別紙４

報告番号	※　　　　第　　　　号

主　論　文　の　要　旨

論文題目 Two-term silting complexes over algebras with small Loewy length and complete special biserial algebras
(短い Loewy 列を持つ多元環と完備特殊双列多元環上の２項準傾複体)

氏　　名 青木 利隆

論　文　内　容　の　要　旨

Grothendieck と Verdier によって導入された導来圏はホモロジー代数学の基本である。これは代数幾何や表現論、ミラー対称性などの多領域で必要不可欠な概念であり、その構造の解明は数学における一大テーマである。導来圏の研究において、傾理論はとりわけ重要な役割を果たす。傾理論における中心的な概念は傾加群と傾複体であり、これらは森田理論における射影生成加群の一般化と捉えることができる。実際、傾複体の自己準同型環は元の多元環と導来同値、すなわち導来圏が三角圏として同値になることが知られている。傾複体の一般化として、準傾複体の概念が Keller-Vossieck によって導入された。近年の研究として、相原-伊山による準傾変異は準傾複体同士を関連付け、これらの全体を組み合せ論的に扱う手段を提供した。また、これらは導来圏における様々な不変量(導来 Picard 群、Bridgeland 安定性空間)とも関係する。さらに、準傾複体を２項(0 と-1 次以外の項が零の複体)に制限すると、加群圏の様々な対象(台 τ 傾加群、ねじれ類、中間 t 構造)とも関係する。したがって、２項準傾複体の分類、構成を行うことは有限次元多元環の表現論において基本的な問題の一つである。

本論文の目的は与えられた多元環のクラスに対して、２項準傾複体の分類を与えること、及びそれらの性質を調べることである。本論文は２つの部からなる。第１部では短い Loewy 列を持つ多元環について、第２部では特殊双列多元環及び gentle 多元環のクラスについて、それぞれ得られた結果を述べる。

第 1 部の前半では Loewy 列の長さが 2 の多元環上の 2 項準傾複体の分類に関する結果を述べる。このクラスの多元環上の表現論は 1970 年代の Gabriel の研究に始まり、付随する遺伝的多元環との安定同値(安定圏の同値)が重要な役割を果たしてきた。本研究では、上記の対応を基に、これらの多元環の間の 2 項準傾複体の関係を考察し、明らかにした。すなわち、2 項準傾複体と適当な遺伝的多元環上の傾加群との間に全単射を構成した。系として、有限個の 2 項準傾複体を持つ場合を Dynkin 図形の観点から特徴付けた。第 1 部の後半では、Loewy 列の長さが 3 である対称多元環における研究結果を述べる。このクラスの多元環の 2 項準傾理論は Loewy 列の長さが 2 の多元環のものに帰着されることが知られている。前半の結果を適用することで、2 項準傾複体の個数が有限となる場合の完全なリストを有限グラフを用いて与えた。さらに、リストのそれぞれに対し 2 項準傾複体の個数を計算した。

第 2 部では主に gentle 多元環上の 2 項準傾複体を研究する。ここでは目的のため、gentle 多元環の完備化である完備 gentle 多元環を扱う。これは一変数冪級数環上有限生成であり、一般に有限次元多元環ではないが、2 項準傾理論を有限次元多元環の場合と同様に扱うことができることが分かっている。中心的な役割は、完備 gentle 多元環の点付き曲面への幾何的実現によって果たされる。目的の一つは、2 項準傾複体に対応する幾何モデルをこの曲面上に構成することである。そのため、対象として点付き曲面上の特別な曲線である laminate と、互いに非交差な laminate からなる集まりである lamination を考える。ここで、閉曲線も扱うことが本論文の大きな特徴の一つである。これらを用いて以下の全単射を示す。

{non-closed laminates} → {直既約 2 項前準傾複体}/isom

{complete laminations} → {2 項準傾複体}/isom

ここで、complete lamination とは、互いに非交差な non-closed laminate の集まりで、集合として極大なものを指す。この曲面モデルを通して、2 項準傾複体の g ベクトルの性質に関する主結果として、実 Grothendieck 群における g ベクトル錐の稠密性を証明する。証明の鍵は、closed laminate に関する Dehn twist における g ベクトルの漸近的な振る舞いを考察することにある。一方で、完備特殊双列多元環は完備 gentle 多元環の商として得られる多元環であり、このことから完備特殊双列多元環における g ベクトル錐の稠密性も示される。第 2 部の終わりに、特殊双列多元環の特別なクラスである Brauer 木多元環上の 2 項準傾複体の数え上げを行い、それらの個数が$\binom{2n}{n}$であることを示す。この多元環は上記曲面モデルを共有するため、complete lamination を具体的に計算することで果たされる。