

# 主論文の要約

論文題目 量子乱流中の微小粒子の軌道曲率解析と量子渦同定手法の開発  
(On the curvature of small particle trajectories in quantum turbulence and the quantum vortex identification method)

氏名 榊 直人

## 論文内容の要約

近年の計測技術の発達により、量子乱流場における熱対向流が Particle Tracking Velocimetry (以下 PTV) 法を用いて可視化されてきている。熱対向流中の粒子は、量子渦により突然進行方向を変える様子やジグザグな軌道を描くことが観測されており、複雑な振る舞いを呈する。このように粒子と量子渦の関係は複雑であり、現在も活発な研究対象である。本研究は、粒子軌道曲率に初めて着目して熱対向流中の粒子と量子渦の複雑な関係を調べ、かつ知見を広げる事を目指した。

実験結果を数値的に検討することは重要である。量子渦の渦芯のスケール ( $\text{\AA}$  オーダー) まで解像出来る Gross-Pitaevskii (以下 GP) モデルを用いる。GP モデルでは量子渦の抽出に工夫を要する。渦の抽出には渦形状に依存、または非物理的な仮定を置いているものが多く、渦タングルのように一度に多数の渦を同定するのに適切ではない。従来から、数値的な反復法を使用するものが知られているが、多数の渦を同定しようとすると多くの計算時間が必要になる。計算負荷の少ない手段が望まれる。また、いずれの同定法においても粒子との相互作用を考える上で重要な渦の半径 (旋回領域) など個別の渦の性質を調べる手段が少ないという問題点もある。粒子の軌道曲率の数値解析に向け、以上の問題点を克服する同定手法を開発することを目指した。

2 章では、PTV 計測データを用いて、熱対向流中における 2 次元ラグランジュ軌道の軌道曲率を計算した。対向流方向である垂直方向 (を  $y$  方向と呼び、熱源から離れる方向を正

とする。  $x$ 方向を  $y$ 方向の垂直方向とした) の速度分布は先行研究と同様に、粒径による違いは観測されたものの、粒径による軌道曲率の分布の違いはなく、量子渦からの影響は確認されなかった。ラグランジュ速度 (垂直方向速度成分  $v_y$ , 水平方向成分  $v_x$ ) を軌道曲率の大きさによって条件付けし (high 曲率領域, medium 曲率領域, low 曲率領域の 3 種類), 粒子の振る舞いについて解析を行った。high 曲率領域で条件付けされた粒子については、複雑な軌道、あるいは突然の変化を伴う軌道を示す傾向にあった。high 曲率領域においては、 $v_y$  と  $v_x$  の確率密度関数 (以下 PDF) は共に 2 峰性を示さず、平均が 0 で単峰性のガウス分布を示した。low 曲率領域で条件付けされた粒子については、熱流束に応じて振る舞いが異なった。低い熱流束の場合、垂直方向速度の PDF は、元々の垂直方向速度の PDF よりも明確な 2 峰性を示した。また、常流動成分に対応する PDF の最大値の位置は、元々の垂直方向速度の PDF における最大値の位置の絶対値よりも上昇し、2 流体モデルによる理論常流動速度に近づいた。低い熱流束において low 曲率で分類すると、粒子は量子渦タングルの複雑な相互作用から分離される。一方、高い熱流束の場合、熱流束に依存する粒子はより高い速度で動くようになるために、量子渦によるトラップを簡単に抜け出せるようになる。この時、low 曲率領域での垂直方向速度は熱対向流の特徴である 2 峰性を示さない。また、熱流束に依存する量子渦の空間密度が上昇し粒子と相互作用を起こしやすくなり、low 曲率領域での垂直方向速度 PDF における常流動成分に対応する極大値と、元々の垂直方向速度の PDF における最大値の位置の変化は、熱流束が小さい時と比べて小さい。量子渦タングルの複雑な相互作用を分離できないことが原因であると考えられる。

3 章では、2 章での結果を数値的に検討するための有効な手段として、数値精度が保証され、大規模計算であっても現実的な計算時間で計算可能であり、渦半径など粒子との関わりを考える事が可能な GP 乱流シミュレーションにおける量子渦同定手法の開発を目指した。この目的に見合う手法として、古典乱流における渦同定手法に着目した。これは、渦近傍における圧力の幾何学的な条件を満たす点をまず求め、さらにその周りに旋回流れがある事を要請する旋回条件で構成されている。量子渦の場合、圧力を密度に置き換えた上で幾何学的な条件を求める必要があるが、置き換えのみでは適用できない。旋回条件における速度テンソルの判別式が量子渦近傍における速度場  $v \propto 1/r$  ( $r$  は渦からの距離) に対してはうまく機能しないためである。そこで、旋回条件を量子渦にも適用可能なように改良した。新しい旋回条件は、幾何学的な条件を満たす渦軸候補に垂直な平面における半径  $r$  の円周上の各チェックポイントにおいてその周方向単位ベクトルとその点における速度場との内積の符号がほぼ一致することを条件としている。以上の操作を GP 乱流データに対して適用することで渦を実際に可視化し、それらが渦の性質である凝縮体波動関数  $\psi = 0$ , つまり  $\Re(\psi) = \Im(\psi) = 0$  を満たす事および、渦軸周りの流線を可視化して旋回流れが存在することを確認する事で、この渦同定手法が正しく実行されることが証明された (verification)。この過程で、幾何学的条件は満たすが、旋回条件は満たさない点が生じた (擬渦と定義する)。これらは量子渦の特徴的な現象の一つである再結合の前後で現れる傾向にあり、その

目印として用いる事が可能と期待され、重要である（4章で扱う）。また、基本的な量子渦のダイナミクス（渦輪の運動および再結合現象）を観測することで、この手法の物理的な正当性を確かめた（validation）。これらの検証は、まず扱いやすい穏やかな乱流場で実施し、その後に密度の高波数スペクトルがより発達した乱流場で行った。どちらにおいても verification および validation は正しい事が確認された。

4章では3章の続きとして、開発した量子渦の同定手法の有用性を示す事および GP 乱流から量子渦に関する重要な物理を抜き出す事を目的として、開発した手法を用いて量子渦の統計性について検討を行った。まず、高波数で密度のスペクトルが発達していない、穏やかな GP 乱流シミュレーションで解析を行なった。本手法を用いて計算可能な量子渦の全長、平均渦間距離、および本手法独自の量として、旋回領域の最大値を求めた。旋回領域の最大値は $60\xi$ （ $\xi$ は回復長）程度となった。この結果は、圧力が周囲の領域よりも低くなる渦芯領域が回復長 $\xi$ よりもかなり大きくなることを示唆している。また、同定した量子渦の渦軸の曲率も計算した。渦軸の曲率の PDF は、小さい曲率領域では $\kappa^1$ という指数を、また大きな曲率領域では $\kappa^{-5/2}$ という指数を示した。密度の高波数スペクトルがより発達した乱流場についても同様の量を解析した。いずれの量も穏やかな乱流の場合の量と比べて変化し、量子渦がより絡まった状態である密度の高波数スペクトルがより発達した乱流の特徴を示した。特に、旋回領域の最大値は $20\xi$ となり、穏やかな乱流の場合と比べるとかなり小さくなっている。また、密度の高波数スペクトルがより発達した乱流中で同定した量子渦の渦軸の曲率も計算した。穏やかな乱流における渦軸の曲率分布と同一となった。先行研究での結果も踏まえると、曲率分布は乱流の発達度合いによらず、定常的であると言える。また、大きな曲率領域での分布は、使用した数値モデルや数値条件に強く依存する可能性がある。一方で、小さい曲率領域はモデルに左右されず、 $\kappa^1$ を示す事が示された。最後に3章で登場した再結合の前後に生じる擬渦について、密度の高波数スペクトルがより発達した乱流場で解析を行った。可視化を行い、渦の全長の時間変化が鈍くなる準定常状態になると、非定常の場合と比べて擬渦の空間分布が減少する事を確認した。また擬渦の全長を求めることで、擬渦が空間にどの程度の間隔で存在するかを概算した。これは、再結合イベントに関係している場所の長さ間隔とも言え、値は $20\xi$ 程度（準定常時）となった。次元解析による平均渦間距離の2倍程度の間隔である。本研究の同定法は先行研究で扱われた種々の統計量を算出可能な点に加え、新たな統計量である旋回半径や擬渦についてその大きさを初めて評価し、GP 乱流中の量子渦の性質を新しく提示した点において有用であるといえる。数値的な粒子の軌道曲率解析に対しても十分適用出来る事を示唆している。これは今後の課題として残る。