$ 、 z 方向に厚さ 2δ のリコネクション層があり、その中で y 方向にリコネクション電流が発生していると想定している。また、 $\pm z$ 方向からプラズマ流が速さ v_z でリコネクション層に流れ込み $\pm x$ 方向に速さ v_x で流出している。

分けており、slow shock という衝撃波が導入されている。衝撃波同士が合体するとリコネクション率が飛躍的に上昇する特徴も持っている。ただし、ここでは slow shock はあらかじめ仮定されており、これにより散逸領域の長さを短くしている。Petschek モデルのリコネクション速度は次式で表されている。

$$v_R(\text{Petschek}) = V_A \frac{\pi}{8} \ln S. \quad (2.2)$$

これにより、観測結果と同等の時間スケールを実現し得ると期待される。異常抵抗モデルを用いた MHD シミュレーションでは Petschek 型のリコネクションが報告されているが、一様抵抗を用いた MHD モデルでのシミュレーションでは、Y 字型の電流シート構造が形成されることが知られている [16]。

一方、Lundquist 数 S が大きいと、SP モデルのような細長い電流シートが形成されたとしても、その形状は外部からの流れに不安定であり、内部の複数箇所でテアリング不安定性が現れ複数の電流シートに分裂することが指摘されている。そこでは、inflow が強いところには再結合点である X 点、弱い箇所には磁気島と呼ばれる磁力線が閉じた O 字型の構造が内部に形成される [17]。この O 字型構造をプラズモイドと呼ぶ。プラズモイドは太陽コロナ、地球磁気圏尾部などでも観測されてお

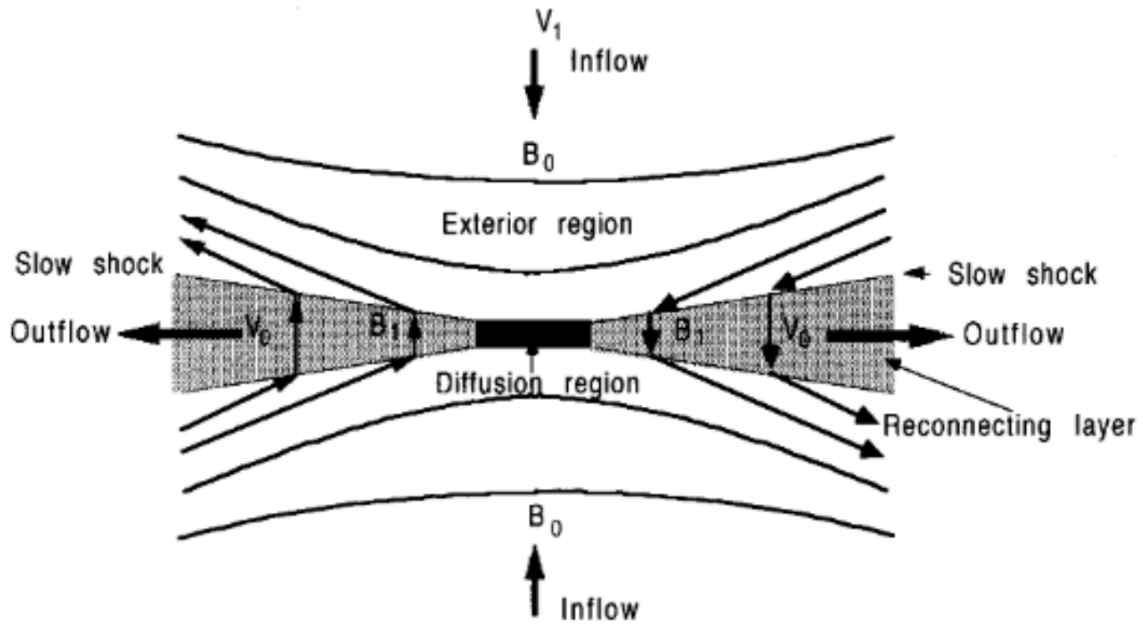


図 2.3 Petschek モデルの概略図 [15]。リコネクション層の外側を開き、中心部を散逸領域としている。slow shock はリコネクション層内部を伝搬する。

り、一度プラズモイド不安定性が発生すると、プラズモイド同士の合体を引き起こし、その際にリコネクション率を増大することも MHD シミュレーションで指摘されている [19]。

2.1.2 無衝突磁気リコネクション

上記のように太陽コロナのタイムスケールと通常の MHD 理論モデルとの差異が指摘される一方で、地球磁気圏周辺の磁気リコネクションにおいては MHD モデルを超えた取り扱いの必要性が観測から指摘されている。そもそもプラズマには主にイオンと電子の 2 種類の粒子が含まれているが、MHD はそれらを一つの流体として扱っている。しかし、地球磁気圏の磁気リコネクション領域においては、電子の流速とイオンの流速の相違、イオンの運動と磁場変動の相関の低下、ジャイロ半径と同程度の厚さを持つ電流シート形成など、MHD モデルの前提が成り立たないという観測結果が示されている [20]-[23]。このような観測結果との矛盾や前提条件の破綻を受けて、MHD モデルに電流と磁場に起因する Hall 効果を加えた拡張 MHD モデル、プラズマをイオンと電子の 2 つの流体に分けて考える 2 流体モデル、粒子運動論的效果を含めた運動論モデルなどが考慮されるようになった。そして図 (2.4) の示すように、各モデルのリコネクション速度を比較することによって、無衝突プラズマ中においては、Hall 効果がりコネクションを高速化させることが示され、地球磁気圏への応用も

行われた [10]。無衝突で背景磁場の無い磁気リコネクションにおける Hall 効果の重要性については他のシミュレーション研究でも指摘されている。[24]-[28]。ただし、反平行磁気リコネクション中の散逸領域での磁場の再結合点 (X 点) においては $B = 0$ であり、X 点上では Hall 効果はない。ゆえに Hall 効果は直接磁場を散逸させるものではなく、慣性効果や圧力項が主に散逸機構に寄与している。しかしながら、図 (2.4) において、各モデル毎に散逸機構は異なっているが、抵抗性 MHD 以外は再結合量の時間発展の仕方はあまり変化しておらず、リコネクション速度に散逸機構は大きく依存していないことも指摘されている。

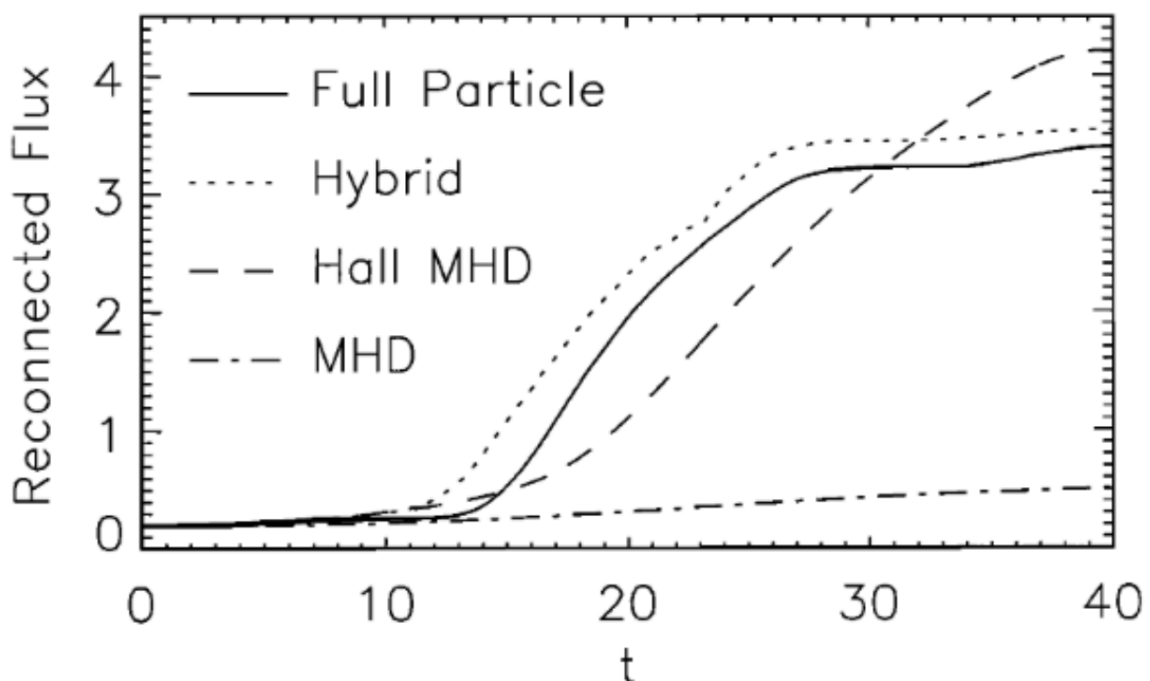


図 2.4 MHD モデル、Hall-MHD モデル、hybrid モデル（イオンを運動論で、電子を流体で扱うモデル）、運動論モデルでの磁束の再結合量の時間発展の図 [10]。

一方、無衝突磁気リコネクションと抵抗性磁気リコネクションでは、散逸機構だけではなく、散逸領域の形状や特徴も異なる。成長率に関して、電子慣性効果が支配的な無衝突磁気リコネクションは、非線形成長段階で成長率が上昇する傾向があることが数々の先行研究で示されている [29]-[32]。図 (2.5) は抵抗性 MHD モデルと 2 流体モデルでのリコネクション領域を示したものである。磁束関数及び、電流密度形状については、左右の図で異なっていることが確認できる。抵抗性モデルの方は SP モデル形状に対して、2 流体モデルは Petschek モデルに近い X 字型構造を形成している [25]。また、リコネクション領域内での電子とイオンの振る舞いは、2 流体モデルにおいては大きく違う。

図 (2.6) は 2 流体モデルでのイオンと電子の粒子の動きを示している [26]。イオンは電流シート内で磁化せず、電流シートに垂直に流入して直角に曲がり外側へ流出する一方で、磁化された電子は再結合前の磁力線と結合後の境目であるセパトリクスに沿う形で電流シートに侵入し、排出される。この電子の動きによって Hall 効果の特徴である四重極磁場構造を作り出す。

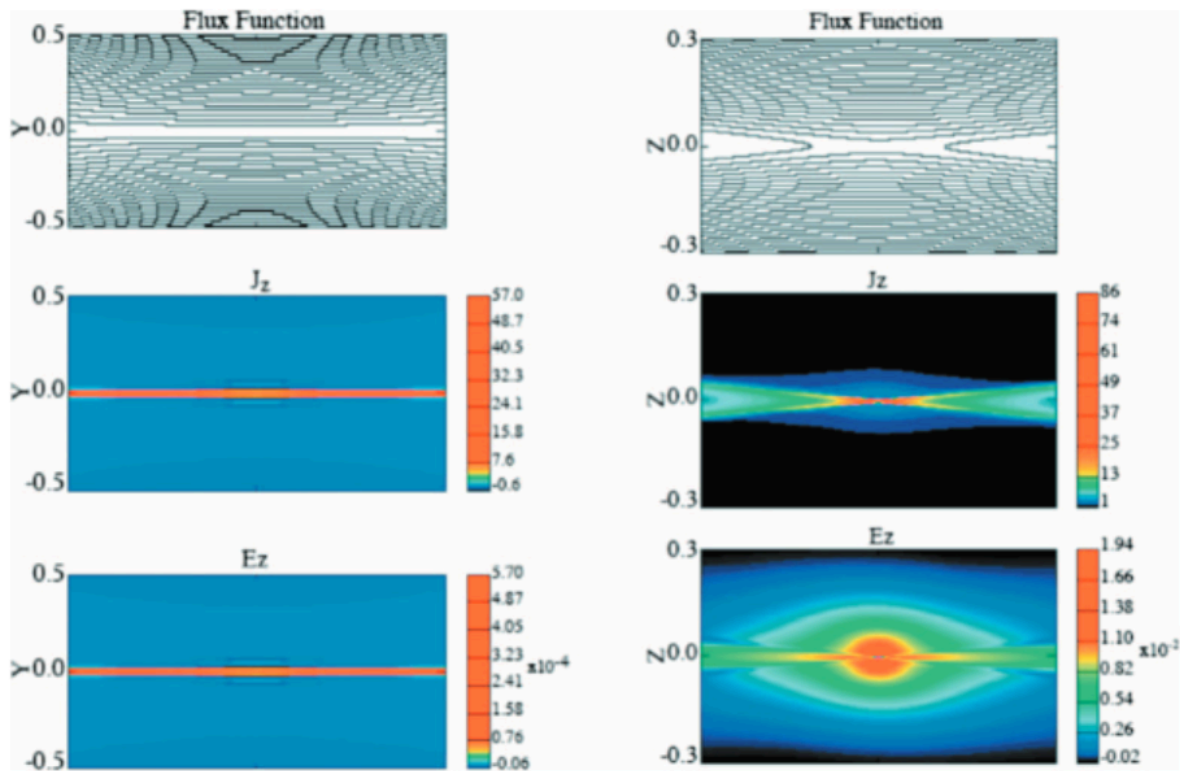


図 2.5 MHD モデル (衝突リコネクション) (左) と無衝突リコネクション (右) の各電磁場構造。それぞれ上から磁束関数、リコネクション電流、リコネクション電場を表している。

これらの Hall 効果及び 2 流体効果の特徴は観測や実験においても観測されている。人工衛星 “POLAR” による観測データでは、Hall MHD で見られた磁場の四重極構造及び MHD モデルに基づいた $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフト速度とは異なるイオンの流れが示されている [23]。また、実験装置 “MRX” の実験においても、X 点近傍ではイオンが非磁化されゆっくりと方向を変えて放出されるのに対し、電子はセパトリクスで急激にターンし、強い加速を受けていることが確認され、シミュレーションとよく一致した結果を示している [33]。

運動論モデルを用いた磁気リコネクションの研究は粒子一つ一つの運動を計算するゆえに計算コストの面から困難がある。そのため、複数のプラズマ粒子の塊である “超粒子” を扱う “PIC” と呼ばれる手法 [34] が広く用いられた。また、シミュレーション設定にて電子スケールがリコネクションのス

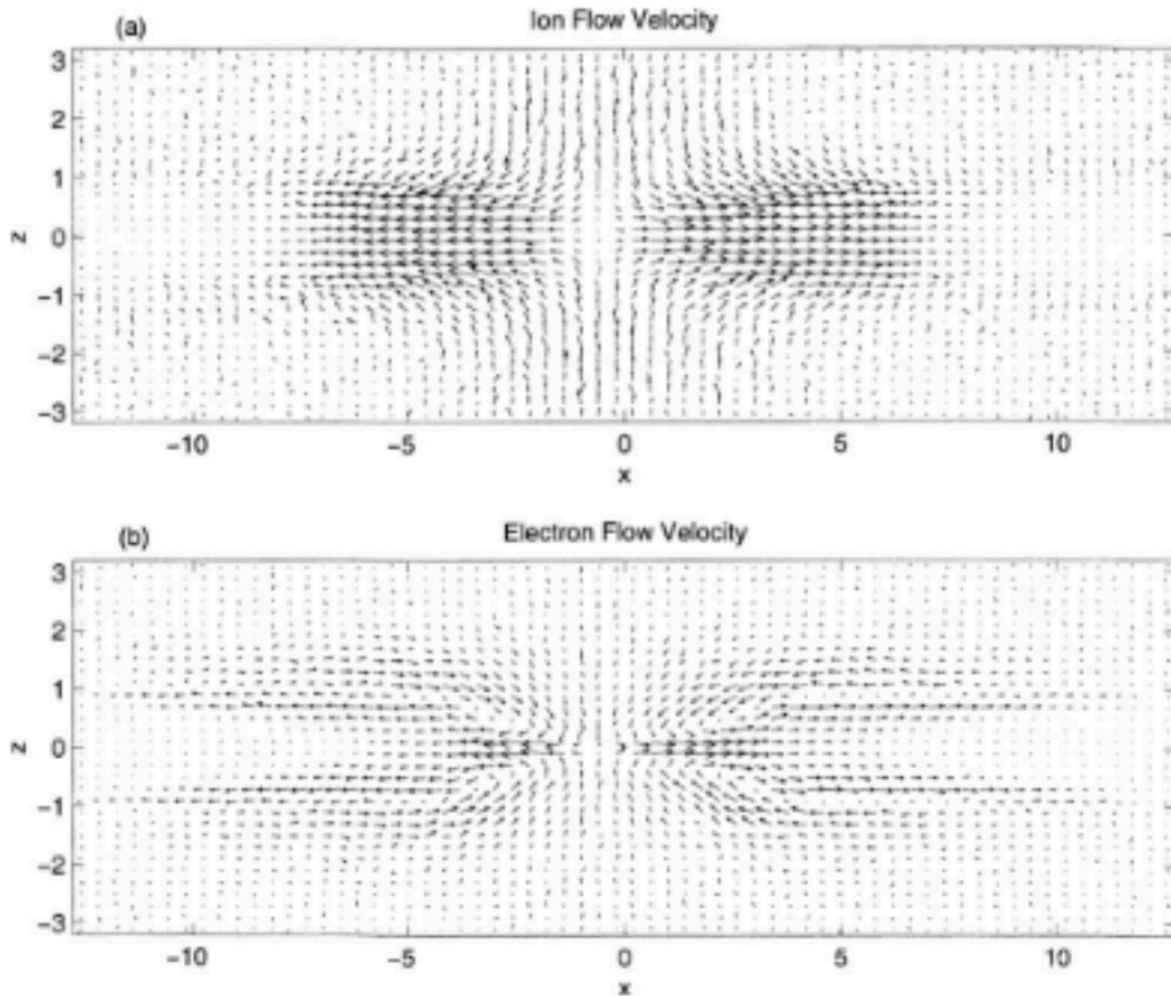


図 2.6 2 流体モデルでの磁気リコネクション内でのイオン（上図）と電子（下図）のふるまい [26]。矢印はその位置における速度ベクトルである。

ケールよりも十分小さいとする近似を駆使していた。また電子とイオンのスケール比は質量比の平方根に依存し、かなり大きい。この二つを運動論で同時に扱うことはマルチスケールでの計算を要求されるため計算は大変困難である。このため電子の運動はイオンに比べて十分に小さく時間スケールも短いので、電子のみ運動論的效果を無視して流体として扱う hybrid モデルも考案されている [35]。

等方圧力を持つ 2 流体モデルではその対称性から圧力勾配項は磁場の散逸にほぼ寄与しない。なぜなら、電子圧力テンソル P_e はスカラー量として簡単化でき

$$\nabla \cdot P_e = \nabla P_e$$

となる。ゆえにこの式に $\nabla \times$ を作用させると 0 となり、誘導方程式には現れないので磁場の散逸に

寄与しない。先述したように圧力テンソルでリコネクション電場に寄与するのは非等方成分であり、それは次式で与えられる。

$$E_y = -\frac{1}{ne}(\partial_x P_{xy,e} + \partial_z P_{yz,e}). \quad (2.3)$$

すなわち、X点周辺での圧力非等方性がリコネクション電場をバランスさせる上で重要であることを示している [20]。この非等方圧力成分の寄与を評価するためには運動論モデルの使用が必要である。

Dungey と Sonnerup が電子圧力の非対角項であるジャイロ粘性について検証している [21][36]。Lyons と Pridmore-Brown は詳細な解析を行い、粒子のジャイロ運動の位相の非一様成分が与える圧力テンソルの発散が X 点近傍のリコネクション電場の形成を支えていることを示した [37]。シミュレーション研究においては Cai が hybrid モデルを使用し、この重要性を示した [38]。また、電子とイオンどちらも運動論モデルで扱う full-kintic モデルを用いた準定常磁気リコネクションシミュレーションにおいては、リコネクション電場と電子のジャイロ位相の非一様成分から生じる圧力テンソルの発散が釣り合っていることが示されている [39][40]。

また、背景磁場の一様磁場成分のない(これをガイド磁場と呼ぶ)磁気リコネクション中では散逸領域内の磁場強度は小さく、それゆえに粒子はジャイロ運動をせず、電流シート内をさまようような動きをする。この運動を meandering 運動と呼ぶが、これと非等方圧力テンソルとの関連性についても言及されており [41]、数値シミュレーションによる調査も行われている [42]。

2.1.3 ガイド磁場の影響

ここまではガイド磁場がない純粋な反平行磁場での散逸機構を主に紹介してきた。以下では、ガイド磁場 B_G があるときに磁気リコネクションがどのように変化するかをまとめる。

地球磁気圏において、磁気圏磁場と太陽風の磁場がリコネクションする際、太陽風磁場が南向きの場合(反平行磁場)の方が北向きの磁場(ガイド磁場有)よりも早くリコネクションが進むという観測結果が得られている [43]。また、MRX での実験においてもガイド磁場有りの散逸抵抗値は反平行磁場の場合と比較して約 0.5 倍であり、反平行磁場の場合のリコネクション速度の方がガイド磁場有りの場合よりも早い傾向にある [44]。ただし無衝突プラズマに条件を近づけていくと、どちらの場合も実効的な散逸値は上昇した。また反平行磁場の合体実験においても、磁場同士の角度 θ によって、速

度に変化することがわかっており、 $\theta = \pi$ でリコネクション速度が最大値をとり、 $\theta = \pi/2$ の場合に近づくほど速度は低下する傾向にある [45]-[48]。さらにガイド磁場は電流シートの長さを増大させ、形状も Y 字型から磁気島が発生する O 字型へと形に変化させる [45][47]。またエネルギー変換に関するガイド磁場依存性についても調べられており、ガイド磁場が強くなるほど、エネルギー変換はガイド磁場方向成分が支配的になることが示され、MRX 及び MMS の結果と一致した [49]。

このようにガイド磁場があるとリコネクション速度は抑制される傾向にあるが、その理由の中でガイド磁場によって Hall 効果や meandering 運動が抑制されることが指摘されている。2 流体効果と運動論効果がガイド磁場によって受ける影響についても数々の先行研究が存在している。無衝突磁気リコネクションが受けるガイド磁場の影響の評価は PIC シミュレーションを用いて行われており、四重極の対角線上の二組のペアのうち一方のみの電流がピークするようになり、対称性が崩れる [50][51]。実験装置”TS-3”の結果では、強いガイド磁場があれば電流シートが傾くという結果が得られており [52][53]、これらは $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ による電子の流れが電流シートを中心からずらしているのが原因と考えられる。また、これらの先行研究において電流シートの長さは延伸され、密度は減少している。

またガイド磁場の運動論効果への影響についてもいくつかのシミュレーション研究がなされている [54]-[58]。ガイド磁場を B_G 、リコネクション磁場を B_{MR} とすると、 $B_G > 0.2B_{MR}$ で電子散逸領域内で電子が磁化する [57]。また、より強いガイド磁場があると、電子ジャイロ半径が小さくなり、電子のリコネクション層が薄くなる。この領域においてはリコネクション電場との釣り合いのために圧力の非ジャイロ位相成分が重要になるとの指摘がある [59]。リコネクション速度に関しては、ガイド磁場がある場合、MHD モデルと同様に結果と一貫してリコネクション率は減少することが示されている。

2.1.4 散逸効果と微視的不安定性

2 流体モデルはイオンと電子を分けて考えるので、それらの間には相対速度 $U = U_e - U_i$ が存在する。 U がイオン音速 $C_s = \sqrt{(T_e + 3T_i)/m_i}$ や熱速度 v_{ts} 等ある閾値を超えると微視的な不安定性が励起され、異常抵抗の発生が期待される。すなわちリコネクション層内部の微視的不安定性は、異常抵抗による抵抗値の増大をもたらし、リコネクション率を増加させうる。一方、異常抵抗により電子が磁力線を横切れるようになるため、電子の流れによる Hall 効果などに干渉してしまうことが指摘さ

れている。実験観測においては、不安定性が現れている痕跡である磁気揺動が観測されている時は四重極構造が現れないことが報告されている。

これまでに、理論的には様々な不安定性がリコネクションに与える影響の評価が行われてきた。以下では、リコネクション中で励起される微視的不安定性とその波動の性質について説明し、先行研究で明らかになったことをまとめる。

歴史的に見て詳しく調査されてきた不安定性は、低域混成ドリフト不安定性 (lower hybrid drift instability:LHDI) である [61]。波長よりも弱い非一様分布、

$$B(x) = B\left(1 - \frac{x}{L_B}\right)e_z, \quad n(x) = n\left(-\frac{x}{L_n}\right), \quad T_e(x) = T_e\left(1 - \frac{x}{L_T}\right)$$

を x 方向に仮定し、イオンジャイロ半径 ρ_i を用いて、 $k_y\rho_i \ll 1, \omega/k_y \gg 1$ の時、分散関係式が次式で与えられる。

$$(\omega - k_y v_{E \times B}) \left(1 - \frac{\omega_{LH}^2}{\omega^2}\right) = -\frac{1}{k_y^2 \rho_e^2} k_y v_\delta \quad (2.4)$$

ここで、

$$\frac{1}{\omega_{LH}^2} = \frac{1}{\omega_{p,i}^2} + \frac{1}{\omega_{c,i}\omega_{c,e}} \sim \frac{1}{\omega_i\omega_e} \text{ for } \omega_{p,e} > \omega_{c,e}, \quad (2.5)$$

$$v_\delta = \frac{T_e}{eB} I_0(k_y^2 \rho_e^2) \exp(-k_y^2 \rho_e^2) \times \left[\frac{1}{L_n} - \frac{1}{L_B} \left(1 - k_y^2 \rho_e^2 \left(1 - \frac{I_1(k_y^2 \rho_e^2)}{I_0(k_y^2 \rho_e^2)}\right)\right) - \frac{1}{L_T} k_y^2 \rho_e^2 \left(1 - \frac{I_1(k_y^2 \rho_e^2)}{I_0(k_y^2 \rho_e^2)}\right) \right] \quad (2.6)$$

であり、それぞれ低域混成周波数と非一様場内の一般化ドリフト速度を表す。ここで $\omega_{p,s}$ は粒子種 s のプラズマ振動数、 $\omega_{c,s}$ はサイクロトロン周波数を表し、 ρ_e は電子ジャイロ半径である。LHDI 不安定性は、この非一様場でのドリフト波と低域混成波とのカップリングによって励起される。

LHDI 不安定性が発見されたのち、1970年代から80年代にこの不安定性の非線形発展について多数のシミュレーション解析が実施された [62]-[65]。これらの研究により、反平行磁場の磁気リコネクションにおいて以下のことが明らかとなっている。まず静電的な LHDI は電流シートの端のみでしか

励起されないので直接的に高速リコネクションの要因になり得ない。しかし、電磁的な LHDI モードは成長率が小さいながらも中心で成長し、異常抵抗を引き起こす。しかしながら、ガイド磁場が強くなるほど混成ドリフト波はリコネクション平面に対して斜めに伝搬するようになり、不安定性が安定化されてしまう [67]。

Buneman 不安定性は 2 流体不安定性の一種であり、イオンと電子の相対速度が熱速度を超えると励起される。先行研究においては、反平行磁場とともに初期から Buneman 不安定性を含む場合について電場構造及びガイド磁場方向の速度分布関数構造の解析が粒子シミュレーションによって行われた [68]。X 点上には熱速度を超えるビーム速度を設定したシミュレーションの結果、磁気リコネクションが進み、X 点に電流構造が形成されている時、電場のガイド磁場方向成分構造から異常抵抗の特徴的構造である電子ホールが形成されていることが示された。また、Che は Buneman 不安定性が磁気リコネクションに与える影響をより詳細に調べた。まず電子スケールの電流シート内で Buneman 不安定性が電磁場構造をどのように変化させるかを示した。これにより、電場の揺動成分が磁気エネルギーを散逸させ、波との相互作用により "wavepocket" と呼ばれる非一様場を形成することが明らかになった。また、Buneman 不安定性が励起されている磁気リコネクション中のシミュレーションを実施し、以下の事柄が示されている。1) 電場の非一様性がリコネクション電場を成長させることでイオン散逸領域を拡張させる。2) X 点近傍で電場揺動の非一様性によって磁場の再結合が電子スケールで行われる。3) outflow によって、電場揺動が X 点から流されることで電子散逸領域が拡大する。4) 磁場エネルギーの約 40 % が異常抵抗によって電子熱エネルギーに変換され、50 % がリコネクション電場によって運動エネルギーへと変換される [69]。

一方、磁化プラズマ中で荷電粒子ビームにより駆動される不安定性の一つに運動論的 Alfvén 波 (kinetic Alfvén waves: KAW) がある。これは分散性を持つ Alfvén 波の一種であり、KAW の存在は 2 流体モデルから導出できる。 z 方向に一様な磁場 B_0 を考える。この時の線形化された 2 流体モデルの運動方程式は次式で与えられる [70]。

$$m_s n \frac{\partial \mathbf{u}_{1,s}}{\partial t} = ne_s (\mathbf{E}_1 + \mathbf{u}_{1,s} \times \mathbf{B}_0) - \nabla \cdot \mathbf{P}_{1,s}. \quad (2.7)$$

$$(2.8)$$

ここで、下付き文字 1 は摂動量を表す。磁場は z 方向に並進対称 ($B_{z1} = 0$) と仮定する。この時、

$\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{B}_1 = 0$ となり、全磁場成分の形状を考えると磁場のシア (せん断) 成分を持つ。z 方向成分の運動方程式及び連続の式は以下の通りであり、

$$m_s n \frac{\partial u_{z1,s}}{\partial t} = n e_s E_{z1} - \gamma_s T_{\parallel,s} \frac{\partial n_{1,s}}{\partial z}, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial n_{1,s}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n u_{z1,s}) = 0. \quad (2.10)$$

γ_s は断熱係数、 $T_{\parallel,s}$ は平行方向の温度を表し、これらを連立させて分散関係式を導出すると次式が得られる。

$$\frac{k_{\perp}^2}{\omega^2 - k_z^2 V_A^2} + \frac{\omega_{p,e}^2}{c^2} \frac{1}{\omega^2 - \gamma_e k_z^2 T_e / m_e} + \frac{\omega_{p,i}^2}{c^2} \frac{1}{\omega^2 - \gamma_i k_z^2 T_i / m_i} = 0 \quad (2.11)$$

ここで、z 方向の位相速度を Alfvén 速度程度 ($\omega/k_z \sim V_A$) と仮定する。その上で、 $v_{te} \gg V_A^2 \gg v_{ti}^2$ とし、z 方向の位相速度がイオン音波よりも十分速いとする ($\omega^2/k_z^2 \gg T_e/m_i$)、左辺第 2 項の ω^2 と第 3 項が無視できる。

$$\frac{k_{\perp}^2}{\omega^2 - k_z^2 V_A^2} - \frac{\omega_{p,e}^2}{c^2} \frac{1}{\gamma_e k_z^2 T_e / m_e} = 0 \quad (2.12)$$

これを ω について整理すると、以下の簡略化された分散関係式が得られる。

$$\omega^2 = k_z^2 V_A^2 (1 + k_{\perp}^2 \rho_s^2), \quad (2.13)$$

$$\rho_s^2 = \frac{T_e}{m_i \omega_{c,i}^2}.$$

関係式の中に k_{\perp}^2 の項が含まれ、これが波の分散を表すので KAW は分散性 Alfvén 波の一種である。理想 MHD 方程式からは同種のシア波が得られるが、こちらの分散関係式は $\omega = k_z V_A$ であり k_{\perp} に依存しない。またこれは式 (2.13) で $k_{\perp} \rho_i \rightarrow 0$ とした時と結果一致する。この k_{\perp} 依存性の有無は電子慣性による電流 $\mathbf{J} \propto \partial_t \mathbf{E}$ を無視するかしないかによって出現する。

KAW と磁気リコネクションの関連性については、これまでもいくつか研究がなされている [71]。

KAW は磁気リコネクションの散逸領域形成やエネルギー輸送において重要であることが指摘されており [72][73]、リコネクション層近傍で KAW が励起され、セパトリクスに沿う形でエネルギーが輸送される [74]。主に、X 点から離れると Landau 減衰によって KAW は減衰する指摘がある [75]。また、磁気リコネクションの outflow 内で KAW の分散性が現れ、波動粒子相互作用に関連するデータも観測から得られている [76]。しかし、KAW が磁気リコネクションの中で微視的な不安定性によって励起させるかどうかについては、これまであまり着目されていない。

また、従来の磁気リコネクションにおける異常抵抗のシミュレーション研究では、微視的不安定性の励起条件を満たすように初期条件が設定される場合が多く、磁気リコネクション中でそれらの励起条件が満たされる過程については不明瞭である。本研究では微視的不安定性を磁気リコネクションが自発的に励起させる過程にも着目する。

2.2 磁気リコネクションを扱う理論モデル

本節では、磁気リコネクションのシミュレーション研究で用いる際のモデル方程式について、条件や適用できるスケールに関してまとめる。

2.2.1 Vlasov 方程式

Vlasov 方程式は粒子の集団的振る舞いを記述するための運動論的方程式の一種である。実空間 3 次元、速度空間 3 次元の位相空間上における分布関数 f を用いて、無衝突運動論的方程式は次式で与えられている。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot (\mathbf{a}f) = 0 \quad (2.14)$$

ここで \mathbf{a} は加速度ベクトルを表す。この \mathbf{a} については運動の第一法則から具体的な形が得られる。今回は電離している粒子を扱っており、ローレンツ力のみに着目すると、 \mathbf{a} は

$$\mathbf{a} = \frac{e}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

と記述できる。 $\partial_{\mathbf{v}} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ については、 \mathbf{E} は \mathbf{v} に依存しておらず、 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ の項も成分毎に考えると、 $\partial_{v_i} (\mathbf{v} \times \mathbf{B})_i = \partial_{v_i} (v_j B_k - v_k B_j) = 0$ であるので、一般的な粒子種 s についての Vlasov 方程式は次式で与えられる [70]。

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{x}} + \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (2.15)$$

これが基本的な Vlasov 方程式である。ただし、ローレンツ力以外の力を考える場合は式の形は変形されることがある。Vlasov 方程式を解くには \mathbf{E} 、 \mathbf{B} の分布が必要であり、方程式系を閉じる必要がある。電磁場の方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \partial_t \mathbf{B} &= -\nabla \times \mathbf{E}, \\ \frac{1}{c^2} \partial_t \mathbf{E} &= \nabla \times \mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{J}, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= \rho / \epsilon_0. \end{aligned} \quad (2.16)$$

この時、 ρ は電荷密度、 \mathbf{J} は電流密度である。式 (2.16) 中の ρ 、 \mathbf{J} については f_s を用いて、

$$\rho = \sum_s e_s \int d^3 v f_s, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{J} = \sum_s e_s \mathbf{U}_s = \sum_s e_s \int d^3 v \mathbf{v} f_s, \quad (2.18)$$

で与えられる。これらの式を合わせることで、プラズマ粒子の振る舞いを自己無撞着に導ける。シミュレーションの空間解像度や時間ステップ幅が十分であれば、マクロな流体スケール現象から電子スケールの微細構造の描像まで非常に幅広い範囲の現象を扱える [77]。それゆえに、マルチスケール現象である磁気リコネクションにおいてもこのモデルはよく用いられている [65][66][78]。しかしながら、このモデルは広い範囲の現象を扱うゆえに、その中で一番小さく、短い物理現象に解像度を合わ

せる必要がある。強ガイド磁場がある時の磁気リコネクションのシミュレーションにおいてはジャイロ半径が極端に小さくなり、また6次元位相空間を扱う関係から膨大な計算コストを強いられる。

ゆえに、シミュレーション研究においては粗視化あるいは近似を用いて変数を減らし、計算次元を省略するなどを行い、図 2.7 のように扱える範囲をある程度絞る代わりに計算コストを軽くして注目する現象に対して適切な解像度を確保するべく、後述する MHD モデルやジャイロ運動論モデルが採用されている。他には、複数のプラズマ粒子の塊を一つの“大粒子”として扱う PIC シミュレーションもよく用いられている [49][79]。

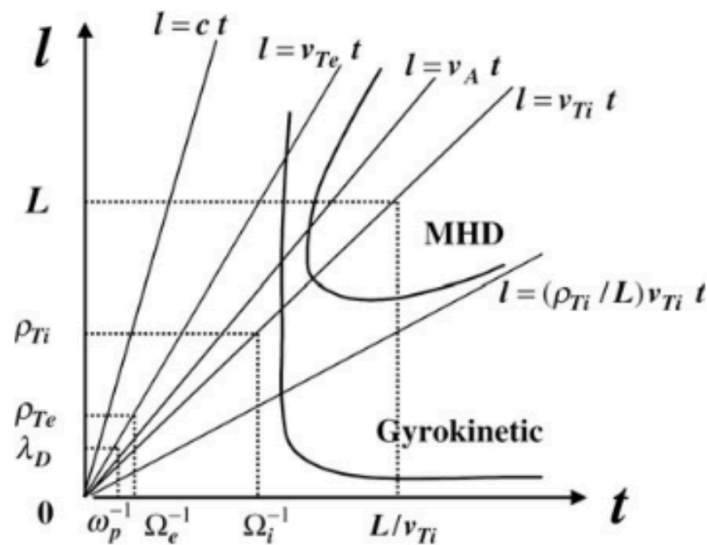


図 2.7 時間スケールと長さスケールに対して各モデルの整合性が担保される範囲 [77]。

2.2.2 MHD 方程式

序章でも述べたとおり、MHD はプラズマを一つの流体として扱っている。流体として扱うためには、プラズマの粒子としての振る舞いを無視できなければならない。粒子としての代表的な運動の一つがサイクロトロン周波数 $\omega_{c,s}$ で特徴づけられるジャイロ運動である。また2流体効果の代表例としてプラズマ振動数 $\omega_{p,s}$ で特徴付けられる静電波がある。ゆえに MHD で扱える現象の時間スケール T_{MHD} の条件はこの二つのタイムスケールよりも十分に長いことであり、

$$T_{MHD} \gg \omega_{p,s}^{-1} > \omega_{c,s}^{-1}$$

で与えられる。また長さスケール L_{MHD} についてもジャイロ半径、スキン長よりもずっと大きいことが条件であり、こちらは

$$L_{MHD} \gg \frac{c}{\omega_{p,s}} \gg \rho_s$$

で与えられる。また、磁気リコネクションにかかる時間は $\omega_{c,i}^{-1}, \omega_{p,e}^{-1}$ と比べて十分に長く、MHD で扱う条件を十分に満たしており、長さについても散逸領域内の振る舞いを除けば、扱うスケールは ρ_s, d_s と比較して十分に長い。

MHD モデルの運動方程式は Vlasov 方程式の 1 次モーメントを取ることで導出できる。ここで、速度変数 v^n をかけて $\int dv$ を作用させることを n 次モーメントを取ると言う。式 (2.15) の 0 次、1 次モーメントを取った式は、それぞれ次式で与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int d^3v \left[\frac{\partial f_s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{x}} + \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} \right] = 0, \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int d^3v \mathbf{v} \left[\frac{\partial f_s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{x}} + \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} \right] = 0. \quad (2.20)$$

これらを粒子種 s の和を取り、それぞれ 0 次、1 次、2 次のモーメント量である密度 ρ 、流速 U 、圧力 \mathbf{P}_{MHD} で置き換えると連続の式、運動方程式が導出できる。ここで、 n, U, \mathbf{P}_{MHD} は次式で与えられる。

$$\rho = \sum_s m_s \int d^3v f_s, \quad (2.21)$$

$$\mathbf{U} = \frac{1}{n} \sum_s \int d^3v \mathbf{v} f_s, \quad (2.22)$$

$$\mathbf{P}_{MHD} = \sum_s \int d^3v m_s (\mathbf{v} - \mathbf{U})(\mathbf{v} - \mathbf{U}) f_s. \quad (2.23)$$

散逸が無視できる時、理想 MHD の連続の式、運動方程式は、次式で与えられる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0, \quad (2.24)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \rho \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} = \left(\sum_s n_s e_s \right) \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla \cdot \mathbf{P}_{MHD}. \quad (2.25)$$

ここで、 $\mathbf{J} = \sum_s e_s \int d^3v \mathbf{v} f_s$ である。また、式 (2.24)、(2.25) において、 n 次モーメント量の時間発展を解くためには $n+1$ 次モーメント量の解が必要となっている。 \mathbf{P}_{MHD} を解くために 2 次モーメントをとっても、3 次モーメントの項が現れてしまい、高次のモーメントを取るのみでは方程式は閉じない。ゆえに、何らかの条件で高次のモーメント量を近似し、方程式系を閉じる必要がある。MHD 及び 2 流体モデルにおいてこの問題は見られ、方程式を閉じる条件によく用いられるのは等温または断熱条件である。一例として圧力が等方的な場合で断熱である時、 \mathbf{P}_{MHD} はスカラー量として扱えて、

$$\frac{P_{MHD}}{\rho^{5/3}} = const \quad (2.26)$$

が成立する。

しかし、プラズマの振る舞いの長さスケールは、磁力線平行方向は長く、垂直方向は短い傾向にある時が多い。特に強い磁場がある場合、波数空間では $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ である状況が成り立つ。この条件を用いて、2次元系での MHD 方程式はさらに簡単化が可能である。新たな変数 ϕ, ψ を以下のように設定する。

$$\mathbf{v} = \mathbf{e}_z \times \nabla \phi, \quad (2.27)$$

$$\mathbf{B} \mathbf{e}_z \times \nabla \psi + B_{\parallel} \mathbf{e}_z. \quad (2.28)$$

これらの変数を用いて、簡約化 MHD 方程式は次式で与えられる。

$$\partial_t (\nabla^2 \phi) + [\phi, \nabla^2 \phi] + [\nabla^2 \psi, \psi] = 0, \quad (2.29)$$

$$\partial_t \psi + [\nabla^2 \phi, \psi] = 0. \quad (2.30)$$

ここで、 $[f, g]$ は Poisson 括弧を表しており、任意の関数 f, g を用いて、

$$[f, g] = \partial_x f \partial_y g - \partial_y f \partial_x g$$

である。

また、この簡約化 MHD モデル方程式に Hall 効果と慣性項を加えた拡張モデルは次式で与えられる [80][81]。

$$\partial_t \nabla^2 \phi + [\phi, \nabla^2 \phi] + [\nabla^2 \psi, \psi] = 0, \quad (2.31)$$

$$\partial_t (\psi - d_e \nabla^2 \psi) + [\phi, \psi - d_e \nabla^2 \psi] - \rho_s^2 [\nabla^2 \phi, \psi] = 0, \quad (2.32)$$

ここで、 $d_e = c/\omega_{p,e}$ である。

MHD 方程式を使った磁気リコネクションの先行研究は古くから数多く存在する [11]-[16]。Vlasov 方程式は 6 次元位相空間を扱うのに対してこちらは実空間 3 次元 (簡約化 MHD モデルは 2 次元) のみであり、計算コストも小さく手軽である。しかしながら MHD または流体モデルでは運動論効果を含めた散逸領域内の物理機構を詳しく調べることはできない。

2.2.3 ジャイロ運動論

強ガイド磁場 (B_G) 下で磁気リコネクションを考える時、荷電粒子は半径 ρ_s のジャイロ運動を行う。運動論的シミュレーションにおいては、このジャイロ運動によって格子間隔 δx 、時間刻み幅 δt が律速されてしまう。逆に言えば、この有限ジャイロ半径の効果を残しつつもジャイロ周期を無視できるようなモデルであれば、 δt はジャイロ運動に律速されず、計算コストの削減が可能になる。このジャイロ運動の依存性を無視し、Vlasov 方程式よりも低次元の位相空間上での記述を可能にしたモデルがジャイロ運動論的方程式である。ジャイロ運動論が提案されたのは、1968 年からである。当時は揺動静電場に対する線形方程式であったが [82]、その後に電磁揺動も含めた式 [83] が導出され、ハミルトニアンとラグランジアンによる定式化をもとに Lie 変換摂動法 [84] と呼ばれる幾何学的方法を用いた高精度な式の導出がなされた [77]。

ジャイロ運動論の下では微小量であるジャイロオーダーリング ϵ_{gk} を用いて各物理量は以下のような

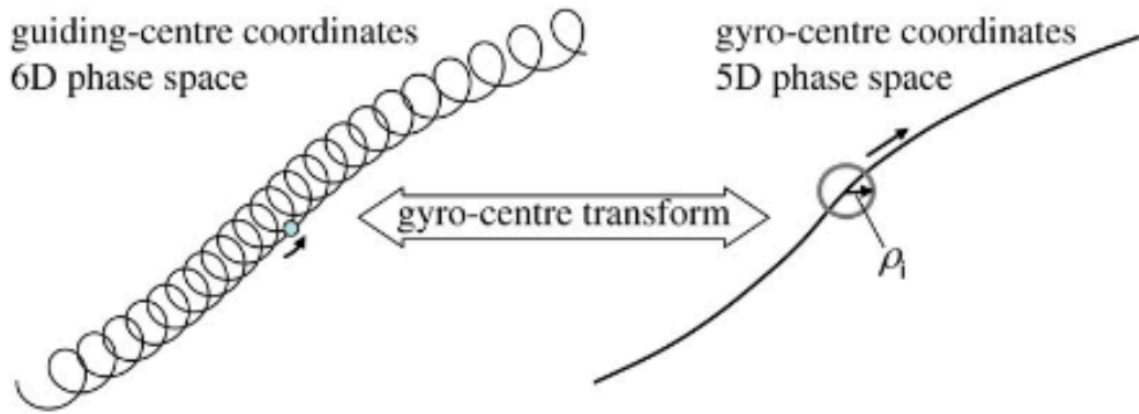


図 2.8 ジャイロ中心座標への変換のイメージ図。ジャイロ運動は消失し、位相空間も 6 次元から 5 次元空間になる一方でジャイロ半径効果などの運動論効果は残っている [85]。

オーダーリングに従っていると仮定する。

$$\frac{\omega}{\omega_{c,i}} \sim \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \sim \frac{v_{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}}{v_{ti}} \sim \frac{\delta n_i}{n_0} \sim \frac{B_{\perp}}{B_0} \sim \frac{\rho_i}{L} \sim O(\epsilon_{gk}). \quad (2.33)$$

ここで ω 、 L は特徴的な周波数と長さスケール、 k_{\parallel} 、 k_{\perp} は磁場に平行方向、垂直方向の波数ベクトルの大きさ、 $v_{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}$ は摂動 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフト速度である。このオーダーリングゆえに、ジャイロ運動論はサイクロトロン周波数より高周波の波を扱うことはできない。逆に言えば、よりゆっくりした時間スケールを持つ現象の記述に適している。

以下で、ジャイロ運動論的方程式の導出を概観する。位相空間上 $Z_{CC} = (\mathbf{q}, \mathbf{p})$ において、Vlasov 方程式はカノニカル座標系の Poisson 括弧

$$\{F, G\} = \frac{\partial F}{\partial q_i} \frac{\partial G}{\partial p_i} - \frac{\partial F}{\partial p_i} \frac{\partial G}{\partial q_i}$$

を用いて次式で与えられる。

$$\frac{Df_s}{DT} \equiv \frac{\partial f_s}{\partial t} + \{f_s, H_s\} = 0. \quad (2.34)$$

ここで、 $H_s(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = |\mathbf{p} - (e_s/m_s)\mathbf{A}|^2 + e_s\phi$ である。この式のジャイロ運動を粗視化するためには、ま

ず位相空間で使われている座標系をジャイロ運動の位相 ζ を用いて置き換える必要がある。そこで位相空間変数に guiding-centre 変数 $Z_{GC} = (\mathbf{X}, U, \mu, \zeta)$ を導入し座標変換を行う。ここで guiding-center 変数は

$$\mathbf{X} = \mathbf{x} - \boldsymbol{\rho} \quad (2.35)$$

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{\mathbf{b} \times \mathbf{v}}{\omega}, \quad (2.36)$$

$$U = v_{\parallel}, \quad (2.37)$$

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B_0}, \quad (2.38)$$

$$\zeta = \tan^{-1}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_1 / \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_2). \quad (2.39)$$

で与えられる。 \mathbf{X} はジャイロ中心位置ベクトル、 $\boldsymbol{\rho}$ はジャイロ半径ベクトル、 $v_{\parallel} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{B}$ 、 $v_{\perp} = \mathbf{v} - v_{\parallel} \mathbf{b}$ はそれぞれ磁力線に関して平行、垂直成分を表す。また $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B_0$ であり、 μ は磁気モーメントを表し、断熱不変量である。 $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{b})$ は各点 \mathbf{x} において正規直交ベクトルをなすとし、 ζ はジャイロ運動の位相を示す [77]。図 (2.9) は guiding-centre 変数を図示したものである。また guiding-centre 変数への変換は明らかに磁場 B の依存性を持っているが、 ϵ_{gk} の 2 次以上の項は無視している。

また、guiding-centre でのハミルトニアン H_s は $u = U + (e_s/m_s)A_{\parallel}$ 、 $\Psi = \phi - uA_{\parallel}$ を用いて

$$H_s = \frac{1}{2}m_s u^2 + \mu B_0 + e_s \Psi, \quad (2.40)$$

で与えられる。

guiding-centre 変数での座標系では平行成分の ζ 依存性はジャイロ運動の平均化によって省略することが可能である。しかしながら guiding-centre 変数は揺動電磁場がない時を仮定した座標系であり、揺動電磁場があると仮定した時に ζ 依存性が入る可能性がある。ゆえに揺動電磁場がある場合を考えるジャイロ運動論には Z_{GC} から新たに座標変換を行い、揺動電磁場も含めて ζ 依存性がないジャイロ中心変数 ($Z_{GY} = (\bar{\mathbf{X}}, \bar{u}, \bar{\mu}, \bar{\zeta})$) を考える。その新たな座標系は Lie 変換などの幾何学的手法を用いて次式で与えられる [85]。

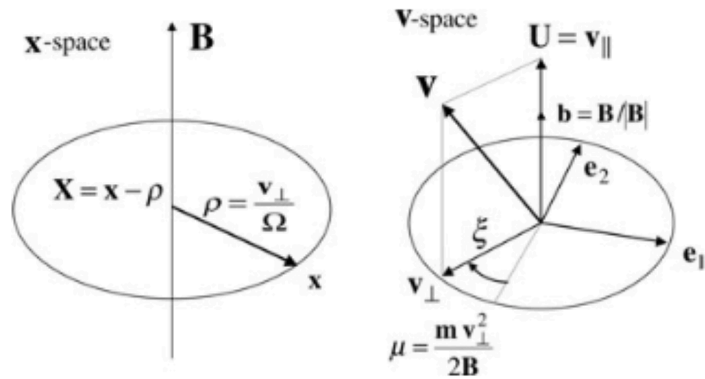


図 2.9 実空間、速度空間での guiding-center 変数の座標系 [77]。

$$Z_{GY} = Z_{GC} + \{\tilde{S}, Z_{GC}\}. \quad (2.41)$$

guiding-center への変換と同様に 2 次以上の高次項は無視している。この時の guiding-centre 変数の Poisson 括弧を陽に書くと、

$$\begin{aligned} \{F, G\} &= \frac{\omega_{c,s}}{B_0} \left(\frac{\partial F}{\partial \zeta} \frac{\partial G}{\partial \mu} - \frac{\partial F}{\partial \mu} \frac{\partial G}{\partial \zeta} \right) \\ &+ \left(\nabla F \frac{\partial G}{\partial u} - \frac{\partial F}{\partial u} \nabla G \right) - \frac{1}{e_s B_{\parallel}^*} \mathbf{b} \cdot \nabla F \times \nabla G, \end{aligned} \quad (2.42)$$

で与えられる。 $B_{\parallel}^* = \mathbf{b} \cdot \mathbf{B}^*$ は

$$\mathbf{B}^*(Z_{GC}) = \mathbf{B}_0 + (B_0 \bar{u} / \omega_{c,s}) \nabla \times \mathbf{b}$$

の平行成分である。作用変数 \tilde{S} についてはジャイロ平均を

$$\langle F \rangle = \frac{1}{2\pi} \oint F d\zeta, \quad (2.43)$$

で与えると、

$$\tilde{S}(Z_{GC}) = \frac{e_s}{\omega_{c,s}} \int^{\zeta} [\Psi - \langle \Psi \rangle_{\zeta}] d\zeta', \quad (2.44)$$

で得られる。この変換によって、摂動の ζ 依存性は \tilde{S} に吸収されており、 \bar{H}_s に ζ 依存性はない。この時の \bar{H}_s は次式の通りである。

$$H_s = \frac{1}{2} m \bar{u}^2 + \bar{\mu} B_0 + e_s \langle \Psi \rangle_{\zeta}, \quad (2.45)$$

こうした手続きによって、4次元位相空間上のジャイロ運動論方程式は次式で記述される。(この時 $\bar{\mu}$ は断熱不変量となる)

$$\begin{aligned} \frac{D\bar{f}_s}{DT} &\equiv \frac{\partial \bar{f}_s}{\partial t} + \{\bar{f}_s, \bar{H}_s\} \\ &= \frac{\partial \bar{f}_s}{\partial t} + \frac{d\bar{\mathbf{X}}}{dt} \cdot \frac{\partial \bar{f}_s}{\partial \bar{\mathbf{X}}} + \frac{d\bar{u}}{dt} \frac{d\bar{f}_s}{d\bar{u}} = 0. \end{aligned} \quad (2.46)$$

ここで、ハミルトン方程式より

$$\frac{dZ_{GY}^j}{dt} = \{Z_{GY}^j, \bar{H}_s\}$$

が成り立つので、この式から $\dot{\bar{\mathbf{X}}}, \dot{\bar{u}}$ が陽に導出できる。

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\mathbf{X}}}{dt} &= \frac{\mathbf{B}^*}{m_s B_{\parallel}^*} \frac{\partial \bar{H}_s}{\partial \bar{u}} + \frac{1}{e_s B_{\parallel}^*} \mathbf{b} \times \nabla \bar{H}_s - \bar{u} \mathbf{b} - \frac{e_s}{m_s} \langle A_{\parallel} \rangle_{\zeta} \frac{\mathbf{B}^*}{B_{\parallel}^*} \\ &\quad + \frac{1}{e_s B_{\parallel}^*} \mathbf{b} \times (e_s \nabla \langle \Psi \rangle_{\zeta} + m_s \bar{u}^2 \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{b} + \bar{\mu} \nabla B_0), \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{u}}{\partial t} &= -\frac{\mathbf{B}^*}{m_s B_{\parallel}^*} \cdot \nabla \bar{H}_s \\ &= -\frac{\mathbf{B}^*}{m_s B_{\parallel}^*} \cdot (e_s \nabla \langle \Psi \rangle_{\zeta} + \bar{\mu} \nabla B_0), \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\frac{d\bar{\mu}}{dt} = 0. \quad (2.49)$$

また方程式は保存形式で与えられているので、Liouville の定理が成り立ち [77][85]。

$$\frac{\partial J_s \bar{f}_s}{\partial t} + \nabla \cdot \left(J_s \frac{d\bar{\mathbf{X}}}{dt} \bar{f}_s \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{u}} \left(J_s \frac{d\bar{\mathbf{X}}}{dt} \bar{f}_s \right) = 0, \quad (2.50)$$

が得られる。この時、 $J_s = m_s B_{\parallel}^*$ はヤコビアンである。

ジャイロ運動論モデルで式を閉じるために使われる方程式は Poisson 方程式と Ampere 則である。揺動電磁場を計算するためには guiding-centre 座標の分布関数 \hat{f}_s が必要であり、これは gyro-center 分布関数 \bar{f}_s を逆変換すれば良いので、 \hat{f}_s は次式から得られる。

$$\hat{f}_s = \bar{f}_s + \{\tilde{S}, \bar{f}_s\} + O(\epsilon_{gk}^2) \quad (2.51)$$

ここで、 $\bar{f}_s = F_{Ms} + \delta \bar{f}_s$ とおき、 $\delta \bar{f}_s$ は F_{Ms} または \bar{f}_s よりも十分小さいとすると、

$$\hat{f}_s = \bar{f}_s + \{\tilde{S}, F_{Ms}\} \quad (2.52)$$

が得られる。よって、座標 Z_{GC} における n_s, j_s は式 (2.42) を用いて次式から得られる。

$$\begin{aligned} n_s &= \int \hat{f}_s \delta(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{x}) J_s d^6 Z \\ &= \int \left[\bar{f}_s + \frac{\omega_{c,s}}{B_0} \frac{\partial S}{\partial \zeta} \frac{\partial F_{Ms}}{\partial \mu} \right] \delta(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{x}) J_s d^6 Z + O(\epsilon_{gk}^2) \\ &= \int \bar{f}_s \delta(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{x}) J_s d^6 Z - \frac{e_s n_0}{T_0} (\phi - \langle \phi \rangle_{\zeta}) \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} j_s &= e_s \int v_{\parallel} \hat{f}_s \delta(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{x}) J_s d^6 Z \\ &= e_s \int \left[u \bar{f}_s - \frac{e_s}{m_s} A_{\parallel} F_{Ms} + u \frac{\omega_{c,s}}{B_0} \frac{\partial S}{\partial \zeta} \frac{\partial F_{Ms}}{\partial \mu} \right] \delta(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{x}) J_s d^6 Z + O(\epsilon_{gk}^2) \\ &= e_s \int \bar{f}_s \delta(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{x}) J_s d^6 Z - \frac{e_s n_0}{m_s} \langle \bar{A}_{\parallel} \rangle_{\zeta} \end{aligned} \quad (2.54)$$

よって、これらから Poisson 方程式、Ampere 則は真空の伝導率 ϵ_0 と透磁率 μ_0 を用いて、

$$\begin{aligned}\nabla^2\phi &= \frac{1}{\epsilon_0} \sum_s e_s n_s \\ &= \frac{1}{\epsilon_0} \left[\sum_s e_s \int \bar{f}_s \delta(\mathbf{ar}\mathbf{X} + \bar{\rho}_s - \mathbf{x}) J_s d^6\bar{Z} - \frac{e_s^2 n_0}{T_0} (\phi - \langle \phi \rangle_\zeta) \right] \quad (2.55)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-\nabla_\perp^2 A_\parallel &= \mu_0 \sum_s j_s \\ &= \mu_0 \sum_s e_s \int v_\parallel \bar{f}_s \delta(\bar{\mathbf{X}} + \bar{\rho}_s - \mathbf{x}) J_s d^6\bar{Z} - \frac{e_s^2 n_0}{m_s} \langle \bar{A}_\parallel \rangle_\zeta \quad (2.56)\end{aligned}$$

で与えられる。ここで、

$$\langle \bar{F} \rangle_\zeta = \int \langle F \rangle_\zeta \delta([\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}_s] - \mathbf{x}) J_s d^6\bar{Z} / n_0$$

である。以上が全分布関数 F を扱うジャイロ運動論方程式である。

ジャイロ運動論を用いた研究は主に核融合プラズマの乱流輸送で盛んに行われてきたが [77][85]、宇宙プラズマや磁気リコネクションへの応用も進んでいる [86]-[90]。これまでに、磁気リコネクション中の非線形成長段階における乱流は駆動する強さによって乱流の特性が変わり、リコネクション形状も変化させることが示され [86]、分布関数構造解析を用いて、強ガイド磁場下における磁気リコネクションでの位相混合による加熱について定量的評価を行い、加熱が電流シート内ではなく磁気島内であり磁場の再結合が終わった後に起こることが明らかにされている [88]。

また、スラブ配位での強ガイド下の無衝突磁気リコネクションのシミュレーションをジャイロ運動論に基づいたモデルを用いて実施し、摂動分布関数の構造解析により、無衝突磁気リコネクションの時間可逆性が示された [87]。本研究のシミュレーションモデルは文献 [87] のモデルを拡張し、全分布関数の時間発展を計算できるようにした。

3 強ガイド磁場下での磁気リコネクションのシミュレーション

本章では、まず最初に本研究で使用したシミュレーションモデルについて解説し、その後、強ガイド磁場下の無衝突リコネクションのシミュレーション結果について記す。シミュレーションモデルには、ジャイロ運動論に基づいた全分布関数を扱う Full-f モデルを使用し、先行研究で示された無衝突磁気リコネクションの特徴との一貫性を確認した。また、X 点上の速度分布関数構造に着目し、リコネクション電場からの加速により shifted-Maxwell 分布が形成されること、その電子ビームの加速量は磁場のリコネクション量で決定されることを示す。

3.1 シミュレーションモデル

本章ではジャイロ運動論に基づいた Vlasov コードを用いたシミュレーションを行い、磁気リコネクション中の分布関数および電磁場構造を調べる。Vlasov シミュレーションでは、分布関数の発展方程式と場の方程式である Poisson 方程式と Ampere 則を連立させて解き、自己無撞着にプラズマの振る舞いを記述できる。個々のプラズマ粒子の運動を個別に計算するのは計算コストの関係上不可能であり、その代わり”超粒子”を用いた PIC 法が広く利用されているが、PIC 法は少数の粒子しか用いないため数値ノイズの問題がある。そこで、本研究では位相空間上の分布関数を直接計算する Vlasov 法を採用した。

3.1.1 摂動分布関数 (δf) 法

本論文で用いたシミュレーションモデルは文献 [87] の先行研究で用いられたモデルを全分布関数を扱えるように拡張を施したものである。そこでまず、文献 [87] で用いられていた摂動分布関数を扱う δf モデル [87] についてまとめる。これはシミュレーションで想定する時間スケールにおいて、時間変化しない十分大きな量である平衡量と時間変化する十分小さい量である摂動量を設定し、摂動量の時間発展を解くモデルである。モデル式内の仮定については、ジャイロ運動論モデルの前提条件として z 方向に十分に強い磁場 (ガイド磁場) を仮定し、一様磁場 $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{z}$ で与えている。 z 方向につい

ては並進対称性を課しており ($\partial_z = 0$)、 v_\perp 空間の分布はマクスウェル分布として、摂動分布関数を

$$\delta f_s(\mathbf{x}, v_\perp, v_\parallel, t) = F_{M\perp}(v_\perp)\delta f_{\parallel s}(\mathbf{x}, v_\parallel, t) + F_{eq,s}$$

で与えている。ここで添字 s は粒子種を示し、電子 $s = e$ またはイオン $s = i$ を表わしている。空間 2次元、速度 1次元の 3次元位相空間を設定している。また速度平衡分布関数構造はマクスウェル分布を仮定している ($F_{eq,s} = F_{Ms}$)。マクスウェル分布は次式で与えられる。

$$F_{Ms} = \frac{n_0}{\sqrt{2}v_{ts}} \exp\left(-\frac{v_\parallel^2}{v_{ts}^2}\right).$$

(x, y) 方向の波数ベクトルを $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ で表し、

$$f_{\parallel, s\mathbf{k}}(z, v_\parallel, t) = \frac{1}{l_x l_y} \int \int dx dy \delta f(x, y, z, v_\parallel, t) \exp^{ik_x x + ik_y y}$$

として Fourier 変換を行う。モデル式は Vlasov 方程式、Poisson 方程式、Ampere 則で閉じており、波数空間上で次式で与えられる。

$$\partial_t f_{\parallel, s\mathbf{k}} - \frac{e_s}{T_s} v_\parallel F_{M\parallel, s} E_{\parallel, s\mathbf{k}} - \sum_{\mathbf{k}'} \sum_{\mathbf{k}''} \delta_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}'', \mathbf{k}} \frac{\hat{\mathbf{z}} \cdot (\mathbf{k}' \times \mathbf{k}'')}{B_0} J_{0s\mathbf{k}'} (\phi_{\mathbf{k}'} - v_\parallel A_{\parallel \mathbf{k}'}) f_{\parallel, s\mathbf{k}''} = 0, \quad (3.1)$$

$$\sum_s e_s \int dv_\parallel J_{0s\mathbf{k}} f_{\parallel, s\mathbf{k}} = \sum_s \frac{e_s^2 n_0}{T_s} (1 - \Gamma_{0s\mathbf{k}}) \phi_{\mathbf{k}}, \quad (3.2)$$

$$k_\perp^2 A_{\parallel \mathbf{k}} = \mu_0 \sum_s e_s \int dv_\parallel v_\parallel J_{0s\mathbf{k}} f_{\parallel, s\mathbf{k}}, \quad (3.3)$$

ここで、

$$E_{\parallel, s\mathbf{k}} = -\partial_t J_{0s\mathbf{k}} A_{\parallel \mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}'} \sum_{\mathbf{k}''} \delta_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}'', \mathbf{k}} \frac{\hat{\mathbf{z}} \cdot (\mathbf{k}' \times \mathbf{k}'')}{B_0} J_{0s\mathbf{k}'} \phi_{\mathbf{k}'} J_{0s\mathbf{k}''} A_{\parallel \mathbf{k}''}$$

である。また、 $J_{0s\mathbf{k}} = \exp(-b_{s\mathbf{k}}/2)$ 、0 次の変形 Bessel 関数 I_0 、 $b_{s\mathbf{k}} = k_\perp^2 \rho_s^2$ 、 $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$ を用いて、 $\Gamma_{0s\mathbf{k}} = I_0(b_{s\mathbf{k}})e^{-b_{s\mathbf{k}}}$ を与えている。 E_\parallel と ϕ 、 A_\parallel 、 n_0 はそれぞれ平行電場、摂動静電ポテンシャル、摂動ベクトルポテンシャルの平行成分、平衡数密度である。下付き文字 \mathbf{k} は波数 \mathbf{k} を持つ Fourire 成分を表す。式 (3.1) の左辺第二項は平行電場による加速項である。また左辺第三項は移流項であり、

$\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトとリコネクション磁場に沿う移流の合計を表している。

文献 [87] ではこのモデルを用いることで無衝突磁気リコネクションが時間反対称性を保存していることを示している。しかしながら、生じた電子加速が微視的不安定性の励起条件を満たしているかを評価するにはこのモデルは規格化及びオーダリングの点で難しい。 δf モデルでは、摂動分布関数の規格化は次式で与えられる。

$$f_{\parallel s} = f_{\parallel, s} \frac{n_0 \rho_i}{v_{ts}^3 L},$$

ここで L は平衡量に関する特徴的な長さスケールであり、 v_{ts} は熱速度を表す。平衡量との比率分小さい摂動量の時間発展を解いていることを表すため、ジャイロ運動論オーダリングパラメータ ρ_i/L を係数に含んでいる。摂動分布関数の一次モーメントを取り、ビーム速度 U_s のオーダーを考えると

$$U_s \sim v_{ts} \frac{\rho_i}{L},$$

となり、ビーム速度はジャイロ運動論オーダリング分小さくならなければならない。また、 δf モデルでは $\rho_i/L \ll 1$ が条件であるものの具体的な値は任意で決められ、条件によっては限りなく 0 にもできてしまい、熱速度に比べて非常に小さいビームしか形成されない場合もあり得る。ゆえに、摂動分布関数ではなく平衡量を含めた全分布関数の時間発展を解く Full-f モデルへの拡張を実施することで、より高速電子ビーム加速を取り扱うことが可能となる。また、不安定性を励起するビーム分布をつくるには X 点上で δf モデルでは $v_{\parallel} F_{Ms}$ の形にしかならず、Nyquist 条件から Full-f モデルでなければならない。

3.1.2 全分布関数 (Full-f) モデル

Full-f へのモデル拡張方法について、本研究で扱う一様なガイド磁場 \mathbf{B}_0 の下では、式 (3.1)-(3.3) の $f_{\parallel sk}$ を全分布関数 $F_{tot, s}$ に置き換えればよいが、式 (3.1) の左辺第 2 項については平行電場による非線形加速項 $E_{\parallel sk} \partial_{v_{\parallel}} f_{\parallel sk}$ を加えた上で次式のように $F_{tot, s}$ に置き換える。

$$\frac{e_s}{m_s} E_{\parallel sk} (-v_{\parallel} F_{M\parallel s} + \partial_{v_{\parallel}} f_{\parallel sk}) = \frac{e_s}{m_s} E_{\parallel sk} \partial_{v_{\parallel}} F_{tot, s}$$

最終的に、本研究で使用した全分布関数 $F_{tot, s}$ の時間発展を解くためにシミュレーションで用いた

方程式系はフーリエ空間では以下のように記述できる。

$$\partial_t F_{tot,s\mathbf{k}} + \frac{e_s}{m_s} E_{\parallel s\mathbf{k}} \partial_{v_{\parallel}} F_{tot,s\mathbf{k}} - \sum_{\mathbf{k}'} \sum_{\mathbf{k}''} \delta_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}'',\mathbf{k}} \frac{\hat{\mathbf{z}} \cdot (\mathbf{k}' \times \mathbf{k}'')}{B_0} J_{0s\mathbf{k}'} (\phi_{\mathbf{k}'} - v_{\parallel} A_{\parallel\mathbf{k}'}) F_{tot,s\mathbf{k}''} = 0, \quad (3.4)$$

$$\sum_s e_s \int dv_{\parallel} J_{0s\mathbf{k}} F_{tot,s\mathbf{k}} = \sum_s \frac{e_s^2 n_0}{T_s} (1 - \Gamma_{0s\mathbf{k}}) \phi_{\mathbf{k}}, \quad (3.5)$$

$$k_{\perp}^2 A_{\parallel\mathbf{k}} = \mu_0 \sum_s e_s \int dv_{\parallel} v_{\parallel} J_{0s\mathbf{k}} F_{tot,s\mathbf{k}}, \quad (3.6)$$

この式について、

$$f(\mathbf{x}) = \sum_s f_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \quad (3.7)$$

として実空間に逆変換すると以下ようになる。

$$\partial_t F_{tot,s} + \frac{e_s}{m_s} \langle E_{\parallel} \rangle_s \partial_{v_{\parallel}} F_{tot,s} + [\langle \phi - v_{\parallel} A_{\parallel} \rangle_s, F_{tot,s}] = 0, \quad (3.8)$$

$$\sum_s e_s \int dv_{\parallel} \langle F_{tot,s}(\mathbf{x}, v_{\parallel}, t) \rangle_s = \sum_s \frac{e_s^2 n_0}{T_s} (\phi(\mathbf{x}, t) - \langle \langle \phi(\mathbf{x}, t) \rangle \rangle_s), \quad (3.9)$$

$$\nabla_{\perp}^2 A_{\parallel}(\mathbf{x}, t) = -\mu_0 \sum_s e_s \int dv_{\parallel} v_{\parallel} \langle F_{tot,s}(\mathbf{x}, v_{\parallel}, t) \rangle_s, \quad (3.10)$$

$$\langle E_{\parallel} \rangle_s = -\partial_t \langle A_{\parallel} \rangle_s - [\langle \phi \rangle, \langle A_{\parallel} \rangle_s]. \quad (3.11)$$

この時、 $\langle g(\mathbf{x}) \rangle_s$ はジャイロ平均を表しており、半径 $\rho_s = m_s v_{ts} / e_s B_0$ と質量比 m_s 、熱速度 $v_{ts} = \sqrt{T_s / m_s}$ 、そして

$$J_{0s}(\mathbf{x}) \equiv \sum_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) J_{0s\mathbf{k}}, \quad (3.12)$$

$$\Gamma_{0s}(\mathbf{x}) \equiv \sum_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \Gamma_{0s\mathbf{k}}, \quad (3.13)$$

を用いて、

$$\langle g(\mathbf{x}) \rangle_s = \frac{1}{l_x l_y} \int d\mathbf{x}' J_{0s}(\mathbf{x}') g(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (3.14)$$

$$\langle \langle g(\mathbf{x}) \rangle \rangle_s = \frac{1}{l_x l_y} \int d\mathbf{x}' \Gamma_{0s}(\mathbf{x}') g(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (3.15)$$

と与えられる。 l_x, l_y はそれぞれ x, y 方向のボックスサイズである。

式 (3.8)、(3.11) では分布関数の時間発展を計算するために、ベクトルポテンシャルの時間微分の計算が必要になり、二つの物理量の時間微分項がある計算は処理が煩雑になってしまう。これを回避するために $p_{\parallel} = e_s \langle A_{\parallel} \rangle_s / m_s + v_{\parallel}$ として v_{\parallel} 空間から p_{\parallel} 空間へと座標変換を行うことで、式を簡単化した。この時、Poisson 括弧については

$$[-v_{\parallel} A_{\parallel}, F_{tot,s}] = [-p_{\parallel} A_{\parallel} - \frac{e_s}{m_s} A_{\parallel}^2, F_{tot,s}] \quad (3.16)$$

となり、 A_{\parallel}^2 の項が現れるが、ジャイロオーダーリング $B_{\perp}/B_0 \sim \nabla \times A_{\parallel}/B_0 \sim \epsilon_{gk}$ より、リコネクション磁場はガイド磁場よりも十分小さいという仮定のもと A_{\parallel}^2 を無視した。変換後の式は以下の通りである。

$$\partial_t F_{tot,s} + [\langle \phi - p_{\parallel} A_{\parallel} \rangle_s, F_{tot,s}] = 0, \quad (3.17)$$

$$\sum_s e_s \int dp_{\parallel} \langle F_{tot,s}(\mathbf{x}, p_{\parallel}, t) \rangle_s = \sum_s \frac{e_s^2 n_0}{T_s} (\phi(\mathbf{x}, t) - \langle \langle \phi(\mathbf{x}, t) \rangle \rangle_s), \quad (3.18)$$

$$\nabla_{\perp}^2 A_{\parallel} - \mu_0 \sum_s \frac{e_s^2 n_0}{m_s} \langle \langle A_{\parallel}(\mathbf{x}, t) \rangle \rangle_s = -\mu_0 \sum_s e_s \int dp_{\parallel} p_{\parallel} \langle F_{tot,s}(\mathbf{x}, p_{\parallel}, t) \rangle_s. \quad (3.19)$$

最終的に、式 (3.17) は速度 $\mathbf{v}_p = \hat{z} \times \nabla(\langle \phi - p_{\parallel} A_{\parallel} \rangle_s)$ についての単純な移流方程式の形まで整理できた。

無次元化については、無次元量を上付き文字 \tilde{f} として以下のように設定する。

$$\begin{aligned}
F_{tot,s} &= \tilde{F}_{tot,s} n_0 / v_{ts}^3, \\
\phi &= \phi T_i / e, \\
A_{\parallel} &= \tilde{A}_{\parallel} B_0 \rho_i, \\
x &= \tilde{x} \rho_i, \\
p_{\parallel} &= \tilde{p}_{\parallel} v_{ts}, \\
t &= \tilde{t} L / v_{ti}.
\end{aligned} \tag{3.20}$$

L は特徴的な長さスケールである。式 (3.17)-(3.19) を無次元化した方程式は以下のようにまとめられる。

$$\partial_{\tilde{t}} \tilde{F}_{tot,s} + [\langle \phi - \sqrt{\frac{\tau_s}{M_s}} \tilde{p}_{\parallel} \tilde{A}_{\parallel} \rangle_s, \tilde{F}_{tot,s}] = 0, \tag{3.21}$$

$$\sum_s q_s \int d\tilde{p}_{\parallel} \langle \tilde{F}_{tot,s}(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{p}_{\parallel}, \tilde{t}) \rangle_s = \sum_s \frac{q_s^2}{\tau_s} (\phi(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{t}) - \langle \langle \phi(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{t}) \rangle \rangle_s), \tag{3.22}$$

$$\nabla_{\perp}^2 \tilde{A}_{\parallel} + \beta_i \sum_s \frac{q_s^2}{\sqrt{M_s \tau_s}} \langle \langle \tilde{A}_{\parallel}(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{t}) \rangle \rangle_s = -\beta_i \sum_s q_s \sqrt{\frac{\tau_s}{M_s}} \int d\tilde{p}_{\parallel} \tilde{p}_{\parallel} \langle \tilde{F}_{tot,s}(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{p}_{\parallel}, \tilde{t}) \rangle_s. \tag{3.23}$$

$q_s = e_s / e_i$, $M_s = m_e / m_i$, $\tau_s = T_s / T_i$ であり、 β_i はイオンベータ値と呼ばれ、磁気圧とイオン圧力の比を表し、以下では $\beta_i = n_0 T_0 / B_0^2 = 0.02$ とした。ある時間の分布関数 $\tilde{F}_{tot,s}$ が与えられれば、式 (3.22)、(3.23) から静電ポテンシャル、ベクトルポテンシャルを解きその情報から $\tilde{F}_{tot,s}$ の時間発展を計算するプロセスを繰り返し、磁気リコネクション内の電磁場と粒子のふるまいをシミュレーションする。

このジャイロ運動論モデルと MHD モデルとの関係性について考える。まず長波長近似 $k_{\perp} \ll 1$ の場合を仮定する。この時、ジャイロ平均オペレーターは J_{0s}, Γ_{0s} は次式のように簡単化できる。

$$J_{0s}(\mathbf{x}) \sim 1 \tag{3.24}$$

$$\Gamma_{0s} \sim \begin{cases} 1 & (\text{for } s = e) \\ 1 + \rho_i^2 \nabla_{\perp}^2 & (\text{for } s = i). \end{cases} \tag{3.25}$$

イオンの分極効果を残すために Γ_{0i} に2次の項を残した。またアンペール則については平行電流には電子が支配的となるためイオンの寄与を無視する。式 (3.21) について、それぞれ e_s と $e_s a_s p_{||}$ を掛けて0次、1次モーメントを取り、式 (3.18)、(3.19) を用いて $F_{tot,s}$ を消去すると、以下の2式が得られる。

$$\partial_t \nabla_{\perp}^2 \phi + [\phi, \nabla_{\perp}^2 \phi] = V_A^2 [J_{||}, A_{||}], \quad (3.26)$$

$$\partial_t \left(\frac{\omega_{p,e}^2}{c^2} A_{||} + J_{||} \right) + [\phi, \frac{\omega_{p,e}^2}{c^2} A_{||} + J_{||}] - [A_{||}, \mu_0 \int dv_{||} e_e p_{||}^2 f_{|e}] = 0, \quad (3.27)$$

ここで、 $J_{||} = -\nabla_{\perp}^2 A_{||}$ である。式 (3.27) について2.2節で述べたように式を閉じるべく、2次モーメント量の項を無視すると、左辺第3項を無視でき、となり、これら条件の下で式 (3.26)、(3.27) は一様磁場下の二次元非圧縮拡張 MHD モデルの渦度方程式と Ohm 則と同じ式の形となる [30]。さらに式 (3.27) を $F = J_{||} + d_e^{-2} A_{||}$, $d_e = c/\omega_{c,e}$ を用いて書き換えると、

$$\partial_t F + [\phi, F] = 0, \quad (3.28)$$

という移流方程式の形にまとめることができる。

3.1.3 計算方法

以下では (x, y) 方向に周期境界条件を課す。計算手法は実空間 (x, y) は高速 Fourier 変換を用いたスペクトル法を、時間発展は4次精度 Runge-Kutta-Gill 法を採用する。ここで、分布関数の時間発展を式 (3.4) を用いて計算する際、Poisson 括弧の非線形項を計算する必要があり、フーリエ空間のみで計算するにはモード k に対して k', k'' の組み合わせ分の総和を求めるため、モード数の範囲を $-N/2 < k < N/2$ とすると、 N^2 回の計算が必要となる。そこで非線形項の計算時のみ、 $\langle \phi - \sqrt{\frac{T_s}{M_s}} \tilde{p}_{||} \tilde{A}_{||} \rangle_s$ と $\tilde{F}_{tot,s}$ をそれぞれ実空間へ逆変換し、実空間上で掛け合わせ、それをまた順変換するという手法をとった。これにより計算回数を $N \ln N$ 回に削減できる。ただしエイリアス誤差を避けるため、波数空間のモード数をナイキスト波数 ($k_N = \pi/\Delta x$) の2/3倍にする。

以下の例では、各ボックスサイズは $l_x = 1.25\pi\rho_i$, $l_y = 2.5\pi\rho_i$, $l_p = 7.5v_{ts}$ として、 $-l_x < x < l_x$, $-l_y < y < l_y$, $-l_p < p_{||} < l_p$ とした。 xy 方向の格子点数は $n_x = n_y = 1024$ 、 $p_{||}$ 方向 $n_p = 128$ 、他のパラメータ設定はイオンベータ値 $\beta_i = 0.02$ 、質量比を $m_e/m_i = 1/200$ 、温度比 $T_e/T_i = 1$ 、電荷

比 $e_e/e_i = -1$ とした。スペクトル空間のモード数 N_{kx} は非線形項の計算時に、シミュレーション領域外の高波数モードが低波数モードへと作用してしまうエイリアス誤差を防ぐために、 $N_{kx} = 669$ としている。また、アルヴェン速度と熱速度との関係は $V_A/v_{te} = \sqrt{M_e/\beta_i} = 0.5$ であり、 $d_e/\rho_i = 0.5$ 、 $\rho_i/\rho_e = \sqrt{200}$ となる。時間スケール L/v_{ti} はリコネクション平面上をアルヴェン波が l_x 伝搬するのにかかる時間と比較すると、

$$L/v_{ti} \sim \frac{\rho_i}{l_x \sqrt{\beta_i}} \frac{l_x}{V_{A\perp}} \sim 5.66 \frac{l_x}{V_{A\perp}}$$

となる。ここで $V_{A\perp} = B_{\perp}/\sqrt{\mu_0 n_0 m_i}$ である。

p_{\parallel} 空間の $F_{tot,s}$ の初期条件を決める時、 p_{\parallel} は A_{\parallel} に依存しているのでベクトルポテンシャルの初期条件をあらかじめ設定する必要がある。しかしながら第一原理を満たすためには A_{\parallel} も $F_{tot,s}$ の情報が必要になるため、初期分布が定まらないという問題が起きる。この問題を回避するため、まず A_{\parallel} に依存しない v_{\parallel} 空間において $F_{tot,s}$ の初期条件を以下のように設定した。

$$F_{tot,s}(x, y, v_{\parallel}, t = 0) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{ts}} \exp\left(-\frac{1}{2v_{ts}^2} \left(v_{\parallel} - u_{0s} \cos\left(\frac{2\pi x}{l_x}\right)\right)^2\right) + \epsilon \cos\left(\frac{2\pi x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi y}{l_y}\right). \quad (3.29)$$

この時、 $u_{0s} = 0.32v_{te}$, $u_{0i} = 0$, $\epsilon = 1 \times 10^{-5}$ とした。ここからアンペール則 (式 (3.10)) を用いて $A_{\parallel}(t = 0)$ を求め、 p_{\parallel} 空間の分布関数の初期条件を次のように決めた。

$$\begin{aligned} F_{tot,s}(x, y, p_{\parallel}, t = 0) &= \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{ts}} \exp\left(-\frac{1}{2v_{ts}^2} \left(p_{\parallel} - u_{0s} \cos\left(\frac{2\pi x}{l_x}\right) - \frac{e_s}{m_s} A_{\parallel}(t = 0)\right)^2\right) \\ &+ \epsilon \cos\left(\frac{2\pi x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi y}{l_y}\right) F_{Ms}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

A_{\parallel} , J_{\parallel} 及び ϕ の初期構造を図 (3.1) に示す。式 (3.29) ではビーム分布を表す \exp の肩の中に x 依存性があり、図はこの依存性を反映している。シミュレーションの初期段階では、電子慣性を介した電流駆動不安定性でリコネクションを引き起こす。また v_{\parallel} 空間のアンペール則を考えると、 $t = 0$ の A_{\parallel} は解析的に解けて、

$$A_{\parallel}(x, y, t = 0) = \mu_0 \sum_s e_s \frac{l_x^2}{4\pi^2} u_{0s} \cos\left(\frac{2\pi x}{l_x}\right), \quad (3.31)$$

となる。この A_{\parallel} の (x, y) 面上の等高線は磁力線に対応する。 $u_{0s} \cos(\frac{2\pi x}{l_x})$ のビーム分布によって、 A_{\parallel}

は $x = 0$ で頂点を持つ山なり構造を形成し、反平行磁場が形作られていることが確認できる。 z 方向のガイド磁場成分を合わせて考えれば、ねじれた磁場が重ね合わさっているシア磁場の形をしている。また式 (3.29) の第 2 項によって静電ポテンシャルの初期揺動が与えられていることも図 (3.1) 右から確認できる。

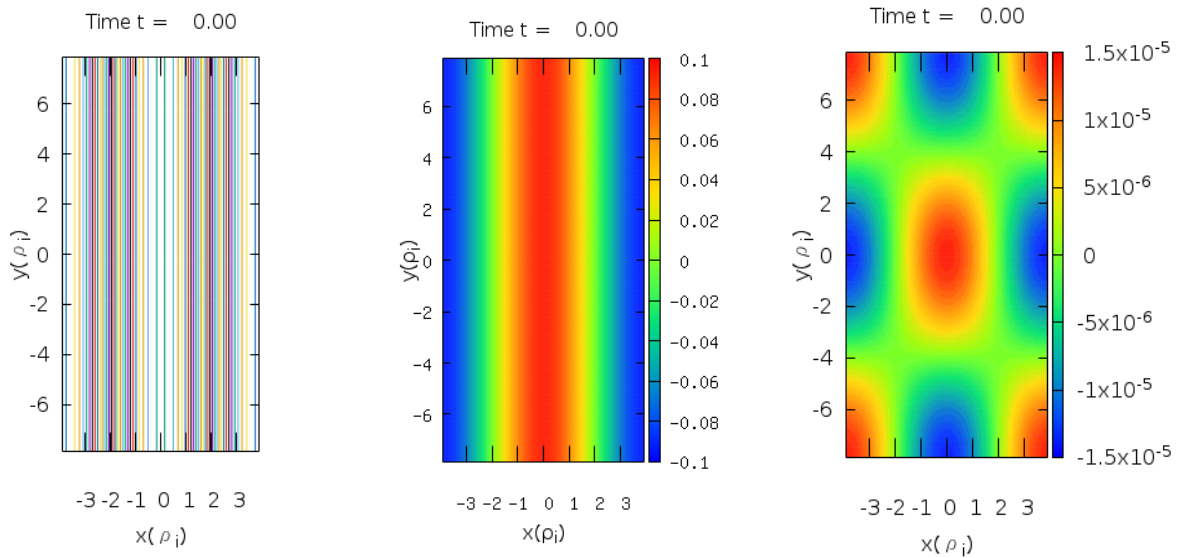


図 3.1 シミュレーションの初期条件の xy 平面構造。それぞれ左から A_{\parallel} 、電流 J_{\parallel} 、静電ポテンシャル ϕ を表している。

3.2 シミュレーション結果

本節では強ガイド磁場下での無衝突磁気リコネクションのシミュレーション結果を先行研究で明らかになっていることと比較しながら示す。

図 (3.2) はシミュレーションにおける各エネルギーの時間変化を示している。初期段階では初期条件によって与えられた反平行磁場の磁気エネルギーが保持されているが、 $t = 50L/v_{ti}$ 過ぎから大きく減少する振る舞いが確認できる。一方で xy 平面上の運動エネルギーは初期では摂動量の揺らぎのみ存在しているが、電子慣性効果による電流駆動のテアリング不安定性の成長と共に微量からエネルギーが成長し、 $t = 56L/v_{ti}$ でピークする様子が確認できる。磁気エネルギーが減少する中でポテンシャルエネルギーと運動エネルギーが成長していることからシミュレーション中で磁気エネルギーは運動エネルギーなどに変換されていることが言え、磁気リコネクションの特徴を再現できている。特に $t = 56L/v_{ti}$ では運動エネルギーが xy 成分の磁気エネルギーの 2 倍にまで成長していること

は注目に値する。 $t < 50L/v_{ti}$ まで磁気エネルギーが一定に見えるのは変換量が磁気エネルギーの総量と比べて十分に小さいからである。

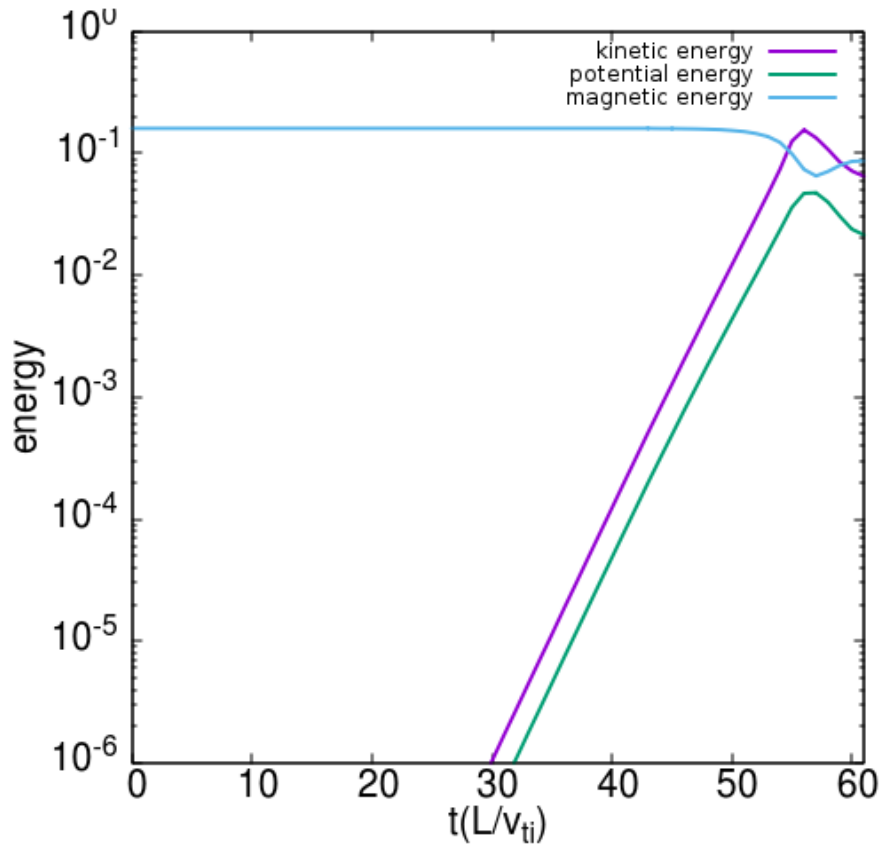


図 3.2 磁気エネルギー $|\nabla A_{\parallel}|^2$ (緑色)、リコネクション平面上の運動エネルギー $|\nabla \phi|^2$ (水色) の時間発展の片対数グラフ。紫は $|\phi|^2$ の時間発展を表す。 $t < 56$ まで磁気エネルギーは減少し、運動エネルギーは増加している様子が確認できる。

次に磁気リコネクション中の磁場構造について述べる。図 (3.3) は磁気リコネクション中の A_{\parallel} の等高線表示を示しており、磁場構造のスナップショットを表す。 $t < 40L/v_{ti}$ まではリコネクションした磁束はわずかにとどまっているが、 $t = 51L/v_{ti}$ から急速にリコネクションが進み、 $t = 60L/v_{ti}$ ではほぼ全ての磁束がリコネクションを完了している。ここでは $x = y = 0$ を X 点として磁場の再結合が行われており、リコネクションが進むとセパトリクスが X 字型に開いていく様子が確認できる。これは二流体モデルでのガイド磁場がある無衝突磁気リコネクションで見られる特徴と対応している [30][77]。また、ここでは x, y 方向に無限に X 点が連なっている場合を考えている。したがって、X 点は原点の他にシミュレーションボックスの端の 4 点にも存在している。初期条件の形から考えると、原点の A_{\parallel} は初期には山なり構造の頂点であり、リコネクションが進むとピーク値は減少していく一方、四隅の X 点では逆に増加していく。最終的に磁場は x 方向を向いた反平行でより安定

な磁場配位へと緩和していく。

図 (3.4) は磁場の再結合が激しい $t = 51L/v_{ti}$ における静電ポテンシャル (ϕ)、平行電流、平行電場のリコネクション面上の構造を示したスナップショットである。静電ポテンシャルは xy 平面上で四重極構造を形成している。このポテンシャルの勾配は垂直電場 \mathbf{E}_\perp を与え、 B_0 と作用することで $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトの流れを作る。この流れは X 点近傍で黒矢印で示すようにプラズマ粒子を x 軸に沿って左右から X 点へ流入させ、X 点から y 軸に沿って上下へ放出するという流れを形成している。平行電流、平行電場の分布はセパトリクスに沿う形で発達しており、X 点近傍の変化も大きい。この特徴は 2 流体モデルにおける電流シート周辺の電子の動きと類似しており [50]、電子電流が電流構造形成で支配的であることを示唆している。また電流シート幅は $\delta \sim 0.5\rho_i \sim d_e$ 程度であり非常に小さく、先行研究のガイド磁場下の磁気リコネクションで見られた電流シート幅と矛盾しない [59]。X 点ではリコネクション電場が卓越し、プラズマ粒子が加速を受けることで平行電流が形成されていることがうかがえる。また、四隅の X 点に着目してみれば原点の X 点と同じような、但し符号反転した電磁場構造がある。

また、先行研究では Hall 効果によって磁場の四重極構造が現れることが指摘されていたが [51]、本シミュレーションでは $B_z \gg B_\perp$ を仮定しており、 $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ は微小量となるためこの効果は無視できる。また電磁場構造の X 点に関する対称性が保存されており、この点については次節で詳しく議論する。

図 (3.5) は X 点における平行電場の時間発展を示している。平行電場の大きさは電流駆動不安定性によって $t = 0$ から $t < 50Lv_{ti}$ まで指数関数的に成長していることがわかる。これは、X 点上の A_\parallel の時間変化をもたらし、その積分量はそのまま磁場がリコネクションした量と言い換えることができる。よってリコネクション率 R_{rate} は次式で表される。

$$R_{rate} = \log\left(\langle E_\parallel \rangle_e(t) / \langle E_\parallel \rangle_e(t=0)\right) \quad (3.32)$$

このシミュレーションにおける線形成長段階のリコネクション率は $R_{rate} = 0.242v_{ti}/L$ である。 $t > 50L/v_{ti}$ からはさらに成長率が上昇する非線形段階へと遷移し、 $t \sim 55L/v_{ti}$ でピークに至っている。その後、 $t \sim 60L/v_{ti}$ でほぼ全ての磁力線が再結合するまで減少に転じている。この非線形段階でのリコネクション率の上昇は抵抗散逸によるリコネクションではみられない特徴であり、先行研究で見られた無衝突磁気リコネクションの振る舞いと一貫性がある [80]。

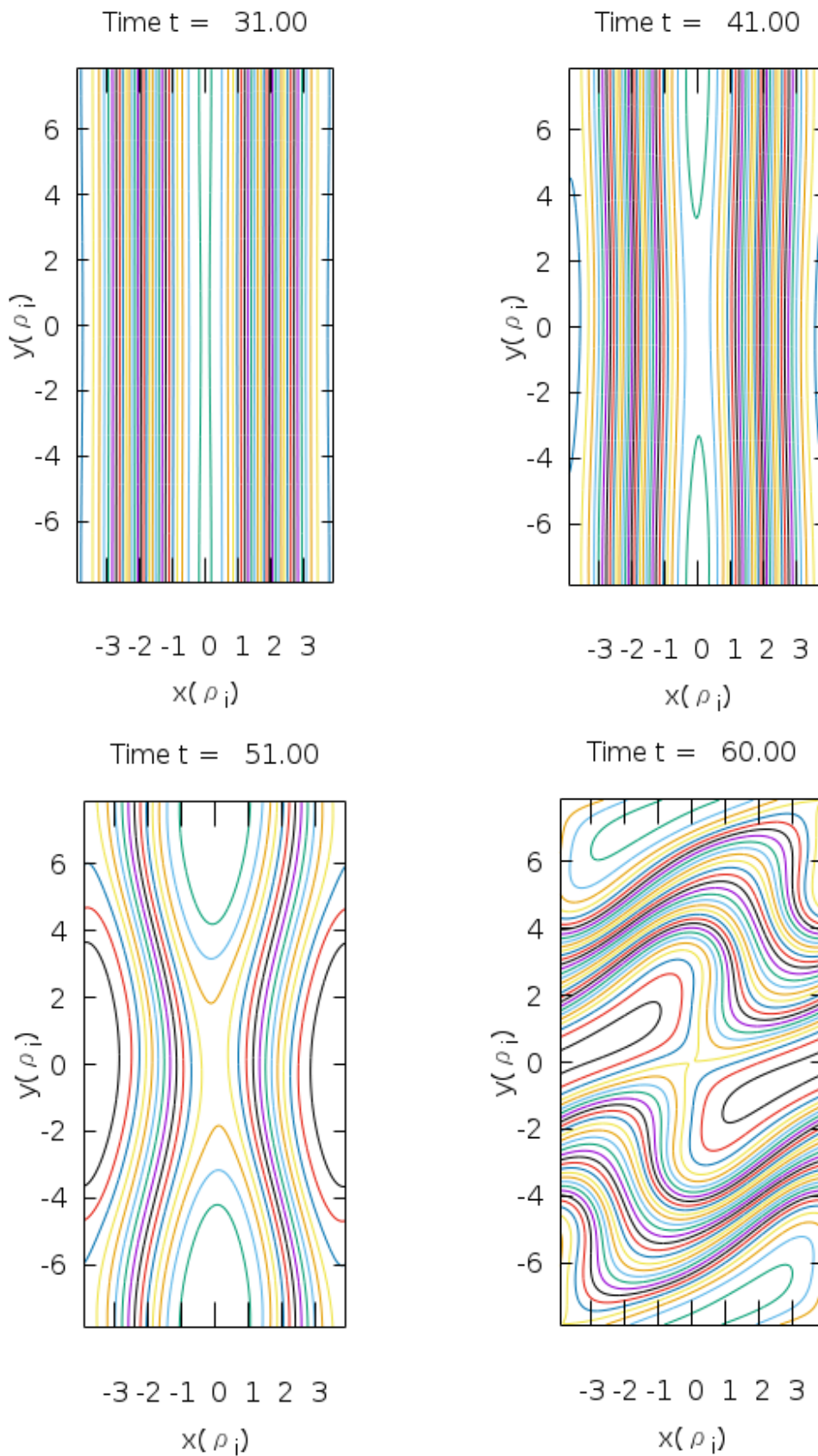


図 3.3 各時間 ($t = 31, 41, 51, 60L/v_{ti}$) の磁場のリコネクション平面上の A_{\parallel} の等高線分布。 $B_{\perp} = \nabla \times A_{\parallel} \hat{z}$ であるので A_{\parallel} の等値線がそのまま B_{\perp} に対応する。

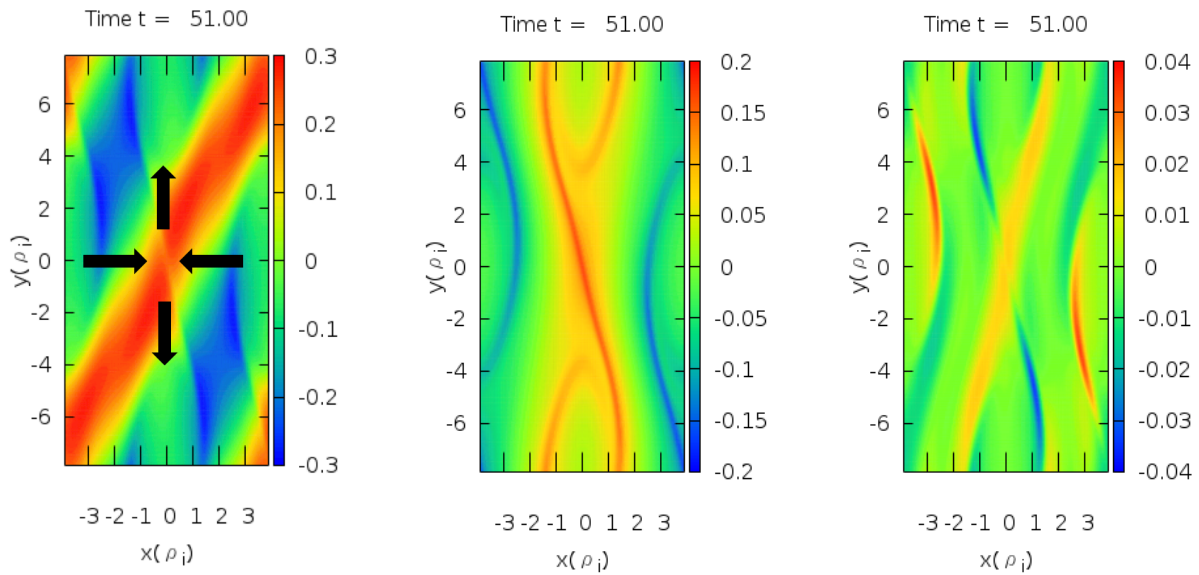


図 3.4 磁気リコネクション中の xy 平面構造。非線形成長段階 ($t = 51L/v_{ti}$) の構造をプロットしており、左からそれぞれ静電ポテンシャル、平行電場、平行電場である。黒矢印は X 点周辺におけるプラズマ粒子の流れを表している。

図 (3.6) は非線形段階 $t = 51L/v_{ti}$ における $p_{\parallel} = \pm v_{te}$ での xy 平面上の分布関数構造をプロットしたものである。図 (3.4) の磁力線構造で示されるセパトリクスに沿うように局在した構造が $p_{\parallel} = \pm 1v_{te}$ での分布で確認できる。一方、電流構造と異なり、分布関数が二つのピークを持っている。これは p_{\parallel} 空間では A_{\parallel} の xy 依存性が含まれていることに起因しており、分布関数構造 A_{\parallel} の非一様性の影響を受けるからである。このため、 xy 平面の電子ビーム分布を求めるために p_{\parallel} の一次モーメントを取ったとしても、正確なビーム分布は現れない。純粋なビーム分布は、 v_{\parallel} の一次モーメント $\int dv_{\parallel} v_{\parallel} \langle F_{tot,s} \rangle$ をとることで求められるが、シミュレーション次元は p_{\parallel} であるので、変数変換を行った次式からビーム分布を求めた。

$$U_s(x, y) = \int dp_{\parallel} (p_{\parallel} - \frac{e_s}{m_s} A_{\parallel}) \langle F_{tot,s} \rangle. \quad (3.33)$$

この式から求めた xy 平面上の電子ビーム分布は図 (3.7) の通りであり、X 点近傍に局在した強い負のピークを持つ分布構造が確認でき、この構造によって X 点では電流構造が形成されている。

また、X 点上の速度空間構造についても解析を行った。図 (3.8) は v_{\parallel} 空間に変換した全電子分布関数構造を示す。 $t = 0$ から $t = 51L/v_{ti}$ にかけて v_{\parallel} 空間での構造は変化せず $-v_{\parallel}$ 方向に分布全体

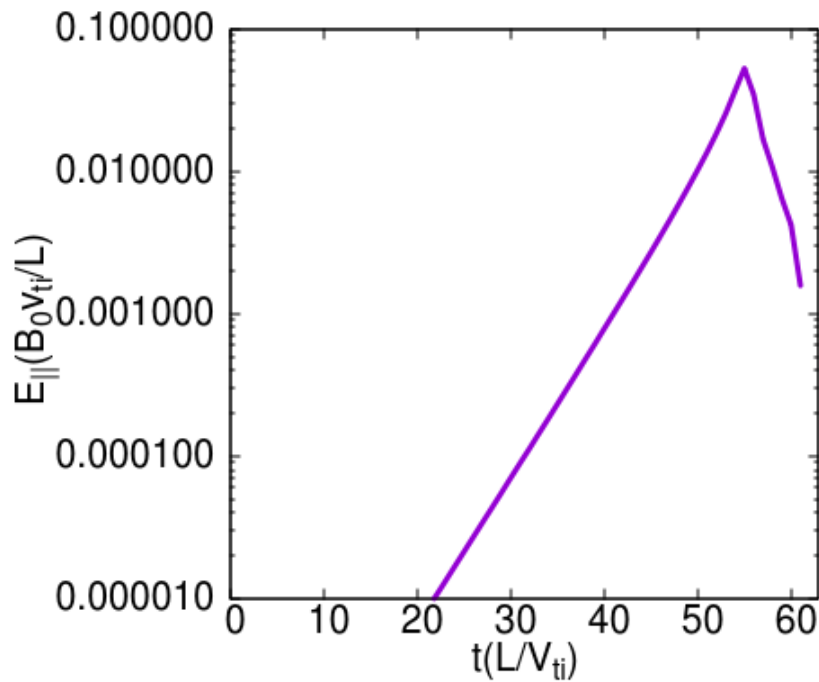


図 3.5 X 点における平行電場強度の時間変化。ジャイロ中心座標における電子ジャイロ平均効果を含めた電場、 $\langle E_{\parallel} \rangle_e = -\partial_t \langle A_{\parallel} \rangle_e$ 、を片対数でプロットしている。

が shift しているのがわかる。また、shift 量は $t = 41L/v_{ti}$ まではかなり小さいが、 $t = 41L/v_{ti}$ から $t = 51L/v_{ti}$ にかけて大きく shift していることがわかる。これはリコネクション電場の加速により、全粒子が等しく加速を受けていることを示している。またリコネクション電場が強くなるほど加速量は大きくなる。

図 (3.9) は X 点上の速度分布関数から計算したビーム速度 $U_e(x=0)$ を表している。線形段階においては電子ビームの加速量はリコネクション量とよく一致しているのがわかる。 $t = 50L/v_{ti}$ あたりから加速量とリコネクション量に差が生じ、加速量は $t = 53L/v_{ti}$ でピーク値 $0.7895v_{te}$ をとり減少に転じる。この非線形段階での値の相違は x 軸上でカusp状の非常に鋭いピークを持つビーム分布が形成されるためである。図 (3.10) が示すとおり、非線形段階から x 方向の分布関数に X 点をピークとするカusp型の構造が確認できるようになった。有限の空間解像度の下ではカusp形状を完全に再現することは困難であり、数値誤差が避けられない。この格子幅より小さい構造によって、計算に数値的な誤差が生じてしまっていると考えられる。ただし、格子幅をさらに細かくした計算を行えば誤差は小さくなるが、リコネクションの成長自体に大きな影響は見られなかった。

ここで、 p_{\parallel} 空間構造の誤差についても考える。これは移流方程式の数値計算において速度空間構

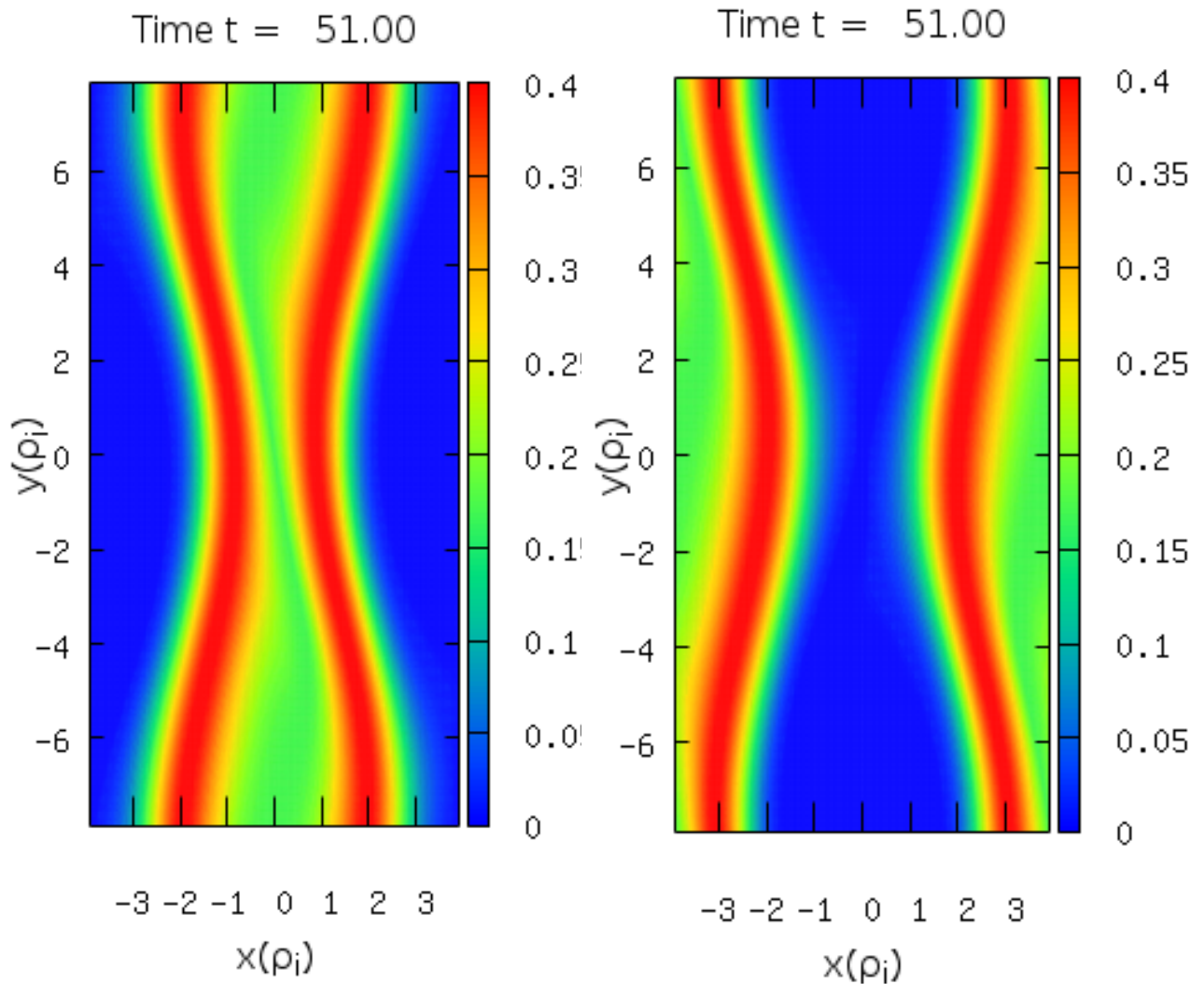


図 3.6 $p_{\parallel} = \pm 1v_{te}$ における非線形成長段階 ($t = 51L/v_{te}$) での F_{tots} の xy 平面構造。 $p_{\parallel} = -1$ の xy 平面構造が左図で $p_{\parallel} = 1$ の分布が右図である。

造が細分化するタイムスケールを示すリカレンス時間 t_{rec} との比較を考えればよく、リカレンス時間は、

$$t_{rec} = \frac{2\pi}{k_{\parallel}\delta p_{\parallel}} \quad (3.34)$$

で与えられる。ここで k_{\parallel} の大きさは $k_{\perp}/k_{\parallel} \sim B_0/B_{\perp}$ を考えて、

$$k_{\parallel} \sim k_{\perp} \frac{\nabla \times A_{\parallel}}{B_0}$$

となる。初期条件では $\partial_x A_{\parallel}/B_0 \sim 0.11 \sin(2\pi x/l_x)$ であり $\delta p_{\parallel} = n_p/l_p$ を用いて、 t_{rec} を計算すると

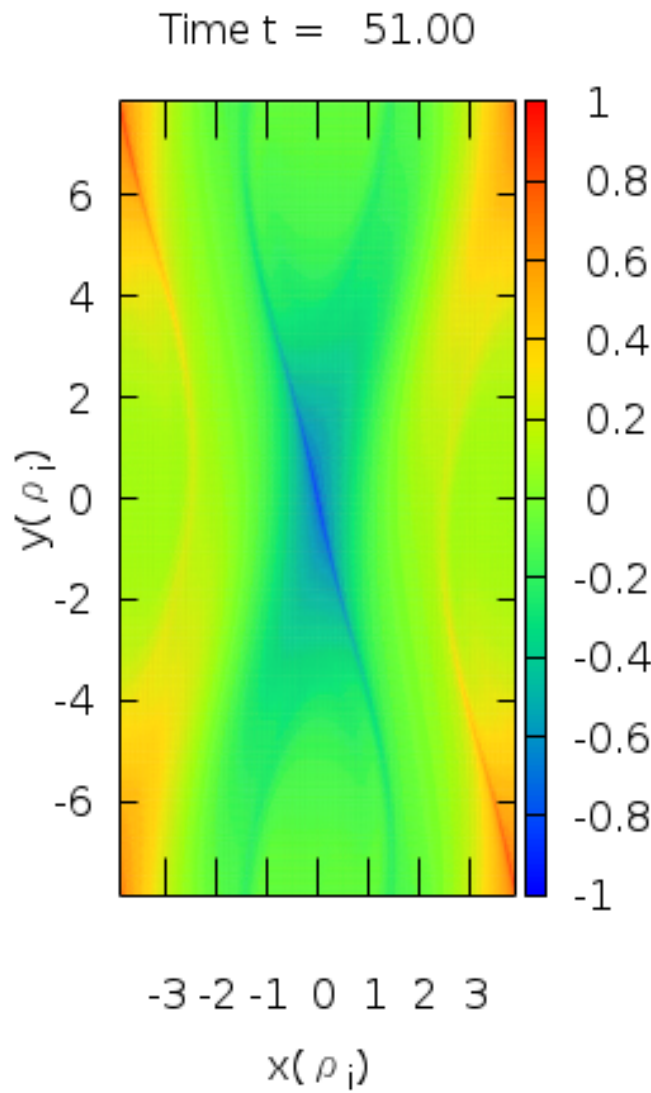


図 3.7 $t = 51L/v_{ti}$ 時の xy 平面上の電子ビーム分布 $U_e(x, y)$ 。

$k_{\perp}\rho_i = 0.4$ の時、 $t_{rec} \sim 40\pi L/v_{ti}$ となる。シミュレーションでリコネクションが完了するために必要な時間は $t \sim 60L/v_{ti}$ なので、リカレンス時間はこれの約2倍である。またリコネクションが進むと、X点近傍の $\partial_x A_{\parallel}$ は小さくなることが予想され、リカレンス時間はさらに伸びると考えられる。よって速度空間解像度に起因する数値誤差はシミュレーション結果に影響を及ぼさないと考えられる。

3.3 まとめ

本章では、磁気リコネクションのシミュレーションをジャイロ運動論に基づいたモデルを用いて実施し、電磁場構造を詳細に解析した。その結果、先行研究で見られた無衝突磁気リコネクションをよ

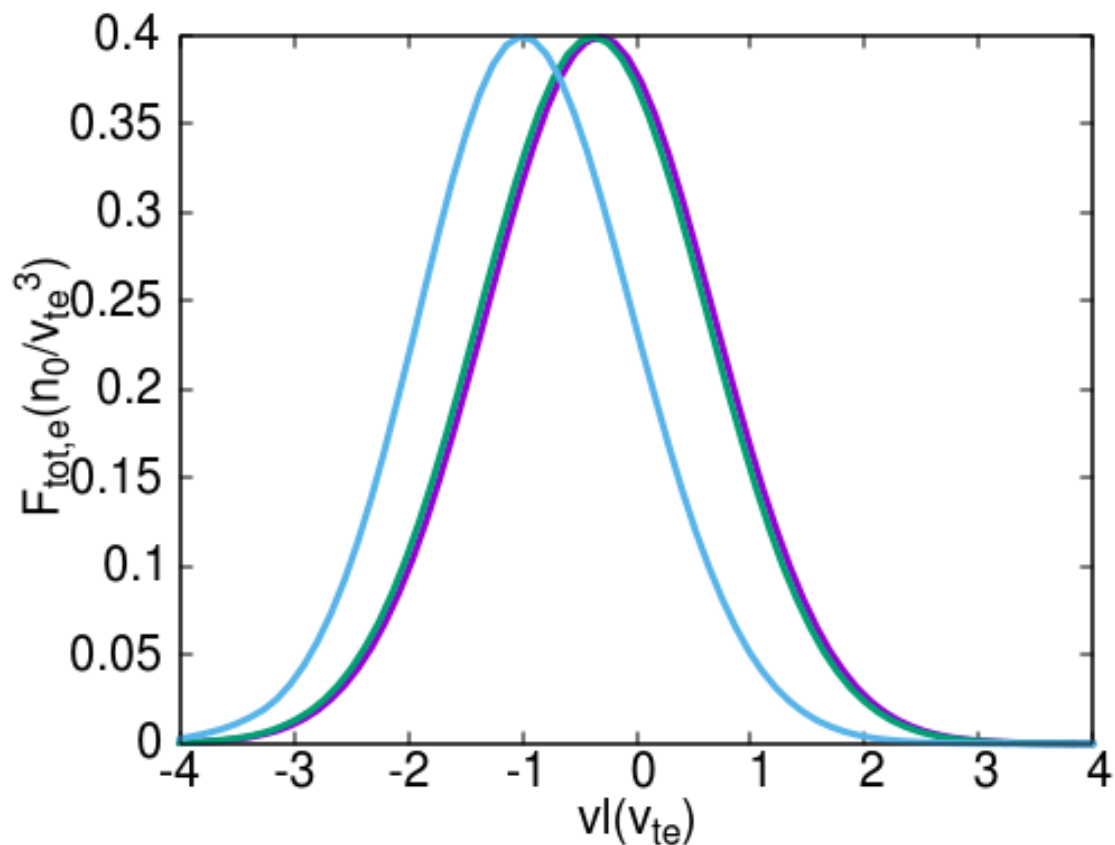


図 3.8 X 点上における全電子分布関数 $F_{tot,e}$ の速度空間構造。 $x = y = 0$ での v_{\parallel} 空間における $t = 0$ (紫)、 $t = 41L/v_{ti}$ (緑) と $t = 51L/v_{ti}$ (水色) の $F_{tot,e}$ をプロットしている。

く再現でき、それとともに電子ビームがセパトトリクスに沿う形で局所構造を形成することを確認した。特に、X 点上ではリコネクション電場によって粒子全体が加速され、速度空間において全分布関数が速度空間構造を維持したまま $-v_{\parallel}$ 方向に移動し、アルヴェン速度を超える電子ビームを形成することが明らかになった。これは摂動分布関数 δf シミュレーションでは再現できない特徴であり、本研究の Full-f ジャイロ運動論シミュレーションで初めて確認できるものである。特に 3.2 節で議論するように図 (3.8) の形の分布関数は運動論的不安定性を介してプラズマ波動を励起する可能性があり、そのような分布関数構造が無衝突磁気リコネクションのシミュレーションにおいて自発的に形成されることを示した。

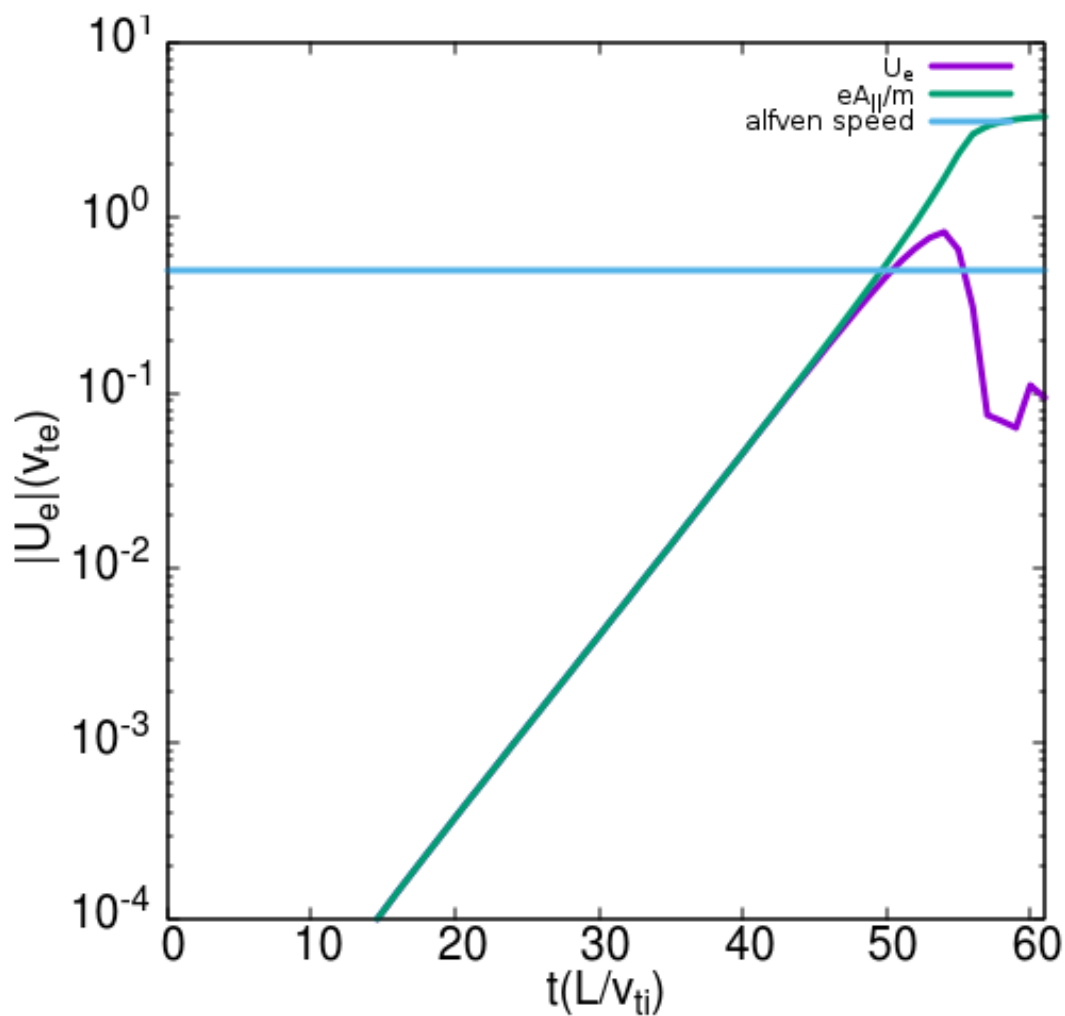


図 3.9 X 点上における電子ビーム速度と磁場のリコネクション量。紫と緑はそれぞれ $U_e(\mathbf{x}=0)(v_{te})$ 、 $e_s A_{||}(\mathbf{x}=0)/m_s$ を表す。水色の横線は $m = 200, \beta_i = 0.02$ における V_A/v_{te} の値を示している。

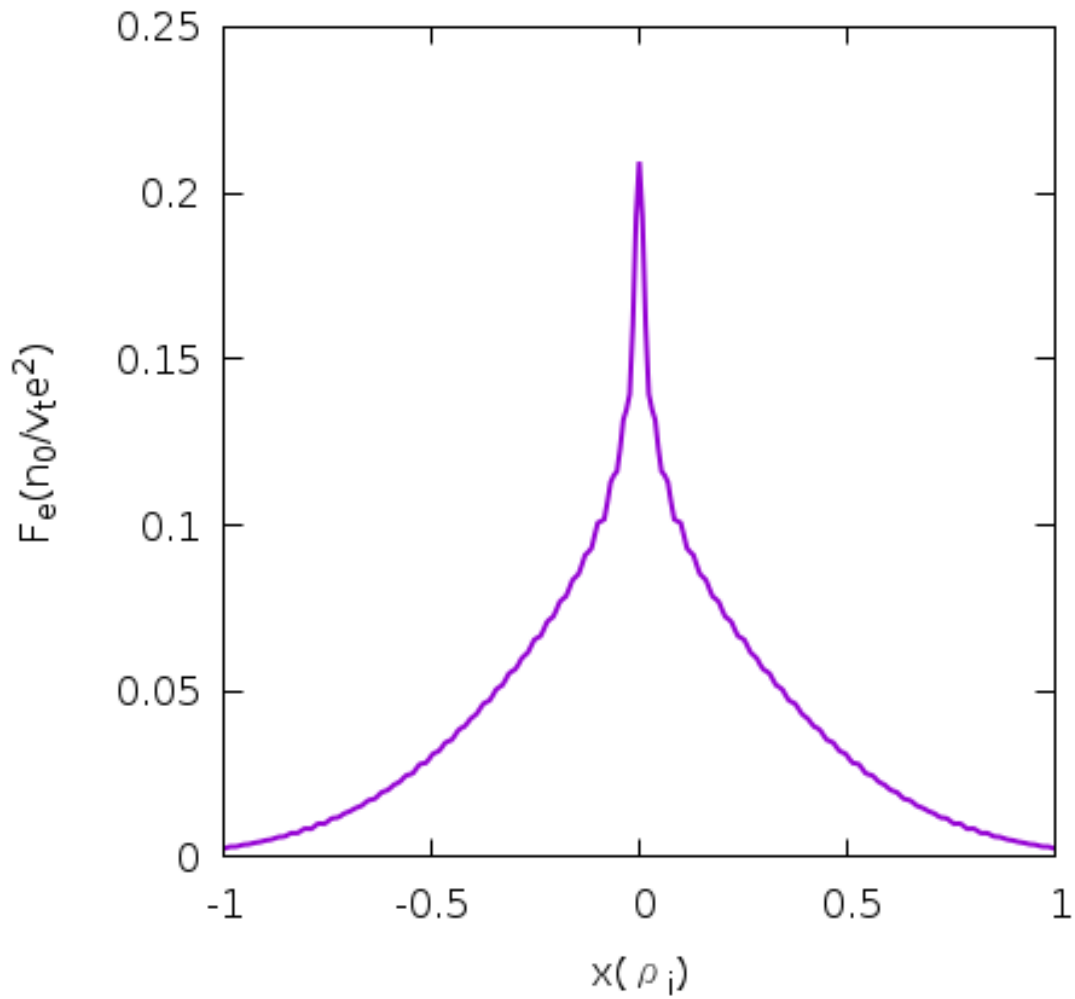


図 3.10 $y=0, p_{\parallel} = -3v_{te}$ での X 点近傍 ($-\rho_i < x < \rho_i$) の電子分布関数の x 分布。ビームがピーク値をとり、カusp型構造が視認しやすい $t = 53L_v t_i$ 時点の構造をプロットした。

4 磁気リコネクションにおける対称性

この章では、シミュレーションで使用したジャイロ運動論モデルに基づいた方程式系において、X点に関する xy 平面上のパリティ対称性及び、 xyp_{\parallel} 空間での対称性がシミュレーション中で保存されることを記す。まず方程式に座標変換を行うことで対称性が時間発展しても保存されることを示し、シミュレーションでも保存されていることを実証する。その結果から、X点上でのビーム分布を解析的に導く。

4.1 (x, y) 対称性

本節ではX点に関するパリティ対称性が保存されることを示すとともに、シミュレーション結果との比較を行う。

まず (x, y) 空間におけるパリティ対称性について述べる。一般的なパリティ変換は xyz 空間において全ての座標の符号を反転させる ($\mathbf{x} \rightarrow -\mathbf{x}$) 変換を指すが、本論文での xy 平面でのパリティ変換とは、 xyz 空間において各成分について、

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ z \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

である変換を表す。今後、この変換を ($\mathbf{x}_{\perp} \rightarrow -\mathbf{x}_{\perp}$) と表す。この座標変換の元では xy 平面の微分は以下のように変化する。

$$\begin{pmatrix} \partial_x \\ \partial_y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -\partial_x \\ -\partial_y \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

また、式 (3.8)-(3.10) で用いられている作用オペレーター、 $\nabla^2, J_{0s}, \Gamma_{0s}, [f, g]$ の座標変換による変化を考えると、

$$\nabla_{(-\mathbf{x})}^2 = \partial_{(-x)}^2 + \partial_{(-y)}^2 = \nabla_{(\mathbf{x})}^2, \quad (4.3)$$

$$J_{0s}(-\mathbf{x}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \exp(i\mathbf{k} \cdot -\mathbf{x}) J_{0sk} = J_{0s}(\mathbf{x}), \quad (4.4)$$

$$\Gamma_{0s}(-\mathbf{x}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \exp(i\mathbf{k} \cdot -\mathbf{x}) \Gamma_{0sk} = \Gamma_{0s}(\mathbf{x}), \quad (4.5)$$

$$[\tilde{f}, \tilde{g}]_{(-\mathbf{x})} = \partial_{(-x)} \tilde{f}(-\mathbf{x}) \partial_{(-y)} \tilde{g}(-\mathbf{x}) - \partial_{(-y)} \tilde{f}(-\mathbf{x}) \partial_{(-x)} \tilde{g}(-\mathbf{x}) = [\tilde{f}(-\mathbf{x}), \tilde{g}(-\mathbf{x})]_{(\mathbf{x})}. \quad (4.6)$$

であり、座標変換によって上記の各オペレーターの作用の仕方は符号反転しないことがわかる。

ここで f_s, ϕ, A_{\parallel} について、偶関数成分である even parity f^+ と奇関数成分である odd parity f^- を以下のように定義する。

$$f^+(x, y, p_{\parallel}, t) = \frac{f(x, y, p_{\parallel}, t) + f(-x, -y, p_{\parallel}, t)}{2} \quad (4.7)$$

$$f^-(x, y, p_{\parallel}, t) = \frac{f(x, y, p_{\parallel}, t) - f(-x, -y, p_{\parallel}, t)}{2} \quad (4.8)$$

パリティ対称性が保存されている場合、初期 $t = 0$ で $f^- = 0$ であれば、任意の時間で $f^- = 0$ であると言い換えられる。時間発展を通じて対称性が保存されることを示すためには、初期条件で $f^- = 0$ かつ odd parity 成分が自発的に発生しないために $\partial_t f^- = 0$ であること、さらにこの時に $\partial_t f^+$ は even parity のみで与えられることを示せばよい。

まず、シミュレーションで用いた初期条件で $F_{tot,s}^- = 0$ を確認する。但し、 p_{\parallel} 空間においては、 $F_{tot,s}^- = 0$ と $A_{\parallel}^- = 0$ を同時に証明する必要があるので、それを避けて、 $F_{tot,s}^- = 0$ だけを示すために v_{\parallel} 空間の式を考える。式 (3.29) を式 (4.8) に代入すると、

$$F_{tot,s}^-(x, y, v_{\parallel}, t = 0) = \frac{F_{tot,s}(x, y, v_{\parallel}, t = 0) - F_{tot,s}(-x, -y, v_{\parallel}, t = 0)}{2} = 0. \quad (4.9)$$

となり、初期条件は偶対称性があることがわかる。

次に $A_{\parallel}^-(t = 0)$ の対称性について考える。座標変換後のアンペール則 (3.10) の左辺と右辺について

は次式のように記述できる。

$$\begin{aligned} (L.H.S)_{(-\mathbf{x}_\perp)} &= (\nabla_\perp^2 A_\parallel)_{(-\mathbf{x}_\perp)} \\ &= \nabla_\perp^2 (A_\parallel(-x, -y, t)), \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} (R.H.S)_{(-\mathbf{x}_\perp)} &= (-\mu_0 \sum_s e_s \int dp_\parallel p_\parallel \langle F_{tot,s}(-x, -y, p_\parallel, t) \rangle_s)_{(-\mathbf{x}_\perp)} \\ &= -\mu_0 \sum_s e_s \int dp_\parallel p_\parallel \langle F_{tot,s}(-x, -y, p_\parallel, t) \rangle_s. \end{aligned} \quad (4.11)$$

式 (3.10)、(4.10)、(4.11) を足し合わせることで A_\parallel^\pm と $F_{tot,s}^\pm$ の関係式が以下のとおりに得られる。

$$\nabla_\perp^2 A_\parallel^\pm = -\beta_i \sum_s q_s a_s \int dv_\parallel v_\parallel \langle F_{tot,s}^\pm \rangle_s. \quad (4.12)$$

よって $t = 0$ において $F_{tot,s}^-(x, y, v_\parallel, t = 0) = 0$ より、式 (4.12) の右辺は 0 になるので $t = 0$ で $A_\parallel^- = 0$ となる。 ϕ^- についても同様の手順で、

$$\sum_s q_s \int dp_\parallel \langle F_{tot,s}^\pm \rangle_s = \sum_s \frac{e_s^2 n_0}{T_s} (\phi^\pm - \langle \langle \phi^\pm \rangle \rangle_s). \quad (4.13)$$

の関係式が導出でき、 $\phi^-(t = 0) = 0$ であることが示せる。 ϕ, A_\parallel は v_\parallel, p_\parallel に依存しないので、 p_\parallel 空間を用いても対称性を持つ。 p_\parallel 座標を用いた場合の $F_{tot,s}(x, y, p_\parallel, t = 0)$ の対称性について $A_\parallel(x, y, t = 0) = A_\parallel(-x, -y, t = 0)$ を用いて考えると、

$$\begin{aligned} F_{tot,s}^-(x, y, p_\parallel, t = 0) &= \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{ts}} \exp\left(-\frac{1}{2v_{ts}^2} \left(p_\parallel - u_{0s} \cos\left(\frac{2\pi x}{l_x}\right) - \frac{e_s}{m_s} A_\parallel(x, y, t = 0)\right)^2\right) \\ &\quad - \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{ts}} \exp\left(-\frac{1}{2v_{ts}^2} \left(p_\parallel - u_{0s} \cos\left(\frac{2\pi(-x)}{l_x}\right) - \frac{e_s}{m_s} A_\parallel(-x, -y, t = 0)\right)^2\right) \\ &\quad + \epsilon \cos\left(\frac{2\pi x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi y}{l_y}\right) - \epsilon \cos\left(\frac{2\pi(-x)}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi(-y)}{l_y}\right) \\ &= 0. \end{aligned} \quad (4.14)$$

であり、 p_\parallel 座標を用いても初期条件のパリティ対称性があることが示せた。

次に、時間発展中のパリティ対称性の保存について示す。式 (3.21) を用いて、 $\partial_t F_{tot,s}^\pm$ を計算すると、

$$\begin{aligned}
\partial_t F_{tot,s}^\pm &= \frac{\partial_t F_{tot,s}(\mathbf{x}_\perp, v_\parallel, t) \pm \partial_t F_{tot,s}(-\mathbf{x}_\perp, v_\parallel, t)}{2} \\
&= -[\langle \phi - p_\parallel A_\parallel \rangle_s, F_{tot,s}](\mathbf{x}_\perp, v_\parallel, t) \mp [\langle \phi - p_\parallel A_\parallel \rangle_s, F_{tot,s}](-\mathbf{x}_\perp, v_\parallel, t) \\
&= -[\langle \frac{\phi^+ + \phi^-}{2} - p_\parallel \frac{A_\parallel^+ + A_\parallel^-}{2} \rangle_s, \frac{F_{tot,s}^+ + F_{tot,s}^-}{2}] \mp [\langle \frac{\phi^+ - \phi^-}{2} - p_\parallel \frac{A_\parallel^+ - A_\parallel^-}{2} \rangle_s, \frac{F_{tot,s}^+ - F_{tot,s}^-}{2}] \\
&= -[\langle \phi^+ - p_\parallel A_\parallel^+ \rangle_s, F_{tot,s}^\pm] - [\langle \phi^- - p_\parallel A_\parallel^- \rangle_s, F_{tot,s}^\mp]
\end{aligned} \tag{4.15}$$

$F_{tot,s}^- = 0$ の時、 $\phi^- = A_\parallel^- = 0$ であるので、 $\partial_t F_{tot,s}^\pm$ について式 (4.15) より、

$$\partial_t F_{tot,s}^+ = -[\langle \phi^+ - p_\parallel A_\parallel^+ \rangle_s, F_{tot,s}^+], \tag{4.16}$$

$$\partial_t F_{tot,s}^- = 0. \tag{4.17}$$

以上より、初期条件の時点で odd parity は 0 であり、かつ時間発展による発生もなく、同時に $\partial_t F_{tot,s}^+$ は even parity のみで与えられることから、パリティ対称性は保存されることが証明できた。実際に、シミュレーションの非線形段階における分布関数構造を示している図 (3.6) をそれぞれ 180° 回転させると元の図と一致していることが確認できる。

この対称性によって X 点上で $\partial_x = \partial_y = 0$ となり、X 点上の式 (3.21) はポアソン括弧が消去され、以下のように簡単化される。

$$\partial_t F_{tot,s} = 0. \tag{4.18}$$

つまり、 p_\parallel 空間において X 点上で $F_{tot,s}$ は不変である。つまり X 点上では分布関数は初期条件の形で一定となる。一方時間 t での v_\parallel 空間の分布を考えると、

$$\begin{aligned}
&F_{tot,s}(x=0, y=0, v_\parallel, t) = \\
&\frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{ts}} \exp\left(-\frac{1}{2v_{ts}^2}\left(v_\parallel - u_{0s} - \frac{e_s}{m_s}(A_\parallel(x=0, y=0, t=0) - A_\parallel(x=0, y=0, t))\right)^2\right).
\end{aligned} \tag{4.19}$$

よって、 v_{\parallel} 空間において、全分布関数は形を保ちつつベクトルポテンシャルの変化量に応じて v_{\parallel} 座標上のピーク位置がずれていくように変化することが示される。また時間 t のビーム速度 $U_s(t)$ は次式の通りに記述でき、

$$U_s(t) = u_{0s} + \frac{e_s(A_{\parallel}(t=0) - A_{\parallel}(t))}{m_s},$$

$$\Delta U_s(t) = -\frac{e_s}{m_s} \Delta A_{\parallel}(t). \quad (4.20)$$

この時、 $\Delta U_s(t) \equiv U_s(t) - U_s(t=0)$ ($U_s(t=0) = u_{0s}$), $\Delta A_{\parallel}(t) \equiv A_{\parallel}(t) - A_{\parallel}(t=0)$ であり、X 点上で粒子が加速される量は磁場が再結合した量に比例することが式 (4.20) で示せた。シミュレーション結果においても、図 (3.9) が示すように $t < 50L/v_{ti}$ においては U_e と $|e_e A_{\parallel}/m_e|$ はよく一致しているのが確認できる。

4.1.1 Vlasov-Maxwell 系との比較

この X 点に関する対称性について、無衝突 Vlasov-Maxwell 方程式系における保存性を検証する。 z 方向に並進対称性を仮定しているので、実空間 2 次元、速度空間 3 次元の位相空間において Vlasov 方程式は次式の通りである。

$$\begin{aligned} \partial_t f_s(\mathbf{x}_{\perp}, \mathbf{v}_{\perp}, v_z) + \mathbf{v} \cdot \nabla f_s(\mathbf{x}_{\perp}, \mathbf{v}_{\perp}, v_z) \\ + \frac{e_s}{m_s} (\mathbf{E}(\mathbf{x}_{\perp}) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}_{\perp})) \cdot \partial_{\mathbf{v}} f_s(\mathbf{x}_{\perp}, \mathbf{v}_{\perp}, v_z) = 0, \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\partial_t \mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (4.22)$$

$$\frac{1}{c^2} \partial_t \mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{J}, \quad (4.23)$$

$$\mathbf{J} = \sum_s e_s \int \mathbf{v} f_s d^3 \mathbf{v}, \quad (4.24)$$

座標変換 $(\mathbf{x}_{\perp}, \mathbf{v}_{\perp}, v_z) \rightarrow (-\mathbf{x}_{\perp}, -\mathbf{v}_{\perp}, v_z)$ の下で電磁場、電流、微分オペレーターの符号は上式

(4.23)、(4.24) を用いて、次のように反転する。

$$(\mathbf{B}_\perp, B_z, \mathbf{E}_\perp, E_z, \mathbf{J}_\perp, J_z, \nabla_\perp, \partial_{v_\perp}, \partial_{v_z}) \rightarrow (-\mathbf{B}_\perp, B_z, -\mathbf{E}_\perp, E_z, -\mathbf{J}_\perp, J_z, -\nabla_\perp, -\partial_{v_\perp}, \partial_{v_z})$$

ジャイロ運動論モデルの時と同様に、 $f_s, \mathbf{B}, \mathbf{E}$ を odd parity 成分と even parity 成分に分けると、式(4.21) は次のように書き直せる。

$$\begin{aligned} \partial_t f_s^\pm &+ \mathbf{v}_\perp \cdot \nabla_\perp f_s^\pm + \frac{e_s}{m_s} (\mathbf{E}_\perp^+ \cdot \partial_{\mathbf{v}_\perp} f_s^\mp + E_z^+ \cdot \partial_{v_z} f_s^\pm + \mathbf{E}_\perp^- \cdot \partial_{\mathbf{v}_\perp} f_s^\pm + E_z^- \cdot \partial_{v_z} f_s^\mp) \\ &+ \frac{e_s}{m_s} \left((\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}_z^+) \cdot \partial_{\mathbf{v}_\perp} f_s^\pm + (\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}_\perp^+) \cdot \partial_{\mathbf{v}_z} f_s^\mp \right. \\ &+ (\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}_z^-) \cdot \partial_{\mathbf{v}_\perp} f_s^\mp + (\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}_\perp^-) \cdot \partial_{\mathbf{v}_z} f_s^\pm \\ &\left. + (\mathbf{v}_z \times \mathbf{B}_\perp^+) \cdot \partial_{\mathbf{v}_\perp} f_s^\mp + (\mathbf{v}_z \times \mathbf{B}_\perp^-) \cdot \partial_{\mathbf{v}_\perp} f_s^\pm \right) = 0, \end{aligned} \quad (4.25)$$

ここで、 $f_s^- = 0$ すなわち $\mathbf{E}_\perp^+ = 0$ 、 $E_z^- = 0$ 、 $\mathbf{B}_\perp^+ = 0$ 、 $\mathbf{B}_z^- = 0$ の時、 $\partial_t f_s^\pm$ はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \partial_t f_s^+ &= -\mathbf{v}_\perp \cdot \nabla_\perp f_s^+ - \frac{e_s}{m_s} (E_z^+ \cdot \partial_{v_z} f_s^+ + \mathbf{E}_\perp^- \cdot \partial_{\mathbf{v}_\perp} f_s^+) \\ &+ \frac{e_s}{m_s} \left((\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}_z^+) \cdot \partial_{\mathbf{v}_\perp} f_s^+ + (\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}_\perp^-) \cdot \partial_{\mathbf{v}_z} f_s^+ + (\mathbf{v}_z \times \mathbf{B}_\perp^-) \cdot \partial_{\mathbf{v}_\perp} f_s^+ \right), \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\partial_t f_s^- = 0, \quad (4.27)$$

と表せる。 f_s^- は自発的に発生しないので、Vlasov-Maxwell モデルにおいてもパリティ対称性は保存される。

X 点における速度分布関数構造について考えると、X 点上において、 $\nabla_\perp = 0$ 、 $\mathbf{E}_\perp^- = 0$ 、 $\mathbf{B}_\perp^- = 0$ であり、式(4.28) は、 $E_z^+(\mathbf{x} = 0) = -\partial_t A_z^+(\mathbf{x} = 0)$ を用いて次式のように書ける。

$$\partial_t f_s^+ - \frac{e_s}{m_s} \partial_t A_z^+ \cdot \partial_{v_z} f_s^+ = \frac{e_s}{m_s} (\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}_z^+) \cdot \partial_{\mathbf{v}_\perp} f_s^+, \quad (4.28)$$

この右辺の項はガイド磁場まわりのジャイロ運動を表す。この項から分布関数の発展を解析的に解くのは本研究で用いたジャイロ運動論方程式よりも非常に難しい。但し、ジャイロ運動論のように速

度分布をジャイロ位相について等方的と近似できる場合、右辺の項は消滅し、次式から解析解を容易に求めることができる。

$$\partial_t f_s^+ + \frac{e_s}{T_s} v_z F_{Ms} \partial_t A_z^+ = 0, \quad (4.29)$$

この式の1次モーメントをとり、時間 $t = 0$ から $t = T$ の区間で時間積分すると、式 (4.20) と同様なビーム速度 U_s^+ とベクトルポテンシャル A_z^+ の関係式が得られる。

$$(U_s^+(t = T) - U_s^+(t = 0)) = -\frac{e_s}{m_s} (A_z^+(t = T) - A_z^+(t = 0)) \quad (4.30)$$

$$\Delta U_s^+(T) = -\frac{e_s}{m_s} \Delta A_z^+(T) \quad (4.31)$$

4.1.2 MHD 方程式との比較

前節での検証を MHD 方程式系 (3.26)、(3.28) においても議論する。X 点に対する対称性について、作用オペレーターの座標変換による変化は式 (4.3)、(4.6) と同じである。初期条件で $A_{\parallel}^- = \phi^- = 0$ と仮定すると、 $J_{\parallel}^- = 0$ すなわち $F^- = 0$ である。さらに、式 (3.28) の形は式 (3.17) と同一であるので、4.1 節の議論と全く同様に、

$$\partial_t F^{\pm} = -[\phi^+, F^{\pm}] - [\phi^-, F^{\mp}] \quad (4.32)$$

より $\partial_t F^- = 0$ が示され、 $\partial_t F^+$ は even parity のみで与えられる。また、式 (3.26) を用いて $\partial_t \nabla_{\perp}^2 \phi^{\pm}$ を考えると、

$$\partial_t \nabla_{\perp}^2 \phi^{\pm} = -[\phi^+, \nabla_{\perp}^2 \phi^{\pm}] - [\phi^-, \nabla_{\perp}^2 \phi^{\mp}] - V_A^2 ([J_{\parallel}^+, A_{\parallel}^{\pm}] - [J_{\parallel}^-, A_{\parallel}^{\mp}]). \quad (4.33)$$

$A_{\parallel}^- = \phi^- = J_{\parallel}^- = 0$ より、

$$\partial_t \nabla_{\perp}^2 \phi^- = -[\phi^+, \nabla_{\perp}^2 \phi^+] - V_A^2 [J_{\parallel}^+, A_{\parallel}^+], \partial_t \nabla_{\perp}^2 \phi^+ = 0. \quad (4.34)$$

以上より、MHD 方程式系でも xy 対称性は保存される。

4.1.1 節と同様に X 点上の議論を行うと、式 (3.28) は次式のように簡単化される。

$$\partial_t(J_{\parallel} + d_e^{-2}A_{\parallel}) = 0. \quad (4.35)$$

よって平行電流 J_{\parallel} は A_{\parallel} によって決定される。 $J_{\parallel} = e_en_0\Delta U_s$ とすると、式 (4.35) はジャイロ運動論方程式から得られた X 点上のプラズマビームの式 (4.20) と一致する。しかしながら、式 (4.35) から分布関数構造を解くことは不可能であり、MHD モデルでは磁気リコネクションにともなう微視的不安定性を議論することはできない。

4.2 xyp_{\parallel} 対称性

本節では xyp_{\parallel} 空間における対称性について述べる。前章と同様、 p_{\parallel} 空間の初期条件の式 (3.30) は $A_{\parallel}(t=0)$ を考慮する必要があるので、最初に xyv_{\parallel} 空間での変換を考える。その変換を行列で表すと、以下のようなになる。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ v_{\parallel} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x + l_x/2 \\ y + l_y/2 \\ -v_{\parallel} \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

この座標変換において、微分オペレーター及びジャイロ平均オペレーターは x, y に定数が足されるだけなので、作用の仕方は変化しない。また、 $f^{(p)}, f^{(m)}$ を以下のように定義する。

$$f^{(p)}(x, y, v_{\parallel}, t) \equiv \frac{f(x, y, v_{\parallel}, t) + f(x + l_x/2, y + l_y/2, -v_{\parallel}, t)}{2} \quad (4.37)$$

$$f^{(m)}(x, y, v_{\parallel}, t) \equiv \frac{f(x, y, v_{\parallel}, t) - f(x + l_x/2, y + l_y/2, -v_{\parallel}, t)}{2} \quad (4.38)$$

$F_{tot,s}(t=0)^{(m)}$ を陽に計算すると、

$$\begin{aligned}
F_{tot,s}^{(m)}(x, y, v_{\parallel}, t = 0) &= \frac{n_0}{\sqrt{2\pi v_{ts}}} \exp\left(-\frac{1}{2v_{ts}^2} \left(v_{\parallel} - u_{0s} \cos\left(\frac{2\pi x}{l_x}\right)\right)^2\right) \\
&- \frac{n_0}{\sqrt{2\pi v_{ts}}} \exp\left(-\frac{1}{2v_{ts}^2} \left(-v_{\parallel} - u_{0s} \cos\left(\frac{2\pi(x+l_x/2)}{l_x}\right)\right)^2\right) \\
&+ \epsilon \cos\left(\frac{2\pi x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi y}{l_y}\right) - \epsilon \cos\left(\frac{2\pi(x+l_x/2)}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi(y+l_y/2)}{l_y}\right) \\
&= 0.
\end{aligned} \tag{4.39}$$

よって初期条件は対称性を満たしている。前節と同様の手法でポアソン方程式、アンペール則を用いて $t = 0$ での $\phi^{(p/m)}$, $A_{\parallel}^{(p/m)}$ を計算すると、

$$\sum_s \frac{q_s^2}{\tau_s} \phi(x, y, t)^{(p/m)} - \langle \langle \phi(x, y, t)^{(p/m)} \rangle \rangle_s = \sum_s q_s \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \langle F_{tot,s}^{(p/m)} \rangle_s \tag{4.40}$$

$$\nabla_{\perp}^2 A_{\parallel}^{(p/m)} = -\beta_i \sum_s q_s a_s \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} v_{\parallel} \langle F_{tot,s}^{(m/p)} \rangle_s. \tag{4.41}$$

よって、 $F_{tot,s}^{(m)} = 0$ の時、 $\phi^{(m)} = 0$, $A_{\parallel}^{(p)} = 0$ であることがわかる。ここでこの変換下での p_{\parallel} について考える。変換後の変数 p_{\parallel} を p'_{\parallel} とすると、

$$p'_{\parallel} = -v_{\parallel} - \frac{e_s}{m_s} \langle A_{\parallel}(x+l_x/2, y+l_y/2, t=0) \rangle = -(v_{\parallel} + \frac{e_s}{m_s} \langle A_{\parallel}(x, y, t=0) \rangle) = -p_{\parallel} \tag{4.42}$$

よって、本節の座標変換による p_{\parallel} の変換は

$$p_{\parallel} \rightarrow -p_{\parallel}$$

となる。

次に $\partial_t F_{tot,s}^{(p/m)}$ について、前章と同様に調べると、以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
\partial_t F_{tot,s}^{(p/m)} &= \frac{\partial_t F_{tot,s}(x, y, p_{\parallel}, t) \pm \partial_t F_{tot,s}(x + l_x/2, y + l_y/2, p_{\parallel}, t)}{2} \\
&= -[\langle \phi - p_{\parallel} A_{\parallel} \rangle_s, F_{tot,s}](x, y, p_{\parallel}, t) \mp [\langle \phi - p_{\parallel} A_{\parallel} \rangle_s, F_{tot,s}](x + l_x/2, y + l_y/2, p_{\parallel}, t) \\
&= -[\langle \frac{\phi^{(p)} - p_{\parallel} A_{\parallel}^{(m)}}{2} \rangle_s, F_{tot,s}^{(p/m)}] - [\langle \frac{\phi^{(m)} - p_{\parallel} A_{\parallel}^{(p)}}{2} \rangle_s, F_{tot,s}^{(m/p)}].
\end{aligned} \tag{4.43}$$

$F_{tot,s}^{(m)} = 0$ 、 $\phi^{(m)} = 0$ 、 $A_{\parallel}^{(p)} = 0$ の時、

$$\partial_t F_{tot,s}^{(m)} = 0.$$

故に、座標変換、

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ p_{\parallel} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x + l_x/2 \\ y + l_y/2 \\ -p_{\parallel} \end{pmatrix} \tag{4.44}$$

の下で対称性は保存される。この対称性の保存も前節と同様にシミュレーション結果の図(3.6)で確認でき、例えば $-l_x < x < 0$, $-l_y < y < 0$, $p_{\parallel} = -1v_{te}$ の平面領域の構造は $0 < x < l_x$, $0 < y < l_y$, $p_{\parallel} = 1v_{te}$ のものと一致している。また、シミュレーションボックスの四隅にも X 点が存在しているが、前章で述べたとおり原点の磁気リコネクションと比較して、振る舞いが全て符号反転している。これはこの p_{\parallel} 空間が反転する対称性が保存され、粒子の速度方向が X 点と逆方向になることと対応している。

4.3 まとめ

本章では、ジャイロ運動論的方程式での X 点に関しての対称性を座標変換を用いて証明し、その特性から磁気リコネクションの構造の特徴について議論した。 xy 平面に関する対称性によって X 点上における分布関数のビームの変化量 ΔU_s はベクトルポテンシャルの変化量 ΔA_{\parallel} に比例することが示された。また、速度分布関数は時間経過により速度空間構造を保ったまま v_{\parallel} 空間上を移動していくことが解析的に導かれた。同様の対称性は Vlasov-Maxwell 及び簡約化 MHD 方程式にも存在するが、X 点上の分布関数の解析解を求めるにはジャイロ運動論が適している。一方、 xyp_{\parallel} 空間に対する周期的な対称性については p_{\parallel} 空間が反転対称であるために、原点の X 点と四隅の X 点でビーム方

向が反転する。その影響でリコネクションの振る舞いも原点と四隅で逆になることがわかる。

5 一様ビームにおける線形不安定性解析

3章において、強ガイド磁場下の磁気リコネクションではX点上でリコネクション電場によってガイド磁場方向に電子ビームが形成されることが確認できた。この状況においてどのような不安定性が励起されるか調査するために、まずX点近傍のビームが一様であるとの局所近似を仮定し、分散関係式を用いた一様ビーム場における不安定性解析を行った。本章では、分散関係式の導出とその式を用いた解析結果について述べる。

5.1 分散関係式の導出

本節では一様場の不安定性解析で用いた分散関係式の導出について述べる。

今回想定する状況は3章の磁気リコネクションシミュレーションの結果を踏まえ、図(5.1)の描像のように、強ガイド磁場の下で、ガイド磁場と平行方向にビーム成分 U_{eq} と波が存在する磁化プラズマを考える。考える方程式系では3章の v_{\parallel} 空間座標を用いたジャイロ運動論的方程式(3.8)-(3.10)において、波の伝搬を表すために z 方向の移流項と静電ポテンシャルの勾配による電場を新たに考慮する。支配方程式は以下の様にまとめられる。

$$\partial_t F_{tot,s} + v_{\parallel} \partial_z F_{tot,s} + \frac{e_s}{m_s} \langle E_z \rangle_s \partial_{v_{\parallel}} F_{tot,s} + [\langle \phi - v_{\parallel} A_{\parallel} \rangle_s, F_{tot,s}] = 0, \quad (5.1)$$

$$\sum_s e_s \int dv_{\parallel} \langle F_{tot,s}(\mathbf{x}, v_{\parallel}, t) \rangle_s = \sum_s \frac{e_s^2 n_0}{T_s} (\phi(\mathbf{x}, t) - \langle \langle \phi(\mathbf{x}, t) \rangle \rangle_s), \quad (5.2)$$

$$\nabla_{\perp}^2 A_{\parallel}(\mathbf{x}, t) = -\mu_0 \sum_s e_s \int dv_{\parallel} v_{\parallel} \langle F_{tot,s}(\mathbf{x}, v_{\parallel}, t) \rangle_s, \quad (5.3)$$

$$\langle E_z \rangle_s = -\partial_t \langle A_{\parallel} \rangle_s - \partial_z \langle \phi \rangle_s - [\langle \phi \rangle, \langle A_{\parallel} \rangle_s]. \quad (5.4)$$

この方程式を線形化するため各物理量を次式のように時間変化しない平衡成分と時間発展する十

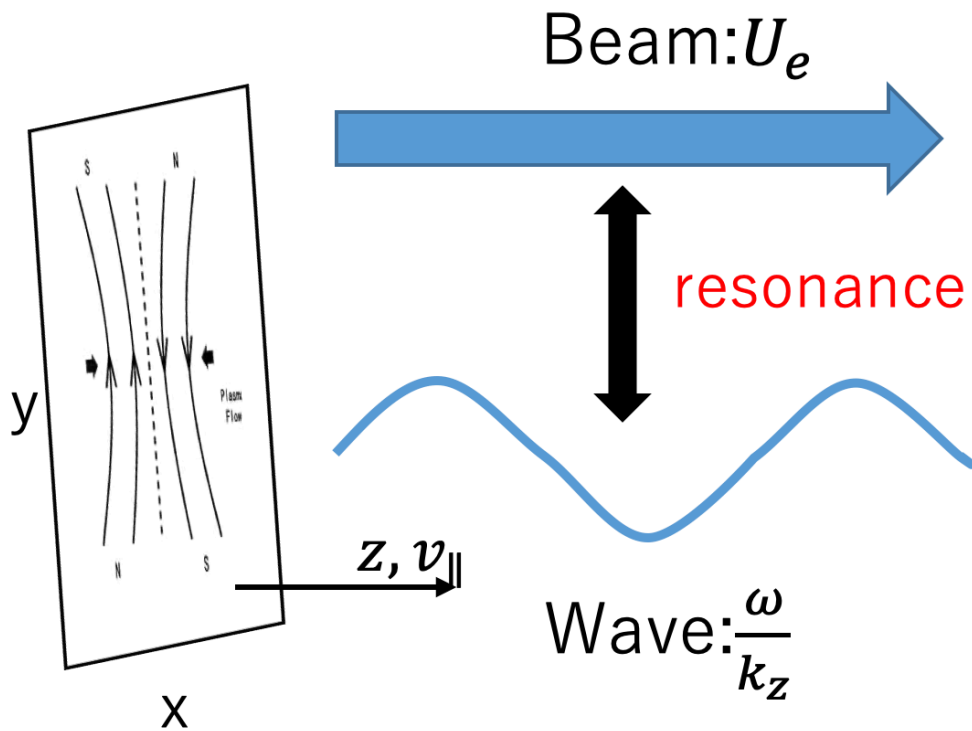


図 5.1 本章の不安定性解析で想定する状況の概観図。xy 平面上のリコネクションにより、X 点上にてリコネクション電場の加速を受け、z 方向に荷電粒子のビームが形成される。このビームを局所近似で一様であると考え、同じ z 方向に波が伝搬していると仮定する。

分小さい量である摂動成分に分ける。

$$F_{tot,s}(x, y, z, v_{\parallel}, t) = F_{eq,s}(v_{\parallel}) + f_{1,s}(x, y, z, v_{\parallel}, t), \tag{5.5}$$

$$\phi(x, y, z, t) = \phi_{eq} + \phi_1(x, y, z, t), \tag{5.6}$$

$$A_{\parallel}(x, y, z, t) = A_{\parallel 1}(x, y, z, t). \tag{5.7}$$

本節では電子ビームによる不安定性の基本的特性を確認するため一様場の下で平衡量を局所的に実空間に依存しない一様場と仮定してある。一方3章のシミュレーション結果ではビーム分布はリコネクションの発達とともに非一様性が強まる。しかしながら、磁気リコネクション中で電子ビームによる不安定性が発生するための必要条件を確認するため分散関係式を用いた不安定性解析を行う。

この時 $f_{1,s}/F_{eq,s} \sim \epsilon$ とする (ϵ は微少量を表すパラメーター)。平衡分布関数については z 方向に

運動するプラズマ粒子のビームが存在することを仮定して、shifted-Maxwell 分布を用いる。

$$F_{eq,s} = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{ts}} \exp\left(\frac{-(v_{\parallel} - U_s)^2}{2v_{ts}^2}\right).$$

一方、 $\phi_{eq} = 0$ とする。また、摂動量は平面波の過程の下、 $f_{1,s} \propto f_{1,sk} \exp i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)$ として、Fourier 変換を行い式 (5.1)-(5.3) を次式のように変形する。

$$-i\omega f_{1,sk} + ik_z v_{\parallel} f_{1,sk} + \frac{e_s}{m_s} J_{0sk} E_{z1k} \partial_{v_{\parallel}} F_{eq,s} = 0, \quad (5.8)$$

$$\sum_s e_s \int dv_{\parallel} J_{0sk} f_{1,sk} = \sum_s \frac{e_s^2 n_0}{T_s} (1 - \Gamma_{0sk}) \phi_{1k}, \quad (5.9)$$

$$\nabla_{\perp}^2 A_{\parallel 1k} = -\mu_0 \sum_s e_s \int dv_{\parallel} v_{\parallel} J_{0sk} f_{1,sk}, \quad (5.10)$$

$$J_{0sk} E_{z1k} = i\omega J_{0sk} A_{\parallel 1k} - ik_z J_{0sk} \phi_{1k}. \quad (5.11)$$

このジャイロ運動論モデルに基づいて磁化プラズマ中の分散関係式の導出を行う。式 (5.8) を用いて $f_{1,sk}$ について解くと、

$$f_{1,sk} = \frac{-\frac{e_s}{m_s} \partial_{v_{\parallel}} F_{eq,s} J_{0sk} (k_z \phi_{1k} - \omega A_{\parallel 1k})}{\omega - k_z v_{\parallel}}. \quad (5.12)$$

式 (5.12) を式 (5.9),(5.10) に代入し、速度空間について積分を行った式は以下のように記述できる。

$$(k_z \phi_{1k} - \omega A_{\parallel 1k}) \sum_s \frac{e_s^2 n_{0s} J_{0sk}^2}{m_s v_{ts}^2 k_z} (1 + \zeta_s Z(\zeta_s)) = \sum_s \frac{n_{0s} e_s^2}{T_s} (1 - \Gamma_{0sk}) \phi_{1k} \quad (5.13)$$

$$k_{\perp}^2 A_{\parallel 1k} = \mu_0 (k_z \phi_{1k} - \omega A_{\parallel 1k}) \sum_s \frac{e_s^2 n_{0s} J_{0sk}^2}{m_s v_{ts}^2 k_z} \frac{\omega}{k_z} (1 + \zeta_s Z(\zeta_s)) \quad (5.14)$$

この時、 $\zeta_s = (\omega/k_z - U_s)/\sqrt{2}v_{ts}$ であり、 $Z(\zeta_s)$ はプラズマ分散関数と呼ばれ、

$$Z(\zeta_s) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int dv_{\parallel} \frac{\exp(-v_{\parallel}^2)}{v_{\parallel} - \zeta_s}$$

で与えられる関数である。式 (5.13)、(5.14) を連立させて ϕ_{1k} , $A_{\parallel 1k}$ を消去すると、 ω と \mathbf{k} の関係式が

導出でる。また、この解析においては有限ジャイロ半径効果を表す係数として $J_{0sk}^2 = \Gamma_{0sk}$ を用いた。

$$\begin{aligned} \sum_s (1 - \Gamma_{0sk}) &= \left(\left(\frac{\omega}{k_z V_A} \right)^2 \sum_s \frac{1}{k_\perp^2 \rho_i^2} (1 - \Gamma_{0sk}) - 1 \right) \\ &\quad \times \left(\sum_s \Gamma_{0sk} (1 + \zeta_s Z(\zeta_s)) \right), \end{aligned} \quad (5.15)$$

これが磁化プラズマ中の線形分散関係式を与える。

解析に際して、 ω/k_z と k_\perp に対して、 $\omega/k_z \rightarrow V_A \tilde{\omega}/\tilde{k}_z$ 、 $k_\perp \rightarrow \tilde{k}_\perp/\rho_i$ と無次元化を行った。これにより、式 (5.15) の係数が整理されて以下のように書き直せる。

$$\begin{aligned} \sum_s (1 - \Gamma_{0sk}) &= \left(\left(\frac{\tilde{\omega}}{\tilde{k}_z} \right)^2 \sum_s \frac{1}{\tilde{k}_\perp^2} (1 - \Gamma_{0sk}) - 1 \right) \\ &\quad \times \left(\sum_s \Gamma_{0sk} (1 + \zeta_s Z(\zeta_s)) \right). \end{aligned} \quad (5.16)$$

式 (5.16) について、KAW による不安定性が存在するならば、KAW の分散関係式に対応する項が存在するはずである。式 (5.16) に対して長波長近似 $k_\perp \rho_i \ll 1$ を仮定する。すると、 J_{0sk}, Γ_{0sk} は k_\perp を用いて以下のとおりに近似される。

$$J_{0sk} \sim 1 \quad (5.17)$$

$$\Gamma_{0sk} \sim \begin{cases} 1 & (\text{for } s = e) \\ 1 - k_\perp^2 \rho_i^2 & (\text{for } s = i). \end{cases} \quad (5.18)$$

これを用いると、式 (5.16) は以下のように書き直せる。

$$\tilde{k}_\perp^2 = \left[\left(\frac{\tilde{\omega}}{\tilde{k}_z} \right)^2 - 1 \right] \left[(1 + \zeta_e Z(\zeta_e)) + (1 - \tilde{k}_\perp^2 \rho_i^2) (1 + \zeta_i Z(\zeta_i)) \right] \quad (5.19)$$

右辺のプラズマ分散関数の項を近似して 1 とすると、

$$\left(\frac{\tilde{\omega}}{\tilde{k}_z} \right)^2 = 1 + k_\perp^2 \quad (5.20)$$

となり、よく知られた流体極限での KAW の分散関係式 (2.13) と一致する。

式 (5.16) の分散関係式を用いた固有値解析を行うことで波数 \mathbf{k} に対する実周波数 ω_r 、成長率 γ の依存性を調べた。解析方法は逐次緩和法である Muller 法を用いている。各種パラメータの値は電荷比 $e_e/e_i = -1$ 、温度比 $T_e/T_i = 1$ 、イオンベータ値 $\beta_i = 0.02$ 、 $k_z = 1/L_z$ であり、質量比については成長率への依存性を調べるため適宜変更を行った。

5.2 解析結果

この節では、前節で導いた分散関係式を用いた解析結果について述べる。

図 (5.2) は $U_e = 1.5V_A$, $U_i = 0$, $m_e/m_i = 1/200$ の場合の実周波数 ω_r 、成長率 γ の k_\perp 依存性を示したものである。 k_\perp が増えるほど実周波数は増大する傾向にあることがわかる。実線は流体方程式から近似的に導かれる運動論的 Alfvén 波についての分散関係式 ($\omega/k_z V_A = \sqrt{1 + k_\perp^2 \rho_i^2}$) を示し、 $k_\perp \ll 1$ では両者がよく一致し k_\perp 依存性の傾向についても類似している。よってここで確認されたビーム不安定性は運動論的 Alfvén 波によるものであると考えられるが、ジャイロ運動論モデルでは流体近似より高い周波数となっている。特に高波数側で両者の数値が異なるのは運動論効果を反映している。成長率の振る舞いについては、 $k_\perp \rho_i = 0.54$ で最大値 $\gamma_{max} = 0.02(k_z V_A)$ が現れ、 $0 < k_\perp \rho_i < 0.8$ の範囲で正の成長率を取った。この時の位相速度は $(\omega/k_z) \sim 1.25V_A$ であり、ビーム速度 $U_e = 1.5V_A$ よりやや小さな値となっている。これはビームから波がエネルギーを受けて成長するために必要な条件を満たしている。

図 (5.3) はビーム速度毎の最大成長率を質量比 $m_e/m_i = 1/100, 1/200, 1/400$ の下でプロットしたものである。いずれの質量比のケースであっても、ビーム速度が Alfvén 速度を超えてから成長率が正の値になっていることがわかる。つまりビーム速度が Alfvén 速度を超えると運動論的 Alfvén 波が不安定化する。また、質量比が大きくなるほど成長率は下がっていく。不安定性が励起される閾値である Alfvén 速度 V_A を電子熱速度 v_{te} で規格化すると、 $V_A/v_{te} = \sqrt{m_e/m_i \beta_i}$ で与えられる。 $\beta_i > m_e/m_i$ である時、 $V_A < v_{te}$ となり、Alfvén 速度は熱速度よりも遅くなる。一方ビーム不安定性の一種として Buneman 不安定性があるが、この不安定性はビーム速度が電子熱速度以上で励起される性質がある。3章における磁気リコネクションのシミュレーション設定では $V_A/v_{te} = 0.5 < 1$ であった。したがって、一様ビームの下では KAW による不安定性の励起条件は Buneman 不安定性の励起条件よりも緩く、先に励起され得ることが期待される。また、成長率に関しても3章の規格化に従って換算す

ると、 $U_e = 2V_A = v_{te}, m_e/m_i = 1/200$ の下で $\gamma \sim 0.0745V_A/L \sim 0.576v_{ti}/L$ となり、3章のシミュレーションで見られた磁気リコネクションの成長率 $0.214v_{ti}/L$ よりも大きい値を示す。これは、磁気リコネクションの発展途中で KAW の不安定性条件 ($U_e > V_A$) が満たされれば、そこからビーム不安定性が成長する可能性があることを示唆している。

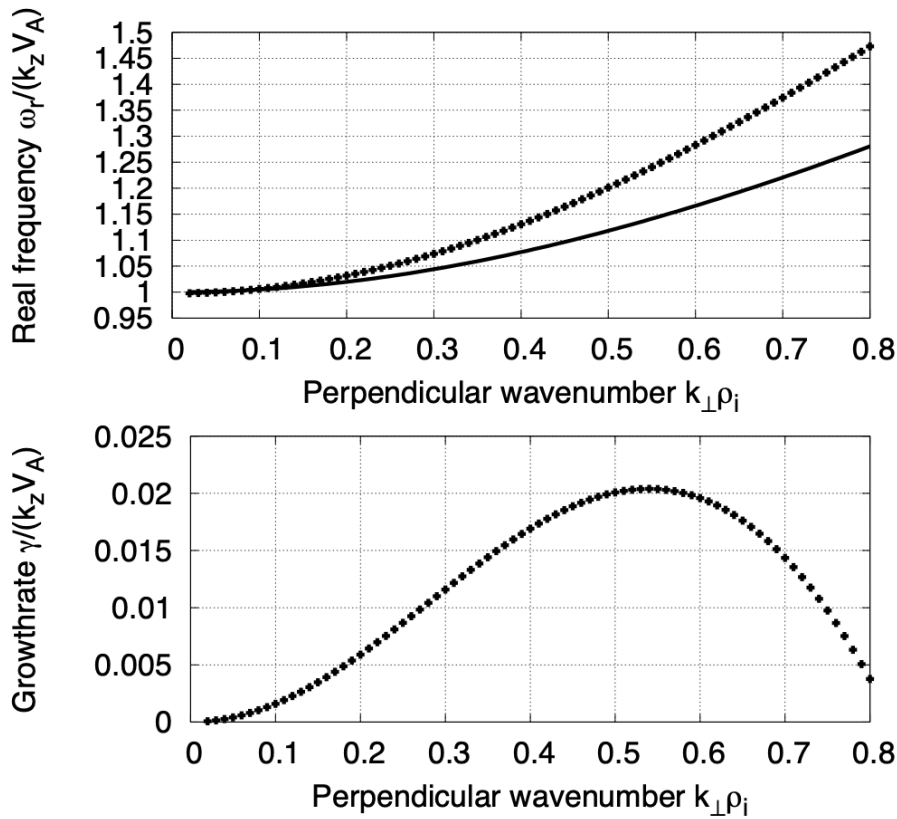


図 5.2 $U_e = 1.5V_A, U_i = 0, m_e/m_i = 1/200$ のケースにおける実周波数、成長率の k_{\perp} 依存性。式 (5.16) を固有解析した結果が点線である。上図の実線は先行研究にて高温極限モデルから導出された運動論的 Alfvén 波の分散関係式を示している。

次に、水素イオンと電子の実質量比 $m_e/m_i = 1/1836$ の場合について、成長率の k_{\perp} 依存性を調べた。電子ビーム速度 $U_e = 0.4v_{te}, 0.6v_{te}, 0.8v_{te}, 1.0v_{te}$ の場合の成長率を図 (5.4) にプロットした。この時の電子熱速度に対する Alfvén 速度は $V_A/v_{te} \sim 0.165$ であり、各ビーム速度は Alfvén 速度の 2 倍以上の速度持っている。実周波数に関して、高波数側で U_e が大きくなるほど周波数が大きくなる傾向は上記の $m_e/m_i = 1/200$ の場合と同様である。一方低波数側では U_e 毎で値の違いは小さく、図 (5.2) の結果と比較しても実周波数の値は $k_{\perp} = 0.8/\rho_i$ で $\omega_r = 1.47k_zV_A$ とほぼ同じ値を取っている。成長率に関しては、Alfvén 速度に対してより大きい速度を持つと、不安定モードの波数領域がより広く、また成長率もより大きくなる。また、図 (5.3) で $m_e/m_i = 1/200, U_e = v_{te}$

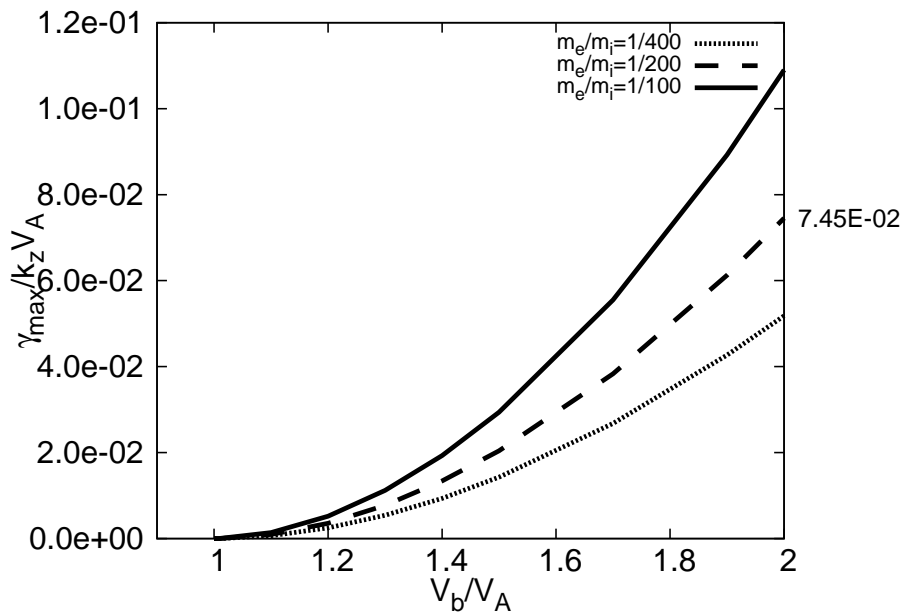


図 5.3 ビーム速度 $V_b = U_e$ に対する最大成長率。それぞれ質量比 $m_e/m_i = /100, 1/200, 1/400$ の三つのパラメータ設定で調査を行った。

の時、最大成長率は $\gamma_{max}(m_e/m_i = 1/200) = 0.0745k_z V_A$ であるのに対して、実質量比の場合は $\gamma_{max}(m_e/m_i = 1/1836) = 0.444k_z V_A$ と 6 倍程度大きい。つまりビーム速度を熱速度基準で考えると、質量比が大きくなるほど Alfvén 速度に対する比率が上がるので無次元化された成長率が高くなる。磁気リコネクションのタイムスケールは再結合する磁場成分の与える Alfvén 速度で特徴付けられる (これをポロイダル Alfvén 速度と呼ぶ)。一様ビーム場を仮定しているため反平行磁場は存在し得ないが、仮に $L/v_{ti} \sim l_x/V_{Ax}$ とすると $1/\gamma_{max}(m_e/m_i = 1/1836) \sim 0.319l_x/V_{Ax}$ より、十分高速な電子ビームが形成されれば、磁気リコネクションの時間発展よりも早く不安定性が成長すると考えられる。

5.3 まとめ

本章では、強ガイド磁場がある中での一様ビーム場で駆動される不安定性について線形分散関係式を用いた解析を実施した。本章で導出した分散関係式と KAW の分散関係式との対応関係を比較し、 $m_e/m_i = 1/200$ での実周波数と成長率の k_\perp 依存性を調べることで KAW がビーム不安定性によって励起されることを確認した。これは、強ガイド磁場下での無衝突磁気リコネクションの先行研究では磁場の散逸機構としてはこれまで注目されていない点である。また、 U_s 毎の最大成長率を調べることで、このビーム不安定性が Alfvén 速度を閾値とすることがわかる。電子熱速度と Alfvén 速度と

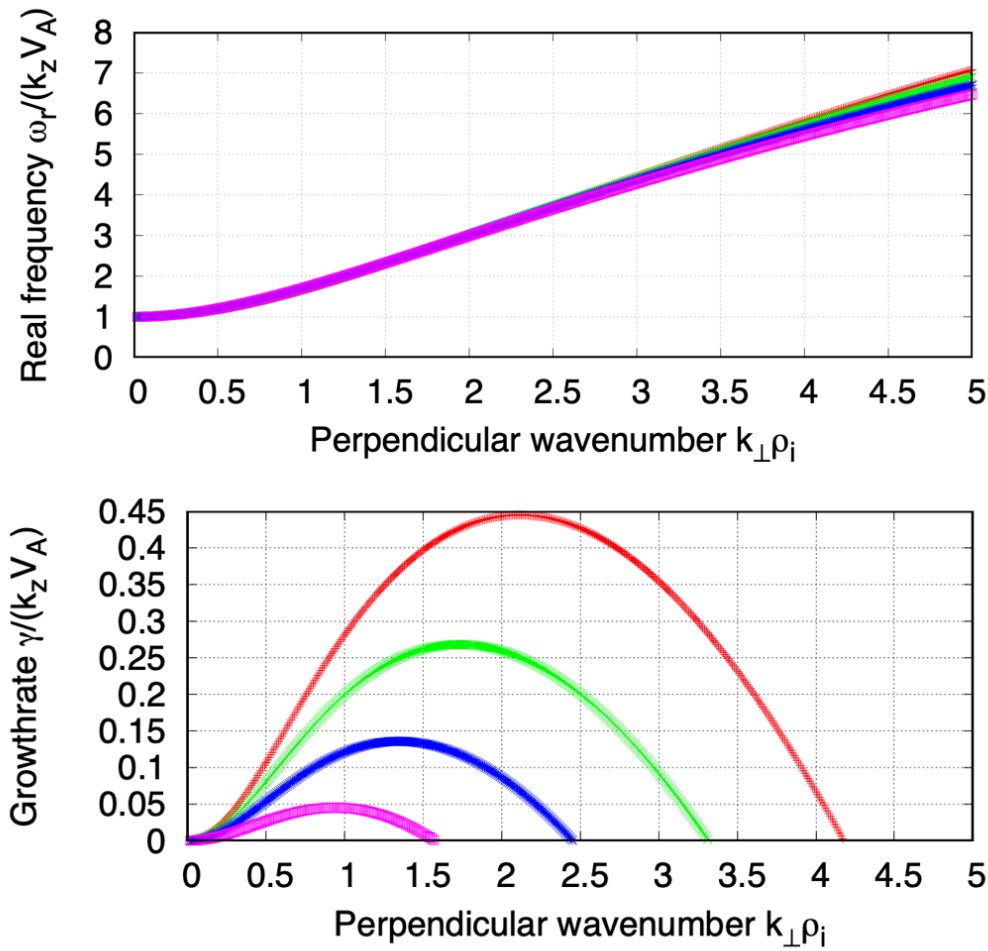


図 5.4 $m_e/m_i = 1/1836$ での U_{eq} 毎の実周波数 (上図)、成長率 (下図) の k_\perp 依存性。四本の点線の内 $U_{eq} = 1v_{te}$ (赤色) , $U_{eq} = 0.8v_{te}$ (緑色) , $U_{eq} = 0.6v_{te}$ (青色) , $U_{eq} = 0.4v_{te}$ (紫色) について $0.05/\rho_i$ 間隔で式 (5.16) を五章の固有値解析を用いて解いた値をプロットしている。 $U_{eq} = 1v_{te}$ の時、成長率は $k_\perp = 2.05$ で最大値 $0.444v_{ti}/L$ をとる。

の大小関係は $m_e/m_i < \beta_i$ で $V_A/v_{te} = \sqrt{m_e/m_i \beta_i} < 1$ となる。ゆえに一様ビームの場合、このビーム不安定性は Buneman 不安定性よりもより低い閾値で不安定化されることが期待できる。また、水素イオンと電子の実質量比においても、複数の U_e について実周波数と成長率の k_\perp 依存性を調べた。実質量比では V_A と v_{te} の比率はより大きくなり、 $m_e/m_i = 1/200$ と比較して $k_z V_A$ で規格化した成長率の値も増加し不安定モードの波数領域も拡大した。これは一様ビームの過程の下では電子熱速度程度の速度を持つ電子ビームが形成されると、磁気リコネクションを特徴付けるポロイダル Alfvén 時間よりも十分高速に KAW が成長し得ることを示唆している。

6 非一様ビームにおける線形不安定性解析

本章では、反平行磁場中で非一様な空間分布を持つ電子ビームによる不安定性の線形解析を行う。まず解析に用いるモデルについて説明し、その後非一様ビーム場での不安定性解析の結果について述べる。解析手法としては線形化ジャイロ運動論的方程式の時間発展を数値的に解くことで安定性を調べる。本研究ではリコネクション磁場方向への波数が0の場合、ビーム不安定性で励起される運動論的 Alfvén 波の実周波数と成長率が平均ビーム速度に依存することが明らかになった。また、リコネクションの磁場方向への波数の有無で Vlasov 方程式の形、ひいては不安定性の特性が変化することを示す。

6.1 解析モデル

本節では解析に使用したシミュレーションモデル及び条件設定について述べる。3章にて磁気リコネクションのシミュレーションを実施し、リコネクションをともなう電磁場と分布関数の構造変化を調査したが、ビーム不安定性をシミュレーションで調べるためにはガイド磁場方向の波の伝播をとらえる必要があり、 z 方向に非一様性を持つ揺動成分を計算する必要がある。本章で与えられた平衡分布の中で擾乱の線形成長を調べることで不安定性を調査する初期値解析の手法を用いている。初期値解析の計算方法は3章のシミュレーションと同様に実空間はスペクトル法および差分法の Arakawa スキーム、時間発展は4次精度 Runge-Kutta-Gill 法を採用し、 x, y 方向および z 方向に周期境界条件を課した。基本方程式は式(3.4)に z 方向の移流項 $v_{\parallel} \partial_{\parallel} F_{tot,s}$ と平行電場成分の非線形項 $E_{\parallel tot} \partial_{v_{\parallel}} F_{tot,s}$ を追加したものであり、全分布関数 $F_{tot,s}$ 、全静電ポテンシャル ϕ_{tot} 、 z 方向の全ベクトルポテンシャル $A_{\parallel tot}$ を用いて、以下のように表される。

$$\partial_t F_{tot,s} + v_{\parallel} \partial_z F_{tot,s} + \frac{e_s}{m_s} \langle E_{\parallel tot} \rangle_s \partial_{v_{\parallel}} F_{tot,s} + [\langle \phi_{tot} - v_{\parallel} A_{\parallel tot} \rangle_s, F_{tot,s}] = 0. \quad (6.1)$$

この時、 $\langle E_{\parallel tot} \rangle_s = -\partial_z \langle \phi_{tot} \rangle_s - \partial_t \langle A_{\parallel tot} \rangle_s - [\langle \phi_{tot} \rangle_s, \langle A_{\parallel tot} \rangle_s]$ である。場の方程式は、次式で与えられる。

$$\sum_s e_s \int dv_{\parallel} \langle F_{tot,s}(\mathbf{x}, v_{\parallel}, t) \rangle_s = \sum_s \frac{e_s^2 n_0}{T_s} (\phi_{tot}(\mathbf{x}, t) - \langle \phi_{tot}(\mathbf{x}, t) \rangle_s), \quad (6.2)$$

$$\nabla_{\perp}^2 A_{\parallel tot}(\mathbf{x}, t) = -\mu_0 \sum_s e_s \int dv_{\parallel} v_{\parallel} \langle F_{tot,s}(\mathbf{x}, v_{\parallel}, t) \rangle_s. \quad (6.3)$$

不安定性解析を行うために、以下のように各物理量の成分を時間変化しない平衡成分と時間発展する摂動成分に分ける。

$$F_{tot,s}(x, y, z, v_{\parallel}, t) = F_{eq,s}(x, y, v_{\parallel}) + f_{1,s}(x, y, z, v_{\parallel}, t), \quad (6.4)$$

$$\phi_{tot}(x, y, z, t) = \phi_{eq}(x, y) + \phi_1(x, y, z, t), \quad (6.5)$$

$$A_{\parallel tot}(x, y, z, t) = A_{\parallel eq}(x, y) + A_{\parallel 1}(x, y, z, t). \quad (6.6)$$

平衡量は第3章の無衝突磁気リコネクションの分布関数構造に基づくものであると考え、 z 方向の並進対称性から z 依存性は無いとしている。また ϕ_{eq} については準中性条件から $\phi_{eq} = 0$ とする。これらの平衡成分と摂動成分を用いて、式(6.1)を線形化すると、以下のように書き直される。

$$\partial_t f_{1,s} + v_{\parallel} \partial_z f_{1,s} + \frac{e_s}{m_s} \langle E_{\parallel 1} \rangle_s \partial_{v_{\parallel}} F_{eq,s} + [\langle \phi_1 - v_{\parallel} A_{\parallel 1} \rangle_s, F_{eq,s}] + [\langle -v_{\parallel} A_{\parallel eq} \rangle_s, f_{1,s}] = 0. \quad (6.7)$$

$$\sum_s e_s \int dv_{\parallel} \langle f_{1,s} \rangle_s = \sum_s \frac{e_s^2 n_0}{T_s} (\phi - \langle \phi \rangle_s), \quad (6.8)$$

$$\nabla_{\perp}^2 A_{\parallel 1} = -\mu_0 \sum_s e_s \int dv_{\parallel} v_{\parallel} \langle f_{1,s} \rangle_s, \quad (6.9)$$

$$\langle E_{\parallel 1} \rangle_s = -\partial_z \langle \phi_1 \rangle_s - \partial_t \langle A_{\parallel 1} \rangle_s - [\langle \phi_1 \rangle_s, \langle A_{\parallel eq} \rangle_s]. \quad (6.10)$$

平衡量について、分布関数を密度一様、ビーム分布を非一様とし、以下の形で設定した。

$$F_{eq,s} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(v_{\parallel} - U_s(x))^2}{2v_{ts}^2}\right), \quad (6.11)$$

$$U_s(x) = U_{eq} \exp\left(\alpha \left(\cos\left(\frac{2\pi x}{l_x}\right) - 1\right)\right) \quad (6.12)$$

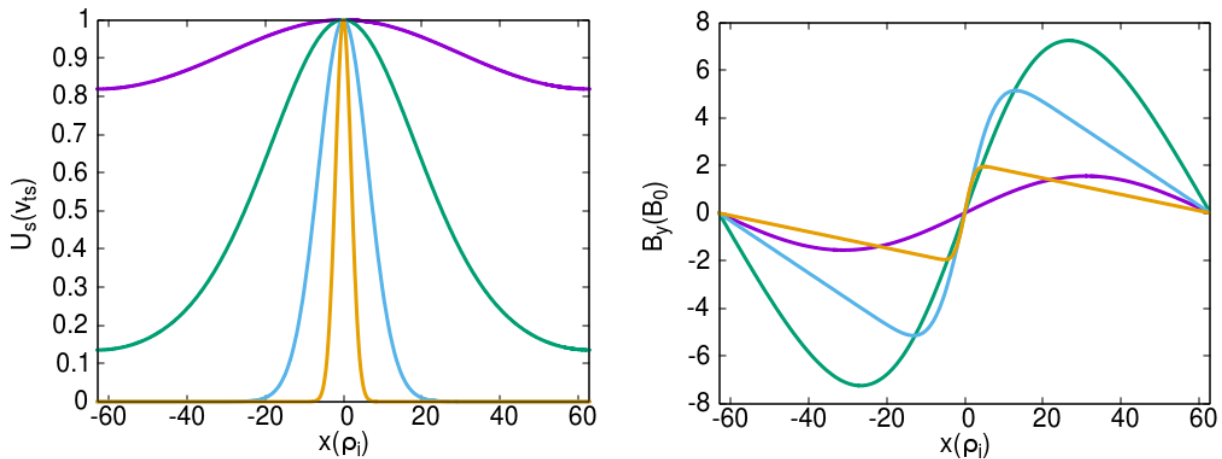


図 6.1 $\alpha = 0.1, 1, 10, 10^2$ のそれぞれの x 方向におけるビーム分布の概形とその時の $-\partial_x A_{\parallel eq} = B_{\perp}$ の分布。各 α のビーム振幅 U_{eq} は $1v_{te}$ としている。

式 (6.12) は Von-Mises 分布と呼ばれるものであり、図 (6.1) のような概形をしている。 U_{eq} がビーム振幅を意味し、 α がビーム幅 δ を決めるパラメータである。

$x \ll 1$ の時、 $\cos(x) \sim 1 - x^2/2$ より、ビーム分布は以下のように近似できる。

$$U_s(x) = U_{eq} \exp\left(-\frac{\alpha}{2} \left(\frac{2\pi}{l_x}\right)^2 x^2\right) \quad (6.13)$$

図 (6.1) にも示すように α が十分大きい場合には Von-Mises 分布は周期境界条件を満たしつつガウス分布の形とほぼ等しくなる。磁気リコネクションシミュレーションで得られたビーム分布もカusp型の領域を除けば概ねガウス分布の形をしているのでこのモデルを採用した。この時、ビーム幅 δ を最大値の $1/e$ 倍になる地点までの長さとする、

$$-1 = \alpha \left(\cos\left(\frac{2\pi\delta}{l_x}\right) - 1 \right), \quad (6.14)$$

であり、これを δ について解くと、この位置の値がそのままビーム幅に相当し、 $\delta \ll 1$ すなわち $\alpha \gg 1$ の場合、 δ は α に次式のように依存している。

$$\delta = \frac{l_x}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \quad (6.15)$$

一方で α が十分小さい時、 U_s はテイラー展開でき、ビーム分布は以下のように一様成分と \cos 分布

の和の形に近似される。

$$U_s(x) = U_{eq} \left(1 - \alpha + \alpha \cos\left(\frac{2\pi x}{l_x}\right) \right). \quad (6.16)$$

本章の解析では式 (6.11) で与えた $F_{eq,s}$ をアンペール則に代入して $A_{\parallel eq}$ を導出した。

本研究では簡単化のため、式 (6.11) のように平衡量は実空間内で x 依存性のみを持たせている。これにより Poisson 括弧による異なる波数を持つモード統合は x 方向成分のみに限定される。つまり y, z 方向は線形独立であることが言えるので、摂動成分の変数 y, z について次式のようにフーリエ変換できる。

$$f(x, y, z) = \sum_{k_y, k_z} f_{k_y k_z}(x) \exp(i(k_y y + k_z z)). \quad (6.17)$$

これを用いると、式 (6.7) は次のように簡単化できる。

$$\begin{aligned} \partial_t f_{1s} + ik_z v_{\parallel} f_{1s} + \frac{e_s}{m_s} \langle -ik_z \phi_1 - \partial_t A_{\parallel 1} + ik_y \phi_1 \partial_x A_{\parallel eq} \rangle_s \partial_{v_{\parallel}} F_{eq,s} \\ - ik_y \langle \phi_1 - v_{\parallel} A_{\parallel 1} \rangle_s \partial_x F_{eq,s} - ik_y \partial_x \langle v_{\parallel} A_{\parallel eq} \rangle_s f_{1s} = 0. \end{aligned} \quad (6.18)$$

規格化について、 x, y, t は 3 章の式 (3.1.2) と同様に行い、 $F_{eq}, f_{1s}, A_{\parallel eq}, A_{\parallel 1}, \phi_{eq}, \phi_1, v_{\parallel}, z$ については次式のように行った。

$$\begin{aligned} F_{eq,s} &= \tilde{F}_{eq,s} n_0 / v_{ts}^3, \\ f_{1s} &= \tilde{f}_{1,s} n_0 / v_{ts}^3, \\ \phi_{eq} &= \tilde{\phi}_{eq} T_i / e, \\ \phi_1 &= \tilde{\phi}_1 T_i / e, \\ A_{\parallel eq} &= \tilde{A}_{\parallel eq} B_0 \rho_i, \\ A_{\parallel 1} &= \tilde{A}_{\parallel 1} B_0 \rho_i, \\ z &= \tilde{z} L, \\ v_{\parallel} &= \tilde{v}_{\parallel} v_{ts}. \end{aligned} \quad (6.19)$$

この規格化の下で方程式系は以下のように書き直せる。

$$\begin{aligned}
\partial_t \tilde{f}_{1s} &+ i \left(\tilde{k}_z - \frac{L}{\rho_i} \tilde{k}_y \partial_{\tilde{x}} \langle \tilde{A}_{\parallel eq} \rangle_s \right) \tilde{v}_{\parallel} \tilde{f}_{1s} \\
&+ \frac{q_s}{\sqrt{M_s \tau_s}} \left(-i \left(\tilde{k}_z - \frac{L}{\rho_i} \tilde{k}_y \partial_{\tilde{x}} \langle \tilde{A}_{\parallel eq} \rangle_s \right) \langle \tilde{\phi}_1 \rangle_s - \partial_{\tilde{t}} \langle \tilde{A}_{\parallel 1} \rangle_s \right) \partial_{\tilde{v}_{\parallel}} \tilde{F}_{eq,s} \\
&- ik_y \langle \phi_1 - v_{\parallel} A_{\parallel 1} \rangle_s \partial_x F_{eq,s} = 0
\end{aligned} \tag{6.20}$$

$k_y = 0$ の時、式 (6.18) において k_y がかかる項が消えて、

$$\partial_t \tilde{f}_{1,s} + i \tilde{k}_z \tilde{v}_{\parallel} \tilde{f}_{1,s} + \frac{q_s}{\sqrt{M_s \tau_s}} \langle -i \tilde{k}_z \tilde{\phi}_1 - \partial_{\tilde{t}} \tilde{A}_{\parallel 1} \rangle_s \partial_{\tilde{v}_{\parallel}} \tilde{F}_{eq,s} = 0, \tag{6.21}$$

となり、ビーム分布の非一様性をのぞいて、一様場でのモデル式 (5.8) と同じ形で表される。一方で $k_y \neq 0$ の場合、リコネクション磁場に平行な移流成分が不安定性に影響を与えると考えられる。一様と非一様の場合の比較及び k_y を含む項の影響を評価するため、 $k_y = 0$ と $k_y \neq 0$ のケースでそれぞれ不安定性解析を行った。また、 z 方向についても線形独立であるので、波数空間上にて $k_z L = 1$ モードのみを考えることにした。これにより、実空間における z 方向空間の微分計算を省略でき、 z 方向の格子点数分の計算コストが削減できる。

パラメータ設定について、3章と同様に質量比 $m_e/m_i = 1/1836$ 、温度比 $T_e/T_i = 1$ 、ベータ値 $\beta = 0.02$ 、密度比 $n_e/n_i = 1$ 、電荷比 $e_e/e_i = -1$ と設定した。 x, v_{\parallel} 方向の格子点数 n_x, n_v については $k_y = 0$ の解析の時は $n_x = 384$ 、 $n_v = 128$ 、 $k_y \neq 0$ の時は $n_x = 2304$ 、 $n_v = 4096$ とし、 y 方向点数は $n_y = 8$ とした。ボックスサイズについては $l_x = 20\pi\rho_i$ 、 $l_v = 6v_{ts}$ とし、 $-l_x < x < l_x$ 、 $-l_y < y < l_y$ 、 $-l_v < v < l_v$ となる。 $k_y \neq 0$ の場合、 $l_y = 2\pi/k_y$ とした。ジャイロオーダリングパラメータ $\epsilon_{gk} = \rho_i/L = B_{\perp}/B_z$ は 6.2.3 節で $\epsilon_{gk} = 0.1$ とした場合以外は $\epsilon_{gk} = 0.01$ としているが $k_y \neq 0$ の時のみ必要となる。初期揺動については k_x の全モードに微小振幅の揺動を入れ、かつ $k_y = 0$ の場合は $k_y = 0$ モードに揺動成分を、 $k_y \neq 0$ では 0 以外のモードに揺動成分を持たせた。

6.1.1 一様ビーム分布でのベンチマーク

本節ではシミュレーションコードの検定として、一様ビームの場合について前節の固有値解析との比較を行う。

図(6.2)は一様ビーム場 ($\alpha = 0$) における静電ポテンシャルエネルギーの時間発展を示している。時間に対して指数関数的に成長していることが確認できる。また緑の直線の傾きは $m_e/m_i = 1/1836, U_{eq} = 1v_{te}$ における分散関係式から得られた最大成長率を表しており、シミュレーション結果と一致しているのがわかる。実周波数、成長率の計算方法については $\phi_1 \propto \exp(-i\omega t)$ を想定し、時間 t 及び $t + \delta t$ の ϕ を用いて次式の通りに求める。

$$\omega = \frac{\log(\phi(t + \delta t)) - \log(\phi(t))}{i\delta t}. \tag{6.22}$$

この時、 δt はデータ出力間隔である。計算した成長率は $\gamma = 3.148v_{ti}/L$ をとり、分散関係式から導かれた最大成長率の値 ($\gamma = 3.147v_{ti}/L$) とほぼ一致した値が確認できた。

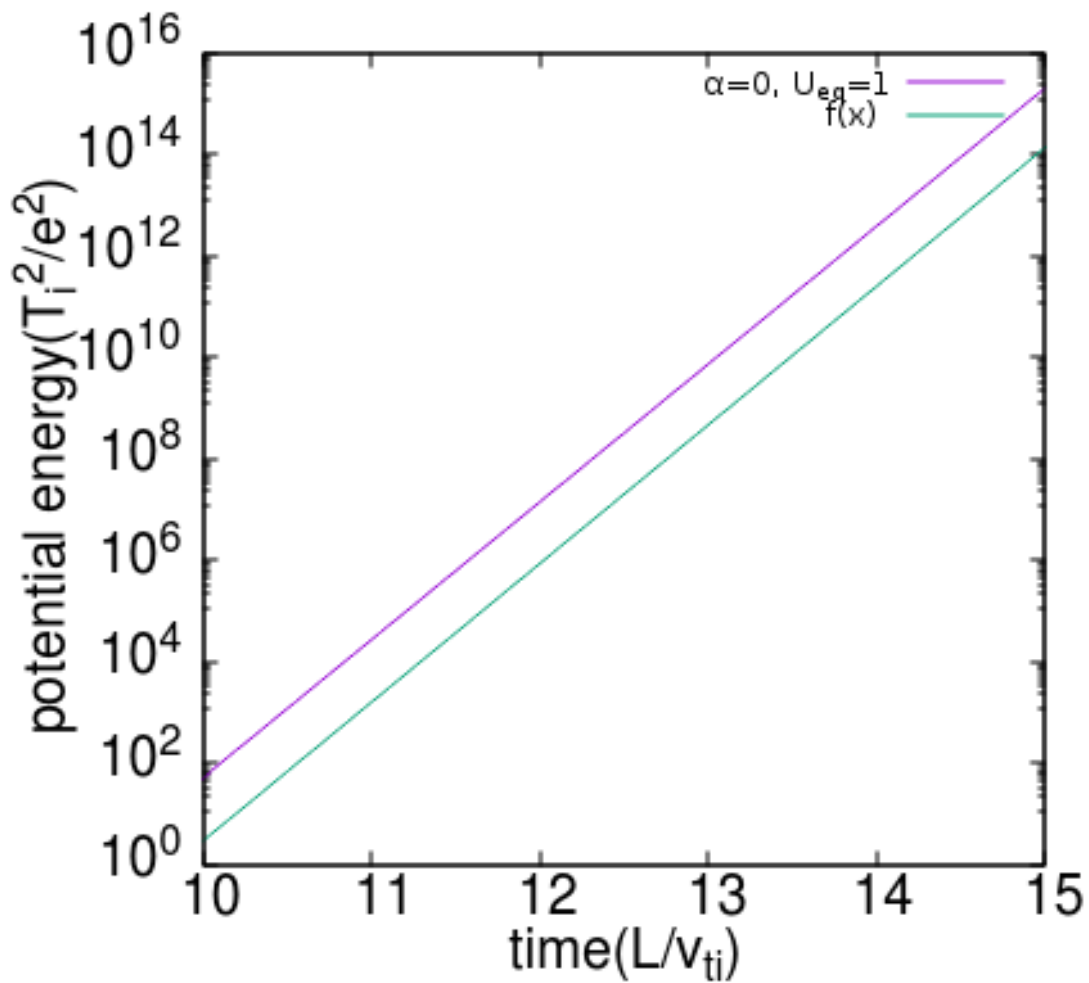


図 6.2 $U_{eq} = 1v_{te}, \alpha = 0$ における静電ポテンシャルエネルギーの片対数グラフ。横軸が時間 $t(L/v_{ti})$ 、縦軸がエネルギーを表す。線形成長している時、擾乱は $\phi_1 \propto \exp(-i\omega t)$ の形で表せられ、これを片対数グラフでエネルギーの発展を表すとグラフは直線になる。また緑の直線は $f(t) = 0.00001\exp(2 \times 3.147 \times t)$ の関数を示している。

6.2 解析結果

本節では初期値解析によって得られた結果について述べる。前節で述べた通り、 $k_y = 0$ のケースと $k_y \neq 0$ のケースを分けて結果を説明する。

6.2.1 $k_y = 0$ の場合

本節では $k_y = 0$ の時、初期値解析の結果を説明する。ちなみに $k_y = 0$ の時、 ϵ_{gk} は支配方程式には陽に現れず、結果も ϵ_{gk} に依存しない。

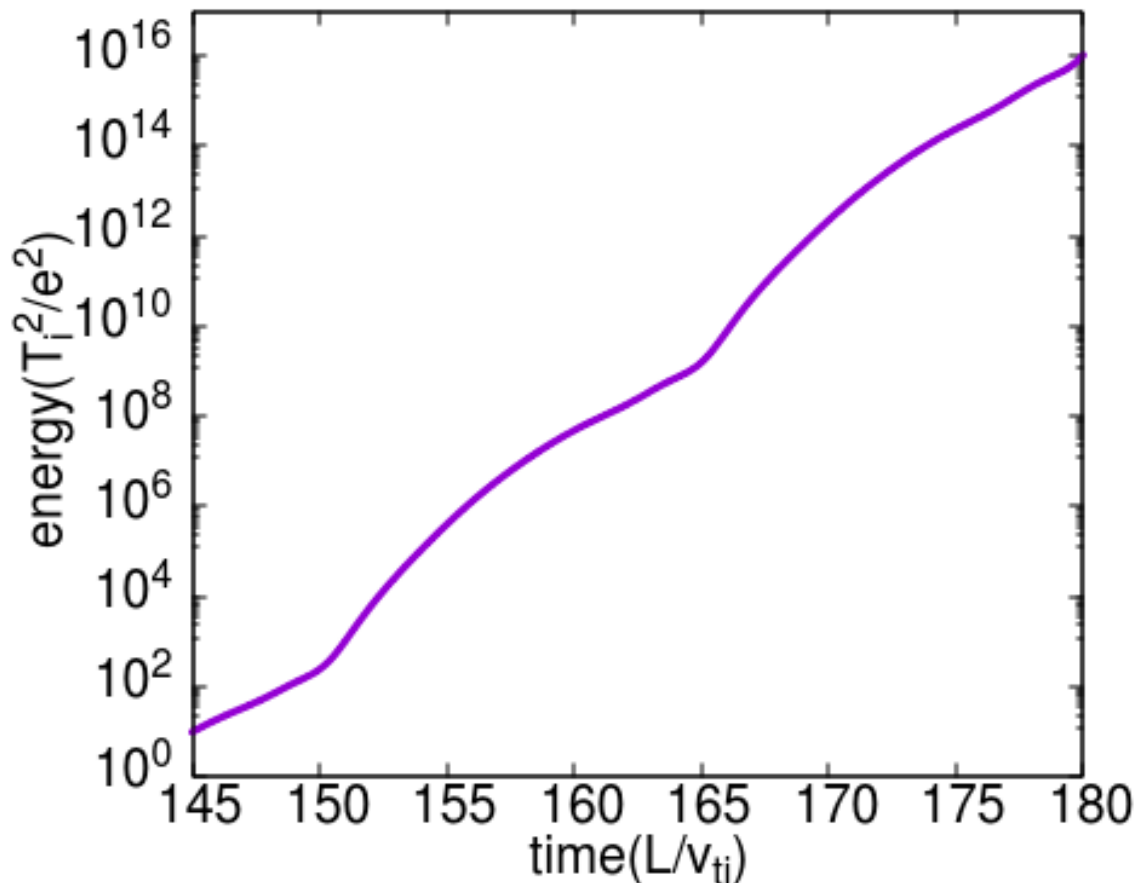


図 6.3 $U_{eq} = 1v_{te}, \alpha = 1$ における静電ポテンシャルエネルギーの片対数グラフ。横軸が時間 $t(L/v_{ti})$ 、縦軸がエネルギーを表す。

まず擾乱の成長のふるまいについて述べる。図 (6.3) は $\alpha = 1, U_{eq} = 1v_{te}$ での静電ポテンシャルエネルギーの時間発展図である。一様ビームとは異なり、こちらのケースでは傾きが周期的に増減を繰り返している。このため、 $\phi \propto \exp(-i\omega t)$ と仮定した上での式 (6.22) を用いた計算は難しい。そこで

エネルギーの増減が時間に周期的であることに着目し、各時間ステップにおいて式 (6.22) を用いて得た ω について次式で時間平均 ω_{ave} を取ることで、平均的な成長率を求めることにした。

$$\omega_{ave} = \frac{1}{T} \int dt \omega(t). \tag{6.23}$$

この式から得られた実周波数 $\omega_r = Re[\omega_{ave}]$ と成長率 $\gamma = Im[\omega_{ave}]$ について一様場の結果と比較する。 $\alpha = 0$ のケースは一様ビームと同様の結果を示しており励起された波は KAW であると考えられる。一方、図 (6.4) の示す通り、成長率はビーム振幅 U_{eq} が増える程増大する。一方で α が増える程、言い換えればビーム幅が狭くなるほど成長率は全体的に低下する傾向にある。今回ビーム振幅 U_{eq} のスキャン範囲は $0.1v_{te} < U_{eq} < 1v_{te}$ であるが、その範囲においては $\alpha > 10(\delta < 9\rho_i)$ で波の成長は見られず安定化された。実周波数については各 α において U_{eq} が増えるほど、 ω_r が減少しているのがわかる。この解析のように $k_z L = 1$ として固定している場合、一様場のケースではビーム振幅と実周波数は綺麗な比例関係にあるが、ビームの非一様性を取り入れた本節の解析では、 α が増大するほど比例関係は崩れていき、実周波数の減少率も緩やかになっている。

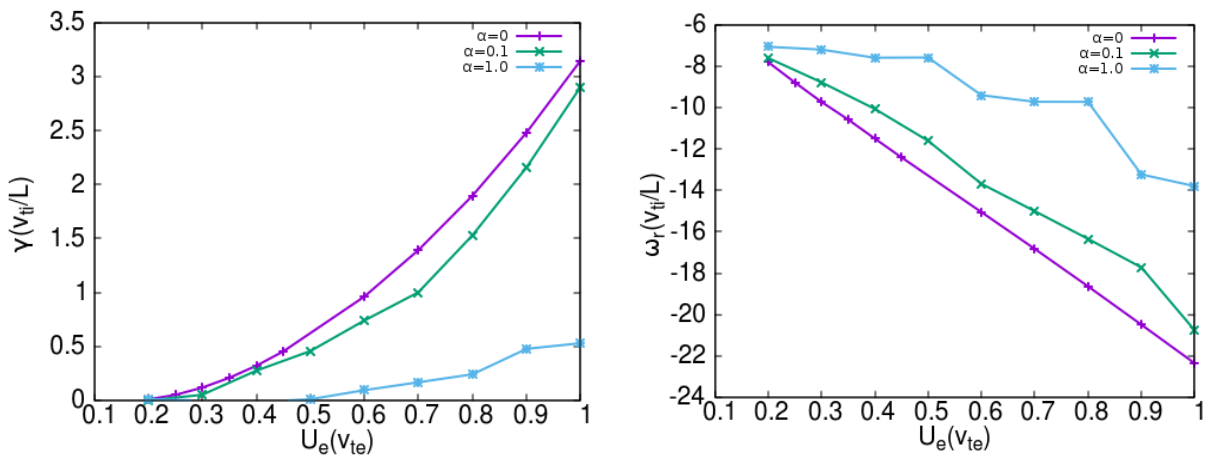


図 6.4 各ビーム振幅 U_{eq} に対する成長率と実周波数。紫が $\alpha = 0$ 、緑が $\alpha = 0.1$ 、水色が $\alpha = 1$ のケースを表す。成長率、実周波数はスペクトル分布のピーク値での数値を記載している。

ビーム幅で特徴づけるパラメータ α と実周波数、成長率との関係性について、平均ビーム速度、

$$\bar{U}_s = \int dx U_s / l_x$$

を用いて考える。 $\alpha \ll 1$ である時、 $\partial_x U_s(x) \ll 1$ でビーム分布はほぼ一様と考えられ、勾配の影響は無視できる。この場合、実周波数と成長率は平均ビーム速度 \bar{U}_s によって決定されると予想される。図(6.5)では、平均ビーム速度毎の成長率と実周波数をプロットしている。 $U_{eq} = 1v_{te}$ で $\bar{U}_e(\alpha = 0.1) = 0.9071v_{te}$ であり、この時の $\partial_x U_s$ は近似式(6.16)を用いると、

$$\partial_x U_s = \alpha U_{eq} \frac{\pi}{l_x} \cos\left(\frac{\pi}{l_x} x\right) = 0.005 \cos\left(\frac{\pi}{l_x} x\right) \tag{6.24}$$

で与えられ1に比べて十分小さい。グラフの傾向も一様ビームのケースとよく似通っていることが確認できる。一方で $\alpha = 1$ の場合、 $\bar{U}_e(\alpha = 1) = 0.4657v_{te}$ であり、式(6.24)を適用すれば、 $|\partial_x U_s| < 0.05$ である。ここで不安定性が生じた $\alpha \leq 1$ の範囲では、 $k_y = 0$ の場合、 ω_r, γ は \bar{U}_s によって決定されることが図(6.5)から見てとれる。

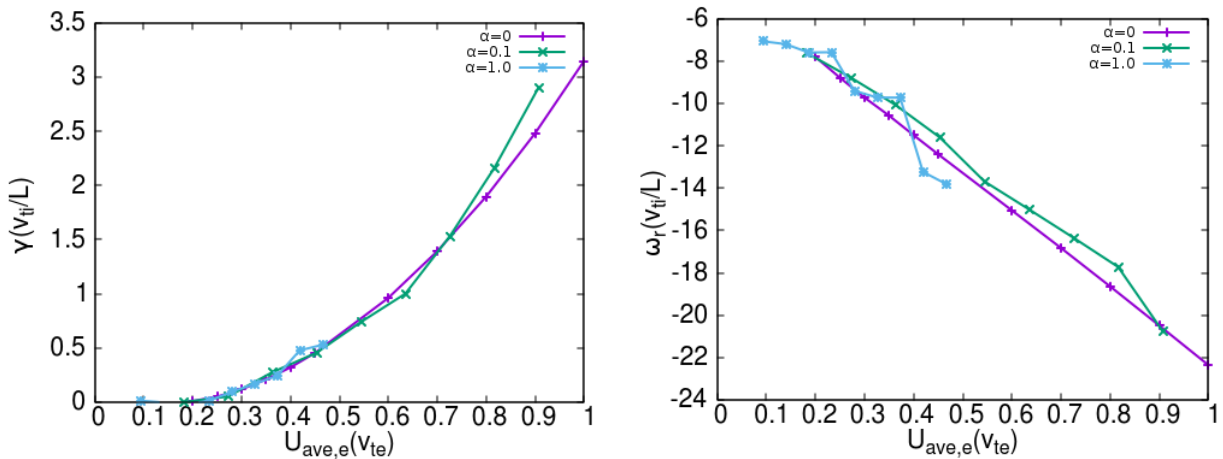


図 6.5 各平均ビーム振幅 \bar{U}_{eq} に対する成長率と実周波数。紫が $\alpha = 0$ 、緑が $\alpha = 0.1$ 、水色が $\alpha = 1$ のケースを表す。成長率、実周波数はスペクトル分布のピーク値での数値を記載している。

図(6.6)は $\alpha = 1$ のケースについて $t = 150, 155, 162, 165L/v_{ti}$ における $\phi_1, A_{||1}$ の x 方向分布のスナップショットを示している。どの時刻においても $\phi_1, A_{||1}$ 共に実部と虚部で位相が $\pi/2$ ずれていることがわかる。 $t = 150, 155, 162L/v_{ti}$ と時間が経過すると二つの波束が振幅を増大させながら $x = 0$ から左右に伝搬してゆくことを確認できる。図(6.3)に示したエネルギーの時間発展との対応を考えると、揺動のエネルギーが急激に増加する $t = 150L/v_{ti} \sim 155L/v_{ti}$ の間はビーム速度が大きい $x = 0$ から伝播する波束が増幅されつつ左右に伝搬してゆく。一方、 $t = 162L/v_{ti}$ に見られるように波束が $x = \pm l_x$ の境界方向へと伝搬するにつれてエネルギーの増加はゆるやかになる。その後、 $t = 165L/v_{ti}$ では $x = 0$ 周辺で再び波束が成長しエネルギーが増大し始める。このように波束の振幅の時間発展と

エネルギーの時間変化に相関を持った振る舞いが見られる。

図 (6.7) は ϕ_1 の k_x スペクトル分布を示す。その時間変化に着目すると、スペクトルのピーク波数に変動することがわかる。図 (6.7) において、 $t = 150, 165L/v_{ti}$ では $k_x \rho_i \sim 1.25$ にあるピークが $t = 164L/v_{ti}$ では $k_x \rho_i \sim 1$ の低波数側にシフトしている。一方、波束が $x \sim 0$ 周辺で増幅される $t \sim 165L/v_{ti}$ では再び $k_x \rho_i \sim 1.25$ が増大している。図 (6.6) においても $t = 155L/v_{ti}$ より $t = 162L/v_{ti}$ の場合に波長がやや長くなり、対応した波長の変化が確認できる。

以上の結果を 5 章の一様ビーム場の成長率の k_\perp 依存性を踏まえてまとめると、まず $k_y = 0$ の場合、KAW は x 方向に伝播する。その中で $x \sim 0$ 周辺で $k_x \rho_i \sim 1$ モードが成長しつつ伝播するが、ビーム速度が小さくなる外側まで伝わると高波数モードは減衰するが、代わりに低波数モードが成長している。この低波数モード ($k_x \rho_i \sim 1$) が成長し、 $x = \pm l_x$ の境界を横切って中心部へ伝播する前に、高波数モード ($k_x \rho_i \sim 1.2$) が再び $x \sim 0$ 付近で成長し、新たな波束がビーム中心から外側に向けて伝搬し始めると考えられる。

図 (6.8) は $t = 150L/v_{ti}$ での摂動分布関数 f_{1e} の実部の xv_\parallel 位相空間構造を表している。流体近似のもとでの KAW の z 方向の位相速度は式 (5.20) で与えられるが、 $t = 165L/v_{ti}$ において $k_x \rho_i \sim 1.2$ の成分がスペクトルのピークを与えているので、位相速度を見積もると、

$$\frac{\tilde{\omega}}{\tilde{k}_z} = V_A \sqrt{1 + 1.2^2} \sim 1.562 V_A \sim 0.258 v_{te} \quad (6.25)$$

となる。図 (6.8) を見ると、 $x = \pm 0$, $v_\parallel = -0.25 v_{te}$ 付近に強い変動が現れており、波動との共鳴相互作用による特徴を示している。これは電子ビーム不安定により KAW が励起されていることを示唆している。また共鳴相互作用する x の場所についても、図 (6.6) の波束の成長と対応している。

次に、ポテンシャルの k_x スペクトル分布の U_{eq} への依存性を図 (6.9) で示す。 U_{eq} が増えると、スペクトルのピークが高波数側にシフトする。これは一様分布での分散関係式から導出した成長率の k_\perp 依存性と対応しており、図 (5.4) に示した最大成長率を与える波数のビーム速度依存性の傾向と一致している。

さらに、スペクトル分布のピークを与える波数 k_\perp の α 依存性についても調査した。図 (6.10) は $U_{eq} = 1v_{te}$ の場合の各 α で波数スペクトル分布を示したものである。図 (6.10) が示す通り、 α が大きくなるほど、ピーク位置は低波数側にシフトする傾向を確認できる。また、表 (1) にまとめたように

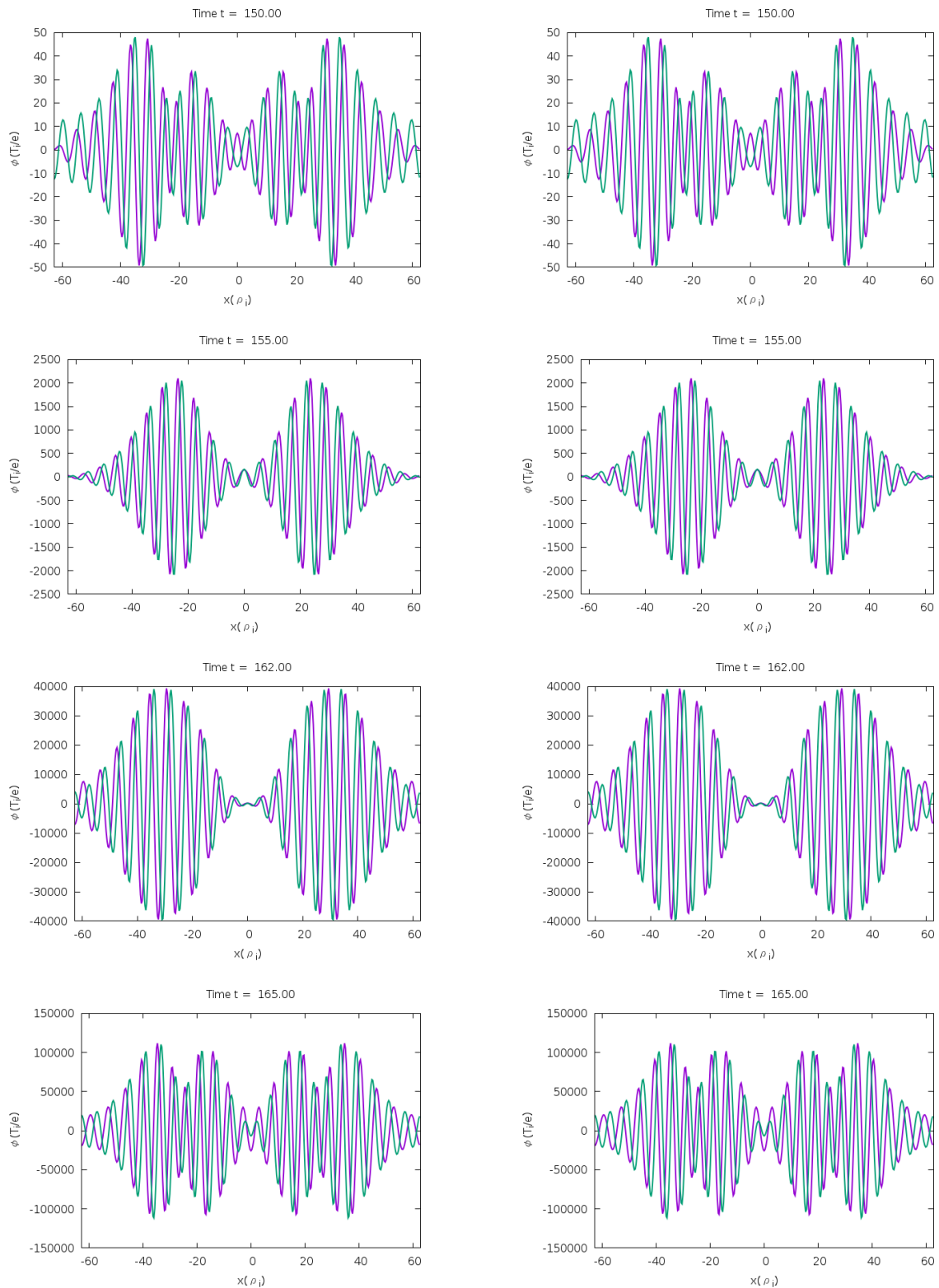


図 6.6 $\alpha = 1, U_{eq} = 1v_{te}$ の ϕ_1 (左図), $A_{\parallel 1}$ (右図) の x 方向構造。上から $t = 150L/v_{ti}$, $t = 155L/v_{ti}$, $t = 162L/v_{ti}$, $t = 165L/v_{ti}$ でのスナップショットである。横軸の単位は ρ_i 。紫が実部、緑が虚部を表している。

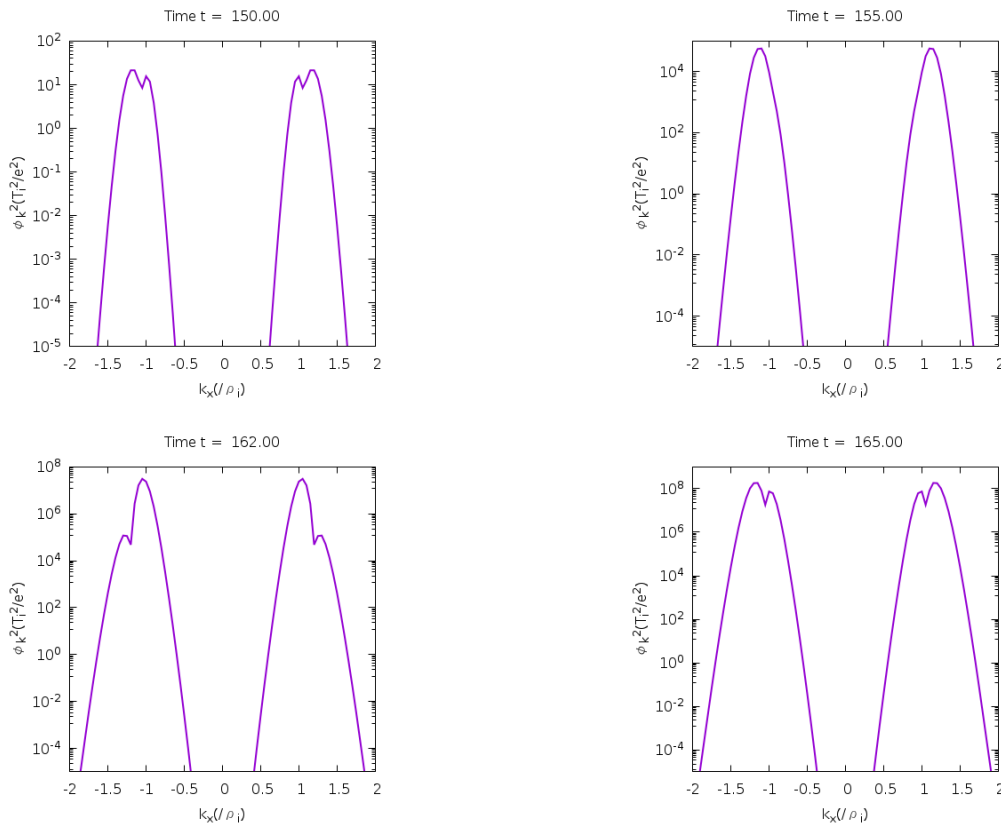


図 6.7 $\alpha = 1$, $U_{eq} = 1v_{te}$ の ϕ_1 の静電ポテンシャル ($|\phi_{1k}|^2$) の kx スペクトル分布。上から $t = 150L/v_{ti}$ 、 $t = 155L/v_{ti}$ 、 $t = 162L/v_{ti}$ 、 $t = 165L/v_{ti}$ でのスナップショットである。横軸の単位は ρ_i である。

α	\bar{U}_s/v_{te}	$k_{\perp}(\gamma_{max}(\bar{U}_s))\rho_i$
0.1	0.907	1.92
1	0.466	1.05
3	0.243	0.55

表 1 各 α に対する \bar{U}_s と一様ビーム \bar{u}_s での最大成長率を取る k_{\perp} 。 k_{\perp} は 5 章の固有値解析を用いて計算した。

\bar{U}_s を用いた最大成長率を与える k_{\perp} と比較すると、図 (6.10) のピーク波数は表 (1) の値よりやや高くなっている。ただし、図 (6.9) に見られるようにスペクトルのピーク波数は $k_x\rho_i = 1.0 \sim 1.25$ の間を周期的に時間変化する点を考慮すると、両者の値には大きな矛盾はないと言える。

以上より、 $k_y = 0$ の場合、 $x \sim 0$ 近傍を伝播する間は高速な電子ビームによって KAW が成長するが、それ以外では成長は抑えられ、またその波数も変化する。実周波数や成長率、卓越する波束のスペクトルは平均ビーム速度 \bar{U}_s に依存している。一方 α が大きくなりビーム分布が $x = 0$ に局在する様になると、平均的なビーム速度 \bar{U}_s が減少するため、ビーム近傍で不安定性が成長したとしても、波の伝播により十分に成長することができず、全体の成長率が低下する。実際、 $\alpha = 10$, $U_{eq} = 1v_{te}$ に

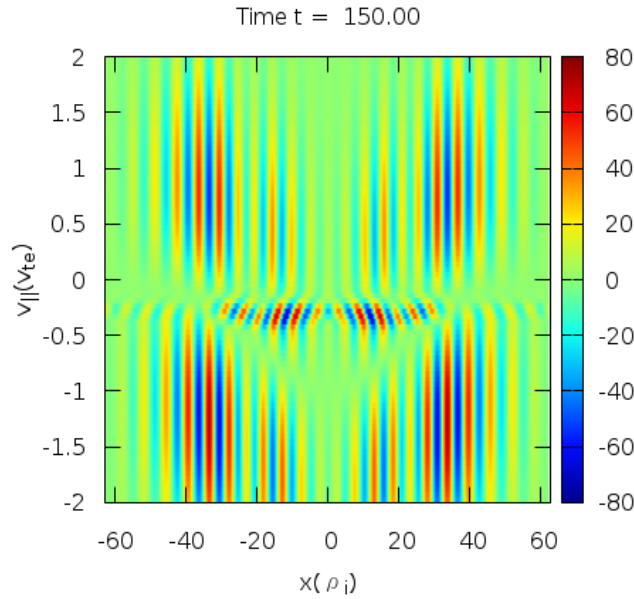


図 6.8 $\alpha = 1, U_{eq} = 1v_{te}$ の場合における $k_y = 0$ での f_{1e} の実部の $xv_{||}$ 平面分布。プロット時刻は $t = 150L/v_{ti}$ で、スペクトルのピーク位置が $k_x = 1.25$ である時刻である。

においては $\bar{U}_s = 0.128v_{te} < V_A$ であり平均ビーム速度が一様ビームでの不安定性の閾値である Alfvén 速度を下回る。このため、 x 方向への伝播ともなつて波の成長が継続的に生じないと考えられる。

6.2.2 低 k_y の場合 ($0 < k_y\rho_i < 1$)

$k_y = 0$ の場合、波はビーム速度が変化する x 方向のみに伝播するので、ビーム速度が小さい領域に波束が伝播するとともに成長率が低下する。逆にもし波の波数が $k_x = 0, k_y \neq 0$ であれば、波はビームが一様な y 方向に伝播して成長を続け、 $k_y = 0$ よりも高い平均成長率を持つことが期待される。本節では、 $k_y \neq 0$ の時、特に y 方向の波数が小さい時 ($k_y\rho_i < 1$) の擾乱の振る舞いが、一様ビームの場合及び $k_y = 0$ の場合と比較してどのように変化するかを述べる。

図 (6.11) は $k_y\rho_i < 0.3$ における γ の k_y 依存性を示している。 $k_y = 0$ の場合では図 (6.4) の通り $\gamma > 0$ で不安定であるが、 k_y が増えるほど $\epsilon_{gk} = 0.1, 0.01$ いずれの場合も成長率が減衰する。 $\alpha = 0.1, k_y = 0, U_{eq} = 0.5v_{te}$ のケースでは擾乱のスペクトルのピーク値は $k_x\rho_i = 1.05$ であり、仮に $k_y\rho_i = 0.3, \alpha = 0.1, U_{eq} = 0.5v_{te}$ が不安定で同じスペクトルのピーク値 $k_x\rho_i = 1.05$ であるならば、 $(k_x\rho_i, k_y\rho_i) = (1.05, 0.3)$ モードが卓越すると考えられる。つまりこのモードは本節冒頭で期待した $k_x = 0, k_y \neq 0$ の状況とは異なり、有限の k_x を持ち、 x 方向への伝播が支配的な状況である。その一

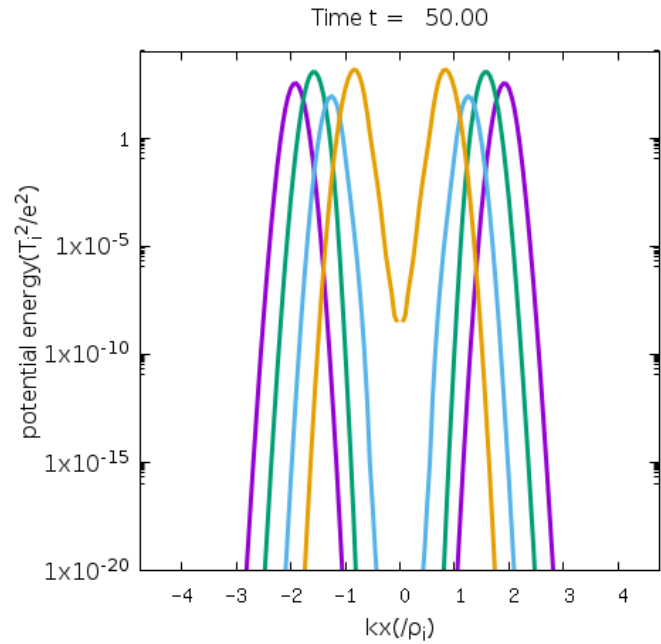


図 6.9 $\alpha = 0.1$ での各 U_{eq} に対する静電ポテンシャル ($|\phi_{1k}|^2$) の k_x 空間の分布図。 $U_{eq} = 0.4v_{te}$ (黄色), $0.6v_{te}$ (水色), $0.8v_{te}$ (緑色), $1.0v_{te}$ (紫色) をプロットしている。また、各グラフは振幅を合わせるために調整を加えている。また時間も成長が大きい時間でのものをプロットしている

方で、 $k_y \rho_i < 0.3$ としたために k_{\perp} が増大したこと、さらに反平行磁場 B_y に沿った y 方向移流項が加わったことと関連していると考えられる。特に後者は磁気シアを通じて安定化に働くと推論される。

一方で、 $\alpha \gg 1$ の時、ビーム幅は $\delta \sim \rho_i$ 程度まで狭くなり、ビームは $x = 0$ 付近に局在する。そこで $\alpha = 100, k_y \rho_i = 0.05, U_{eq} = 1v_{te}$ のパラメータ設定でシミュレーションを実施したところ、図 (6.12) が示すように不安定性が励起され擾乱が急速に成長した。この時の成長率は $\gamma = 11.68v_{ti}/L$ であり、 $k_y = 0$ と一様の場合の結果と比較して大きい。一方、実周波数は $\omega_r = -0.141v_{ti}/L$ で、 $|\omega_r| \ll \gamma$ と非常に小さい値である。図 (6.13) が示すように、 xy 平面構造では $x = 0$ 近傍に $\phi_1, A_{\parallel 1}$ の局在した構造が卓越しておりテアリングモードの持つ固有関数のパリティと合致している。以上のことから擾乱の成長はビーム不安定性によるものではなく、MHD 不安定性、特に反平行磁場の存在からテアリング型の不安定性によるものと推論される。

本シミュレーション設定では x, y 方向に周期境界条件を課し、 y 方向に無限の長さがある細長い電流シートを仮定している。シミュレーション結果は y 方向に複数の X 点が現れテアリング型不安定性が励起されることを示しており、先行研究における抵抗性磁気リコネクションの MHD シミュレーションで示されているプラズモイド不安定と同様の振る舞いである [6][19]。このことは無衝突プラズ

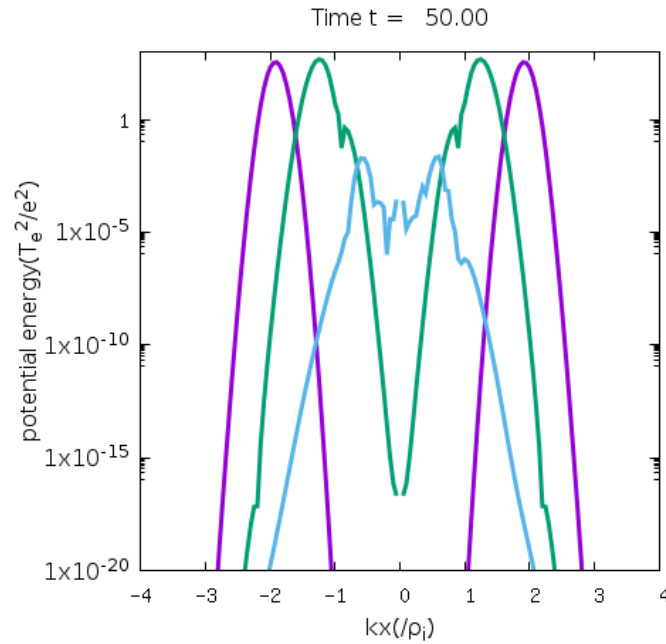


図 6.10 $U_{eq} = 1$ での各 α に対する静電ポテンシャル ($|\phi_{1k}|^2$) の k_x 空間の分布図。 $\alpha = 0.1$ (紫色), $\alpha = 1$ (緑色), $\alpha = 3$ (水色) をプロットしている。また、各グラフは振幅を合わせるために調整を加え、成長が大きい時間でのものをプロットしている。

マ中においても細長い電流シートが形成されればプラズモイド不安定性が励起され得ることを示唆している。

6.2.3 高 k_y の場合 ($k_y \rho_i > 1$)

本節では y 方向の波長が ρ_i 程度の高波数の場合 ($k_y \rho_i > 1$) の解析結果について述べる。

$\alpha = 0.1, k_y \rho_i = 1.2, U_{eq} = 0.5 v_{te}$ のケースについて解析を実施した。図 (6.14) は $k_y \rho_i = 1.2$ における ϕ^2 のエネルギー時間発展を示している。図 (6.3) と異なり $t > 1L/v_{ti}$ から指数関数的に成長している。この時の成長率は $\gamma = 18.2 v_{ti}/L$ と一様ビーム ($\alpha < 0$) の場合の最大成長率よりもはるかに大きく、また実周波数は $\omega_r \sim 10^3 v_{ti}/L \sim 10 \omega_{c,i}$ である。ここで z 方向の背景磁場と反平行成分を合わせた全磁場 $\mathbf{B}_{tot} = \mathbf{B}_{eq} + \mathbf{B}_1$ に対する平行方向の波数ベクトルは

$$k_{\parallel} = k_z - \epsilon_{gk}^{-1} k_y \frac{\partial_x \langle A_{\parallel eq} \rangle}{B_0} \tag{6.26}$$

で与えられることに注意すると、ここで用いたパラメータ設定 ($\alpha = 0.1, U_{eq} = 1 v_{te}, \epsilon_{gk} = 0.01$) では

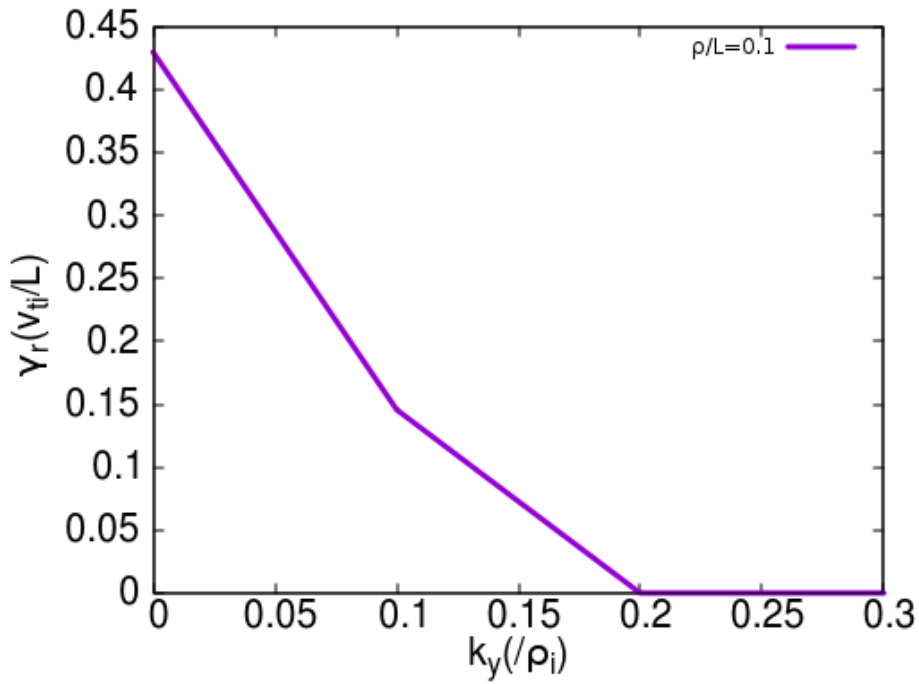


図 6.11 $U_{eq} = 0.5v_{te}$, $\alpha = 0.1$, $\epsilon_{gk} = \rho_i/L = 0.1$ における成長率の k_y 依存性。横軸が時間 $t(L/v_{ti})$ 、縦軸が成長率 $\gamma(v_{ti}/L)$ を表す。

実効的な平行方向波数は

$$k_{\parallel} \sim \rho_i^{-1} \tag{6.27}$$

となっている。ここで見られる高い波数と周波数は、ジャイロ運動論の適用条件 ($k_{\parallel} \ll k_{\perp}$, $\omega \ll \omega_{c,i}$) に反しているため、この不安定性モードで物理的に妥当なものとして受け入れることはできない。この原因は、設定した反平行磁場成分がガイド磁場と同程度のオーダーにあり、実効的な平行方向波数が $k_{\parallel}\rho_i \sim 1$ となってしまうためである。ここで、より k_{\parallel} の小さな KAW に対応した波がビーム不安定性により励起される可能性を議論するため、以下では式 (6.18) を簡約化したモデルを考える。

式 (6.18) の $A_{\parallel eq}$ が含まれる Poisson 括弧の項を 0 とすると、

$$\begin{aligned} \partial_t f_{1s} + ik_{\parallel} v_{\parallel} f_{1s} + \frac{e_s}{m_s} \langle -ik_{\parallel} \phi_1 - \partial_t A_{\parallel 1} \rangle_s \partial_{v_{\parallel}} F_{eq,s} \\ - ik_y \langle \phi_1 - v_z A_{z1} \rangle_s \partial_x F_{eq,s} = 0. \end{aligned} \tag{6.28}$$

と書ける。この方程式は式 (6.18) を座標変換 $\xi = x, \eta = y - \theta(x)z, \zeta = z$ によって磁気座標 (ξ, η, ζ)

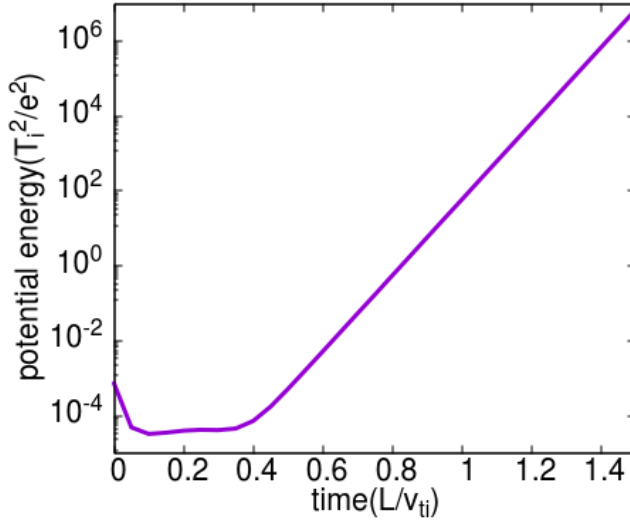


図 6.12 $U_{eq} = 1v_{te}, \alpha = 100, \epsilon_{gk} = 0.01, k_y = 0.05$ における静電ポテンシャルエネルギー ($|\phi|^2$) の片対数グラフ。横軸が時間 $t(L/v_{ti})$ 、縦軸がエネルギーを表す。

に変換して得られる式と対応している。ここで $\theta(x) = \epsilon_{gk}^{-1} \partial_x \langle A_{\parallel eq} \rangle$ であり、 $\partial_x \rightarrow \partial_\xi + z \partial_x \theta \partial_\eta, k_y \rightarrow k_\eta, k_z \rightarrow k_\zeta - \theta(x) k_y$ へ対応する。ここで磁気シアの効果が除かれており、磁気シア効果が不安定性に与える影響をこの結果から評価できる。この式を用いて $\alpha = 0.1, k_y \rho_i = 1.2, U_{eq} = 0.5v_{te}$ のケースについて解析を行ったところジャイロオーダリングに反するような高周波数は現れず、KAW の成長が見られた。その結果について以下で議論する。

図 (6.15) はポテンシャルエネルギーの時間発展を示す。擾乱のエネルギーは $t > 20L/v_{ti}$ から指数関数的に時間発展しており、詳しく見ると、 $20L/v_{ti} < t < 40L/v_{ti}$ と $40L/v_{ti} < t$ では違う傾きであることが確認できる。成長率及び実周波数は前者の場合、 $\omega_r = -17.9v_{ti}/L, \gamma = 0.55v_{ti}/L$ で、後者の場合 $\omega_r = -14.5v_{ti}/L, \gamma = 0.33v_{ti}/L$ であった。これは $k_y = 0$ の場合に見られた KAW の周波数、成長率の $\omega_r = -11.9v_{ti}/L, \gamma = 0.45v_{ti}/L$ 、ならびに一様ビームの場合の結果、 $\omega_r = -13.7v_{ti}/L, \gamma_{homo}(U_e = 0.5v_{te}) = 0.603v_{ti}/L$ と同程度であり、KAW が励起されたことを示している。成長率は $20L/v_{ti} < t < 40L/v_{ti}$ の区間で $k_y = 0$ のケースより大きく、一様の場合より小さい。一方、実周波数は $k_y = 0$ や一様の場合いずれよりも高くなっている。 $40L/v_{ti} < t$ では、 $U_e = 0.4v_{te}$ の一様ビームの場合の $\gamma_{homo}(U_e = 0.4v_{te}) = 0.32v_{ti}/L$ と同程度である。

図 (6.16) は $t = 33L/v_{ti}$ と $t = 54L/v_{ti}$ における ϕ の xy 平面構造を示す。 $k_y = 0$ の場合と異なり、

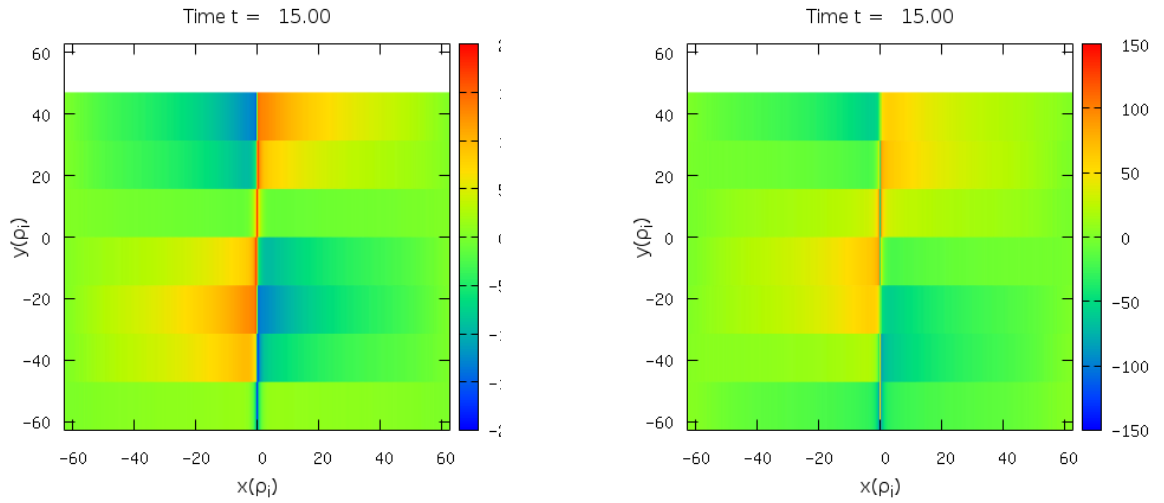


図 6.13 $U_{eq} = 1v_{te}, \alpha = 100, \epsilon_{gk} = 0.01$ における $\phi_1, A_{\parallel 1}$ の xy 平面構造。

波は主に y 方向に伝播し、 $t = 33L/v_{ti}$ ではビームの存在領域で波束が成長していることが確認できる。 $t = 54L/v_{ti}$ では全域にわたって波が伝搬しているが、 $x = \pm l_x$ で最も大きな振幅を持っている。 $x = \pm l_x$ でのビーム速度は $U_e = 0.4v_{te}$ であり、 $t = 33L/v_{ti}$ と $t = 54L/v_{ti}$ の波の卓越している領域のビーム速度と成長率は一様場の場合のものと同じである。

図 (6.17) が示すとおり、 $t = 33L/v_{ti}$ の時点で k_x のスペクトル分布は $k_x \rho_i = -0.5$ でピークを取る。一方で、 $t = 54L/v_{ti}$ では、 $-0.7 < k_x \rho_i < 0$ の広い範囲でスペクトルが有限の値を持つ。 $k_y = 0$ と比べ、いずれの場合も $k_x = 0$ で有限の振幅を持っている点特徴的である。 $t = 33L/v_{ti}$ において、波数ベクトルは $(k_x \rho_i, k_y \rho_i) = (-0.5, \pm 1.2)$ の方向に向き、この時の k_{\perp} は $k_{\perp} \rho_i = \sqrt{k_x^2 \rho_i^2 + k_y^2 \rho_i^2} = 1.3$ である。この y 方向を含んだ斜め伝播により、 $k_y = 0$ の場合よりもより長くビーム速度が速い領域を伝播できるので成長を続けることができると考えられる。今回用いたパラメータでは、 k_x が有限であるため、 $k_y = 0$ の場合と同じようにエネルギーの成長に周期的な変化が現れる。しかし、 k_x 成分が支配的ではなく、 x 方向への位相速度は減少し、変化の周期が長くなっている。また、 $k_x = 0$ 成分は常に一定の成長率を持つので、エネルギーの成長が波束の位置のビーム速度に応じた指数関数的な成長の振る舞いを見せていると考えられる。上記の描像は 6.2.3 節冒頭で述べた状況、すなわち $k_y \neq 0$ ではビームが一様な方向 (y 方向) に波が伝播するため、 $k_y = 0$ よりも効率的にビーム不安定性が励起されるという推論と対応している。

さらに、 f_{1e} の xv_{\parallel} 平面構造についても着目すると、図 (6.18) が示す通り、 $t = 33L/v_{ti}, 54L/v_{ti}$ の

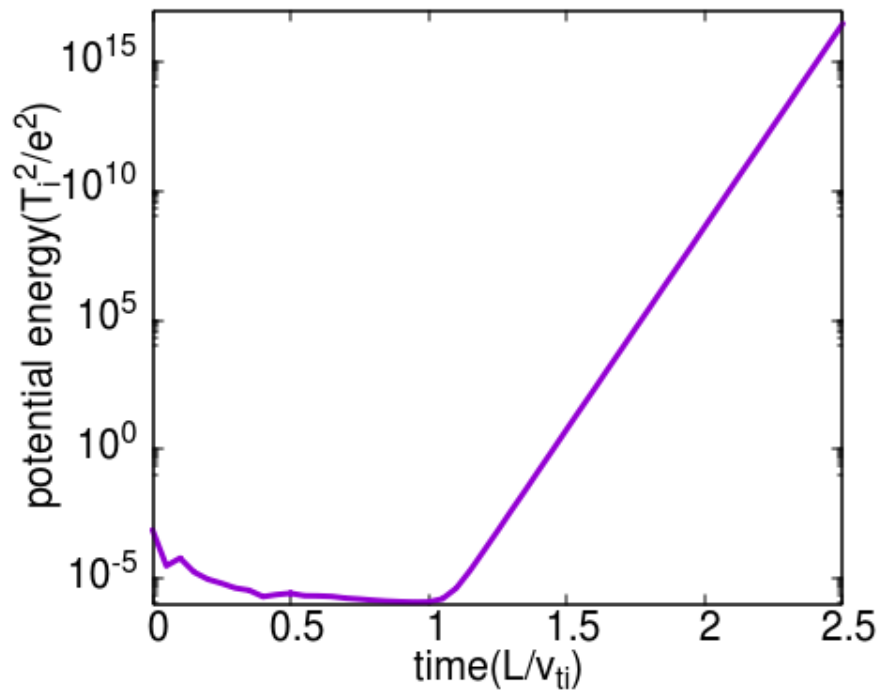


図 6.14 $U_{eq} = 0.5v_{te}$, $\alpha = 0.1$, $\epsilon_{gk} = 0.01$, $k_y = 1.2$ における静電ポテンシャルエネルギー ($|\phi|^2$) の片対数グラフ。横軸が時間 $t(L/v_{ti})$ 、縦軸がエネルギーを表す。

いずれの時点でも、 $v_{\parallel} \sim -0.25v_{te}$ 周辺に $k_y = 0$ の場合と同様の変動成分を持ち、波との共鳴相互作用を示している。図 (6.16) では波束は $\pm x$ 方向に構造を持つ一方で、図 (6.18) では共鳴構造が $x > 0$ に集中しているが、これはシミュレーション内で初期擾乱に持たせた $k_y \rho_i = \pm 1.2$ の二つの k_y モードから $k_y \rho_i = +1.2$ モードのみを抽出しているからであり、 $k_y \rho_i = -1.2$ モードでは図 (6.16) と x に関して鏡像対象な構造が現れる。 $t = 54L/v_{ti}$ は $t = 33L/v_{ti}$ よりも x 方向に関して共鳴する範囲が広い。これは図 (6.16) で全域で波が成長することと対応する。

ただし、ここで用いた簡約化モデルでは磁気座標に伴う磁気シアにより磁場に沿って k_{\perp}^2 が増大する効果が入り入れられていない。そのため、 $k_y \rho_i \sim 1$ でのビーム不安定性の定量的な評価は3次元磁気座標を用いたシミュレーションコードでの解析が必要であり、今後の課題として残されている。

6.3 まとめ

本章では、非一様ビーム場で駆動される不安定性について、ジャイロ運動論的シミュレーションを用いた初期値解析を実施した。その結果、ゆらぎのモード構造によってビーム不安定性の異なる成長

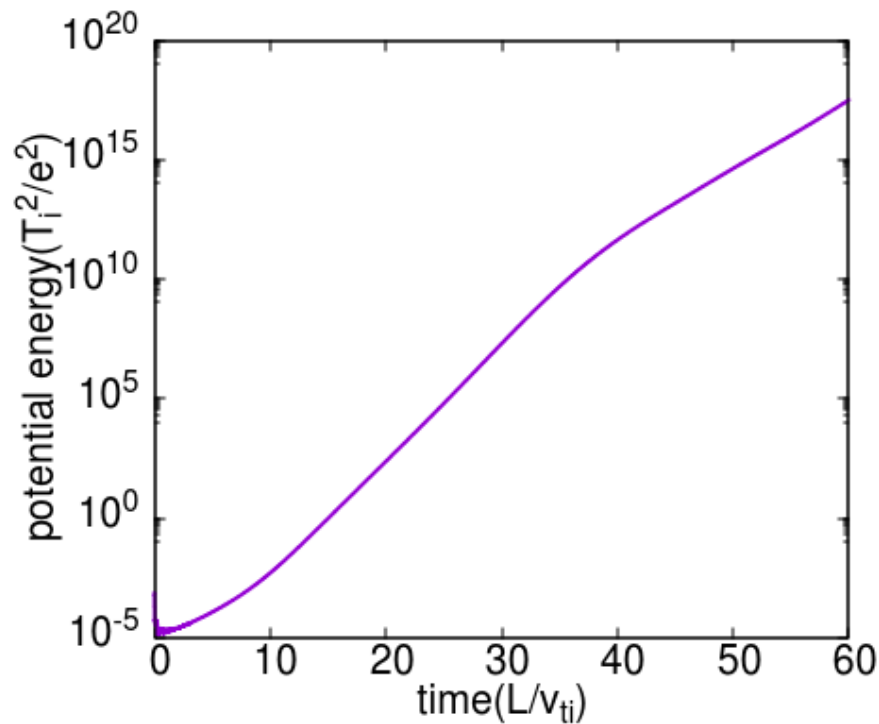


図 6.15 簡約化モデルを用いた $U_{eq} = 0.5v_{te}$, $\alpha = 0.1$, $\epsilon_{gk} = 0.01$, $k_y = 1.2$ における静電ポテンシャルエネルギー ($|\phi_1|^2$) の片対数グラフ。横軸が時間 $t(L/v_{ti})$ 、縦軸がエネルギーを表す。

パターンを見出した。

リコネクション磁場方向に一様なゆらぎを仮定した場合 ($k_y = 0$)、KAW は $k_{\perp}\rho_i \sim 1$ 程度の波長を持つ波束の形で x 方向に伝播し、エネルギーは周期的に振動しつつ成長することが明らかになった。また、エネルギーが急速に成長するタイミングはビーム振幅が高い場所で波束が成長し、ゆるやかになるタイミングではビーム速度が小さい領域に伝播していることを確認した。また、スペクトル分布を見ると、成長率が增大するタイミングで高波数成分が卓越し、減衰するタイミングでは低波数側にピークがシフトすることがわかった。さらに、時間平均した実周波数、成長率は空間平均したビーム速度 \bar{U}_s によって決定されることを示した。ビーム幅が狭くなる (α が大きくなる) ほど成長率も低下するという結果を \bar{U}_s の減少によって説明できる。実際、 $\alpha = 10$, $U_{eq} = 1v_{te}$ において、 $\bar{U}_s = 0.128v_{te} < V_A$ であり、シミュレーション結果も安定であった。

リコネクション磁場方向に有限波数を持つ場合 ($k_y \neq 0$)、 $k_x^2 \gg k_y^2$ の場合では、 x 方向に伝播する波の不安定性が y 方向磁場成分の磁気シア効果によって安定化された。またビーム幅が $\delta \sim \rho_i$ 程度まで局在すると、テアリング不安定性の急激な成長が確認された。この不安定性は、抵抗性磁気リコネクションで見られるプラズモイド不安定性に対応するものと考えられる。一方で、 $k_x^2 \ll k_y^2$ の場

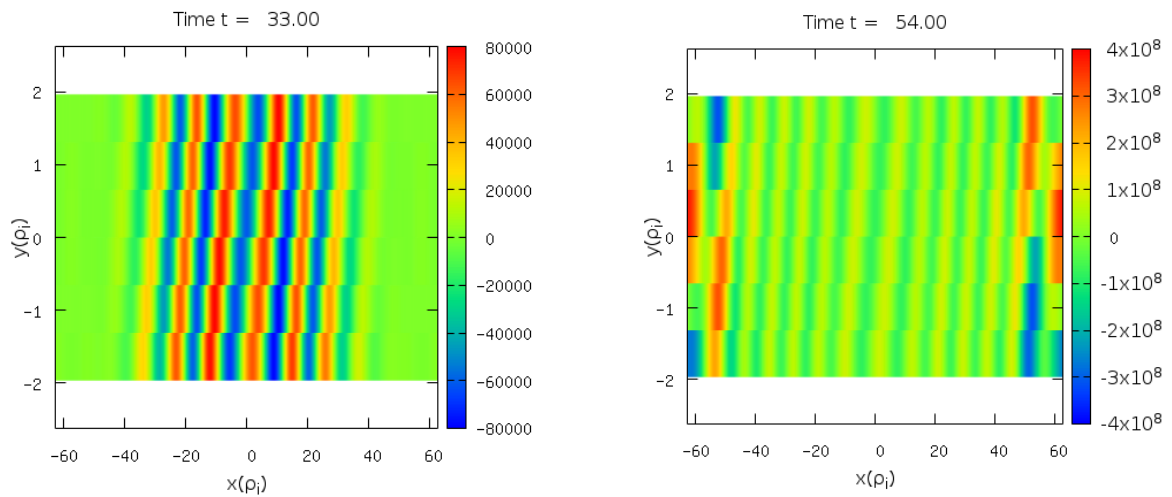


図 6.16 $U_{eq} = 0.5v_{te}$, $\alpha = 0.1$, $\epsilon_{gk} = 0.01$, $k_y = 1.2$ における ϕ_1 の xy 分布構造。 $t = 33L/v_{ti}$ (左) と $t = 54L/v_{ti}$ (右) のものをプロットした。

合は、現在のモデルでは反平行磁場成分により、高い k_{\parallel} を持つ波が成長しており、ジャイロ運動論オーダリングと整合しない。反平行磁場成分を簡約化したモデルでは、波はビームに沿ってより長い時間伝播することが可能となる結果が得られたが、磁気座標への座標変換を取り入れたモデルを用いた解析が必要である。

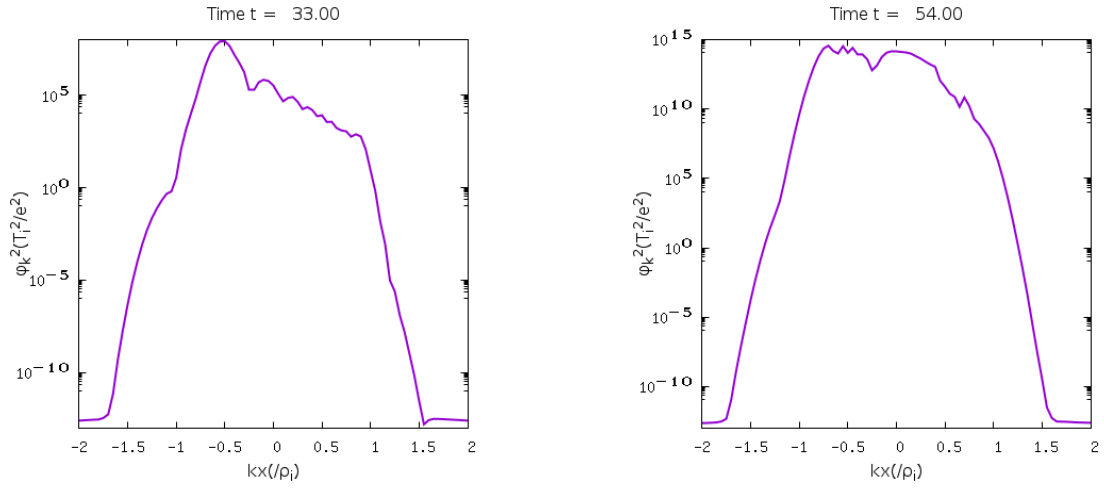


図 6.17 $U_{eq} = 0.5v_{te}$, $\alpha = 0.1$, $\epsilon_{gk} = 0.01$, $k_y = 1.2$ における $|\phi_{1k}|^2$ の k_x 平面構造。 $t = 33L/v_{ti}$ (左) と $t = 54L/v_{ti}$ (右) のものをプロットした。

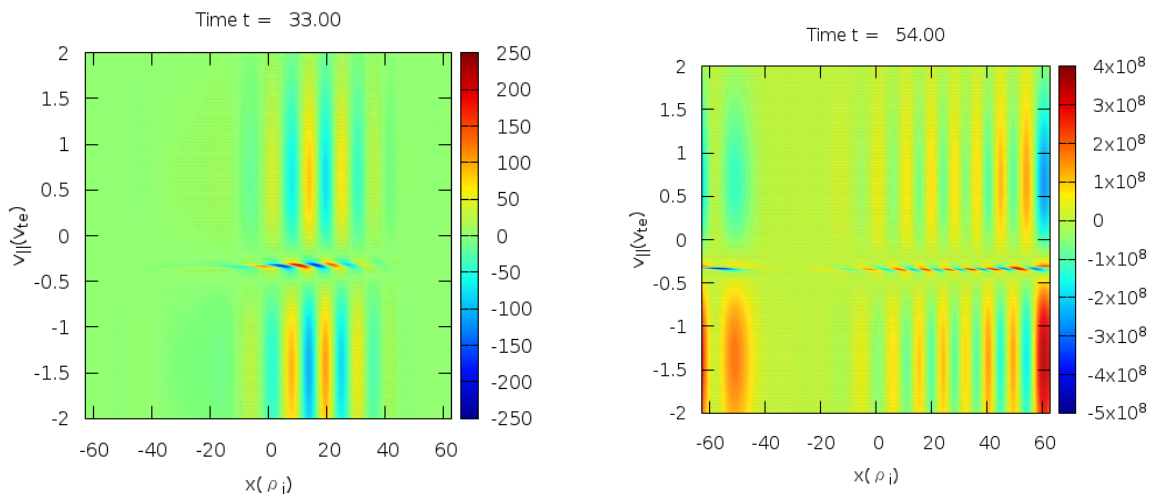


図 6.18 $U_{eq} = 0.5v_{te}$, $\alpha = 0.1$, $\epsilon_{gk} = 0.01$, $k_y = +1.2$ における $Re[f_{1e}]$ の xv_{\parallel} 平面構造。 $t = 33L/v_{ti}$ (左) と $t = 54L/v_{ti}$ (右) のものをプロットした。

7 まとめ

強ガイド磁場下での無衝突プラズマ中の磁気リコネクションとそれに関わる微視的不安定性の自発的励起過程について、ジャイロ運動論に基づく理論解析と数値シミュレーションを用いて研究を行った。その結果、リコネクション電場による加速により X 点上において Alfvén 速度以上の電子ビームが自発的に形成されることがわかった。ついで系の対称性を用いた理論解析から、X 点上の速度分布関数構造を導出した。また非一様ビーム下においても平均電子ビーム速度が Alfvén 速度を超えると不安定性によって KAW が励起されることが明らかになった。さらに非一様ビーム場においてビーム速度が一様な方向に KAW が伝播すれば指数関数的な成長が期待される。

第 3 章では、強ガイド磁場下での無衝突磁気リコネクションのシミュレーションを実施し、リコネクション中の電磁場構造と分布関数構造について調べた。初めに電磁場と電流構造の解析を行った。この時の磁場構造はセパトリクスが X 字型に開き、電流構造はセパトリクスに沿う形で発達した。この時の電流シートの薄さは電子スキン長 (d_e) 程度であり、先行研究で見られた無衝突磁気リコネクションの特徴をよく再現していた。リコネクション電場は X 点上で電子を加速し、X 点上の速度分布関数構造の形を保ちながら、磁場に平行方向に加速されることを確認した。またビームの加速量 ΔU_s は再結合した磁束 ΔA_{\parallel} と比例し Alfvén 速度を超える電子ビームを自発的に形成する。ただし、 $F_{tot,s}$ の x 方向分布は cusp 型形状が発達し、有限の解像度ではビーム構造が分解することが困難になる。

第 4 章ではモデル方程式の対称性を示し、磁気リコネクション中の電磁場及び分布関数構造との対応を調べた。今回用いたモデルでは xy 平面のパリティ対称性と xyp_{\parallel} 空間での周期的な対称性が保存される。 xy 平面のパリティ対称性によって、 p_{\parallel} 座標を用いた場合、X 点上の $F_{tot,s}$ の速度空間分布は不変であることが解析的に導かれ、また v_{\parallel} 座標では ΔU_s は ΔA_{\parallel} によって決定されることも解析的に示された。この X 点上での速度分布関数構造に関する解析解は、Vlasov-Maxwell 方程式、MHD 方程式からは導かれないものであり、ジャイロ運動論を用いたアプローチの有用性を示している。また xyp_{\parallel} 空間の対称性は、原点と四隅の X 点の振る舞いを反転させることに対応している。

第 5 章では、X 点近傍で形成される電子ビームによる不安定性について、固有値解析を行った。ジャイロ運動論的方程式から、磁場に平行な電子ビーム U_e がある時の分散関係式を導出し、実周波数と成長率を求め、波数とビーム速度への依存性について調べた。線形成長率は $U_e = v_{te}, m_e/m_i = 1/1836$

で $k_{\perp}\rho_i \sim 2.25$ でピークを持つ分布をとった。また、ビーム速度に応じる最大成長率を調べ、 $U_e > V_A$ で不安定性が励起されることを確認した。すなわち、一様ビームの仮定の下では、Alfvén 速度を超える電子ビームが形成されると KAW が不安定化され、磁気リコネクションよりも十分高速に成長し得ることを示した。

第6章では、非一様場での KAW の不安定性解析を行った。ビーム振幅とビーム幅に対応する二つのパラメータ (U_{eq}, α) で非一様性を制御できるように平衡分布を設定し、初期値解析を用いて擾乱の時間発展を調べた。リコネクション磁場方向に一様な揺動 ($k_y = 0$) の場合、波束の形を保ちつつ波が成長し、ビームを横切る方向へ伝播する。擾乱のエネルギーは周期的に振動しつつ成長し、実周波数、成長率、スペクトルのピーク値は空間平均したビーム速度 \bar{U}_s に依存することを見出した。リコネクション磁場方向に有限波数がある ($k_y \neq 0$) 場合、 y 方向の反平行な移流が加わる。 $k_x^2 \gg k_y^2$ の時、有限の k_y は磁気シア効果によりビーム不安定性の安定化に働く。一方で強い空間不均一性をもつビーム ($\alpha > 10$) においては、電流シートが $\delta \sim \rho_i$ 程度まで局在すると無衝突プラズマ中においてもテアリング型不安定性が発生し得ることが示された、

本研究の課題は次の三つである。非一様場での不安定性解析で使用したモデル式は磁場の平行方向にジャイロオーダリングに反するほどの高周波成分が含まれ、正確な物理描像の計算が難しくなっている。反平行磁場成分を簡約化したモデルを用いた解析では $k_x^2 \ll k_y^2$ の時、波は主に y 方向に伝播しながらビームと相互作用する結果が得られているが、磁気座標への座標変換を取り入れたモデルでさらなる解析が必要である。また、実際の磁気リコネクション構造を平衡量とした不安定性解析を行い、リコネクション中で KAW が励起されるかどうかを調べる必要もある。そしてその励起が磁気リコネクションにどのように影響を及ぼすかを調査するために、実空間3次元、速度空間1次元のジャイロ運動論シミュレーションを行う必要がある。

8 謝辞

本論文をまとめるにあたり、直接のご指導を賜りました、名古屋大学大学院理学研究科プラズマ理論研究室の渡邊智彦教授に深く感謝の意を表します。渡邊教授には研究テーマの選定から本論文の完成に至るまで、ご多忙の中貴重なお時間を割いていただき多々のご助言と励ましのお言葉を頂戴しました。心より篤く御礼申し上げます。また、同研究室の前山伸也講師には、数々の貴重なご助言、ご指導を頂きました。ここに改めて、御礼申し上げます。

また、京都大学エネルギー科学研究科の石澤明宏准教授には計算機シミュレーションに関してのご協力を頂き、また数多くのご助言をいただきました。大変感謝しております。

最後に、ご協力いただいた全ての方々に心より感謝いたします。

A Sweet-Parker モデルのタイムスケール

Sweet-Parker モデルは密度一様、非圧縮プラズマを仮定している。抵抗性磁気流体方程式における Ohm 則は次式の通りである。

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J} \quad (\text{A.1})$$

上式に $\nabla \times$ を作用させ、マクスウェル方程式を用いて書き直すと、誘導方程式が導ける。

$$\partial_t \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \eta' \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (\text{A.2})$$

ここで、抵抗率 η は定数とし、 $\eta' = \eta/\mu_0$ である。 μ_0 は真空の透磁率を表す。定常モデルを仮定しているので $\partial_t = 0$ であり、左辺第一項は消去でき、最終的に次式のように書ける。

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \eta' \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (\text{A.3})$$

y 方向に並進対称性を持つ二次元の磁気リコネクションを考える。プラズマの流出方向に x 軸、流入方向に z 軸をとる。質量保存の法則より、プラズマ粒子の流入量と流出量は等しいことを用いると次式が成り立つ。

$$v_z L = v_x \delta. \quad (\text{A.4})$$

ここで、 L はリコネクション層の長さ、 δ は厚さを表す。 x 方向磁場成分が持つ単位面積あたりの磁気エネルギー $B_x^2/2\mu_0$ が磁気リコネクションにより x 方向の運動エネルギーへと変換されたとすると、質量を m 、数密度を n として、

$$\frac{nmv_x^2}{2} = \frac{B_{0x}^2}{2\mu_0}, \quad (\text{A.5})$$

が成り立つ。これらの式を用いて磁気リコネクションのタイムスケールを求める。式 (A.5) を v_x について解くと、

$$v_x = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 n m}} = V_A \quad (\text{A.6})$$

となる。ここで、 V_{Ax} は x 方向磁場強度 B_{0x} で与えられる Alfvén 速度であり、流出速度は V_{Ax} と等しいことがわかる。式 (A.3) については x 成分に着目し、 z 方向の変化スケールを δ とすることで $\nabla \sim \partial_z \sim 1/\delta$ と近似して、

$$v_z = \frac{\eta'}{\delta}, \quad (\text{A.7})$$

が与えられる。式 (A.7)、(A.6) を式 (A.4) に代入し、 v_z について解くと、Lunquist 数 $S = V_{Ax} L / \eta'$ を用いて次の関係式が求められる。

$$v_z = \frac{V_A}{\sqrt{S}} \quad (\text{A.8})$$

このモデルにおける磁気リコネクションのタイムスケール T_{SP} について考える。式 (A.3) より、ごく簡単な見積もりとして流入する磁気エネルギー $B_x^2/2\mu_0$ が磁場散逸によって全て散逸すると仮定すれば、外部領域からのエネルギー流入量率そのまま磁気リコネクション率と等しくなる。ポインティングベクトルの定義は、

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} = \frac{B_{x0}^2}{\mu_0} \mathbf{v}_z$$

であり、理想磁気流体の凍結条件を用いると外部領域からの y 方向の単位長さあたりのエネルギー流入量 Q は S の z 成分に面積 L^2 をかけて、(y 方向の電流シートの長さを L としている。)

$$Q = \frac{v_z B^2 L^2}{\mu_0} \quad (\text{A.9})$$

で与えられる。これを磁気エネルギー $B_x^2 L^2 / 2\mu_0$ で割ればリコネクション率 T_{sp}^{-1} が求められ、

$$2T_{SP}^{-1} = \frac{Q}{B_x^2 L^2 / 2\mu_0} \quad (\text{A.10})$$

$$T_{SP}^{-1} = \frac{v_z}{L} = \frac{V_A}{L\sqrt{S}} \quad (\text{A.11})$$

となる。磁気フラックスの釣り合いからも同じ関係式が得られる。式 (A.11) から分かるように抵抗率が小さくなると (S が大きくなるほど)、磁気リコネクション率は低下してしまう。

参考文献

- [1] D. Biskamp, *Magnetic Reconnection in Plasmas* (Cambridge Univ., Cambridge, 2000) p. 49.
- [2] E. Priest, *Magnetic Reconnection MHD theory and Applications* (Cambridge Univ., Cambridge, 2009) C.5.
- [3] M. Yamada, R. Kulsrud and H. Ji, *Rev. Mod. Phys.*, **82**, 1(2010)
- [4] R. G. Giovanelli *Nature* **158**, 81(1946)
- [5] J. Birn, and E. R. Priest, in *Reconnection of Magnetic Fields: Magnetohydrodynamics and Collisionless Theory and Observations*, edited by J. Birn and E. R. Priest(Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2007) p.3
- [6] K. Shibata ,et al., *Science* **318**, 1591 (2007)
- [7] W. Hughes, in *Introduction to Space Physics*, edited by M. Kivelson and C. Russell(Cambridge University Press, London, 1995) p. 227.
- [8] S. von Goeler, W. Stodiek, and N. Sauthoff, *Phys. Rev.Lett.***33**, 1201 (1974).
- [9] J. Wesson, *Tokamaks* (Clarendon, Oxford, 1987)
- [10] J. Birn, J. F. Drake, M. A. Shay, B. N. Rogers, R. E. Denton, M. Hesse, M. Kuznetsova, Z. W. Ma, A. Bhattacharjee, A. Otto and P. L. Pritchett, *J. Geophys. Res.* **106**, 3715-3720 (2001).
- [11] P. Sweet, in *Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics* edited by B. Lehnert(Cambridge Univ, New York, 1958) p.123
- [12] E. Parker, *Astrophys. J., Suppl. Ser.* **8**, 177 (1963)
- [13] W. Lyatsky and M. L. Goldstein, *Nonlin. Processes Geophys.*, **20**, 365-377 (2013).
- [14] H. Petschek, *Proceedings of the AAS-NASA Symposium on the Physics of Solar Flares*(NASA SPec. Pub. 50, NASA, Washinton, D.C., 1964) 425.

-
- [15] C. S. Wu, *AstroPhys. Journal*, **472**, (1996).
- [16] D. Biskamp, *Phys. Fluid*, **29**(5), (1986).
- [17] M. Inomoto, and N. Naoto, *J. Plasma, Fusion Res.* **89**, 11 (2013)
- [18] K. Shibata, and S. Tanuma, *Earth Planets Space* **53**, 473-482 (2001)
- [19] N. F. Loureiro, A. A. Schekochihin, and S. C. Cowle, *Phys. Plasmas* **14**, 100703 (2007)
- [20] V. Vasyliunas, *Rev. Geophys. Space Phys.* **13**, 30 (1975).
- [21] J. Dungey, *in Physics of Magnetopause*, edited by P. Song, B. Sonnerup, and M. Thomsen, AGU Monograph **90**(AGU, Washington, D.C.) p.8 (1995).
- [22] C. T. Russell, and R. C. Elphic, *Geophys. Res. Lett.* **6**, 33 (1979).
- [23] F. S. Mozer, S. Bale, and T. D. Phan, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 015002 (2002).
- [24] M. E. Mandt, R. E. Denton, and J. F. Drake, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 73 (1994).
- [25] Z. W. Ma, and A. Bhattacharjee, *Geophys. Res. Lett.* **23**, 1673 (1996).
- [26] P. L. Pritchett, *J. Geophys. Res.* **106**, 3783 (2001).
- [27] D. Biskamp, E. Schwarz, and J. F. Drake, *Phys. Plasmas* **4**, 1002 (1997).
- [28] Horiuchi, R., and T. Sato, *Phys. Plasmas* **4**, 277 (1997).
- [29] A. Y. Aydemir, *Phys. Rev. Lett.* **71** 3802 (1992).
- [30] M. Ottaviani and F. Porcelli, *Phys. Rev. Lett.* , **71**, 23 (1993).
- [31] D. Grasso, F. Califano, F. Pegoraro, and F. Porcelli, *Phys. Rep.* **26**, 512-518(2000).
- [32] A. Biancalani, and B. D. Scott, *Europhys. Lett.* **97**, 15005(2012).
- [33] M. Yamada, Y. Ren, H. Ji, J. Breslau, S. Gerhardt, R. Kulsrud, and A. Kuritsyn, *Phys. Plasmas* **13**, 052119 (2006).
-

-
- [34] C. Birdsall, and A. Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation* (McGraw-Hill, New York)(1985).
- [35] T. Sugiyama, and K. Kusano, *J. Comp. Physiol.***227**,1340 (2007).
- [36] B. U. Sonnerup , *Comput. Phys. Commun.***49**, 14(1988).
- [37] L. R. Lyons, and D. C. Pridmore-Brown, *J.geophys. Res.***95**, 20903(1990).
- [38] H. J. Cai,, D. Q. Ding, and L. C. Lee, *J. Geophys. Res.* **99**, 35 (1997).
- [39] M. Hesse, K. Schindler, J. Birn, and M. Kuznetsova, *Phys. Plasmas***6**, 1781(1999).
- [40] M. M. Kuznetsova, M. Hesse, and D. Winske, *J. Geo-phys. Res.* **106**, 379 (2001).
- [41] D. Biskamp, and K. Schindler, *Plasma Phys.* **13**, 10 (1971).
- [42] R. Horiuchi, and T. Sato, *Phys. Plasmas* **1**, 358 (1994).
- [43] M. Kivelson, and C. Russell, *Introduction to Space Physics* (Cambridge University Press, London) (1995).
- [44] A. Kuritsyn, M. Yamada, S. Gerhardt, H. Ji, R. Kulsrud, and Y. Ren, *Phys. Plasmas* **13**, 0557 (2006).
- [45] M. Yamada, Y. Ono, A. Hayakawa, M. Katsurai, and F. Perkins, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 721 (1990).
- [46] Y. Ono, A. Morita, M. Katsurai, and M. Yamada, *Phys. Fluids* **B5**, 3691(1993).
- [47] M. Yamada, H. Ji, S. Hsu, T. Carter, R. Kulsrud, N. Bretz, F. Jobs, Y. Ono, and F. Perkins, *Phys. Plasmas* **4**, 1936(1997a).
- [48] M. Yamada, H. Ji, S. Hsu, T. Carter, R. Kulsrud, Y. Ono, and F. Perkins, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 311(1997b).
- [49] E. Pucci, S. Usami, H. Ji, X. Guo, R. Horiuchi et al, *Phys. Plasmas* **25**, 122111(2018).

-
- [50] P. L. Pritchett, and F. V. Coroniti, *J. Geophys. Res.* **109**, A01220 (2004).
- [51] J. P. Eastwood, M. A. Shay, T. D. Phan et al., *Phys. Rev. Lett.* **104**, 205001 (2010).
- [52] Y. Yagi, and N. Kawashima, *Jpn. J. Appl. Phys., Part 2* **24**, L25 (1985).
- [53] A. G. Frank, , S. Y. Bogdanov, V. S. Markov, G. V. Ostrovskaya, and G. V. Dreiden, *Phys. Plasmas* **12**, 052316 (2005).
- [54] M. Hesse, M. Kuznetsova, and M. Hoshino, *Geophys. Res. Lett.* **29**, 156(2002).
- [55] P. L. Pritchett, and F. V. Coroniti, *J. Geophys. Res.* **109**, A01220(2004).
- [56] P. L. Pritchett, *Phys. Plasmas* **12**, 06230 (2005).
- [57] M. Swisdak, J. F. Drake, M. A. Shay, and J. G. McIlhargey, *J. Geophys. Res.* **110**, A05210 (2005).
- [58] M. Hesse, M. Kuznetsova, K. Schindler, and J. Birn, *Phys. Plasmas* **12**, 1007 (2006).
- [59] M. Hesse, M. Kuznetsova, K. Schindler, and J. Birn, *Phys. Plasmas* **12**, 100704(2005).
- [60] R. Horiuchi, and T. Sato, *Phys. Plasmas* **4**, 277(1997).
- [61] N. Krall, and P. Liewer, *Phys. Rev. A* **4**, 209 (1971).
- [62] D. Winske, *Phys. Plasmas*, **24**1069-76 (1981).
- [63] M. Tanaka, T. Sato, *J. Geophys. Res.* **86**, 5541-52 (1981).
- [64] J. Huba, J. Drake, and N. Gladd, *Phys. Fluids* **23**, 552 (1980).
- [65] W. Daughton, *Phys. Plasmas* **10**, 310 (2003).
- [66] W. Daughton, *J. Geophys. Res.* **104** 28,701-28 (1999)
- [67] P.H. Yoon, Y. Lin, X. Y. Wang, and A. T. Y. Lui, *Phys. Plasmas* **15** 112103(2008).
- [68] J. F. Drake, M. Swisdak, C. Cattell, et al, *SCIENCE* , **299**, p873-877 (2003).
-

-
- [69] H. Che, Phys. Plasmas **24**, 082115 (2017).
- [70] P. M. bellan, *Fundamentals of Plasma Physics* (Cambridge Univ., Cambridge, 2006) p. 36.
- [71] YV. Khotyaintsev, DB. Graham, C. Norgren, A. Vaivads, Astron. Space Sci **6** 70(2019).
- [72] B. N. Rogers, R. E. Denton, J. F. Drake and M. A. Shay, PhysRevLett , **87**, 195004 (2001).
- [73] L. Dai, J. Geophys. Res. **123** 7332-7341 (2018).
- [74] H. huang, Y. Yu, L. Dai, and T. Wang, Geophys. Res. **123** 6655-6669 (2018)
- [75] P. S. Pyakurel, M. A. Shay, C. C. Haggerty, T. N. Parashar, J. F. Drake et al, J. Geophys. Res. **123** 341-349(2018)
- [76] D. J. Gershman, A. F-Vinas, J. C. Dorelli, S. A. Boardsen, L. A. Avanov et al, Nat. Commun. **8**:14719(2017)
- [77] H. Sugama, J. Plasma Fusion. Res **79**, 2 (2002).
- [78] S. Markidis, G. Lapenta et al, Mathematics and Computers in Simulation, **80** 1509-1519 (2010)
- [79] M.hesse, Y.-H. Liu, L.-J.Chen, N. Bessho, S. Wang et al, Phys.Plasmas **25**, 032901(2018).
- [80] M.Hirota, J. Plasma Fusion. Res **92**, 12 (2016).
- [81] E. Cafaro, D. Grasso, F. Pegoraro, F. Porcelli and A. Saluzzi, Phys. Rev. Lett. , **80**, 20 (1998).
- [82] P.H. Rutherford and E.A. Frieman, Phys. Fluids **11**, 569 (1968).
- [83] T.M. Antonsen, Jr. and B. Lane, Phys. Fluids **23**, 1205 (1980).
- [84] J.R. Cary, Phys. Rep. **79**, 129 (1981).
- [85] X, Garbet, Y. Idomura, L.Villard and T. H. Watanabe, Nucl Fusion **50** (2010).
- [86] M. J. Pueschel, F. Jenko, D. Told et al, Phys. Plasmas **18**, 112102 (2011).
- [87] A. Ishizawa and T.-H. Watanabe, Phys. Plasmas **20**, 102116 (2013).

-
- [88] R. Numata and N. F. Loureiro, *Phys. Plasmas* **81**, 305810201 (2015).
- [89] S. Kobayashi, BN. Rogers, R.Numata, *Phys. Plasmas* **21** 040704 (2014).
- [90] A. Ishizawa, S. Maeyama, T.-H. Watanabe and H. Sugama, *J. Plasma Physics* **81**, 43510203 (2015).
- [91] R. C. Davidson, N. T. Gladd, C. S. Wu and J. D. Huda, *Phys. Fluids* **20**, 301 (1977).
- [92] T. A. Carter, H. Ji, F. Trinchouk, M. Yamada and R. M. Kulsrud, *Phys. Rev. Lett*, **88**, 015001 (2001).
- [93] Yi-Hsin Liu, W. Daughton, H. Li, S. Peter Gary, *Phys. Plasmas* **21**, 022113(2014).
- [94] M.Hirota, Y. Hattori, and P. J. Morrison, *Phys. Plasmas* **22**, 052114 (2015).
- [95] R. Horiuchi and T. Sato, *Phys, Plasmas* **6**, 12 (1999).
- [96] T. Moritaka, R. Horiuchi and H. Otani, *Phys, Plasmas* **14**, 102109 (2007).
- [97] T. S. Hahm, W. W. Lee and A. Brizard, *Phys, Fluids* **31** 1940, (1988).
- [98] A. Hasegawa, *J. Geophys. Res.* **81**, 5093 (1976).
- [99] K. Shimomura, T.-H. Watanabe, S. Maeyama, A. Ishizawa, *Plasmas and Fusion Res.* **15**, 1401084(2020)