別紙４

報告番号	※　　　　　　第　　　　　号

主　論　文　の　要　旨

論文題目　Cluster categories of formal dg algebras and hereditary Calabi-Yau categories
（形式的 dg 代数の団圏と遺伝的カラビ・ヤウ三角圏）

氏　　　名　埴原 紀宏

論 文 内 容 の 要 旨

多元環の表現論の大きな目標は、与えられた環に付随する種々の圏構造を理解することである。そこでは最も基本的な対象である加群圏に加えて、導来圏、特異圏、団圏などの種々の三角圏が重要な研究対象として現れる。本論文の主題は、このような三角圏、特に微分次数付き (differential graded, dg) 代数に付随する団圏における団傾理論である。

団傾理論は今世紀に入ってから、団代数の圏化や高次元 Auslander-Reiten 理論を起源として発展し、今日では様々な分野との関係を含めて活発に研究されている。団傾理論において特に重要な概念が Calabi-Yau (CY) 三角圏における団傾対象である。団傾対象は団代数における団の圏論的対応物であると同時に、高次元 Auslander-Reiten 理論の観点からは加群圏の高次元化である。

CY 三角圏で団傾対象を持つものの最も基本的な例は Buan–Marsh–Reineke–Reiten–Todorov によって導入された箙の団圏であり、それは箙の道多元環の導来圏の軌道圏として定義される。この団圏の大幅な一般化として、Amiot により dg 代数による定式化が与えられた。Calabi-Yau 性を持つ dg 代数（CY dg 代数）に対してその団圏は、完全導来圏の有限次元 dg 加群のなす三角部分圏による Verdier 商として定義される。箙の道多元環（あるいはより一般に大域次元が有限な有限次元代数）に対して Calabi-Yau 完備化と呼ばれる操作によって CY dg 代数が定まり、その団圏は導来圏の軌道圏（の包絡三角圏）と三角同値となることが分かり、Amiot の Verdier 商による表示は前述の Buan–Marsh–Reineke–Reiten–Todorov の軌道圏による表示を一般化する。

本論文は 2 つの部からなる。第 1 部では CY dg 代数の新しい構成法を与え、その団圏を調べる。このような団圏が、有限次元代数の（高次）Auslander-Reiten(AR) 移動のベキ根を伴う団圏の体系的な例を与えることを示す。まず以下で第 1 部の主要な結果について説明する。

- dg 代数の基本的な構成として、次数付き代数を微分が 0 の dg 代数と見ることが挙げられる。まず n 次元次数付き CY 代数 R であって a 不変量が a であるものに対して、それを微分が 0 の dg 代数 R^{dg} とみなすと、符号による捩れを除いて $(n+a)$ 次元の CY dg 代数となることを示した。これは次数付き代数の CY 性と dg 代数の CY 性を結びつける基本的な結果であり、一般には構成の難しい CY dg 代数の例を豊富に与える。

- 次に上のように得られた CY dg 代数 R^{dg} の団圏が R の非可換射影スキームの導来圏 $\mathcal{D}^b(\mathrm{qgr}\, R)$ の軌道圏として表示できることを示した。さらに R の非可換射影スキームとある有限次元代数 A の導来同値を与える Minamoto–Mori の定理を解釈することで、A の高次 AR 移動がベキ根を持つことを示し、R^{dg} の団圏の A の導来圏の高次 AR 移動のベキ根を伴った軌道圏としての表示を得た。これは Buan–Marsh–Reineke–Reiten–Todorov の表示の類似であると同時に、AR 移動のベキ根を伴う団圏の体系的な構成を与えている。
- さらに、R^{dg} の団圏を、R から明示的に構成される有限次元 Gorenstein 環の特異圏としての表示を与えた。これは特異圏が CY で団傾対象を持つ Gorenstein 環の豊富な例を与えている。また、この結果は箙の前射影多元環の商として得られる Gorenstein 環に対する Buan–Iyama–Reiten–Scott の定理の特別な場合の高次元化となっている。

第 2 部では、第 1 部で考察した団圏をモデルとして、遺伝的多元環から得られる CY 三角圏に対する森田型定理を与える。古典的な森田の定理は、アーベル圏の中で環上の加群圏を射影生成元によって、同様にその三角圏的類似は代数的三角圏の中で導来圏を傾対象によって、それぞれ特徴づける。第 2 部ではこれらの類似、すなわち CY 三角圏の中で団圏の団傾対象を用いた特徴づけを与える。以下、主要な結果を述べる。

- 主定理として、代数的 d-CY 三角圏 $\mathcal{T}$ で d 団傾対象 T を持ち、T を $d-1$ 個シフトして直和したもの $T \oplus T[-1] \oplus \cdots \oplus T[-(d-2)]$ の自己準同型環 H が遺伝的で非 Dynkin 型であるとき、その d-CY 三角圏 $\mathcal{T}$ は H の AR 移動の $d-1$ 乗根を伴う団圏であることを示した。これは知られている本質的に全ての CY 三角圏の森田型定理である Keller–Reiten および Keller–Murfet–Van den Bergh の両結果を（非 Dynkin 型について）含み、拡張するものである。
- さらに、上記の H の遺伝性が、団傾対象を $d-2$ 個シフトして直和したもの $T \oplus T[-1] \oplus \cdots \oplus T[-(d-3)]$ の自己準同型環の遺伝性から従うことを示した。例えば $d=3$ の場合は団傾対象自身の自己準同型環の遺伝性から H の遺伝性が従い、上記の主定理と合わせると Keller–Reiten および Keller–Murfet–Van den Bergh の定理の共通の一般化を与える。