別紙４

報告番号	※　　　　　　　　　　第　　　　号

主　論　文　の　要　旨

論文題目　Mathematical Studies on Quantum Systems and Locally Quantum Systems
(量子系と局所量子系に関する数学的研究)

氏　　名　吉田　裕哉

論　文　内　容　の　要　旨

一般確率論 (GPTs) と呼ばれる理論モデルがあり，そこでは状態，測定，測定値を得る確率が扱える．たとえば，古典確率論と量子論は一般確率論であり，それぞれ状態として，確率ベクトルと密度行列を持つ．しばしば一般確率論では，有限個の GPT $A_1, \ldots, A_n$ をまとめ，1 つの GPT $A = A_1 \cdots A_n$ として扱う．この場合，$A_1, \ldots, A_n$ を部分系，A を全体系と呼ぶ．部分系が全て量子系であるものは局所量子系と呼ばれ，量子系も局所量子系の 1 つである．しかし，量子系でない局所量子系はいくらでも存在する．本論文では，量子系や局所量子系に関する 3 つの話題を調べる．

1 つ目は，容量である．各 GPT に対して，同時かつ完全に識別可能な状態の最大の個数を容量と呼ぶ．容量はあまり GPT に依存しないことが知られている．本論文では，特殊な局所量子系の容量を導出するための主張 S を提示し，それより弱い主張 WS を示す．主張 WS は複素数体上のテンソル積空間に関する主張であり，複素数体を一般の無限体に置き換えても同じ証明が機能する．有限体の場合には部分的な結果を示す．

2 つ目は，差分プライバシーである．差分プライバシーは，個人情報を保護しつつ活用するための研究 (プライバシー保護データマイニング) から生まれた．そのため，古典確率論に基づいた研究がほとんどであり，その量子拡張はほとんど研究されていない．本論文では，差分プライバシーの量子拡張の 1 つ (古典量子差分プライバシー) を定め，その数学的側面を調べる．古典量子差分プライバシーを満たす n 個の量子状態の組全体の集合 CQ_n と，本質的に古典的である CQ_n の部分集合 EC_n を定める．n が 2 なら $\mathrm{EC}_n = \mathrm{CQ}_n$ であるが，n が 3 以上なら $\mathrm{EC}_n \neq \mathrm{CQ}_n$ であることを示す．

3 つ目は, 2 状態完全識別である．量子論では, 直交性が 2 状態を完全に識別するための必要十分条件である (この同値性を E と記す)．しかし, 一般の GPT に対して同値性 E が成り立つとは限らない．本論文では, 局所量子系からなる比較的自然な連続 1 パラメーター族を構成し, そこでの 2 状態完全識別を調べる．その連続 1 パラメーター族は量子系を含むため, 量子系にいくらでも近い局所量子系を含んでいる．それにも関わらず, 量子系以外では同値性 E が成り立たないことを示す.