

報告番号	甲 第 13593 号
------	-------------

主 論 文 の 要 旨

論文題目 原子気体ボース・アインシュタイン凝縮体
におけるトポロジカル相と輸送現象
(Topological Phase and Transport
Phenomena in Cold Atomic Bose-Einstein
Condensates)

氏 名 大橋 輝道

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、申請者の研究成果[1,2]をまとめたものである。本論文は、原子気体ボース・アインシュタイン凝縮体におけるトポロジカル相および輸送現象の解明を目的とした。構成は以下の通りである。

第1章では、本論文の研究背景について紹介する。

第2章では、本論文の理論的背景と関連実験について紹介する。原子気体ボース・アインシュタイン凝縮体(BEC)は、冷却原子系と呼ばれる、レーザー光などで真空中に捕獲した極低温の原子集団で形成される。この冷却原子系の特徴として、系全体がほぼ孤立量子系で、相互作用、内部自由度、空間次元などを高精度に制御可能であることが挙げられる。光学技術を駆使することにより、実験と理論を定量的に比較でき、かつ、固体電子系では実験不可能だった未開拓領域まで研究可能な系として様々な現象が観測されている。ボース・アインシュタイン凝縮とは、ボース粒子の同じ状態を際限なく取ることができる統計性から、系を構成する巨視的な数の粒子が最低エネルギー状態を占有する相転移現象である。今日では $U(1)$ ゲージ対称性の自発的破れによる現象として広く理解され、破れた対称性に関係したギャップレス励起の南部・Goldstoneモード(NGモード)が現れることが知られている。このような凝縮体からの励起の性質は Bogoliubov 方程式 (以下、Bogoliubov ハミルトニアンと呼ぶ) を用いた解析から理解できる。

BEC における Bogoliubov ハミルトニアンの特徴として、擬エルミート性と Particle-hole

対称性を有する非エルミートであることが挙げられる。この非エルミート性はボゾンの統計性のみ由来し、それを反映して励起スペクトルにしばしば複素数や対角化不可能な点（例外点）が現れる[3]。つまり、BECにおける Bogoliubov 準粒子系は本質的に非エルミート系である。この非エルミート性のもたらす物性解明が、本論文での主題である。

BECにおける複素固有値をもつモードは励起エネルギーがゼロで、ひとたびこのモードが現れると指数関数的に増大し凝縮体を不安定化させる。この不安定性を動的不安定性と呼び、エネルギー保存系の冷却原子系において BEC に支配的な影響を与える。実験的にも超流動カレントの減衰や強磁性相転移後の磁化過程として観測されている[4]。一方、非エルミート系は一般に粒子数非保存の開放系で現れる[5]。非エルミート系の代表的な現象に一方輸送がある[6]。これは粒子の流入流出がある物質中を光が伝搬する系で、左右どちらかの進行波が例外点において完全透過するという著しい特徴をもち、1次元光学系で観測されている。このように複素スペクトルや例外点が現れる領域で新奇な物理が創発する。また、トポロジーで特徴付けられる相（トポロジカル相）の概念が非エルミート系へ拡張[7,8]され、益々注目を集めている。このような背景から、BECにおける非エルミート性が新奇なトポロジカル物性および輸送現象を創発すると期待される。上記の BEC におけるトポロジカル相と輸送現象に関する詳細はそれぞれ第3章、第4章に記載した。

第3章では、1次元 BEC におけるトポロジカル相を特徴付けるトポロジカル不変量の一般化に関する研究成果についてまとめる[1]。近年、トポロジーで特徴付けられる相（トポロジカル相）は固体物理をはじめとする様々な分野で大きな成功を収め、現代物理学の大きな潮流のひとつになっている。トポロジカル相の特徴は波動関数が波数空間で非自明なトポロジーを有すると、必ずギャップレスな端状態が現れる点である。この対応関係をバルクエッジ対応と呼ぶ。この物質相の研究は整数量子ホール効果の発見[9]に端を発し、今日では絶縁体や超伝導体など様々な系に拡張され、実験と理論の双方から盛んに研究されている。冷却原子気体においても、波動関数のトポロジーを制御・検出する研究[10]が活発に行なわれている。例えば、原子気体 BEC の Bogoliubov 準粒子におけるトポロジカル相の研究は1次元[11]、2次元系[12]に対して活発に議論され、Bogoliubov ハミルトニアンがもつ固有の擬エルミート性を反映し、トポロジカル不変量が変更されることが明らかになった。しかし、これらの先行研究では、励起スペクトルが実数の場合に限られていた。そこで、本研究では1次元 Bogoliubov 励起バンドに複素数や例外点を伴う場合におけるトポロジカル物性の解明を目的として、そのような励起バンドにトポロジカル不変量が定義可能であるか、またバルクエッジ対応が成り立つかという問題に取り組んだ。

これらの問題を解決するために、まず双直交基底を用いてトポロジカル不変量（ベリー位相と巻きつき数）を拡張した。ベリー位相が例外点で定義不可能という問題に対して、擬エルミート性の性質から例外点が波数の実軸上に点として存在することを見出し、複素運動量平面上に積分経路を取ることで例外点を避けてベリー位相を定義した。また、時間反転演算子の構造を考慮すると1次元時間反転対称な系のトポロジカル不変量である巻き

つき数が常に自明な値しか取り得ないことがわかった。バルクエッジ対応を確認するために、2つの Toy Model [時間反転対称な場合とそうでない場合、また両モデルともに空間反転対称性を有する]で数値的に調べた。その結果、複素固有値が存在する場合でも空間反転対称性に保護された端状態が存在し、バルクエッジ対応が成り立つことがわかった。本研究は系の詳細に依らない対称性のみに基づいたものであるため、マグノンなどボゾンの Bogoliubov ハミルトニアンで記述される一般的な系に適応可能である。

第4章では、1次元 BEC における輸送現象に関する研究成果についてまとめる[2]。準粒子励起の概念は基底状態の性質から非平衡輸送現象に至るまで量子多体系の基本的な性質を理解する上で重要な役割を果たしている。特に、自発的対称性が破れた系の低エネルギーの性質は、対称性の破れによるギャップレス NG モードの影響を強く受ける。例えば、スピノル BEC にはフォノンやスピン波 (マグノン) が存在し、それぞれ $U(1)$ ゲージ対称性と $SO(3)$ スピン回転対称性の破れに関係する NG モードである。BEC のトンネル効果は BEC の準粒子励起の性質を強く受け、異常トンネル効果と呼ばれる現象がある。異常トンネル効果とは、BEC 中の NG モードである準粒子励起が低エネルギー極限で、ポテンシャル障壁を完全透過する現象である[13]。異常トンネル効果の研究は、スカラー BEC とスピノル BEC において、超流動カレントがある場合、ジョセフソン電流との関係、不純物がある場合など、様々な状況に拡張されている。このような詳細な研究により、入射波が NG モードであれば、低エネルギー極限で凝縮体波動関数と一致するため、入射波はポテンシャル障壁の両側に広がり完全透過すると理解されている。現在までに動的安定な場合に関して調べられてきたが、昨今の PT 対称な非エルミート系において例外点で一方向輸送が現れる研究から、動的不安定な BEC におけるトンネル効果は興味深い問題であり、本研究の動機である。

本研究では、動的不安定な BEC のトンネル効果を網羅的に調べるために、2成分 BEC とスピン 1 polar BEC の2つのモデルで解析した。2つのモデルの大きな違いは、準粒子励起であるスピン波が NG モードであるか、そうでないかである。スピン 1 polar BEC はゼーマン効果によりスピン回転対称性が明示的に破れるため、スピン波は NG モードではない。したがって、2つのモデル解析からトンネル効果における NG モードの役割を明らかにすることが可能である。以上のセットアップで有限要素法を用いてポテンシャル障壁に対する透過率、反射率を数値的に求めた。2つのモデルの解析結果から、動的不安定な2成分 BEC において完全透過することを発見した。ただし入射波と凝縮体波動関数が一致すると完全透過するという条件から、入射エネルギーの実軸ではなく虚軸に沿うゼロエネルギー極限で起こる。一方で、スピン 1 polar BEC では、スピン波が NG モードではないため、どのパラメータでも完全透過は起こらないことがわかった。その代わりに、入射波のエネルギーが長波長極限の運動エネルギーと一致すると、透過率は共鳴的に増加することがわかった。また、純虚数の入射エネルギー $|\text{Im}E|$ が最大値で完全反射が起こることがわかった。このエネルギーでは入射波と反射波が一致することにより準粒子波動関数が強く抑制され、

完全反射が起こると理解できる。また、2つのモデルで完全反射が起こる事実から、この起源は NG モードに無関係であることも示唆している。さらに、凝縮体の運動を記述する Gross-Pitaevskii 方程式によるトンネル効果の実時間ダイナミクスの解析も行なった。本研究では、ポテンシャル障壁の片側にのみに運動量をもつ不安定なスピン波を加え、その揺らぎがポテンシャルの両側でどのように成長するのかを調べた。その結果、完全透過に近いモードの場合は、ポテンシャル障壁の影響をほとんど受けず、長時間一様系での成長で近似可能であり、また、その揺らぎはポテンシャル障壁の反対側にまで透過していくことがわかった。一方で、完全反射するモードの場合は、ポテンシャル障壁の影響を強く受け、ポテンシャル障壁の反対側にその揺らぎが透過しないことがわかった。完全反射は成長が最も速いモードで起こるため、この特徴は実験で観測可能であることがわかった。

第5章は、本博士論文全体のまとめである。

参考文献

- [1] T. Ohashi, S. Kobayashi, and Y. Kawaguchi, “Generalized Berry phase for a bosonic Bogoliubov system with exceptional points”, *Phys. Rev. A* **101**, 013625 (2020).
- [2] T. Ohashi and Y. Kawaguchi, “Perfect Transmission and Perfect Reflection of Bogoliubov Quasiparticles in a Dynamically Unstable Bose-Einstein Condensate”, *J. Phys. Soc. Jpn.*, **90**, 034501 (2021).
- [3] Y. Kawaguchi and M. Ueda, *Phys. Rep.* **520**, 253 (2012).
- [4] L. E. Sadler, J. M. Higbie, S. R. Leslie, M. Vengalattore, and D. M. Stamper-Kurn, *Nature* **443**, 312 (2006).
- [5] R. El-Ganainy, K. G. Makris, M. Khajavikhan, Z. H. Musslimani, S. Rotter, and D. N. Christodoulides, *Nat. Phys.* **14**, 11 (2018).
- [6] Z. Lin, H. Ramezani, T. Eichelkraut, T. Kottos, H. Cao, and D. N. Christodoulides, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 213901 (2011).
- [7] Z. Gong, Y. Ashida, K. Kawabata, K. Takasan, S. Higashikawa, and M. Ueda *Phys. Rev. X* **8**, 031079 (2018).
- [8] K. Kawabata, K. Shiozaki, M. Ueda, and M. Sato *Phys. Rev. X* **9**, 041015 (2019).
- [9] D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale, and M. den Nijs, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 405 (1982).
- [10] Jotzu, G., M. Messer, R. Desbuquois, M. Lebrat, T. Uehlinger, D. Greif, and T. Esslinger, *Nature* **515**, 237 (2014).
- [11] G. Engelhardt and T. Brandes, *Phys. Rev. A* **91**, 053621 (2015).
- [12] S. Furukawa and M. Ueda, *New J. Phys.* **17**, 115014 (2015).
- [13] Y. Kagan, D. L. Kovrizhin, and L. A. Maksimov, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 130402 (2003).