

論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※	第	号
------	---	---	---

氏 名 吉田 裕哉

論 文 題 目

Mathematical Studies on Quantum Systems and
Locally Quantum Systems

(量子系と局所量子系に関する数学的研究)

論文審査担当者

主 査 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 博士(数理学)
植田 好道

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 博士(情報理工学)
Le Gall, François

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 博士(理学)
吉田 伸生

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 博士(理学)
南 和彦

論文審査の結果の要旨

量子情報理論で使われる数学は、フォンノイマンが著した「量子力学の数学的基礎」で論じられた密度行列およびそれに対して定まるフォンノイマン・エントロピーに始まり、数学的興味から作用素環論で生まれた完全正写像の概念が重要な役割を果たすと言った調子である。それ故、その研究の進展が既存の数学に新しい研究テーマを与えている。特に、量子情報理論では多くの場合、有限次元ヒルベルト空間の設定で論じられることから、線型代数(有限次元関数解析というべきかもしれない)に新たな視点からの問題を提供している。実際、量子情報理論の影響の下で、線型代数の研究がある種、装いを新たにして近年活発に研究されているのは、関数解析および線型代数の専門雑誌を見れば明らかである。

さて、本学位申請論文は、量子情報理論自体の研究というよりは、そこに現れる興味深い数学構造に注目してまとめられている。その意味で、本学位申請論文は、物理系あるいは応用系の論文というよりも数学、特に(新しい視点からの)線型代数の研究を展開した論文と認識すべきである。ただし、線型代数と言っても、量子情報理論が測定に着目することおよび量子力学の確率的性格から、確率の概念が満たすべき正值性(密度行列で考えると(半)正定値性)が重要な役割を果たす。すなわち、行列の(半)正定値性に基づく解析学的考察も本質的であることに留意すべきであろう。

以上の背景説明および本学位申請論文の位置付けの説明の下で、本学位申請論文の詳細について述べる。

まず最初に、一般確率論に於ける容量の概念に関係する問題を純粋に線型代数の問題に定式化し、完全な解答を得ている。ここでいう容量とは同時に完全分離(識別)できる状態の最大個数であるが、量子情報理論で興味を持たれている分離可能状態の概念に密接に関連する。分離可能状態を一般確率論の枠組で考えると、テンソル積ベクトル空間内の単純テンソルによる凸結合と凡そ理解できる。そこで、テンソル積ベクトル空間内の部分空間の単純テンソルからなる基底の存在問題を取り上げ、それを完全に解決した。なお、この問題は単に線型代数の視点で見出されるものではなく、量子情報理論の研究があつて初めて見出されるもので興味深い。量子情報理論の観点からは複素数体上のベクトル空間で十分であるが、申請者は純粋数学的興味から、証明を詳細に検討し、一般の体の設定でも同様の結論が成り立つか否かについて丁寧に吟味している。なお、以上の結果は既に出版済の申請者単独の仕事である。

次に、データサイエンスの問題を量子情報理論の枠組で捉えた数学的問題を考察し、完全に解決している。データベースやデータ解析に於いて、集めたデータの情報を第三者へ開示するのが重要な課題である。その際、データの統計情報を開示したいが、個別の情報を知らせたくない、という要請が必要なことも多い。これを保証する条件として ϵ -差分プライバシーと呼ばれるものが提案され盛んに研究されている。この ϵ -差分プライバシーという条件は、確率ベクトルの組 (p_x) に対して、 $p_x \leq e^\epsilon p_{x'}$ (ベクトル成分毎の不等式) が任意の個別データの組 x, x' に対して成立することと数学的に整理できる。量子情報理論の枠組では、古典

論文審査の結果の要旨

データを古典情報(確率ベクトル)でなく、量子情報(密度行列)で表すことが自然である。その際、確率ベクトルの組を密度行列の組に置き換えて、古典-量子 ε -差分プライバシーと呼ぶべき条件を考察するのも自然である。確率ベクトルは対角型の密度行列として捕まえられるので、この視点の下で ε -差分プライバシー条件と古典-量子 ε -差分プライバシー条件の間に本質的な差異が生まれるか否かが自然な問題となる。この問題に対して、申請者は林正人教授とその研究の第一歩を踏み出し、2状態の場合には差異が生まれないことを確認した。引き続き申請者単独の仕事により、3状態以上の場合には差異があることを、ある種の情報量に関する最適化問題に還元し、それを実際に解くことにより解決した。この一連の仕事は問題の数学的定式化から最適化問題を解く部分まで大変興味深い。

最後に、本研究科学生である荒井駿氏および林正人教授との一般確率論に関する研究業績から、本学位申請論文の性格に合わせ、数学的な部分に限定して紹介されている。なお、一般確率論という枠組は量子系の状態と測定の概念を抽出することにより近年研究されるようになったものであり、まだ物理としての位置付けが明確とは言い難いように見受けられる。それ故、その研究には数学的側面だけでなく物理的考察も重要であると思われる。

このように、本学位申請論文はいくつかの量子情報理論から派生した線型代数的問題を申請者の数学的力量を背景にして見事に解決したものであり、学位論文として十分な内容を持つ。また、申請者による単著論文を中心とした学位申請論文に仕上がっていることも喜ばしい。

令和3年11月2日に行われた学位審査公開セミナーにおいても、申請者は講演・質疑応答を通して、申請者は学位を授与されるに相応しい学識を示した。

以上のことから、学位審査委員会は申請者には博士(数理学)の学位が授与される資格があるものと判断する。