報告番号	甲　第　13791　号

主　論　文　の　要　旨

論文題目　**Topology optimization of acoustic metamaterials and phononic structures based on the scattering matrices**
（散乱行列に基づく音響メタマテリアルとフォノニック構造のトポロジー最適化）

氏　　名　**松島　慶**

論　文　内　容　の　要　旨

本学位論文は散乱行列と境界要素法を用いた多体・多層構造中の音響・弾性波の数値散乱解析法を構築し，これに基づきフォノニック構造と音響メタマテリアルの新たなトポロジー最適化法を提案するものである．本論文が提案する手法により，計算量の観点から従来困難であった大規模構造の設計が可能となり，工学的に重要な性質を有する音響・制振デバイスの創成が実現される．

弾性材料を規則的に配列した構造は音響・弾性波に対して特殊な性質を示すことが知られている．例えばフォノニック結晶と呼ばれる構造は内部を伝わる波の波長と同程度以上の周期長を有する結晶構造であり，結晶中の波の散乱に起因して通常の均質材料と異なる特殊な分散関係を示す．特に，フォノニック結晶が有するバンドギャップと呼ばれる性質は結晶中への波の侵入を完全に遮断するために，これを利用した制振構造への応用が期待されている．一方，音響メタマテリアルと呼ばれる人工材料は波長以下のスケールの周期構造から構成され，その局所的な共鳴を利用することで負の実効質量，弾性率あるいは屈折率などの特異なマクロ特性が得られる．この特性は回折限界を超えたサブ波長の解像を実現する音響レンズなどの実現に繋がることから，現在多大な注目を集めている．

これら人工材料の特性はその幾何学形状に大きく依存するものであり，その適切な設計のための手法としてトポロジー最適化が有用であると考えられている．しかし，現在提案されているトポロジー最適化法は設計対象に全周期性の仮定を設け，その周期モデルによって計算されるバンド構造あるいは有効媒質近似によるマクロ特性を議論することが一般

的である．このアプローチは計算コストの観点から優れている一方で，表面における反射・回折・導波などの現象が重要となるデバイスの設計に用いることが困難である．また，周期性によって設計変数の設定が単位胞内部に限定されるために，設計自由度が低下する問題もある．

これらの問題を解決するためには，周期モデルに限られない大規模構造の散乱解析が必要である．このための数値解析法として，例えば多数の円形・球形の散乱体から構成される多体系の散乱特性の計算に Foldy-Lax による多重散乱理論が古くから用いられているが，複雑形状の散乱体に適用することができない問題がある．一方で複雑構造による散乱問題を高精度に解くための方法として境界要素法が挙げられるが，大規模問題では計算コストが大きいことが問題となる．

本論文は，この二つの方法を組み合わせた fast multi-particle scattering と呼ばれる方法を拡張し，多数の散乱体または多層の周期構造から構成される大規模な系の散乱を解析するための新たな数値計算法を構築する．さらに，この散乱解析法に基づき，音響メタマテリアルとフォノニック構造のトポロジー最適化法を提案する．提案法により，従来の周期モデルでは扱うことが困難であった散乱特性と共鳴現象をトポロジー最適化によって制御することが可能となり，これによって音響レンズや損失の小さい導波路など工学的に重要な音響デバイスの創成が見込まれる．

本論文の構成は以下の通りである．第 1 章ではまず音響メタマテリアルとフォノニック構造について概説し，その数値解析手法とトポロジー最適化法についてこれまで提案されてきた既存手法のレビューを行う．その後，本論文の目的と各章の要旨を述べる．第 2 章では，多数の散乱体が配置された空間における音響散乱解析について，散乱行列と境界要素法に基づく高速な数値計算法を提案する．提案手法では，まず多体系を構成する各散乱体の散乱行列を境界要素法により計算する．この散乱行列を用いることで，多体系の散乱問題は多重散乱方程式と呼ばれる代数的な連立方程式に帰着される．同時に，高周波問題における計算量の削減のために新たな散乱行列の定式化を行う．次に，提案法を拡張することで無限個の散乱体が周期的に配置された系における散乱問題を解析する手法を新たに提案する．提案法と従来の境界要素法を比較する数値実験を行い，提案法が高精度かつ効率的に多重散乱問題を解析できることを示す．第 3 章では，散乱行列と境界要素法に基づき多層周期構造を伝播する弾性波を解析する手法を提案する．まず一層の周期構造の散乱特性を表す散乱行列を新たに定義し，これを境界要素法により数値計算する方法を示す．次に，複数の周期構造を積層した多層構造の散乱特性が各層の散乱行列に対する代数操作によって得られることを示す．この layer-doubling 法は指数関数的に減衰・発散するモードに起因して数値的不安定性を生じさせることが知られており，本論文はこれを回避するための定式化を提案する．さらに，この layer-doubling 法は同一の層を周期的に無限個積層した半無限結晶構造の散乱特性とフォノニックバンド構造の解析にも適用できることを示す．最後に，第 2 章と同様に従来の境界要素法と提案法を比較する数値実験を行い，境

界要素法の計算精度を維持しつつ計算量を大きく削減できることを確認する. 第 4 章では, 周期的に配列された弾性材料から構成される開放型音響導波路のトポロジー最適化法を提案する．この導波路の固有値と対応する固有モードを計算するために，第 2 章で導入した多重散乱方程式を用いる．この定式化の下で，固有モードは多重散乱方程式に関する非線形固有値問題の解によって計算され，本論文はこの固有値問題を数値的に解くために Sakurai-Sugiura 法を用いる. その後, 所望の周波数で固有モードの放射によるエネルギー損失を最小化することを目的とするトポロジー最適化法を提案する．提案するトポロジー最適化法はレベルセット法に基づくものであり，その設計感度にはトポロジー導関数を用いる．このトポロジー導関数は多重散乱方程式から得られた非線形固有値問題を考察することによって新たに導出される．最後に，導出したトポロジー導関数の妥当性の確認とトポロジー最適化の数値実験を行い，設計された構造が損失の小さい導波モードを示すことを散乱解析によって検証する．第 5 章では，大規模フォノニック構造のトポロジー最適化のための新たなアルゴリズムを提案する．設計対象は外部媒質中に置かれた多数の散乱体の形状であり，その散乱特性は第 2 章で提案した散乱行列法によって記述される．提案法は，この多体系の単位構造の形状に関するトポロジー最適化と散乱体の配置角の最適化を組み合わせるものである．まず，目的汎関数を放射場の多重極展開の係数の関数として表現することで，その設計感度を散乱行列法によって計算する方法を示す．これによって目的汎関数の配置角に関する勾配を高速に評価できるため，その最適化に準ニュートン法を適用することが可能となる．さらに，この配置角に関する最適化とレベルセット法に基づくトポロジー最適化法と組み合わせることで二段階の最適化アルゴリズムを構成する．本提案法は配置角を固定し単位構造のトポロジー最適化のみを行う従来法と比較して設計自由度が大きいために，より高性能な音響構造の設計が可能であることが見込まれる．実際に提案法と従来法を比較する数値実験を行い，提案法は計算時間が削減され，かつ得られた目的関数値が従来法のそれと比較して大幅に向上されることを示す．第 6 章では，Helmholtz 共鳴器を配列した音響メタマテリアルの新たなトポロジー最適化法を提案する．提案法は，音響メタマテリアルの負の実効パラメータが単位構造の局所共鳴に由来することに着目し，サブ波長域に固有値を有する Helmholtz 共鳴器をトポロジー最適化によって設計することで音響メタマテリアルを構成する．この目的のために，まず Helmholtz 共鳴器の複素固有値のトポロジー導関数を新たに導出する．複素固有値に対応する固有モードは遠方場で指数関数的に発散するために，内部問題の固有値に関して通常用いられる弱形式に基づくトポロジー導関数の導出法をそのまま利用することができない．本論文では，Dirichlet-to-Neumann 写像を用いることで外部問題を厳密に内部問題に置き換え，対応する弱形式を考察することで新たにトポロジー導関数を導出する．最後に，このトポロジー導関数とレベルセット法に基づくトポロジー最適化法によって設計した Helmholtz 共鳴器をハニカム格子上に並べることで，負の屈折が実現されることを確認する．第 7 章では，本論文の結言を述べる．

結論として，本論文では従来計算量の観点から困難であった非周期かつ大規模な構造をトポロジー最適化によって設計する方法を構築することを目的として，散乱行列と境界要素法に基づく新たな散乱解析手法の提案，大規模構造の設計のための最適化アルゴリズムの開発，そして対応する設計感度の導出を行った．本論文が提案する設計手法は新規な音響・振動特性を有する構造あるいは従来と比較してパフォーマンスに優れる制振構造の実現に役立つものである．本論文は 2 次元音響場と弾性場を対象とするものであるが，提案手法の基本的なアイデアと定式化は 3 次元構造，あるいは電磁場，音響-構造の連成場，温度場など他の物理場にも適用が可能であることが見込まれる．