論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨 お よ び 担 当 者

報告番号	※　　　　第　　　　号

氏　　　　名　　髙橋　知希

論　文　題　目

Attainability of a stationary Navier-Stokes flow around a moving rigid body

(運動する剛体周りの定常 Navier-Stokes 流の attainability)

論文審査担当者

主　査　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　教授　理学博士
木村　芳文

委　員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　教授　博士（理学）
菱田　俊明

委　員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　教授　博士（理学）
杉本　充

委　員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　准教授　博士（理学）
加藤　淳

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本学位申請論文は, 運動する物体の周りでの Navier-Stokes 方程式の定常解の attainability を論じたものである. 3 次元 Euclid 空間の無限遠までひろがる非圧縮粘性流体の中を物体が運動するとき, その周りでの流体の運動は Navier-Stokes 方程式の外部問題として定式化される. 物体は剛体であるとし, 従ってその運動は並進と回転に分解されるが, 運動する物体に固定した座標系において時間によらない解を定常解とよび, その存在定理は Dirichlet 積分有限な解についての Leray (1933) の研究にまでさかのぼる. その後, 1960 年代の Finn の一連の著作によって, 物体の並進運動の流れの形への寄与が数学的に捉えられている. より詳しくは, 物体がゆっくりと並進運動するときに一意な定常解を構成し, その解の無限遠での漸近展開を通して物体後方に現れる wake (航跡) の内外での異方的な減衰構造を明らかにした. さらに Finn (1965) は次の問いをたてた：初期時刻で物体と流体が静止しているとし, 物体が加速して有限時間後に一様な並進速度へ至るとき, 物体の運動によって引き起こされる流れの時間発展を調べよ. この問題は Finn の starting problem とよばれ, 最終的な一様並進速度が小さい限り, それから一意的に定まる Finn の解への漸近が期待される. Heywood (1972) はこのような長時間挙動が達成されるときに定常解は attainable であるとよび, 流体から物体に働く力がゼロであるという特殊な状況に限って定常解の attainability を示した. その力がゼロでないときの定常解は L^2 に属さないので, Heywood による L^2 エネルギー法では解決に至らず, 一般な状況で並進の starting problem が肯定的に解かれるには, Galdi-Heywood-Shibata (1997) の L^q 理論まで待たねばならなかった. しかし, そこで得られた種々のノルムによる定常解への漸近の速さは安定性定理におけるそれと同じであり, starting problem の特徴を十分に捉えたものであるとは言えない. 高橋 知希氏の学位論文はこのような状況を背景としたものであり, そこで得られた知見は以下の通りである.

並進の starting problem において定常解への収束率が定まる機構を詳細に調べるために, 申請者は空間次元 $n \geq 3$ に対して考察し, 無限遠で最良な可積分性をもつ定常解の新しい存在定理をまず示した. ここで, 最良な可積分性とは定常解の無限遠での漸近形となる Oseen 基本解の L^q 可積

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

分性 ($q > \frac{n+1}{n-1}$) である. $n = 3$ のとき Finn の定常解はその可積分性を有するが, Galdi (1992) による Oseen 境界値問題の解の L^q 評価を用いた本論文の証明方法は申請者の独創であり, 従来の証明と比べて格段に見通しがよく, $n \geq 4$ の場合は結果自体が新しい. さらに, 得られた定常解の attainability を Enomoto-Shibata (2005) による Oseen 半群の長時間挙動を用いて示し, 定常解への収束率がその定常解の上記の可積分性から定まることを明らかにして Galdi-Heywood-Shibata (1997) の結果を改良するとともに, 一般次元へ拡張した. 得られた成果は収束率の定まる機構が安定性定理におけるそれと異なることを初めて指摘したもので意義深い.

次に, 空間 3 次元として物体が回転運動する場合の starting problem を考察した. 定常解の安定性の問題と比べて, 方程式が非自励系であることは starting problem の本質的な難しさであるが, 物体が回転するときにはこの困難がきわ立つ. また, Galdi (2003) による定常解の無限遠でのスケール臨界な減衰度は最良であることが知られているので, 並進の場合のように Lebesgue 空間だけによる解析では立ち行かない. そこで申請者は非自励な線型化方程式の生成する発展作用素に着眼し, Hishida (2020) によるその長時間挙動の解析をさらに精密化して共役発展作用素の Lorentz 空間上での有効な評価を導き, 弱い形の積分方程式を双対性によって扱う Yamazaki (2000) の技法も援用して, 有限時間後の一様回転角速度が小さいときの定常解の attainability の証明に成功した. 特に L^∞ 評価の導出に独自の工夫が見られるが, 定常解への収束率は物体が並進する場合と比べて遅く, これは定常解の無限遠での減衰度が遅いことの反映として理解される. この定理は回転の starting problem に対する初めての成果であり, 注目に値する.

このように, 本学位申請論文で得られた結果は新規性・独創性ともに優れたものであり既存の理論を大いに発展させるものであって，学位論文として十分な内容を持つものである． 2022 年 2 月 9 日に行われた学位審査公開セミナーにおいても申請者は自身の結果とその証明のポイントを的確に押さえた, 明快な発表を行い，審査委員からの質問にも的確な応答によって学識を示した.
以上の理由により, 学位審査委員会は申請者には博士（数理学）の学位が授与される資格があるものと判断する.