

令和3年度博士論文

軌道運動を考慮した宇宙膜構造の
電磁力による姿勢変更

名古屋大学 大学院工学研究科 航空宇宙工学専攻
航空宇宙機運動システム工学研究グループ

学籍番号：481953015

山田 裕己

指導教員：稲守 孝哉 准教授

提出日：2021年12月28日

概要

大規模な宇宙システムが提案されるなかで、軽量かつ高収納率で大面積の構造を実現可能なスピン型膜構造が注目を集めている。スピン型膜構造の利用においては、そのスピン軸方向の目標方向への指向による姿勢変更が重要となる。特に地球周回軌道での利用においては、軌道角速度での姿勢変更による地球指向が重要な技術課題となる。従来の姿勢変更手法として、衛星の筐体にトルクを与える手法と膜構造に太陽輻射圧を与える手法が挙げられる。筐体にトルクを与える手法では、軌道角速度での姿勢変更に必要なトルクを作用することができるが、慣性により膜構造に変形が生じる恐れがある。太陽輻射圧を与える手法では、大きさや方向の調節が可能なトルクを膜構造に作用させることで膜構造の形状の維持に寄与できるが、トルクが弱く軌道角速度での姿勢変更は難しい。以上のように、従来の姿勢変更手法では、軌道角速度での姿勢変更と膜構造の形状維持の両方を達成することは困難である。

本研究では、筐体に搭載した磁気トルカによるトルク、および膜構造に配置した電線を通る電流と地磁場との干渉による磁気トルクを用いた姿勢変更手法を提案する。提案手法では、筐体と膜構造のそれぞれに、変更可能で比較的強い磁気トルクを加えることができるため、形状の維持と軌道角速度での姿勢変更が達成できる。この姿勢変更や形状の維持は、地球周回軌道において膜構造の運動に対して電磁力が与える影響を理解することで検討が可能となるが、軌道運動する膜構造の電磁力の影響はまだ解明されていない。また、磁気トルクは地磁場方向にトルクを発生できないため、姿勢変更にて要求されるトルクをそのまま出力することはできない。

本研究は、電磁力を用いたスピン型膜構造の姿勢変更手法を提案し、提案手法を用いた際の地球周回軌道における膜構造の運動の解明、および地磁場による電磁力制約下での姿勢変更則の構築を目的とする。本研究ではまず、スピン型膜構造を有する人工衛星のダイナミクスをモデル化した。膜構造の運動の解明においては、ダイナミクスモデルのモード分解により得られる運動モードを解析することで、膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動の影響を明らかにした。さらに、膜構造の運動に対する重力・電磁力の影響を、モード座標で表現された重力・電磁力のモデルにより解析することにより、運動モードと関連づけて明らかにした。姿勢変更則の構築においてはまず、ダイナミクスモデルを用いて、形状を維持しつつ地球指向を行うために必要なトルクを定式化した。そして、このトルクを実現するための磁気トルカの磁気モーメント、および電線の電流による制御則を構築した。また、地球指向時に電磁トルクの方法制約により生じる姿勢運動を打ち消すため、疑似逆行列を用いた、地磁場の変動を考慮した姿勢変更則を構築した。そして構築した姿勢変更則の有効性を数値解析により示した。

目次

概要	1
目次	2
図目次	5
表目次	8
Nomenclature	9
略語表	12
第1章 序論	13
1.1. 背景	13
1.1.1. 宇宙空間における展開膜面構造物の需要	13
1.1.2. スピン型膜構造の運動解析に関する研究動向	14
1.1.3. 膜構造を有する人工衛星の姿勢変更	15
1.2. 研究目的と意義	16
1.2.1. 電磁力を用いたスピン型膜構造を有する人工衛星の姿勢変更	16
1.2.2. 研究の目的	17
1.2.3. 研究の意義	18
1.3. 本論文の構成	18
第2章 電磁力を用いた展開膜衛星の姿勢変更	20
2.1. 提案手法の概要	20
2.2. 提案手法と従来手法の比較	21
2.3. 提案手法の課題	21
2.4. 本研究の検討方針	23
2.5. 研究の方法	24
第3章 展開膜衛星のダイナミクスのモデル化	25
3.1. ダイナミクスのモデル化方針	25
3.2. 多粒子法を用いた膜構造ダイナミクスのモデル化	27
3.2.1. 膜構造の剛性および減衰のモデル化	28
3.2.2. 電線の引張り剛性および曲げ剛性のモデル化	30
3.2.3. 電線に作用する電磁力のモデル化	31
3.2.4. 重力のモデル化	33
3.3. 筐体のダイナミクスのモデル化	34
3.4. 膜構造と筐体の姿勢とのカップリングを考慮した拘束モードモデルの導出	35
3.4.1. モデル導出の概要	35
3.4.2. 機体座標系での膜構造ダイナミクスの表現	36
3.4.3. 筐体の姿勢ダイナミクスに対する膜構造の運動の影響のモデル化	36

3.4.4.	ダイナミクスの線形化	37
3.5.	非拘束モードモデルの導出	42
第 4 章	地球周回軌道における膜構造の運動の解明	43
4.1.	解析における設定	43
4.2.	非拘束モードモデルの解析による衛星の運動モードの分類.....	44
4.2.1.	拘束モードモデルの各運動モードにおける膜構造の運動.....	44
4.2.2.	非拘束モードモデルの各運動モードでの膜構造の運動と筐体の姿勢運動.....	44
4.3.	実験による運動解析	47
4.3.1.	実験の概要	47
4.3.2.	実験装置	48
4.3.3.	実験結果	50
4.4.	膜構造の運動に対する重力の影響の解明.....	53
4.4.1.	モード座標での重力のモデル化	53
4.4.2.	モード座標での重力モデルの解析による膜構造の運動への影響評価.....	54
4.4.3.	数値解析による膜構造の運動への重力の影響の評価.....	57
4.5.	膜構造の運動に対する電磁気の影響の解明.....	60
4.5.1.	モード座標での電磁気力のモデル化	60
4.5.2.	スピン軸方向の磁気モーメント成分により生じる電磁気の影響.....	61
4.5.3.	スピン軸垂直方向の磁気モーメント成分により生じる電磁気の影響.....	64
4.5.4.	電流により生じる電磁気の影響	67
4.5.5.	膜構造の運動に対する電磁気の影響の数値解析.....	70
第 5 章	電磁気を用いた展開膜衛星の姿勢変更則	81
5.1.	構築する姿勢変更則の概要	81
5.2.	電磁気を用いた慣性力の打ち消しによる地球指向.....	81
5.2.1.	慣性力を打ち消すための磁気モーメントおよび電流値の算出.....	81
5.2.2.	数値解析による算出式の妥当性検証	82
5.3.	電磁気力の方向制約を考慮した展開膜衛星の指向制御.....	84
5.3.1.	ムーア・ペンローズの疑似逆行列を用いた姿勢変更則.....	84
5.3.2.	衛星の姿勢変更シミュレーション	86
第 6 章	結論	91
6.1.	本研究の成果	91
6.2.	今後の展望	92
補遺 A	式の線形化	94
A.1.	膜構造の引張り・圧縮剛性の線形化	94
A.2.	電線剛性の線形化	94
A.2.1.	電線の引張り・圧縮剛性	94

A.2.2.	電線の曲げ剛性	95
A.3.	重力モデルの線形化	98
A.4.	地磁場との干渉による電磁力モデルの線形化.....	100
	参考文献	102
	謝辞	107
	研究業績	108

目次

図 1-1 大面積構造からなるミッション例（左：SSPS ^[1,2] , 右：大型アンテナ ^[3] （©JAXA））	13
図 1-2 ブーム型膜構造及びブームの例（NanoSail-D ^[5,13] ）	15
図 1-3 スピン型膜構造の例（IKAROS ^[14] （©JAXA））	15
図 1-4 RCD による姿勢変更手法 ^[33]	17
図 1-5 IKAROS で用いられた RCD ^[33]	17
図 2-1 電磁力を用いた姿勢変更手法の概要	20
図 2-2 MTQ の例	21
図 2-3 地球周回軌道における宇宙環境により作用するトルクと軌道高度との関係	22
図 2-4 磁気トルクの地磁場方向への制約	23
図 3-1 衛星モデル	26
図 3-2 使用する座標系	26
図 3-3 多粒子法における膜構造モデル概要図	28
図 3-4 多粒子法における質点, 線分要素, 面積要素 ^[55]	28
図 3-5 膜構造面要素のモデル ^[55]	30
図 3-6 電線の引張り剛性, 曲げ剛性のモデル概要図 ^[55]	31
図 3-7 電磁力の計算時の電線配置とその座標系 ^[55]	33
図 3-8 筐体に作用する力・トルク	35
図 4-1 拘束モードモデルにおける膜構造の運動の形状例	45
図 4-2 非拘束モードモデルにおける筐体の姿勢と膜構造の形状例	46
図 4-3 実験装置の概要図	48
図 4-4 真空チャンバーの外観	49
図 4-5 実験で使用した膜構造	49
図 4-6 横からのカメラにより得られた実験結果	51
図 4-7 深度カメラ ^[62] により得られた, 実験における膜構造の面外方向変位（膜構造の接続点を 0.00 m, モーター側が正）	52
図 4-8 シミュレーション結果	53
図 4-9 膜構造の角の質点の面外方向振動の振動数解析結果	53
図 4-10 10 次までの \mathbf{Aguc} の各成分の絶対値（赤枠の中が 10 - 10 以上）	54
図 4-11 10 次までの \mathbf{Agus} の各成分の絶対値（赤枠の中が 10 - 10 以上）	55
図 4-12 10 次までの $\mathbf{Agu0}$ の各成分の絶対値（赤枠の中が 10 - 10 以上）	55
図 4-13 10 次までの $\mathbf{Fguc}, \mathbf{Fgus}, \mathbf{Fgu0}$ の各成分の絶対値（赤枠の中が 10 - 10 以上）	56
図 4-14 重力環境下を想定したシミュレーションにおける (a) 回転振動モード, (b) 面外並進・回転モード, (c) 面内並進モードと面外回転モードの非拘束モード座標の履	

歴	58
図 4-15 重力環境下を想定したシミュレーションにおける(a)オイラー角の変動と (b)P1,1の機体座標系z軸方向変位	59
図 4-16 重力環境下を想定したシミュレーションにおける(a)回転振動モード, (b)1次 の面外並進モードの非拘束モード座標の履歴の振動数解析結果	59
図 4-17 重力環境下を想定したシミュレーションにおける(a)オイラー角の変動と (b)P1,1の機体座標系z軸方向変位の振動数解析結果	60
図 4-18 $mbxb = mbyb = 0.0 \text{ Am}^2$, $mbzb = 200 \text{ Am}^2$ $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Aeuc の各成分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	62
図 4-19 $mbxb = mbyb = 0.0 \text{ Am}^2$, $mbzb = 200 \text{ Am}^2$ $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Aeus の各成分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	62
図 4-20 $mbxb = mbyb = 0.0 \text{ Am}^2$, $mbzb = 200 \text{ Am}^2$ $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Aeu0 の各成分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	63
図 4-21 $mbxb = mbyb = 0.0 \text{ Am}^2$, $mbzb = 200 \text{ Am}^2$ $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Feuc, Feus, Feu0 の各成分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	63
図 4-22 磁気モーメントがスピン軸方向成分を持つ場合の各行列の効果の物理的意味	64
図 4-23 $mbxb = 200 \text{ Am}^2$, $mbyb = mbzb = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Aeuc の各成分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	65
図 4-24 $mbxb = 200 \text{ Am}^2$, $mbyb = mbzb = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Aeus の各成分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	65
図 4-25 $mbxb = 200 \text{ Am}^2$, $mbyb = mbzb = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Aeu0 の各成分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	66
図 4-26 $mbxb = 200 \text{ Am}^2$, $mbyb = mbzb = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Feuc, Feus, Feu0 の各成分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	66
図 4-27 磁気モーメントがスピン軸垂直方向成分を持つ場合の各行列の効果の物理的 意味	67
図 4-28 $mbxb = mbyb = mbzb = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 1.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Aeuc の各成 分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	67
図 4-29 $mbxb = mbyb = mbzb = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 1.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Aeus の各成 分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	68
図 4-30 $mbxb = mbyb = mbzb = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 1.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Aeu0 の各成 分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	68
図 4-31 $mbxb = mbyb = mbzb = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 1.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの Feuc, Feus, Feu0 の各成分の絶対値 (赤枠の中が10 - 10以上)	69
図 4-32 電流を出力する場合の Aeuc , Aeus の効果の物理的意味.....	69

図 4-33	スピン軸方向の磁気モーメントを有するときの(a)回転振動モード, (b)面外並進・回転モード, (c)面内並進モードと面外回転モードの非拘束モード座標の履歴	72
図 4-34	スピン軸方向の磁気モーメントを有するときの(a)オイラー角の変動と(b)P1,1の機体座標系z軸方向変位	73
図 4-35	スピン軸方向の磁気モーメントを有するときの(a)回転振動モード, (b)1 次の面外並進モードの非拘束モード座標の履歴の振動数解析結果	73
図 4-36	スピン軸方向の磁気モーメントを有するときの(a)オイラー角の変動と(b)P1,1の機体座標系z軸方向変位の振動数解析結果	74
図 4-37	スピン軸垂直方向の磁気モーメントを有するときの(a)回転振動モード, (b)面外並進・回転モード, (c)面内並進モードと面外回転モードの非拘束モード座標の履歴	75
図 4-38	スピン軸垂直方向の磁気モーメントを有するときの(a)オイラー角の変動と(b)P1,1の機体座標系z軸方向変位	76
図 4-39	スピン軸垂直方向の磁気モーメントを有するときの(a)回転振動モード, (b)1 次の面外並進モードの非拘束モード座標の履歴の振動数解析結果	76
図 4-40	スピン軸垂直方向の磁気モーメントを有するときの(a)オイラー角の変動と(b)P1,1の機体座標系z軸方向変位の振動数解析結果	77
図 4-41	電流を出力する場合の(a)回転振動モード, (b)面外並進・回転モード, (c)面内並進モードと面外回転モードの非拘束モード座標の履歴	78
図 4-42	電流を出力する場合の(a)オイラー角の変動と(b)P1,1の機体座標系z軸方向変位	79
図 4-43	電流を出力する場合の(a)回転振動モード, (b)1 次の面外並進モードの非拘束モード座標の履歴の振動数解析結果	79
図 4-44	電流を出力する場合の(a)オイラー角の変動と(b)P1,1の機体座標系z軸方向変位の振動数解析結果	80
図 5-1	軌道傾斜角 0.0 deg の場合の α_{hb1} , α_{hb2} の履歴	83
図 5-2	軌道傾斜角 10.0 deg の場合の α_{hb1} , α_{hb2} の履歴	84
図 5-3	両ケースでの膜角の振動履歴	84
図 5-4	構築した姿勢変更則によるシミュレーション結果	88
図 5-5	構築した姿勢変更則による数値解析での, (a)回転振動モード, (b)面外並進・回転モード, (c)面内並進モードと面外振動モードの非拘束モード座標の履歴	89
図 5-6	構築した姿勢変更則による数値解析での, (a)オイラー角および(b)P1,1の機体座標系z軸方向変位の時間履歴	90
図 5-7	構築した姿勢変更則による数値解析での, (a)磁気モーメント, (b)電流値の時間履歴	90

表目次

表 2-1	提案手法と従来手法の比較	22
表 4-1	検討パラメータ	43
表 4-2	実験環境と軌道上環境でのパラメータ比較	50
表 4-3	重力による各モードの挙動への影響（行：影響を与えるモード，列：影響を受けるモード，時変：時変な係数成分を持つ，時不変：時不変な係数成分を持つ）	56
表 4-4	電磁力による各運動モードへの影響（行：影響を与えるモード，列：影響を受けるモード，表内：その値が非 0 のときに影響あり）	70
表 4-5	シミュレーションケース	70
表 5-1	シミュレーションパラメータ	86

Nomenclature

- A : 面積, m^2
 B_E : 衛星周りの地磁場ベクトル, T
 c : 減衰係数, Ns/m
 C : 座標変換行列, -
 d : 方向ベクトル, -
 d_I : 電流方向ベクトル, -
 E : ヤング率, Pa
 F_{eE}, F_{ein} : 電流と地磁場の干渉, 電流間の干渉により生じる電磁力, N
 F_{ele}, F_{grav} : 電磁力, 重力, N
 F_{stre}^b : 平衡点における膜構造と電線の剛性による力, N
 F_{mem}, F_{wire} : 膜構造, 電線の剛性・減衰による力, N
 F_{md} : 膜構造の構造減衰による力, N
 F_{mh}, F_{wh} : 膜構造, 電線の引張り・圧縮剛性による力, N
 F_{wb} : 電線の曲げ剛性による力, N
 g : 座屈モデルパラメータ, -
 g_E : 地上での重力加速度, m/s^2
 h : 厚さ, m
 i_o : 軌道傾斜角, rad
 I : 電流, A
 I : 慣性モーメント, kgm^2
 J : 断面二次モーメント, m^4
 k : ばね定数, N/m
 K_P, K_d, K_I : 姿勢変更則におけるゲイン, s^{-2}, s^{-1}, s^{-3}
 l : 長さ, m
 L : 線分要素
 m : 質量, kg
 m : 磁気モーメント, Am^2
 n_o : 円軌道の軌道角速度, rad/s
 n_{wb} : 電線の曲げ方向ベクトル, -
 N : 要素番号の集合
 P : 質点
 $r = (x, y, z)$: 位置ベクトル, m
 r_e : 平衡点での位置ベクトル, m
 S : 面要素
 t : 時間, s
 $T_{ele}^b, T_{grav}^b, T_{mem}^b$: 筐体に作用する磁気トルク, 重力傾斜トルク, 膜構造から受けるトルク, Nm
 T_{wb} : 電線の曲げモーメント, Nm
 w : 電線要素
 $y = (y_1, y_2, \dots)$: 拘束モード座標, -
 $z = (z_1, z_2, \dots)$: 非拘束モード座標, -
 α : オイラー角, rad
 $\delta_{\alpha, \beta}$: クロネッカーのデルタ, -
 $\delta r, \delta \alpha, \delta \omega$: 位置ベクトル, オイラー角, 角速度の変動分, m, rad, rad/s
 ϵ : ニュートン・ラプソン法の収束判定パラメータ, m

ζ : 減衰比, -
 κ : 地上での重力に対する遠心力の比, -
 λ : 固有値行列, -
 μ_0 : 真空の透磁率, H/m
 μ_E : 地球の重力定数, m^3/s^2
 ν : ポアソン比, -
 ϕ : 電線要素間の角度, rad
 ϕ_o : 軌道位相角, rad
 Φ : モード行列, 固有ベクトル行列, -
 ω_s : スピン角速度, rad/s
 ω : 角速度ベクトル, rad/s
 Ω_o : 昇交点赤経, rad

Superscripts

b : 機体座標系
 h : 局所垂直局所水平座標系
 in : 慣性座標系
 o : 軌道面座標系
 T : 転置行列
 + : 疑似逆行列

Subscripts

0 : 自然長, 基準点
 b : 衛星筐体
 c : 拘束モードモデル
 E : 地球のパラメータ
 Eb : 地球中心に対する筐体重心
 EC : 地球中心に対する衛星重心
 hb : 局所垂直局所水平座標系から機体座標系への回転
 ib : 慣性座標系から機体座標系への回転
 io : 慣性座標系から軌道面座標系への回転
 (i, j) : 要素番号
 m : 膜構造のパラメータ
 ob : 軌道面座標系から機体座標系への回転
 oh : 軌道面座標系から局所垂直局所水平座標系への回転
 s : 衛星全体
 u : 非拘束モードモデル
 um : 面外振動モード
 ua : 回転振動モード
 ur : 面外並進・回転モード

uh : 面内並進モード

w : 電線のパラメータ

略語表

DCM : Direct Cosine Matrix
LVLH : Local-Vertical-Local-Horizontal
MTQ : Magnetic Torquer
RCD : Reflectivity Control Device
RW : Reaction Wheel
SSPS : Space Solar Power Systems

第1章 序論

本章では、本研究の背景、目的、および本論文の構成について述べる。宇宙空間にて大面積の構造を実現する手法として、スピン型膜構造が注目を集めている。スピン型膜構造の利用においては、膜構造の法線方向を目標方向へ指向するための姿勢変更手法がしばしば求められる。特に地球周回軌道では、膜構造の形状を維持しつつ軌道角速度でスピン軸方向を変更することで、デバイスの機能を維持しつつ地球指向が可能となる。本研究は、電磁力を用いた新たな姿勢変更手法を提案し、提案手法を使用する時の地球周回軌道での膜構造の運動を明らかにしたうえで、電磁力による姿勢変更則を構築することを目的とする。

1.1. 背景

1.1.1. 宇宙空間における展開膜面構造物の需要

人類の宇宙開発は年々進んでおり、多岐にわたるミッションが提案・実証されている(図 1-1)。このなかで、宇宙太陽光発電システム(SSPS)^[1,2]、大型アンテナ^[3]、サンシールドといった、100 m²を超えるような大面積の構造からなる宇宙システムが提案されている。このような宇宙システムでは、一般的には打ち上げ時の質量や容積を小さくすることで、打ち上げコストを抑えることができる。そのため、打ち上げ時には軽量かつ低容積で、軌道上で大面積の構造を人工衛星に搭載することで、このような宇宙システムの実現に寄与することができる。

人工衛星への大面積構造の搭載を軽量かつ低容積で実現する方法の一つとして、宇宙展開膜面構造物の使用が挙げられる。宇宙展開膜面構造物は厚さ数~数十 μm の樹脂フィルムで構成されており、同面積の従来構造物と比較し軽量である。また宇宙展開膜面構造物は容易に折りたたむことができ、打ち上げ時には衛星筐体に収納し宇宙空間で展開すること

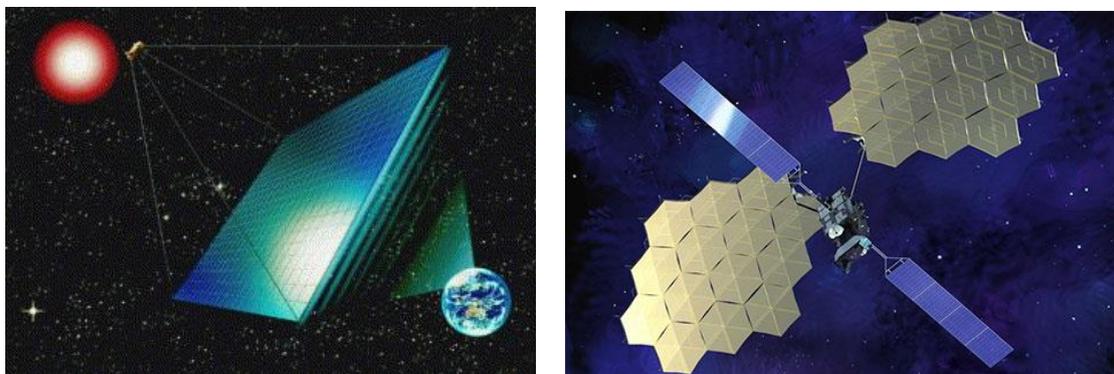


図 1-1 大面積構造からなるミッション例 (左: SSPS^[1,2], 右: 大型アンテナ^[3]
(©JAXA))

で、衛星容積の増加を抑えつつ大面積を実現できる。この特徴により、空気抗力や太陽輻射圧といった宇宙環境による力を積極的に利用して衛星の加減速を行う、ソーラーセイルやドラッグセイルといったデバイスが提案・実証された。

本研究では、ソーラーセイルやドラッグセイルで最も一般的な、衛星筐体を中心に配置され宇宙展開膜面構造物が筐体周りに展開される構成について扱う。このような膜構造の例として、ブーム型膜構造とスピン型膜構造が挙げられる。ブーム型膜構造では、コンベックステーブや CFRP 円筒といった屈曲可能なブームが取り付けられる。収納時にブームに蓄えられたひずみエネルギーの開放による弾性力や、モーターからのトルクを用いたブームの伸展により膜構造を展開する^[4-9] (図 1-2)。展開後はブームの剛性により膜構造の形状を維持する。この手法では、空気抗力などの比較的強い宇宙環境による力や展開後の筐体の姿勢運動による慣性力が働いた状態でも、構造のみにより形状の維持が可能である。NASA が 2010 年に打ち上げた NanoSail-D2^[4,5]や東北大学が 2016 年に打ち上げた FREEDOM^[6]などにより、本構造の軌道上での展開が実証された。

スピン型膜構造では、衛星の回転により生じる遠心力を用いて膜構造を展開する (図 1-3)。展開後は遠心力によって生じる幾何剛性を用いて膜構造の形状を維持する^[10-12]。スピン型膜構造の四隅には先端質量と呼ばれる重りが取り付けられ、より強い遠心力を生じさせる。この手法は構造部材による膜構造形状の維持が不要であり、ブーム型膜構造と比較して軽量の膜構造を得られる。また、膜構造のサイズが大きいほど遠心力は強くなることから、ソーラーセイルや SSPS といった、より大面積を必要とするデバイスへの応用が期待されている。スピン型膜構造については、JAXA が 2010 年に打ち上げた IKAROS により軌道上での実証が行われた^[10,11]。

これらの膜構造を比較すると、ブーム型膜構造はスピンをせずとも膜構造の形状の維持ができ、3 軸の姿勢安定が可能である。一方で膜構造の面積が大きくなるにつれ、必要なブームが長くなり、衛星の質量が増加する。さらに膜構造に作用する宇宙環境による力が強くなり、ブームが屈曲し膜構造が変形する恐れがある。スピン型膜構造は膜構造の面積が大きくなる場合でもブームによる質量増加がなく、遠心力によるより強い幾何剛性による形状の維持が期待できる。一方で、スピンの要求から姿勢変更の自由度が低下する。そのため、適切な姿勢変更則の構築によってこの課題を解決することで、スピン型膜構造を用いた、より軽量で大面積の膜構造の実現に寄与できる。

1.1.2. スピン型膜構造の運動解析に関する研究動向

1990 年代よりスピン型膜構造の運動解析が多く行われている。膜構造の運動は展開時と展開後に大きく分けられる。展開時の膜構造の運動に対して、実験による解析と数値解析が行われた。実験による解析では、奥泉らや新宅らによる小型膜構造の展開実験^[15-17]、および気球やサウンディングロケットを用いた大型膜構造の展開実験^[18,19]を用いた運動の解明が行われた。数値解析では、有限要素法や多粒子法をベースとして構築されたダイナミクスモデルの運動の解明が行われた^[15,16,20-24]。展開後の膜構造の運動については、主に理

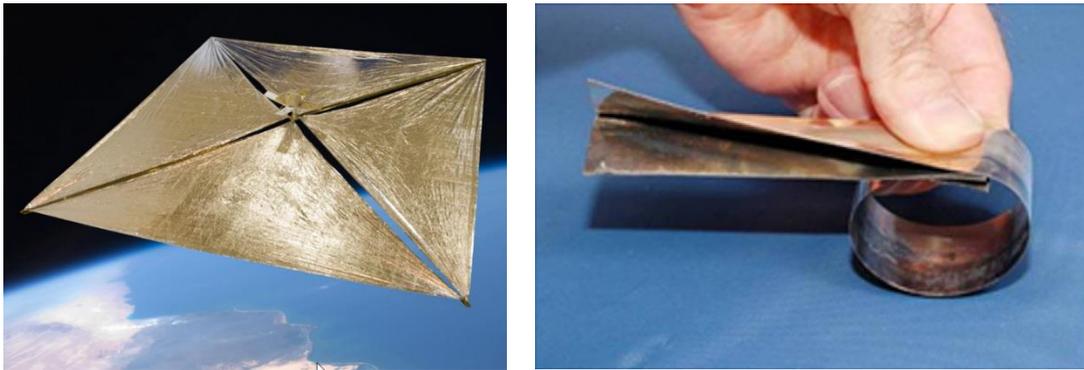


図 1-2 ブーム型膜構造及びブームの例 (NanoSail-D^[5,13])

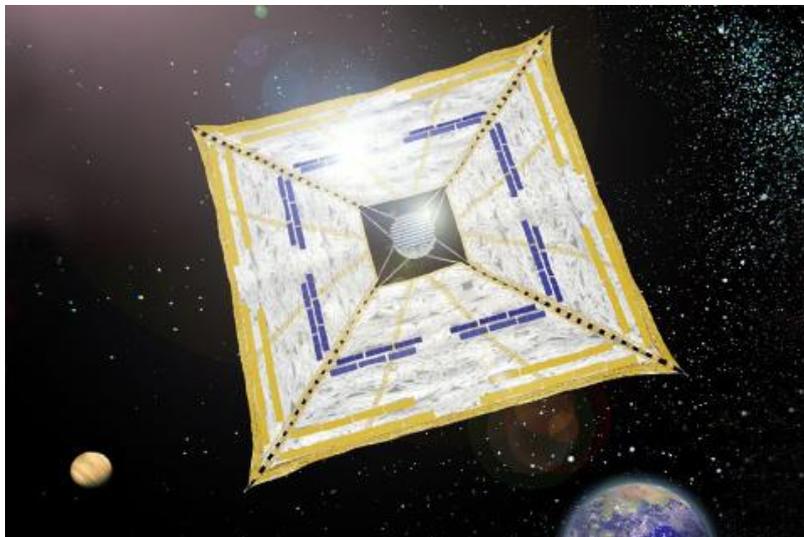


図 1-3 スピン型膜構造の例 (IKAROS^[14] (©JAXA))

論解析および数値解析による解明が行われた^[25,26]。

このように膜構造自体の運動の解析例は多く存在し理解が進んでいる一方で、膜構造の運動に対する衛星筐体の姿勢運動の影響は解析例が少なく、膜構造と筐体の連成運動は十分理解されていない。例えば中条らは、パルス的なトルクを用いた筐体の角運動量方向の変化により生じる膜構造の振動について、多粒子法をベースにしたモデルの解析により議論しているが^[27]、連続的な姿勢変更については議論していない。さらに従来研究では主に惑星間軌道を前提とした検討がなされており、宇宙環境の影響として太陽輻射圧に着目した検討が行われているが^[28]、地球周回軌道における宇宙環境を考慮した検討例は少なく、十分理解されていない。以上から地球周回軌道でのスピン型膜構造の利用に向けて、展開後の運動のさらなる理解が望まれている。

1.1.3. 膜構造を有する人工衛星の姿勢変更

スピン型膜構造を有する人工衛星（展開膜衛星）の運用時には、膜構造のスピン軸方向

の目標方向への指向による、姿勢変更・維持がしばしば必要となる。この姿勢変更時は、膜構造に搭載したデバイスの機能を維持するため、膜構造の形状が維持されていることが望ましい。また地球周回軌道では、軌道角速度でのスピン軸方向の変更により、例えば、SSPSにおける送電時やアンテナにおける通信時の、膜構造の地球指向に寄与できる。

従来研究では、筐体にトルクを与える手法や膜構造に太陽輻射圧を与える手法が提案・実証された。筐体にトルクを与える手法では、リアクションホイール (RW) やスラスタといった姿勢変更デバイスを用いて筐体のスピン軸方向を変更する。この時、遠心力や膜構造の弾性力により膜構造のスピン軸方向は筐体のスピン軸方向に追従し、衛星全体の姿勢変更が行われる。スピン型膜構造を有する IKAROS では、気液平衡スラスタによる筐体へのトルクを用いた姿勢変更が行われた^[29]。また従来研究にてこの手法は、ブーム型膜構造を有する衛星にて主に検討されてきた。この検討では膜構造は剛体として仮定され、通常の人工衛星で利用されている姿勢変更則の適用が考えられてきた^[30,31]。RW やスラスタは比較的強いトルク (10^{-1} Nm オーダー^[32]) を筐体に加えることができ、軌道角速度での姿勢変更ができると期待される。一方で、本手法では筐体のみトルクを加えるため、膜構造の慣性により変形が生じる恐れがある。また RW のサチュレーションやスラスタの燃料の枯渇が起きうるため、長時間にわたる姿勢変更は難しい。

膜構造に太陽輻射圧を与える手法では、衛星の重心 C_m と太陽輻射圧の光圧中心 C_p の位置のずれにより生じるトルクにより姿勢変更を行う。スピン型膜構造においては、太陽光の反射率を変更可能な可変反射率デバイス (RCD) を用いて、 C_p を動的に移動させる手法が検討された (図 1-4, 図 1-5)。この手法は IKAROS にて使用され、その有効性が実証された^[33]。従来研究においては膜構造の形状や、太陽方向による膜構造内の太陽輻射圧の分布が姿勢運動に与える影響が議論された^[34-36]。また RCDを用いた場合の姿勢変更則の検討もなされた^[37,38]。太陽輻射圧によるトルクは RW やスラスタによるトルクと比較して弱く、RCD を用いた手法では姿勢変更に時間を要する。例えば IKAROS では 0.5 deg のスピン軸の回転に 1 日を要した^[33]。その後、RCD を用いた手法での姿勢変更速度の向上が検討されたが^[38]、それでも 12.1 deg/day であり軌道角速度での姿勢変更は達成されていない。また、RCD を用いた手法では筐体に作用する太陽輻射圧は変更できず、膜構造と筐体の姿勢運動が同期せず膜構造に変形が生じる恐れがある。このように筐体へのトルクや太陽輻射圧では軌道角速度での姿勢変更および膜構造の形状の維持が難しく、新たな原理による姿勢変更が求められる。

1.2. 研究目的と意義

1.2.1. 電磁力を用いたスピン型膜構造を有する人工衛星の姿勢変更

本研究では新たな姿勢変更原理として電磁力に着目した、展開膜衛星の姿勢変更手法を提案する。電磁力により筐体と膜構造の両方に対して、太陽輻射圧と比較して 10^3 倍程度のトルクを加えることができると見込まれる。そのため提案手法により、形状を維持しつ

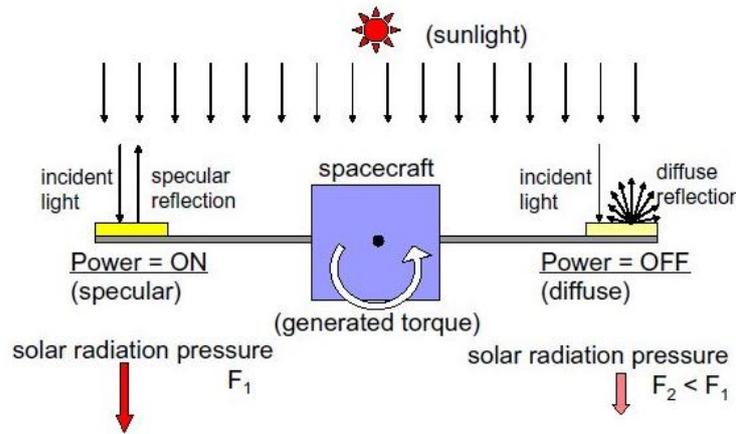


図 1-4 RCD による姿勢変更手法^[33]

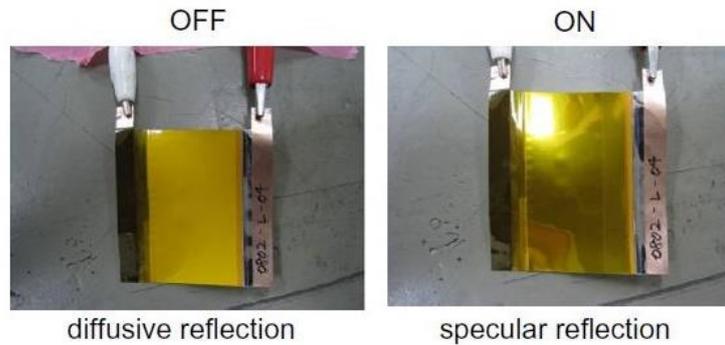


図 1-5 IKAROS で用いられた RCD^[33]

つ軌道角速度での姿勢変更の達成が期待されるが、筐体と膜構造に作用する電磁力の差により双方の姿勢運動が同期せず、膜構造に変形が生じる恐れがある。

1.2.2. 研究の目的

本研究では地球周回軌道での膜構造の利用に向けた、電磁力を用いた姿勢変更手法を提案し、地球周回軌道での膜構造の運動の解明および姿勢変更則の構築を行う。本研究では特に以下を研究の目的とする。

1. 地球周回軌道での膜構造の運動の解明

地球周回軌道でのスピン型膜構造の運動の理解により、姿勢変更時における形状の維持のために必要な電磁力の定式化が可能となる。しかし、従来研究では、連続的に姿勢変更する筐体の姿勢運動や、地球周回軌道にて支配的となる電磁力および重力の膜構造の運動に対する影響は検討されていない。そのため本研究では、これらの膜構造の運動への影響を明らかにする。

2. 電磁力による展開膜衛星の姿勢変更則の構築

提案手法において出力可能な磁気トルクの方法は、地磁場方向に制約を受ける。そのため、ダイナミクスから求めた姿勢変更のための要求トルクを衛星に加えることは通常でき

ない。衛星周りにおける地磁場方向は軌道運動によって変動するため、この磁気トルクの出力可能方向は時々刻々と変化する。そこで本研究では、地磁場の変動を積極的に利用した姿勢変更則を構築し、提案手法における姿勢変更の可能性を議論する。

1.2.3. 研究の意義

従来研究にて検討された膜構造の姿勢変更手法では、膜構造の形状維持と軌道角速度での姿勢変更の両方を行うことは難しい。これに対して、本研究が提案する電磁力を用いた姿勢変更手法は、形状維持と軌道角速度での姿勢変更の両方を達成しうる手法である。そのため提案手法により、地球周回軌道での膜構造の利用拡大ならびにSSPSや高容量アンテナといった社会的に意義のあるミッションへの貢献が期待できる。さらに地球周回軌道での膜構造の運動に関する知見が少ないなかで、本研究は筐体の姿勢運動、重力、および電磁力の影響を明らかにし、新たな知見をもたらす。特に、これまで検討されていなかった膜構造の運動に対する電磁力の影響を解明することで、太陽電池の搭載などにより膜構造上を流れる電流の、膜構造の運動に対する影響の評価が可能となる。姿勢運動においては、従来研究にて剛体として扱われていた膜構造を柔軟体として扱い、膜構造の運動の姿勢運動への影響を明らかにするという点で、新たな知見をもたらす。以上のように、本研究を通して得られた知見をもとに、宇宙空間での展開膜衛星の運動のさらなる理解が可能となる。また提案手法の原理はブーム型膜構造にも適用可能であり、ブーム型膜構造を有する衛星の姿勢変更にも寄与できる。

1.3. 本論文の構成

本論文では、第1章にて本研究の背景として、展開膜衛星の姿勢変更における課題、および研究目的・意義について述べた。

第2章では本研究で提案する電磁力を用いた姿勢変更手法の概要、従来手法との比較、提案手法における課題、および課題解決に向けた本研究の方針をまとめる。

第3章では膜構造の運動の解明や姿勢変更則の構築に向けた、衛星のダイナミクスモデル化を行う。まず膜構造のダイナミクスを多粒子法によって、筐体のダイナミクスを剛体の運動としてそれぞれモデル化する。これらのモデルは数値解析におけるダイナミクスモデルとして使用する。次に筐体と膜構造のカップリングを定式化し、両者の運動を考慮した展開膜衛星のダイナミクスモデルを導出する。その後、展開膜衛星のダイナミクスモデルの線形化およびモード分解により展開膜衛星の運動モードを導出し、モード座標にてダイナミクスを表現する。

第4章では第3章で構築したモード座標で表現されたダイナミクスモデルの解析により、膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動、重力および電磁力の影響を明らかにする。まず第3章で得られた展開膜衛星の運動モードを膜構造および筐体の運動に注目して分類することにより、膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動の影響を明らかにする。また得られた運

動モードや振動数に注目し，実験で得られた膜構造の運動と数値解析で得られた運動を比較する．その後モード座標で表現された重力，電磁力のモデル式から，各運動モードへの重力と電磁力の影響を明らかにする．

第 5 章では第 3 章で構築したダイナミクスモデルを用いて，地球周回軌道における提案手法での姿勢変更則を構築する．そして構築した姿勢変更則の数値解析により，展開膜衛星の姿勢変更に対する電磁力の利用可能性について議論する．

第 6 章では本研究において得られた知見をまとめ，今後の課題について述べる．

第2章 電磁力を用いた展開膜衛星の姿勢変更

本章では、提案手法である電磁力を用いた姿勢変更手法の概要、従来手法との比較、提案手法における課題とその解決方針について述べる。膜構造に直接、電磁力を作用させることで、形状の維持と軌道角速度でのスピン軸方向の変更が同時に達成できると期待される。しかし地球周回軌道における膜構造の運動が未解明であること、および磁気トルクが地磁場方向に制約を受けることが課題となる。本研究では、理論解析と数値解析による膜構造の運動の解明、および軌道運動による地磁場方向の変動を利用した姿勢変更則の構築により課題を解決する。

2.1. 提案手法の概要

第1章で述べた通り、地球周回軌道上を運動するスピン型膜構造を有する人工衛星では、軌道角速度でのスピン軸方向の変更のために十分な大きさのトルクを衛星に加えることで、膜構造の地球指向が可能となる。また、筐体と膜構造の両方に変更可能なトルクを加えることで、膜構造の形状の維持が可能となる。従来手法で用いられた原理ではこれらを満足できず、新たな原理を用いた姿勢変更が望まれる。

本研究では稲守らより提案されたコンセプトを参考に、展開膜衛星の、電磁力を用いた姿勢変更手法を提案する(図2-1)^[9]。提案手法では人工衛星の筐体に磁気トルカ(MTQ, 図2-2)を、膜構造にループ状の電線を配置する。そしてMTQおよび電線を通る電流から生じる磁気モーメントと、地球が発生させる磁場(地磁場)との干渉により磁気トルクを衛星に作用させ、スピン軸方向の変更による姿勢変更を行う。提案手法では膜構造の大面积を利用することで、大きな磁気モーメントの出力が可能であり、姿勢変更のために十

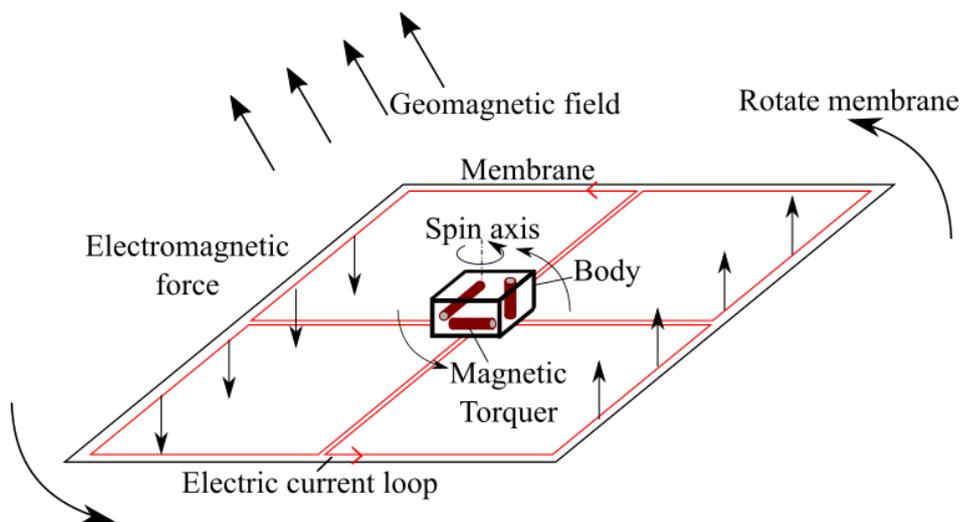


図2-1 電磁力を用いた姿勢変更手法の概要



図 2-2 MTQ の例

分なトルクを出力できる。実際、 0.1 rad/s でスピンをする IKAROS サイズの衛星の高度 1000 km における円軌道での姿勢変更を考えると、提案手法では MTQ と電流により $6.7 \times 10^2 \text{ Am}^2$ の磁気モーメントを出力することで姿勢変更に必要なトルクを加えることが可能であると見積もられる¹。これは膜構造に 3.0 A の電流を流すことで達成可能である。また、MTQ の磁気モーメントおよび電流を変化させることで提案手法における磁気トルクの方向や大きさが変更可能であり、膜構造の形状の維持に寄与できる。加えて提案手法では、電線により膜構造の外周部の質量が内部と比較して大きくなるため、電線を先端質量の代わりとすることができる。

2.2. 提案手法と従来手法の比較

提案手法と従来手法の比較を表 2-1 に示す。提案手法は太陽輻射圧と比較して 10^3 倍程度の大きさの、方向や大きさを変更可能なトルクを筐体と膜構造の双方に作用可能であると見込まれる。また本研究にて提案手法は地球周回軌道を前提としているが、微弱磁場を持つ惑星間軌道においても利用できる可能性がある。一方で、電磁力は地磁場方向に制約を受けるため、姿勢変更に要求されるトルクの出力はできない。

2.3. 提案手法の課題

第 1 章で述べた通り従来研究では、主に惑星間軌道を前提として膜構造の運動が議論されてきた。一方で提案手法は地球周回軌道を前提としている。これらの軌道の軌道角速度を比較すると、軌道長半径が $1.50 \times 10^8 \text{ km}$ (1.0 AU) の惑星間軌道では $1.99 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$ であるのに対し、軌道長半径が $7.37 \times 10^3 \text{ km}$ の地球周回軌道では $1.0 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$ に達する。地球周回軌道での地球指向ではこの角速度でのスピン軸方向の変更が要求され、惑星間軌道

¹ 筐体の慣性モーメントを diag (62.9, 62.9, 94.4) kgm^2 、膜構造のサイズを $15.0 \times 15.0 \text{ m}^2$ 、密度を 1420 kg/m^3 、厚さを $7.50 \mu\text{m}$ とした。

表 2-1 提案手法と従来手法の比較

		電磁力 (提案手法)	筐体への トルク ^[29]	太陽輻射圧 ^[33]
想定軌道		地球周回軌道	惑星間軌道	惑星間軌道
姿勢変更	トルクの大きさ	10^{-2} Nm	10^{-1} Nm ^[32]	10^{-5} Nm
	姿勢による制約	地磁場方向に 制約	制約なし	太陽方向に制約
形状維持	力の作用点	筐体+膜構造	筐体のみ	筐体+膜構造
	力の変更可能性	変更可	変更可	膜構造のみ変更可
その他	長期間の利用可能性	利用可	期限あり	利用可
	消費リソース	電力	電力+推進剤	電力

での姿勢変更と比較してより大きなトルクが通常、求められる。また、姿勢変更時はスピン角速度に同期したトルク方向の変更が必要であり、その時定数と膜構造の運動の時定数は近い。このように地球周回軌道では膜構造の運動に近い時定数で比較的大きいトルクを作用させるため、膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動の影響が大きくなる。そのため、この影響を考慮して筐体の姿勢運動と膜構造の運動を同期させることで膜構造の形状の維持が可能となるが、惑星間軌道を前提としていた従来研究ではこの影響は十分議論されていない。また、地球周回軌道においては 800 – 6000 km の高度で電磁力や重力が優位となるが (図 2-3)²、膜構造の運動に対する電磁力や重力の影響も従来研究では未解明である。このように、地球周回軌道における膜構造の運動は従来研究において十分議論されておらず、提案手法での地球指向の実現のためには、この運動の解明が必要である。

磁気トルクは地磁場に対し垂直方向にのみ出力可能であり、姿勢変更に要求されるトルクの出力は通常できない (図 2-4)。加えて提案手法では、筐体の姿勢運動と膜構造の運動が同期しないことにより生じる膜構造の変形が、姿勢運動に影響を与える。そのため

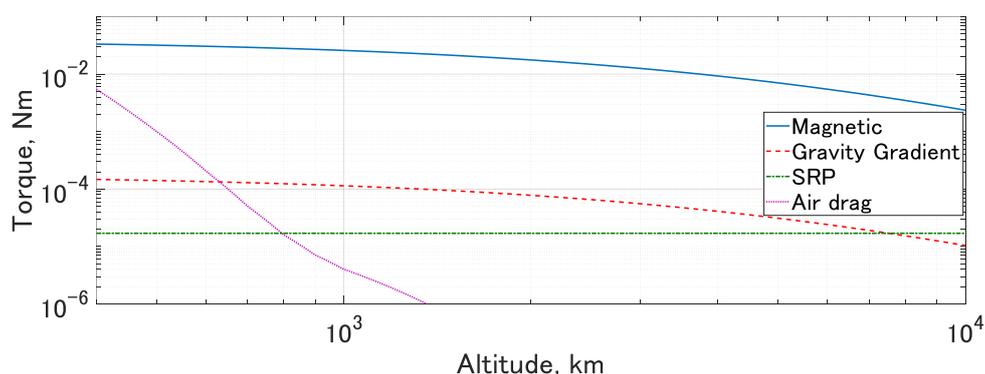


図 2-3 地球周回軌道における宇宙環境により作用するトルクと軌道高度との関係

² 各トルクの計算式は文献[40]を参照した。磁気モーメントは $6.70 \times 10^2 \text{ Am}^2$ とし、太陽輻射圧、空気抗力ともに $C_m C_p$ 距離は $1.0 \times 10^{-2} \text{ m}$ とした。また大気密度モデルには等温大気モデルを使用した^[41]。

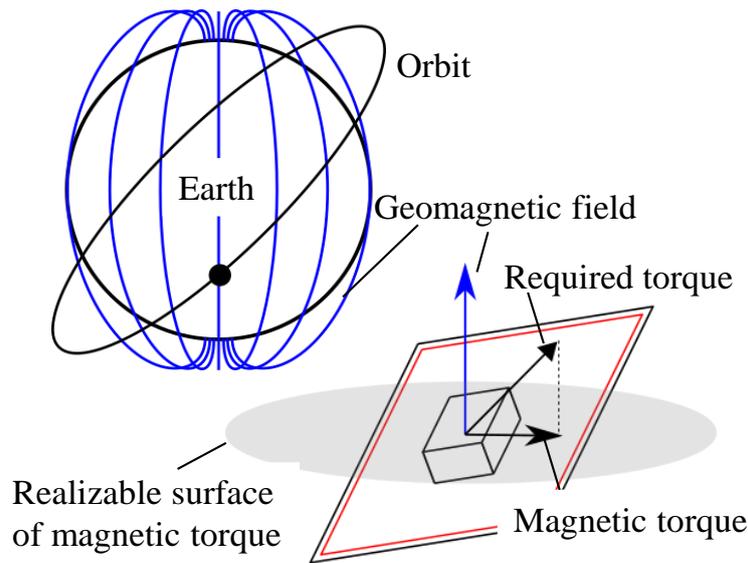


図 2-4 磁気トルクの地磁場方向への制約

提案手法を用いた姿勢変更では、磁気トルクの方法制約を考慮し、筐体と膜構造を協調的に運動させるような姿勢変更則の構築が望まれる。

以上をまとめると本研究で解決すべき課題は以下の 2 項目となる。

課題①：膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動、電磁力、および重力の影響の解明

課題②：磁気トルクの方法制約と筐体・膜構造の協調動作を考慮した姿勢変更則の構築

2.4. 本研究の検討方針

前節で述べた課題①にアプローチするため、本研究では、筐体の姿勢運動と膜構造の運動のカップリングを考慮した、展開膜衛星のダイナミクスモデル化を行う。本研究では軌道上における衛星の運動を、衛星の重心位置に対する相対運動としてモデル化をする。そして得られたモデルの線形化およびモード分解により衛星の運動モードを導出し、モード座標でダイナミクスを記述する。この運動モードおよびモード座標で記述されたダイナミクスモデルの解析により、膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動の影響を解明する。また、電磁力および重力をモード座標にてモデル化し、モード座標で記述されたダイナミクスモデルに対する影響を解析することで、膜構造の運動に対する電磁力および重力の影響を明らかにする。

地球周回軌道上の、膜構造を有さない人工衛星の軌道力学や姿勢力学において、衛星に対する地球中心の方向の変化を考慮する場合や軌道上での複数物体の相対運動を扱う場合、局所垂直局所水平座標系 (Local-Vertical-Local-Horizontal frame, LVLH 座標系) と呼ばれる動座標系がしばしば利用される^[42]。この座標系では衛星重心を原点とし、地球方向を一つの座標軸としているため、衛星重心に対する地球中心方向が常に固定される。そのため地球の重力が作用する系において、運動の取り扱いが容易になる。例えば従来研究において

は、衛星のランデブー・ドッキングや重力下での衛星のスピン安定性解析などの検討にて用いられている^[43,44]。この特徴をいかして本研究では、LVLH 座標系を基準として衛星のダイナミクスモデル化を行う。そして得られたモデルから、筐体と膜構造の運動を協調させつつ地球指向を達成するために要求されるトルクを定式化する。そしてこのトルクに基づき、MTQ が生じる磁気モーメントと電線を通る電流を算出する。しかしこの時、地磁場方向による電磁力の制約により要求トルクを出力することは通常できない。そこで軌道運動による、衛星周りでの地磁場の変化を利用した姿勢変更則を合わせて構築する。以上により前節で述べた課題②を解決する。

2.5. 研究の方法

本研究ではモード座標で表現された展開膜衛星のダイナミクスモデルを用いて、理論解析と数値解析による膜構造の運動の解明、および姿勢変更則の構築を行う。2.4 節で示したように、衛星のダイナミクスモデルは LVLH 座標系を基準に構築される。まず剛体の運動として筐体のダイナミクスモデルと、多粒子法を用いて膜構造のダイナミクスモデルをモデル化する。これらのモデルは数値解析にて使用される。次にこれらモデルをもとに、両者の運動を考慮した衛星のダイナミクスモデルを得る。そして衛星のダイナミクスモデルの線形化およびモード分解により、衛星の運動モードを得る。この運動モードを用いて、理論解析で使用する、モード座標で表現されたダイナミクスモデルを求める。このモデルは姿勢変更則の構築においても使用する。

地球周回軌道における膜構造の運動の解明では運動モードの解析により、膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動の影響を明らかにする。ここでは得られた衛星の運動特性や振動数に注目し、実験で得られた膜構造の運動と数値解析で得られた運動を比較する。その後、膜構造の運動に対する電磁力や重力の影響を明らかにする。また数値解析により、得られた知見の一般性について議論する。姿勢変更則の構築では、衛星のダイナミクスモデルの解析により得られた知見から、筐体の運動と膜構造の運動を同期させながら地球指向を達成するためのトルクを定式化する。そしてこのトルクに基づき、磁気モーメントおよび電流の導出方法を構築する。また磁気トルクの制約により生じるスピン軸方向の誤差に対応するため、地磁場方向の変化を利用した、疑似逆行列を用いた姿勢変更則を構築する。得られた姿勢変更則の数値解析により、電磁力の姿勢変更への利用可能性について議論する。

第3章 展開膜衛星のダイナミクスのモデル化

本章では、本研究の研究対象であるスピン型膜構造を有する人工衛星のダイナミクスのモデル化を行う。本研究では多粒子法を用いた膜構造のダイナミクスのモデル化、および剛体の運動として筐体のダイナミクスのモデル化を行う。次に、両者間のカップリング項を導出し、膜構造と筐体の両者の運動を同時に考慮した展開膜衛星のダイナミクスのモデル化を行う。その後モード分解を行うことで運動モードを導出し、衛星のダイナミクスをモード座標で記述する。

3.1. ダイナミクスのモデル化方針

提案手法は筐体に作用する磁気トルク、および膜構造に作用する電磁力を用いて姿勢変更を行う。姿勢変更時は膜構造の変形を防ぐため、筐体の姿勢運動と膜構造の運動の協調が重要となる。そのため本章では、膜構造の運動の解析と姿勢変更則の構築に向けた、筐体の姿勢運動と膜構造の運動の両者を考慮したダイナミクスモデルを構築する。本章では、まず膜構造の運動と筐体の姿勢運動をそれぞれモデル化する (3.2 節, 3.3 節)。その後、両者の運動の干渉を記述するカップリング項を導出し、両者のダイナミクスモデルに組み込むことで、スピン型膜構造を有する人工衛星の運動をモデル化する (3.4 節)。その後、構築した展開膜衛星のダイナミクスモデルの線形化およびモード分解によって、衛星の運動モードを導出する。そして得られた運動モードを用いて、ダイナミクスをモード座標にて表現する (3.5 節)。本研究の数値解析では、3.2 節, 3.3 節で求める筐体と膜構造のダイナミクスモデルを用いる。また理論解析では、3.5 節で求めるモード座標で表現されたダイナミクスモデルを用いる。

本研究では、正方形形状で 4 つの電線ループが配置された膜構造を有する、展開膜衛星について扱う (図 3-1)。筐体はスピン軸周りで対称な直方体形状とし、膜構造と 8 点で接続されているとする。また、電線が膜構造に対して大きい質量をもつため、先端質量は取り付けられていないとする。変形をしていない膜構造の平面内の任意の方向を面内方向、平面に対し垂直方向を面外方向とする。筐体の慣性主軸のうち 1 軸は面外方向を、残りの 2 軸は面内方向を向いているとする。そして面外方向と一致する、筐体の慣性主軸方向をスピン軸方向と呼称し、理想状態ではこの軸周りに角速度を持つとする。電流はスピン軸に対して時計周りの電流を正とする。衛星の軌道運動はケプラー運動を仮定し、地球の重力の影響のみ受けるとする。

本研究では慣性座標系、軌道面座標系、LVLH 座標系、および機体座標系を使用する (図 3-2)。慣性座標系 ($O_E-x^{in}y^{in}z^{in}$) は地球の中心 O_E を原点とし、 x^{in} 軸を J2000.0 の平均春分点方向、 z^{in} 軸を J2000.0 の平均赤道面の法線方向とする右手系である。軌道面座標系 ($O_s-x^0y^0z^0$) は衛星の重心 O_s を原点とし、 x^0 軸を地球中心に対する衛星の軌道の昇交点方向、

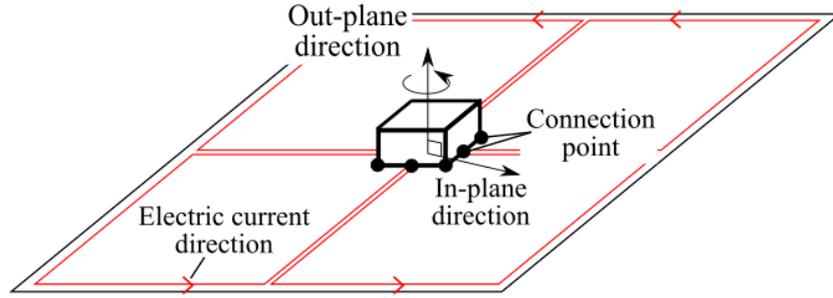


図 3-1 衛星モデル

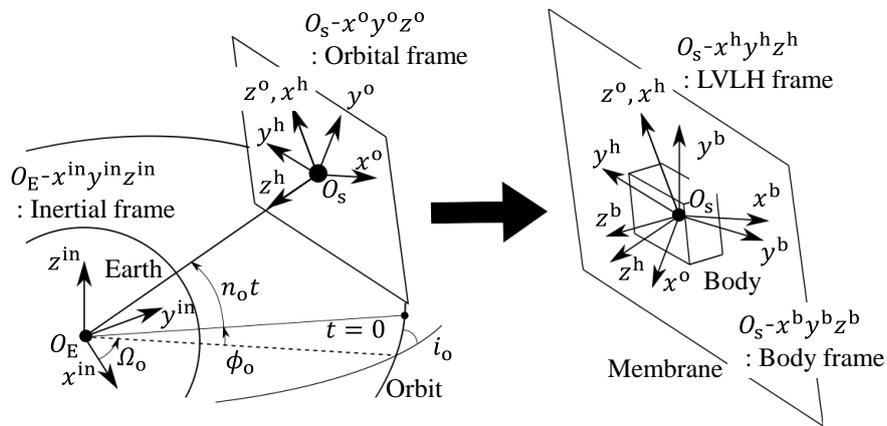


図 3-2 使用する座標系

z^o 軸を衛星の軌道面の法線方向とする右手系である．LVLH 座標系($O_s-x^h y^h z^h$)は衛星の重心 O_s を原点とし， x^h 軸を軌道面法線方向， z^h 軸を地球中心方向とする右手系である．また，機体座標系($O_s-x^b y^b z^b$)は衛星の重心 O_s を原点とし， z^b 軸をスピン軸方向， x^b, y^b 軸を慣性主軸方向とする右手系である．

衛星の軌道運動はケプラー運動を仮定しているため，慣性座標系から軌道面座標系への座標変換行列 (DCM) は衛星の軌道の昇交点赤経 Ω_o および軌道傾斜角 i_o を用いて式(3-1)のように表される．

$$C_{io} = \begin{bmatrix} \cos\Omega_o & \sin\Omega_o & 0 \\ -\sin\Omega_o \cos i_o & \cos\Omega_o \cos i_o & \sin i_o \\ \sin\Omega_o \sin i_o & -\cos\Omega_o \sin i_o & \cos i_o \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

また軌道面座標系から LVLH 座標系への DCM は，軌道角速度 n_o および軌道位相角 ($t = 0$ での昇交点からの角度) ϕ_o を用いて式(3-2)のように表される．

$$C_{oh} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\sin(n_o t + \phi_o) & \cos(n_o t + \phi_o) & 0 \\ -\cos(n_o t + \phi_o) & -\sin(n_o t + \phi_o) & 0 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

以上のように座標系を定義し，ダイナミクスのモデル化を行う．

3.2. 多粒子法を用いた膜構造ダイナミクスモデル化

本節では膜構造のダイナミクスモデル化を行う。地上での膜構造を対象とした実験の難しさから、従来研究では膜構造の運動の数値解析に向けた、有限要素法（FEM）や多粒子法（MPM）をベースとしたダイナミクスモデル化が検討された。FEMを用いる場合はしわや折り目といった膜構造に特有な現象が注目され、モデル化や解析が行われた^[45,46]。また宮崎らによりエネルギー・モーメント法（EMM）をベースとした数値的に安定なモデルが構築された^[47-49]。MPMは膜構造を質点・ばね・ダンパ系で置き換えるモデル化手法である^[15,16,50,51]。MPMでは膜構造を非常にシンプルなモデルに近似しており、FEMと比較して精度が低下するが、計算コストが低く、計算コードの構築が容易になるといった利点がある。また白澤によりスピン型膜構造の二次展開にて生じる膜構造の回転や振動について、その大域的な運動はFEMとMPMでよく一致したことが示されている^[52]。そのため姿勢変更など長時間の数値解析において、MPMの使用により時間の短縮化が期待できる。

本研究ではMPMを採用し、膜構造のダイナミクスモデル化を行う。図3-3に示すようにMPMでは膜構造を、その慣性を表す質点と剛性・減衰を表すばね、ダンパを組み合わせ近似する。MPMにおける質点とばねの配置については様々検討されている^[53,54]。そのなかで本研究は膜構造の形状の自由度を高めるため、奥泉らにより構築された三角形要素を採用する^[50]。加えて本研究では、電線の剛性を表す並進ばねと回転ばねを質点間に配置する。また、各質点に作用する電磁力と重力のモデル化を行う。

本モデルでは質点の配列を考え、 i 行 j 列の質点を $P_{i,j}$ とする。また $P_{i,j}$ 、 $P_{i+1,j}$ 、 $P_{i,j+1}$ 、 $P_{i+1,j+1}$ で囲む四角形の中心にも質点 $P_{i+1/2,j+1/2}$ をおく。質点 $P_{i,j}$ から $P_{i+1,j}$ に伸びる線分要素を $L_{i+,j}$ 、 $P_{i,j}$ から $P_{i,j+1}$ に伸びる線分要素を $L_{i,j+}$ とする。さらに $P_{i,j}$ から $P_{i+1/2,j+1/2}$ 方向、 $P_{i,j}$ から $P_{i-1/2,j-1/2}$ 方向に伸びる線分要素をそれぞれ $L_{i+,j+}$ 、 $L_{i-,j-}$ とする（図3-4）。 $L_{i+,j}$ からみて $j+1$ 側に配置する面要素（ $P_{i,j}$ 、 $P_{i+1,j}$ 、 $P_{i+1/2,j+1/2}$ で囲む面要素）を $S_{(i+,j)+}$ 、 $L_{i+,j}$ からみて $j-1$ 側に配置する面要素（ $P_{i,j}$ 、 $P_{i+1,j}$ 、 $P_{i+1/2,j-1/2}$ で囲む面要素）を $S_{(i+,j)-}$ とする。同様に $L_{i,j+}$ からみて $i+1$ 側に配置する面要素（ $P_{i,j}$ 、 $P_{i,j+1}$ 、 $P_{i+1/2,j+1/2}$ で囲む面要素）を $S_{(i,j)+}$ 、 $L_{i,j+}$ からみて $j-1$ 側に配置する面要素（ $P_{i,j}$ 、 $P_{i,j+1}$ 、 $P_{i-1/2,j+1/2}$ で囲む面要素）を $S_{(i,j)-}$ とする。

MPMにおいて膜構造のダイナミクスは、各質点の運動方程式としてモデル化される。本研究では慣性座標系にて膜構造のダイナミクスをモデル化することで軌道運動を考慮する。質量 $m_{i,j}$ の質点 $P_{i,j}$ の運動方程式は、地球中心からの質点の位置 $\mathbf{r}_{i,j}^{\text{in}}$ を用いて式(3-3)のように表される。

$$m_{i,j} \frac{d^2 \mathbf{r}_{i,j}^{\text{in}}}{dt^2} = \mathbf{F}_{\text{mem}(i,j)}^{\text{in}} + \mathbf{F}_{\text{wire}(i,j)}^{\text{in}} + \mathbf{F}_{\text{ele}(i,j)}^{\text{in}} + \mathbf{F}_{\text{grav}(i,j)}^{\text{in}} = \mathbf{F}_{i,j}^{\text{in}} \quad (3-3)$$

以下より各力のモデル化を行う。

$$\mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)}^{\text{in}} = \sum_{(m,n) \in N_{LPij}} \mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)L_{m,n}}^{\text{in}} \quad (3-5)$$

$$\mathbf{F}_{\text{md}(i,j)}^{\text{in}} = \sum_{(m,n) \in N_{LPij}} \mathbf{F}_{\text{md}(i,j)L_{m,n}}^{\text{in}} \quad (3-6)$$

ここで N_{LPij} は質点 $P_{i,j}$ と接続する全ての線分要素の集合である。また $\mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)L_{m,n}}^{\text{in}}$ 、 $\mathbf{F}_{\text{md}(i,j)L_{m,n}}^{\text{in}}$ はそれぞれ線分要素 $L_{m,n}$ でのばね、ダンパによる力である。 $L_{m,n}$ での圧縮による変位の大きさが式(3-7)の臨界長 $l_{\text{cr}(m,n)}$ より大きくなる場合、膜構造の座屈により $\mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)L_{m,n}}^{\text{in}}$ は変位によらず一定となるとする。

$$l_{\text{cr}(m,n)} = l_{m,n} - g \frac{\pi^2 h_{\text{mem}}^2}{12 l_{m,n}} \quad (3-7)$$

ここで g はチューニングのためのパラメータである。線分要素 $L_{m,n}$ での $\mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)L_{m,n}}^{\text{in}}$ と $\mathbf{F}_{\text{md}(i,j)L_{m,n}}^{\text{in}}$ はそれぞれ式(3-8)と式(3-9)で表される。

$$\mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)L_{m,n}}^{\text{in}} = \begin{cases} k_{m,n}(l_{m,n} - l_{0(m,n)})\mathbf{d}_{m,n}^{\text{in}} & (l_{m,n} > l_{0(m,n)} - l_{\text{cr}(m,n)}) \\ -k_{m,n}l_{\text{cr}(m,n)}\mathbf{d}_{m,n}^{\text{in}} & (l_{m,n} \leq l_{0(m,n)} - l_{\text{cr}(m,n)}) \end{cases} \quad (3-8)$$

$$\mathbf{F}_{\text{md}(i,j)L_{m,n}}^{\text{in}} = c_{m,n}\dot{l}_{m,n}\mathbf{d}_{m,n}^{\text{in}} \quad (3-9)$$

ここで $l_{m,n}$ 、 $l_{0(m,n)}$ はそれぞれ $L_{m,n}$ の長さ、自然長とし、 $\mathbf{d}_{m,n}^{\text{in}}$ は $P_{i,j}$ を始点とする $L_{m,n}$ 上の単位方向ベクトルとする。また $k_{m,n}$ 、 $c_{m,n}$ は $L_{m,n}$ 上のばね係数およびダンパの減衰係数とする。

$k_{m,n}$ 、 $c_{m,n}$ は、面要素 $S_{(m,n)+}$ 、 $S_{(m,n)-}$ のそれぞれが $L_{m,n}$ に寄与する引張り・圧縮剛性と構造減衰の効果から求める。線分要素 $L_{i,j+}$ を例とし面要素 $S_{(i,j+)+}$ が $L_{i,j+}$ に与える効果を考える。ここで $S_{(i,j+)+}$ における質点 $P_{i,j}$ 、 $P_{i,j+1}$ 、 $P_{i+1/2,j+1/2}$ をそれぞれ P_1 、 P_2 、 P_3 、線分要素 $L_{i+(j+1)-}$ 、 $L_{i,j+}$ 、 $L_{i,j+}$ をそれぞれ L_1 、 L_2 、 L_3 とする。 L_1 、 L_2 、 L_3 におけるばね係数 k_1 、 k_2 、 k_3 は、面要素の各辺方向の引張り・圧縮により蓄えられるひずみエネルギーより設定し式(3-10)、(3-11)のように表される。また L_1 、 L_2 、 L_3 上のダンパの減衰係数 c_1 、 c_2 、 c_3 は減衰比 ζ を用いて式(3-12)のように表される。

$$\begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} = \mathbf{K}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (\mathbf{K})_{\alpha\beta} = \frac{a_{\alpha\beta}^2 l_{\beta}^2}{E_m h_m A_{123}} \quad (3-10)$$

$$a_{\alpha\beta} = 1 - \frac{4(1 + \nu_m) A_{123}^2}{l_{\alpha}^2 l_{\beta}^2} (1 - \delta_{\alpha\beta}) \quad (3-11)$$

$$c_{\alpha} = 2\zeta \sqrt{k_{\alpha} \frac{m_{\beta} + m_{\gamma}}{2}} \quad (\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3) \quad (3-12)$$

ここで A_{123} は面要素 $S_{(i,j+)+}$ の面積である。 $(\mathbf{K})_{\alpha\beta}$ を行列 \mathbf{K} の α 行 β 列の要素とし、 l_{α} 、 l_{β} を線分要素 L_{α} 、 L_{β} の長さとする。また、 α, β, γ は線要素番号である。 $S_{(i,j+)-}$ についても、 $P_{i,j}$ 、 $P_{i,j+1}$ 、 $P_{i-1/2,j+1/2}$ をそれぞれ P'_1 、 P'_2 、 P'_3 、線分要素 $L_{i-(j+1)-}$ 、 $L_{i-,j+}$ 、 $L_{i,j+}$ をそれぞれ L'_1 、 L'_2 、 L'_3 として同様に求め、 L'_1 、 L'_2 、 L'_3 のばね係数 k'_1 、 k'_2 、 k'_3 および減衰係数 c'_1 、 c'_2 、 c'_3 を得る。そして $k_{i,j+}$ は、ばね係数を k_3 および k'_3 とする二つのばねの並列接続、 $c_{i,j+}$ は減衰係数 c_3 および c'_3 の二つのダンパの並列接続としてそれぞれ式(3-13)、式(3-14)で表される。

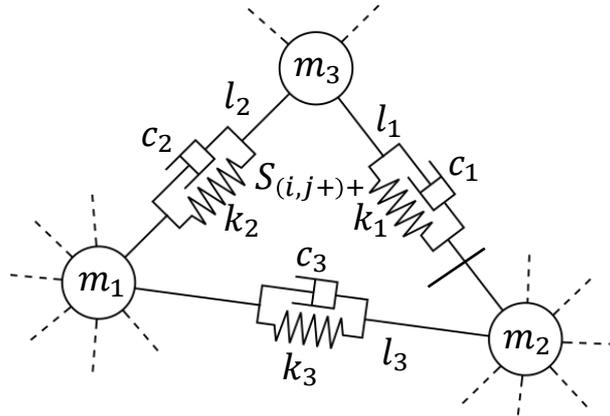


図 3-5 膜構造面要素のモデル^[55]

$$k_{i,j+} = k_3 + k'_3 \quad (3-13)$$

$$c_{i,j+} = c_3 + c'_3 \quad (3-14)$$

質点 $P_{i,j}$ と接続する他の線分要素においても、同様に引張り・圧縮剛性と構造減衰の力を計算し、式(3-5)、(3-6)より $\mathbf{F}_{mh(i,j)}^{in}$ 、 $\mathbf{F}_{md(i,j)}^{in}$ を求める。以上のように膜構造の剛性・減衰による力 $\mathbf{F}_{mem(i,j)}^{in}$ を求める。

3.2.2. 電線の引張り剛性および曲げ剛性のモデル化

質点 $P_{i,j}$ に作用する電線剛性の力 $\mathbf{F}_{wire(i,j)}^{in}$ は、電線の引張り・圧縮剛性による力 $\mathbf{F}_{wh(i,j)}^{in}$ 、曲げ剛性による力 $\mathbf{F}_{wb(i,j)}^{in}$ により式(3-15)より求められる。

$$\mathbf{F}_{wire(i,j)}^{in} = \mathbf{F}_{wh(i,j)}^{in} + \mathbf{F}_{wb(i,j)}^{in} \quad (3-15)$$

電線は膜構造スケールに対して十分細く線分として表すことができるとし、電線要素 w は線分要素上に配置されるとする。

まず引張り・圧縮剛性による力 $\mathbf{F}_{wh(i,j)}^{in}$ について考える。質点 $P_{i,j}$ に作用する $\mathbf{F}_{wh(i,j)}^{in}$ は並進ばねによる力として捉え、 $P_{i,j}$ と接続する全ての電線要素の並進ばねによる力を足し合わせることで得られる。

$$\mathbf{F}_{wh(i,j)}^{in} = \sum_{(m,n) \in N_{wPijw}} \mathbf{F}_{wh(i,j)w_{m,n}}^{in} \quad (3-16)$$

ここで N_{wPijw} は $P_{i,j}$ と接続する全ての電線要素の要素番号の集合とする。また $\mathbf{F}_{wh(i,j)w_{m,n}}^{in}$ は $w_{m,n}$ 上の並進ばねによる力とする。例として電線要素 $w_{i,j+}$ について考える(図 3-6)。 $w_{i,j+}$ 上の並進ばねにより $P_{i,j}$ に作用する力 $\mathbf{F}_{wh(i,j)w_{i,j+}}^{in}$ は式(3-17)のように表される^[56]。

$$\mathbf{F}_{wh(i,j)w_{i,j+}}^{in} = \frac{E_w A_w (l_{i,j+} - l_{0(i,j+)})}{l_{0(i,j+)}} \mathbf{d}_{i,j+}^{in} \quad (3-17)$$

ここで A_w は電線の断面積、 $l_{i,j+}$ 、 $l_{0(i,j+)}$ は電線要素 $w_{i,j+}$ の長さとして自然長である。

次に電線の曲げ剛性の効果を考える。曲げ剛性の効果は電線要素間の質点に配置される回転ばねにより電線要素に作用する弾性トルクとして表現する。電線要素が曲がらないという仮定のもと、このトルクは両端の質点に作用する偶力として分配できる。図 3-6 のよ

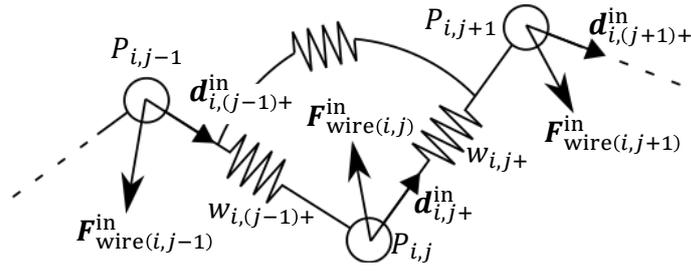


図 3-6 電線の引張り剛性、曲げ剛性のモデル概要図^[55]

うな電線を考えると， $P_{i,j}$ に作用する曲げ剛性による力 $\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j)}^{\text{in}}$ を求める際は $P_{i,j}$ ， $P_{i,j+1}$ ， $P_{i,j-1}$ 周りに配置される回転ばねを考慮する． $P_{i,j}$ に作用する力 $\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j)}^{\text{in}}$ は式(3-18)のように表される．

$$\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j)}^{\text{in}} = \sum_{(m,n) \in N_{\text{PPi}j\text{w}}} \mathbf{F}_{\text{wb}(i,j)P_{m,n}}^{\text{in}} \quad (3-18)$$

ここで $N_{\text{PPi}j\text{w}}$ は考慮すべき回転ばねが配置された質点番号の集合とする． $\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j)P_{m,n}}^{\text{in}}$ は $P_{m,n}$ で隣接する電線要素間の回転ばねにより $P_{i,j}$ に作用する力である．例として $P_{i,j}$ とつながる電線要素 $w_{i,(j-1)+}$ ， $w_{i,j+}$ について考える（図 3-6）． $P_{i,j}$ 周りの回転ばねにより $w_{i,(j-1)+}$ ， $w_{i,j+}$ に作用するトルク $\mathbf{T}_{\text{wb}(i,(j-1)+)P_{i,j}}^{\text{in}}$ ， $\mathbf{T}_{\text{wb}(i,j+)P_{i,j}}^{\text{in}}$ は式(3-19)，(3-20)のように表される．

$$\mathbf{T}_{\text{wb}(i,(j-1)+)P_{i,j}}^{\text{in}} = -\frac{E_w J_w(i,j)(\phi_{i,j} - \phi_{0(i,j)})}{l_{0(i,(j-1)+)}} \mathbf{n}_{\text{wb}(i,j)}^{\text{in}} \quad (3-19)$$

$$\mathbf{T}_{\text{wb}(i,j+)P_{i,j}}^{\text{in}} = \frac{E_w J_w(i,j)(\phi_{i,j} - \phi_{0(i,j)})}{l_{0(i,j+)}} \mathbf{n}_{\text{wb}(i,j)}^{\text{in}} \quad (3-20)$$

ここで $J_w(i,j)$ は $P_{i,j}$ の位置での電線の断面二次モーメント， $\phi_{i,j}$ ， $\phi_{0(i,j)}$ は $w_{i,(j-1)+}$ ， $w_{i,j+}$ 間の角度および平衡角とする．また， $\mathbf{n}_{\text{wb}(i,j)}^{\text{in}}$ は $w_{i,(j-1)+}$ から $w_{i,j+}$ への回転軸方向を表す．

$$\mathbf{n}_{\text{wb}(i,j)}^{\text{in}} = \frac{\mathbf{d}_{i,(j-1)+}^{\text{in}} \times \mathbf{d}_{i,j+}^{\text{in}}}{|\mathbf{d}_{i,(j-1)+}^{\text{in}} \times \mathbf{d}_{i,j+}^{\text{in}}|} \quad (3-21)$$

$P_{i,j-1}$ ， $P_{i,j}$ ， $P_{i,j+1}$ に作用する力 $\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}}^{\text{in}}$ ， $\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j)P_{i,j}}^{\text{in}}$ ， $\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}}^{\text{in}}$ は，求めた弾性トルクから式(3-22)-(3-24)のように求められる．

$$\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}}^{\text{in}} = -\frac{\mathbf{T}_{\text{wb}(i,(j-1)+)P_{i,j}}^{\text{in}} \times \mathbf{d}_{i,(j-1)+}^{\text{in}}}{l_{i,(j-1)+}} \quad (3-22)$$

$$\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}}^{\text{in}} = \frac{\mathbf{T}_{\text{wb}(i,j+)P_{i,j}}^{\text{in}} \times \mathbf{d}_{i,j+}^{\text{in}}}{l_{i,j+}} \quad (3-23)$$

$$\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j)P_{i,j}}^{\text{in}} = -\left(\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}}^{\text{in}} + \mathbf{F}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}}^{\text{in}}\right) \quad (3-24)$$

以上のように電線の剛性による力を求めることができる．

3.2.3. 電線に作用する電磁力のモデル化

質点 $P_{i,j}$ に作用する電磁力 $\mathbf{F}_{\text{ele}(i,j)}^{\text{in}}$ は，地磁場による電磁力 $\mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)}^{\text{in}}$ と電線の相互磁場による

電磁力 $\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)}^{\text{in}}$ から式(3-25)より得られる.

$$\mathbf{F}_{\text{ele}(i,j)}^{\text{in}} = \mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)}^{\text{in}} + \mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)}^{\text{in}} \quad (3-25)$$

まず地磁場による電磁力 $\mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)}^{\text{in}}$ について考える. $\mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)}^{\text{in}}$ は質点 $P_{i,j}$ と接続する電線要素ごとに地磁場による電磁力を計算することで, 式(3-26)のように表される.

$$\mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)}^{\text{in}} = \sum_{(m,n) \in N_{wPijw}} \mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)w_{m,n}}^{\text{in}} \quad (3-26)$$

ここで N_{wPijw} は $P_{i,j}$ と接続する全ての電線要素の要素番号の集合である. また $\mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)w_{m,n}}^{\text{in}}$ は地磁場により $w_{m,n}$ が $P_{i,j}$ に及ぼす電磁力である. $\mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)w_{m,n}}^{\text{in}}$ はローレンツ力から以下となる.

$$\mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)w_{m,n}}^{\text{in}} = \frac{l_{w_{m,n}} (\mathbf{d}_{l(m,n)}^{\text{in}} \times \mathbf{B}_{\text{E}}^{\text{in}})}{2} \quad (3-27)$$

ここで $l_{w_{m,n}}$ は電線要素 $w_{m,n}$ の長さ, $\mathbf{d}_{l(m,n)}^{\text{in}}$ は $w_{m,n}$ の電流方向の単位ベクトルである. また $\mathbf{B}_{\text{E}}^{\text{in}}$ は衛星の軌道位置での地磁場ベクトルであり, 地磁気ダイポールで近似的に表すことで式(3-28)のようにモデル化される^[58].

$$\mathbf{B}_{\text{E}}^{\text{in}} = -\frac{\mu_0}{4\pi|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^5} \{(\mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{in}} \cdot \mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{in}}) \mathbf{m}_{\text{E}}^{\text{in}} - 3(\mathbf{m}_{\text{E}}^{\text{in}} \cdot \mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{in}}) \mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{in}}\} \quad (3-28)$$

ここで \mathbf{r}_{EC} は地球中心に対する衛星重心の位置ベクトルである. 質点 $P_{i,j}$ と接続する他の電線要素についても同様に地磁場による電磁力を計算することができる.

次に相互磁場による電磁力 $\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)}^{\text{in}}$ について考える. $\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)}^{\text{in}}$ は質点 $P_{i,j}$ と接続する電線要素ごとに相互磁場による電磁力を計算することで, 式(3-29)のように表される.

$$\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)}^{\text{in}} = \sum_{(m,n) \in N_{wPij}} \mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)w_{m,n}}^{\text{in}} \quad (3-29)$$

ここで $\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)w_{m,n}}^{\text{in}}$ は, 相互磁場により $w_{m,n}$ が $P_{i,j}$ に及ぼす電磁力である. $\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)w_{m,n}}^{\text{in}}$ は $w_{m,n}$ 以外の電線要素ごとに相互磁場による電磁力を計算することで, 式(3-30)のように表す^[57].

$$\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)w_{m,n}}^{\text{in}} = \sum_{(k,l) \in N_{w_{m,n}}} \mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)w_{m,n}w_{k,l}}^{\text{in}} \quad (3-30)$$

$N_{w_{m,n}}$ は $w_{m,n}$ 以外の全ての電線要素の要素番号の集合である. また $\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)w_{m,n}w_{k,l}}^{\text{in}}$ は $w_{k,l}$ が発する磁場により $w_{m,n}$ が $P_{i,j}$ に及ぼす電磁力である. 例として電線要素 $w_{\alpha,\beta+}$ が $w_{i,j+}$ に及ぼす電磁力について考える (図 3-7). $w_{i,j+}$, $w_{\alpha,\beta+}$ 上に座標軸 $\mathbf{S}_{\text{e}(i,j+)}$, $\mathbf{S}_{\text{e}(\alpha,\beta+)}$ を配置する. $w_{\alpha,\beta+}$ が生じる磁場により $w_{i,j+}$ に作用する電磁力 $\mathbf{F}_{\text{ew}_{i,j+}w_{\alpha,\beta+}}^{\text{in}}$, 電磁トルク $\mathbf{T}_{\text{ew}_{i,j+}w_{\alpha,\beta+}}^{\text{in}}$ は, Biot-Savart 則より式(3-31), (3-32)のように表される.

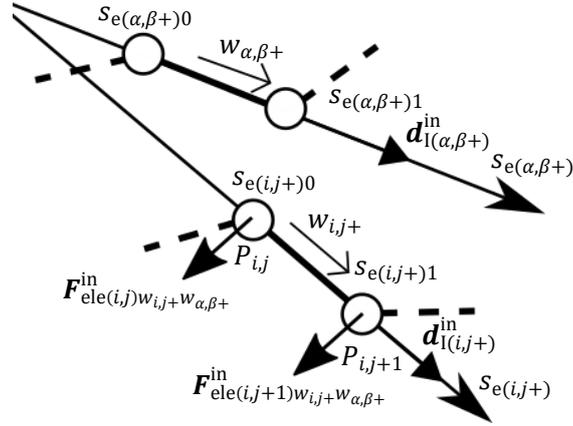


図 3-7 電磁力の計算時の電線配置とその座標系^[55]

$$\mathbf{F}_{ew_{i,j+}w_{\alpha,\beta+}}^{\text{in}} = -\frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \int_{S_{e(i,j+)_0}}^{S_{e(i,j+)_1}} \int_{S_{e(\alpha,\beta+)_0}}^{S_{e(\alpha,\beta+)_1}} \mathbf{d}_{1(i,j+)}^{\text{in}} \times \left(\frac{\mathbf{r}^{\text{in}}(S_{e(i,j+)_1}) - \mathbf{r}^{\text{in}}(S_{e(\alpha,\beta+)_0})}{|\mathbf{r}(S_{e(i,j+)_1}) - \mathbf{r}(S_{e(\alpha,\beta+)_0})|^3} \times \mathbf{d}_{1(\alpha,\beta+)}^{\text{in}} \right) ds_{e(\alpha,\beta+)} ds_{e(i,j+)} \quad (3-31)$$

$$\mathbf{T}_{ew_{i,j+}w_{\alpha,\beta+}}^{\text{in}} = -\frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \int_{S_{e(i,j+)_0}}^{S_{e(i,j+)_1}} \int_{S_{e(\alpha,\beta+)_0}}^{S_{e(\alpha,\beta+)_1}} S_{e(i,j+)} \mathbf{d}_{1(i,j+)}^{\text{in}} \times \left(\frac{\mathbf{r}^{\text{in}}(S_{e(i,j+)_1}) - \mathbf{r}^{\text{in}}(S_{e(\alpha,\beta+)_0})}{|\mathbf{r}(S_{e(i,j+)_1}) - \mathbf{r}(S_{e(\alpha,\beta+)_0})|^3} \times \mathbf{d}_{1(\alpha,\beta+)}^{\text{in}} \right) ds_{e(\alpha,\beta+)} ds_{e(i,j+)} - S_{e(i,j+)_0} \mathbf{F}_{e(w_{i,j+}w_{\alpha,\beta+})}^{\text{in}} \quad (3-32)$$

ここで $\mathbf{r}(S_{e(i,j+)_1})$, $\mathbf{r}(S_{e(\alpha,\beta+)_0})$ はそれぞれ電線要素 $w_{i,j+}$, $w_{\alpha,\beta+}$ 上のある点の位置ベクトル, μ は透磁率とする. 質点 $P_{i,j}$, $P_{i,j+1}$ に作用する力 $\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)w_{i,j+}w_{\alpha,\beta+}}^{\text{in}}$, $\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j+1)w_{i,j+}w_{\alpha,\beta+}}^{\text{in}}$ は, 電磁力, 電磁トルクから以下のように得られる.

$$\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j+1)w_{i,j+}w_{\alpha,\beta+}}^{\text{in}} = \frac{\mathbf{T}_{ew_{i,j+}w_{\alpha,\beta+}}^{\text{in}}}{S_{e(i,j+)_1} - S_{e(i,j+)_0}} \quad (3-33)$$

$$\mathbf{F}_{\text{ein}(i,j)w_{i,j+}w_{\alpha,\beta+}}^{\text{in}} = \mathbf{F}_{ew_{i,j+}w_{\alpha,\beta+}}^{\text{in}} - \mathbf{F}_{\text{ein}(i,j+1)w_{i,j+}w_{\alpha,\beta+}}^{\text{in}} \quad (3-34)$$

以上のように電磁力を求めることができる.

3.2.4. 重力のモデル化

質点 $P_{i,j}$ に作用する重力 $\mathbf{F}_{\text{grav}(i,j)}^{\text{in}}$ は式(3-35)のようにモデル化する.

$$\mathbf{F}_{\text{grav}(i,j)}^{\text{in}} = -\mu_E \frac{m_{i,j} \mathbf{r}_{i,j}^{\text{in}}}{|\mathbf{r}_{i,j}|^3} \quad (3-35)$$

3.3. 筐体のダイナミクスのモデル化

筐体の並進運動は運動方程式により式(3-36)のようにモデル化される.

$$m_b \ddot{\mathbf{r}}_{Eb}^{\text{in}} = -\mu_E \frac{m_b \mathbf{r}_{Eb}^{\text{in}}}{|\mathbf{r}_{Eb}^{\text{in}}|^3} + \sum_{(m,n) \in N_{Pb}} \mathbf{F}_{m,n}^{\text{in}} \quad (3-36)$$

ここで m_b は筐体の質量, \mathbf{r}_{Eb} は慣性座標系での筐体重心の位置ベクトル, N_{Pb} は筐体と膜構造の接続点に位置する質点の集合である.

筐体の姿勢運動は, 筐体に対する角運動量保存則から式(3-37)のようにモデル化する (図 3-8).

$$\mathbf{I}_b \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b + \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times \mathbf{I}_b \boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \mathbf{T}_{\text{ele}}^b + \mathbf{T}_{\text{grav}}^b + \mathbf{T}_{\text{mem}}^b = \mathbf{T}_b^b \quad (3-37)$$

磁気トルク $\mathbf{T}_{\text{ele}}^b$ は筐体に搭載された MTQ の磁気モーメント \mathbf{m}_b と地磁場との干渉により生じ, 式(3-38)のようにモデル化される.

$$\mathbf{T}_{\text{ele}}^b = \mathbf{m}_b^b \times \mathbf{B}_E^b \quad (3-38)$$

重力傾斜トルク $\mathbf{T}_{\text{grav}}^b$ は式(3-39)のようにモデル化される^[40].

$$\mathbf{T}_{\text{grav}}^b = -\frac{3\mu_E}{|\mathbf{r}_{Eb}^b|^5} \mathbf{r}_{Eb}^b \times \mathbf{I}_b \mathbf{r}_{Eb}^b \quad (3-39)$$

膜構造から作用するトルク $\mathbf{T}_{\text{mem}}^b$ は, 筐体と膜構造の接続点に作用する力およびトルクから式(3-40)のように表される.

$$\mathbf{T}_{\text{mem}}^b = \sum_{(m,n) \in N_{Pb}} \left\{ (\mathbf{r}_{m,n}^b - \mathbf{r}_{Eb}^b) \times \mathbf{F}_{m,n}^b + \mathbf{T}_{\text{wbb}P_{m,n}}^b \right\} \quad (3-40)$$

ここで $\mathbf{T}_{\text{wbb}P_{m,n}}^b$ は質点 $P_{m,n}$ 周りの電線の曲げ剛性を表す回転ばねが筐体に及ぼすトルクである.

重力傾斜トルクや磁気トルクは筐体の姿勢によるため, 筐体の姿勢キネマティクスをモデル化する. 筐体の姿勢は LVLH 座標系から機体座標系への 3-1-2 系のオイラー角 $\boldsymbol{\alpha}_{hb} = [\alpha_{hb1} \ \alpha_{hb2} \ \alpha_{hb3}]^T$ を用いて表す. $\boldsymbol{\alpha}_{hb}$ を用いて LVLH 座標系から機体座標系への DCM は式(3-41)のようになる^[59].

$$\mathbf{C}_{hb} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{hb2} \cos \alpha_{hb3} - \sin \alpha_{hb1} \sin \alpha_{hb2} \sin \alpha_{hb3} & \cos \alpha_{hb3} \sin \alpha_{hb1} \sin \alpha_{hb2} + \cos \alpha_{hb2} \sin \alpha_{hb3} & -\cos \alpha_{hb1} \sin \alpha_{hb2} \\ -\cos \alpha_{hb1} \sin \alpha_{hb3} & \cos \alpha_{hb1} \cos \alpha_{hb3} & \sin \alpha_{hb1} \\ \cos \alpha_{hb3} \sin \alpha_{hb2} + \cos \alpha_{hb2} \sin \alpha_{hb1} \sin \alpha_{hb3} & -\cos \alpha_{hb2} \cos \alpha_{hb3} \sin \alpha_{hb1} + \sin \alpha_{hb2} \sin \alpha_{hb3} & \cos \alpha_{hb1} \cos \alpha_{hb2} \end{bmatrix} \quad (3-41)$$

式(3-41)を用いて慣性座標系から機体座標系への DCM \mathbf{C}_{ib} は式(3-42)のように表される.

$$\mathbf{C}_{ib} = \mathbf{C}_{hb} \mathbf{C}_{oh} \mathbf{C}_{io} \quad (3-42)$$

ここで式(3-43)の関係を用いることにより, 筐体の慣性座標系に対する角速度ベクトルを, オイラー角を用いて式(3-44)のように表すことができる^[59].

$$[\boldsymbol{\omega}_{ib}^b]_{\times} = \mathbf{C}_{ib} \dot{\mathbf{C}}_{ib}^T \quad (3-43)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{hb2} & 0 & -\cos \alpha_{hb1} \sin \alpha_{hb2} \\ 0 & 1 & \sin \alpha_{hb1} \\ \sin \alpha_{hb2} & 0 & \cos \alpha_{hb1} \cos \alpha_{hb2} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\alpha}}_{hb} + n_o \begin{bmatrix} -\cos \alpha_{hb1} \sin \alpha_{hb2} \\ \sin \alpha_{hb1} \\ \cos \alpha_{hb1} \cos \alpha_{hb2} \end{bmatrix} \quad (3-44)$$

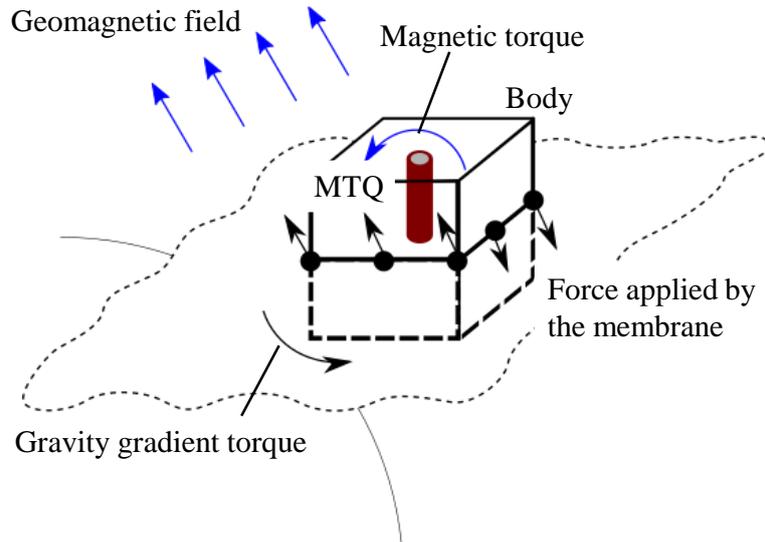


図 3-8 筐体に作用する力・トルク

ここで $[\boldsymbol{\omega}_{ib}^b]_x$ は $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ での外積を示す表す交代行列である．この行列は任意のベクトル $\boldsymbol{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T$ に対して式(3-45)のように表される．

$$[\boldsymbol{a}]_x = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-45)$$

式(3-44)が筐体の姿勢キネマティクスとなる．本研究における数値解析は，以上のように得られた多粒子法を用いた膜構造のダイナミクスモデル，および筐体のダイナミクスモデルを用いて行った．

3.4. 膜構造と筐体の姿勢とのカップリングを考慮した拘束モードモデルの導出

3.4.1. モデル導出の概要

衛星の運動の解析のためダイナミクスのモード分解を行う．膜構造は薄く，かつ展張状態を維持しつつ姿勢変更を行うとし，理論解析においてはダンパによる減衰および座屈の効果は考慮しない．また，電流から生じる磁場は地磁場と比較し十分小さいとし，地磁場との干渉による電磁力のみ考慮する．加えて衛星の軌道角速度はスピン角速度と比較して十分小さいとする．また，膜構造の変形や LVLH 系に対するスピン軸の回転，および姿勢変更における角速度の変動を微小とする．

本節では 3.2 節，3.3 節で接続点での境界力によって表された筐体と膜構造のダイナミクスのカップリングを，筐体の角速度および膜構造の質点位置を用いて表現する．次にモード分解に向けたダイナミクスの線形化を行う．その後，膜構造の運動のモード分解を行うことで，拘束モードモデルと呼ばれる，筐体と膜構造の運動モードのカップリングが表現されたダイナミクスモデルを得る．

3.4.2. 機体座標系での膜構造ダイナミクスの表現

膜構造のダイナミクスを機体座標系で表現することで、筐体の姿勢運動が膜構造の運動に与える影響を慣性力として表す。質点要素 $P_{i,j}$ の位置ベクトル $\mathbf{r}_{i,j}^{\text{in}}$ を地球中心に対する衛星重心の位置ベクトル $\mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{in}}$ と衛星重心に対する $P_{i,j}$ の位置ベクトル $\mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}}$ を用いて表すと式(3-46)のようになる。

$$\mathbf{r}_{i,j}^{\text{in}} = \mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{in}} + \mathbf{C}_{\text{ib}}^{\text{T}} \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}} \quad (3-46)$$

ここで \mathbf{r}_{EC} は地球中心に対する衛星の重心の位置ベクトルである。式(3-46)を式(3-3)に代入し整理すると式(3-47)のようになる。

$$\begin{aligned} m_{i,j}(\ddot{\mathbf{r}}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}} + 2\boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times \dot{\mathbf{r}}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times (\boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}}) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}}) \\ = \mathbf{F}_{\text{mem}(i,j)}^{\text{b}} + \mathbf{F}_{\text{wire}(i,j)}^{\text{b}} + \mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)}^{\text{b}} + \mathbf{F}_{\text{grav}(i,j)}^{\text{b}} - m_{i,j} \mathbf{C}_{\text{ib}} \ddot{\mathbf{r}}_{\text{EC}}^{\text{in}} \end{aligned} \quad (3-47)$$

式(3-47)において左辺の第二項、第三項が機体座標系の回転によるコリオリ力および遠心力を示し、第四項が筐体の角速度の変化により生じる慣性力を表す。 $|\mathbf{r}_{\text{EC}}| \gg |\mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}|$ であるため $|\mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}|$ の2次以上の項を0に近似すると、式(3-35)より $\mathbf{F}_{\text{grav}(i,j)}^{\text{b}}$ は式(3-48)のように近似される。

$$\mathbf{F}_{\text{grav}(i,j)}^{\text{b}} \cong -\frac{m_{i,j}\mu_{\text{E}}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \left\{ \mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{b}} + \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}} - \frac{3(\mathbf{r}_{\text{EC}} \cdot \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)})}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^2} \mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{b}} \right\} \quad (3-48)$$

一方で $\ddot{\mathbf{r}}_{\text{EC}}^{\text{in}}$ は重力による衛星全体に作用する加速度であるため式(3-49)のようになる。

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{EC}}^{\text{in}} = -\frac{\mu_{\text{E}}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{in}} \quad (3-49)$$

式(3-48)、(3-49)より式(3-47)は式(3-50)、(3-51)のように整理される。

$$\begin{aligned} m_{i,j}(\ddot{\mathbf{r}}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}} + 2\boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times \dot{\mathbf{r}}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times (\boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}}) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}}) \\ = \mathbf{F}_{\text{mem}(i,j)}^{\text{b}} + \mathbf{F}_{\text{wire}(i,j)}^{\text{b}} + \mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)}^{\text{b}} + \mathbf{F}_{\text{gC}(i,j)}^{\text{b}} \end{aligned} \quad (3-50)$$

$$\mathbf{F}_{\text{gC}(i,j)}^{\text{b}} = -\frac{m_{i,j}\mu_{\text{E}}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \left\{ \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}} - \frac{3(\mathbf{r}_{\text{EC}} \cdot \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)})}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^2} \mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{b}} \right\} \quad (3-51)$$

以上のように機体座標系における膜構造のダイナミクスがモデル化される。

3.4.3. 筐体の姿勢ダイナミクスに対する膜構造の運動の影響のモデル化

衛星の姿勢運動および膜構造の運動によって生じる、筐体と膜構造の接点での境界力により、両者間で角運動量が交換される。慣性座標系における筐体と膜構造の総角運動量の保存則から、式(3-52)が成り立つ。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{C}_{\text{ib}}^{\text{T}} \mathbf{I}_{\text{b}} \boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} + \sum_{i,j} m_{i,j} \mathbf{r}_{i,j}^{\text{in}} \times \dot{\mathbf{r}}_{i,j}^{\text{in}} \right) \\ = \mathbf{T}_{\text{ele}}^{\text{in}} + \mathbf{T}_{\text{grav}}^{\text{in}} + \sum_{i,j} \mathbf{r}_{i,j}^{\text{in}} \times (\mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)}^{\text{in}} + \mathbf{F}_{\text{grav}(i,j)}^{\text{in}}) \end{aligned} \quad (3-52)$$

式(3-52)に式(3-46)を代入することで、式(3-53)を得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{\text{b}} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{ib}}^{\text{b}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times \mathbf{I}_{\text{b}} \boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} + \sum_{i,j} m_{i,j} \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}} \times \{ \dot{\mathbf{r}}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}} + 2\boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}} \\ + \boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times (\boldsymbol{\omega}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}}) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{ib}}^{\text{b}} \times \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^{\text{b}} \} \\ = \mathbf{T}_{\text{ele}}^{\text{b}} + \mathbf{T}_{\text{grav}}^{\text{b}} + \sum_{i,j} \mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}} \times (\mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)}^{\text{b}} + \mathbf{F}_{\text{gC}(i,j)}^{\text{b}}) \end{aligned} \quad (3-53)$$

式(3-53)の右辺において、角運動量の交換により接合点での境界力が打ち消される。よって式(3-53)の左辺の第三項以降と右辺により、筐体へ作用する磁気トルクと重力傾斜トルクに加え、膜構造の運動が筐体の姿勢運動に与える影響が表現される。

3.4.4. ダイナミクスの線形化

モード分解に向け、衛星のダイナミクスモデルの線形化を行う。線形化では質点位置、オイラー角、および角速度を、スピン軸方向と z^b 軸方向が一致しているとき（平衡点）の値とそこからの微小変動の和で表現し、微小量の2次以降の項を0に近似する。角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ を、スピン角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b = [0, 0, \omega_s]^T$ と微小な変動角速度 $\delta\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ を用いて式(3-54)のように表す。

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib0}^b + \delta\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \quad (3-54)$$

このとき $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b = \delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b$ となる。多粒子法における膜構造の質点の位置ベクトル \mathbf{r}_{ij}^b を、平衡点での各質点の位置ベクトル $\mathbf{r}_{e(i,j)}^b = [x_{e(i,j)}^b \ y_{e(i,j)}^b \ z_{e(i,j)}^b]^T$ および平衡点からの微小な変位ベクトル $\delta\mathbf{r}_{ij}^b = [\delta x_{ij}^b \ \delta y_{ij}^b \ \delta z_{ij}^b]^T$ を用いて式(3-55)のように表現する。

$$\mathbf{r}_{C(i,j)}^b = \mathbf{r}_{e(i,j)}^b + \delta\mathbf{r}_{ij}^b \quad (3-55)$$

このとき $\dot{\mathbf{r}}_{ij}^b = \delta\dot{\mathbf{r}}_{ij}^b$ 、 $\ddot{\mathbf{r}}_{ij}^b = \delta\ddot{\mathbf{r}}_{ij}^b$ となる。平衡点では膜構造および電線の剛性による力と遠心力が釣り合う。式(3-47)において軌道運動により変動する電磁力 $\mathbf{F}_{ele(i,j)}^b$ および重力 $\mathbf{F}_{grav(i,j)}^b$ を0とし、 $\delta\mathbf{r}_{ij}^b = \delta\dot{\mathbf{r}}_{ij}^b = \mathbf{0}$ 、 $\delta\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b = \mathbf{0}$ として式(3-54)、(3-55)を代入すると式(3-56)のようになる。

$$m_{i,j}\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b \times (\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b \times \mathbf{r}_{e(i,j)}^b) = \mathbf{F}_{mem(i,j)e}^b + \mathbf{F}_{wire(i,j)e}^b \quad (3-56)$$

ここで $\mathbf{F}_{mem(i,j)e}^b$ 、 $\mathbf{F}_{wire(i,j)e}^b$ はそれぞれ平衡点にて質点 $P_{i,j}$ に作用する、膜構造および電線の剛性による力である。式(3-56)を全質点に拡張することで式(3-57)–式(3-60)を得る。

$$MS(\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b)S(\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b)\mathbf{r}_e^b = \mathbf{F}_{stre}^b \quad (3-57)$$

$$\mathbf{M} = \text{diag}(m_{1,1}, m_{1,1}, m_{1,1}, m_{1,2}, m_{1,2}, m_{1,2}, \dots) \quad (3-58)$$

$$\mathbf{r}_e^b = [\mathbf{r}_{e(1,1)}^{bT} \ \mathbf{r}_{e(1,2)}^{bT} \ \dots]^T \quad (3-59)$$

$$\mathbf{F}_{stre}^b = [\mathbf{F}_{mem(1,1)e}^{bT} + \mathbf{F}_{wire(1,1)e}^{bT} \ \mathbf{F}_{mem(1,2)e}^{bT} + \mathbf{F}_{wire(1,2)e}^{bT} \ \dots]^T \quad (3-60)$$

ここで $S(\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b)$ は $[\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b]_x$ を対角に並べた行列であり、式(3-61)のように表される。

$$S(\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b) = \begin{bmatrix} [\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b]_x & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \dots & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & [\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b]_x & & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \dots & [\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b]_x \end{bmatrix} \quad (3-61)$$

式(3-57)を \mathbf{r}_e^b について解くことで平衡点での各質点の位置ベクトルを得る。式(3-57)は解析的には解けないため、ニュートン・ラプソン法を用いて数値的に解く。まず、式(3-62)のように関数 $\mathbf{f}(\mathbf{r}_e^b)$ を定義する。

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}_e^b) = MS(\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b)S(\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b)\mathbf{r}_e^b - \mathbf{F}_{stre}^b = \mathbf{0} \quad (3-62)$$

そして式(3-63)を繰り返し計算し、式(3-64)で表される収束条件を満たしたときの \mathbf{r}_{ek}^b が式(3-57)の数値解である。

$$\mathbf{r}_{ek}^b = \mathbf{r}_{e(k-1)}^b - \mathbf{J}_{k-1}^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{r}_{e(k-1)}^b) \quad (3-63)$$

$$|\mathbf{r}_{ek}^b - \mathbf{r}_{e(k-1)}^b| < \epsilon \quad (3-64)$$

ここで \mathbf{J}_k は $\mathbf{f}(\mathbf{r}_{ek}^b)$ のヤコビアン, \mathbf{r}_{ek}^b は k ステップ目の \mathbf{r}_e^b である.

式(3-55)を用いて膜構造の引張り・圧縮剛性および電線の剛性による力の線形化を行う. 膜構造の剛性による力は, 式(3-5), 式(3-8)より式(3-65)のように線形化される.

$$\mathbf{F}_{mh}^b \cong \mathbf{F}_{mhe}^b + \mathbf{A}_{mh} \delta \mathbf{r}^b \quad (3-65)$$

ここで $\mathbf{F}_{mh}^b = [\mathbf{F}_{mh(1,1)}^{bT}, \mathbf{F}_{mh(1,2)}^{bT}, \dots]^T$, $\delta \mathbf{r}^b = [\delta \mathbf{r}_{1,1}^{bT}, \delta \mathbf{r}_{1,2}^{bT}, \dots]^T$ である. 電線の剛性による力

は式(3-16)–(3-18)および式(3-22)–(3-24)より, 式(3-66), (3-67)のように線形化される.

$$\mathbf{F}_{wh}^b \cong \mathbf{F}_{whe}^b + \mathbf{A}_{wh} \delta \mathbf{r}^b \quad (3-66)$$

$$\mathbf{F}_{wb}^b \cong \mathbf{F}_{wbe}^b + \mathbf{A}_{wb} \delta \mathbf{r}^b \quad (3-67)$$

ここで $\mathbf{F}_{wh}^b = [\mathbf{F}_{wh(1,1)}^{bT}, \mathbf{F}_{wh(1,2)}^{bT}, \dots]^T$, $\mathbf{F}_{wb}^b = [\mathbf{F}_{wb(1,1)}^{bT}, \mathbf{F}_{wb(1,2)}^{bT}, \dots]^T$ である. なお式(3-65)–

(3-67)の導出については補遺 A.1, A.2 に示す. 式(3-65)–(3-67)において右辺第1項は, 平衡点における膜構造および電線の剛性による力であり, 右辺第二項はこれらの力の変動分である. 式(3-60)から式(3-68)が成り立つため, 平衡点における膜構造と電線の剛性による力は各質点に作用する遠心力により打ち消される.

$$\mathbf{F}_{stre}^b = \mathbf{F}_{mhe}^b + \mathbf{F}_{whe}^b + \mathbf{F}_{wbe}^b \quad (3-68)$$

以上のように, 膜構造および電線の剛性による力を線形化する.

α_{hb1} , α_{hb2} を微小とし, α_{hb3} をスピン角速度により生じるスピン角 α_{hb30} と微小な変動分 $\delta \alpha_{hb3}$ により表すことで, オイラー角 α_{hb} は式(3-69)–(3-72)のように表される.

$$\alpha_{hb} = \alpha_{hb0} + \delta \alpha_{hb} \quad (3-69)$$

$$\alpha_{hb0} = [0, 0, \alpha_{hb30}]^T \quad (3-70)$$

$$\alpha_{hb30} = \omega_s t + \phi_{\alpha 0} \quad (3-71)$$

$$\delta \alpha_{hb} = [\alpha_{hb1}, \alpha_{hb2}, \delta \alpha_{hb3}]^T \quad (3-72)$$

ここで $\phi_{\alpha 0}$ は α_{hb30} の初期値である. 式(3-69)–(3-72)を式(3-41)に代入し, 二次以上の微小量の 0 への近似および $\sin \alpha_{hb1} \approx \alpha_{hb1}$, $\cos \alpha_{hb1} \approx 1$ (他の微小量についても同様) の代入により, \mathbf{C}_{hb} は式(3-73)–(3-75)のように表される.

$$\mathbf{C}_{hb} = \mathbf{C}_{hb0} + \delta \mathbf{C}_{hb} \quad (3-73)$$

$$\mathbf{C}_{hb0} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{hb30} & \sin \alpha_{hb30} & 0 \\ -\sin \alpha_{hb30} & \cos \alpha_{hb30} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-74)$$

$$\delta \mathbf{C}_{hb} = \begin{bmatrix} -\delta \alpha_{hb3} \sin \alpha_{hb30} & \delta \alpha_{hb3} \cos \alpha_{hb30} & -\alpha_{hb2} \\ -\delta \alpha_{hb3} \cos \alpha_{hb30} & \delta \alpha_{hb3} \sin \alpha_{hb30} & \alpha_{hb1} \\ \alpha_{hb2} \cos \alpha_{hb30} + \alpha_{hb1} \sin \alpha_{hb30} & -\alpha_{hb1} \cos \alpha_{hb30} + \alpha_{hb2} \sin \alpha_{hb30} & 0 \end{bmatrix} \quad (3-75)$$

また, 式(3-69)–(3-72)を式(3-44)で表される姿勢キネマティクスに代入することで, 角速度の変動分 $\delta \omega_{ib}^b$ はオイラー角を用いて式(3-76)–(3-78)のように表される.

$$\delta \omega_{ib}^b = \delta \dot{\alpha}_{hb} + n_o \omega_{ibt}^b + \mathbf{A}_\alpha \delta \alpha_{hb} \quad (3-76)$$

$$\omega_{ibt}^b = [\cos \alpha_{hb30}, -\sin \alpha_{hb30}, 0]^T \quad (3-77)$$

$$\mathbf{A}_\alpha = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_s & -n_o \sin \alpha_{hb30} \\ \omega_s & 0 & -n_o \cos \alpha_{hb30} \\ n_o \sin \alpha_{hb30} & n_o \cos \alpha_{hb30} & 0 \end{bmatrix} \quad (3-78)$$

そして式(3-54), (3-55), (3-65)–(3-67), (3-76)を式(3-47), (3-53)に代入することで, 線形化された衛星のダイナミクスが式(3-79)–(3-115)のように得られる. なお $\omega_s \gg n_0$ であり n_0^2 を0に近似した.

$$\begin{aligned} & \mathbf{I}_s \delta \ddot{\alpha}_{\text{hb}} + (\mathbf{A}_{\alpha\alpha 0} + n_0 \mathbf{A}_{\alpha\alpha dt}) \delta \dot{\alpha}_{\text{hb}} + (\mathbf{A}_{\alpha\alpha 0} + n_0 \mathbf{A}_{\alpha\alpha t}) \delta \alpha_{\text{hb}} + \mathbf{A}_{\text{ardd}} \delta \dot{\mathbf{r}}^b \\ & \quad + (\mathbf{A}_{\text{ard0}} + n_0 \mathbf{A}_{\text{ardt}}) \delta \dot{\mathbf{r}}^b + (\mathbf{A}_{\text{ar0}} + n_0 \mathbf{A}_{\text{art}}) \delta \mathbf{r}^b \\ = & \mathbf{T}_{\text{ele}}^b + \mathbf{T}_{\text{grav}}^b + \sum_{i,j} \mathbf{r}_{\text{C}(i,j)}^b \times (\mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)}^b + \mathbf{F}_{\text{gC}(i,j)}^b) - n_0 \mathbf{I}_s \dot{\omega}_{\text{ibt}}^b \end{aligned} \quad (3-79)$$

$$\begin{aligned} & - (\omega_{\text{ib0}}^b + n_0 \omega_{\text{ibt}}^b) \times \mathbf{I}_s (\omega_{\text{ib0}}^b + n_0 \omega_{\text{ibt}}^b) \\ \mathbf{M} \delta \dot{\mathbf{r}}^b + & (\mathbf{A}_{\text{rrd0}} + n_0 \mathbf{A}_{\text{rrdt}}) \delta \dot{\mathbf{r}}^b + (\mathbf{A}_{\text{rr0}} + n_0 \mathbf{A}_{\text{rrt}}) \delta \mathbf{r}^b + \mathbf{A}_{\text{radd}} \delta \ddot{\alpha}_{\text{hb}} \\ & + (\mathbf{A}_{\text{rad0}} + n_0 \mathbf{A}_{\text{radt}}) \delta \dot{\alpha}_{\text{hb}} + (\mathbf{A}_{\text{ra0}} + n_0 \mathbf{A}_{\text{rat}}) \delta \alpha_{\text{hb}} \\ = & \mathbf{F}_{\text{eE}}^b + \mathbf{F}_{\text{gC}}^b - \mathbf{M} \mathbf{S} (n_0 \dot{\omega}_{\text{ibt}}^b) \mathbf{r}_e^b - n_0 \mathbf{M} (\mathbf{S} (\omega_{\text{ib0}}^b) \mathbf{S} (\omega_{\text{ibt}}^b) + \mathbf{S} (\omega_{\text{ibt}}^b) \mathbf{S} (\omega_{\text{ib0}}^b)) \mathbf{r}_e^b \end{aligned} \quad (3-80)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_s = & \mathbf{I}_b + \sum_{i,j} m_{i,j} \begin{bmatrix} y_{\text{e}(i,j)}^2 + z_{\text{e}(i,j)}^2 & 0 & 0 \\ 0 & x_{\text{e}(i,j)}^2 + z_{\text{e}(i,j)}^2 & 0 \\ 0 & 0 & x_{\text{e}(i,j)}^2 + y_{\text{e}(i,j)}^2 \end{bmatrix} \\ = & \begin{bmatrix} I_T & 0 & 0 \\ 0 & I_T & 0 \\ 0 & 0 & I_S \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-81)$$

$$\mathbf{A}_{\alpha\alpha 0} = \begin{bmatrix} 0 & (I_S - 2I_T)\omega_s & 0 \\ -(I_S - 2I_T)\omega_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-82)$$

$$\mathbf{A}_{\alpha\alpha dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -I_S \sin \omega_s t \\ 0 & 0 & -I_S \cos \omega_s t \\ I_S \sin \omega_s t & I_S \cos \omega_s t & 0 \end{bmatrix} \quad (3-83)$$

$$\mathbf{A}_{\alpha\alpha 0} = \begin{bmatrix} (I_S - I_T)\omega_s^2 & 0 & 0 \\ 0 & (I_S - I_T)\omega_s^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-84)$$

$$\mathbf{A}_{\alpha\alpha t} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -I_S \omega_s \cos \omega_s t \\ 0 & 0 & I_S \omega_s \sin \omega_s t \\ I_S \omega_s \cos \omega_s t & -I_S \omega_s \sin \omega_s t & 0 \end{bmatrix} \quad (3-85)$$

$$\mathbf{A}_{\text{ardd}} = \mathbf{A}_{\text{radd}}^T = [\mathbf{A}_{\text{ardd}(1,1)} \mathbf{A}_{\text{ardd}(1,2)} \cdots] \quad (3-86)$$

$$\mathbf{A}_{\text{ardd}(i,j)} = m_{i,j} [\mathbf{r}_{\text{e}(i,j)}^b]_{\times} \quad (3-87)$$

$$\mathbf{A}_{\text{ard0}} = [\mathbf{A}_{\text{ard0}(1,1)} \mathbf{A}_{\text{ard0}(1,2)} \cdots] \quad (3-88)$$

$$\mathbf{A}_{\text{ard0}(i,j)} = m_{i,j} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2\omega_s x_{\text{e}(i,j)}^b & 2\omega_s y_{\text{e}(i,j)}^b & 0 \end{bmatrix} \quad (3-89)$$

$$\mathbf{A}_{\text{ardt}} = [\mathbf{A}_{\text{ardt}(1,1)} \mathbf{A}_{\text{ardt}(1,2)} \cdots] \quad (3-90)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{A}_{\text{ardt}(i,j)} \\ = & 2m_{i,j} \begin{bmatrix} y_{\text{e}(i,j)}^b \sin \omega_s t & y_{\text{e}(i,j)}^b \cos \omega_s t & 0 \\ -x_{\text{e}(i,j)}^b \sin \omega_s t & -x_{\text{e}(i,j)}^b \cos \omega_s t & 0 \\ 0 & 0 & x_{\text{e}(i,j)}^b \cos \omega_s t - y_{\text{e}(i,j)}^b \sin \omega_s t \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-91)$$

$$\mathbf{A}_{\text{ar0}} = [\mathbf{A}_{\text{ar0}(1,1)} \mathbf{A}_{\text{ar0}(1,2)} \cdots] \quad (3-92)$$

$$\mathbf{A}_{\text{ar0}(i,j)} = m_{i,j} \begin{bmatrix} 0 & 0 & y_{\text{e}(i,j)}^b \omega_s^2 \\ 0 & 0 & -x_{\text{e}(i,j)}^b \omega_s^2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-93)$$

$$\mathbf{A}_{\text{art}} = [\mathbf{A}_{\text{art}(1,1)} \mathbf{A}_{\text{art}(1,2)} \cdots] \quad (3-94)$$

$$\mathbf{A}_{\text{art}(i,j)}$$

$$= m_{i,j} \begin{bmatrix} \omega_s y_{e(i,j)}^b \cos \omega_s t & \omega_s (x_{e(i,j)}^b \cos \omega_s t - 2y_{e(i,j)}^b \sin \omega_s t) & 0 \\ \omega_s (-2x_{e(i,j)}^b \cos \omega_s t + y_{e(i,j)}^b \sin \omega_s t) & \omega_s x_{e(i,j)}^b \sin \omega_s t & 0 \\ 0 & 0 & \omega_s (x_{e(i,j)}^b \cos \omega_s t - y_{e(i,j)}^b \sin \omega_s t) \end{bmatrix} \quad (3-95)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rrd}0} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{rrd}0(1,1)} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{\text{rrd}0(1,2)} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3-96)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rrd}0(i,j)} = m_{i,j} [\boldsymbol{\omega}_{\text{ib}0}^b]_{\times} \quad (3-97)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rrd}0} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{rrdt}(1,1)} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{\text{rrdt}(1,2)} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3-98)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rrdt}(i,j)} = m_{i,j} [\boldsymbol{\omega}_{\text{ib}t}^b]_{\times} \quad (3-99)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rr}0} = \mathbf{A}_{\text{rr}0\text{in}} + \mathbf{A}_{\text{rr}0\text{str}} \quad (3-100)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rr}0\text{in}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{rr}0\text{in}(1,1)} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{\text{rr}0\text{in}(1,2)} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3-101)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rr}0\text{in}(i,j)} = m_{i,j} \begin{bmatrix} -\omega_s^2 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_s^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-102)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rr}0\text{str}} = \mathbf{A}_{\text{mh}} + \mathbf{A}_{\text{wh}} + \mathbf{A}_{\text{wb}} \quad (3-103)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rrt}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{rrt}(1,1)} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{\text{rrt}(1,2)} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3-104)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rrt}(i,j)} = m_{i,j} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2\omega_s \cos \omega_s t & -2\omega_s \sin \omega_s t & 0 \end{bmatrix} \quad (3-105)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rad}0} = [\mathbf{A}_{\text{rad}0(1,1)}^T \mathbf{A}_{\text{rad}0(1,2)}^T \cdots]^T \quad (3-106)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rad}0(i,j)} = m_{i,j} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2\omega_s x_{e(i,j)}^b \\ 0 & 0 & -2\omega_s y_{e(i,j)}^b \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-107)$$

$$\mathbf{A}_{\text{radt}} = [\mathbf{A}_{\text{radt}(1,1)}^T \mathbf{A}_{\text{radt}(1,2)}^T \cdots]^T \quad (3-108)$$

$$\mathbf{A}_{\text{radt}(i,j)} = 2m_{i,j} \begin{bmatrix} -y_{e(i,j)}^b \sin \omega_s t & x_{e(i,j)}^b \sin \omega_s t & 0 \\ -y_{e(i,j)}^b \cos \omega_s t & x_{e(i,j)}^b \cos \omega_s t & 0 \\ 0 & 0 & x_{e(i,j)}^b \cos \omega_s t - y_{e(i,j)}^b \sin \omega_s t \end{bmatrix} \quad (3-109)$$

$$\mathbf{A}_{\text{ra}0} = [\mathbf{A}_{\text{ra}0(1,1)}^T \mathbf{A}_{\text{ra}0(1,2)}^T \cdots]^T \quad (3-110)$$

$$\mathbf{A}_{\text{ra}0(i,j)} = m_{i,j} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \omega_s^2 y_{e(i,j)}^b & -\omega_s^2 x_{e(i,j)}^b & 0 \end{bmatrix} \quad (3-111)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rat}} = [\mathbf{A}_{\text{rat}(1,1)}^T \mathbf{A}_{\text{rat}(1,2)}^T \cdots]^T \quad (3-112)$$

$$\mathbf{A}_{\text{radd}(i,j)} = 2m_{i,j}\omega_s \begin{bmatrix} 0 & -x_{e(i,j)}^b \cos \omega_s t + y_{e(i,j)}^b \sin \omega_s t & 0 \\ x_{e(i,j)}^b \cos \omega_s t - y_{e(i,j)}^b \sin \omega_s t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_{e(i,j)}^b \sin \omega_s t - y_{e(i,j)}^b \cos \omega_s t \end{bmatrix} \quad (3-113)$$

$$\mathbf{F}_{eE}^b = \left[\mathbf{F}_{eE(1,1)}^b \quad \mathbf{F}_{eE(1,2)}^b \quad \cdots \right]^T \quad (3-114)$$

$$\mathbf{F}_{gC}^b = \left[\mathbf{F}_{gC(1,1)}^b \quad \mathbf{F}_{gC(1,2)}^b \quad \cdots \right]^T \quad (3-115)$$

ここで \mathbf{I}_s は平衡点における、膜構造と筐体を合わせた慣性モーメントを示す。式(3-79)、(3-80)において、各式の第四項から第六項は筐体の姿勢運動と膜構造の運動のカップリングを表し、 n_o に関する項は LVLH 系から運動を見たことにより生じる慣性力を表す。また式(3-79)、(3-80)は $\delta\alpha_{hb}$ および $\delta\mathbf{r}^b$ が十分小さい範囲でのみ成り立つ。以上のように筐体と膜構造の運動のカップリングが記述された、衛星のダイナミクスモデルを得ることができた。

次に膜構造の運動のモード分解により、膜構造の各運動モードと筐体の姿勢運動とのカップリングを表現する。まず式(3-116)で表される一般化固有値問題を解き、モード行列 Φ_c を得る。

$$(\mathbf{A}_{rr0} - \lambda_{c0}\mathbf{M})\Phi_c = (\lambda_c - \lambda_{c0})\mathbf{M}\Phi_c \quad (3-116)$$

ここで λ_c は固有値が対角成分に並ぶ対角行列である。式(3-116)において \mathbf{A}_{rr0} は正定行列ではないため、シフティングと呼ばれる手法を用いた^[63]。そして λ_{c0} はシフティングにおけるシフト量である。そして得られたモード行列 Φ_c を用いて変位ベクトル $\delta\mathbf{r}^b$ を式(3-117)のようにモード座標に変換する。

$$\delta\mathbf{r}^b = \Phi_c \mathbf{y} \quad (3-117)$$

ここで \mathbf{y} は膜構造の運動のモード座標であり、拘束モード座標と呼称する。そして式(3-117)を式(3-79)、(3-80)に代入することで、膜構造の各運動モードと筐体の運動のカップリングを記述した、衛星のダイナミクスモデルを式(3-118)–(3-126)のように得る。

$$\mathbf{M}_c \begin{bmatrix} \delta\ddot{\alpha}_{hb} \\ \ddot{\mathbf{y}} \end{bmatrix} + (\mathbf{C}_{c0} + n_o\mathbf{C}_{ct}) \begin{bmatrix} \delta\dot{\alpha}_{hb} \\ \dot{\mathbf{y}} \end{bmatrix} + (\mathbf{K}_{c0} + n_o\mathbf{K}_{ct}) \begin{bmatrix} \delta\alpha_{hb} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \mathbf{F}_{ce} + \mathbf{F}_{cg} + \mathbf{F}_{cin} \quad (3-118)$$

$$\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s & \mathbf{A}_{\alpha rdd} \Phi_c \\ \Phi_c^T \mathbf{A}_{radd} & \Phi_c^T \mathbf{M} \Phi_c \end{bmatrix} \quad (3-119)$$

$$\mathbf{C}_{c0} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\alpha\alpha d0} & \mathbf{A}_{\alpha rd0} \Phi_c \\ \Phi_c^T \mathbf{A}_{r\alpha d0} & \Phi_p^T \mathbf{A}_{rrd0} \Phi_c \end{bmatrix} \quad (3-120)$$

$$\mathbf{C}_{ct} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\alpha\alpha dt} & \mathbf{A}_{\alpha rdt} \Phi_c \\ \Phi_c^T \mathbf{A}_{r\alpha dt} & \Phi_c^T \mathbf{A}_{rrdt} \Phi_c \end{bmatrix} \quad (3-121)$$

$$\mathbf{K}_{c0} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\alpha\alpha 0} & \mathbf{A}_{\alpha r0} \Phi_c \\ \Phi_c^T \mathbf{A}_{r\alpha 0} & \Phi_c^T \mathbf{A}_{rr0} \Phi_c \end{bmatrix} \quad (3-122)$$

$$\mathbf{K}_{ct} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\alpha\alpha t} & \mathbf{A}_{\alpha rt} \Phi_c \\ \Phi_c^T \mathbf{A}_{r\alpha t} & \Phi_c^T \mathbf{A}_{rrt} \Phi_c \end{bmatrix} \quad (3-123)$$

$$\mathbf{F}_{ec} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{ele}^b + \sum_{i,j} \mathbf{r}_{i,j}^b \times \mathbf{F}_{eE(i,j)}^b \\ \boldsymbol{\Phi}_c^T \mathbf{F}_{ele}^b \end{bmatrix} \quad (3-124)$$

$$\mathbf{F}_{gc} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{grav}^b + \sum_{i,j} \mathbf{r}_{i,j}^b \times \mathbf{F}_{grav(i,j)}^b \\ \boldsymbol{\Phi}_c^T \mathbf{F}_{grav}^b \end{bmatrix} \quad (3-125)$$

$$\mathbf{F}_{inc} = \begin{bmatrix} -n_o \mathbf{I}_s \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ibt}^b - (\boldsymbol{\omega}_{ibo}^b + n_o \boldsymbol{\omega}_{ibt}^b) \times \mathbf{I}_s (\boldsymbol{\omega}_{ibo}^b + n_o \boldsymbol{\omega}_{ibt}^b) \\ -n_o \boldsymbol{\Phi}_c^T \mathbf{M} \{ \mathcal{S}(\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ibt}^b) + \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}_{ibo}^b) \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}_{ibt}^b) + \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}_{ibt}^b) \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}_{ibo}^b) \} \mathbf{r}_e^b \end{bmatrix} \quad (3-126)$$

式(3-118)–(3-126)は一般に拘束モードモデルと呼ばれる。

3.5. 非拘束モードモデルの導出

拘束モードモデルでは筐体の姿勢ダイナミクスを物理座標で、膜構造のダイナミクスをモード座標で表現したハイブリッド表現となっている。そこで拘束モードモデルをさらにモード分解し衛星の運動モードを導出することで、衛星のダイナミクスをモード座標で表現する。まず式(3-127)で表される一般化固有値問題を解き、固有ベクトル行列 $\boldsymbol{\Phi}_u$ を得る。

$$(\mathbf{K}_c - \lambda_{u0} \mathbf{M}_c) \boldsymbol{\Phi}_u = (\lambda_u - \lambda_{u0}) \mathbf{M}_c \boldsymbol{\Phi}_u \quad (3-127)$$

ここで λ_{u0} はシフティングにおけるシフト量である。得られた固有ベクトル行列 $\boldsymbol{\Phi}_u$ を用いて式(3-128)で表される変換を行う。

$$\begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{\alpha}_{hb} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Phi}_u \mathbf{z} \quad (3-128)$$

そして式(3-128)を式(3-118)に代入し整理することで式(3-129)–(3-135)を得る。

$$\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{z}} + (\mathbf{C}_{u0} + n_o \mathbf{C}_{ut}) \dot{\mathbf{z}} + (\mathbf{K}_{u0} + n_o \mathbf{K}_{ut}) \mathbf{z} = \mathbf{F}_u \quad (3-129)$$

$$\mathbf{M}_u = \boldsymbol{\Phi}_u^T \mathbf{M}_c \boldsymbol{\Phi}_u \quad (3-130)$$

$$\mathbf{C}_{u0} = \boldsymbol{\Phi}_u^T \mathbf{C}_{c0} \boldsymbol{\Phi}_u \quad (3-131)$$

$$\mathbf{C}_{ut} = \boldsymbol{\Phi}_u^T \mathbf{C}_{ct} \boldsymbol{\Phi}_u \quad (3-132)$$

$$\mathbf{K}_{u0} = \boldsymbol{\Phi}_u^T \mathbf{K}_{c0} \boldsymbol{\Phi}_u \quad (3-133)$$

$$\mathbf{K}_{ut} = \boldsymbol{\Phi}_u^T \mathbf{K}_{ct} \boldsymbol{\Phi}_u \quad (3-134)$$

$$\mathbf{F}_u = \boldsymbol{\Phi}_u^T (\mathbf{F}_{ec} + \mathbf{F}_{gc} + \mathbf{F}_{inc}) \quad (3-135)$$

式(3-129)は一般的に非拘束モードモデルと呼ばれる。また \mathbf{z} は非拘束モードモデルにおけるモード座標であり、非拘束モード座標と呼称する。非拘束モードモデルにおいて、 \mathbf{M}_u 、 \mathbf{K}_{u0} はそれぞれ対角行列であり、これらの影響は各振動モード内で閉じていることがわかる。一方で \mathbf{C}_{u0} は交代行列となり、振動モード間の相互作用を示す。これは $\mathbf{A}_{\alpha\alpha d0}$ が交代行列であることが起因しており、オイラー角の各成分間の相互作用によるものである。以上のように非拘束モードモデルを得た。

第4章 地球周回軌道における膜構造の運動の解明

本章では、第3章にて求めたダイナミクスモデルを用いて、膜構造の運動の解明を行う。本検討では非拘束モードモデルにおける各運動モードの特徴をまとめ、膜構造の運動と筐体の姿勢運動に注目して分類することで、膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動の影響を明らかにする。次に、得られた運動モードの特徴と振動数に注目し、実験と数値解析における膜構造の運動の比較を行う。その後、膜構造に対する重力および電磁力の影響を、分類した運動モードに紐づけて明らかにする。検討ではモード座標で表されたダイナミクスモデルの理論解析と、筐体および膜構造のダイナミクスモデルの数値解析の双方から考察することで、重力および電磁力の影響をより一般的な知見としてまとめる。

4.1. 解析における設定

本章における検討パラメータを表4-1に示す。構造パラメータは、宇宙空間でスピン型膜構造を実証した唯一の宇宙機である IKAROS を参考に設定した。また、多粒子法における膜構造の減衰率、圧縮剛性モデルの係数は奥泉らの検討を参照した^[50]。

表 4-1 検討パラメータ

構造パラメータ			
質点数	221 (11 × 11 + 10 × 10)	筐体サイズ	3.00 × 3.00 × 2.00 m ³
膜構造サイズ	2.25 × 10 ² m ²	筐体質量	2.95 × 10 ² kg
ヤング率	3.20 GPa (膜構造) 1.30 × 10 ² GPa (電線)	筐体慣性モーメント	diag(62.9, 62.9, 94.4) kgm ²
厚さ	7.50 μm (膜構造) 1.80 × 10 μm (電線)	スピン角速度	1.00 × 10 ⁻² rad/s
密度	1.42 × 10 ³ kg/m ³ (膜構造) 8.96 × 10 ³ kg/m ³ (電線)	軌道パラメータ	
膜構造ポアソン比	3.4 × 10 ⁻¹	軌道高度	1.00 × 10 ³ km
膜構造減衰係数	2.00 × 10 ⁻²	離心率	0.00
圧縮剛性モデル係数	1.00 × 10 ²	昇交点赤経	0.00 rad
電線平衡角	0.00 rad (電線ループ辺) 1.57 rad (電線ループ角)	軌道位相角	0.00 rad
電線幅	5.00 mm	環境パラメータ	
電線質量	9.0 × 10 g	地磁気モーメント	7.72 × 10 ²² Am ²
		真空の透磁率	4π × 10 ⁻⁷ H/m
		万有引力係数	6.67 × 10 ⁻¹¹ Nm ² /kg ²
		地球質量	5.97 × 10 ²⁴ kg
		数値計算法	4 次の Runge-Kutta 法
		時間ステップ	5.00 × 10 ⁻⁴ s

本章における検討の目的は、膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動、重力、および電磁力の影響を明らかにすることである。そこで本検討では慣性力の影響を排除するため、衛星のダイナミクスの基準となる座標系を軌道面座標系とする。このとき慣性座標系から機体座標系への DCM は式(4-1)のようになる。

$$C_{ib} = C_{hb} C_{io} \quad (4-1)$$

また、オイラー角 α_{ob} を式(4-2)–(4-4)のようになる。

$$\boldsymbol{\alpha}_{ob} = \boldsymbol{\alpha}_{ob0} + \delta\boldsymbol{\alpha}_{ob} \quad (4-2)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{ob0} = [0, 0, \alpha_{ob30}]^T \quad (4-3)$$

$$\delta\boldsymbol{\alpha}_{ob} = [\alpha_{ob1}, \alpha_{ob2}, \delta\alpha_{ob3}]^T \quad (4-4)$$

このときの衛星のダイナミクスモデルは、式(3-79), (3-80)において $n_o = 0$ とした場合に相当し、式(4-5), (4-6)のようになる。

$$\begin{aligned} I_s \delta\ddot{\boldsymbol{\alpha}}_{ob} + \mathbf{A}_{\alpha\alpha d0} \delta\dot{\boldsymbol{\alpha}}_{ob} + \mathbf{A}_{\alpha\alpha 0} \delta\boldsymbol{\alpha}_{ob} + \mathbf{A}_{\alpha r d d} \delta\dot{\mathbf{r}}^b + \mathbf{A}_{\alpha r d 0} \delta\mathbf{r}^b + \mathbf{A}_{\alpha r 0} \delta\mathbf{r}^b \\ = \mathbf{T}_{ele}^b + \mathbf{T}_{grav}^b + \sum_{i,j} \mathbf{r}_{i,j}^b \times \mathbf{F}_{i,j}^b \end{aligned} \quad (4-5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \delta\dot{\mathbf{r}}^b + \mathbf{A}_{r r d 0} \delta\mathbf{r}^b + \mathbf{A}_{r r 0} \delta\mathbf{r}^b + \mathbf{A}_{r \alpha d d} \delta\dot{\boldsymbol{\alpha}}_{ob} + \mathbf{A}_{r \alpha d 0} \delta\dot{\boldsymbol{\alpha}}_{hb} + \mathbf{A}_{r \alpha 0} \delta\boldsymbol{\alpha}_{hb} \\ = \mathbf{F}_{eE}^b + \mathbf{F}_{gC}^b \end{aligned} \quad (4-6)$$

式(4-5), (4-6)から得られた非拘束モードモデルを用いて、本章の検討を行う。

4.2. 非拘束モードモデルの解析による衛星の運動モードの分類

4.2.1. 拘束モードモデルの各運動モードにおける膜構造の運動

表 4-1 のパラメータでのモード行列 $\boldsymbol{\Phi}_c$ から、膜構造上に節を一つ持つ主なモードである、拘束モードモデルの 8 次までの各運動モードは次の 4 種類に分類できる。

- ・膜構造の大部分が面外同一方向に変位し、筐体が逆方向に変位するモード (4, 8 次, 点対称振動モード)
- ・膜構造の一部の質点が面外の一方へ、ほかの質点が面外のもう一方へ変位するモード (5-7 次, 線対称振動モード)
- ・全質点が形状を維持しつつ面外方向に平行移動するモード (3 次, 面外並進モード)
- ・全質点が形状を維持しつつ面内方向に平行移動するモード (1, 2 次, 面内並進モード)

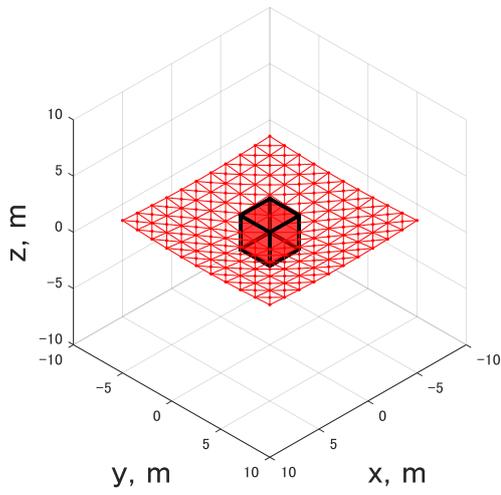
これらのモードの代表形状を図 4-1 に示す。面内並進モードと面外並進モードは膜構造の平行移動を表すが、膜構造の運動は衛星重心を原点とする機体座標系で表されているため、これらのモードは励起されず物理的には意味のないモードである。一方で、点対称振動モードと線対称振動モードは膜構造の振動を表す。

4.2.2. 非拘束モードモデルの各運動モードでの膜構造の運動と筐体の姿勢運動

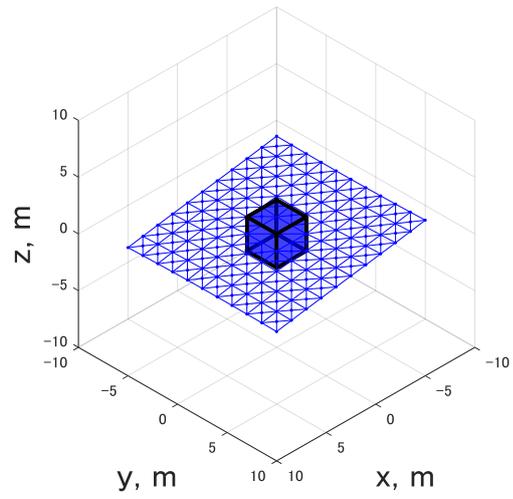
表 4-1 のパラメータにおける非拘束モードモデルの固有ベクトル行列 $\boldsymbol{\Phi}_u$ から、膜構造上に節を一つ持つ主なモードである 10 次まで運動モードは以下の四種類に分類できる。

- ・膜構造の振動のみを表すモード \mathbf{z}_{um} (面外振動モード, 7, 10 次)
- ・筐体の姿勢と膜構造の振動のカップリングを表すモード \mathbf{z}_{ua} (回転振動モード, 5, 6, 8, 9 次)
- ・膜構造の面外の平行移動と筐体の姿勢の面外方向の回転を表すモード \mathbf{z}_{ur} (面外並進・回転モード, 3, 4 次)
- ・膜構造の面内の平行移動を表すモード \mathbf{z}_{uh} (面内並進モード, 1, 2 次)

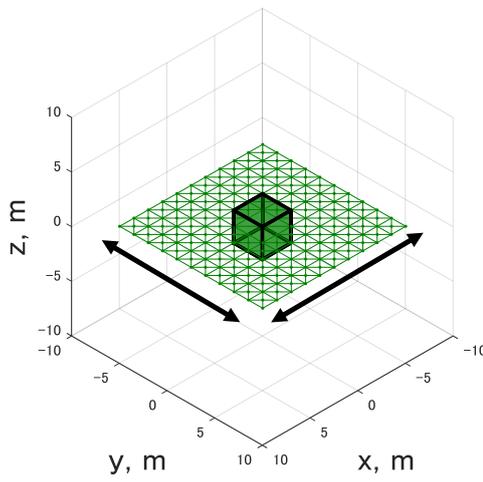
また、各運動モードの形状を図 4-2 に示す。



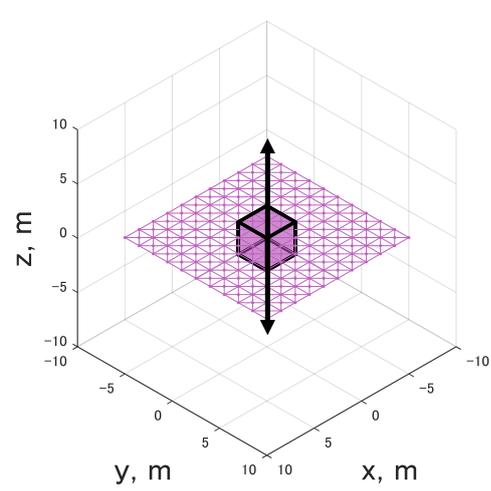
(a) 点対称振動モード (4次)



(b) 線対称振動モード (5次)

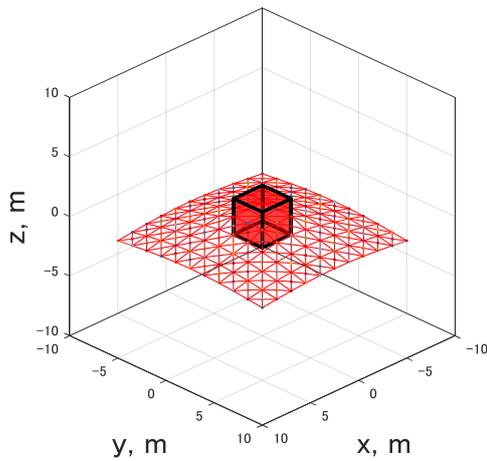


(c) 面内並進モード (1次)

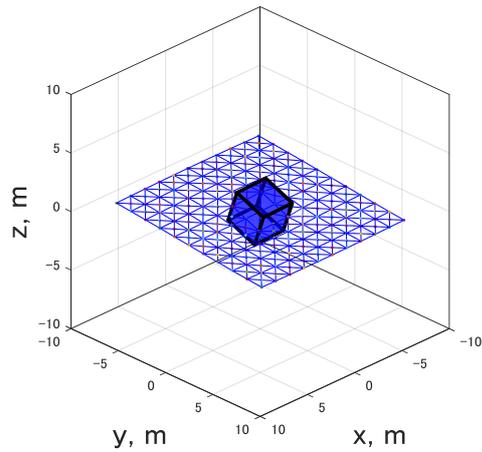


(d) 面外並進モード (3次)

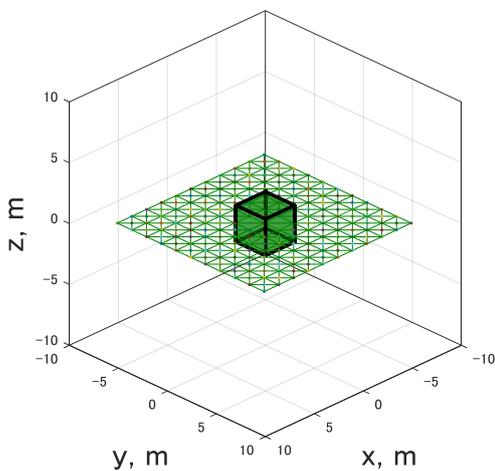
図 4-1 拘束モードモデルにおける膜構造の運動の形状例



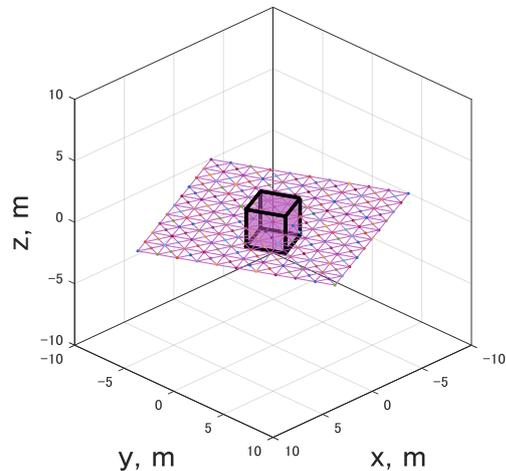
(a) 面外振動モード (7次)



(b) 回転振動モード (5次)



(c) 面内並進モード (1次)



(d) 面外並進・回転モード (3次)

図 4-2 非拘束モードモデルにおける筐体の姿勢と膜構造の形状例

面外振動モードは拘束モードモデルにおける点対称振動モードにより生じるモードである。10 次までの非拘束モードモデルの式から面外振動モードに相当する部分を抜き出すと式(4-7)のようになる。

$$\mathbf{M}_{\text{um}}\ddot{\mathbf{z}}_{\text{um}} + \mathbf{K}_{\text{um}}\mathbf{z}_{\text{um}} = \mathbf{F}_{\text{um}} \quad (4-7)$$

式(4-7)において添え字umは面外振動モードに対応する部分の行列，ベクトルであることを示す。面外振動モードのモデル式は一階微分項が存在しない。また， \mathbf{M}_{um} ， \mathbf{K}_{um} は対角行列である。本検討での衛星パラメータの場合，面外振動モードに分類される非拘束モードモデルの7次，10次モードの固有値は0.00790, 0.0200で正となる。以上のことから面外振動モードは各モード間で独立した振動をし，その固有角振動数は対応する固有値の平方根をとった0.0889 rad/s, 0.141 rad/sとなる。回転振動モードは，拘束モードモデルにおける膜構造の線対称振動モードと筐体のスピン軸の回転 ($\alpha_{\text{ob1}}, \alpha_{\text{ob2}}$) に関するモードである。非拘束モードモデルの式から回転振動モードに相当する部分を抜き出すと式(4-8)のように

なる。

$$M_{ua}\ddot{z}_{ua} + C_{ua}\dot{z}_{ua} + K_{ua}z_{ua} = F_{ua} \quad (4-8)$$

式(4-8)において添え字uaは回転振動モードに対応する部分の行列，ベクトルであることを示している．回転振動モードのモデル式では M_{ua} ， K_{ua} は対角行列である一方で， C_{ua} は交代行列となり各運動モードの相互作用を表す．そこで式(4-9)に表す行列 A_{ua} の固有値を得ることで相互作用がはたらいっているときの固有振動数を得る．

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{ua} \\ \ddot{z}_{ua} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 4} & I_{4 \times 4} \\ M_{ua}^{-1}K_{ua} & M_{ua}^{-1}C_{ua} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{ua} \\ \dot{z}_{ua} \end{bmatrix} = A_{ua} \begin{bmatrix} z_{ua} \\ \dot{z}_{ua} \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

本検討での衛星パラメータの場合，固有値は絶対値が小さい順に 0.0567i, 0.1i, 0.108i, 0.114i となる．固有角振動数は固有値の虚部の数値であり，0.0567, 0.1, 0.108, 0.114 rad/s となる．面外並進・回転モードは拘束モードモデルにおける膜構造の面外並進運動およびスピン軸周りの回転運動 ($\delta\alpha_{ob3}$) に関するモードである．非拘束モードモデルの式から面外並進・回転モードに相当する部分を抜き出すと式(4-10)のようになる．

$$M_{ur}\ddot{z}_{ur} = F_{ur} \quad (4-10)$$

式(4-10)において添え字urは面外並進・回転モードに対応する部分の行列，ベクトルであることを示している．式(4-10)では二階微分項のみ存在していることから，面外並進・回転モードは外力のみによって運動が変化する．面内並進モードは拘束モードモデルにおける膜構造の面内方向の平行移動に関係しており，物理的な意味は持たない．以上のように，非拘束モードモデルによる衛星ダイナミクス表現によって，衛星の運動は四種類のモードに分解してまとめることができた．

4.3. 実験による運動解析

4.3.1. 実験の概要

本節では小型膜構造を用いた実験の結果と第 3 章で構築したダイナミクスモデルとの比較を行う．本検討では特に運動中の膜構造の形状，および振動数に注目し比較を行う．宇宙空間において膜構造は十分展張されており，その運動に対しては遠心力による幾何剛性の効果が支配的となる．そのため実験時においても，膜構造の大部分が展張されていることが望ましい．

地上にて膜構造の運動に影響を与える要因として，空気抗力と重力がある．本実験では，真空チャンバーを用いて空気抗力の影響を無視できる程度に抑える．従来研究にて，気圧が 100 Pa 以下の場合に空気抗力の影響が無視できることが示唆されており^[60]，本研究ではこの値を採用してチャンバー内の気圧を設定する．従来研究では空気圧を用いて重力の補償が行われたが^[61]，膜構造の一部しか支持できずスピン型膜構造にて本手法を取り入れることは難しい．そこで本実験では，軌道上での膜構造の利用時と比較してスピン角速度を早くし，遠心力を強めることで，重力の影響を打ち消すことを考える．このときの評価指標として式(4-11)で表す重力加速度に対する遠心力の大きさの比 κ を用いる．

$$\kappa = \frac{l_{\text{ex}}\omega_s^2}{g_E} \quad (4-11)$$

ここで l_{ex} は中心軸からの距離， g_E は地上での重力加速度である．パラメータ κ は展開状態での局所的な膜構造の傾きに相当し，この値が大きいほど展張状態が維持されていることを示す．第3章で求めたダイナミクスモデルは膜構造の展張状態を維持できる任意のスピンの角速度にて適用でき，宇宙空間での利用時よりも高いスピン角速度での実験と比較したとしても一般性は失わない．以上の方針から，重力下で展張状態を維持できるようなスピン角速度を設定し，実験を行う．

4.3.2. 実験装置

本実験ではステッピングモーターに取り付けられたシャフトに膜構造を取り付け，真空チャンバー内で回転させたときに生じる膜構造の運動を観測する（図4-3，図4-4）．モーターはチャンバー外に取り付けられ，シャフトは磁性流体シールを通してチャンバー内に差し込まれている．膜構造には7.1 μm 厚のポリイミドフィルムを使用し，電線として35 μm 厚の銅シートが4ループ取り付けられている．電線，膜構造の外周および軸周辺はカプトンテープによりカバーされている．膜構造は正方形形状の治具に挟み込む形で軸に取り付けられている（図4-5）．膜構造の運動はチャンバー側面に配置したカメラ，および底面に配置した，物体までの距離を測定可能な深度カメラにより観察した．

本実験において膜構造サイズに対して99%以上の領域で $\kappa = 1$ を超えるためには，19.7 rad/s のスピン角速度が必要である．本研究では実験系で可能なパラメータも考慮し，ステッピングモーターの角速度を3.0 Hz（18.8 rad/s）に設定した．このとき $\kappa = 1$ を超える領域は全面積の98.8%となり，膜構造の大部分で遠心力が大きく展張状態が維持される．また

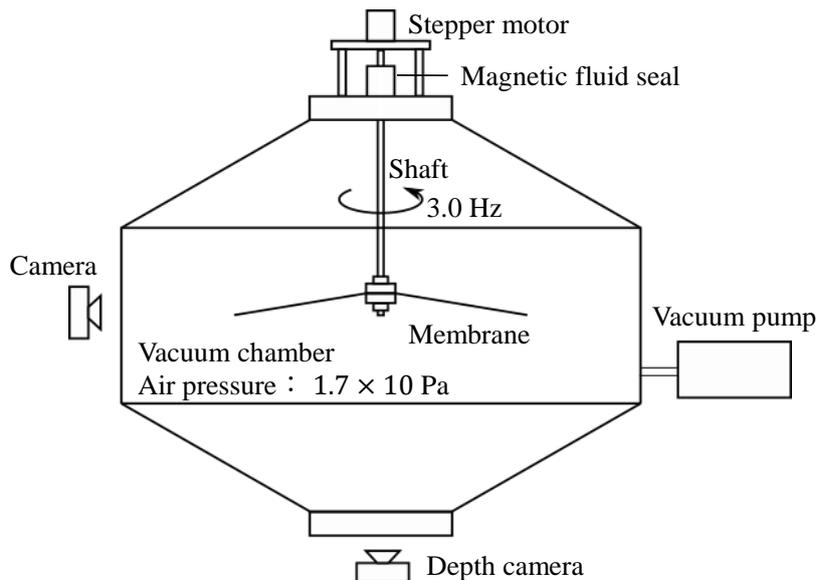


図 4-3 実験装置の概要図



図 4-4 真空チャンバーの外観

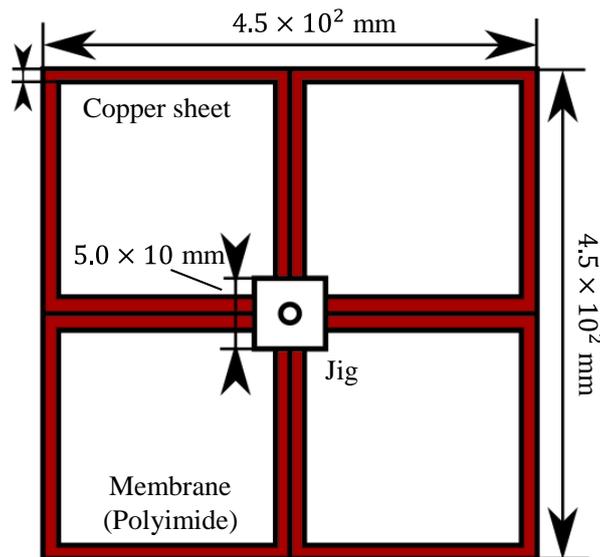


図 4-5 実験で使用した膜構造

真空チャンバー内の気圧は 17 Pa であり，4.3.1 節で示した基準を下回っている．本実験での設定パラメータと軌道上での比較を表 4-2 に示す．

本実験の構成では中心衛星に相当する治具は軸に固定されており，実験においては，筐体が一定角速度でスピンをするときに相当する膜構造の運動が観測される．実験開始時において膜構造は地球中心方向に垂れさがっており，この形状は 4.2.1 節にて得られた拘束モードモデルにおける点対称振動モードに分類されるため，本実験で見られる運動は点対称振動モードであると予想される．ここから本実験における評価項目として以下の項目を設定する．

表 4-2 実験環境と軌道上環境でのパラメータ比較

	軌道上	実験
膜サイズ, m ²	225	0.203
回転角速度, rad/s	0.100	18.8
重力による加速度, m/s ²	7.46×10^{-6}	9.81
太陽輻射圧による加速度, m/s ²	7.10×10^{-5}	0.00
$\kappa > 1$ となる面積の割合	100 %	98.8 %

項目 1：膜構造に生じる運動が点対称振動モードか

項目 2：膜構造に生じる運動の振動数が実験と数値解析で一致しているか

なおシミュレーションにおいて重力により垂れさがった形状をモデル化することは難しいため、開いた状態からの数値解析を行う。

4.3.3. 実験結果

実験にて観測された膜構造の運動を図 4-6 に示す。実験では、筐体を模した膜構造の固定部に対して膜構造の全体が上下に運動するような振動が見られた。これは点対称振動モードの特徴と一致する。また深度カメラの結果から膜構造には 3.3 Hz の振動が生じたことがわかった (図 4-7)。次に数値解析との比較を行う。数値解析で得られた膜構造の運動も点対称振動モードの特徴を有しており、実験で得られた運動と類似した (項目 1, 図 4-8)。また数値解析で得られた膜構造の角の質点の面外方向振動の振動数は 3.1 Hz であり実験での振動数と一致した (項目 2, 図 4-9)。以上のことから構築したダイナミクスモデルと実験とで、運動特性が一致していることを確認できた。



(a) 0.00 s

(b) 1.00 s

(c) 1.30 s



(d) 1.38 s

(e) 1.47 s

(f) 1.55 s



(g) 1.63 s

(h) 1.80 s

(i) 3.00 s

図 4-6 横からのカメラにより得られた実験結果

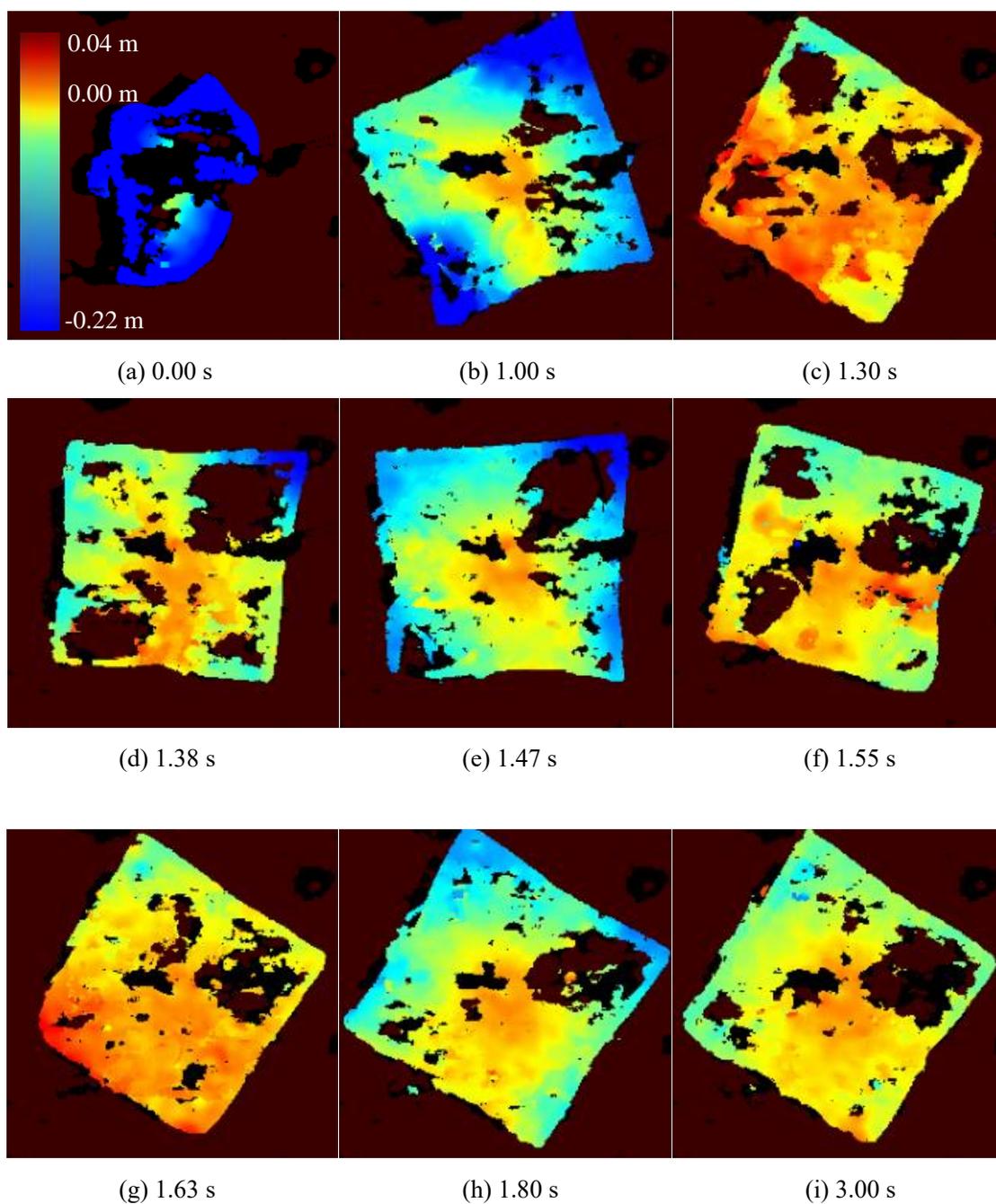


図 4-7 深度カメラ^[62]により得られた、実験における膜構造の面外方向変位（膜構造の接続点を 0.00 m, モーター側が正）

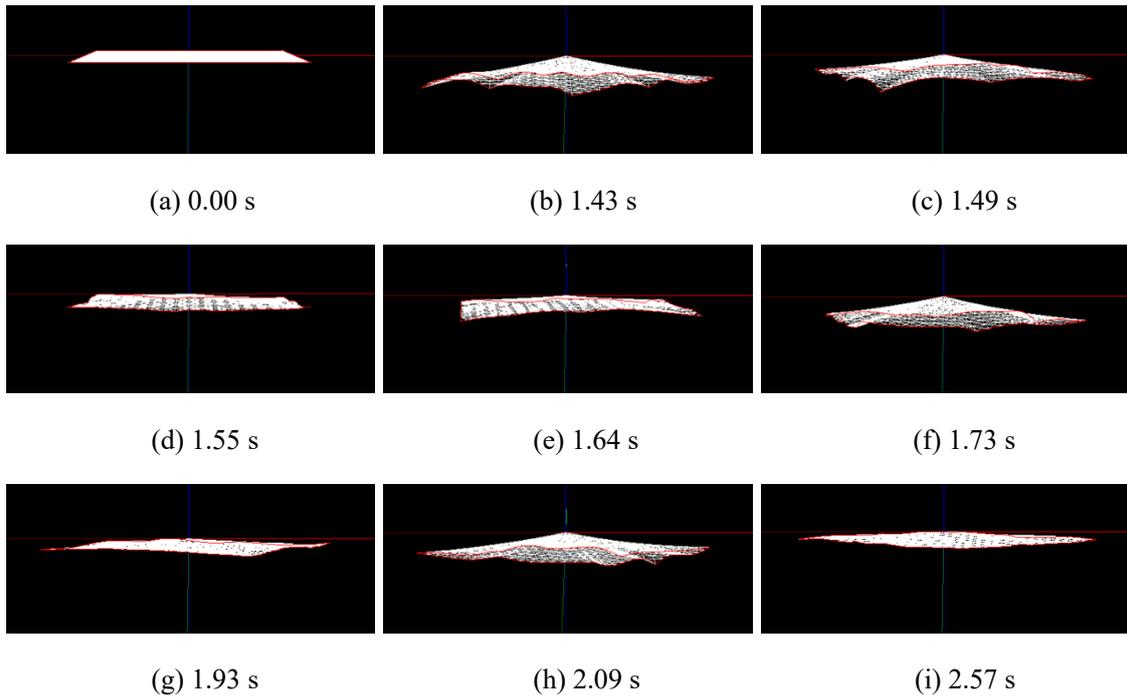


図 4-8 シミュレーション結果

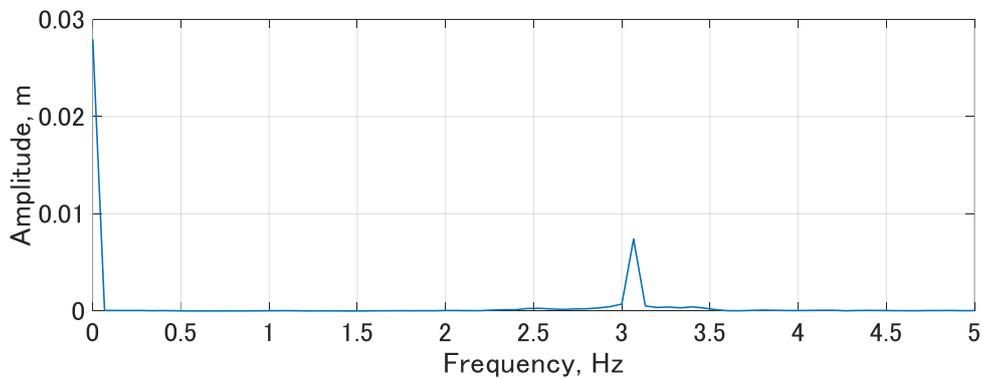


図 4-9 膜構造の角の質点の面外方向振動の振動数解析結果

4.4. 膜構造の運動に対する重力の影響の解明

4.4.1. モード座標での重力のモデル化

4.3 節までの検討により膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動の影響を、衛星の運動モードに紐づけて明らかにした。本節では膜構造の運動に対する、地球周回軌道において支配的な重力の影響について、衛星の運動モードに紐づけて解明する。機体座標系において地球に対する衛星重心の位置ベクトルは、オイラー角を用いて式(4-12)–(4-14)のように表される。

$$\mathbf{r}_{EC}^b = \mathbf{r}_{EC0}^b + \delta \mathbf{r}_{EC}^b \quad (4-12)$$

$$\mathbf{r}_{EC0}^b = |\mathbf{r}_{EC}| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{ob30} - n_0 t) \\ -\sin(\alpha_{ob30} - n_0 t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

$$\delta \mathbf{r}_{EC}^b = |\mathbf{r}_{EC}| \begin{bmatrix} -\delta \alpha_{ob3} \sin(\alpha_{ob30} - n_0 t) \\ -\delta \alpha_{ob3} \cos(\alpha_{ob30} - n_0 t) \\ \alpha_{ob1} \sin(\alpha_{ob30} - n_0 t) + \alpha_{ob2} \cos(\alpha_{ob30} - n_0 t) \end{bmatrix} \quad (4-14)$$

式(4-12)–(4-14)を式(3-35), (3-39)に代入し, 式(3-125), (3-135)を計算することで, 非拘束モードモデルにおける重力モデルが式(4-15)のように表される.

$$\mathbf{F}_{gu} = \{ \mathbf{A}_{guc} \cos 2(\alpha_{ob30} - n_0 t) + \mathbf{A}_{gus} \sin 2(\alpha_{ob30} - n_0 t) + \mathbf{A}_{gu0} \} \mathbf{z} + \mathbf{F}_{guc} \cos 2(\alpha_{ob30} - n_0 t) + \mathbf{F}_{gus} \sin 2(\alpha_{ob30} - n_0 t) + \mathbf{F}_{gu0} \quad (4-15)$$

なお \mathbf{F}_{gu} を得るまでの詳しい計算は補遺 A.3 に示す. 式(3-71)と式(4-15)から非拘束モードモデルにおいて, 重力は角振動数 $2(\omega_s - n_0)$ [rad/s]の時変項と時不変項を持つようなモデルとなることが分かった. また $\mathbf{A}_{guc}, \mathbf{A}_{gus}, \mathbf{A}_{gu0}$ なる係数を持つモード座標に依存する項と, $\mathbf{F}_{guc}, \mathbf{F}_{gus}, \mathbf{F}_{gu0}$ で表されるモード座標に依存しない項に分けられることが分かった. 次節よりこのモデルの各項を調べることで, 膜構造の運動に対する重力の影響を明らかにする.

4.4.2. モード座標での重力モデルの解析による膜構造の運動への影響評価

表 4-1 のパラメータでの, 10 次までの非拘束モードモデルにおける重力モデルの $\mathbf{A}_{guc}, \mathbf{A}_{gus}, \mathbf{A}_{gu0}$ および $\mathbf{F}_{guc}, \mathbf{F}_{gus}, \mathbf{F}_{gu0}$ の各成分を図 4-10–図 4-13 に示す.

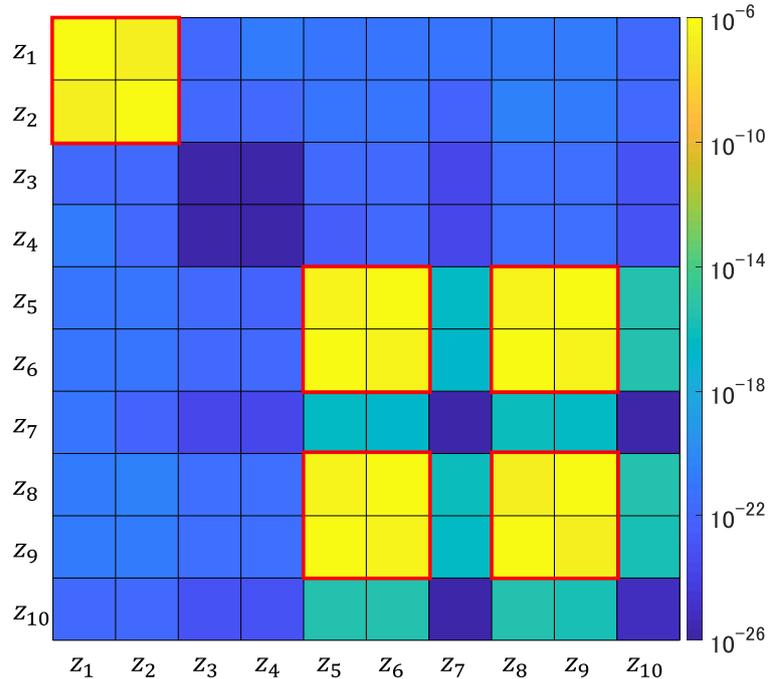


図 4-10 10 次までの \mathbf{A}_{guc} の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

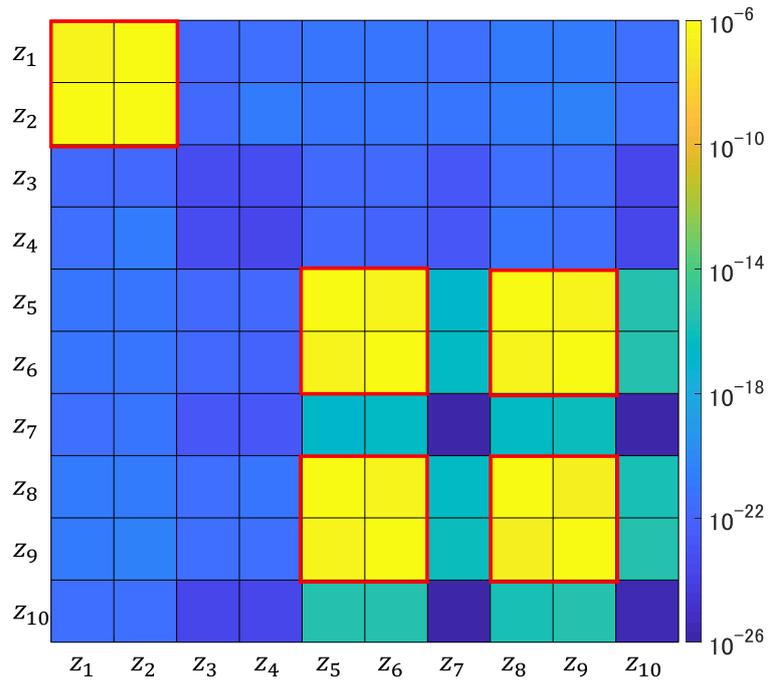


図 4-11 10 次までの A_{gus} の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

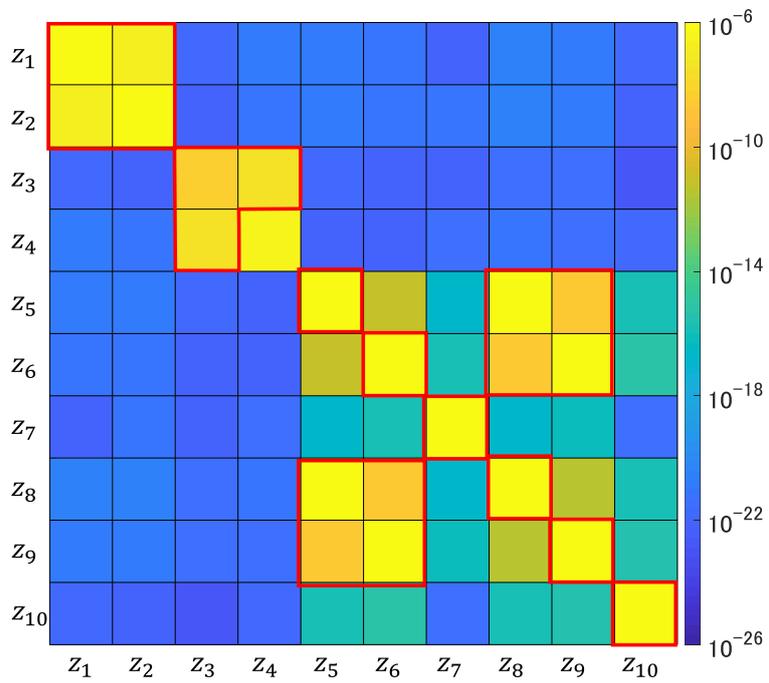


図 4-12 10 次までの A_{gu0} の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

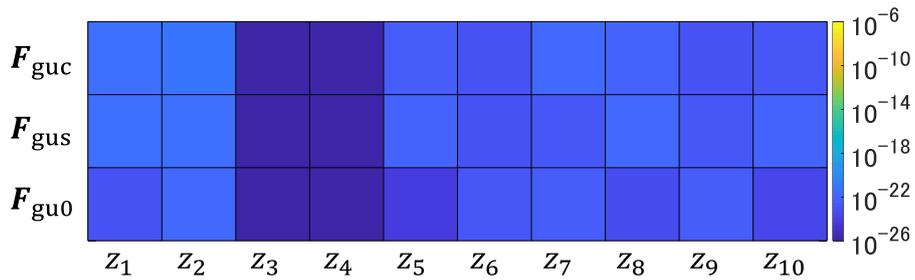


図 4-13 10 次までの $F_{guc}, F_{gus}, F_{gu0}$ の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

図 4-10, 図 4-11 により, 面内並進モードおよび回転振動モードの運動が, 重力を介してそれぞれのモード内の運動に影響を与えることがわかる. 4.2 節の検討により面内並進モードの運動は生じないため, 重力の影響で面内並進モードに運動が励起されることはない. 回転振動モードは重力により, 回転振動モードの運動の振動数と角振動数 $2(\omega_s - n_o)$ に関連した振動成分を持つ周期外力を受ける. また A_{guc}, A_{gus} の回転振動モードに対応する非対角項が 0 でないことから, 回転振動モード内のあるモードの運動が重力を介して他のモードの運動に影響を及ぼす. このように係数行列 A_{guc}, A_{gus} の項により, 重力は回転振動モードに影響を与える.

A_{gu0} の項により, 全てのモードの運動が重力を介してそれぞれのモード内の運動に影響を与えることがわかる. 面内並進モードでは A_{guc}, A_{gus} での議論と同様, 重力により運動は励起されない. その他のモードでは重力により, それぞれのモードの振動数の振動成分を持つ周期外力が作用する. 特に A_{gu0} において対応する非対角項が 0 でない面外並進・回転モードおよび回転振動モードでは, 重力の影響によりモード内で運動がカップリングをする. しかし面外並進・回転モードにおいて, 重力モデルの計算の過程において $\delta\alpha_{ob30}$ の係数が 0 になっていることから, A_{gu0} は物理的に意味を持たない面外方向の並進運動に関する項である. そのため面外並進・回転モードには重力は影響を及ぼさない. また $F_{guc}, F_{gus}, F_{gu0}$ は 10 次までの運動モードには影響を及ぼさないことが分かった.

以上の議論をまとめると表 4-3 のようになる. 重力モデルの解析により, 微小変動領域において重力が各運動モードに与える影響を明らかにすることができた.

表 4-3 重力による各モードの挙動への影響 (行: 影響を与えるモード, 列: 影響を受けるモード, 時変: 時変な係数成分を持つ, 時不変: 時不変な係数成分を持つ)

	面外振動モード	回転振動モード	面内並進モード	面外並進・回転モード
面外振動モード	時不変	-	-	-
回転振動モード	-	時変+時不変	-	-
面内並進モード	-	-	時変+時不変	-
面外並進・回転モード	-	-	-	時不変

4.4.3. 数値解析による膜構造の運動への重力の影響の評価

4.4.2 節にて得られた膜構造の運動に対する重力の影響について、数値解析によってより一般的に議論する。数値解析では初期状態にて $\delta\alpha_{ob} = [10.0 \ 0.0 \ 0.0]^T \text{ deg}$ 、 $\delta r^b = [0.0 \ 0.0 \ \dots]^T \text{ m}$ とした。重力を考慮した場合の表 4-1 に示すパラメータでのシミュレーション結果を図 4-14、図 4-15 に示す。また一部の結果についてフーリエ変換による周波数解析をした結果を図 4-16、図 4-17 に示す。本シミュレーションにおいて回転振動モードには 0.0158 Hz 付近の振動成分が支配的となる振動が生じ、その振幅は微小量ではあるが変動した (図 4-14(a), 図 4-16(a))。また微小ではあるが、0.0478 Hz 付近の振動成分も有した。面外並進・回転モードには 0.0158 Hz 付近の振動成分が支配的となる振動が生じ、その振幅は微小量ではあるが変動した (図 4-14(b), 図 4-16(b))。面内並進モードと面外振動モードは励起されなかった (図 4-14(c))。次に衛星の運動を物理座標で見る。オイラー角では、 $\alpha_{ob1}, \alpha_{ob2}$ が 10.0 deg の振幅で振動をし、 $\delta\alpha_{ob3}$ は 0.0438 deg の振幅で振動をした (図 4-15(a), 図 4-17(a))。また膜構造の角の質点には最大 0.00286 m の振動が生じ、0.0157 Hz の振動成分が支配的となった (図 4-15(b), 図 4-17(b))。また 0.0187 Hz, 0.0470 Hz の振動成分も有した。

回転振動モードに生じた 0.0158 Hz 付近の振動成分は、シミュレーション中にその振幅は大きく変動せず、かつ 4.2.2 節で得られた回転振動モードの固有角振動数と一致していることから、回転振動モードの自由振動によるものである。回転振動モードが 0.0158 Hz 付近の振動成分を持つため、 A_{guc} 、 A_{gus} の効果により回転振動モードに作用する重力の振動は、三角関数の加法定理により 0.0155 Hz および 0.0472 Hz の成分が支配的となる。そのため A_{guc} 、 A_{gus} の効果により 0.0158 Hz 付近の振動成分の振幅の変動、および 0.0478 Hz 付近の振動成分の励起が生じたと考えられる。一方で A_{gu0} の効果は、その小ささから回転振動モードに対して大きな影響を与えず、シミュレーション結果にて影響が見られなかったと考えられる。

面外並進・回転モードに生じる振動はその振動数が回転振動モードの支配的な振動成分の振動数と一致しており、振幅の増減も回転振動モードの振動の増減と一致していることから、回転振動モードの運動と関連していると考えられる。これはダイナミクスの線形化時に微小とした、 $\delta\alpha_{ob3}$ と $\alpha_{ob1}, \alpha_{ob2}$ とのカップリングによるものであると考えられる。以上より面外並進・回転モードでは線形化誤差の影響が大きく、重力の影響は見られなかった。

以上の結果から、4.4.2 節でのダイナミクスモデルの理論解析によって得られた膜構造の運動に対する重力の影響が数値解析においてもみられたため、その一般性を示すことができた。また面外並進・回転モードでは線形化誤差の影響により振動をすることが分かった。

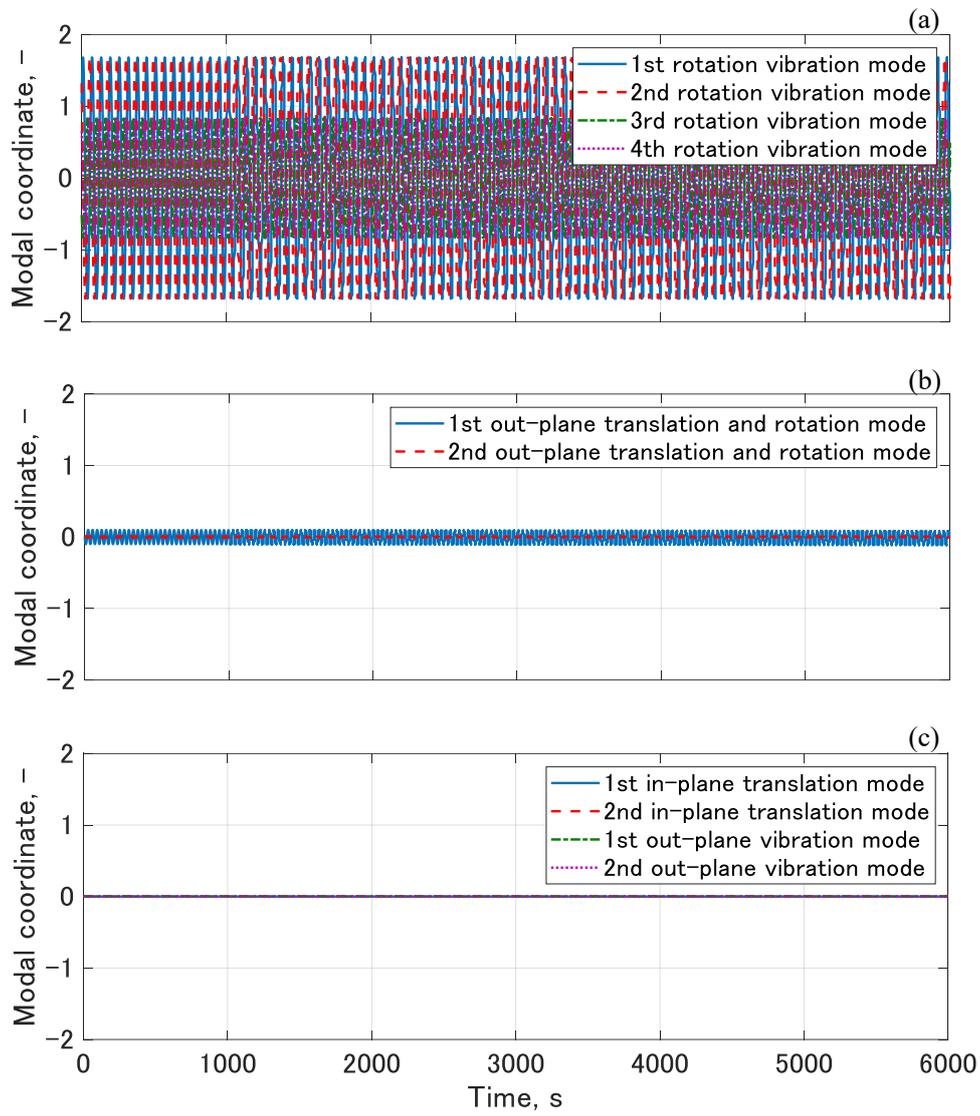


図 4-14 重力環境下を想定したシミュレーションにおける(a)回転振動モード，(b)面外並進・回転モード，(c)面内並進モードと面外回転モードの非拘束モード座標の履歴

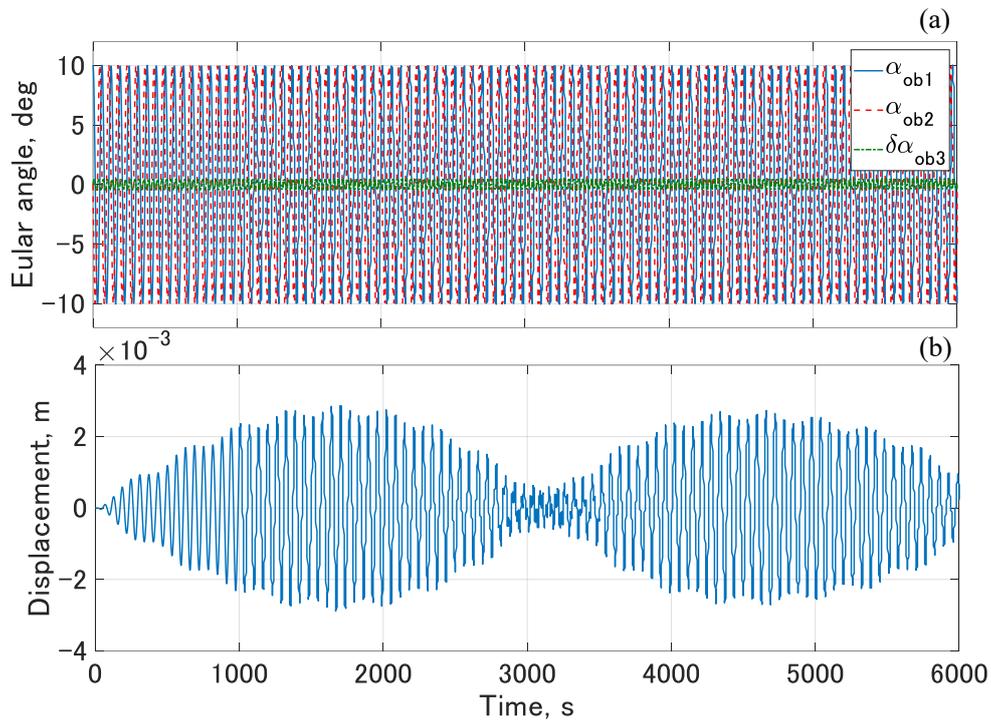


図 4-15 重力環境下を想定したシミュレーションにおける(a)オイラー角の変動と(b) $P_{1,1}$ の機体座標系z軸方向変位

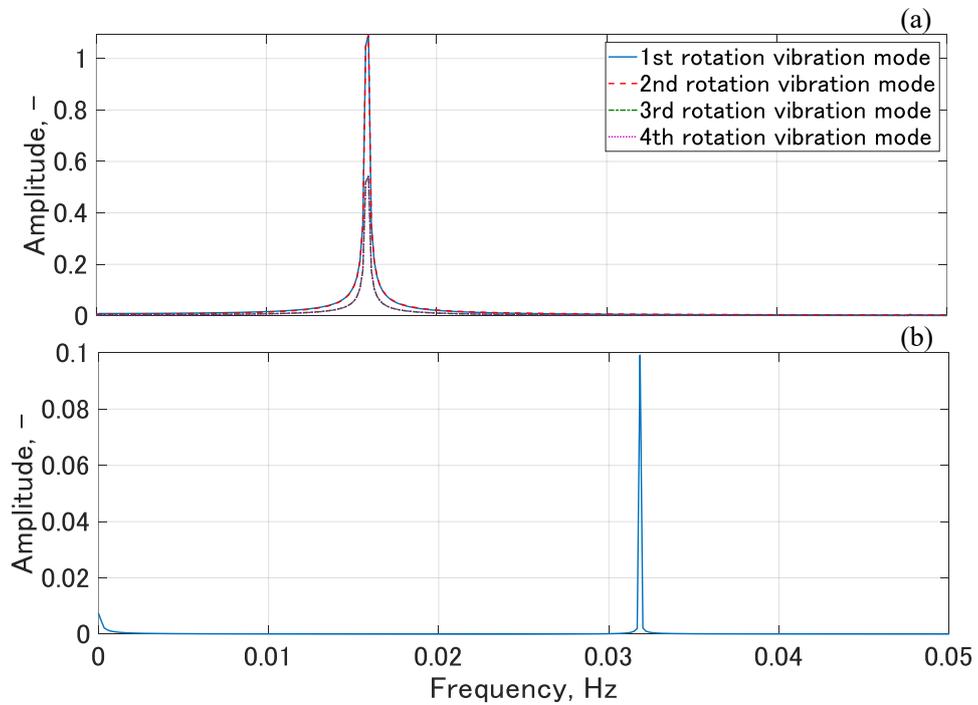


図 4-16 重力環境下を想定したシミュレーションにおける(a)回転振動モード, (b)1 次の面外並進モードの非拘束モード座標の履歴の振動数解析結果

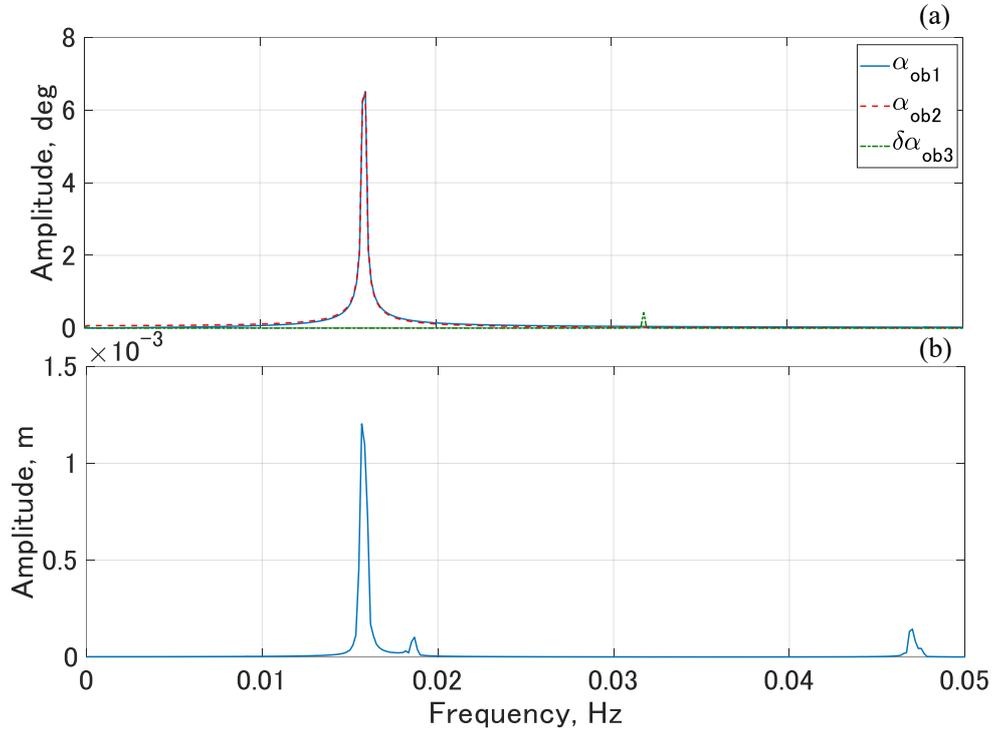


図 4-17 重力環境下を想定したシミュレーションにおける(a)オイラー角の変動と(b) $P_{1,1}$ の機体座標系z軸方向変位の振動数解析結果

4.5. 膜構造の運動に対する電磁力の影響の解明

4.5.1. モード座標での電磁力のモデル化

4.4 節にて重力の膜構造の運動への影響が明らかにされた．本節では地球周回軌道において支配的なもう一つの力である電磁力の，膜構造の運動への影響について解明する．衛星の大きさは地球と比較して小さく地磁場は衛星周辺で一様であるという仮定のもと，衛星まわりでの地磁場はダイポールモデル（式(3-28)）に式(4-12)を代入することで式(4-16)–(4-20)のように表される．

$$\mathbf{B}_E^b = \mathbf{B}_{E0}^b + \mathbf{A}_{\delta BE} \delta \alpha_{ob} \quad (4-16)$$

$$\mathbf{B}_{E0}^b = \frac{\mu_0 |\mathbf{m}_E|}{4\pi |\mathbf{r}_{EC}|^3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sin i_o (-3 \sin \phi_{e1} + \cos \phi_{e2}) \\ \frac{1}{2} \sin i_o (-3 \cos \phi_{e1} + \sin \phi_{e2}) \\ -\cos i_o \end{bmatrix} \quad (4-17)$$

$$\mathbf{A}_{\delta BE} = \frac{\mu_0 |\mathbf{m}_E|}{4\pi |\mathbf{r}_{EC}|^3} \begin{bmatrix} 0 & \cos i_o & \frac{1}{2} \sin i_o (-3 \cos \phi_{e1} + \cos \phi_{e2}) \\ -\cos i_o & 0 & \frac{1}{2} \sin i_o (3 \sin \phi_{e1} - \sin \phi_{e2}) \\ \frac{1}{2} \sin i_o (3 \cos \phi_{e1} - \cos \phi_{e2}) & \frac{1}{2} \sin i_o (-3 \sin \phi_{e1} + \sin \phi_{e2}) & 0 \end{bmatrix} \quad (4-18)$$

$$\phi_{e1} = \alpha_{ob30} - n_o t - \phi_o \quad (4-19)$$

$$\phi_{e2} = \alpha_{ob30} + n_o t + \phi_o \quad (4-20)$$

式(4-16)–(4-20)からスピン軸の方向が軌道面外方向周りで変動している場合、機体座標系における地磁場ベクトルはオイラー角の変動 $\delta\alpha_{ob30}$ によらない成分 \mathbf{B}_{E0}^b と、 $\delta\alpha_{ob30}$ により変動する成分 $\mathbf{A}_{\delta BE}\delta\alpha_{ob}$ を有することがわかる。また \mathbf{B}_{E0}^b は $\delta\alpha_{ob} = \mathbf{0}$ での機体座標系における、軌道運動と衛星のスピンにより変動する x^b, y^b 軸成分 \mathbf{B}_{E0h}^b と定常な z^b 軸成分 \mathbf{B}_{E0v}^b に分けることができる。式(4-16)–(4-20)を式(3-27), (3-38)に代入することで、本検討での磁気トルク・電磁力モデルは式(4-21), (4-22)のように求められる。

$$\mathbf{T}_{ele}^b = \mathbf{T}_{e0}^b + \mathbf{A}_{e\alpha}\delta\alpha_{ob} \quad (4-21)$$

$$\mathbf{F}_{eE}^b = I(\mathbf{F}_{eE0}^b + \mathbf{A}_{eEr\alpha}\delta\alpha_{ob} + \mathbf{A}_{eErr}\delta\mathbf{r}^b) \quad (4-22)$$

式(4-21), (4-22)に式(3-117), (3-128)を代入することで、非拘束モードモデルにおける電磁力は式(4-23)のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{eu} = & [\mathbf{A}_{euc}\{3 \cos(\alpha_{ob30} - 2nt) - \cos \alpha_{ob30}\} \\ & + \mathbf{A}_{eus}\{3 \sin(\alpha_{ob30} - 2nt) - \sin \alpha_{ob30}\} + \mathbf{A}_{eu0}]\mathbf{z} \\ & + \mathbf{F}_{euc}\{3 \cos(\alpha_{ob30} - 2nt) - \cos \alpha_{ob30}\} \\ & + \mathbf{F}_{eus}\{3 \sin(\alpha_{ob30} - 2nt) - \sin \alpha_{ob30}\} + \mathbf{F}_{eu0} \end{aligned} \quad (4-23)$$

なお、式(4-23)を得るまでの詳しい計算は補遺 A.4 に示す。式(4-23)において $\mathbf{A}_{euc}, \mathbf{A}_{eus}, \mathbf{F}_{euc}, \mathbf{F}_{eus}$ は \mathbf{B}_{E0h}^b との干渉による電磁力成分、 $\mathbf{A}_{eu0}, \mathbf{F}_{eu0}$ は \mathbf{B}_{E0v}^b との干渉による電磁力成分である。そのため式(4-17)から、 $i_o = 0, 180 \text{ deg}$ にて $\mathbf{A}_{euc}, \mathbf{A}_{eus}, \mathbf{F}_{euc}, \mathbf{F}_{eus}$ が零行列、零ベクトルとなり、 $i_o = 90, 270 \text{ deg}$ にて行列 $\mathbf{A}_{eu0}, \mathbf{F}_{eu0}$ が零行列、零ベクトルとなる。行列

$\mathbf{A}_{euc}, \mathbf{A}_{eus}, \mathbf{A}_{eu0}$ およびベクトル $\mathbf{F}_{euc}, \mathbf{F}_{eus}, \mathbf{F}_{eu0}$ は磁気モーメント $\mathbf{m}_b^b = [m_{bx}^b \ m_{by}^b \ m_{bz}^b]^T$ の各成分

および電流値 I と線形の関係である。そこでスピンによる対称性から、 \mathbf{m}_b^b のスピン軸方向成分とスピン軸と垂直方向成分の有無、および電流の有無に着目し、式(4-23)の各行列、ベクトルの形を調べることで、電磁力の膜構造の運動への影響を明らかにする。なお以下の検討では地球周回軌道にてよく用いられる太陽同期軌道を想定し、 $i_o = 99.5 \text{ deg}$ とした。

4.5.2. スピン軸方向の磁気モーメント成分により生じる電磁力の影響

まず磁気モーメントがスピン軸方向成分を持ち、電流が流れていない場合 ($m_{bx}^b = m_{by}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $m_{bz}^b = 200 \text{ Am}^2$, $I = 0.0 \text{ A}$) の電磁力モデルの各行列、ベクトルの 10 次までの成分を図 4-18-図 4-21 に示す。図 4-18, 図 4-19 から \mathbf{m}_b^b がスピン軸方向成分のみ有する場合、回転振動モードの運動が電磁力を介して面外並進・回転モードの運動に影響を及ぼす。また図 4-20 から回転振動モード内の各モード間で相互作用が生じる。 $\mathbf{F}_{euc}, \mathbf{F}_{eus}$ で表される非拘束モード座標によらない周期電磁力により回転振動モードの運動に影響を受ける。一方で、 \mathbf{F}_{eu0} で表される非拘束モード座標によらない定常電磁力はどのモードにも影響を及ぼさない。また、面内並進モード、面外振動モードの運動には影響を及ぼさない。

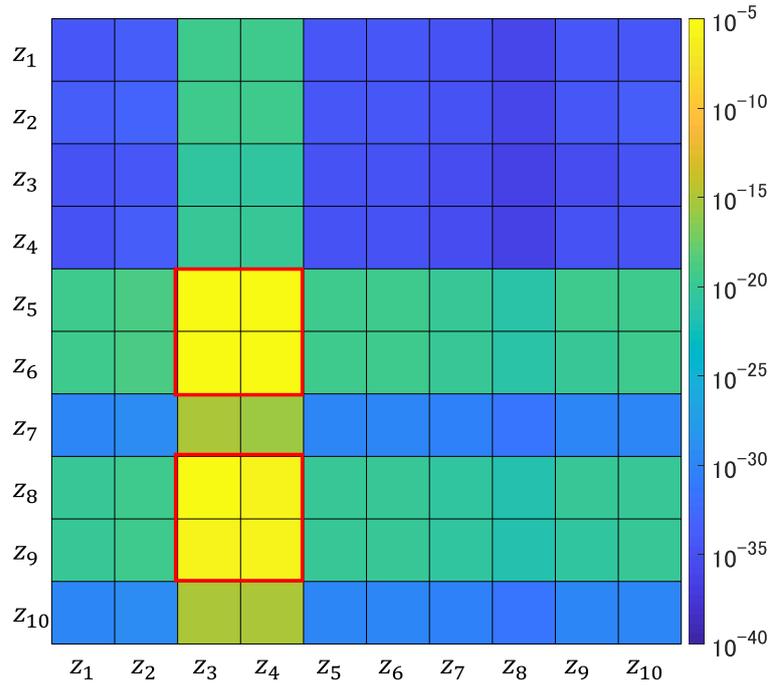


図 4-18 $m_{bx}^b = m_{by}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $m_{bz}^b = 200 \text{ Am}^2$ $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの \mathbf{A}_{euc} の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

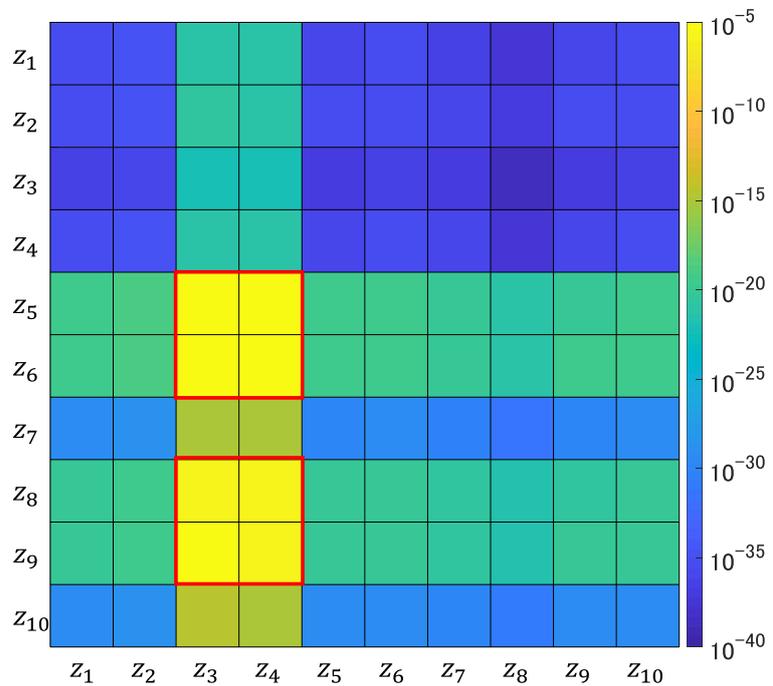


図 4-19 $m_{bx}^b = m_{by}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $m_{bz}^b = 200 \text{ Am}^2$ $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの \mathbf{A}_{eus} の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

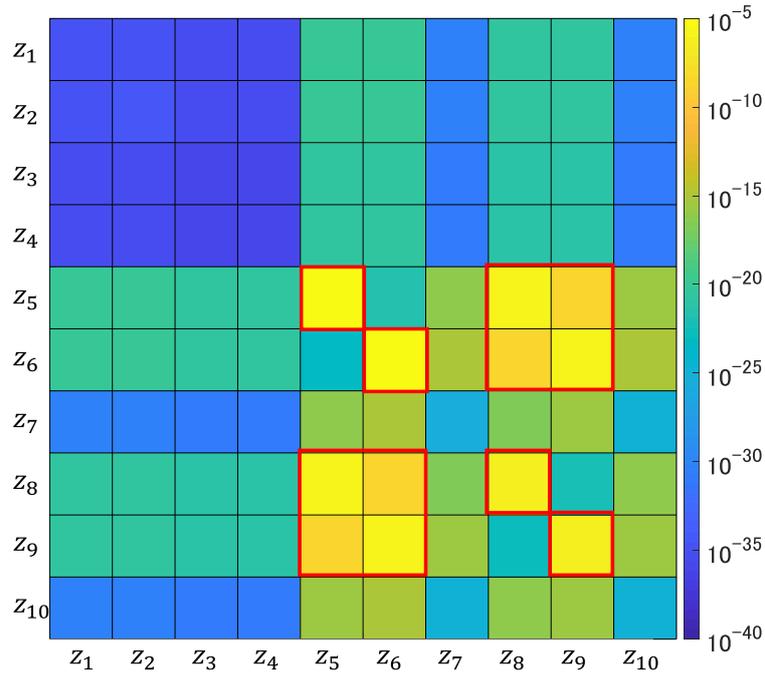


図 4-20 $m_{bx}^b = m_{by}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $m_{bz}^b = 200 \text{ Am}^2$ $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10 次までの \mathbf{A}_{eu0} の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

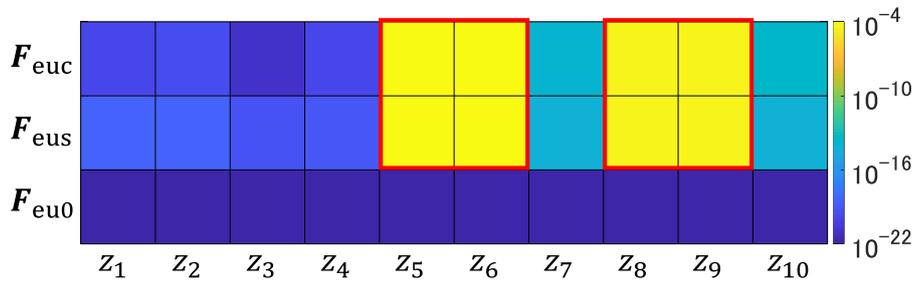


図 4-21 $m_{bx}^b = m_{by}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $m_{bz}^b = 200 \text{ Am}^2$ $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10 次までの $\mathbf{F}_{euc}, \mathbf{F}_{eus}, \mathbf{F}_{eu0}$ の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

以上の結果の物理的意味を図 4-22 を用いて考察する. スピン軸方向にのみ磁気モーメントを出力する場合, 非拘束モード座標が全て 0 であっても, 式(3-38)から \mathbf{B}_{E0h}^b との干渉による, スピン軸方向と \mathbf{B}_{E0h}^b に対し垂直方向の磁気トルクが筐体に作用する. この磁気トルクがスピン軸の回転を引き起こすことで, 回転振動モードの運動が励起される ($\mathbf{F}_{euc}, \mathbf{F}_{eus}$, 図 4-22(a)). 一方で非拘束モード座標が全て 0 の場合, スピン軸方向と \mathbf{B}_{E0v}^b は同方向となるため, \mathbf{m}_b^b と \mathbf{B}_{E0v}^b との干渉による磁気トルクは生じない (\mathbf{F}_{eu0}). 面外並進・回転モードが励起された場合, \mathbf{m}_b^b と \mathbf{B}_{E0h}^b との干渉により生じる磁気トルクの方が機体座標系内で回転し, 回転振動モードに与える影響が変化する ($\mathbf{A}_{euc}, \mathbf{A}_{eus}$, 図 4-22(b)). 回転振動モードの

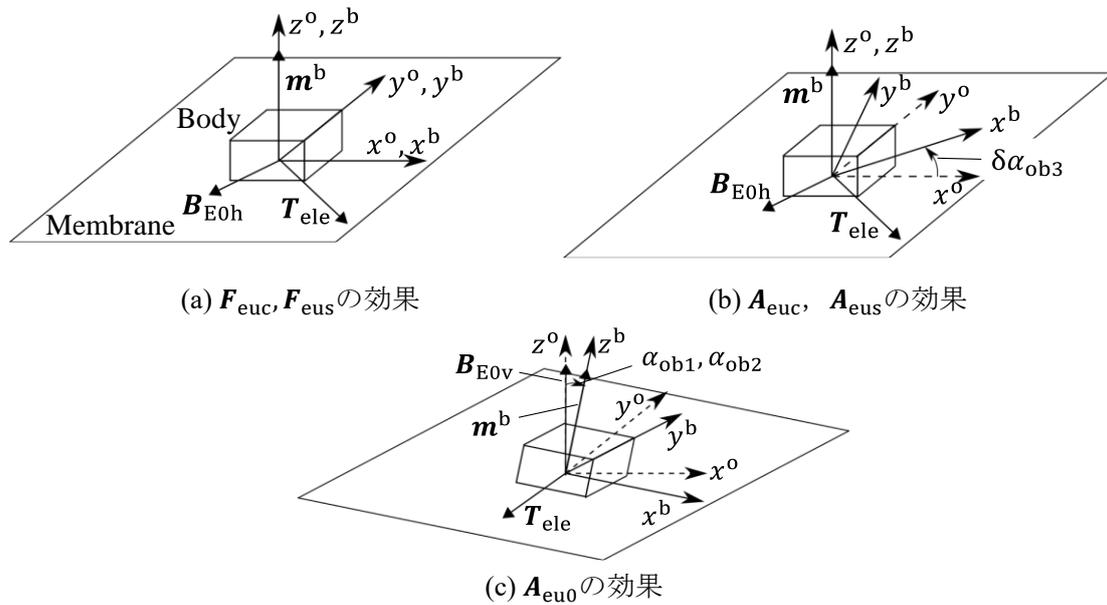


図 4-22 磁気モーメントがスピン軸方向成分を持つ場合の各行列の効果の物理的意味

運動が励起された場合、 m_b^b と B_{E0v}^b との干渉による磁気トルクがスピン軸方向に対して垂直方向を向き、回転振動モードに影響を与える (A_{eu0} , 図 4-22(c)). 以上のようにスピン軸周りに磁気モーメントを持つ場合の、衛星の運動に対する電磁力の影響をまとめることができた.

4.5.3. スピン軸垂直方向の磁気モーメント成分により生じる電磁力の影響

次に磁気モーメントがスピン軸垂直方向成分のみを持ち、電流が流れていない場合 ($m_{bx}^b = 200 \text{ Am}^2, m_{by}^b = m_{bz}^b = 0.0 \text{ Am}^2, I = 0.0 \text{ A}$) の各行列、ベクトルの 10 次までの成分を図 4-23-図 4-26 に示す. 図 4-23, 図 4-24 から磁気モーメントがスピン軸方向に対して垂直方向の成分のみを持つ場合、回転振動モード内および面外並進・回転モード内の各モード間で電磁力を介して相互作用が生じる. また図 4-25 から、回転振動モードの運動が電磁力を介して面外並進・回転モードの運動に影響を及ぼす. 図 4-26 から、面外並進・回転モードには非拘束モード座標によらない周期電磁力が、回転振動モードには非拘束モード座標によらない定常電磁力が作用する. 一方で、 F_{eus} で表される電磁力成分は全てのモードの影響を及ぼさない. また電磁力は、面内並進モード、面外振動モードの運動には影響を及ぼさない.

以上の結果の物理的意味を図 4-27 を用いて考察する. スピン軸方向に対して垂直方向の磁気モーメント成分は、非拘束モード座標が全て 0 の場合でも B_{E0h}^b , B_{E0v}^b と干渉し、それぞれ回転振動モード、面外並進・回転モードに影響を及ぼす ($F_{euc}, F_{eus}, F_{eu0}$, 図 4-27(a)). 面外並進・回転モードの運動が励起された場合、 B_{E0h}^b が機体座標系で回転することで磁気トルクのスピン軸方向が変動し、面外並進・回転モードに影響を及ぼす (A_{euc}, A_{eus} , 図 4-27 (b)). 回転振動モードの運動が生じた時、 B_{E0h}^b との干渉による磁気トルクは x^b - y^b 平面

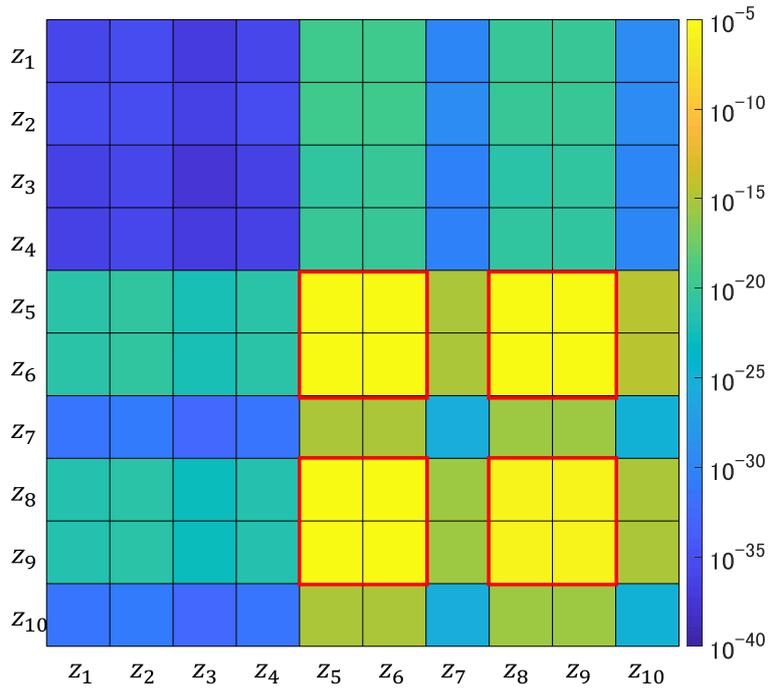


図 4-23 $m_{bx}^b = 200 \text{ Am}^2$, $m_{by}^b = m_{bz}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの \mathbf{A}_{euc} の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

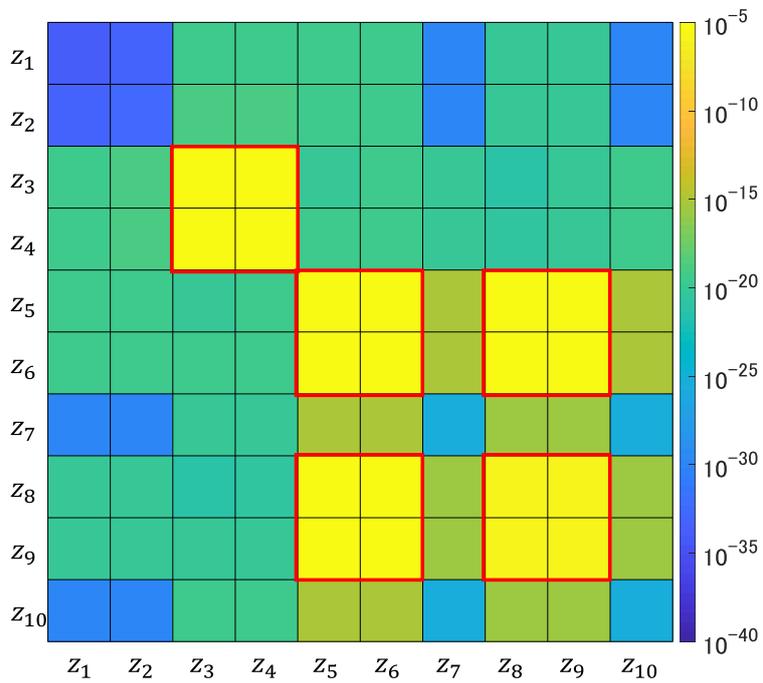


図 4-24 $m_{bx}^b = 200 \text{ Am}^2$, $m_{by}^b = m_{bz}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの \mathbf{A}_{eus} の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

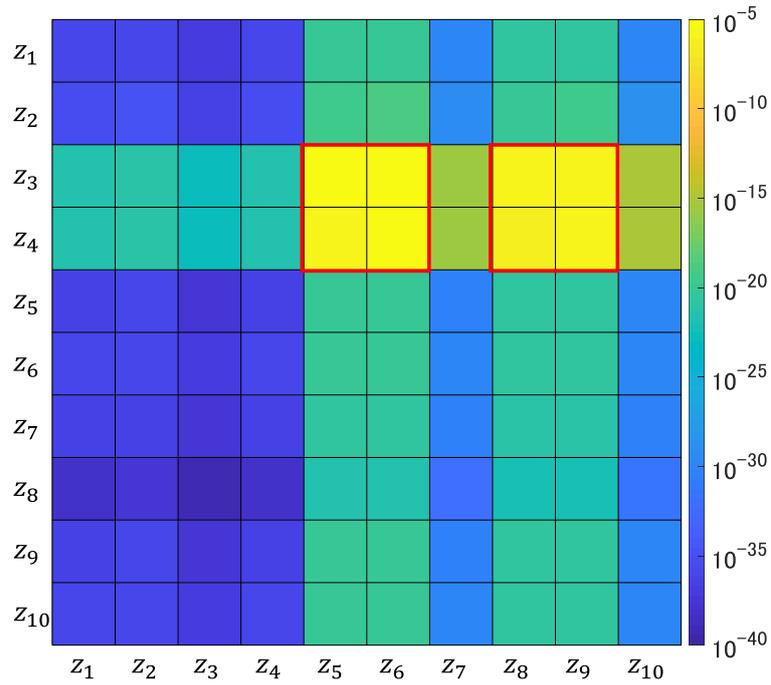


図 4-25 $m_{bx}^b = 200 \text{ Am}^2$, $m_{by}^b = m_{bz}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10 次までの $\mathbf{A}_{\text{eu}0}$ の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

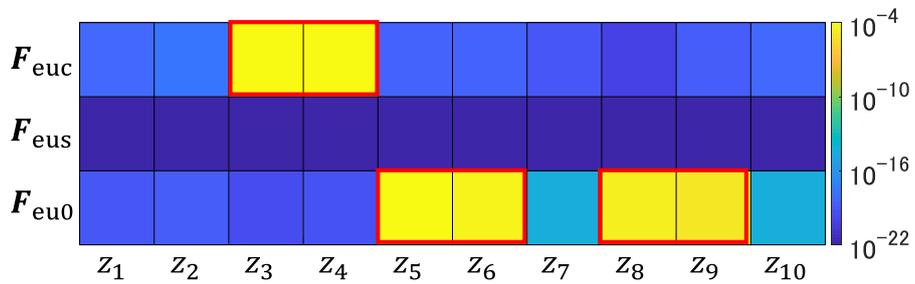


図 4-26 $m_{bx}^b = 200 \text{ Am}^2$, $m_{by}^b = m_{bz}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 0.0 \text{ A}$ の時の, 10 次までの F_{euc} , F_{eus} , $F_{\text{eu}0}$ の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

内成分 \mathbf{T}_{eh}^b を持ち, 回転振動モード影響を与える (\mathbf{A}_{euc} , \mathbf{A}_{eus} , 図 4-27 (c)). また, $\mathbf{B}_{\text{Eov}}^b$ との干渉によって磁気トルクはスピン軸方向成分 \mathbf{T}_{ez}^b を持ち, 面外並進・回転モードにも影響を及ぼす ($\mathbf{A}_{\text{eu}0}$, 図 4-27 (d)). 以上のようにスピン軸方向に対して垂直方向の磁気モーメント成分を持つ場合の, 膜構造の運動に対する電磁力の影響を明らかにした.

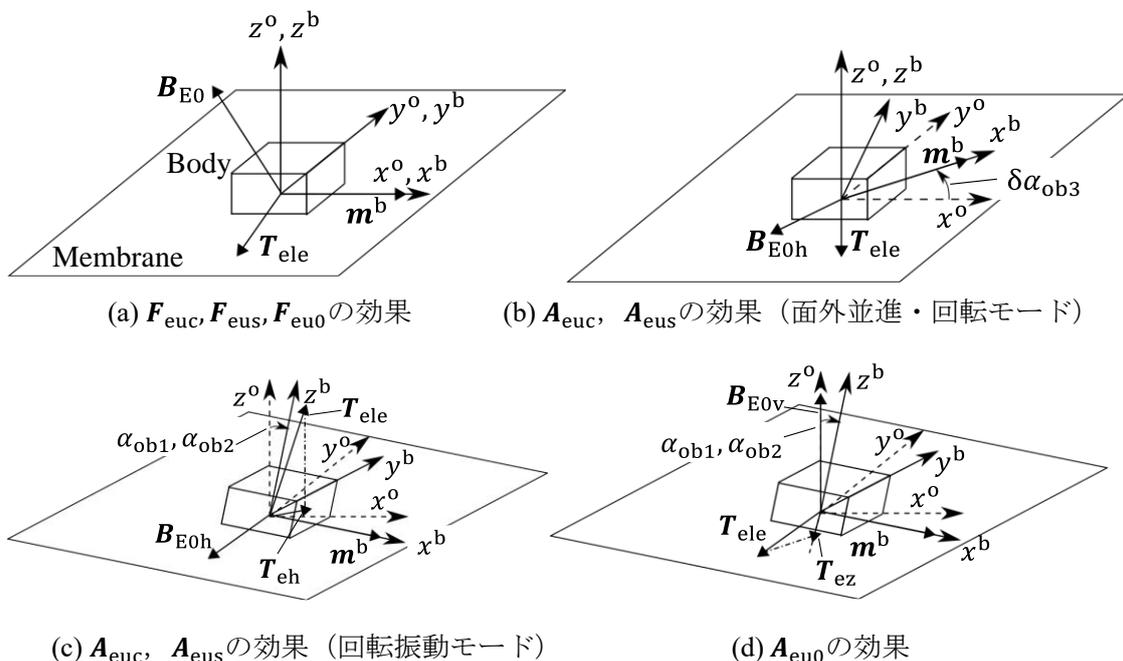


図 4-27 磁気モーメントがスピン軸垂直方向成分を持つ場合の各行列の効果の物理的意味

4.5.4. 電流により生じる電磁力の影響

最後に磁気モーメントを出力せず，電流を流している場合 ($m_{bx}^b = m_{by}^b = m_{bz}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 1.0 \text{ A}$) の各行列，ベクトルの 10 次までの成分を図 4-28-図 4-31 に示す。

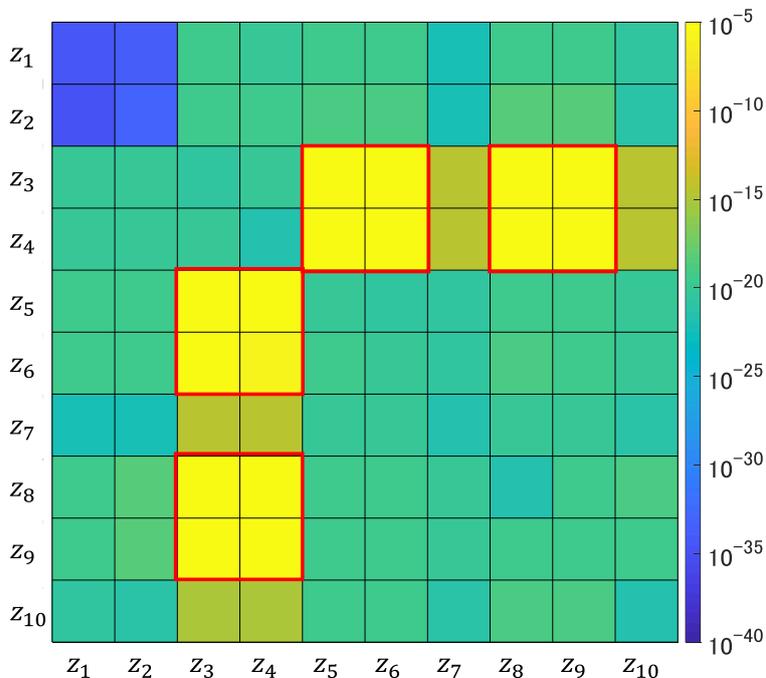


図 4-28 $m_{bx}^b = m_{by}^b = m_{bz}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 1.0 \text{ A}$ の時の，10 次までの A_{euc} の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

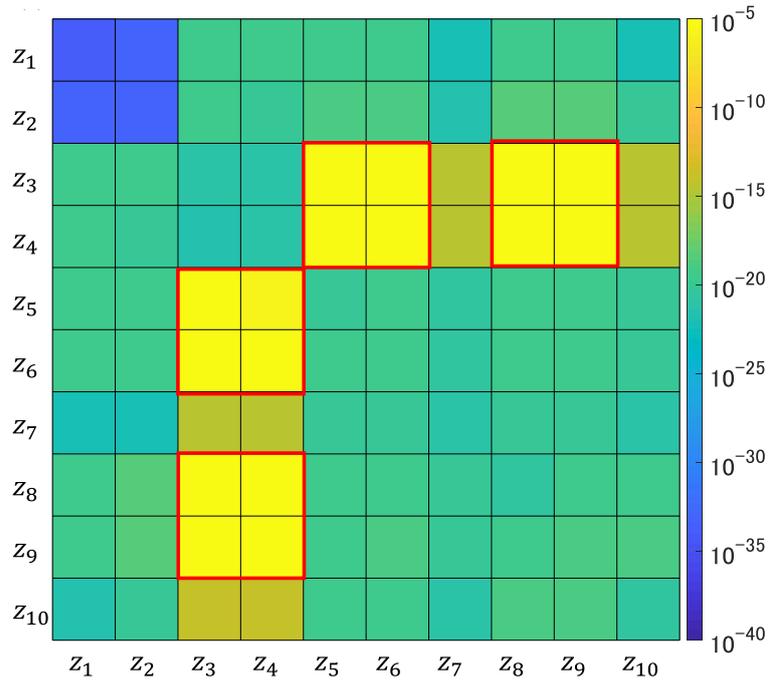


図 4-29 $m_{bx}^b = m_{by}^b = m_{bz}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 1.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの \mathbf{A}_{eus} の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

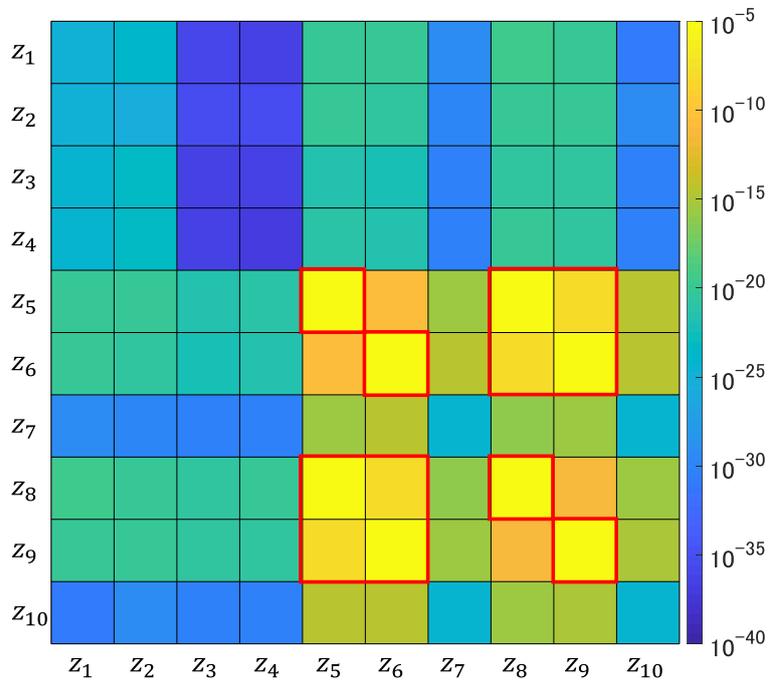


図 4-30 $m_{bx}^b = m_{by}^b = m_{bz}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 1.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの \mathbf{A}_{euo} の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

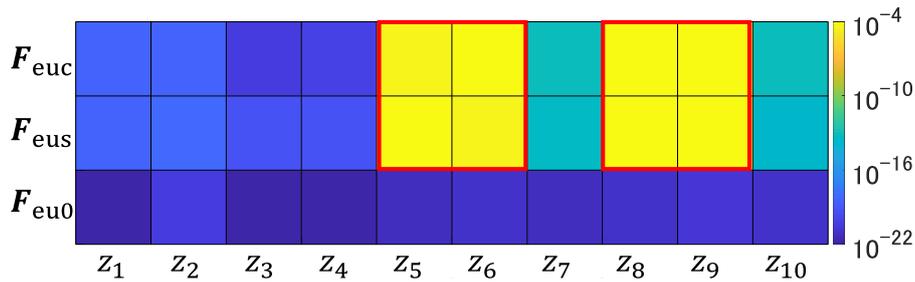


図 4-31 $m_{bx}^b = m_{by}^b = m_{bz}^b = 0.0 \text{ Am}^2$, $I = 1.0 \text{ A}$ の時の, 10次までの $F_{euc}, F_{eus}, F_{eu0}$ の各成分の絶対値 (赤枠の中が 10^{-10} 以上)

磁気モーメントが出力されず電流のみ出力されている場合, 図 4-28, 図 4-29 から回転振動モードの運動が面外並進・回転モードの運動に, 面外並進・回転モードの運動が回転振動モードの運動に電磁力を介して影響を及ぼす. また図 4-30 から回転振動モード内の各モード間で相互作用が生じる. 図 4-31 から, 回転振動モードには非拘束モード座標によらない周期電磁力が作用する. 一方, F_{eu0} で表される非拘束モード座標によらない定常電磁力はどのモードにも影響を及ぼさない. また, 面内並進モード, 面外振動モードの運動には影響を及ぼさない.

以上の結果の物理的意味を図 4-32 を用いて考察する. 膜構造上を流れる電流は, 膜構造に変形が生じていない場合スピン軸方向の磁気モーメントとして扱うことができる. そのため回転振動モードや面外振動モードが励起されていない時は, 4.5.2 節で得られた知見が適用できる. 回転振動モードが励起された場合, 膜構造の変形により電流が生じる磁気モーメントはスピン軸垂直方向成分をもつ. このとき B_{E0h}^b との干渉により生じる磁気トルクがスピン軸方向成分を持ち, 面外並進・回転モードに影響を及ぼす (A_{euc}, A_{eus} , 図 4-32).

ダイナミクスモデルの理論解析により得られた電磁力の効果まとめると表 4-4 のようになる. このように電磁力は面外並進・回転モードと回転振動モードにのみ影響を与え, 面内並進モードや面外振動モードの運動は励起しないことが分かった. また, 磁気モーメント方向や電流の有無で, 回転振動モードや面外並進・回転モードへの電磁力の影響が変化することが明らかになった.

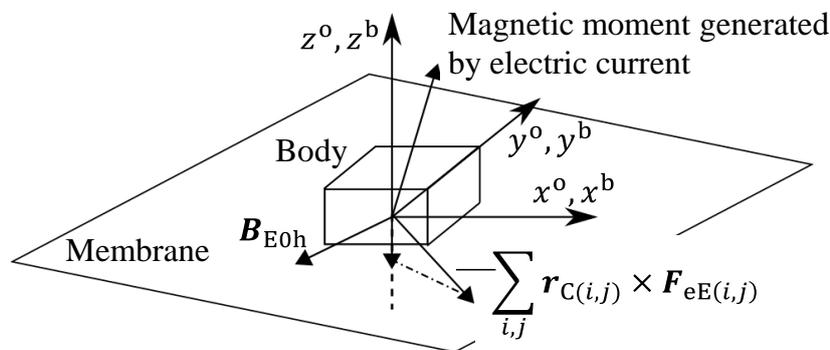


図 4-32 電流を出力する場合の A_{euc}, A_{eus} の効果の物理的意味

表 4-4 電磁力による各運動モードへの影響（行：影響を与えるモード，列：影響を受けるモード，表内：その値が非 0 のときに影響あり）

	軌道傾斜角	面外振動モード	回転振動モード	面内並進モード	面外並進・回転モード
面外振動モード	0 deg, 180 deg	-	-	-	-
	90deg, 270 deg	-	-	-	-
	上記以外	-	-	-	-
回転振動モード	0 deg, 180 deg	-	m_{bz}^b	-	m_{bx}^b, m_{by}^b
	90deg, 270 deg	-	m_{bx}^b, m_{by}^b, I	-	I
	上記以外	-	$m_{bx}^b, m_{by}^b, m_{bz}^b, I$	-	m_{bx}^b, m_{by}^b, I
面内並進モード	0 deg, 180 deg	-	-	-	-
	90deg, 270 deg	-	-	-	-
	上記以外	-	-	-	-
面外並進・回転モード	0 deg, 180 deg	-	-	-	-
	90deg, 270 deg	-	m_{bz}^b, I	-	m_{bx}^b, m_{by}^b
	上記以外	-	m_{bz}^b, I	-	m_{bx}^b, m_{by}^b
状態量によらない電磁力成分	0 deg, 180 deg	-	m_{bx}^b, m_{by}^b	-	-
	90deg, 270 deg	-	m_{bz}^b, I	-	m_{bx}^b, m_{by}^b
	上記以外	-	$m_{bx}^b, m_{by}^b, m_{bz}^b, I$	-	m_{bx}^b, m_{by}^b

4.5.5. 膜構造の運動に対する電磁力の影響の数値解析

4.5.2 節–4.5.4 節までは微小変動領域での議論にとどまっているため，一般性を調べるために数値解析を行う．本検討では，4.5.2 節–4.5.4 節の条件に対応するように，表 4-5 に示すケースについて数値解析を行った．本シミュレーションでは初期状態にて $\delta\alpha_{ob} = [10.0 \ 0.0 \ 0.0]^T \text{ deg}$ ， $\delta r^b = [0.0 \ 0.0 \ \dots]^T \text{ m}$ とし，電磁力と重力を考慮した．また一部のシミュレーション結果については，フーリエ変換を用いて周波数解析を行った．

表 4-5 シミュレーションケース

	m_{bx}^b	m_{bz}^b	I
Case 1	0.00 Am ²	$2.00 \times 10^2 \text{ Am}^2$	0.00 A
Case 2	$2.00 \times 10^2 \text{ Am}^2$	0.00 Am ²	0.00 A
Case 3	0.00 Am ²	0.00 Am ²	1.00 A

Case 1 において回転振動モードは振動し，その振幅は時間経過とともに増減した（図 4-33 (a)）．この振動は 0.0158 Hz 付近の振動成分が支配的な振動となり，加えて 0.0473 Hz 付近の振動成分を有する振動であった（図 4-35(a)）．面外並進・回転モードは振動しつつ，振動中心が徐々に増加した（図 4-33 (b)）．この振動は 0.0315 Hz および 0.0318 Hz が支配的な振動であった（図 4-35(b)）．また回転振動モードの振幅の増減に合わせて，面外並進・回転モードの振動振幅は増減した．面外振動モードと面内並進モードは励起されなかった（図 4-33(c)）．次に物理座標で運動を見る． α_1, α_2 は最大 39.0 deg の振動が生じ， $\delta\alpha_3$ は最大 27.3 deg 変動した（図 4-34(a)）．また膜構造の角の質点 $P_{1,1}$ には機体座標系において最大

0.323 m の振動が生じた (図 4-34(b)). この振動は 0.0157 Hz 付近の振動成分が支配的となり, 加えて 0.0103 Hz, 0.0208 Hz, 0.0468 Hz の振動が生じた (図 4-36(b)).

シミュレーションの結果において, 面外振動モードおよび面内並進モードは励起せず, 4.5.2 節で得られた知見と一致した. 回転振動モードで支配的な振動成分の振動数は状態によらない周期的な電磁力成分 $F_{\text{euc}}, F_{\text{eus}}$ の振動数に近く, これらの効果で回転振動モードの振動数が増減したと考えられる. また 4.5.2 節で得られた知見から, $A_{\text{euc}}, A_{\text{eus}}$ の効果により面外並進・回転モードに作用する電磁力は三角関数の加法定理より, 回転振動モードの振動数と行列にかけられる三角関数の振動数を加算および減算した振動数成分を持つ. シミュレーションにおいて回転振動モードは, 0.0158 Hz 付近の振動成分が支配的な振動である. このことから, 面外並進・回転モードの振動で支配的な 0.0315 Hz および 0.0318 Hz の振動成分は $A_{\text{euc}}, A_{\text{eus}}$ の効果により生じたと考えられる. このようにシミュレーション結果にて 4.5.2 節で得られた知見が確認できた一方で, $\delta\alpha_3$ の振動中心の変動や回転振動モードでの 0.0473 Hz 付近の振動成分といった, 4.5.2 節の検討で得られなかった運動も見られた. 本シミュレーションでは α_{ob1} が 39.0 deg まで増大しており, 線形範囲を逸脱する. そのため, これらは線形化の誤差によるものであると考える. 特に回転振動モードの 0.0473 Hz 付近の振動成分は, 面外並進・回転モードで支配的な振動成分の振動数である 0.0315 Hz および 0.0318 Hz と, $A_{\text{euc}}, A_{\text{eus}}$ にかけられる三角関数の振動数の和に近く, 面外並進・回転モードの運動が電磁力を介して回転振動モードに影響を及ぼしたと予想できる. このように数値解析により, 4.5.2 節の検討で得られた線形範囲での運動特性に加え, 非線形領域での運動が確認できた.

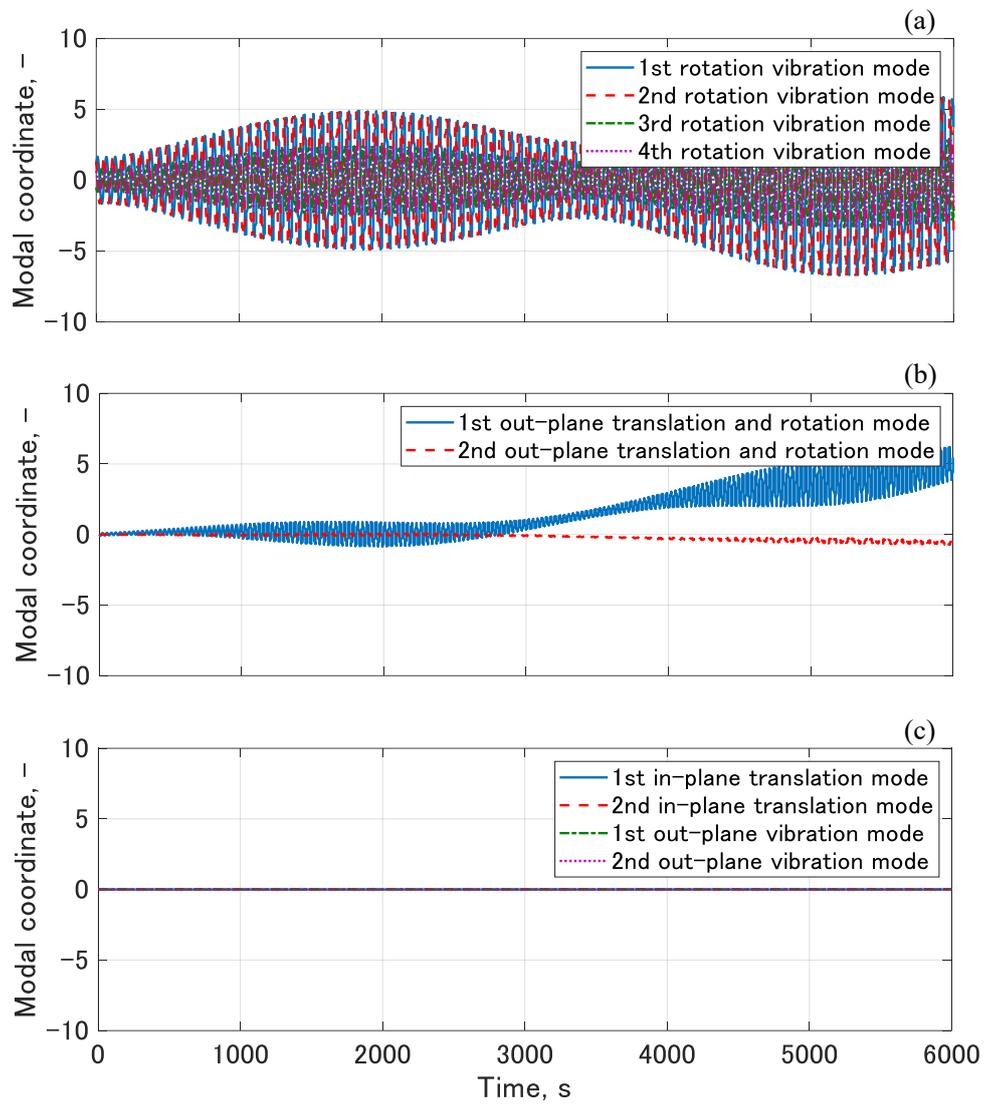


図 4-33 スピン軸方向の磁気モーメントを有するときの(a)回転振動モード, (b)面外並進・回転モード, (c)面内並進モードと面外回転モードの非拘束モード座標の履歴

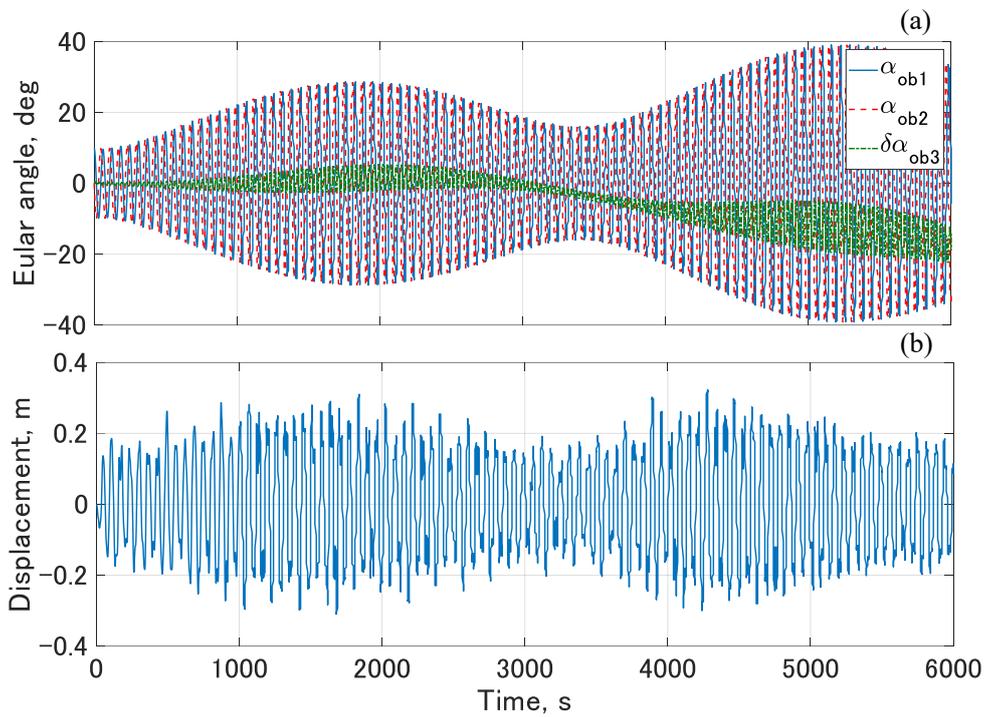


図 4-34 スピン軸方向の磁気モーメントを有するときの(a)オイラー角の変動と(b) $P_{1,1}$ の機体座標系z軸方向変位

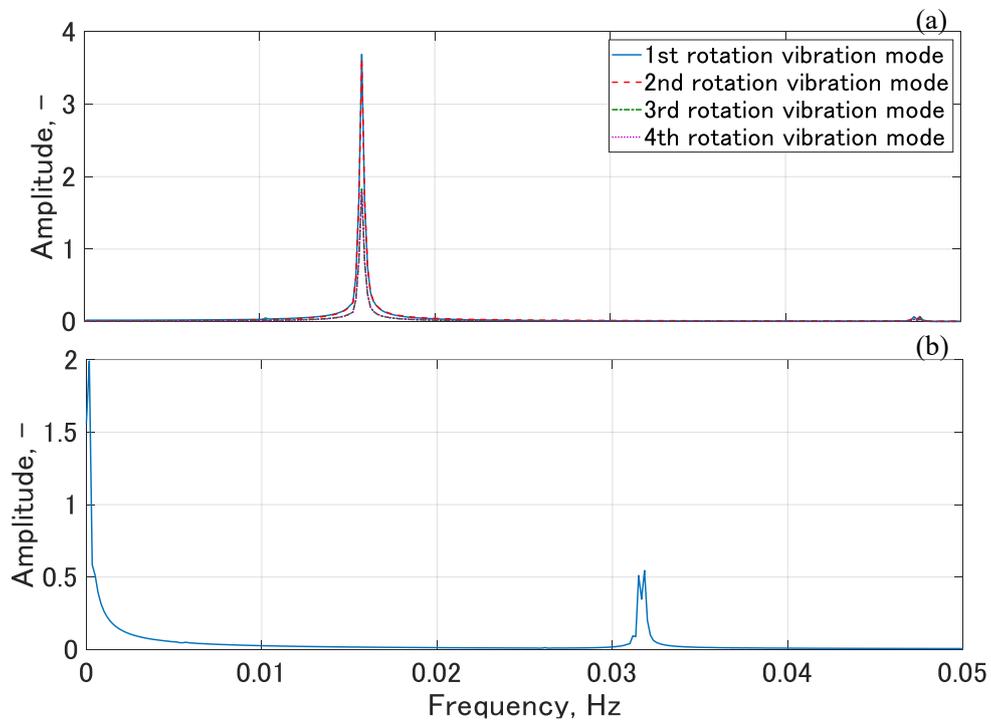


図 4-35 スピン軸方向の磁気モーメントを有するときの(a)回転振動モード, (b)1次の面外並進モードの非拘束モード座標の履歴の振動数解析結果

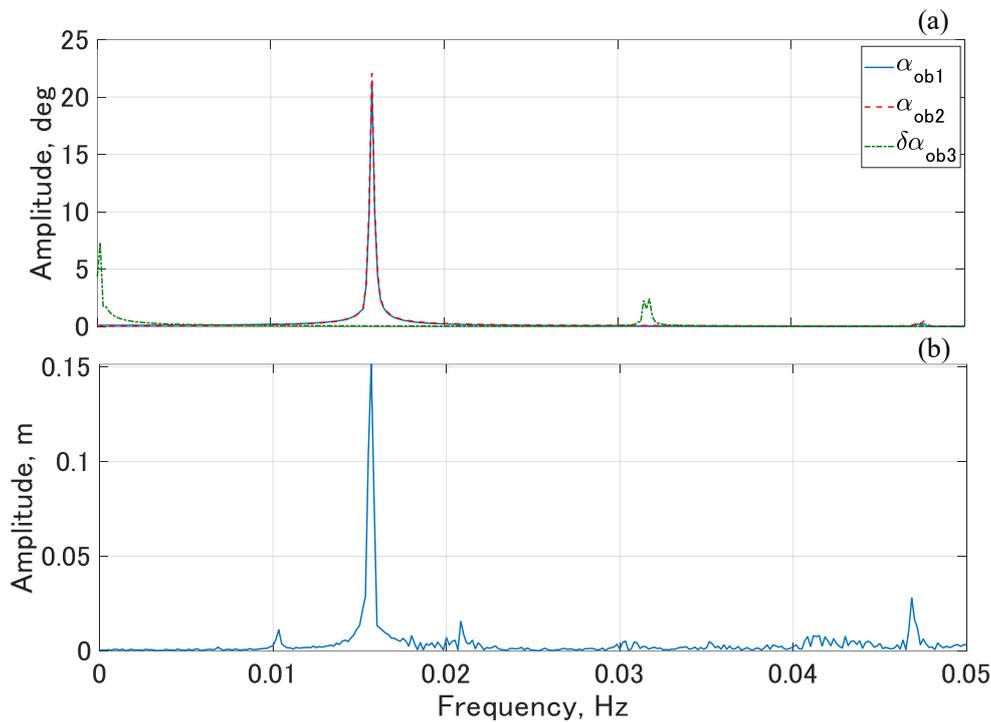


図 4-36 スピン軸方向の磁気モーメントを有するときの(a)オイラー角の変動と(b) $P_{1,1}$ の機体座標系z軸方向変位の振動数解析結果

Case 2 において回転振動モードは、0.0158 Hz 付近の振動成分が支配的な振動をした (図 4-37(a), 図 4-39(a)). その振動の振幅はほとんど変動しなかったが、2 次の回転振動モードの振動中心が変動した. 面外並進・回転モードは 0.0157 Hz, 0.0318 Hz が支配的な振動数となる振動が生じた (図 4-37(b), 図 4-39(b)). また面外振動モードと面内並進モードの運動は励起されず、4.5.3 節での検討結果と一致した (図 4-37 (c)). 次に物理座標で運動を見る. オイラー角を見ると α_1, α_2 は最大 10.0 deg の振動が生じ、 $\delta\alpha_3$ は最大 0.74 deg の振動が生じた (図 4-38(a)). また、 α_2 は2 次の回転振動モードと同様にその振動中心が変動した. 膜構造の角の質点 $P_{1,1}$ には機体座標系のz軸方向に最大 0.0315 m の振動が生じた (図 4-38(b), 図 4-40(b)). この振動は 0.00033 Hz 付近の振動成分が支配的となり、加えて 0.0158 Hz の振動が生じた.

回転振動モードに生じた 0.0158 Hz 付近の支配的な振動成分は、シミュレーション中でその振幅が大きく変動せず、かつ 4.2 節で得られた振動数と一致していることから、衛星の自由振動による振動成分である. 2 次の回転振動モードの振動中心の変動は、その振幅が小さいため振動数解析の結果には表れなかった. 一方で図 4-37 より、振動中心の変動の振動数は 0.00033 Hz であり、 $2n_0$ に近い値となる. そのため、 \mathbf{A}_{euc} , \mathbf{A}_{eus} の効果によって生じる回転振動モード内のモード間の相互作用により、振動中心が変動したと考えられる. また膜構造の角の質点の変位の振動数も $2n_0$ に近く、 \mathbf{A}_{euc} , \mathbf{A}_{eus} の回転振動モードへの効果が

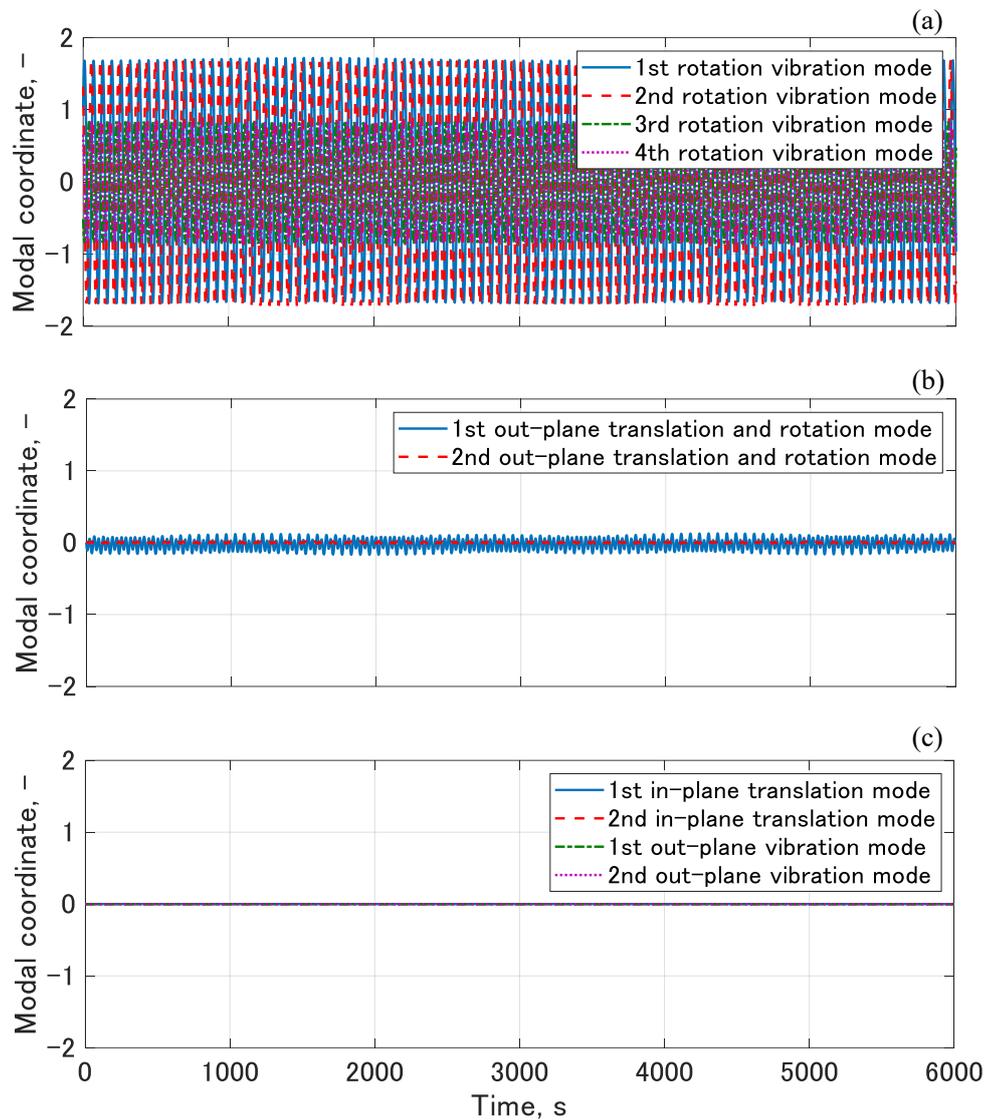


図 4-37 スピン軸垂直方向の磁気モーメントを有するときの(a)回転振動モード，(b)面外並進・回転モード，(c)面内並進モードと面外回転モードの非拘束モード座標の履歴

質点の振動に現れたと考えられる。また、本シミュレーションでは m_{by}^b を 0.00 Am^2 としていたため、 α_{ob1} に対応する 1 次の回転振動モードには影響がなかったと考えられる。面外並進・回転モードにて支配的な 0.0157 Hz 、 0.0318 Hz の振動成分は、 \mathbf{A}_{eu0} の効果により回転振動モードが及ぼす電磁力の振動数、 \mathbf{F}_{euc} 、 \mathbf{F}_{eus} の振動数、および \mathbf{A}_{euc} 、 \mathbf{A}_{eus} の効果により面外並進・回転モード自体が及ぼす電磁力の振動数と一致しており、これらの効果が表れていると考えられる。このように数値解析により、4.5.3 節の検討で得られた運動特性を確認することができた。

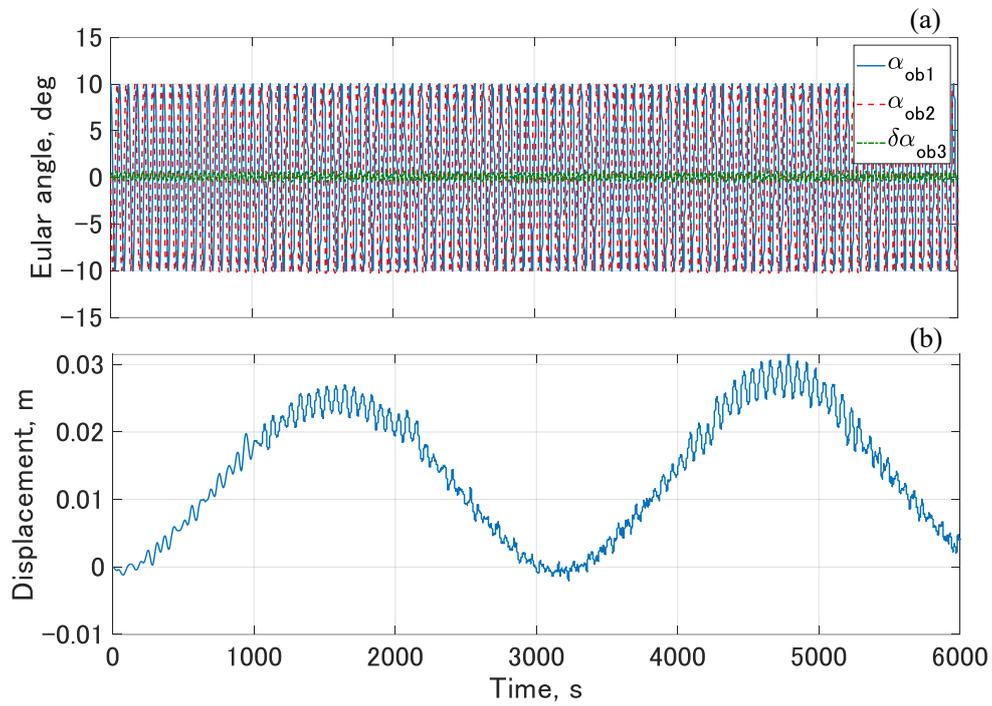


図 4-38 スピン軸垂直方向の磁気モーメントを有するときの(a)オイラー角の変動と(b) $P_{1,1}$ の機体座標系z軸方向変位

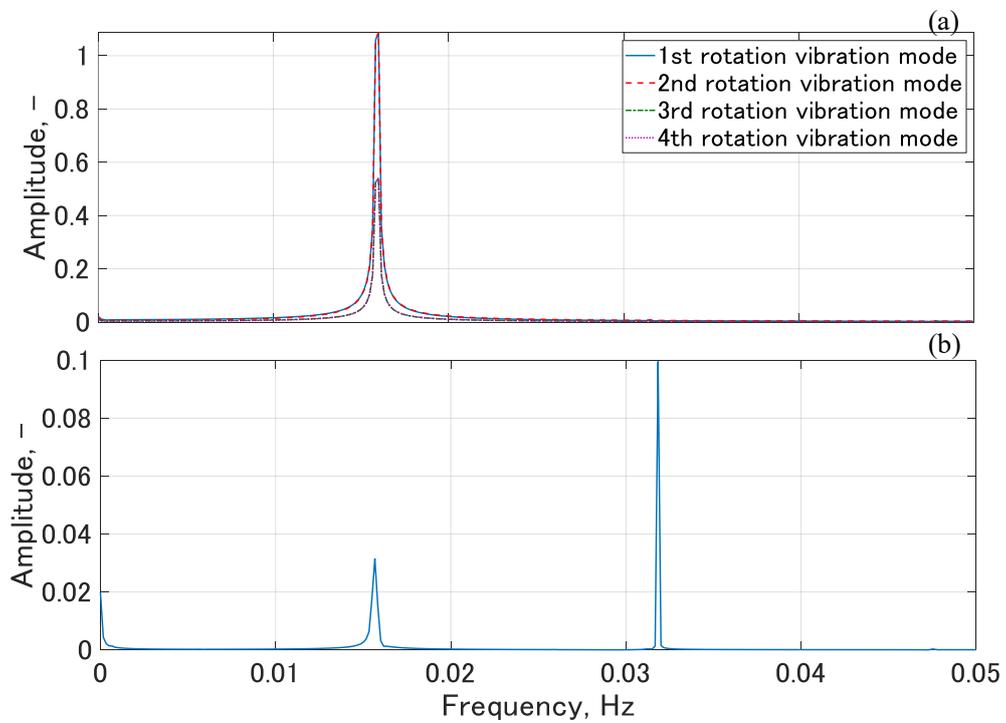


図 4-39 スピン軸垂直方向の磁気モーメントを有するときの(a)回転振動モード、(b)1次の面外並進モードの非拘束モード座標の履歴の振動数解析結果

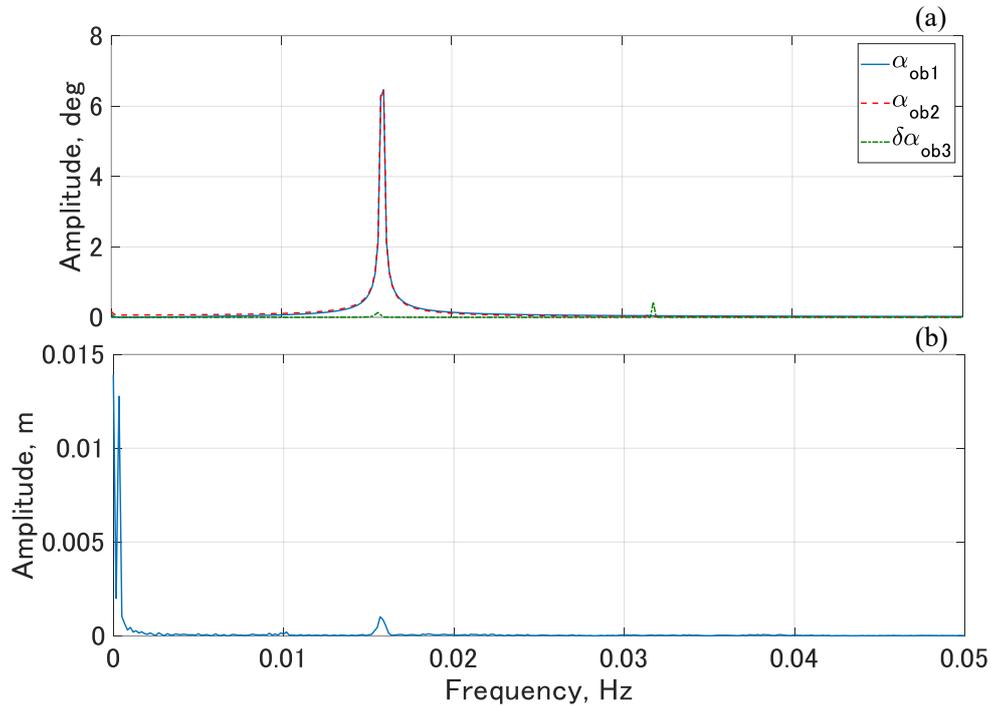


図 4-40 スピン軸垂直方向の磁気モーメントを有するときの(a)オイラー角の変動と(b) $P_{1,1}$ の機体座標系z軸方向変位の振動数解析結果

Case 3 において回転振動モードには、支配的な 0.0158 Hz 付近の振動成分に加え、0.0473 Hz 付近の振動成分を有する振動が生じた (図 4-41(a), 図 4-43(a)). また、振動の振幅はシミュレーション中に増減した。面外並進・回転モードは振動しつつ、振動中心が徐々に増加した (図 4-41(b)). この振動は 0.0315 Hz 付近が支配的な振動であった (図 4-43(b)). また、回転振動モードの振幅の増減に合わせて、面外並進・回転モードの振動振幅は増減した。面外振動モードと面内並進モードには運動が励起されず、4.5.4 節での検討結果と一致した (図 4-41(c)). 次に物理座標で運動を見る。オイラー角を見ると、 $\alpha_{ob1}, \alpha_{ob2}$ は最大 41.7 deg の振動が生じ、 $\delta\alpha_{ob3}$ は最大 33.4 deg 変動した (図 4-42(a)). 膜構造の角の質点には機体座標系の z 軸方向に最大 0.416 m の振動が生じた (図 4-42(b)). この振動は 0.0158 Hz 付近の振動成分が支配的となり、加えて 0.0103 Hz, 0.0208 Hz の振動が生じた (図 4-44(b)). これらの振動成分の振幅の支配的な振動成分に対する大きさは、Case 1 と比較して大きくなった。

回転振動モードの運動は、状態によらない周期的な電磁力成分 F_{euc}, F_{eus} が作用することで時間経過とともに増減した。これは 4.5.4 節での解析結果にて見られた特性である。一方で、回転振動モードの 0.0473 Hz 付近の振動成分は、Case 1 と同様に線形化の誤差により生じたと考えられる。面外並進・回転モードにおける振動は、0.0315 Hz 付近の振動成分が支配的であり、かつ回転振動モードの振動の振幅の増減に合わせて面外並進・回転モードの

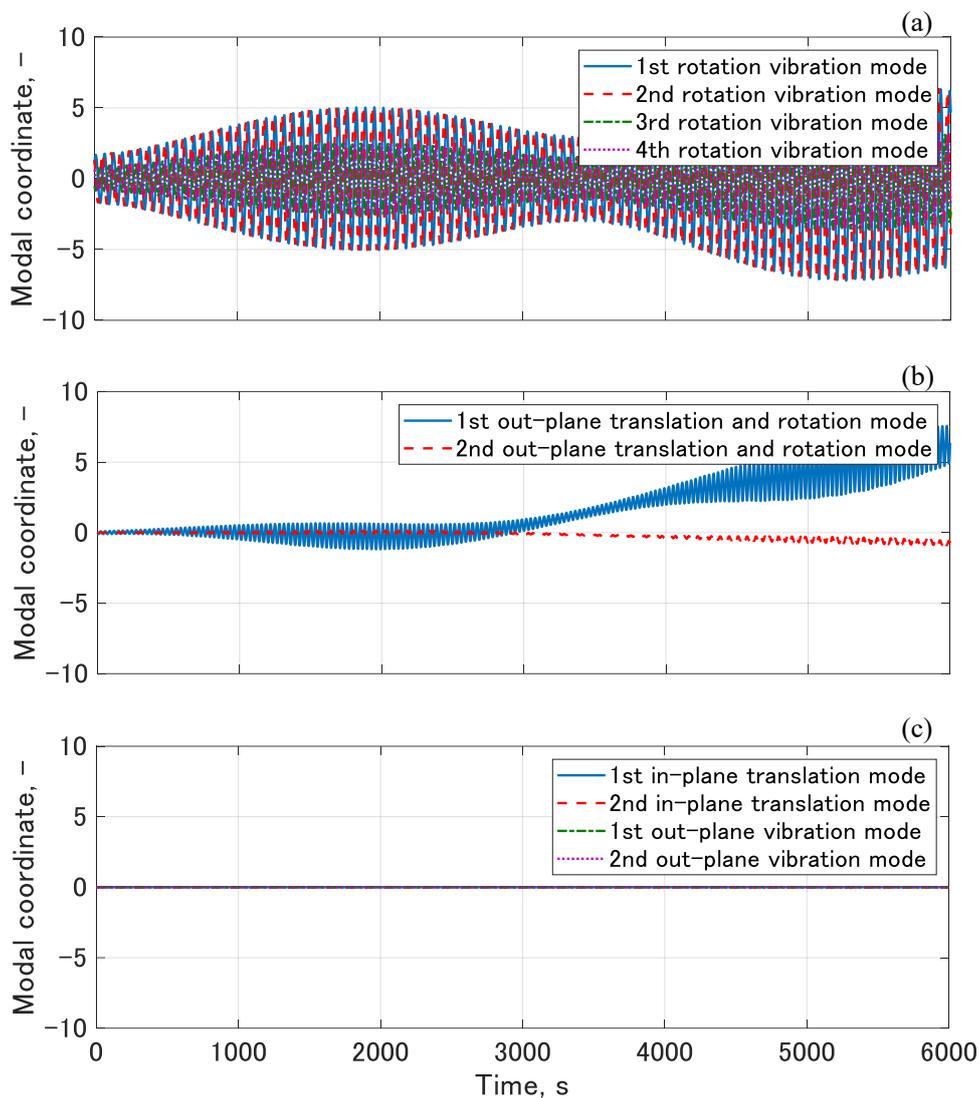


図 4-41 電流を出力する場合の(a)回転振動モード，(b)面外並進・回転モード，(c)面内並進モードと面外回転モードの非拘束モード座標の履歴

振幅が増減することから，Case 1 と同じく \mathbf{A}_{euc} ， \mathbf{A}_{eus} による電磁力の効果であると考えられる．一方で振動中心が徐々に減少していくが，これは線形化誤差によるものであると考えられる．このように数値解析により，4.5.4 節の検討で得られた運動特性を確認することができた．また線形化誤差の影響も見られた．

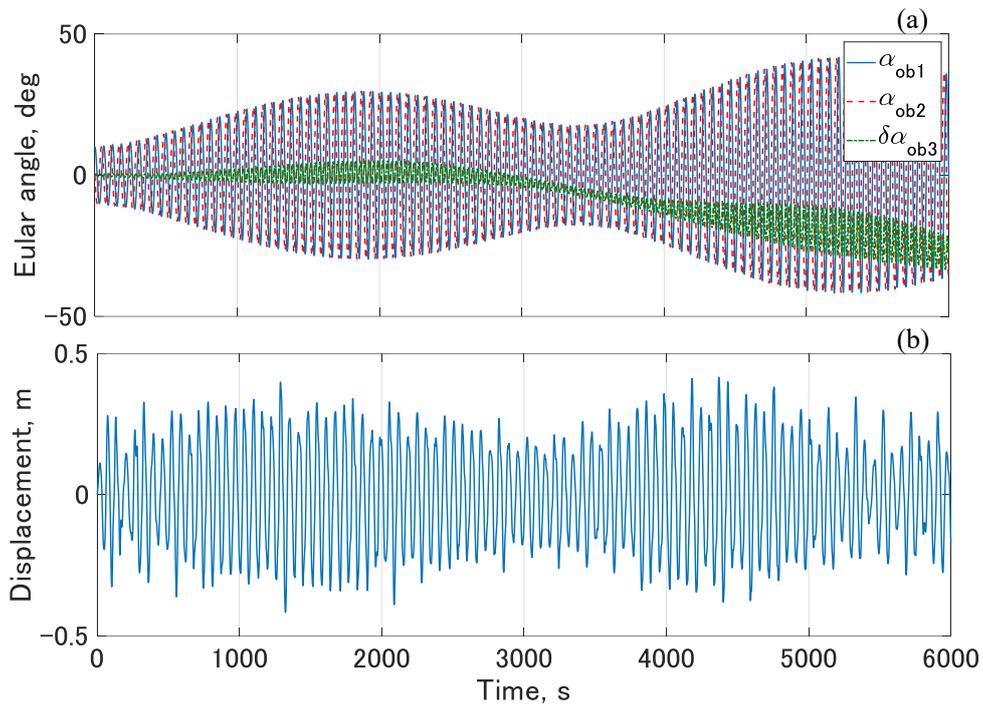


図 4-42 電流を出力する場合の(a)オイラー角の変動と(b) $P_{1,1}$ の機体座標系z軸方向変位

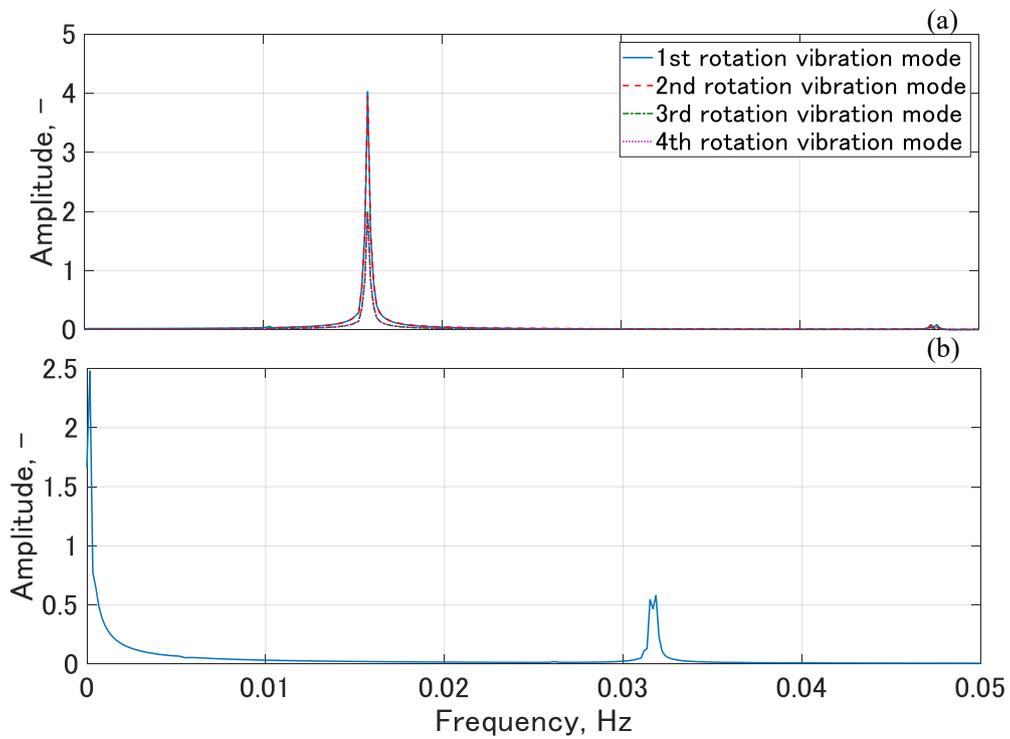


図 4-43 電流を出力する場合の(a)回転振動モード, (b)1次の面外並進モードの非拘束モード座標の履歴の振動数解析結果

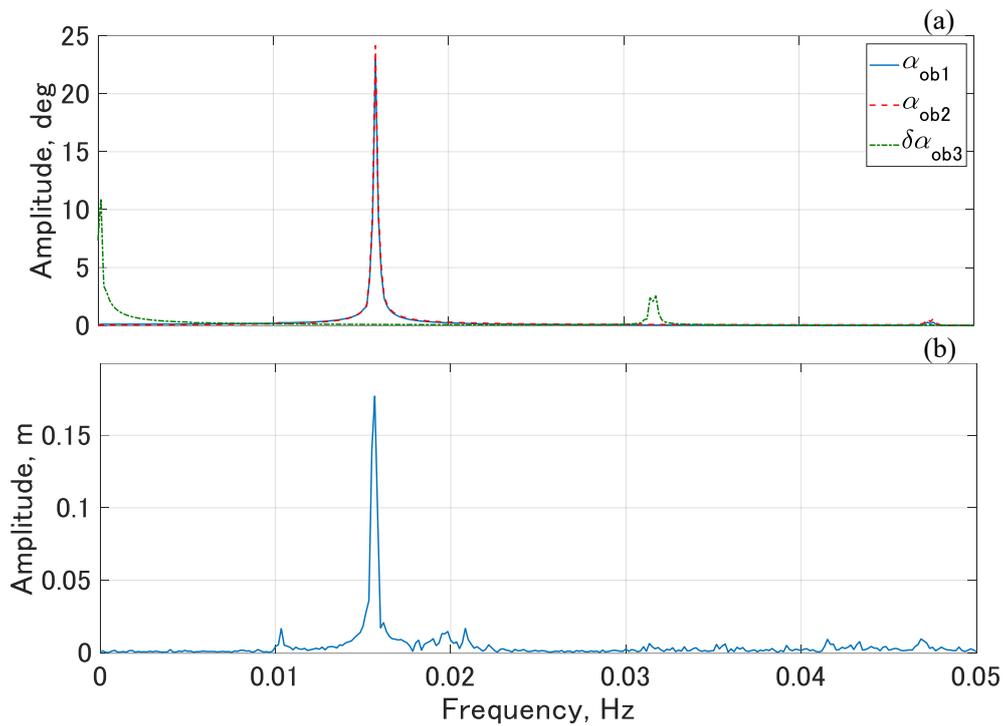


図 4-44 電流を出力する場合の(a)オイラー角の変動と(b) $P_{1,1}$ の機体座標系z軸方向変位の振動数解析結果

以上のように、Case 1-3 での数値解析の結果にて、4.5.2 節-4.5.4 節でのダイナミクスモデルの理論解析により得られた線形領域での運動特性が見られたため、その一般性が示された。一方でモデルの解析では見られなかった、線形化誤差に起因すると考えられる運動特性も確認できた。

本節の検討結果により、電磁力は回転振動モードおよび面外並進・回転モードに影響を及ぼすことが分かった。これらのモードは衛星の姿勢運動にかかわるモードであるため、本結果から電磁力の姿勢変更への利用可能性を示すことができた。

第5章 電磁力を用いた展開膜衛星の姿勢変更則

本章ではスピン型膜構造を有する人工衛星における，地球指向のための姿勢変更則を構築する．第3章で構築したダイナミクスモデルから，衛星にはたらく慣性力により LVLH 座標系に対する衛星の姿勢を乱す．本検討では，この慣性力を電磁力に打ち消すことで地球指向を達成する．しかし第2章で述べた通り電磁力は地磁場方向に制約を受けるため，姿勢変更に要求されるトルクを電磁力により達成することは難しい．そこで本研究では地磁場の変動を利用し，疑似逆行列を用いた衛星の姿勢変更則を合わせて構築する．そして数値解析により，姿勢変更則の有効性および提案手法による姿勢変更可能性について議論する．

5.1. 構築する姿勢変更則の概要

第3章で構築したダイナミクスモデル（式(3-79), (3-80)）を見ると，LVLH座標系を基準とした衛星のダイナミクスには外力として電磁力，重力，および慣性力が作用する．この慣性力は慣性座標系に対する LVLH 座標系の回転により生じ，慣性力により衛星のスピン軸方向は LVLH 座標系内で回転する．この効果によりオイラー角 α_{hb1} , α_{hb2} は増大してゆき，地球指向が達成できない．そこで本研究ではこの慣性力を電磁力により打ち消すことで， α_{hb1} , α_{hb2} の増大を抑える．しかし電磁力の地磁場方向による制約から慣性力の打ち消しに必要なトルク成分のみを加えることは難しく，電磁力により姿勢が乱れる．そこで本研究では電磁力の方向制約を考慮した姿勢変更則を構築し，慣性力の打ち消しと併せて用いることで衛星の地球指向を達成する．

5.2. 電磁力を用いた慣性力の打ち消しによる地球指向

5.2.1. 慣性力を打ち消すための磁気モーメントおよび電流値の算出

地球指向時の非拘束モードモデルにおける外力 \mathbf{F}_u は，式(5-1)のように表される．

$$\mathbf{F}_u = \Phi_u^T \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{ele}^b + \mathbf{T}_{grav}^b + \sum_{i,j} \mathbf{r}_{i,j}^b \times \mathbf{F}_{i,j}^b - n_o \mathbf{I}_s \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ibt}^b - (\boldsymbol{\omega}_{ibo}^b + n_o \boldsymbol{\omega}_{ibt}^b) \times \mathbf{I}_s (\boldsymbol{\omega}_{ibo}^b + n_o \boldsymbol{\omega}_{ibt}^b) \\ \Phi_c^T \{ \mathbf{F}_{eE}^b + \mathbf{F}_{gC}^b - n_o \mathbf{M} (\mathcal{S}(\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ibt}^b) + \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}_{ibo}^b) \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}_{ibt}^b) + \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}_{ibt}^b) \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}_{ibo}^b)) \mathbf{r}_e^b \} \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

式(5-1)は衛星へのトルクに加え，機体座標系での膜構造への外力を記述している．そのため筐体と膜構造の運動の同期を考えると， $\mathbf{F}_u = \mathbf{0}$ とするような電磁力を加えることで膜構造の形状を維持しつつ地球指向を達成できる．式(5-1)において慣性力は n_o に関する一次項になる．一方で重力は， n_o に関する二次項となり慣性力と比較して十分小さい．そのため電磁力を用いて，より支配的な慣性力を打ち消すように磁気モーメントおよび電流を設定する．また電磁力は電線上のみにしかはたらかず，全質点に作用する慣性力を打ち消すことは難しい．そこで慣性力により膜構造に作用するトルクを打ち消すように電磁力を作用

することを考える.

式(5-1)において, 慣性力は式(5-2), (5-3)のように計算される.

$$n_o I_s \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ibt}^b + (\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b + n_o \boldsymbol{\omega}_{ibt}^b) \times I_s (\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b + n_o \boldsymbol{\omega}_{ibt}^b) = - \begin{bmatrix} I_s n_o \omega_s \sin \alpha_{hb30} \\ I_s n_o \omega_s \cos \alpha_{hb30} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j} n_o m_{i,j} \mathbf{r}_{e(i,j)}^b \times \left([\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ibt}^b]_{\times} + [\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b]_{\times} [\boldsymbol{\omega}_{ibt}^b]_{\times} + [\boldsymbol{\omega}_{ibt}^b]_{\times} [\boldsymbol{\omega}_{ib0}^b]_{\times} \right) \mathbf{r}_{e(i,j)}^b \\ &= - \sum_{i,j} m_{i,j} \begin{bmatrix} 2y_{e(i,j)}^b{}^2 n_o \omega_s \sin \alpha_{hb30} \\ 2x_{e(i,j)}^b{}^2 n_o \omega_s \cos \alpha_{hb30} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-3)$$

また, MTQ の磁気モーメントによる磁気トルクおよび膜構造に流れる電流にはたらく電磁力によるトルクは, 膜構造に変形が生じていないとすると式(5-4), (5-5)のようになる.

$$\mathbf{T}_{ele}^b = \mathbf{m}_b^b \times \mathbf{B}_E^b \quad (5-4)$$

$$\sum_{i,j} \mathbf{r}_{i,j}^b \times \mathbf{F}_{eE}^b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ IA_w \end{bmatrix} \times \mathbf{B}_E^b \quad (5-5)$$

ここで A_w は電線ループで囲まれる面積である. 地球指向時の機体座標系での地磁場ベクトルは, $\delta \boldsymbol{\alpha}_{hb} = \mathbf{0}$ のとき式(5-6)のように表される.

$$\mathbf{B}_E^b = \frac{\mu_0 |\mathbf{m}_E|}{4\pi |\mathbf{r}_{EC}|^3} \left(\begin{bmatrix} -\cos i_o \cos \alpha_{hb30} \\ \cos i_o \sin \alpha_{hb30} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sin i_o \sin \alpha_{hb30} \cos(n_o t + \phi_o) \\ \sin i_o \cos \alpha_{hb30} \cos(n_o t + \phi_o) \\ 2 \sin i_o \sin(n_o t + \phi_o) \end{bmatrix} \right) \quad (5-6)$$

式(5-6)を式(5-4), (5-5)に代入することで式(5-7), (5-8)を得る.

$$\begin{aligned} & \mathbf{m}_b^b \times \mathbf{B}_E^b \\ &= \frac{\mu_0 |\mathbf{m}_E|}{4\pi |\mathbf{r}_{EC}|^3} \begin{bmatrix} -m_{bz}^b \cos i_o \sin \alpha_{hb30} + m_{bz}^b \sin i_o \cos \alpha_{hb30} \cos(n_o t + \phi_o) + 2m_{by}^b \sin i_o \sin(n_o t + \phi_o) \\ -m_{bz}^b \cos i_o \cos \alpha_{hb30} - m_{bz}^b \sin i_o \sin \alpha_{hb30} \cos(n_o t + \phi_o) - 2m_{bx}^b \sin i_o \sin(n_o t + \phi_o) \\ \cos i_o (m_{bx}^b \sin \alpha_{hb30} + m_{by}^b \cos \alpha_{hb30}) - \sin i_o \cos(n_o t + \phi_o) (m_{bx}^b \cos \alpha_{hb30} - m_{by}^b \sin \alpha_{hb30}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-7)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ IA_w \end{bmatrix} \times \mathbf{B}_E^b = - \frac{\mu_0 IA_w |\mathbf{m}_E|}{4\pi |\mathbf{r}_{EC}|^3} \begin{bmatrix} \cos i_o \sin \alpha_{hb30} - \sin i_o \cos \alpha_{hb30} \cos(n_o t + \phi_o) \\ \cos i_o \cos \alpha_{hb30} + \sin i_o \sin \alpha_{hb30} \cos(n_o t + \phi_o) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-8)$$

まず式(5-2)と式(5-7)の z 軸成分を一致させるため, $m_{bx}^b = m_{by}^b = 0.00 \text{ Am}^2$ とする. そして式(5-2), (5-3)と式(5-7), (5-8)の第一項を一致させるよう, 式(5-9), (5-10)のように磁気モーメント m_{bz}^b および電流 I を設定する.

$$m_{bz}^b = \frac{4\pi n_o \omega_s |\mathbf{r}_{EC}|^3}{\mu_0 |\mathbf{m}_E| \cos i_o} \left(I_s - 2 \sum_{i,j} m_{i,j} x_{e(i,j)}^b{}^2 \right) \quad (5-9)$$

$$I = \frac{8\pi n_o \omega_s |\mathbf{r}_{EC}|^3}{\mu_0 A_w |\mathbf{m}_E| \cos i_o} \sum_{i,j} m_{i,j} x_{e(i,j)}^b{}^2 \quad (5-10)$$

このとき式(5-7), (5-8)の第二項, 第三項により電磁力が外乱としても作用する. そのため本手法は $\sin i_o$ が小さい領域での利用が望ましい. 以上のように計算した磁気モーメント, 電流により慣性力を打ち消す.

5.2.2. 数値解析による算出式の妥当性検証

数値解析により, 5.2.1 節で計算された磁気モーメント, 電流による地球指向可能性を検証する. 4.1 節で示した衛星パラメータをもとに式(5-9), (5-10)を用いることで, 地球指向

のための磁気モーメントおよび電流は式(5-11), (5-12)のようになる.

$$m_{bz}^b = \frac{488}{\cos i_o} \quad (5-11)$$

$$I = \frac{2.42}{\cos i_o} \quad (5-12)$$

これらは i_o が小さい領域では, 衛星システムにて十分達成可能な値である. 本検討では軌道傾斜角 $i_o = 0.00, 10.0 \text{ deg}$ の2ケースについて数値解析を行った.

シミュレーションでのオイラー角および膜構造の角の質点 $P_{1,1}$ の z^b 軸方向の変位の履歴を図 5-1-図 5-3 に示す. $i_o = 0.00 \text{ deg}$ の場合, α_{hb1} の最大値は 0.371 deg となり地球指向を達成できていることがわかる. また膜構造の角の質点に生じる振動は最大振幅が 0.261 m であり膜構造サイズの 1.7% に抑えられ, 形状維持も達成した. $i_o = 10.0 \text{ deg}$ の場合, 膜構造の角の質点に生じる振動の最大振幅は 0.330 m で膜構造サイズの 2.2% となったが, α_{hb1} の最大値は 14.0 deg となり, 電磁力によって目標方向に対してスピン軸方向がずれることがわかる. しかし無制御時は LVLH 座標系内でスピン軸方向が一周することを考えると, 電磁力による地球指向はある程度達成できていることがわかる.

以上のように, ダイナミクスモデルに基づいて適切に設定された一定な磁気モーメントおよび電流により, 特に軌道傾斜角が小さい軌道において地球周回軌道の軌道角速度に合わせたスピン軸の変更を達成できることを示した. このときの磁気モーメントや電流は現実的な値であり, 提案手法の実現性にも寄与する結果となった. 一方で軌道傾斜角が大きくなるにつれ電磁力が外乱としてもはたらきスピン軸方向がずれることがあるため, このずれを補償するような姿勢変更則が必要である.

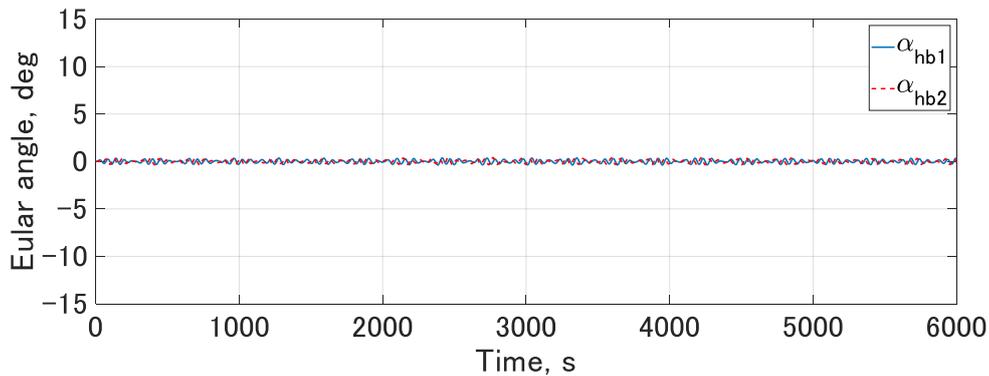


図 5-1 軌道傾斜角 0.0 deg の場合の α_{hb1} , α_{hb2} の履歴

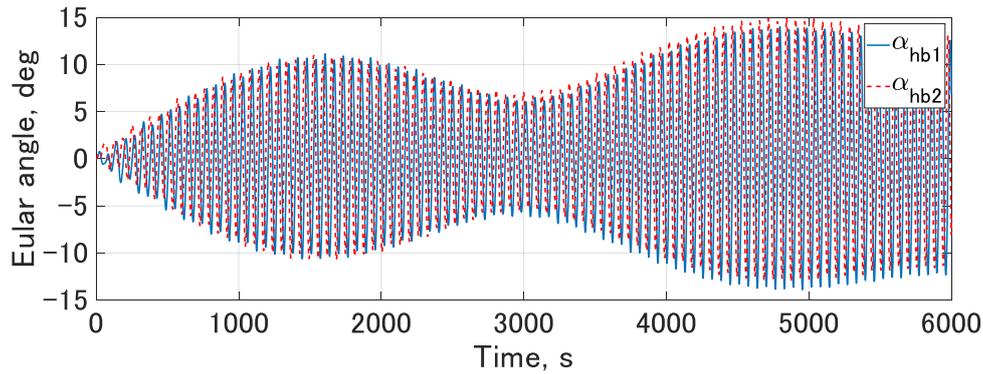


図 5-2 軌道傾斜角 10.0 deg の場合の α_{hb1} , α_{hb2} の履歴

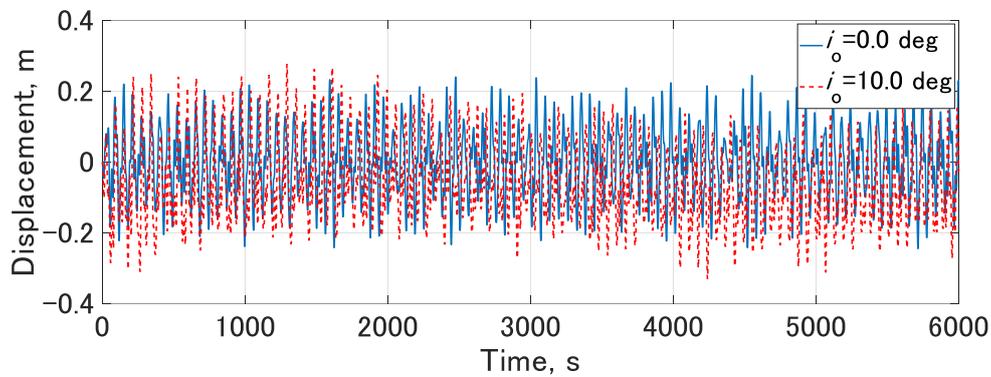


図 5-3 両ケースでの膜角の振動履歴

5.3. 電磁力の方向制約を考慮した展開膜衛星の指向制御

5.3.1. ムーア・ペンローズの疑似逆行列を用いた姿勢変更則

本節では地磁場の変動を利用した、電磁力による姿勢変更則を構築する。本節の検討では軌道面座標系での一定方向指向を扱う。提案手法における制御入力 \mathbf{m}_b^b は3軸の磁気モーメントと膜構造に流す電流の4自由度であり、衛星の運動の自由度と比較して少ない。実際、式(4-23)の電磁力モデルを制御入力に注目して書き直すと式(5-13)のようになる。

$$\mathbf{F}_{eu} = \mathbf{A}_{euM} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_b^b \\ I \end{bmatrix} \quad (5-13)$$

式(5-13)において \mathbf{A}_{euM} は正方行列でなく、逆行列により \mathbf{m}_b^b , I を求めることはできない。そこで本研究ではムーア・ペンローズの疑似逆行列を用いて、姿勢変更にて要求されるトルクと実際に作用するトルクの差を最小とする磁気モーメントおよび電流を計算する。

ムーア・ペンローズの疑似逆行列とは $m \times n$ 行列 \mathbf{A} に対し以下の4条件を満足する $n \times m$ 行列 \mathbf{A}^+ である^[64]。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{A}^+\mathbf{A} &= \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^+\mathbf{A}\mathbf{A}^+ &= \mathbf{A}^+ \\ (\mathbf{A}\mathbf{A}^+)^T &= \mathbf{A}\mathbf{A}^+ \end{aligned} \quad (5-14)$$

$$(\mathbf{A}^+\mathbf{A})^T = \mathbf{A}^+\mathbf{A}$$

そして疑似逆行列は式(5-15)のように求める^[65].

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T \quad (5-15)$$

\mathbf{A}_{euM} について考えると、行列 $\mathbf{A}_{\text{euM}}^T\mathbf{A}_{\text{euM}}$ は正則でなく式(5-15)は計算できない。そこで特異値分解を用いて疑似逆行列を求める。 $m \times n$ 行列 \mathbf{A} の階数を r とすると、行列 \mathbf{A} は以下のように分解できる。

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (5-16)$$

ここで $\mathbf{\Sigma}$ は $m \times n$ 行列であり $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ の正の固有値の平方根 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$ を用いて式(5-17), (5-18)のように計算される ($r < n$)。

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Delta} & \mathbf{0}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{0}_{(m-r) \times r} & \mathbf{0}_{(m-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

$$\mathbf{\Delta} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r) \quad (5-18)$$

また \mathbf{U}, \mathbf{V} はそれぞれ $m \times m$, $n \times n$ 次元のユニタリ行列であり、それぞれ式(5-19), (5-20)で表される固有値問題を解くことで得る。

$$\mathbf{A}^T\mathbf{A}\mathbf{U} = \mathbf{\Sigma}^2\mathbf{U} \quad (5-19)$$

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^T\mathbf{V} = \mathbf{\Sigma}^2\mathbf{V} \quad (5-20)$$

ここで $\mathbf{U} = [\mathbf{U}_{m \times r} \ \mathbf{U}_{m \times (m-r)}]$, $\mathbf{V} = [\mathbf{V}_{n \times r} \ \mathbf{V}_{n \times (n-r)}]$ とすると式(5-16)は式(5-21)のように整理される。

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_{m \times r}\mathbf{\Delta}\mathbf{V}_{n \times r}^T \quad (5-21)$$

$\mathbf{U}_{m \times r}$ および $\mathbf{V}_{n \times r}$ は列フルランクであるため、行列 $\mathbf{U}_{m \times r}^T\mathbf{U}_{m \times r}$ および $\mathbf{V}_{n \times r}^T\mathbf{V}_{n \times r}$ は正則である。そのため式(5-21)式(5-15)に代入し整理することで式(5-22)を得る。

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{V}_{n \times r}(\mathbf{V}_{n \times r}^T\mathbf{V}_{n \times r})^{-1}(\mathbf{\Delta}\mathbf{U}_{m \times r}^T\mathbf{U}_{m \times r}\mathbf{\Delta})^{-1}\mathbf{\Delta}\mathbf{U}_{m \times r}^T \quad (5-22)$$

このように求めた疑似逆行列を用いて、 $\left\| \mathbf{F}_{\text{eu}} - \mathbf{A}_{\text{euM}} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_b^b \\ I \end{bmatrix} \right\|$ を最小とするような筐体の磁気モーメント \mathbf{m}_b^b および膜構造の電流 I は式のように求める。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_b^b \\ I \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{\text{euM}}^+\mathbf{F}_{\text{eu}} \quad (5-23)$$

以上のように、要求されるトルクと実際に作用するトルクの差を最小とする \mathbf{m}_b^b および I を計算する。

本研究では、姿勢変更のための制御則として PID フィードバック制御を用いる。この時、非拘束モード座標を用いてフィードバックを行うことで、筐体と膜構造の運動の同期を考慮した姿勢変更が達成できる。非拘束モードモデルでの状態量をフィードバックして姿勢変更力は式(5-24)のように求められる。

$$\mathbf{F}_{\text{eu}} = \mathbf{K}_p(\mathbf{z}_t - \mathbf{z}) + \mathbf{K}_d(\dot{\mathbf{z}}_t - \dot{\mathbf{z}}) + \mathbf{K}_I \int_0^t (\mathbf{z}_t - \mathbf{z}) d\tau \quad (5-24)$$

ここで \mathbf{z}_t は目標非拘束モード座標である。式(5-23)と式(5-24)より、提案手法における姿勢変更則は式(5-25)のように求められる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_b^b \\ I \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{\text{euM}}^+ \left\{ \mathbf{K}_p(\mathbf{z}_t - \mathbf{z}) + \mathbf{K}_d(\dot{\mathbf{z}}_t - \dot{\mathbf{z}}) + \mathbf{K}_I \int_{t_0}^t (\mathbf{z}_t - \mathbf{z}) d\tau \right\} \quad (5-25)$$

非拘束モード座標は、姿勢センサによる筐体の姿勢の観測、および筐体に取り付けたカメラによる膜辺の変位の観測が行われているとして、式(5-26)のように推定する。

$$\mathbf{z}_{ob} = \Phi_u \begin{bmatrix} \delta\alpha_{hb} \\ \Phi_{ce} \delta\mathbf{r}_{edge} \end{bmatrix} \quad (5-26)$$

ここで $\delta\mathbf{r}_{edge}$ 、 Φ_{ce} はそれぞれ膜辺の質点に対応する部分を抜き出した変位ベクトルおよび拘束モードモデルへの変換時のモード行列である。以上の姿勢変更則を用いて、衛星の姿勢変更シミュレーションを行う。

5.3.2. 衛星の姿勢変更シミュレーション

提案手法において、3軸の磁気トルカと地磁場との干渉により生じる磁気トルクを受ける筐体に対して、膜構造は1次元パラメータである電流による電磁力を受けるため制御がしにくい。そのため姿勢変更時は膜構造の振動を小さく維持し、高次の振動を励起しないことが望ましい。4.2節で得られた知見から、衛星の姿勢運動にはスピン軸の回転と膜構造の振動に対応する回転振動モードとスピン軸周りの回転に対応する面外並進・回転モードが関わる。ここで磁気モーメントや電流値が高い場合、電磁力により励起される運動の振動数が高まり、高次モードが励起される。これを抑えるため \mathbf{K}_d の値を大きくし、回転振動モードに励起される運動の振動数を抑える。面外並進・回転モードは4.2.2節で得られた知見から外力によってのみ変動する。そのため剛性行列を持つ他のモードと比較して線形領域を逸脱しやすい。また4.5節で得られた知見から、スピン軸に対して垂直方向の磁気モーメント成分や電流により面外並進・回転モードは回転振動モードに影響を及ぼす。以上のことから面外並進・回転モードは線形領域からの逸脱によりスピン軸の回転や膜構造の運動に予期せぬ影響を与える恐れがあり、姿勢変更時は励起されないことが望ましい。

以上の考察から、シミュレーションにおける制御パラメータは表4-1に示した値を使用する。シミュレーションでは回転振動モードに大きな振動が生じないように、 \mathbf{K}_p 、 \mathbf{K}_I に対して \mathbf{K}_d を大きく設定した。また面外並進・回転モードのうち、 $\delta\alpha_{ob3}$ への感度が小さい2次のモードのゲインを大きく設定した。

表 5-1 シミュレーションパラメータ

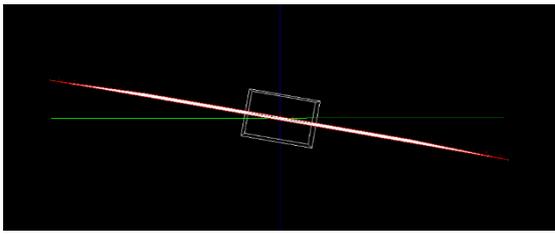
初期 $\delta\alpha_{ob}$ 初期 $\delta\mathbf{r}^b$	(10.0, 0.0, 0.0) deg (0.0, 0.0, 0.0, ...) m	目標 $\delta\alpha_{ob}$ 目標 $\delta\mathbf{r}^b$	(0.0, 0.0, 0.0) deg (0.0, 0.0, 0.0, ...) m
\mathbf{K}_p	diag($1.0 \times 10^{-4}, 1.0 \times 10^{-4}, 5.0 \times 10^{-2}, 0.0, 1.0 \times 10^{-4}, 1.0 \times 10^{-4}, \dots$) s^{-2}		
\mathbf{K}_d	diag($1.0 \times 10^{-2}, 1.0 \times 10^{-2}, 1.0 \times 10^{-1}, 0.0, 1.0 \times 10^{-2}, 1.0 \times 10^{-2}, \dots$) s^{-1}		
\mathbf{K}_I	diag($1.0 \times 10^{-7}, 1.0 \times 10^{-7}, 1.0 \times 10^{-5}, 0.0, 1.0 \times 10^{-7}, 1.0 \times 10^{-7}, \dots$) s^{-3}		

図5-4に示すシミュレーションでの姿勢変更の様子から、スピン軸方向が徐々に目標方向に指向していることが分かる。そして3000秒の時点で姿勢変更がほぼ終了していることが分かる。シミュレーションでの微小オイラー角 $\delta\alpha_{ob}$ および膜角の質点 $P_{1,1}$ のスピン軸方向変位 $\delta z_{1,1}^b$ の履歴を図5-6に示す。 $\alpha_{ob1}, \alpha_{ob2}$ は3300秒で目標値との誤差が0.1 deg以下に収束した(図5-6(a))。 $\delta\alpha_{ob3}$ はシミュレーション開始直後から増加し最大振幅が1.67 degとなったが、時間経過とともに減少した。また膜角の質点 $P_{1,1}$ には、最大振幅0.183 mの振動が生じたが、時間経過とともに振幅は減少し姿勢変更終了後は最大0.0254 mの振幅まで抑

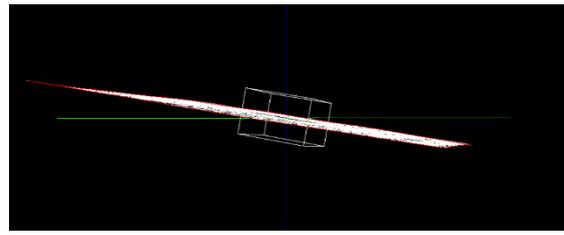
制された (図 5-6(a)). 非拘束モード座標に注目すると, 回転振動モードは時間経過とともに減少した (図 5-5(a)). 面外並進・回転モードはシミュレーション開始直後に増加し, その後時間経過とともに減少した (図 5-5(b)). また面内並進モードおよび面外振動モードには運動が励起しなかった (図 5-5(c)). 磁気モーメントは m_{bx}^b が最大 $1.29 \times 10^4 \text{ Am}^2$, m_{by}^b が最大 $1.27 \times 10^4 \text{ Am}^2$ の振幅で振動をした (図 5-7(a)). m_{bz}^b は振動しつつ負の方向に出力され, その絶対値は最大 $2.05 \times 10^2 \text{ Am}^2$ となった. また電流はスピンと逆方向周りに流れ, その絶対値は最大 $1.57 \times 10^{-1} \text{ A}$ となった (図 5-7(b)).

シミュレーションにて $\alpha_{ob1}, \alpha_{ob2}$ が 0.0 deg に収束し, かつ膜角の質点の振幅が時間経過とともに減少していることから, 電磁力により膜構造の形状を維持しつつ姿勢変更を達成可能であることを示した. 面内並進モードと面外振動モードがシミュレーション中に励起されず, また回転振動モードの収束中に面外並進・回転モードが励起されていることから, 本シミュレーションにおいても 4.5 節で示した電磁力による衛星の運動特性が見られた. 磁気モーメントは m_{bx}^b, m_{by}^b が m_{bz}^b と比較して大きく出力されたが, これは面外並進・回転モードに対応するゲインを大きく設定したために, 4.5 節の検討におけるスピン軸垂直方向の磁気モーメント成分での F_{euc} の効果を強くするように制御入力が計算されたためであると考えられる. また m_{bx}^b, m_{by}^b の大きさは本検討で扱った衛星での実現は難しく, 実用時には姿勢変更則の改良による磁気モーメントの低減が必要となる. また, m_{bz}^b および電流値がシミュレーション中は負の方向で推移したが, これは軌道面座標系におけるスピン軸方向の回転のため, 軌道面外方向の地磁場成分との干渉により一定方向のトルクを加えるためであると考えられる. また m_{bz}^b および電流値の振動は, 電磁力の効果により回転振動モードに作用する外乱を打ち消すためであると考えられる. またこれらの値は本検討での衛星サイズにおいては十分許容範囲である.

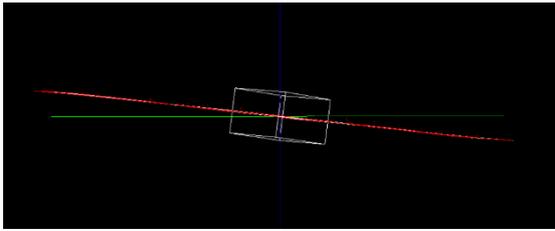
以上のように疑似逆行列を用いた姿勢変更則を用いることで, 形状を維持しつつの姿勢変更が達成できることを示した. 本節の検討での地磁場の変動特性は 5.2 節における小さい軌道傾斜角での地磁場の変動特性とほぼ一致しており, 本節の検討で得られた姿勢変更可能性は地球指向時にも適用できる. そのためこの姿勢変更則と 5.2 節で示した一定磁気モーメントおよび電流での地球指向則を組み合わせることで, 展開膜衛星の電磁力による地球指向を達成できると期待される.



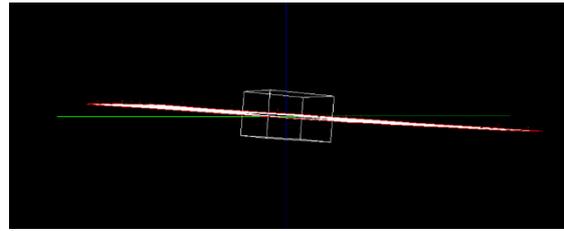
(a) 0.0 s



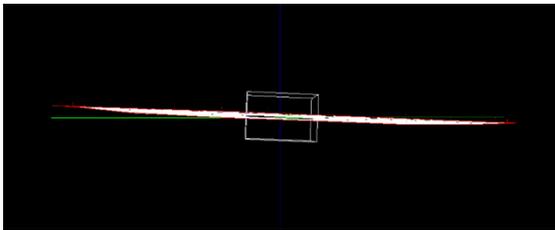
(b) 250 s



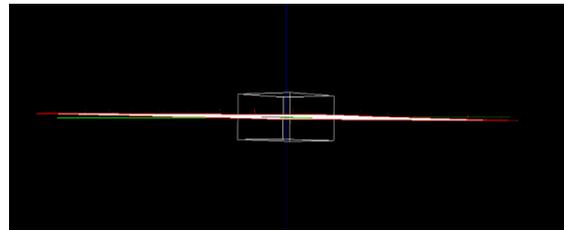
(c) 500 s



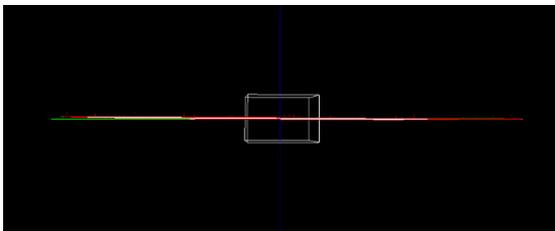
(d) 750 s



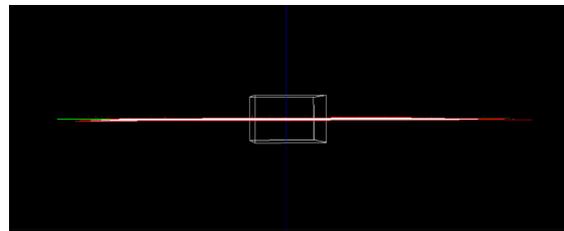
(e) 1000 s



(f) 1500 s



(g) 2000 s



(h) 3000 s

図 5-4 構築した姿勢変更則によるシミュレーション結果

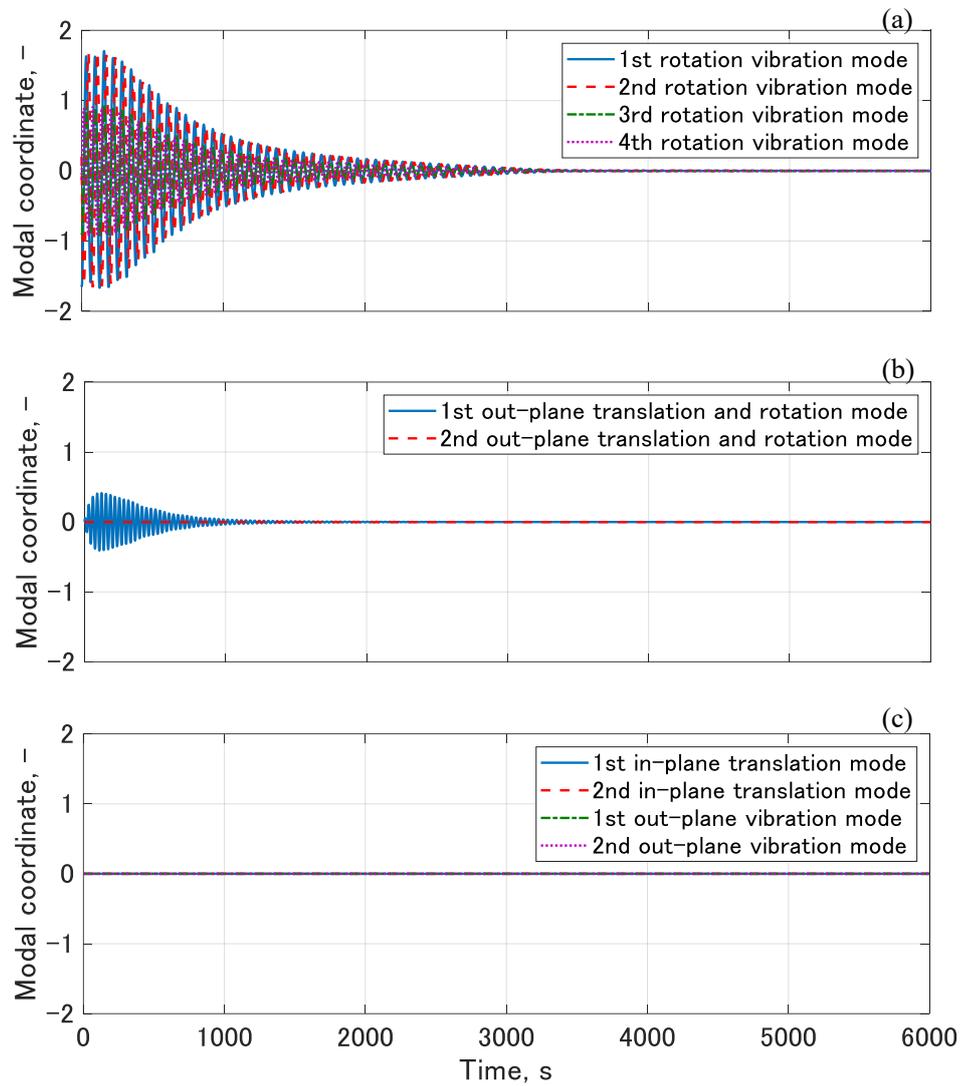


図 5-5 構築した姿勢変更則による数値解析での、(a)回転振動モード、(b)面外並進・回転モード、(c)面内並進モードと面外振動モードの非拘束モード座標の履歴。

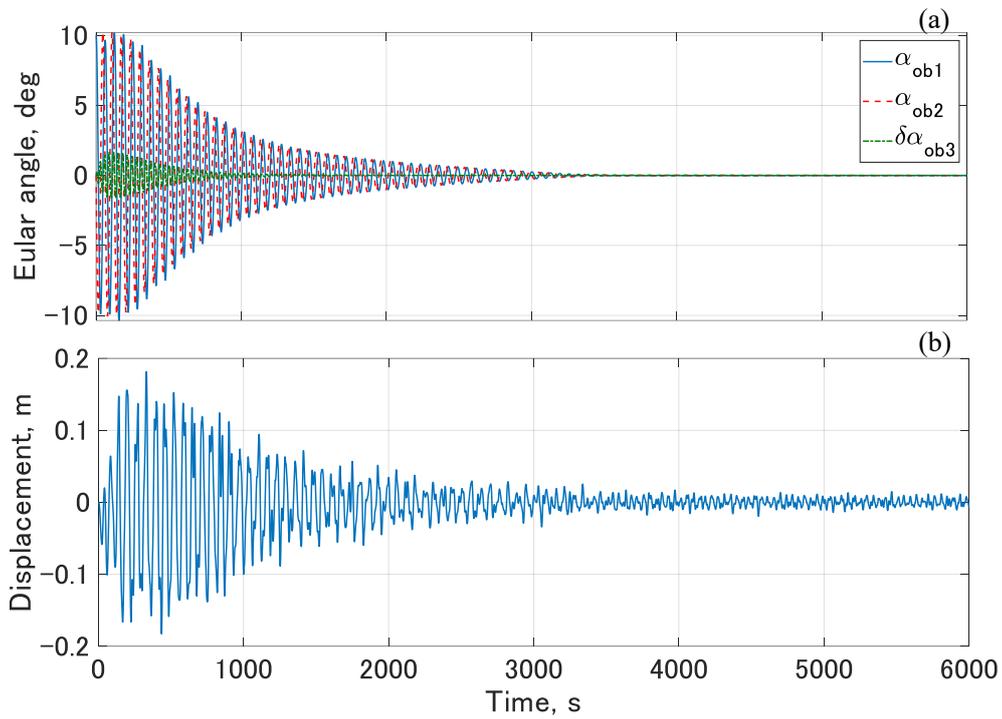


図 5-6 構築した姿勢変更則による数値解析での、(a)オイラー角および(b) $P_{1,1}$ の機体座標系 z軸方向変位の時間履歴

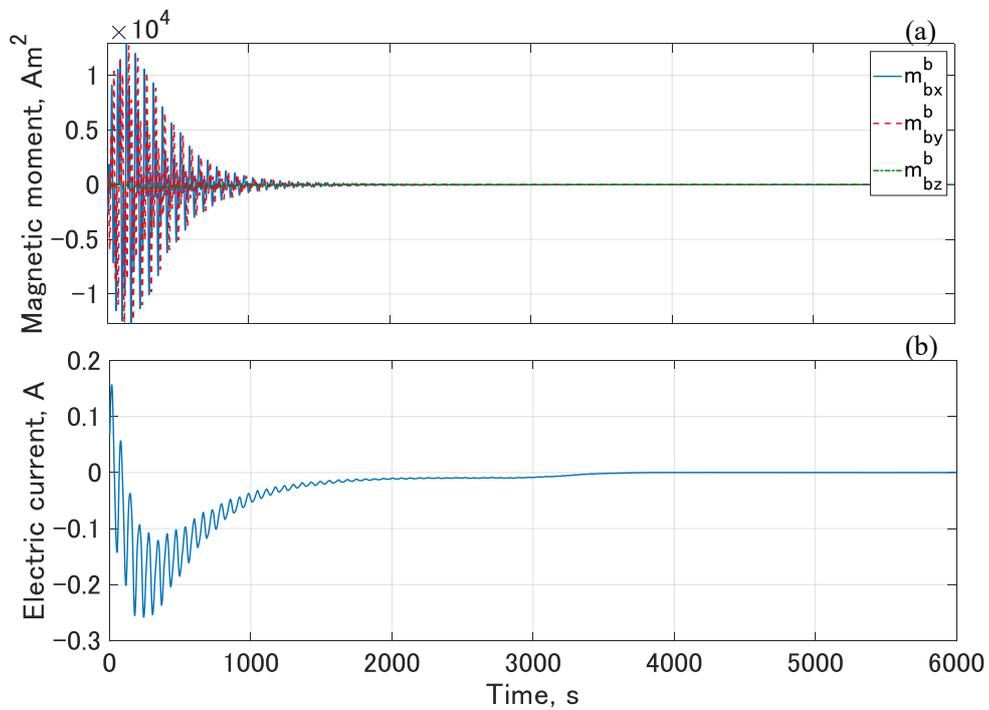


図 5-7 構築した姿勢変更則による数値解析での、(a)磁気モーメント、(b)電流値の時間履歴

第6章 結論

前章まででスピン型膜構造を有する人工衛星の、電磁力を用いた新たな姿勢変更手法を提案し、地球周回軌道での膜構造の運動や姿勢変更則について議論をしてきた。本章では本研究で明らかになった知見を列挙し、本論文のまとめとする。また今後の展望・課題として、本研究から応用が期待される事項を列挙する。

6.1. 本研究の成果

本論文を構成する各章の概要と明らかになった事項について以下に列挙する。

第 2 章では、スピン型膜構造を有する人工衛星の新たな姿勢変更手法として電磁力を用いた手法を提案した。提案手法は原理的に膜構造の形状を維持しつつ軌道角速度でのスピン軸の回転を実現し、従来手法の課題を解決しうる手法であることを示した。また膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動の影響の解明や地磁場方向による磁気トルクの制約を考慮した姿勢変更則の構築といった、提案手法における課題を設定した。

第 3 章では膜構造と筐体の運動の両者を考慮した、展開膜衛星のダイナミクスのモデル化を行った。検討では、まず多粒子法による膜構造のダイナミクスのモデル化、および剛体の運動として筐体のダイナミクスのモデル化を行った。このとき LVLH 座標系を基準とすることで、地球指向時のダイナミクスとしてモデル化した。次に膜構造の運動と筐体の姿勢運動のカップリング項を導出し、衛星のダイナミクスモデルを得た。そしてこのモデルに対してモード分解を行うことで得られる衛星の運動モードにより、非拘束モードモデルと呼ばれる、モード座標で表現されたダイナミクスモデルを導出した。

第 4 章では第 3 章で得られた運動モードを分類することで、筐体の姿勢運動が膜構造の運動に与える影響を明らかにした。また得られた運動モードに注目して、実験で得られた膜構造の運動と数値解析で得られた膜構造の運動を比較した。その後モード座標で表された重力と電磁力のモデルの解析により、重力と電磁力の膜構造の運動に対する影響を運動モードに紐づけて解明した。本章で明らかになった事項を以下に列挙する

- 展開膜衛星の運動モードは面外振動モード、回転振動モード、面内並進モード、面外並進・回転モードに分類できる。面外振動モードは膜構造の振動、面外並進・回転モードは筐体のスピン軸周りの回転、回転振動モードは膜構造の振動およびスピン軸の回転に関連するモードである。また、面内並進モードは物理的に意味を持たない。
- 実験によって膜構造に生じた運動の特性が、ダイナミクスの解析によって得られた膜構造の運動特性と一致した。また実験で生じた膜構造の振動と数値解析にて得られた膜構造の振動の振動数が一致した。
- 膜構造に作用する重力は非拘束モード座標に依存し、スピン角速度と軌道角速度に関連する時変項とこれらに関連しない時不変項を持つ。また重力は全ての運動モードに

影響を及ぼし、このうち回転振動モードへの影響により膜構造に振動が励起される。この振動は回転振動モードの振動成分に加え、スピン角速度と軌道角速度に関連した高次の振動成分を持つ。

- 電磁力は非拘束モード座標に依存する項としない項を持つ。これらの項はさらに、スピン角速度と軌道角速度に関連する時変項と時不変項に分けられる。電磁力は面外振動モードと面内並進モードには影響を与えない。電磁力の回転振動モードと面外並進・回転モードへの影響は、MTQの磁気モーメントおよび電流の有無により、その特性が変化する。また電磁力を介して回転振動モードと面外並進・回転モードの運動が相互作用を起こす。電磁力は回転振動モードに影響を及ぼすことが明らかになったため、電磁力は姿勢変更に利用可能であることを示した。

第5章では第3章で得られたダイナミクスモデルをもとに、筐体の姿勢運動と膜構造の運動の同期を考慮し、地球指向に向けた磁気モーメントおよび電流を定式化した。また疑似逆行列を用いた地磁場の変動を利用した姿勢変更則を構築した。そして数値解析により姿勢変更則の評価を行い、電磁力の姿勢変更への利用可能性を示した。本章の検討で明らかになった事項を以下に列挙する。

- LVLH座標系での慣性力を考慮した地球指向則により、赤道軌道近辺では地球指向を達成できることを示した。このとき膜構造に生じる振動は、膜構造サイズの1.7%に抑えることができた。一方で、軌道傾斜角が大きい軌道においては、電磁力の方向の制約により姿勢が乱れることが明らかになった。
- 疑似逆行列を用いた姿勢変更則により、地磁場の変動を利用して3300秒で10 degの姿勢変更を達成できることを明らかにした。また構築した姿勢変更則により、姿勢変更時に生じた膜構造の振動を膜構造サイズの0.7%まで抑制することができた。

6.2. 今後の展望

最後に、本研究から得られた知見から想定される今後の展望や課題を以下にまとめる。

- 本研究で構築したダイナミクスモデル、および本研究で明らかにした膜構造の運動に対する筐体の姿勢運動の影響の知見は、提案手法のみならずスピン型膜構造を有する人工衛星に適用できる。そのため、この知見により従来手法の発展も期待される。
- 本研究では膜構造の運動に対する電磁力の影響を明らかにした。この知見は、例えば太陽電池による発電時や膜構造上のデバイスへの給電時に膜構造を流れる電流の、膜構造の運動への影響解析にも利用でき、宇宙空間におけるより詳細な膜構造の運動の解明につながる。
- 本研究では膜構造上に4ループの電線を配置し、全て同じ電流を流すと想定して検討を進めた。一方で提案手法では、電線配置を変えることで膜構造に作用する電磁力の分布を変化させることができる。そのため電線配置を工夫することによる、高次の振動抑制やより素早い姿勢変更といった、提案手法の性能の向上が期待される。

- 本研究での姿勢変更において、最大 $1.29 \times 10^4 \text{ Am}^2$ の磁気モーメントが出力された。これは本研究で扱った人工衛星では実現することが難しいと考えられる。そのためゲインの調整や制御則の改良による磁気モーメントの低減が求められる。

補遺 A 式の線形化

A.1. 膜構造の引張り・圧縮剛性の線形化

線分要素 $L_{i,j+}$ により質点 $P_{i,j}$ に作用する膜構造の引張り・圧縮剛性による力 $\mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)L_{i,j+}}^{\text{in}}$ は式(3-8)に式(3-55)を代入することにより式(A-1)のように線形化される.

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)L_{i,j+}}^{\text{in}} &\cong k_{i,j+}(l_{e(i,j+)} - l_{0(i,j+)})\mathbf{d}_{e(i,j+)}^b + \frac{k_{i,j+}}{l_{e(i,j+)}} \{(l_{e(i,j+)} - l_{0(i,j+)})\mathbf{I}_{3 \times 3} \\ &\quad + l_{0(i,j+)}\mathbf{d}_{e(i,j+)}^b \otimes \mathbf{d}_{e(i,j+)}^b\}(\delta\mathbf{r}_{i,j+1}^b - \delta\mathbf{r}_{i,j}^b) \\ &= \mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)L_{i,j+e}}^{\text{in}} + \mathbf{A}_{\text{mh}(i,j+)}(\delta\mathbf{r}_{i,j+1}^b - \delta\mathbf{r}_{i,j}^b)\end{aligned}\quad (\text{A-1})$$

これより $\mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)}^{\text{in}}$ は式(A-2)のように線形化される.

$$\mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)}^{\text{in}} \cong \sum_{(m,n) \in N_{PPij}} \left\{ \mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)L_{m,n}e}^{\text{in}} + \mathbf{A}_{\text{mh}(k,l)}(\delta\mathbf{r}_{m,n}^b - \delta\mathbf{r}_{i,j}^b) \right\} \quad (\text{A-2})$$

ここで N_{PPij} は $P_{i,j}$ に隣接する質点の集合, (k,l) は質点 $P_{i,j}$ および $P_{m,n}$ の間の線分要素の番号である. 式(A-2)から全質点に対して拡張された, 線形化された膜構造の引張り・圧縮剛性による力 \mathbf{F}_{mh}^b は式(A-3)–(A-8)のように表される.

$$\mathbf{F}_{\text{mh}}^b = \mathbf{F}_{\text{mhe}}^b + \mathbf{A}_{\text{mh}}\delta\mathbf{r}^b \quad (\text{A-3})$$

$$\mathbf{F}_{\text{mhe}}^b = \left[\mathbf{F}_{\text{mh}(1,1)e}^{\text{in}} \quad \mathbf{F}_{\text{mh}(1,2)e}^{\text{in}} \quad \cdots \right]^T \quad (\text{A-4})$$

$$\mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)e}^{\text{in}} = \sum_{(m,n) \in N_{PPij}} \mathbf{F}_{\text{mh}(i,j)L_{m,n}e}^{\text{in}} \quad (\text{A-5})$$

$$\mathbf{A}_{\text{mh}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{mh}(1,1)(1,1)} & \mathbf{A}_{\text{mh}(1,1)(1,2)} & \cdots \\ \mathbf{A}_{\text{mh}(1,2)(1,1)} & \mathbf{A}_{\text{mh}(1,2)(1,2)} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (\text{A-6})$$

$$\mathbf{A}_{\text{mh}(i,j)(m,n)} = \mathbf{A}_{\text{mh}(k,l)} \left((i,j) \neq (m,n) \right) \quad (\text{A-7})$$

$$\mathbf{A}_{\text{mh}(i,j)(i,j)} = - \sum_{(m,n) \in N_{PPij}} \mathbf{A}_{\text{mh}(k,l)} \quad (\text{A-8})$$

A.2. 電線剛性の線形化

A.2.1. 電線の引張り・圧縮剛性

電線要素 $w_{i,j+}$ により質点 $P_{i,j}$ に作用する膜構造の引張り・圧縮剛性による力 $\mathbf{F}_{\text{wh}(i,j)w_{i,j+}}^{\text{in}}$ は式(3-17)に式(3-55)を代入することで式(A-9)のように線形化される.

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{\text{wh}(i,j)w_{i,j+}}^{\text{in}} &\cong \frac{E_w A_w}{l_{0(i,j+)}} (l_{e(i,j+)} - l_{0(i,j+)})\mathbf{d}_{e(i,j+)}^b \\ &\quad + \frac{E_w A_w}{l_{0(i,j+)}l_{e(i,j+)}} \{(l_{e(i,j+)} - l_{0(i,j+)})\mathbf{I}_{3 \times 3} \\ &\quad + l_{0(i,j+)}\mathbf{d}_{e(i,j+)}^b \otimes \mathbf{d}_{e(i,j+)}^b\}(\delta\mathbf{r}_{i,j+1}^b - \delta\mathbf{r}_{i,j}^b) \\ &= \mathbf{F}_{\text{wh}(i,j)w_{i,j+e}}^{\text{in}} + \mathbf{A}_{\text{wh}(i,j+)}(\delta\mathbf{r}_{i,j+1}^b - \delta\mathbf{r}_{i,j}^b)\end{aligned}\quad (\text{A-9})$$

これより $\mathbf{F}_{\text{wh}(i,j)}^b$ は式(A-10)のように線形化される.

$$\mathbf{F}_{\text{wh}(i,j)}^{\text{b}} \cong \sum_{(m,n) \in N_{\text{PPijw}}} \left\{ \mathbf{F}_{\text{wh}(i,j)w_{m,n}}^{\text{in}} \mathbf{e} + \mathbf{A}_{\text{wh}(k,l)} (\delta \mathbf{r}_{m,n}^{\text{b}} - \delta \mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}}) \right\} \quad (\text{A-10})$$

ここで N_{PPijw} は $P_{i,j}$ に隣接し電線上にある質点の集合, (k,l) は質点 $P_{i,j}$ および $P_{m,n}$ の間の電線要素の番号である. 式(A-10)から全質点に対して拡張された, 線形化された電線の引張り・圧縮剛性による力 $\mathbf{F}_{\text{wh}}^{\text{b}}$ は式(A-11)–(A-16)のように表される.

$$\mathbf{F}_{\text{wh}}^{\text{b}} = \mathbf{F}_{\text{whe}}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wh}} \delta \mathbf{r}^{\text{b}} \quad (\text{A-11})$$

$$\mathbf{F}_{\text{whe}}^{\text{b}} = \left[\mathbf{F}_{\text{wh}(1,1)\mathbf{e}}^{\text{in}} \quad \mathbf{F}_{\text{wh}(1,2)\mathbf{e}}^{\text{in}} \quad \cdots \right]^{\text{T}} \quad (\text{A-12})$$

$$\mathbf{F}_{\text{wh}(i,j)\mathbf{e}}^{\text{in}} = \sum_{(m,n) \in N_{\text{PPijw}}} \mathbf{F}_{\text{wh}(i,j)w_{m,n}}^{\text{in}} \mathbf{e} \quad (\text{A-13})$$

$$\mathbf{A}_{\text{wh}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{wh}(1,1)(1,1)} & \mathbf{A}_{\text{wh}(1,1)(1,2)} & \cdots \\ \mathbf{A}_{\text{wh}(1,2)(1,1)} & \mathbf{A}_{\text{wh}(1,2)(1,2)} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (\text{A-14})$$

$$\mathbf{A}_{\text{wh}(i,j)(m,n)} = \mathbf{A}_{\text{wh}(k,l)} \quad ((i,j) \neq (m,n)) \quad (\text{A-15})$$

$$\mathbf{A}_{\text{wh}(i,j)(i,j)} = \sum_{(m,n) \in N_{\text{PPijw}}} \mathbf{A}_{\text{wh}(k,l)} \quad (\text{A-16})$$

A.2.2. 電線の曲げ剛性

質点 $P_{i,j}$ 周りの電線の曲げ剛性を表す回転ばねにより, 質点 $P_{i,j-1}, P_{i,j}, P_{i,j+1}$ に作用する力は式(3-22)–(3-24)および式(3-55)から式(A-17)–(A-40)のように線形化される.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}}^{\text{b}} &\cong \mathbf{F}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}\mathbf{e}}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} (\delta \mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}} - \delta \mathbf{r}_{i,j-1}^{\text{b}}) \\ &\quad + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} (\delta \mathbf{r}_{i,j+1}^{\text{b}} - \delta \mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}}) \\ &= \mathbf{F}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}\mathbf{e}}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j-1)}^{\text{b}} \delta \mathbf{r}_{i,j-1}^{\text{b}} \\ &\quad + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j)}^{\text{b}} \delta \mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} \delta \mathbf{r}_{i,j+1}^{\text{b}} \end{aligned} \quad (\text{A-17})$$

$$\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j-1)}^{\text{b}} = -\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} \quad (\text{A-18})$$

$$\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j)}^{\text{b}} = \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} - \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} \quad (\text{A-19})$$

$$\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} = \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} \quad (\text{A-20})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{wb}(i,j)P_{i,j}}^{\text{b}} &\cong -\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}\mathbf{e}}^{\text{b}} - \mathbf{F}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}\mathbf{e}}^{\text{b}} \\ &\quad - \left(\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} \right) (\delta \mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}} \\ &\quad - \delta \mathbf{r}_{i,j-1}^{\text{b}}) \\ &\quad - \left(\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} \right) (\delta \mathbf{r}_{i,j+1}^{\text{b}} - \delta \mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}}) \\ &= \mathbf{F}_{\text{wb}(i,j)P_{i,j}\mathbf{e}}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j)P_{i,j}(i,j-1)}^{\text{b}} \delta \mathbf{r}_{i,j-1}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j)P_{i,j}(i,j)}^{\text{b}} \delta \mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}} \\ &\quad + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} \delta \mathbf{r}_{i,j+1}^{\text{b}} \end{aligned} \quad (\text{A-21})$$

$$\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j)P_{i,j}(i,j-1)}^{\text{b}} = \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} \quad (\text{A-22})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j)P_{i,j}(i,j)}^{\text{b}} &= -\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} - \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} \\ &\quad + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} \end{aligned} \quad (\text{A-23})$$

$$\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} = -\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} - \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} \quad (\text{A-24})$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}}^{\text{b}} &\cong \mathbf{F}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}\text{e}}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} (\delta \mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}} - \delta \mathbf{r}_{i,j-1}^{\text{b}}) \\
&\quad + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} (\delta \mathbf{r}_{i,j+1}^{\text{b}} - \delta \mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}}) \\
&= \mathbf{F}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}\text{e}}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j-1)}^{\text{b}} \delta \mathbf{r}_{i,j-1}^{\text{b}} \\
&\quad + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j)}^{\text{b}} \delta \mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} \delta \mathbf{r}_{i,j+1}^{\text{b}}
\end{aligned} \tag{A-25}$$

$$\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j-1)}^{\text{b}} = -\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} \tag{A-26}$$

$$\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j)}^{\text{b}} = \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} - \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} \tag{A-27}$$

$$\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} = \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j)}^{\text{b}} \tag{A-28}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}\text{e}}^{\text{b}} &= -\frac{E_{\text{w}}J_{\text{w}}(\phi_{\text{e}(i,j)} - \phi_{0(i,j)})}{l_{0(i,j-1)+}l_{\text{e}(i,j-1)+}^3l_{\text{e}(i,j+)}\sin\phi_{\text{e}(i,j)}} \left\{ l_{\text{e}(i,j-1)+}^2 \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \right. \\
&\quad \left. - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \right\}
\end{aligned} \tag{A-29}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}\text{e}}^{\text{b}} &= -\frac{E_{\text{w}}J_{\text{w}}(\phi_{\text{e}(i,j)} - \phi_{0(i,j)})}{l_{\text{e}(i,j-1)+}l_{0(i,j+)}l_{\text{e}(i,j+)}^3\sin\phi_{\text{e}(i,j)}} \left\{ (\mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \right. \\
&\quad \left. \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} - l_{\text{e}(i,j+)}^2 \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \right\}
\end{aligned} \tag{A-30}$$

$$\begin{aligned}
&\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} \\
&= -\frac{E_{\text{w}}J_{\text{w}}}{l_{0(i,j-1)+}l_{\text{e}(i,j-1)+}^3l_{\text{e}(i,j+)}} \left[-\frac{3(\phi_{\text{e}(i,j)} - \phi_{0(i,j)})}{\sin\phi_{\text{e}(i,j)}} \left\{ \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{\mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}}{l_{\text{e}(i,j-1)+}^2} \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \right\} + \mathbf{a}_{\text{wb}P_{i,j}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{b}_{\text{wb}P_{i,j}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\phi_{\text{e}(i,j)} - \phi_{0(i,j)}}{\sin\phi_{\text{e}(i,j)}} \left\{ 2\mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} - \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{I}_{3 \times 3} \right\} \right]
\end{aligned} \tag{A-31}$$

$$\begin{aligned}
&\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j-1)P_{i,j}(i,j+)}^{\text{b}} \\
&= -\frac{E_{\text{w}}J_{\text{w}}}{l_{0(i,j-1)+}l_{\text{e}(i,j-1)+}^3l_{\text{e}(i,j+)}} \left[-\frac{\phi_{\text{e}(i,j)} - \phi_{0(i,j)}}{\sin\phi_{\text{e}(i,j)}} \left\{ \frac{l_{\text{e}(i,j-1)+}^2}{l_{\text{e}(i,j+)}^2} \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} - \frac{\mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}}{l_{\text{e}(i,j+)}^2} \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \right\} + \mathbf{b}_{\text{wb}P_{i,j}} \right. \\
&\quad \left. \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} + \mathbf{c}_{\text{wb}P_{i,j}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\phi_{\text{e}(i,j)} - \phi_{0(i,j)}}{\sin\phi_{\text{e}(i,j)}} \left(l_{\text{e}(i,j-1)+}^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{A-32}$$

$$\begin{aligned}
&\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(i,j-1)+}^{\text{b}} \\
&= -\frac{E_{\text{w}}J_{\text{w}}}{l_{\text{e}(i,j-1)+}l_{0(i,j+)}l_{\text{e}(i,j+)}^3} \left[-\frac{\phi_{\text{e}(i,j)} - \phi_{0(i,j)}}{\sin\phi_{\text{e}(i,j)}} \left\{ \frac{\mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}}{l_{\text{e}(i,j-1)+}^2} (\mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}}) - \frac{l_{\text{e}(i,j+)}^2}{l_{\text{e}(i,j-1)+}^2} (\mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}}) \right\} + \mathbf{d}_{\text{wb}P_{i,j}} \right. \\
&\quad \left. \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j-1)+}^{\text{b}} + \mathbf{e}_{\text{wb}P_{i,j}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\phi_{\text{e}(i,j)} - \phi_{0(i,j)}}{\sin\phi_{\text{e}(i,j)}} (\mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} - l_{\text{e}(i,j+)}^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}) \right]
\end{aligned} \tag{A-33}$$

$$\begin{aligned}
& \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j+1)P_{i,j}(l,j+)}^{\text{b}} \\
&= -\frac{E_{\text{w}}J_{\text{w}}}{l_{\text{e}(i,(j-1)+)}l_{0(i,j)}l_{\text{e}(i,j+)}^3} \left[-\frac{3(\phi_{\text{e}(i,j)} - \phi_{0(i,j)})}{\sin \phi_{\text{e}(i,j)}} \left\{ \frac{\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}}{l_{\text{e}(i,j+)}^2} (\mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \right\} + \mathbf{e}_{\text{wb}P_{i,j}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} + \mathbf{f}_{\text{wb}P_{i,j}} \right. \\
&\quad \left. \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\phi_{\text{e}(i,j)} - \phi_{0(i,j)}}{\sin \phi_{\text{e}(i,j)}} (\mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} + (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{I}_{3 \times 3} \right. \\
&\quad \left. - 2\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \otimes \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \right]
\end{aligned} \tag{A-34}$$

$$\mathbf{a}_{\text{wb}P_{i,j}} = \frac{l_{\text{e}(i,j+)}^2 \sin \phi_{0(i,j)} \cos \phi_{\text{e}(i,j)}}{\left\{ l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 l_{\text{e}(i,j+)}^2 - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}})^2 \right\} \sin \phi_{\text{e}(i,j)}} \tag{A-35}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \right\} \\
\mathbf{b}_{\text{wb}P_{i,j}} &= \frac{\sin \phi_{0(i,j)}}{\sin \phi_{\text{e}(i,j)}} \left[\frac{1}{l_{\text{e}(i,(j-1)+)} l_{\text{e}(i,j+)}} \right. \\
& \quad \left. - \frac{(\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \cos \phi_{\text{e}(i,j)}}{\left\{ l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 l_{\text{e}(i,j+)}^2 - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}})^2 \right\}} \right]
\end{aligned} \tag{A-36}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \right\} \\
\mathbf{c}_{\text{wb}P_{i,j}} &= \frac{l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 \sin \phi_{0(i,j)} \cos \phi_{\text{e}(i,j)}}{\left\{ l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 l_{\text{e}(i,j+)}^2 - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}})^2 \right\} \sin \phi_{\text{e}(i,j)}} \\
& \times \left\{ l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \right\}
\end{aligned} \tag{A-37}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \right\} \\
\mathbf{d}_{\text{wb}P_{i,j}} &= \frac{l_{\text{e}(i,j+)}^2 \sin \phi_{0(i,j)} \cos \phi_{\text{e}(i,j)}}{\left\{ l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 l_{\text{e}(i,j+)}^2 - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}})^2 \right\} \sin \phi_{\text{e}(i,j)}} \\
& \times \left\{ (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} - l_{\text{e}(i,j+)}^2 \mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \right\}
\end{aligned} \tag{A-38}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} - l_{\text{e}(i,j+)}^2 \mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \right\} \\
\mathbf{e}_{\text{wb}P_{i,j}} &= \frac{\sin \phi_{0(i,j)}}{\sin \phi_{\text{e}(i,j)}} \left[\frac{1}{l_{\text{e}(i,(j-1)+)} l_{\text{e}(i,j+)}} \right. \\
& \quad \left. - \frac{(\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \cos \phi_{\text{e}(i,j)}}{\left\{ l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 l_{\text{e}(i,j+)}^2 - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}})^2 \right\}} \right]
\end{aligned} \tag{A-39}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} - l_{\text{e}(i,j+)}^2 \mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \right\} \\
\mathbf{f}_{\text{wb}P_{i,j}} &= \frac{l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 \sin \phi_{0(i,j)} \cos \phi_{\text{e}(i,j)}}{\left\{ l_{\text{e}(i,(j-1)+)}^2 l_{\text{e}(i,j+)}^2 - (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}})^2 \right\} \sin \phi_{\text{e}(i,j)}} \\
& \times \left\{ (\mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \cdot \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}) \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} - l_{\text{e}(i,j+)}^2 \mathbf{r}_{\text{e}(i,(j-1)+)}^{\text{b}} \right\}
\end{aligned} \tag{A-40}$$

式(A-17), (A-21), (A-25)から全質点に対して拡張された, 線形化された電線の曲げ剛性による力 $\mathbf{F}_{\text{wb}}^{\text{b}}$ は式(A-41)–(A-46)のように表される.

$$\mathbf{F}_{\text{wb}}^{\text{b}} = \mathbf{F}_{\text{wbe}}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}} \delta \mathbf{r}^{\text{b}} \tag{A-41}$$

$$\mathbf{F}_{\text{wbe}}^{\text{b}} = \left[\mathbf{F}_{\text{wbe}(1,1)}^{\text{b}} \quad \mathbf{F}_{\text{wbe}(1,2)}^{\text{b}} \quad \cdots \right]^{\text{T}} \quad (\text{A-42})$$

$$\mathbf{F}_{\text{wbe}(i,j)}^{\text{b}} = \sum_{(m,n) \in N_{\text{ppijw}}} \mathbf{F}_{\text{wb}(i,j)P_{m,n}}^{\text{b}} \quad (\text{A-43})$$

$$\mathbf{A}_{\text{wb}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{wb}(1,1)(1,1)} & \mathbf{A}_{\text{wb}(1,1)(1,2)} & \cdots \\ \mathbf{A}_{\text{wb}(1,2)(1,1)} & \mathbf{A}_{\text{wb}(1,2)(1,2)} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (\text{A-44})$$

$$\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j)(i,j)} = \sum_{(m,n) \in N_{\text{ppijw}}} \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j)P_{m,n}(i,j)}^{\text{b}} \quad (\text{A-45})$$

$$\mathbf{A}_{\text{wb}(i,j)(k,l)} = \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j)P_{i,j}(k,l)}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{wb}(i,j)P_{k,l}(k,l)}^{\text{b}} \quad (\text{A-46})$$

A.3. 重力モデルの線形化

機体座標系における地球中心に対する衛星重心の位置ベクトル $\mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{b}}$ は、

$$\mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{b}} = \mathbf{r}_{\text{EC0}}^{\text{b}} + \delta \mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{b}} \quad (\text{A-47})$$

$$\mathbf{r}_{\text{EC0}}^{\text{b}} = |\mathbf{r}_{\text{EC}}| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{\text{ob30}} - n_0 t) \\ -\sin(\alpha_{\text{ob30}} - n_0 t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-48})$$

$$\delta \mathbf{r}_{\text{EC}}^{\text{b}} = |\mathbf{r}_{\text{EC}}| \begin{bmatrix} -\delta \alpha_{\text{ob30}} \sin(\alpha_{\text{ob30}} - n_0 t) \\ -\delta \alpha_{\text{ob30}} \cos(\alpha_{\text{ob30}} - n_0 t) \\ \alpha_{\text{ob1}} \sin(\alpha_{\text{ob30}} - n_0 t) + \alpha_{\text{ob2}} \cos(\alpha_{\text{ob30}} - n_0 t) \end{bmatrix} \quad (\text{A-49})$$

式(A-47)を式(3-51)に代入し式(3-115), (3-126), (3-135)を用いることで、非拘束モードモデルにおける重力モデルが式(A-50)–(A-77)のように表される。

$$\mathbf{F}_{\text{gu}} = (\mathbf{A}_{\text{guc}} \cos 2(\alpha_{\text{ob30}} - n_0 t) + \mathbf{A}_{\text{gus}} \sin 2(\alpha_{\text{ob30}} - n_0 t) + \mathbf{A}_{\text{gu0}}) \mathbf{z} + \mathbf{F}_{\text{guc}} \cos 2(\alpha_{\text{ob30}} - n_0 t) + \mathbf{F}_{\text{gus}} \sin 2(\alpha_{\text{ob30}} - n_0 t) + \mathbf{F}_{\text{gu0}} \quad (\text{A-50})$$

$$\mathbf{A}_{\text{guc}} = \Phi_{\text{u}}^{\text{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{g}\alpha\alpha} & \mathbf{A}_{\text{g}\alpha\text{r}} \Phi_{\text{c}} \\ \Phi_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{A}_{\text{g}\alpha\text{r}} & \Phi_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{A}_{\text{g}\text{r}\text{r}} \Phi_{\text{c}} \end{bmatrix} \Phi_{\text{u}} \quad (\text{A-51})$$

$$\mathbf{A}_{\text{gus}} = \Phi_{\text{u}}^{\text{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\text{g}\alpha\alpha} & \mathbf{B}_{\text{g}\alpha\text{r}} \Phi_{\text{c}} \\ \Phi_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{B}_{\text{g}\alpha\text{r}} & \Phi_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{B}_{\text{g}\text{r}\text{r}} \Phi_{\text{c}} \end{bmatrix} \Phi_{\text{u}} \quad (\text{A-52})$$

$$\mathbf{A}_{\text{gu0}} = \Phi_{\text{u}}^{\text{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\text{g}\alpha\alpha} & \mathbf{C}_{\text{g}\alpha\text{r}} \Phi_{\text{c}} \\ \Phi_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{C}_{\text{g}\alpha\text{r}} & \Phi_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{C}_{\text{g}\text{r}\text{r}} \Phi_{\text{c}} \end{bmatrix} \Phi_{\text{u}} \quad (\text{A-53})$$

$$\mathbf{A}_{\text{g}\alpha\alpha} = -\frac{3\mu_{\text{E}}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} \frac{I_{\text{S}} - I_{\text{T}}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{\text{T}} - I_{\text{S}}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-54})$$

$$\mathbf{B}_{\text{g}\alpha\alpha} = -\frac{3\mu_{\text{E}}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} 0 & \frac{I_{\text{T}} - I_{\text{S}}}{2} & 0 \\ \frac{I_{\text{T}} - I_{\text{S}}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-55})$$

$$\mathbf{C}_{\text{g}\alpha\alpha} = -\frac{3\mu_{\text{E}}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} \frac{I_{\text{T}} - I_{\text{S}}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{\text{T}} - I_{\text{S}}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-56})$$

$$\mathbf{A}_{\text{g}\alpha\text{r}} = [\mathbf{A}_{\text{g}\alpha\text{r}(1,1)} \quad \mathbf{A}_{\text{g}\alpha\text{r}(1,2)} \quad \cdots] \quad (\text{A-57})$$

$$\mathbf{A}_{\text{gar}(i,j)} = -\frac{3\mu_{\text{E}}m_{i,j}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{y_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{x_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} \\ y_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} & x_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-58})$$

$$\mathbf{B}_{\text{gar}} = [\mathbf{B}_{\text{gar}(1,1)} \mathbf{B}_{\text{gar}(1,2)} \cdots] \quad (\text{A-59})$$

$$\mathbf{B}_{\text{gar}(i,j)} = -\frac{3\mu_{\text{E}}m_{i,j}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{x_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} \\ 0 & 0 & \frac{y_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} \\ x_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} & -y_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-60})$$

$$\mathbf{C}_{\text{gar}} = [\mathbf{C}_{\text{gar}(1,1)} \mathbf{C}_{\text{gar}(1,2)} \cdots] \quad (\text{A-61})$$

$$\mathbf{C}_{\text{gar}(i,j)} = -\frac{3\mu_{\text{E}}m_{i,j}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{y_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{x_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-62})$$

$$\mathbf{A}_{\text{gra}} = [\mathbf{A}_{\text{gra}(1,1)}^{\text{T}} \mathbf{A}_{\text{gra}(1,2)}^{\text{T}} \cdots]^{\text{T}} \quad (\text{A-63})$$

$$\mathbf{A}_{\text{gra}(i,j)} = \frac{\mu_{\text{E}}m_{i,j}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} 0 & \frac{z_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} & -3y_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} \\ \frac{z_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} & 0 & -3x_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} \\ \frac{3}{2}y_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} & \frac{3}{2}x_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-64})$$

$$\mathbf{B}_{\text{gra}} = [\mathbf{B}_{\text{gra}(1,1)}^{\text{T}} \mathbf{B}_{\text{gra}(1,2)}^{\text{T}} \cdots]^{\text{T}} \quad (\text{A-65})$$

$$\mathbf{B}_{\text{gra}(i,j)} = \frac{\mu_{\text{E}}m_{i,j}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} \frac{z_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} & 0 & -3x_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} \\ 0 & \frac{z_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} & 3y_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} \\ \frac{3}{2}x_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} & -\frac{3}{2}y_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-66})$$

$$\mathbf{C}_{\text{gra}} = [\mathbf{C}_{\text{gra}(1,1)}^{\text{T}} \mathbf{C}_{\text{gra}(1,2)}^{\text{T}} \cdots]^{\text{T}} \quad (\text{A-67})$$

$$\mathbf{C}_{\text{gra}(i,j)} = \frac{\mu_{\text{E}}m_{i,j}}{|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} 0 & \frac{z_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} & -3x_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} \\ -\frac{z_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}}}{2} & 0 & 3y_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} \\ -\frac{3}{2}y_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} & \frac{3}{2}x_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-68})$$

$$\mathbf{A}_{\text{grr}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{grr}(1,1)} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{\text{grr}(1,2)} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (\text{A-69})$$

$$\mathbf{A}_{\text{grr}(i,j)} = \frac{3\mu_{\text{E}}m_{i,j}}{2|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-70})$$

$$\mathbf{B}_{\text{grr}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{grr}(1,1)} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{\text{grr}(1,2)} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (\text{A-71})$$

$$\mathbf{B}_{\text{grr}(i,j)} = \frac{3\mu_{\text{E}}m_{i,j}}{2|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-72})$$

$$\mathbf{C}_{\text{grr}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{grr}(1,1)} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{\text{grr}(1,2)} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (\text{A-73})$$

$$\mathbf{C}_{\text{grr}(i,j)} = \frac{\mu_{\text{E}}m_{i,j}}{2|\mathbf{r}_{\text{EC}}|^3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (\text{A-74})$$

$$\mathbf{F}_{\text{guc}} = \Phi_{\text{u}}^{\text{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \Phi_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{A}_{\text{grr}} \mathbf{r}_{\text{e}}^{\text{b}} \end{bmatrix} \quad (\text{A-75})$$

$$\mathbf{F}_{\text{gus}} = \Phi_{\text{u}}^{\text{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \Phi_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{B}_{\text{grr}} \mathbf{r}_{\text{e}}^{\text{b}} \end{bmatrix} \quad (\text{A-76})$$

$$\mathbf{F}_{\text{gu0}} = \Phi_{\text{u}}^{\text{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \Phi_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{C}_{\text{grr}} \mathbf{r}_{\text{e}}^{\text{b}} \end{bmatrix} \quad (\text{A-77})$$

A.4. 地磁場との干渉による電磁力モデルの線形化

電線要素 $w_{i,j+}$ から質点 $P_{i,j}$ に作用する地磁場との干渉による電磁力 $\mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)w_{i,j+}}^{\text{b}}$ は式(3-27)および式(3-55)から式(A-78), (A-79)のように線形化される.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)w_{i,j+}}^{\text{b}} &= \frac{I}{2} \left\{ [\mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}]_{\times} \mathbf{B}_0^{\text{b}} + [\mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}}]_{\times} \mathbf{A}_{\delta\text{B}} \delta\alpha_{\text{ob}} \right. \\ &\quad \left. - [\mathbf{B}_0^{\text{b}}]_{\times} (\mathbf{d}_{i,j+}^{\text{in}} \cdot \mathbf{d}_{i,j+}^{\text{in}}) (\delta\mathbf{r}_{i,j+1}^{\text{b}} - \delta\mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A-78})$$

$$\begin{aligned} &= I \left\{ \mathbf{F}_{\text{eE}(i,j)w_{i,j+0}}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha} \delta\alpha_{\text{ob}} + \mathbf{A}_{\text{eErr}(i,j+1)w_{i,j+}} \delta\mathbf{r}_{i,j+1}^{\text{b}} \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{A}_{\text{eErr}(i,j)w_{i,j+}} \delta\mathbf{r}_{i,j}^{\text{b}} \right\} \\ &\quad \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+)}^{\text{b}} = \mathbf{r}_{\text{e}(i,j+1)}^{\text{b}} - \mathbf{r}_{\text{e}(i,j)}^{\text{b}} \end{aligned} \quad (\text{A-79})$$

式(A-78)を全質点に拡張することで, 式(A-80)–(A-84)を得る.

$$\mathbf{F}_{\text{eE}}^{\text{b}} = I (\mathbf{F}_{\text{eE0}}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha} \delta\alpha_{\text{ob}} + \mathbf{A}_{\text{eErr}} \delta\mathbf{r}^{\text{b}}) \quad (\text{A-80})$$

$$\mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha} = [\mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha(1,1)}^{\text{T}} \mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha(1,2)}^{\text{T}} \cdots]^{\text{T}} \quad (\text{A-81})$$

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha(i,j)} = \mathbf{0}_{3 \times 3} & ((i,j) \notin N_{\text{PW}}) \\ \mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha(i,j)} = \sum_{(m,n) \in N_{\text{WP}ij}} \mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha w_{m,n}} & ((i,j) \in N_{\text{PW}}) \end{cases} \quad (\text{A-82})$$

$$\mathbf{A}_{\text{eErr}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{eErr}(1,1)(1,1)} & \mathbf{A}_{\text{eErr}(1,1)(1,2)} & \cdots \\ \mathbf{A}_{\text{eErr}(1,2)(1,1)} & \mathbf{A}_{\text{eErr}(1,2)(1,2)} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (\text{A-83})$$

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{\text{eErr}(i,j)(m,n)} = \mathbf{0}_{3 \times 3} & ((i,j) \notin N_{\text{PW}} \vee (m,n) \notin N_{\text{PW}}) \\ \mathbf{A}_{\text{eErr}(i,j)(m,n)} = \mathbf{A}_{\text{eErr}(m,n)w_{k,l}} & ((i,j), (m,n) \in N_{\text{PW}} \wedge (i,j) \neq (m,n)) \\ \mathbf{A}_{\text{eErr}(i,j)(m,n)} = \sum_{(\alpha,\beta) \in N_{\text{WP}ij}} \mathbf{A}_{\text{eErr}(i,j)w_{\alpha,\beta}} & ((i,j) = (m,n) \in N_{\text{PW}}) \end{cases} \quad (\text{A-84})$$

ここで N_{PW} は電線上にある質点の集合, (k,l) は質点 $P_{i,j}$ および $P_{m,n}$ に接続する電線要素の番号である. 筐体に作用する磁気トルクは式(3-38)および式(3-55)から式(A-85)のように線形

化される.

$$\mathbf{T}_{\text{ele}}^{\text{b}} = -[\mathbf{B}_0^{\text{b}}]_{\times} \mathbf{m}_{\text{b}}^{\text{b}} + [\mathbf{m}_{\text{b}}^{\text{b}}]_{\times} \mathbf{A}_{\delta\text{B}} \delta\boldsymbol{\alpha}_{\text{ob}} = \mathbf{T}_{\text{e0}}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{e}\alpha\alpha} \delta\boldsymbol{\alpha}_{\text{ob}} \quad (\text{A-85})$$

式(A-80), (A-85)を用いて非拘束モードモデルにおける電磁力項は式(A-86)–(A-90)のように線形化される.

$$\mathbf{F}_{\text{eu}} = \boldsymbol{\Phi}_{\text{u}}^{\text{T}} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\text{e0}}^{\text{b}} + I \mathbf{S}_{\text{reb}} \mathbf{F}_{\text{eE0}}^{\text{b}} \\ I \boldsymbol{\Phi}_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{F}_{\text{eE0}}^{\text{b}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{e}\alpha\alpha} + I \mathbf{S}_{\text{reb}} \mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha} & I(\mathbf{S}_{\text{reb}} \mathbf{A}_{\text{eErr}} + \mathbf{A}_{\text{eEar}}) \boldsymbol{\Phi}_{\text{c}} \\ I \boldsymbol{\Phi}_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha} & I \boldsymbol{\Phi}_{\text{c}}^{\text{T}} \mathbf{A}_{\text{eErr}} \boldsymbol{\Phi}_{\text{c}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\boldsymbol{\alpha}_{\text{ob}} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \right) \quad (\text{A-86})$$

$$\mathbf{S}_{\text{reb}} = \begin{bmatrix} [\mathbf{r}_{\text{e}(1,1)}^{\text{b}}]_{\times} & [\mathbf{r}_{\text{e}(1,2)}^{\text{b}}]_{\times} & \dots \end{bmatrix} \quad (\text{A-87})$$

$$\mathbf{A}_{\text{eEar}} = [\mathbf{A}_{\text{eEar}(1,1)} \ \mathbf{A}_{\text{eEar}(1,2)} \ \dots] \quad (\text{A-88})$$

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{\text{eEar}(i,j)} = \mathbf{0}_{3 \times 3} & ((i,j) \notin N_{\text{Pw}}) \\ \mathbf{A}_{\text{eEar}(i,j)} = \sum_{(m,n) \in N_{\text{WP}ij}} -\frac{1}{2} [\mathbf{r}_{m,n}^{\text{b}} \times \mathbf{B}_0^{\text{b}}]_{\times} & ((i,j) \in N_{\text{Pw}}) \end{cases} \quad (\text{A-89})$$

$$\mathbf{S}_{\text{rebB}} = \begin{bmatrix} [\mathbf{r}_{\text{e}(1,1)}^{\text{b}} \times \mathbf{B}_0^{\text{b}}]_{\times} & [\mathbf{r}_{\text{e}(1,2)}^{\text{b}} \times \mathbf{B}_0^{\text{b}}]_{\times} & \dots \end{bmatrix} \quad (\text{A-90})$$

式(A-86)に対して式(4-16)を代入することで, 非拘束モードモデルにおける電磁力項は式(A-91)のように表される.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{eu}} = & [\mathbf{A}_{\text{euc}} \{3 \cos(\alpha_{30} - 2nt) - \cos \alpha_{30}\} \\ & + \mathbf{A}_{\text{eus}} \{3 \sin(\alpha_{30} - 2nt) - \sin \alpha_{30}\} + \mathbf{A}_{\text{eu0}}] \mathbf{z} \\ & + \mathbf{F}_{\text{euc}} \{3 \cos(\alpha_{30} - 2nt) - \cos \alpha_{30}\} \\ & + \mathbf{F}_{\text{eus}} \{3 \sin(\alpha_{30} - 2nt) - \sin \alpha_{30}\} + \mathbf{F}_{\text{eu0}} \end{aligned} \quad (\text{A-91})$$

また, 式(A-85)を $\mathbf{m}_{\text{b}}^{\text{b}}$ に注目して書き換えると式(A-92)のようになる.

$$\mathbf{T}_{\text{ele}}^{\text{b}} = -([\mathbf{B}_0^{\text{b}}]_{\times} + [\mathbf{A}_{\delta\text{B}} \delta\boldsymbol{\alpha}_{\text{ob}}]_{\times}) \mathbf{m}_{\text{b}}^{\text{b}} = \mathbf{A}_{\text{eam}} \mathbf{m}_{\text{b}}^{\text{b}} \quad (\text{A-92})$$

式(A-80), (A-92)から非拘束モードモデルでの電磁力は式(A-93)–(A-95)のようにも表される.

$$\mathbf{F}_{\text{eu}} = \boldsymbol{\Phi}_{\text{u}}^{\text{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{eam}} & \mathbf{A}_{\text{eal}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{\text{erl}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{\text{b}}^{\text{b}} \\ I \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{\text{euM}} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{\text{b}}^{\text{b}} \\ I \end{bmatrix} \quad (\text{A-93})$$

$$\mathbf{A}_{\text{eal}} = \mathbf{S}_{\text{reb}} \mathbf{F}_{\text{eE0}}^{\text{b}} + \mathbf{S}_{\text{reb}} \mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha} \delta\boldsymbol{\alpha}_{\text{ob}} + (\mathbf{S}_{\text{reb}} \mathbf{A}_{\text{eErr}} + \mathbf{A}_{\text{eEar}}) \boldsymbol{\Phi}_{\text{c}} \mathbf{y} \quad (\text{A-94})$$

$$\mathbf{A}_{\text{erl}} = \boldsymbol{\Phi}_{\text{c}}^{\text{T}} (\mathbf{F}_{\text{eE0}}^{\text{b}} + \mathbf{A}_{\text{eEr}\alpha} \delta\boldsymbol{\alpha}_{\text{ob}} + \mathbf{A}_{\text{eErr}} \boldsymbol{\Phi}_{\text{c}} \mathbf{y}) \quad (\text{A-95})$$

参考文献

- [1] S. Sasaki, K. Tanaka, K. Higuchi, N. Okuizumi, S. Kawasaki, N. Shinohara, K. Senda, and K. Ishimura: A new concept of solar power satellite: Tethered-SPS, *Acta Astronaut.*, **60** (2007), pp. 153-165.
- [2] J. C. Mankins: A Technical Overview of the “SunTower” Solar Power Satellite Concept, *Acta Astronaut.*, **50** (2002), pp. 153-165.
- [3] JAXA, Engineering Test Satellite VIII “KIKU No.8” (ETS-VIII), <https://global.jaxa.jp/projects/sat/ets8/>, (accessed on 11/20/2021)
- [4] D. C. Alhorn, J. P. Casas, E. F. Agasid, C. L. Adams, G. Laue, C. Kitts, and S. O’Brien: Nanosail-D: the Small Satellite That Could!, *25th AIAA/USU Conference on Small Satellites*, SSC11-VI-1, Logan, 2011.
- [5] L. Johnson, M. Whorton, A. Heaton, R. Pinson, G. Laue, and C. Adams: Nanosail-D: A Solar Sail Demonstration Mission, *Acta Astronaut.*, **68** (2011), pp. 571-575.
- [6] H. Uto, T. Kuwahara, and T. Honda: Orbit Verification Results of the De-Orbit Mechanism Demonstration CubeSat FREEDOM, *Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan*, **17** (2019), pp. 295-300.
- [7] 坂本啓, 中西洋喜, 古谷寛, 小田光茂, 山崎政彦, 宮崎康行, 渡辺和樹, 渡邊秋人, 萱場綾子: 3U キューブサット OrigamiSat-1 による高機能展開膜構造の宇宙実証, 第 60 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 4F06, 2016, 函館.
- [8] H. Furuya, H. Sakamoto, and A. Watanabe: Deployment Properties of Boom-Membrane Integrated Space Structures, 31st International Symposium on Space Technology and Science, 2017-c-46, 2017, Matsuyama.
- [9] C. Bidy and T. Svitek: LightSail-1 Solar Sail Design and Qualification, Proceedings of the 41st Aerospace Mechanisms Symposium, 2012, pp. 451-463.
- [10] H. Sawada, O. Mori, N. Okuizumi, Y. Shirasawa, Y. Miyazaki, M. Natori, S. Matsunaga, H. Furuya, and H. Sakamoto: Mission Report on the Solar Power Sail Deployment Demonstration of IKAROS, In: 52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, AIAA, 2011-1887, 2011.
- [11] 森治, 津田雄一, 澤田弘崇, 船瀬龍, 山本高行, 佐伯孝尚, 米倉克英, 星野宏和, 南野浩之, 遠藤達也, 白澤洋次, 三柁裕也, 川口淳一郎: IKAROS の開発およびミッション概要, 日本航空宇宙学会誌, **60** (2012), pp. 283-289.
- [12] 森治, 中条俊大, 松下将典, 加藤秀樹, 佐伯孝尚, 松本純, 川口淳一郎, 岡田達明, 岩田隆浩, 西山和孝, 奥泉信克, 佐藤泰貴, 菊池翔太, 癸生川陽子, 伊藤元雄, 高尾勇輝, 久保勇貴, 坂本克也, 大橋郁: ソーラー電力セイル探査機 OKEANOS のミッション概要及びシステム, 第 62 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 3A12, 2018, 久留米

- [13] NASA facts, NanoSail-D, https://www.nasa.gov/centers/marshall/pdf/484314main_NASAFactsNanoSail-D.pdf, (accessed on 11/25/2021).
- [14] JAXA, 小型ソーラー電力セイル実証機「IKAROS」, https://www.jaxa.jp/projects/sas/ikaros/index_j.html, (参照 2021/11/17)
- [15] N. Okuizumi and T. Yamamoto: Experiments and Simulations of Centrifugal Deployments of Membranes Stowed with Spiral Folding, Proceedings of 19th workshop on JAXA Astrodynamics and Flight Mechanics, 2009, Sagamihara.
- [16] N. Okuizumi, A. Muta, and S. Matunaga: Enhancement of a Spring-mass System Model for Numerical Simulations of Centrifugal Deployment Dynamics of Folded Square Membranes, *Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan*, **10**, ists28 (2012), pp. Pc_67–Pc_72.
- [17] K. Shintaku, S. Matunaga, G. Ono, H. Sakamoto, T. Satoh, O. Mori, Y. Shirasawa, and N. Okuizumi: Experiment and Analysis of Spinning Membrane Deployment Focusing on Shape Imbalance for Solar Sail, *Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan*, **12**, ists29 (2014), pp. Pc_55–Pc_62.
- [18] 森治, 西牧修平, 松本道弘, 岩倉淳, 荒川将孝, 芝崎裕介, 花岡史紀, 杉田昌行, 志田真樹, 川口淳一郎: 大気球を用いた大型膜面の準静的展開実験, 宇宙航空研究開発機構研究開発報告 JAXA-RR-07-009, pp. 35-66, 2008.
- [19] Y. Tsuda, O. Mori, S. Takeuchi, and J. Kawaguchi: Flight Result and Analysis of Solar Sail Deployment Experiment Using S-310 Sounding Rocket, 56th International Astronautical Congress, IAC-05-C1.4.05, 2005, Fukuoka.
- [20] 宮崎康行, 岩井優佳: 遠心力展開膜面のダイナミクスについて, 第 13 回スペース・エンジニアリング・コンファレンス講演論文集, D2, 2005, 東京.
- [21] X. Zhang and C. Zhou: Dynamic Analysis of Spinning Solar Sails at Deployment Process, *Chinese J. Aeronaut.*, **30** (2017), pp. 1719-1728.
- [22] H. Sawada, Y. Shirasawa, O. Mori, N. Okuizumi, Y. Miyazaki, S. Matunaga, H. Furuya, H. Sakamoto, M. Natori, and Y. Tsuda: On-orbit Result and Analysis of Sail Deployment of World's First Solar Power Sail IKAROS, *J. Space Technol. Sci.*, **27** (2013), pp. 54-68.
- [23] O. Mori, Y. Shirasawa, Y. Miyazaki, H. Sakamoto, M. Hasome, N. Okuizumi, H. Sawada, H. Furuya, S. Matunaga, M. Natori, T. Saiki, R. Funase, Y. Mimasu, and J. Kawaguchi: Deployment and Steering Dynamics of Spinning Solar Sail "IKAROS", *J. Aerosp. Eng. Sci. App.*, **IV** (2012), pp. 79-96.
- [24] Y. Shirasawa, O. Mori, Y. Miyazaki, H. Sakamoto, M. Hasome, N. Okuizumi, H. Sawada, S. Matunaga, H. Furuya, and J. Kawaguchi: Evaluation of Membrane Dynamics of IKAROS Based on Flight Result and Simulation Using Multi-Particle Model, *Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan*, **10** (2012), pp. Po_4_21-Po_4_26.

- [25] T. Nakano, O. Mori, and J. Kawaguchi: Stability of Spinning Solar Sail-craft Containing a Huge Membrane, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, AIAA 2005-6182, 2005, California.
- [26] Y. Takao, T. Chujo, O. Mori, and J. Kawaguchi: Active Shape Control of Spinning Membrane Space Structures and Its Application to Solar Sailing, *Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci.*, **61** (2018), pp. 119-131.
- [27] T. Chujo and J. Kawaguchi: Evaluation of Transient Response of Spinning Solar Sail with Flexible Membrane by Eigenfunction Analysis and Continuum Analysis, *Acta Astronaut.*, **127** (2016), pp. 542–552.
- [28] R. C. Boden and J. Hernando-Ayuso: Shape Estimation of Gossamer Structures Using Distributed Sun-Angle Measurements, *J. Spacecr. Rockets*, **55** (2018), pp. 415–426.
- [29] 山本高行, 森治, 元岡範純, 岸野義宏, 古賀笑平, 田村昌之: IKAROS の推進系, 日本航空宇宙学会誌, **61** (2013), pp. 276–282.
- [30] W. H. Steyn and H. W. Jordaan: An Active Attitude Control System for a Drag Sail Satellite, *Acta Astronaut.*, **128** (2016), pp. 313–321.
- [31] V. Lappas, N. Adeli, L. Visagie, J. Fernandez, T. Theodorou, W. Steyn, and M. Perren: CubeSail: A Low Cost CubeSat Based Solar Sail Demonstration Mission, *Adv. Space Res.*, **48** (2011), pp. 1890–1901.
- [32] Bradford Space, Reaction Wheel Unit W18, <https://www.bradford-space.com/flight-components>, (accessed on 11/24/2021)
- [33] R. Funase, Y. Shirasawa, Y. Mimasu, O. Mori, Y. Tsuda, T. Saiki, and J. Kawaguchi: On-orbit Verification of Fuel-free Attitude Control System for Spinning Solar Sail Utilizing Solar Radiation Pressure, *Adv. Space Res.*, **48** (2011), pp. 1740–1746.
- [34] Y. Tsuda, Y. Saiki, R. Funase, and Y. Mimasu: Generalized Attitude Model for Spinning Solar Sail Spacecraft, *J. Guid. Control Dyn.*, **36** (2013), pp. 967–974.
- [35] G. Ono, Y. Tsuda, K. Akatsuka, T. Saiki, Y. Mimasu, N. Ogawa, and F. Terui: Generalized Attitude Model for Momentum-Biased Solar Sail Spacecraft, *J. Guid. Control Dyn.*, **39** (2016), pp. 1491–1500.
- [36] S. Taniguchi, T. Chujo, H. Kato, Y. Mimasu, O. Mori, T. Ichikawa, H. Takeuchi, and M. Yoshikawa: Optimization for Solar Angle Free Attitude Motion Model by Solar Sail IKAROS, *Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan*, **19** (2021), pp. 584–590.
- [37] J. Mu, S. Gong, P. Ma, and J. Li: Dynamics and Control of Flexible Spinning solar Sails under Reflectivity Modulation, *Adv. Space Res.*, **56** (2015), pp. 1737-1751.
- [38] 小栗健士朗, 工藤匠, 船瀬龍: 反射率制御により駆動されるスピン型ソーラーセイルの時間最適姿勢制御則と軌道制御への適用, 第 60 回宇宙科学技術連合講演会講演集, P34, 2016, 函館

- [39] Inamori, T., Kawai, T., Sugawara, T., and Sato, Y.: Attitude Control System of a Space Membrane Using Electromagnetic Torque, The 8th Asian Conference on Multibody Dynamics, Kanazawa, 2016.
- [40] 姿勢制御研究委員会：人工衛星の力学と制御ハンドブック，第1版，培風館，東京，2007，pp. 303-305.
- [41] 半揚稔雄: ミッション解析と軌道設計の基礎，初版，現代数学者，京都，2014，p. 324.
- [42] K. T. Alfriend, S. R. Vadali, P. Gurfil, J. P. How, and L. S. Breger: Spacecraft Formation Flying, 1st edition, Elsevier, Amsterdam, 2010, p. 16.
- [43] L. Yazhong, Z. Jin, and T. Guojin: Survey of Orbital Dynamics and Control of Space Rendezvous, *Chinese J. Aeronaut.*, **27** (2014), pp. 1–11.
- [44] Y. Yamada and T. Inamori, “Propellantless Close-Range Guidance for Small Satellite Docking Using Simple Electromagnetic Devices”, *Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan*, **19** (2021), pp. 500-506.
- [45] S. Kang and S. Im: Finite Element Analysis of Dynamic Response of Wrinkling Membranes, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **173** (1999), pp. 227-240.
- [46] K. Lu, M. Accorsi, and J. Leonard: Finite Element Analysis of Membrane Wrinkling, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **50** (2001), pp. 1017–1038.
- [47] J. C. Simo and N. Tarnow: The discrete energy-momentum method. Conserving algorithms for nonlinear elastodynamics, *Z. angew. Math. Phys.*, **43** (1992), pp. 757–792.
- [48] Y. Miyazaki: A Formulation of Geometrical Constraint in Energy Momentum Method, *Theor. Appl. Mech. Japan*, **52** (2003), pp. 211–221.
- [49] Y. Miyazaki: Wrinkle/slack Model and Finite Element Dynamics of Membrane, *Int. J. Numer. Meth. Engng*, **66** (2006), pp. 1179–1209.
- [50] N. Okuizumi and T. Yamamoto: Centrifugal Deployment of Membrane with Spiral Folding: Experiment and Simulation, *J. Space Eng.*, **2** (2009), pp. 41–50.
- [51] 山田和彦，鈴木宏二郎: 膜構造エアロシェルの変形を解析するための多粒子系モデルとその検証，日本航空宇宙学会論文集，**53** (2005)，pp. 51–60.
- [52] 白澤洋次: 大型宇宙膜面構造物における多粒子モデルを用いた運動解析に関する研究，東京大学大学院博士論文，2010.
- [53] 羽染円絵，森治，白澤洋次，角田博明，中篠恭一: 多粒子法を用いた膜の解析モデルに関するばね配置が曲げ振動の解析結果に与える影響，航空宇宙技術，**11** (2012)，pp. 29–33.
- [54] M. C. Natori, F. Nakamura, and N. Okuizumi: Particle System Approximation For Dynamic Behavior of Membranes, International Symposium on Space Technology and Science, 2006-c-11, 2006, Kanazawa.
- [55] 山田裕己，稲守孝哉，佐藤泰貴，川井翼，菅原佳城，”地球低軌道における電磁力を

- 用いた宇宙展開膜面構造物の展開” , 日本航空宇宙学会論文集, **69** (2021), pp. 187–196.
- [56] N. Okuizumi, Y. Ito, M. C. Natori, N. Katsumata, and H. Yamakawa, Numerical Simulation of Stepwise Deployment of Membrane Structure with Booms using Multi-Particle Approximation Method, *Trans. Jpn. Soc. Aeronaut. Space Sci., Aerospace Tech. Jpn.*, **12** (2014), pp. 93-98.
- [57] T. Kawai, T. Inamori, and K. Hori: Analytical Lorentz Force Model Between 1-D Linear Currents in Arbitrary Relative Positions and Directions, *IEEE Trans. on Magnetics*, **54** (2018), pp. 1-16.
- [58] 茂原正道 : 宇宙工学入門 衛星とロケットの誘導・制御, 初版, 培風館, 1994, 東京, p. 121.
- [59] ピーター・C・ヒューズ 著, 原躬千夫 訳: 宇宙機の姿勢力学, 初版, 原躬千夫, 東京, 2010, p. 25.
- [60] N. Okuizumi: Vibration Mode Analysis of a Rotating Circular Membrane under Transverse Distributed Load, *J. Syst. Des Dyn.*, **3** (2009), pp. 95–106.
- [61] H. Furuya, H. Sakamoto, and A. Watanabe: Deployment Properties of Boom-Membrane Integrated Space Structures, 31st International Symposium on Space Technology and Science, 2017-c-46, 2017, Matsuyama.
- [62] Intel, Intel RealSense™ Depth Camera D435i, <https://www.intelrealsense.com/depth-camera-d435i/> (accessed on 11/24/2021).
- [63] 小松敬治: 機械構造振動学, 初版, 森北出版, 東京, 2009, pp. 107–108.
- [64] R. A. Horn and C. R. Johnson: *Matrix Analysis*, 2nd edition, Cambridge, New York, 2013, p. 453.
- [65] 柳井晴夫, 竹内啓: 射影行列・一般逆行列・特異値分解, 初版, 東京大学出版会, 東京, 1983, pp. 70–75, 110–116.

謝辞

本論文をまとめるにあたり，非常に多くの方の助力をいただきました．この場を借りてお礼申し上げます．航空宇宙機運動システム工学研究グループの稲守孝哉准教授には，指導教員として研究内容のみならず研究に対する姿勢など多岐にわたり終始熱心にご指導いただきましたこと，心より御礼申し上げます．

同グループの砂田茂教授には日ごろから研究に関する様々なご助言をいただいた他，論文審査委員をお引き受けいただき研究内容についてご指導をいただきましたこと，感謝申し上げます．また構造力学研究グループの荒井政大教授，東京工業大学工学院動設計学研究室の坂本啓准教授には，論文審査委員をお引き受けいただき，研究内容について細部にわたりご指導いただきましたこと，心より御礼申し上げます．

航空宇宙機運動システム工学研究グループの山口皓平助教，Park Ji Hyun 特任助教には，日ごろから相談に親身に乘っていただき，研究内容について様々なご助言をいただきましたこと，心より御礼申し上げます．

青山学院大学理工学部機械制御研究室の菅原佳城准教授，宇宙航空研究開発機構宇宙飛行工学研究系の佐藤泰貴准教授には研究にて生じた疑問について親身になって議論，ご指導いただきました．ここに御礼申し上げます．

航空宇宙機運動システム工学研究グループに所属する大学院生，学部生，卒業生の皆様には，研究生活を通して切磋琢磨しあいながら有益な議論をさせていただいたこと，感謝申し上げます．最後に，私生活にて様々な支援を賜った家族に心より御礼申し上げます．

研究業績

発表論文

- [1] **Y. Yamada**, T. Inamori, “Propellantless Close-Range Guidance for Small Satellite Docking Using Simple Electromagnetic Devices”, *Trans. JSASS, Aerosp. Tech. Jpn.*, **19** (2021), pp. 500-506.
- [2] **山田裕己**, 稲守孝哉, 佐藤泰貴, 川井翼, 菅原佳城, ”地球低軌道における電磁力を用いた宇宙展開膜面構造物の展開”, 日本航空宇宙学会論文集, **69** (2021), pp. 187-196.

国際会議における発表

- [1] **Y. Yamada**, “Electromagnetic deployment of a space membrane structure using the geomagnetic field in LEO”, 31st International Symposium on Space Technology and Science, 2017-s-04-c, Matsuyama, 2017.
- [2] **Y. Yamada**, T. Inamori, M. Tomooka, “Propellantless Close Range Rendezvous and Docking Using a Single Electromagnetic Device for Small Spacecraft”, 69th International Astronautical Congress, IAC-18-E2.2.5, Bremen, 2018.
- [3] **Y. Yamada**, T. Inamori, “Propellantless Close Range Guidance and Docking for Small Satellites Using Simple Electromagnetic Devices”, 32nd International Symposium on Space Technology and Science, 2019-d-043, Fukui, 2019.
- [4] **Y. Yamada**, T. Inamori, Y. Satou, “A Fuel-free and Agile Attitude Maneuver of Space Membrane Structure Using Electromagnetic Force in LEO”, 70th International Astronautical Congress, IAC-19-E2.1.4, Wasington D.C., 2019.
- [5] T. Inamori, M. Fujiwara, **Y. Yamada**, S. Matsuzawa, “Fuel-free magnetic rendezvous using magnetic coils for Cubesat-sized small satellites”, 69th International Astronautical Congress, IAC-18-F1.2.3, Bremen, 2018.
- [6] Hoang Xuan Truong An, T. Inamori, **Y. Yamada**, J. H. Park, “Demonstration of the Propellantless Constellation with Jointed Cubesats Separation by Centrifugal Force in the MAGNARO Mission”, 71st International Astronautical Congress, IAC-20,B4, Cyber Edition, 2020.

国内会議における発表

- [1] 山田裕己, 稲守孝哉, 川井翼, 佐藤泰貴, 菅原佳城: 地球低軌道における電磁力を用いた宇宙展開膜構造物の展開, P67, 第 61 回宇宙科学技術連合講演会, 新潟, 2017.
- [2] 山田裕己, 稲守孝哉, 寺尾悠: 相対軌道制御能力を有した磁気デバイスによる宇宙機ドッキング, 第 62 回宇宙科学技術連合講演会, 1I22, 久留米, 2018.
- [3] 山田裕己, 稲守孝哉, J. H. Park, Hoang Xuan Truong An, 後藤瑞樹, 稲川智也, 手嶋悠介, 岸信希, 田村啓登, 中山理志, 野呂拓臣, 大月洋貴, 松澤真司, 倉橋直希: 回転分離コンステレーション形成の実証に向けた名古屋大学 Cubesat の研究開発, 第 63 回宇宙科学技術連合講演会, 2L03, 徳島, 2019.
- [4] 山田裕己, 稲守孝哉, J. H. Park, Hoang Xuan Truong An, Xinbo Gu, 岸信希, 中山理志, 野呂拓臣, 大月洋貴, Benjamin Lee, 山本遼: 回転分離によるコンステレーション形成の実証に向けた Cubesat の研究開発, 第 64 回宇宙科学技術連合講演会, 2A04, オンライン, 2020.
- [5] 中山理志, 稲守孝哉, 山田裕己: 柔軟構造物の軌道運動効果を考慮した相対位置・姿勢の超高精度化, 第 64 回宇宙科学技術連合講演会, 2I08, オンライン, 2020.