

論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※	第	号
------	---	---	---

氏 名 古屋 貴士

論文題目

Reconstruction methods for inverse scattering problems

(散乱逆問題における再構成手法について)

論文審査担当者

主 査 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 理学博士
木 村 芳 文

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 博士（理学）
杉 本 充

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 博士（理学）
加 藤 淳

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 理学博士
内 藤 久 資

論文審査の結果の要旨

物体の内部の状況を外部から観測されるデータのみから推測するという、工学では非破壊検査、医学ではトモグラフィーといった多岐にわたる分野からの要請に由来する問題（逆問題）に対して、その数学的な理論の裏づけを与える研究が近年国内外において盛んに行われている。内部の状況が観測データに反映することを正当化する問題（順問題）とは異質の困難さがあり、挑戦的かつ魅惑的な研究領域となっている。逆問題の研究は、主に一意性と再構成との二つの主題から構成されている。一意性とは観測データから未知の情報が一意に定まるかという問題であり、再構成とは観測データから未知の情報を構成する公式を与える問題である。一意性は純粋に数学上の問題であるのに対して、再構成においては数学的に与えられた手順に基づき数値計算を行い、実際に視覚的に再構成されているかを確認するまでが求められている。さらに、この再構成の手法は逐次的方法と非逐次的なサンプリング法の2つに大別されており、その理論の整備と適用範囲の拡張が主たる課題として研究が進められている。前者は Tikhonov 正則化による最適化問題を反復的に解くことにより未知の障害物を推定していく方法であり、Kalman filter の手法などがこれにあたる。後者は、このような最適解に委ねることなく障害物を直接再構成するものであり、函数解析の理論に立脚した因数分解法や単調法などの手法が代表的である。

古屋氏の主要な研究成果は、逆問題の中でも特に散乱逆問題に関するものである。障害物を想定した外部境界値問題や全空間におけるポテンシャル項付きのヘルムホルツ方程式などにおいては、(放射条件のもとでは) 与えられた入射波に対する散乱波が順問題として一意的に定まることが知られているが、逆にその散乱波の空間遠方における漸近形（すなわち散乱振幅）から障害物を定めることが、ここでの散乱逆問題に相当している。

古屋氏の第1の成果は、性質の異なる複数個の障害物がある場合の散乱逆問題において、その障害物をサンプリング法により再構成する方法を与えるものである。この種の問題のために開発された因数分解法を用いた既存の研究では、単独の障害物の場合においてすらその未知の物体に対して何らかの先験的な仮定をおく必要があったが、因数分解法を独自に改良することにより先験的な仮定を回避した設定が可能である事を主張している。さらに、この方法により複数個の障害物の場合も扱えるようになった点においても古屋氏の方法論は優れている。

古屋氏の第2の成果は、障害物が曲線のような体積を持たない場合（例えば亀裂など）の散乱逆問題における再構成問題を扱ったものである。因数分解法は、ある点が障害物に属するための必要十分条件を与える指標関数を構成するという点サンプリングにより再構成を行うものであり、未知の障害物が曲線のような体積を持たない障害物の場合には相性は悪い。そこで、もともとは境界値逆問題のために開発された単調法とよばれる領域比較によるサンプリング法を改良し、テスト用の領域が未知の曲線を含んでいることを判定するための指標関数を上手く構成することにより、領域サンプリングによる再構成に成功している。さらにこの理論に基づいた数値計算を行い、視覚的にも曲線の形が再構成されることも実証している。

さらに上記二つの成果に関連して、古屋氏は第3の成果として散乱逆問題における因数分解法と単調法の関連性についても考察している。因数分解法の1つの特徴として、振幅関数から定まる指標関数を構成する本質的議論が関数解析の枠組みによる一般論で整備されているのだが、この一般論の本質的な間違いを指摘し正しいものに修正したうえで、その修正版の因数分解法ですら扱うことができないが単調法では扱う

論文審査の結果の要旨

ことが可能となったり、単調法による方が因数分解法によるよりも未知領域に関する先天的仮定が少なくなったりする散乱逆問題について議論しており、単調法の因数分解法に対する優位性を示唆する結果を導出している。

以上が古屋氏の散乱逆問題に関する主要な成果であるが、これら以外にも非線型ヘルムホルツ方程式を考えた場合の散乱逆問題において、その一意性が成立するための非線型項に対する十分条件を論じた成果や、ポテンシャル項をもつヘルムホルツ方程式において Kalman filter の手法を用いて反復法によりポテンシャルを再構成する方法論の構築などの幅広い成果もあげている。

以上のように、古屋氏の学位論文は散乱逆問題において新しい知見を与えたものであり、学位論文として十分な内容を持つものである。またその内容は、既に5編の出版論文および2編のプレプリントとして公表されている。

本論文に関する公開学位審査セミナーは2020年12月22日に行われたが、それは古屋氏の問題意識とその解決への基本的アプローチおよび主結果の意義などが非専門家にもよく伝わるように工夫されたものであり、古屋氏が博士の学位を取得するに十分な高い学識を有することを確認させるものであった。

以上により、学位審査委員会は申請者には博士（数理学）の学位が授与される資格があるものと判断する。