

横風突風に強い小型飛行機「Quasi-NDD機」の提案

**Proposal of High-Crosswind-Gust-Tolerant
Small Airplane: Quasi-NDD Airplane**

渡邊 俊

概要

近年、従来固定翼機と比較し、高効率・高信頼性・低コスト・低騒音等、多方面の利点があるとして電動固定翼機が注目を浴びている。しかし、バッテリーとして用いられるリチウムポリマーバッテリーのエネルギー密度が十分大きくないため、小型機サイズにおいて60～90分のフライトが限界とされる。このようなバッテリー性能の面から、電動固定翼機の開発は数人乗りの小型機に焦点が当てられ研究・開発が行われている。離着陸姿勢にある固定翼機が横風の影響を受けると姿勢が乱され、滑走路との接触事故に繋がる恐れがある。特に小型電動固定翼機は離着陸速度が旅客機と比較して小さく、機体慣性モーメントに対して横風に起因する空気力モーメントの比が大きいため、離陸から着陸までの飛行全フェーズを通し、滑走路での横風対策は小型電動固定翼機にとって最重要課題となる。また、SAS (Stability Augmented System)やCAS (Control Augmented System)といった制御を行う場合においても安定性とパフォーマンスの観点から機体そのものが横風に強いことが望ましい。本研究の目的は、横風による姿勢変化が小さい固定翼機コンセプトの提案である。先行研究の1つとしてNDD (Neutral Dihedral-effect and Directional-stability)機が提案されているが、厳密に上反角効果を代表する安定微係数 C_{l_β} が0、並びに方向安定を代表する安定微係数 C_{n_β} が0で定義されるため横風遭遇時の主翼弾性変形などを考慮すると現実性に乏しい。本研究では新たにQNDD (Quasi Neutral Dihedral-effect and Directional-stability)機を提案する。横風によって生じるローリングモーメント、並びにヨーイングモーメントを抑制する場合、 C_{l_β} と C_{n_β} の絶対値が小さくなる機体とすればよい。しかし、これまでの通常の機体では絶対値の小さい C_{l_β} と C_{n_β} は特性の悪いDutch Roll modeに繋がる。一方で、QNDD機は横・方向系の固有運動にDutch Roll modeをもたず、すべての固有値が負の実根となる。従って、Dutch Roll modeの特性悪化を避け、かつ、横・方向系の固有運動を安定に維持しながら絶対値の小さい C_{l_β} と C_{n_β} とすることが可能である。本研究では、小さい C_{l_β} と C_{n_β} とすることで振動モードが含まれない固有運動をもつ機体が数値解析的に存在することを示し、当該機をQNDD機と命名、固有構造解析によって横・方向系の固有運動が3つのsideslip mode、1つのroll modeに分類されることを明らかにした。次に数値シミュレーションによってQNDD機が横風による姿勢変化を生じにくいことを確認した。さらに、 C_{l_β} と C_{n_β} に対するロバスト性向上を目指した機体形状の最適化を行い、オリジナルQNDD機よりも高いロバスト性を有する機体形状を求めた。最後に、風洞試験と飛行試験を行い、最適化されたQNDD機コンフィギュレーションが絶対値の小さい C_{l_β} と C_{n_β} を達成可能であること、また、横風突風遭遇時に姿勢角変化を生じにくいことを確認した。

Abstract

Electrically-powered airplanes are in the spotlight in the aviation industry because they can offer a plenty of advantages: high overall efficiency, high reliability, low operation cost, low acoustic noise, etc. However, the mass energy density of the current batteries such as a fuel cell could only meet the power requirement of small-sized airplanes. Thus, it is pointed out that small electrically-powered airplanes will roll out at first. For the airplanes flying in landing operation, changes in the attitude owing to crosswind gust could not only lead trepidation to their pilots and passengers but also induce serious accidents. Substantially, small airplanes are much more sensitive to the gusts because the ratios of the aerodynamic moments due to crosswind to their inertias are much larger than those of transports, for example, B787. For the safety of the airplanes in landing operation, it is desired that the inherent stability of an airplane itself has a high crosswind tolerance even if control laws such as CAS (Control Augmented System) or SAS (Stability Augmented System) are applied. The object of the present paper is to newly propose and demonstrate an airplane with a high crosswind-gust tolerance. One previous research has proposed a unique airplane named NDD (Neutral Dihedral-effect and Directional-stability) airplane strictly defined by the stability derivative corresponding to dihedral effect C_{l_β} of zero and the stability derivative corresponding to directional stability C_{n_β} of zero. Although the NDD airplane suppresses its attitude change under crosswind gust in a numerical simulation, a slight error would deteriorate the characteristic because the margins to the changes of C_{l_β} and C_{n_β} are zero. The author has proposed a more practical design, named QNDD (Quasi Neutral Dihedral-effect and Directional-stability) airplane with small values of C_{l_β} and C_{n_β} . Small values of C_{l_β} and C_{n_β} lead to a deteriorated Dutch Roll mode to conventional airplanes, but a QNDD airplane can achieve the small values because the inherent stability does not include any oscillating modes. It has been numerically revealed that a successor airplane to the NDD airplane exists, and the airplane was newly named QNDD airplane. Besides, the lateral/directional inherent stability of the QNDD airplane was classified into one roll mode and three sideslip modes. In addition, a geometric optimization to enhance a robustness to C_{l_β} and C_{n_β} to maintain the characteristics of the QNDD airplane was conducted, and the optimized showed a higher robustness compared to that of the original. Finally, a wind tunnel test and flight demonstration of the QNDD airplane were conducted. It was demonstrated that the configuration of the QNDD airplane achieved small values of C_{l_β} and C_{n_β} , and small changes in the attitude under crosswind gust.

目次

要約	1
Abstract	2
目次	4
図目次	7
表目次	9
記号表	10
第1章 序論	13
1.1 研究背景	13
1.2 先行研究	17
1.3 本研究のアプローチ	18
1.4 本研究の目的	20
1.5 論文構成	21
第2章 主翼上反角・垂直尾翼容積変化時の横・方向系の固有運動変化	22
2.1 空気力・空気力モーメントと飛行特性の数理モデル	22
2.2 主翼上反角・垂直尾翼容積を変化させたときの横・方向系の固有運動変化	34
第3章 QNDD機の横・方向系固有運動特性と横風遭遇時の応答	43
3.1 QNDD機の横・方向系の固有運動特性	43
3.2 ボード線図と数値シミュレーションによる横風応答評価	53
第4章 コンフィギュレーション最適化	60
4.1 問題設定と最適化結果	60
4.2 最大許容可能横風の提案と数値計算結果	71
4.3 ガルウィングの空力性能と翼根モーメント評価	83
4.4 最適QNDD機の横風応答	90

第5章	QNDD機風洞・フライト試験	97
5.1	試験概要	97
5.2	風洞試験	102
5.3	フライト試験	108
第6章	結論	119
6.1	第2章のまとめ	119
6.2	第3章のまとめ	119
6.3	第4章のまとめ	120
6.4	第5章のまとめ	120
謝辞		122
参考文献		123
業績		130
付録		132
A	縦系の固有運動	132
B	最適化に用いた数理モデルの検証	135
C	Principle Component Regressionによる局所最適解群の統計解析	138
D	構造計算スキームの検証	142
E	操舵応答とLQR制御を施した際のパフォーマンス比較	146

目次

1.1	Examples of all-electric airplanes.	14
1.2	Accidents of airplanes in landing operation related to weather conditions [15].	15
1.3	Crosswind induced by downburst [19].	16
1.4	Landing approaches in crosswind.	17
1.5	Dihedral effect owing to wing with positive dihedral angle.	18
1.6	Directional stability owing to vertical tail.	18
2.1	3-2-1 Euler angles.	23
2.2	Definition of variables defined in body frame.	23
2.3	Mathematical model of fixed-wing aircraft.	25
2.4	3-2-1 Euler angles for linearized system.	28
2.5	Variables for linearized system defined in body frame.	28
2.6	Characteristics of Dutch Roll mode with varying Γ_w and V_{vt}^*	37
2.7	Time constant of roll mode with varying Γ_w and V_{vt}^*	38
2.8	Time constant of spiral mode with varying Γ_w and V_{vt}^*	38
2.9	Characteristics of lateral/directional inherent stability with varying Γ_w and V_{vt}^*	41
2.10	QNDD region on $C_{l_\beta} - C_{n_\beta}$ plot.	42
3.1	Configurations of QNDD, NDD, and GA airplanes.	45
3.2	Bode diagram of $\phi/\beta_g(j\omega)$	55
3.3	Bode diagram of $\phi/r_g(j\omega)$	55
3.4	Numerical simulations of QNDD, NDD, and GA airplanes plunging into a discrete one-minus cosine crosswind gust.	59
4.1	Mathematical model of fixed-wing aircraft to be optimized.	61
4.2	Concept for evaluating a robustness of a QNDD airplane as a cost function.	63
4.3	Estimation of r_{QNDD} with Monte-Carlo method and bisection rule.	65
4.4	Optimized QNDD airplane.	68
4.5	Original QNDD airplane.	68

4.6	Optimized and original QNDD regions.	69
4.7	Relationship between S_{QNDD} and nondimensional stability derivatives.	70
4.8	Off design points (cross markers colored in green) owing to wing deformation excited by crosswind on $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ plane.	71
4.9	Boxbeam.	72
4.10	Cross section of boxbeam.	73
4.11	Rigidities along span.	73
4.12	Panel method.	74
4.13	Discretization of right wing.	76
4.14	Grids of wings for the original and optimized QNDD airplanes for a panel method.	77
4.15	Flowchart for calculation of aerodynamics and structures.	79
4.16	Examples of pressure coefficient, flexural angle, and torsional angle on a wing of optimized QNDD airplane with crosswind of 20.0 m/s.	80
4.17	Off-design point of optimized QNDD airplane under v_g of 9.05 m/s.	81
4.18	Coordinates of deformed elastic axis on optimized QNDD airplane under v_g of 9.05 m/s.	82
4.19	Distributions of flexural and torsional angles under v_g of 9.05 m/s.	82
4.20	Grids of gull wing to be analyzed.	84
4.21	Values of LBD with varying Γ_{iw} and Γ_{ow}	87
4.22	Values of RBM with varying Γ_{iw} and Γ_{ow}	88
4.23	Distributions of circulations on gull-shaped configurations.	89
4.24	Numerical simulations of optimized QNDD, original QNDD, and GA airplanes plunging into a discrete one-minus cosine crosswind gust.	96
5.1	Variables for wind-tunnel test.	98
5.2	3D-printed wing structure.	99
5.3	Disassembled and assembled demonstrators.	101
5.4	Experimental settings for wind-tunnel test.	104
5.5	Measured values of $\sqrt{(C_{l_\beta\text{QNDD}}/C_{l_\beta\text{GA}})^2 + (C_{n_\beta\text{QNDD}}/C_{n_\beta\text{GA}})^2}$ with varying Γ_{iw} , Γ_{ow} , and Γ_{ht}	105
5.6	Measured values of C_{l_β} and C_{n_β} with varying Γ_{iw} , Γ_{ow} , and Γ_{ht}	106
5.7	Stability derivatives of QNDD configuration with respect to β variation.	107
5.8	Stability derivatives of GA configuration with respect to β variation.	107
5.9	Flight-test field.	109
5.10	Launcher for flight test.	110
5.11	Attached markers.	110

5.12	Third-angle projections of demonstrators.	111
5.13	Installed markers on demonstrators.	112
5.14	Recorded motions of QNDD and GA configurations with respect to x_c^i	115
5.15	Chronophotographies of GA and QNDD configurations.	116
5.16	Histograms.	118
B.1	Wing geometry for verification.	136
B.2	Comparisons of stability derivatives obtained by blade-element-theory based model and panel-method based model.	137
C.1	Spearman correlation coefficients.	140
C.2	p -value for Spearman correlation coefficients.	140
C.3	Probability distribution of residual in regression.	141
C.4	Principal component regression.	141
D.1	Simplified beam for analytical solution on flexural angle.	142
D.2	Comparisons between analytical and numerical solutions (only values on the semi-span are shown).	145
D.3	Numerically-solved deformed-wing geometry with pressure coefficient distribution.	145
E.1	Control surfaces on the GA airplane.	146
E.2	Control surfaces on the optimized QNDD airplane.	147
E.3	Bode diagram for pitch rate.	149
E.4	Bode diagram for yaw rate.	150
E.5	Bode diagram for roll rate due to inboard aileron.	150
E.6	Bode diagram for roll rate due to outboard aileron.	151
E.7	Examples of time histories of the airplanes with control based on LQR design.	153
E.8	Comparisons of achieved max Φ and moment of impulse under various magnitudes of crosswind.	154

表目次

1.1	Demonstrated crosswind velocity.	16
1.2	Criteria for characteristics of Dutch Roll mode of airplanes classified into Level 1, Category C, and Class I.	19
2.1	Definition of dimensional/nondimensional stability derivatives.	29
2.2	Specified ranges of dihedral angle of wing and vertical-tail volume.	34
2.3	Properties of airplane to be analyzed.	36
2.4	Examples of values of $C_{l_\beta}^*$ and $C_{n_\beta}^*$ [38].	39
2.5	Classified regions of lateral/directional inherent stability with varying Γ_w and V_{vt}^*	41
2.6	Classified boundaries of lateral/directional inherent stability with varying Γ_w and V_{vt}^*	42
2.7	Classified points of lateral/directional inherent stability with varying Γ_w and V_{vt}^*	42
3.1	Values of dihedral angles and vertical-tail semispans for QNDD, NDD, and GA airplanes.	45
3.2	Eigenvalues of QNDD, NDD, and GA airplanes.	46
3.3	Nondimensional stability derivatives for QNDD, NDD, and GA airplanes.	47
3.4	Right eigenvectors of QNDD, NDD, and GA airplanes.	48
3.5	Left eigenvectors of QNDD, NDD, and GA airplanes.	49
3.6	Approximations of QNDD airplane's eigenvalues.	52
3.7	Time constants of frequency responses of QNDD and GA airplanes.	56
4.1	Boundaries on variables to be optimized.	65
4.2	Decision variables of optimized and original QNDD airplanes.	67
4.3	Properties of wings on original and optimized QNDD airplanes.	78
4.4	V_{MAC} of original and optimized QNDD airplanes.	81
4.5	Ranges of Γ_{iw} and Γ_{ow} for analysis.	83

4.6	Nondimensional stability derivatives for optimized QNDD and original QNDD airplanes.	91
4.7	Eigenvalues of longitudinal and lateral/directional motions of optimized QNDD and original QNDD airplanes.	92
4.8	Right eigenvectors of optimized QNDD and original QNDD airplanes.	93
4.9	Left eigenvectors of optimized QNDD and original QNDD airplanes.	94
5.1	Properties of demonstrators.	100
5.2	Parameters of configurations for wind-tunnel test.	102
5.3	Fixed parameter for wind-tunnel test.	102
5.4	Measured values of C_{l_β} and C_{n_β} of QNDD and GA configurations.	103
5.5	Averaged values of $\Delta\Phi_{cw}$ and $\Delta\Psi_{cw}$ on QNDD and GA configurations.	118
A.1	Eigenvalues of longitudinal inherent stability for QNDD and GA airplanes.	132
A.2	Right eigenvectors of longitudinal inherent stability for QNDD and GA airplanes.	133
A.3	Left eigenvectors of longitudinal inherent stability for airplanes.	134
B.1	Properties for blade-element-theory based and panel-method based models.	136
C.1	Coefficients obtained by principal component regression.	139
D.1	Properties for analytical and numerical solutions.	144
E.1	Properties of control surfaces.	147

記号表

Symbol	Unit	Explanation
\mathcal{A}		system matrix
\mathcal{R}	[-]	aspect ratio
b	m	span
C_D	[-]	drag coefficient
C_L	[-]	lift coefficient
C_{L_α}	[-]	lift-slope coefficient for wing
C_{l_α}	[-]	lift-slope coefficient for airfoil
C_{l_β}	[-]	nondimensional stability derivative of dihedral effect
C_{n_β}	[-]	nondimensional stability derivative of directional stability
c	m	chord
d_g	m	half wavelength of discrete crosswind gust
E_{bb}	Pa	modulus of longitudinal elasticity for box beam
e	[-]	Oswald's span-efficiency factor
$\{\mathbf{e}_{x_b}, \mathbf{e}_{y_b}, \mathbf{e}_{z_b}\}^T$	[-]	orthonormal basis for body frame
$\{\mathbf{e}_{x_i}, \mathbf{e}_{y_i}, \mathbf{e}_{z_i}\}^T$	[-]	orthonormal basis for inertial frame
\mathbf{F}	N	resultant force vector acting on the airplane
G_{bb}	Pa	modulus of shearing elasticity for box beam
g	m/s ²	gravitational acceleration
I_{xx}	kg·m ²	moment of inertia about x_b axis
$I_{x_s x_s}$	m ⁴	moment of inertia of area for Bernoulli-Euler beam theory
I_{xz}	kg·m ²	product of inertia about $x_b - z_b$ plane
I_{yy}	kg·m ²	moment of inertia about y_b axis
I_{zz}	kg·m ²	moment of inertia about z_b axis
J_s	m ⁴	cross-sectional constant for St. Venant's theory of torsion
\mathcal{L}	[-]	left eigenvector matrix
\mathcal{L}_i	[-]	i^{th} left eigenvector
L, M, N	N·m	scalar components of \mathbf{M} in body frame

Symbol	Unit	Explanation
LBD	$[-]$	lift-by-drag ratio compared with a planar wing
\mathbf{M}	$\text{N}\cdot\text{m}$	resultant moment vector acting on an airplane
m	kg	mass
P, Q, R	rad/s	scalar components of $\boldsymbol{\Omega}$ in body frame
p, q, r	rad/s	scalar components of $\boldsymbol{\omega}$ in body frame in small perturbation
\mathbf{Q}_∞	m/s	Mainstream velocity
\mathcal{R}	$[-]$	right eigenvector matrix
\mathcal{R}_i	$[-]$	i^{th} right eigenvector
RBM	$[-]$	root bending moment compared with a planar wing
S	m^2	area
T	N	Thrust
T_r	s	Time constant of roll mode
T_s	s	Time constant of spiral mode
U, V, W	m/s	scalar components of \mathbf{V}_c in body frame
u, v, w	m/s	scalar components of \mathbf{v}_c in body frame
\mathbf{V}_c	m/s	air speed vector of airplane mass center
\mathbf{v}_c	m/s	air speed vector of airplane mass center in small perturbation
X, Y, Z	N	scalar components of \mathbf{F} in body frame
α	rad	angle of attack in small perturbation
α_b	rad	angle of attack observed in body frame
β	rad	sideslip angle in small perturbation
β_b	rad	sideslip angle observed in body frame
Γ	rad	dihedral angle
Γ	m^2/s	vortex-ring element
γ	rad	flight-path angle
Λ	rad	sweptback angle along quarter-chord line
Λ	$/\text{s}$	diagonal matrix of eigenvalues
λ	$/\text{s}$	eigenvalue
λ_{tpr}	$[-]$	taper ratio
ρ	kg/m^3	air density
σ	m/s	quadrilateral constant-strength source
Φ, Θ, Ψ	rad	bank, pitch, and yaw angles
ϕ, θ, ψ	rad	bank, pitch, and yaw angles in small perturbation
φ	rad	torsion angle for St. Venant's theory of torsion
ϑ	rad	flexural angle for Bernoulli-Euler beam theory

Symbol	Unit	Explanation
Ω	rad/s	angular velocity vector of an airplane
ω	rad/s	angular velocity vector of an airplane in small perturbation

Subscript	Explanation
0	trimmed flight
a	aerodynamic forces or moments
bp	wing breakpoint
fus	fuselage
GA	general aviation airplane
g	crosswind gust
gr	gravitational forces
ht	horizontal tail
iw	inner wing of double-hinged wing
optQNDD	optimized QNDD airplane
orgQNDD	original QNDD airplane
ow	outer wing of double-hinged wing
rt	wing root
tp	wing tip
NDD	NDD airplane
QNDD	QNDD airplane
ref	reference value defined by projected length or area on $x_b - y_b$ plane
vt	vertical tail
w	main wing
wet	wetted length or area

Superscript	Explanation
b	expressed in body frame
i	expressed in inertial frame
lat	lateral/directional inherent stability
lon	longitudinal inherent stability
*	design point

第1章

序論

本章では、本研究の背景と目的、本稿の構成について説明する。まず、電動固定翼の現状、付随する小型電動固定翼機の課題について言及し、先行研究について紹介する。次に、本研究の目的について述べ、最後に本論文の構成について簡単に説明する。

1.1 研究背景

1.1.1 小型電動固定翼機

従来固定翼機と比較し、高効率・高信頼性・低メンテナンス性・低運用コスト・低騒音といった多方面の利点があるとして [1-3]、航空産業界における固定翼機の電動化が急速に進みつつある。2011年にはトリノ工科大学の研究チームが乗員数2名の全電動固定翼機の飛行試験に成功しており [4]、2014年にはAirbus GroupもE-Fanプロジェクトの一環として乗員数2名の全電動固定翼機の飛行試験に成功している [5]。NASA (National Aeronautics and Space Administration) は2019年にStrategic Implementation Strategy [6]の1つとして電動航空機の推進を掲げており、Figs. 1.1a-1.1bにそれぞれ挙げるNASAのX-57 Maxwell [7]やEviation社のAlice [8,9]等、電動固定翼機の開発が世界中で進んでいる。

しかし、ガスタービンエンジンに採用されるjet fuelのエネルギー密度が12000 Wh/kg程度である一方で、現状のバッテリーにおけるエネルギー密度は300 ~ 700 Wh/kg程度に留まっている [10]。重量制限の厳しい航空機にとって十分なエネルギー供給ができないことから、商用電動固定翼機の利用は小型機から始まることが指摘されている [11]。Santarelli et al. [12]は、全電動を想定した固定翼機についてfeasibility studyを実行し、Evektor社のVUT 100-120i Cobra (スパン: 10.5 m)、同じくEvektor社のEV-55 Outback (スパン: 16.1 m) 程度の小型~中型固定翼機であれば、積載するバッテリーのみをエネルギー源として都市間利用が可能であることを示している。VUT 100-120i CobraやEV-55 Outbackは従来固定翼機をコンフィギュレーションとしてもつが、参考文献 [14]で分類される“lift+cruise”型、“multicopter”型、“side-by-side”型、“tilt-wing/rotor”型、“vectored thrust”型の機体が「空の移動革命 [13]」において注目を浴びる。しかし、従来固



(a) NASA X-57 Maxwell [7].



(b) Eviation Alice [8,9].

Fig. 1.1: Examples of all-electric airplanes.

固定翼機と比較すると、ここに挙げた5機種は最大航続距離といった点では劣るため、従来固定翼機コンフィギュレーションの小型電動航空機需要が一定数存在すると予測される。

1.1.2 離着陸時における横風の危険性

固定翼機の飛行航程を大別すると、(1). Taxing, (2). Take-off, (3). Climb, (4). Cruise, (5). Loiter, (6). Descend, (7). Approach, (8). Landing, (9). Taxingとなる。本研究では列挙した飛行航程の中でも(7). Approach~(8). Landingに注目する。この理由について以下に述べる。

着陸状態の固定翼機に関する事故の内、天候に関連する事故の48%が風由来のものであり、風由来の事故が最多であることが報告されており、次いで可視高度限界で20%、続いて乱気流で9%と続く [15]。Figure 1.2から分かるように、着陸時の事故の多くが風によって引き起こされている。風に起因する事故例の1つとして、ダウンバーストと呼ばれる気象現象による横風を受けた固定翼機が姿勢を乱した結果、重大な事故に繋がった例が報告されている [16]。

ダウンバーストは、地上300 ft (90 m) において12 ft/s (3.7 m/s) 以上の下降気流を有する吹き下ろし (downdraft) として定義される [17]。さらに、ダウンバーストは水平方向のwind systemの大きさによってマクロバーストとマイクロバーストの2種類に大別される。マクロバーストは滑走路と並行方向のwind systemの大きさが2.5 miles (4 km) 以上のダウンバーストを指し、一方で、マイクロバーストはwind systemの大きさが2.5 miles (4 km) 以下のダウンバーストのことを指す [18]。

このようにダウンバーストは下降気流の観点から定義されるが、Fig. 1.3 に示すように、発達した下降気流は滑走路表面に衝突した後に放射状に拡がることで水平方向の風を滑走路に生成する。Lindenら [19]によれば、マイクロバーストによって誘起される滑走路での横風の多くは20 m/sにも達することが報告されている。一方、Fujitaらは、John F. Kennedy International Airportにて滑走路上で駐機中の飛行機で10 ~ 15 m/s, 着陸状態にある飛行機で30 ~ 35 m/sの横風が測定されたことを報告している [13]。

以上に挙げた風を事前に予測、またはリアルタイムで観測することを目的として、シミュレーション

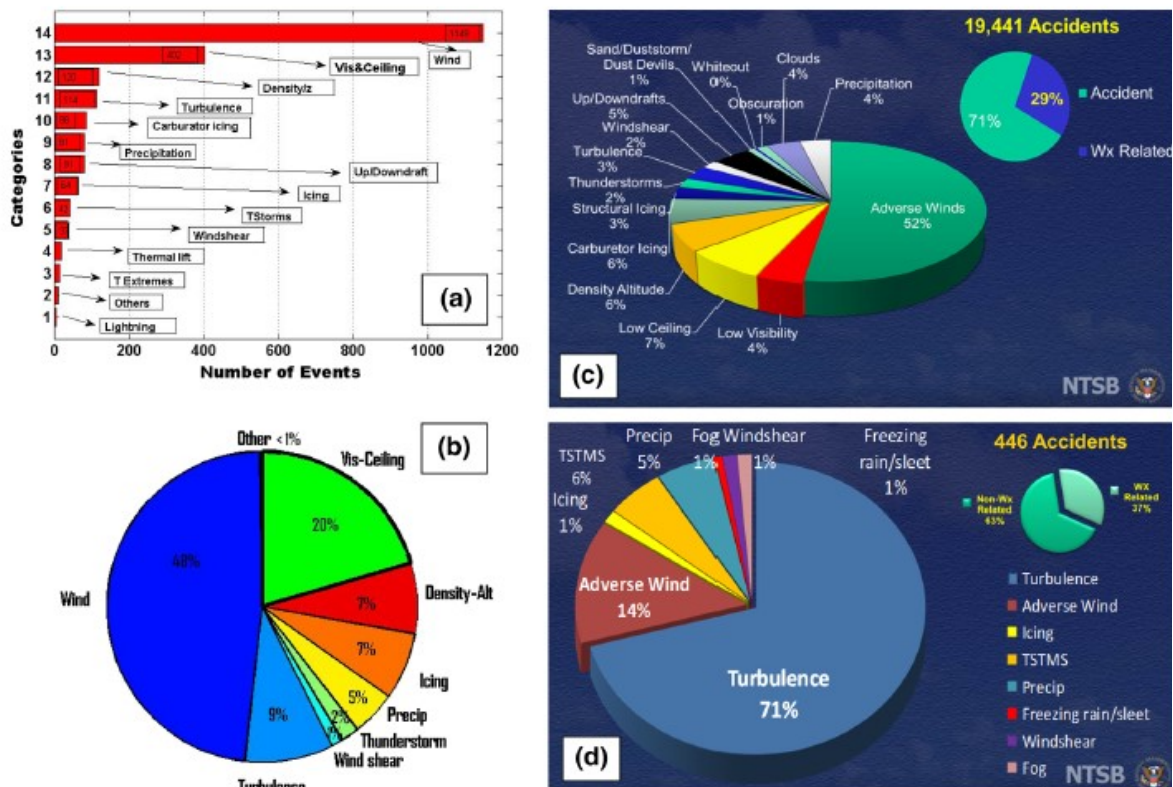


Fig. 1.2: Accidents of airplanes in landing operation related to weather conditions [15].

オンを用いたマイクロバーストに起因する風の予測，ドップラーレーダを用いた風速計測技術，研究室スケールの実験が多々行われているものの，マイクロバーストに起因する横風突風の予測は未だに難しいということが指摘されている [20].

一般的に，機体サイズが小さくなると離着陸時間わず速度は小さくなる傾向にある．ダウンバースト等の自然現象によって引き起こされる横風の大きさは機体サイズに関係ないので，機体の速度が小さくなることは横風による空気力，並びに空気力モーメントを受けやすいことを意味する．Equation (1.1)に示す回転に関する運動方程式を考える．

$$\ddot{\theta} = \frac{M_{\text{crosswind}}}{I} \propto b^{-1.5} \quad (1.1)$$

ある時刻 t_1 から時刻 t_2 まで定常横風による一定の方向，一定の大きさである空気力モーメントが印加されるシステムを考えると，小型固定翼機ほど慣性モーメントに対する横風による空気力モーメントの比が大きくなる傾向にあるため，小型固定翼機ほど姿勢角変化が大きいことが分かる．従って，小型固定翼機ほど横風環境下における離着陸時に甚大な事故に繋がる可能性が大きいといえる．

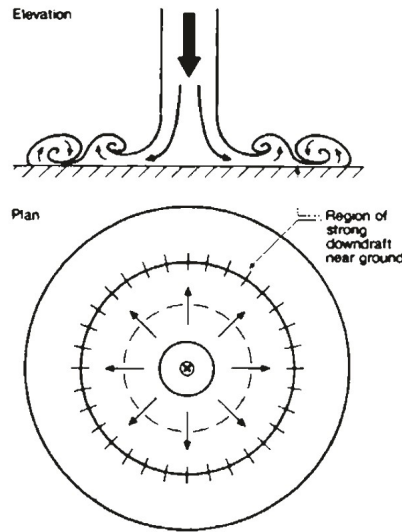


Fig. 1.3: Crosswind induced by downburst [19].

Table 1.1: Demonstrated crosswind velocity.

Airplane	Span, b_{ref} , m	Demonstrated crosswind velocity, V_{dc} , m/s
Cessna 152 [22]	10.2	6.2
Cessna 172 [23]	11.0	7.7

1.1.3 小型固定翼機とdemonstrated crosswind velocity

FAA (Federal Aviation Administration)は小型固定翼機に着陸時の横風制限値を設けていないが、製造元にstall速度の20%の横風環境下での着陸が可能であることを証明するように求めており、この時に証明された最大横風値がdemonstrated crosswind velocity V_{dc} である。着陸予定のパイロットは機体の横滑り角から横滑り速度を算出し、 V_{dc} を参照して着陸を執行するかを判断を行う [21]。参考までにTable 1.1に本研究の対象機体サイズ（スパン: 10 m）に近いCessna社2機種について V_{dc} を示す。

FAAは V_{dc} を横風着陸時の参考値として取り扱うのみだが、 V_{dc} を着陸時の横風制限値として取り扱う機関もある [24]。前述した自然現象によって引き起こされる横風の大きさはTable 1.1に示す V_{dc} の大きさを上回る値となっている。従って、小型固定翼機にとって上記のような横風は運航の妨げ、ないしdispatch reliabilityを低下させる一因となり得る。

1.2 先行研究

横風環境下での固定翼機の着陸安全性確保を目的とした研究を幾つか紹介する。

- Sideslip approach時にlanding gearそのものを滑走路と平行とする機構開発 [25].
これによりパイロットは接地直前に機体を滑走路と平行とする必要がなくなりパイロットのワークロード低減に寄与する。
- Crabbed/sideslip approachに適応した制御則設計 [26].
- 滑走路上の風分布をリアルタイムで観測する機器開発 [20].

上記のcrabbed/sideslip approachの概要をFig. 1.4に示す。Figure 1.4において、機体の重心は滑走路と平行の並進速度のみをもち、右翼方向から横風を受けるものとする。このとき機体は横風によって横風風下方向へと流されるため、機首を横風風上方向へヨーイングさせる手法（crabbed approach）、または機体をバンクさせることで揚力ベクトルを傾斜させる手法（sideslip approach）のいずれかをパイロットは選択する。これらのアプローチは定常横風であれば対処可能であるが突風などの非定常横風への対処が難しく、横風に敏感な小型固定翼機を対象とした、非定常横風による姿勢変化を抑制する手法の提案が望まれる。

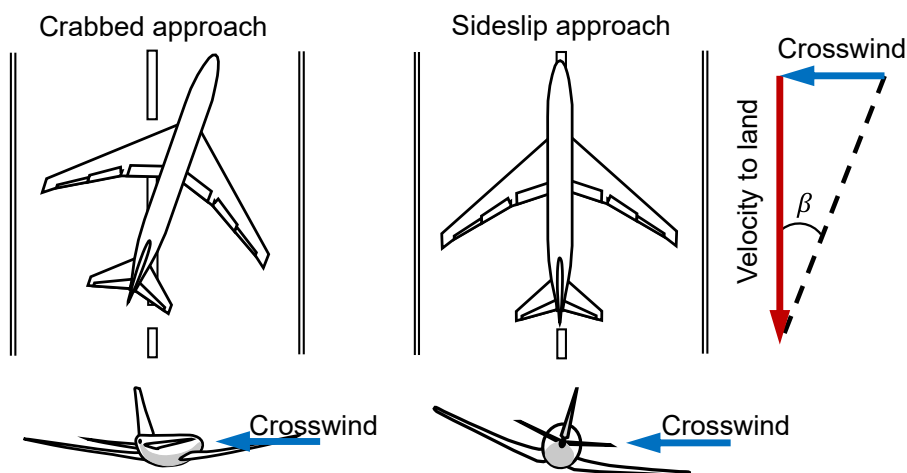


Fig. 1.4: Landing approaches in crosswind.

1.3 本研究のアプローチ

本研究が提案する横風突風対策手法は固有運動を基盤とする。そこで先ず、重要な2つの安定微係数について説明する。

1.3.1 上反角効果 C_{l_β}

先ず、Fig. 1.5に示すように機体が右に横滑りしている状況（横滑り速度 v [m/s]ないしは横滑り角 β [deg]）を考える。主翼に正の上反角がついているとき、右主翼の揚力が増加し左主翼の揚力が低下する。これにより機体には負のローリングモーメントが生じ、機体には負のバンク角が生じる。主翼の揚力ベクトルが傾斜することで機体には左に滑る方に空気が働くことになる。このように横滑りが発生したときにローリングモーメントを介して横滑りを抑えるような働きを「上反角効果」と呼び、無次元安定微係数 C_{l_β} で代表される。

1.3.2 方向安定 C_{n_β}

Figure 1.6に示すように機体が正の横滑り角をもつ場合を考える。このとき、垂直尾翼に赤矢印で示す揚力が発生し、機体には正のヨーイングモーメントが生じる。生じたヨーイングモーメントによって横滑り角は減少する。このように横滑りが発生したときヨーイングモーメントを介して横滑りを抑えるような働きを「方向安定」と呼び、無次元安定微係数 C_{n_β} で代表される。

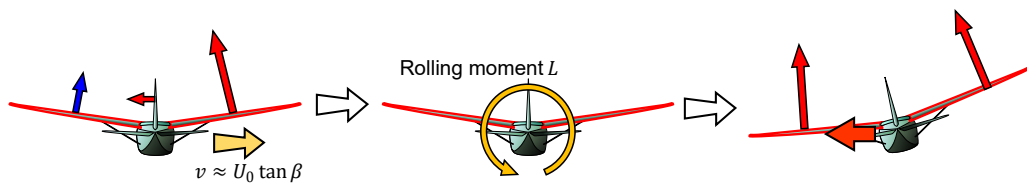


Fig. 1.5: Dihedral effect owing to wing with positive dihedral angle.

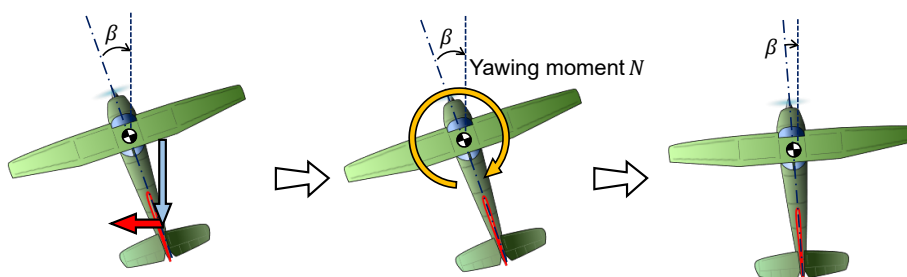


Fig. 1.6: Directional stability owing to vertical tail.

1.3.3 アプローチの概要

次の簡単な状態方程式について考える.

$$\dot{x}_p = \mathcal{A}_p x_p + \mathcal{B}_p u_p + \mathcal{E}_p w_p \quad (1.2)$$

ここで, $x_p \in \mathbb{R}^n$, $u_p \in \mathbb{R}^m$, $w_p \in \mathbb{R}^l$ はそれぞれ状態量ベクトル, 制御入力ベクトル, 外乱ベクトルであり, \mathcal{A}_p , \mathcal{B}_p , \mathcal{E}_p は対応する時不変の行列である. また, \mathcal{A}_p , \mathcal{B}_p , 並びに \mathcal{E}_p は固定翼機の機体形状に依存する. このとき, w_p (横風突風) による状態量 (姿勢角) の変化を抑制したい場合, 主に次の2点が挙げられる.

- フィードバック制御則 ($u_p = -\mathcal{K}_p x_p$) を考え, 所望のシステム特性 ($\tilde{\mathcal{A}}_p = \mathcal{A}_p - \mathcal{B}_p \mathcal{K}_p$) となるフィードバックゲイン \mathcal{K}_p を与える.
- 外乱が状態量に与える影響を小さくすべく, \mathcal{E}_p そのものを小さくするシステム (機体形状) を与える.

本研究では後者に焦点をあてる. ただし, \mathcal{E}_p と \mathcal{A}_p は機体形状に依存するため, \mathcal{E}_p を小さくすると機体形状の変化により \mathcal{A}_p が変化し, システムの固有運動も変化する.

横風による機体姿勢変化に関連する主要な無次元安定微係数は C_{l_β} と C_{n_β} であり, この安定微係数が Eq.(1.2) における \mathcal{E}_p に対応する. C_{l_β} と C_{n_β} の値が零に近いほど横風突風による姿勢変化が生じにくい. 従って, なるべく絶対値の小さな C_{l_β} と C_{n_β} を選択することが考えられる. しかし, 米国軍規格 MIL-F-8785C [28] によると, 定常横滑り時の機体特性として, 左横滑りを発生させるためには左横揺れ操舵並びに右偏揺れペダル操舵が必要, すなわち, 上反角効果 ($C_{l_\beta} < 0$) と方向安定 ($C_{n_\beta} > 0$) を要求している. 加えて, MIL-F-8785C [28] では, 操縦性の観点から横・方向系の固有運動の1つである Dutch Roll mode の特性について許容可能な下限値を Class (light utility, reconnaissance, heavy cargo, etc.), Category (climb, cruise, catapult takeoff, etc.), Flying quality に応じてそれぞれ定めている. Level 1, Category C, Class I に分類される小型固定翼機の Dutch Roll mode 特性下限値を Table 1.2 にまとめる. 一般的に, 絶対値の小さな C_{l_β} と C_{n_β} は Dutch Roll mode 特性を悪化させ, 規定される Dutch Roll mode 特性を満足しないことが知られる. これは, C_{l_β} と C_{n_β} が Eq.(1.2) における \mathcal{A}_p にも大きく関連するためである. 以上から, Dutch Roll mode が存在する以上, 絶対値の小さな C_{l_β} と C_{n_β} を達成することは難しく, 故に横風突風による姿勢変化は避けられない.

Table 1.2: Criteria for characteristics of Dutch Roll mode of airplanes classified into Level 1, Category C, and Class I.

	$(\omega_{nd})_{cri}, \text{rad/s},$	$(\zeta_d \omega_{nd})_{cri}, \text{rad/s},$	$(\zeta_d)_{cri}, [-]$
Value	1.0	0.15	0.08

横・方向系の固有運動をバネマスダンパ系として見做した場合、 C_{l_β} と C_{n_β} はバネ定数に対応する。従って、極めて小さい C_{l_β} と C_{n_β} をもつ固定翼機が存在した場合、 C_{l_β} と C_{n_β} に制限を課していた振動モード（Dutch Roll mode）をもたない可能性が考えられる。そこで、本研究では、振動モードを横・方向系の固有運動にもたず、かつ、非常に小さい C_{l_β} と C_{n_β} を達成する固定翼機の存在可否について議論を進める。

先行研究の1つとして、NDD (Neutral Dihedral-effect and Directional-stability)機コンセプト [27]が片柳によって提案されている。NDD機は線形システムを基として厳密に $C_{l_\beta} = C_{n_\beta} = 0$ で定義されるので C_{l_β} と C_{n_β} を小さくするアプローチの中でも最も極端な例である。以下にNDD機の特徴をまとめる。

- 横・方向系の固有運動にDutch Roll modeを含まない。
- 横・方向系の固有値は3つの負の実根と中立安定根で構成される。
- 厳密に $C_{l_\beta} = C_{n_\beta} = 0$ で定義されるので、数値シミュレーション上では横風による姿勢変化をほとんど生じない。
- 振動モードを含まず減衰モードで構築されるシステムは、離着陸時といった精密な操縦が要求される場面において好ましい飛行特性である [29]。

特筆すべき点が多いNDD機であるが、厳密に $C_{l_\beta} = C_{n_\beta} = 0$ で定義されるために横風による主翼弾性変形といったエラーに弱く、容易にその飛行特性を失ってしまうことが課題である。また、Dutch Roll modeが含まれない横・方向系の固有運動を示す機体は幾つか散見されるが [30–32]、NDD機コンセプトを除き、振動モードを含まない固有運動と C_{l_β} と C_{n_β} 、並びにその横風突風応答に関する研究は報告されていない。従来固定翼機とは異なる横・方向系の固有運動を有する固定翼機を目指す上で、 $C_{l_\beta} = C_{n_\beta} = 0$ まわりで上反角効果 (C_{l_β}) と方向安定 (C_{n_β}) が変化したときの横・方向系の固有運動についての整理が必要と考える。

1.4 本研究の目的

本研究の目的は、横風突風に起因する姿勢変化を生じにくい固定翼機コンセプトの提案とその実証である。対象とする機体サイズは、スパン10 m、乗員数2~4名程度とする。横風突風が姿勢角変化を引き起こす主要因は、上反角効果 ($C_{l_\beta} < 0$) と方向安定 ($C_{n_\beta} > 0$) である。一方、従来固定翼機では特性の良いDutch Roll modeのために上反角効果と方向安定が求められる。ここで、固定翼機の横・方向系の運動をバネマスダンパ系に譬えると、上反角効果と方向安定を小さくすることはバネ定数を小さくすることに対応する。従って、上反角効果と方向安定をこれまでの常識を超えて小さくすることは、振動モード（Dutch Roll mode）を横・方向系の固有運動に含まない固定翼機存在の可能性を有する。そこで、 $C_{l_\beta} = 0$ 、 $C_{n_\beta} = 0$ まわりの固定翼機について横・方向系の固有運動を調査し、振動モードを横・方向系の固有運動にもたず、かつ、非常に小さい上反角効果と方向安定を達成する固定翼機の実現性の可否を明らかにすることを目的とする。

1.5 論文構成

第2章では、先ず上反角効果 C_{l_β} 、方向安定 C_{n_β} が変化したときの横・方向系の固有運動について整理し、 C_{l_β} 、 C_{n_β} と固有値の関係を明らかにする。横・方向系の固有運動の整理によって、振動モードを含まず、かつ、非常に小さい C_{l_β} と C_{n_β} を有する Quasi-Neutral Dihedral-effect and Directional-stability (QNDD) 機コンセプトの提案に繋がる。

第3章では、提案する QNDD 機は従来固定翼機と大きく異なる固有構造を有するので、QNDD 機の固有構造について考察し、固有値、固有ベクトルによる運動モードの整理を行う。続いて、横風 (v_g , r_g) を線形システムに印加した際のゲイン応答について考察し、従来固定翼機と比較して QNDD 機の横風から姿勢角への応答ゲインが顕著に低減されることを示す。加えて、1-cosine gust を横風モデルと導入し、数値シミュレーションを通して横風遭遇時の QNDD 機の運動について考察を行う。

第4章では、 C_{l_β} 、 C_{n_β} 変化に対するロバスト性を高めるために勾配法による QNDD 機のコンフィギュレーション最適化を行う。最適化によって得られたコンフィギュレーションは大きな上下反角をもつガルウィングを有する。そこで、様々な形状のガルウィングの空力特性と翼根モーメント評価を行い、大きな上下反角を有するガルウィングの特徴について考察する。さらに、横風遭遇時の主翼弾性変形を考慮したロバスト性を評価する指標として最大許容横風 V_{MAC} を提案し、最適 QNDD 機のロバスト性について評価する。最後に、最適 QNDD 機の横風突風遭遇時の運動を数値シミュレーションにより確認する。

第5章では、 $b_{ref_w} \approx 660$ mm の試験機体を製作し、風洞試験、並びに横風環境下における滑空フライト試験を実施する。風洞試験にて最適 QNDD 機コンフィギュレーションの安定微係数を測定、フライト試験にて横風遭遇時の試験機体位置や姿勢角変化を取得し、最適 QNDD 機コンフィギュレーションと従来固定翼機コンフィギュレーションの飛行特性の違いについて述べる。

第6章では、本論文の総括を行う。

第2章

主翼上反角・垂直尾翼容積変化時の横・方向系の固有運動変化

本章ではスパン10 mの固定翼機に着目し，主翼上反角・垂直尾翼容積を変化させたときの横・方向系の固有運動について調査を行う．先ず，解析に用いる数理モデルの導入を行う．次に，主翼上反角・垂直尾翼容積を変化させたときの横・方向系の固有運動変化について説明する．最後に，本研究で提案するQNDD機を紹介する．

2.1 空気力・空気力モーメントと飛行特性の数理モデル

固定翼機の飛行特性解析を行うにあたり，本節では先ず，運動方程式の導出，並びに空気力・空気力モーメントモデルの構築，得られた運動方程式の線形化を行う．

2.1.1 運動方程式

先ず，運動方程式に用いる変数をFigs.2.1–2.2に示す．本研究では機体座標系に機体軸を選択し，慣性座標系（正規直交基底ベクトル： $\{e_{x_i}, e_{y_i}, e_{z_i}\}^T$ ）と機体座標系（正規直交基底ベクトル： $\{e_{x_b}, e_{y_b}, e_{z_b}\}^T$ ）との変換には3-2-1系のEuler anglesを用いる．機体は左右対称（ $I_{xy} = I_{yz} = 0$ ）であると仮定すると，固定翼機の並進と回転の運動方程式はEqs. (2.1)–(2.6)で表現される．

$$m(\dot{U} + QW - RV) = X_a - mg \sin \Theta \quad (2.1)$$

$$m(\dot{V} + RU - PW) = Y_a + mg \cos \Theta \sin \Phi \quad (2.2)$$

$$m(\dot{W} + PV - QU) = Z_a + mg \cos \Theta \cos \Phi \quad (2.3)$$

$$I_{xx}\dot{P} - I_{xz}\dot{R} - I_{xz}PQ + (I_{zz} - I_{yy})QR = L_a \quad (2.4)$$

$$I_{yy}\dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz})RP + I_{xz}(P^2 - R^2) = M_a \quad (2.5)$$

$$-I_{xz}\dot{P} + I_{zz}\dot{R} + (I_{yy} - I_{xx})PQ + I_{xz}QR = N_a \quad (2.6)$$

加えて，角速度とEuler anglesの関係はEqs. (2.7)–(2.9)で表現される．

$$\dot{\Phi} = P + Q \sin \Phi \tan \Theta + R \cos \Phi \tan \Theta \quad (2.7)$$

$$\dot{\Theta} = Q \cos \Phi - R \sin \Phi \quad (2.8)$$

$$\dot{\Psi} = Q \sin \Phi \sec \Theta + R \cos \Phi \sec \Theta \quad (2.9)$$

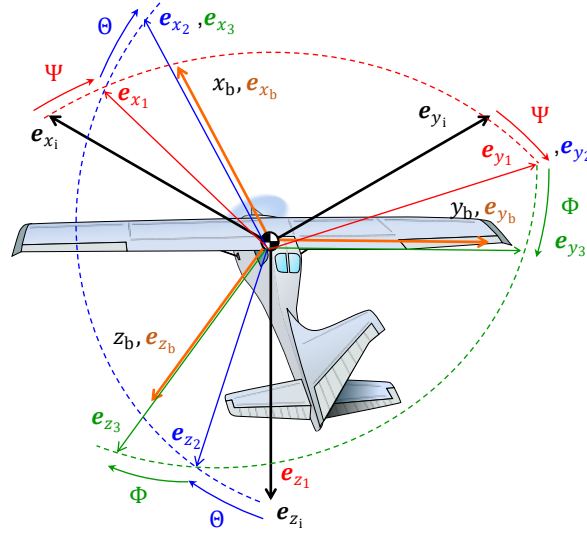


Fig. 2.1: 3-2-1 Euler angles.

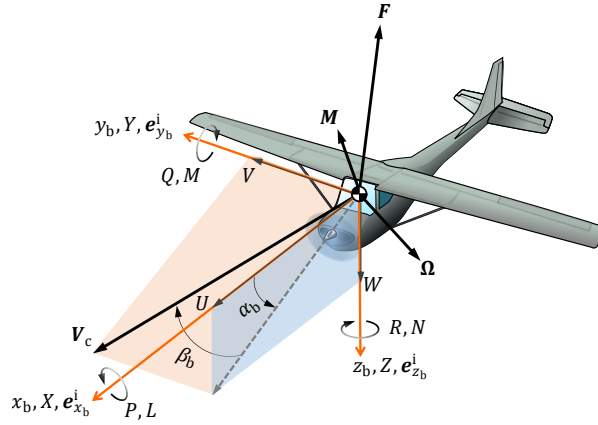


Fig. 2.2: Definition of variables defined in body frame.

2.1.2 空気力・空気力モーメントの数理モデル

本研究で使用する空気力・空気力モーメントの数理モデルは，翼に関してblade element theory，胴体に関してslender body theoryを基に構築する [33, 34]. 固定翼機において，blade element

theoryによる翼に働く空気力・空気力モーメント推算値, slender body theoryによる胴体に働く空気力・空気力モーメントの推算値が概ね実験値との良い一致を示すことが確められている [33].

Blade element theoryとslender body theoryを適用する固定翼機概形をFig. 2.3に示す. Figure 2.3に示すように, 機体座標系の原点を機体重心とし, 機体座標系において胴体 (灰色), 主翼 (赤色), 水平尾翼 (青色), 垂直尾翼 (緑色) の各座標系が $\{x_{\text{fus}}^b, y_{\text{fus}}^b, z_{\text{fus}}^b\}^T$, $\{x_w^b, y_w^b, z_w^b\}^T$, $\{x_{\text{ht}}^b, y_{\text{ht}}^b, z_{\text{ht}}^b\}^T$, $\{x_{\text{vt}}^b, y_{\text{vt}}^b, z_{\text{vt}}^b\}^T$ の位置に定義される.

翼は N_{panel} 個の翼要素 (Fig. 2.3中, 右主翼に示す橙色部) に離散化され, 離散化された翼要素についてblade element theoryを適用することで空気力を推算, スパン方向に積分することで機体に生じる空気力・空気力モーメントを推算する. 計算コストと精度の面から, この章においては $N_{\text{panel}_w} = 32$, $N_{\text{panel}_{\text{ht}}} = 16$, $N_{\text{panel}_{\text{vt}}} = 16$ とした. ある i 番目の翼要素における空気力は, ρ , 翼要素の属する翼において定義される $C_{L\alpha}$, C_d , 並びに i 番目の計算点における迎角 α_i , 翼要素濡れ面積 dS_{wet_i} , 局所速度 v_∞ によって計算される. 翼に捩じれ角分布はないものとし, i 番目の翼要素はFig. 2.3 : cross section A-Aに示すようにquarter-chord lineと翼面に直交する面で定義される. 加えて, i 番目の翼要素における単位ベクトル \mathbf{n}_i , \mathbf{s}_i を定義する. \mathbf{s}_i は翼面上に存在し, quarter-chord lineと直交, かつ負の x 成分をもつような単位ベクトルで, \mathbf{n}_i は翼面に垂直で, 各翼座標系において負の z 成分をもつような単位ベクトルである. Equation (2.10)で示すように, i 番目の翼要素計算点に誘起される二次元ベクトル速度 \mathbf{v}_{∞_i} は \mathbf{n}_i , \mathbf{s}_i 方向速度 v_{s_i} , v_{n_i} で構成されるものとする.

$$\mathbf{v}_{\infty_i} = \{v_{s_i}, v_{n_i}\}^T \quad (2.10)$$

ここで, 機体重心から i 番目の翼要素の計算点までの位置ベクトルを \mathbf{r}_{CP_i} と定義する. このとき, 機体並進速度と機体角速度によって翼素計算点に生じる速度は次のように表現される.

$$v_{s_i} = \left(\begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \end{pmatrix} \times \mathbf{r}_{\text{CP}_i} \right) \cdot \mathbf{s}_i \quad (2.11)$$

$$v_{n_i} = \left(\begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \end{pmatrix} \times \mathbf{r}_{\text{CP}_i} \right) \cdot \mathbf{n}_i \quad (2.12)$$

v_{s_i} と v_{n_i} を用いて i 番目の翼要素における迎角は次のように表される.

$$\alpha_i = \arctan \left(\frac{v_{n_i}}{v_{s_i}} \right) \quad (2.13)$$

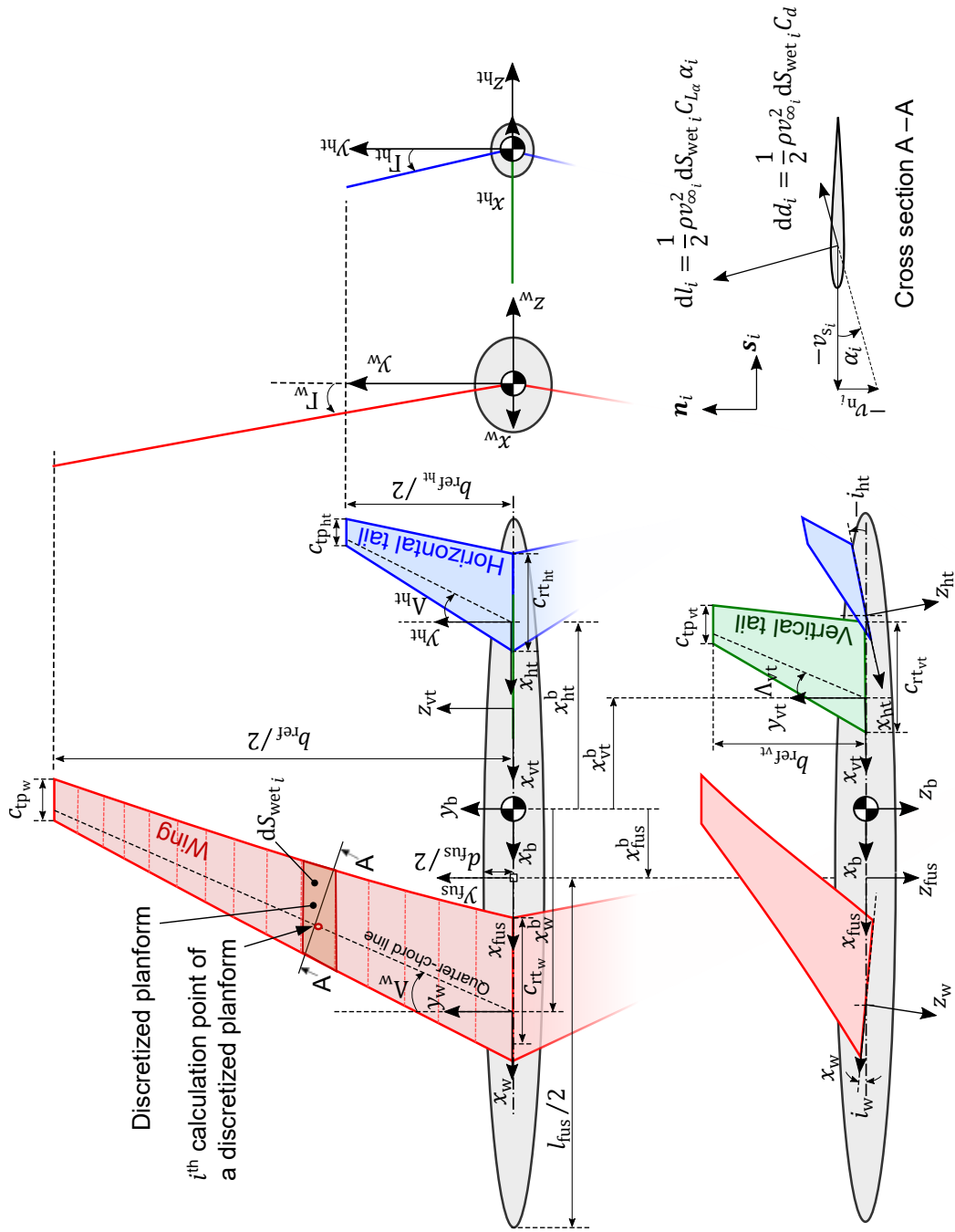


Fig. 2.3: Mathematical model of fixed-wing aircraft.

従って、 i 番目の翼要素に働く揚力と抗力は次のように表される。ただし、1/4弦点周りのピッチングモーメントは十分に小さいと仮定し無視した。

$$dl_i = \frac{1}{2}\rho v_{\infty_i}^2 dS_{\text{wet}_i} C_{L_\alpha} \alpha_i \quad (2.14)$$

$$dd_i = \frac{1}{2}\rho v_{\infty_i}^2 dS_{\text{wet}_i} C_d \quad (2.15)$$

以上から、 i 番目の翼要素によって機体重心に働く空気力・空気力モーメントは次のように表される。

$$d\mathbf{F}_{a_i} = \mathbf{s}_i^b (-dl_i \sin \alpha_i + dd_i \cos \alpha_i) + \mathbf{n}_i^b (dl_i \cos \alpha_i + dd_i \sin \alpha_i) \quad (2.16)$$

$$d\mathbf{M}_{a_i} = \mathbf{r}_{\text{CP}_i}^b \times d\mathbf{F}_{a_i} \quad (2.17)$$

続いて、胴体によって機体重心に働く空気力・空気力モーメントを求める。Figure 2.3で描画されるように胴体は回転楕円体であるとする。このとき、胴体座標系原点における $y_{\text{fus}} - z_{\text{fus}}$ 平面に描かれる円の面積 $S_{\text{ref}_{\text{fus}}}$ を代表面積とした無次元微係数 $\tilde{C}_{L_{\alpha_{\text{fus}}}}$ 、 $\tilde{C}_{D_{\text{fus}}}$ 、 $\tilde{C}_{m_{\alpha_{\text{fus}}}}$ を導入する。見かけの質量を考えることで得られる $\tilde{C}_{L_{\alpha_{\text{fus}}}}$ は次の式で表現される [34]。

$$\tilde{C}_{L_{\alpha_{\text{fus}}}} = \frac{2(k_2 - k_1) S_{\text{ref}_{\text{fus}}}}{V_{\text{fus}}^{2/3}} \quad (2.18)$$

Equation (2.18)において $(k_2 - k_1)$ はapparent mass factorでfinness ratio ($:= l_{\text{fus}}/d_{\text{fus}}$) の関数である。また、 V_{fus} は回転楕円体の体積である。 $\tilde{C}_{L_{\alpha_{\text{fus}}}}$ に加え、ピッチングモーメント $M_a|_{\text{fus}}$ がEq. (2.19)で与えられるので、 $\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 V_{\text{fus}}$ で無次元化し α で偏微分すれば $\tilde{C}_{m_{\alpha_{\text{fus}}}} = 2$ となる。

$$M_a|_{\text{fus}} = \frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 V_{\text{fus}} 2\alpha \quad (2.19)$$

胴体抵抗よりも翼の抗力の方が十分大きいと仮定し、 $\tilde{C}_{D_{\text{fus}}} = 0$ として解析を進める。

得られた $\tilde{C}_{L_{\alpha_{\text{fus}}}}$ 、 $\tilde{C}_{D_{\text{fus}}}$ 、 $\tilde{C}_{m_{\alpha_{\text{fus}}}}$ を基に、固定翼機主翼参照面積 S_{ref_w} を代表面積とする安定微係数に変換する。

$$C_{L_{\alpha_{\text{fus}}}} = \tilde{C}_{L_{\alpha_{\text{fus}}}} \frac{S_{\text{ref}_{\text{fus}}}}{S_{\text{ref}_w}} \quad (2.20)$$

$$C_{D_{\text{fus}}} = \tilde{C}_{D_{\text{fus}}} \frac{S_{\text{fus}_{\text{ref}}}}{S_{\text{ref}_w}} \quad (2.21)$$

$$C_{m_{\alpha_{\text{fus}}}} = \tilde{C}_{m_{\alpha_{\text{fus}}}} \frac{V_{\text{fus}}}{S_{\text{ref}_w} c_{\text{ref}_w}} \quad (2.22)$$

$$C_{n_{\beta_{\text{fus}}}} = \tilde{C}_{m_{\alpha_{\text{fus}}}} \frac{V_{\text{fus}}}{S_{\text{ref}_w} b_{\text{ref}_w}} \quad (2.23)$$

ここで、機体重心から胴体図心（胴体座標原点）までの位置ベクトルを \mathbf{r}_{fus} と定義する。以上から、胴体によって生じる機体重心に働く空気力・空気力モーメントはEqs. (2.24)– (2.25)のように表さ

れる。ただし本研究では、 $\alpha_b = \alpha_0 + \alpha$ 並びに $\beta_b = \beta$ に起因する項のみを取り上げた。

$$\mathbf{F}_a|_{\text{fus}} = \left\{ \begin{array}{c} C_{L\alpha_{\text{fus}}} (\alpha_0 + \alpha) \sin (\alpha_0 + \alpha) + C_{L\alpha_{\text{fus}}} \beta \sin \beta - C_{D_{\text{fus}}} \cos (\alpha_0 + \alpha) \\ -C_{L\alpha_{\text{fus}}} \beta \sin \beta \\ -C_{L\alpha_{\text{fus}}} (\alpha_0 + \alpha) \cos (\alpha_0 + \alpha) - C_{D_{\text{fus}}} \sin (\alpha_0 + \alpha) \end{array} \right\} \frac{1}{2} \rho V_{c_0}^2 S_{\text{ref}_w} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{M}_a|_{\text{fus}} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ C_{m\alpha_{\text{fus}}} (\alpha_0 + \alpha) c_{\text{ref}_w} \\ C_{n\beta_{\text{fus}}} \beta b_{\text{ref}_w} \end{array} \right\} \frac{1}{2} \rho V_{c_0}^2 S_{\text{ref}_w} + \mathbf{r}_{\text{fus}}^b \times \mathbf{F}_{a_{\text{fus}}} \quad (2.25)$$

最後に主翼，水平尾翼，垂直尾翼，胴体による機体重心に作用する空気力・空気力モーメントは以下ようになる。

$$\mathbf{F}_a = \{X_a, Y_a, Z_a\}^T = \sum d\mathbf{F}_{a_i}|_w + \sum d\mathbf{F}_{a_i}|_{\text{ht}} + \sum d\mathbf{F}_{a_i}|_{\text{vt}} + \mathbf{F}_a|_{\text{fus}} \quad (2.26)$$

$$\mathbf{M}_a = \{L_a, M_a, N_a\}^T = \sum d\mathbf{M}_{a_i}|_w + \sum d\mathbf{M}_{a_i}|_{\text{ht}} + \sum d\mathbf{M}_{a_i}|_{\text{vt}} + \mathbf{M}_a|_{\text{fus}} \quad (2.27)$$

2.1.3 運動方程式の線形化

線形化にあたり，水平定常飛行 ($\gamma = 0^\circ$) において $V_0 = 0$ m/s, $P_0 = 0$ rad/s, $Q_0 = 0$ rad/s, $R_0 = 0$ rad/s, $\Phi_0 = \phi_0 = 0$ deg, $\Theta_0 = \theta_0$, $\Psi_0 = \psi_0 = 0$ degとし，Figs. 2.4–2.5に描画した微小擾乱 ($u, v, w, p, q, r, \phi, \theta, \psi, \alpha, \beta$) を導入し， $U = U_0 + u$, $V = v$, $W = W_0 + w$, $P = p$, $Q = q$, $R = r$, $\Phi = \phi$, $\Theta = \theta_0 + \theta$, $\Psi = \psi$, $\alpha_b = \alpha_0 + \alpha$, $\beta_b = \beta$ を考える。Figure 2.5において， ΔX_{gr} , ΔY_{gr} , ΔZ_{gr} は姿勢角に関連する微小擾乱によって生ずる重力であり，次式で表される。

$$\Delta X_{\text{gr}} \approx -\theta mg \cos \theta_0 \quad (2.28)$$

$$\Delta Y_{\text{gr}} \approx -\phi mg \cos \theta_0 \quad (2.29)$$

$$\Delta Z_{\text{gr}} \approx -\theta mg \sin \theta_0 \quad (2.30)$$

以上をEqs. (2.1)–(2.9)で表された方程式に代入し，微小擾乱の2次以上の項を無視すると次に示すEqs. (2.31)–(2.39)となる。

$$m(\dot{u} + qW_0) = -\theta mg \cos \theta_0 + \Delta X_a \quad (2.31)$$

$$m(\dot{v} + rU_0 - pW_0) = -\phi mg \cos \theta_0 + \Delta Y_a \quad (2.32)$$

$$m(\dot{w} - qU_0) = -\theta mg \sin \theta_0 + \Delta Z_a \quad (2.33)$$

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} = \Delta L_a \quad (2.34)$$

$$I_{yy}\dot{q} = \Delta M_a \quad (2.35)$$

$$-I_{xz}\dot{p} + I_{zz}\dot{r} = \Delta N_a \quad (2.36)$$

$$\dot{\phi} = p + r \tan \theta_0 \quad (2.37)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (2.38)$$

$$\dot{\phi} = r \sec \theta_0 \quad (2.39)$$

また, $\Delta X_a, \Delta Y_a, \Delta Z_a, \Delta L_a, \Delta M_a, \Delta N_a$ は微小擾乱によって生ずる空気力・空気力モーメントである. 空気力・空気力モーメントは平衡点まわりで微小擾乱 $u, \beta \approx v/U_0, \alpha \approx w/U_0, p, q, r$ についてテイラー級数展開を施し, 一階偏微分項の線形和として定義する. 例えば, ΔX_a に

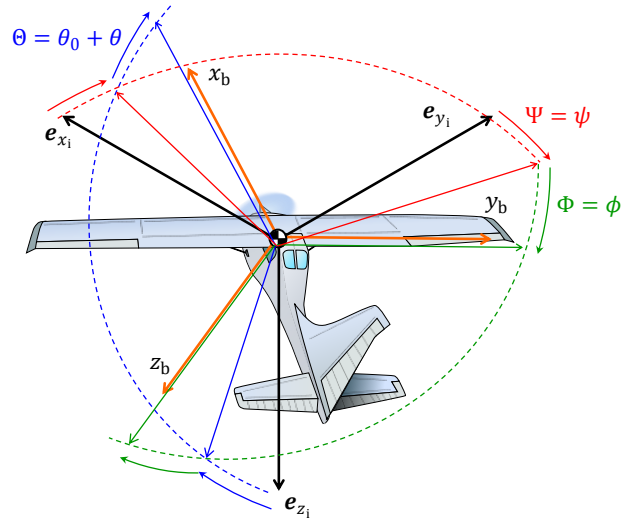


Fig. 2.4: 3-2-1 Euler angles for linearized system.

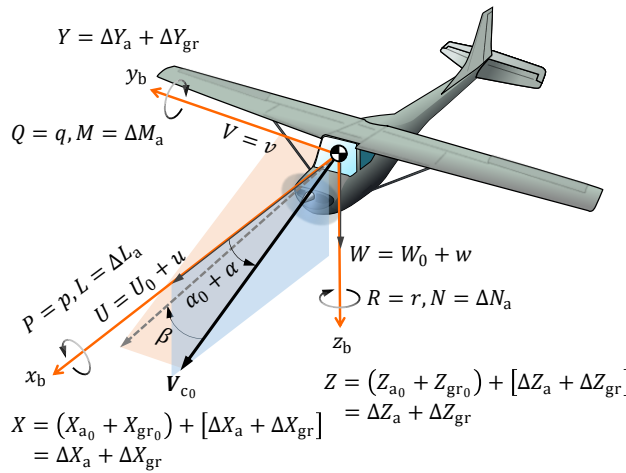


Fig. 2.5: Variables for linearized system defined in body frame.

ついで次式に示す.

$$\begin{aligned}
\Delta X_a &= \frac{\partial X_a}{\partial u} \Big|_0 u + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 X_a}{\partial u^2} \Big|_0 u^2 + \frac{1}{3!} \cdots + \frac{\partial X_a}{\partial \beta} \Big|_0 \beta + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 X_a}{\partial \beta^2} \Big|_0 \beta^2 + \frac{1}{3!} \cdots \\
&\quad \cdots + \frac{\partial X_a}{\partial r} \Big|_0 r + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 X_a}{\partial r^2} \Big|_0 r^2 + \frac{1}{3!} \cdots \\
&\approx \frac{\partial X_a}{\partial u} \Big|_0 u + \frac{\partial X_a}{\partial \beta} \Big|_0 \beta + \frac{\partial X_a}{\partial \alpha} \Big|_0 \alpha + \frac{\partial X_a}{\partial p} \Big|_0 p + \frac{\partial X_a}{\partial q} \Big|_0 q + \frac{\partial X_a}{\partial r} \Big|_0 r
\end{aligned} \tag{2.40}$$

以上を行列形式でまとめると、次式となる.

$$\begin{pmatrix} \Delta X_a \\ \Delta Z_a \\ \Delta M_a \\ \Delta Y_a \\ \Delta L_a \\ \Delta N_a \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_a}{\partial u} \Big|_0 & \frac{\partial X_a}{\partial \alpha} \Big|_0 & \frac{\partial X_a}{\partial q} \Big|_0 & 0 & \frac{\partial X_a}{\partial \beta} \Big|_0 & \frac{\partial X_a}{\partial p} \Big|_0 & \frac{\partial X_a}{\partial r} \Big|_0 & 0 \\ \frac{\partial Z_a}{\partial u} \Big|_0 & \frac{\partial Z_a}{\partial \alpha} \Big|_0 & \frac{\partial Z_a}{\partial q} \Big|_0 & 0 & \frac{\partial Z_a}{\partial \beta} \Big|_0 & \frac{\partial Z_a}{\partial p} \Big|_0 & \frac{\partial Z_a}{\partial r} \Big|_0 & 0 \\ \frac{\partial M_a}{\partial u} \Big|_0 & \frac{\partial M_a}{\partial \alpha} \Big|_0 & \frac{\partial M_a}{\partial q} \Big|_0 & 0 & \frac{\partial M_a}{\partial \beta} \Big|_0 & \frac{\partial M_a}{\partial p} \Big|_0 & \frac{\partial M_a}{\partial r} \Big|_0 & 0 \\ \frac{\partial Y_a}{\partial u} \Big|_0 & \frac{\partial Y_a}{\partial \alpha} \Big|_0 & \frac{\partial Y_a}{\partial q} \Big|_0 & 0 & \frac{\partial Y_a}{\partial \beta} \Big|_0 & \frac{\partial Y_a}{\partial p} \Big|_0 & \frac{\partial Y_a}{\partial r} \Big|_0 & 0 \\ \frac{\partial L_a}{\partial u} \Big|_0 & \frac{\partial L_a}{\partial \alpha} \Big|_0 & \frac{\partial L_a}{\partial q} \Big|_0 & 0 & \frac{\partial L_a}{\partial \beta} \Big|_0 & \frac{\partial L_a}{\partial p} \Big|_0 & \frac{\partial L_a}{\partial r} \Big|_0 & 0 \\ \frac{\partial N_a}{\partial u} \Big|_0 & \frac{\partial N_a}{\partial \alpha} \Big|_0 & \frac{\partial N_a}{\partial q} \Big|_0 & 0 & \frac{\partial N_a}{\partial \beta} \Big|_0 & \frac{\partial N_a}{\partial p} \Big|_0 & \frac{\partial N_a}{\partial r} \Big|_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{pmatrix} \tag{2.41}$$

ここで、Table 2.1にまとめる有次元安定微係数と無次元安定微係数を導入する.

Table 2.1: Definition of dimensional/nondimensional stability derivatives.

Dimensional stability derivatives	Nondimensional stability derivatives
$X_u := \frac{1}{m} \frac{\partial X_a}{\partial u} \Big _0, /s$	$C_{x_u} := \frac{\partial(X_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial(u/U_0)} \Big _0, [-]$
$X_\alpha := \frac{1}{m} \frac{\partial X_a}{\partial \alpha} \Big _0, m/s^2$	$C_{x_\alpha} := \frac{\partial(X_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial \alpha} \Big _0, [-]$
$X_q := \frac{1}{m} \frac{\partial X_a}{\partial q} \Big _0, m/s$	$C_{x_q} := \frac{\partial(X_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial(qc_{w_{\text{ref}}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$X_\beta := \frac{1}{m} \frac{\partial X_a}{\partial \beta} \Big _0, m/s^2$	$C_{x_\beta} := \frac{\partial(X_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial \beta} \Big _0, [-]$

Dimensional stability derivatives	Nondimensional stability derivatives
$X_p := \frac{1}{m} \frac{\partial X_a}{\partial p} \Big _0, \text{ m/s}$	$C_{x_p} := \frac{\partial(X_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial(qb_{w_{\text{ref}}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$X_r := \frac{1}{m} \frac{\partial X_a}{\partial r} \Big _0, \text{ m/s}$	$C_{x_r} := \frac{\partial(X_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial(rb_{w_{\text{ref}}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$Z_u := \frac{1}{m} \frac{\partial Z_a}{\partial u} \Big _0, \text{ /s}$	$C_{z_u} := \frac{\partial(Z_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial(u/U_0)} \Big _0, [-]$
$Z_\alpha := \frac{1}{m} \frac{\partial Z_a}{\partial \alpha} \Big _0, \text{ m/s}^2$	$C_{z_\alpha} := \frac{\partial(Z_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial \alpha} \Big _0, [-]$
$Z_q := \frac{1}{m} \frac{\partial Z_a}{\partial q} \Big _0, \text{ m/s}$	$C_{z_q} := \frac{\partial(Z_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial(qc_{w_{\text{ref}}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$Z_\beta := \frac{1}{m} \frac{\partial Z_a}{\partial \beta} \Big _0, \text{ m/s}^2$	$C_{z_\beta} := \frac{\partial(Z_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial \beta} \Big _0, [-]$
$Z_p := \frac{1}{m} \frac{\partial Z_a}{\partial p} \Big _0, \text{ m/s}$	$C_{z_p} := \frac{\partial(Z_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial(qb_{w_{\text{ref}}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$Z_r := \frac{1}{m} \frac{\partial Z_a}{\partial r} \Big _0, \text{ m/s}$	$C_{z_r} := \frac{\partial(Z_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}})}{\partial(rb_{w_{\text{ref}}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$M_u := \frac{1}{I_{yy}} \frac{\partial M_a}{\partial u} \Big _0, \text{ /}(m \cdot s)$	$C_{m_u} := \frac{\partial(M_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}} c_{w_{\text{ref}}})}{\partial(u/U_0)} \Big _0, [-]$
$M_\alpha := \frac{1}{I_{yy}} \frac{\partial M_a}{\partial \alpha} \Big _0, \text{ /s}^2$	$C_{m_\alpha} := \frac{\partial(M_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}} c_{w_{\text{ref}}})}{\partial \alpha} \Big _0, [-]$
$M_q := \frac{1}{I_{yy}} \frac{\partial M_a}{\partial q} \Big _0, \text{ /s}$	$C_{m_q} := \frac{\partial(M_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}} c_{w_{\text{ref}}})}{\partial(qc_{w_{\text{ref}}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$M_\beta := \frac{1}{I_{yy}} \frac{\partial M_a}{\partial \beta} \Big _0, \text{ /s}^2$	$C_{m_\beta} := \frac{\partial(M_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}} c_{w_{\text{ref}}})}{\partial \beta} \Big _0, [-]$
$M_p := \frac{1}{I_{yy}} \frac{\partial M_a}{\partial p} \Big _0, \text{ /s}$	$C_{m_p} := \frac{\partial(M_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}} c_{w_{\text{ref}}})}{\partial(qb_{w_{\text{ref}}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$M_r := \frac{1}{I_{yy}} \frac{\partial M_a}{\partial r} \Big _0, \text{ /s}$	$C_{m_r} := \frac{\partial(M_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{\text{ref}}} c_{w_{\text{ref}}})}{\partial(rb_{w_{\text{ref}}}/2U_0)} \Big _0, [-]$

Dimensional stability derivatives	Nondimensional stability derivatives
$Y_u := \frac{1}{m} \frac{\partial Y_a}{\partial u} \Big _0, /s$	$C_{y_u} := \frac{\partial(Y_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}})}{\partial(u/U_0)} \Big _0, [-]$
$Y_\alpha := \frac{1}{m} \frac{\partial Y_a}{\partial \alpha} \Big _0, m/s^2$	$C_{y_\alpha} := \frac{\partial(Y_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}})}{\partial \alpha} \Big _0, [-]$
$Y_q := \frac{1}{m} \frac{\partial Y_a}{\partial q} \Big _0, m/s$	$C_{y_q} := \frac{\partial(Y_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}})}{\partial(qc_{w_{ref}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$Y_\beta := \frac{1}{m} \frac{\partial Y_a}{\partial \beta} \Big _0, m/s^2$	$C_{y_\beta} := \frac{\partial(Y_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}})}{\partial \beta} \Big _0, [-]$
$Y_p := \frac{1}{m} \frac{\partial Y_a}{\partial p} \Big _0, m/s$	$C_{y_p} := \frac{\partial(Y_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}})}{\partial(qb_{w_{ref}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$Y_r := \frac{1}{m} \frac{\partial Y_a}{\partial r} \Big _0, m/s$	$C_{y_r} := \frac{\partial(Y_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}})}{\partial(rb_{w_{ref}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$L_u := \frac{1}{I_{xx}} \frac{\partial L_a}{\partial u} \Big _0, /(m \cdot s)$	$C_{l_u} := \frac{\partial(L_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial(u/U_0)} \Big _0, [-]$
$L_\alpha := \frac{1}{I_{xx}} \frac{\partial L_a}{\partial \alpha} \Big _0, /s^2$	$C_{l_\alpha} := \frac{\partial(L_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial \alpha} \Big _0, [-]$
$L_q := \frac{1}{I_{xx}} \frac{\partial L_a}{\partial q} \Big _0, /s$	$C_{l_q} := \frac{\partial(L_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial(qc_{w_{ref}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$L_\beta := \frac{1}{I_{xx}} \frac{\partial L_a}{\partial \beta} \Big _0, /s^2$	$C_{l_\beta} := \frac{\partial(L_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial \beta} \Big _0, [-]$
$L_p := \frac{1}{I_{xx}} \frac{\partial L_a}{\partial p} \Big _0, /s$	$C_{l_p} := \frac{\partial(L_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial(qb_{w_{ref}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$L_r := \frac{1}{I_{xx}} \frac{\partial L_a}{\partial r} \Big _0, /s$	$C_{l_r} := \frac{\partial(L_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial(rb_{w_{ref}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$N_u := \frac{1}{I_{zz}} \frac{\partial N_a}{\partial u} \Big _0, /(m \cdot s)$	$C_{n_u} := \frac{\partial(N_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial(u/U_0)} \Big _0, [-]$
$N_\alpha := \frac{1}{I_{zz}} \frac{\partial N_a}{\partial \alpha} \Big _0, /s^2$	$C_{n_\alpha} := \frac{\partial(N_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial \alpha} \Big _0, [-]$

Dimensional stability derivatives	Nondimensional stability derivatives
$N_q := \frac{1}{I_{zz}} \frac{\partial N_a}{\partial q} \Big _0, /s$	$C_{n_q} := \frac{\partial(N_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial(qc_{w_{ref}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$N_\beta := \frac{1}{I_{zz}} \frac{\partial N_a}{\partial \beta} \Big _0, /s^2$	$C_{n_\beta} := \frac{\partial(N_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial \beta} \Big _0, [-]$
$N_p := \frac{1}{I_{zz}} \frac{\partial N_a}{\partial p} \Big _0, /s$	$C_{n_p} := \frac{\partial(N_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial(qb_{w_{ref}}/2U_0)} \Big _0, [-]$
$N_r := \frac{1}{I_{zz}} \frac{\partial N_a}{\partial r} \Big _0, /s$	$C_{n_r} := \frac{\partial(N_a/\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{w_{ref}} b_{w_{ref}})}{\partial(rb_{w_{ref}}/2U_0)} \Big _0, [-]$

Equations. (2.31)–(2.39)にEq. (2.41)とTable 2.1の結果を代入して行列形式にまとめると次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & X_q - W_0 & -g \cos \theta_0 & X_\beta & X_p & X_r & 0 \\ \bar{Z}_u & \bar{Z}_\alpha & \bar{Z}_q + 1 & -\frac{g \sin \theta_0}{U_0} & \bar{Z}_\beta & \bar{Z}_p & \bar{Z}_r & 0 \\ M_u & M_\alpha & M_q & 0 & M_\beta & M_p & M_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{Y}_u & \bar{Y}_\alpha & \bar{Y}_q & 0 & \bar{Y}_\beta & \bar{Y}_p + \sin \alpha_0 & \bar{Y}_r - 1 & \frac{g \cos \theta_0}{U_0} \\ L'_u & L'_\alpha & L'_q & 0 & L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 \\ N'_u & N'_\alpha & N'_q & 0 & N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \tan \theta_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Equation (2.42)において、 \bar{Z}_i ($i = u, \alpha, q, \beta, p, r$)並びに \bar{Y}_i ($i = u, \alpha, q, \beta, p, r$)は、有次元安定微係数 Z_i ($i = u, \alpha, q, \beta, p, r$), Y_i ($i = u, \alpha, q, \beta, p, r$)を速度 U_0 で除した安定微係数である。また、 L'_i ($i = u, \alpha, q, \beta, p, r$)並びに N'_i ($i = u, \alpha, q, \beta, p, r$)はプライムド安定微係数と呼ばれ、次のように定義される。

$$L'_i := \frac{I_{xx}}{\tilde{I}_{xx}} L_i + \frac{I_{xz} I_{zz}}{I_{xx} \tilde{I}_{zz}} N_i \quad (i = u, \alpha, q, \beta, p, r) \quad (2.43)$$

$$N'_i := \frac{I_{zz}}{\tilde{I}_{zz}} N_i + \frac{I_{xz} I_{xx}}{I_{zz} \tilde{I}_{xx}} L_i \quad (i = u, \alpha, q, \beta, p, r) \quad (2.44)$$

ただし、 $\tilde{I}_{xx} := I_{xx}[1 - I_{xz}^2/(I_{xx}I_{zz})]$, $\tilde{I}_{zz} := I_{zz}[1 - I_{xz}^2/(I_{xx}I_{zz})]$ である。

固定翼機では $X_i \approx 0$, $\bar{Z}_i \approx 0$, $M_i \approx 0$ ($i = \beta, p, r$), また、 $\bar{Y}_j \approx 0$, $L'_j \approx 0$, $N'_j \approx 0$ ($j = u, \alpha, q$)となることが知られるから、Eq. (2.42)はEqs. (2.45)–(2.46)で表現される縦系の運動と横

・方向系の運動の2つに分かれる [35].

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & X_q - W_0 & -g \cos \theta_0 \\ \bar{Z}_u & \bar{Z}_\alpha & \bar{Z}_q + 1 & -\frac{g \sin \theta_0}{U_0} \\ M_u & M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (2.45)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_\beta & \bar{Y}_p + \sin \alpha_0 & \bar{Y}_r - 1 & \frac{g \cos \theta_0}{U_0} \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (2.46)$$

Equation (2.46)で表現される線形化された横・方向系の運動方程式を用い，主翼上反角・垂直尾翼容積が変化したときの固有運動について調査する.

2.2 主翼上反角・垂直尾翼容積を変化させたときの横・方向系の固有運動変化

2.2.1 機体諸元

まず、解析対象とする固定翼機の機体諸元をTable 2.3にまとめる。解析対象のスパンは、先行する電動小型固定翼機 [7-9]を参考に $b_{\text{ref}_w} = 10$ mとした。機体質量や慣性モーメントは文献 [33]で取り上げられるP2V-7の値をスケール則に則り決定した。誘導速度に影響を受ける3次元翼の揚力傾斜は、Table 2.3に示す2次元翼の揚力傾斜を基に次に示すEq. (2.47) [36]で与えた。一方、 C_{n_p} を除き、誘導抵抗は安定微係数に大きく関与しない [33]ため、計算の簡単化から誘導抵抗の影響は無視した。

$$C_{L_\alpha} = \frac{C_{l_\alpha}}{1 + C_{l_\alpha}/(\pi \mathcal{R}_{\text{ref}})} \quad (2.47)$$

また、主翼、水平尾翼の空気力・空気力モーメントの推算に用いる参照アスペクト比 \mathcal{R}_{ref} は、それぞれの翼における参照スパン b_{ref} 、参照面積 S_{ref} に基づき、 $\mathcal{R}_{\text{ref}} := b_{\text{ref}}^2/S_{\text{ref}}$ で定義する。ただし、垂直尾翼に限り、参照セミスパン $b_{\text{ref}_{vt}}$ を用いるので、文献 [37]を参考にし、 $\mathcal{R}_{\text{ref}_{vt}} := 1.55 \times (b_{\text{ref}_{vt}}^2/S_{\text{ref}_{vt}})$ で定義する。

本節における検討では、主翼上反角と垂直尾翼容積を変化させた際の横・方向系の固有運動について調査する。垂直尾翼容積は、 $V_{vt}^* := (S_{\text{ref}_{vt}} l_{vt})/(S_{\text{ref}_w} b_{\text{ref}_w})$ で定義され、 l_{vt} は $x_b - y_b$ 平面における機体重心から垂直尾翼空力中心までの距離で定義されるので、本解析では垂直尾翼面積、つまり垂直尾翼セミスパンを変化させることで垂直尾翼容積を変化させる。主翼上反角と垂直尾翼セミスパン（垂直尾翼容積）の範囲をTable 2.2に示す。

2.2.2 計算手順

Table 2.2に示した2変数（主翼上反角、垂直尾翼セミスパン）に該当する固定翼機についてEq. (2.46)に示す線形システムの固有値を求め、固有運動特性の変化を定量的に調査する。固有値を求める際にはシステムの平衡点まわりで考えるため、まず、平衡点（トリム飛行条件）を求める必要

Table 2.2: Specified ranges of dihedral angle of wing and vertical-tail volume.

Variable	Range
Dihedral angle of wing, Γ_w , deg	-15 ~ 15
Reference semispan of vertical tail, $b_{\text{ref}_{vt}}$, m	0 ~ 1.8
Vertical tail volume, V_{vt}^* , [-]	0.000228 ~ 0.0418

がある。そこで、水平定常飛行を考え、以下の等式を満たす W_0 と i_{ht} を求める。

$$\begin{aligned} \text{Find : } \mathbf{x}_{\text{trm}} &:= \{W_0, i_{ht}\}^T \\ M_a(\mathbf{x}_{\text{trm}}) &= 0 \\ X_a(\mathbf{x}_{\text{trm}}) \sin \alpha_0(\mathbf{x}_{\text{trm}}) - Z_a(\mathbf{x}_{\text{trm}}) \cos \alpha_0(\mathbf{x}_{\text{trm}}) &= mg \end{aligned} \quad (2.48)$$

また、前述したように、 $\gamma = 0$ なので、 $\theta_0 = \alpha_0$ である。Equation (2.48)を解くにあたりNewton-Raphson methodを用い、Eq. (2.49)で表現される相対誤差が $\epsilon_{\text{critrm}} = 10^{-6}$ 以下となるまで反復計算を施した。

$$\epsilon_{\text{trm}} := \sqrt{\left(\frac{W_{0\text{new}} - W_{0\text{old}}}{W_{0\text{new}}}\right)^2 + \left(\frac{i_{ht\text{new}} - i_{ht\text{old}}}{i_{ht\text{new}}}\right)^2} \quad (2.49)$$

トリム飛行時の推力ベクトル方向は \mathbf{V}_{c_0} と一致し、推力は機体重心に作用すると仮定すれば、推力は次の式で与えられる。

$$T_0 = -X_a \cos \theta_0 - Z_a \sin \theta_0 \quad (2.50)$$

本解析ではTable 2.2に示す主翼上反角、垂直尾翼セミスパンの範囲でともに300ケース刻み、計90000ケースのコンフィギュレーションについてトリム条件を求め、Eq. (2.46)に示す線形システムの固有値を求める。

2.2.3 計算結果

まず、横・方向系の固有運動の中で唯一の振動モードであるDutch Roll modeの特性変化をFig. 2.6に示す。横軸は垂直尾翼セミスパンまたは垂直尾翼容積を表し、縦軸は主翼上反角を表す。Figure 2.6は主に3つの情報を1つの図に重ねたもので、以下にその概要を記す。

- 背景色：安定な固有値の数に応じて赤、青、緑の3色に塗り分けられている。赤、青、緑に塗られた領域に該当するコンフィギュレーション実部が負である固有値をそれぞれ4つ、3つ、2つ有する。Equation (2.46)は4次元のシステムであるから最大個数は4つである。
- 背景ハッチング：Dutch Roll modeの安定、不安定を表す。安定なDutch Roll modeであれば左上から右下へのハッチング、不安定なDutch Roll modeであれば右上から左下へのハッチングで表される。
- 実・破線：Dutch Roll modeの特性値を表す。赤実線が固有角振動数、青実線が振幅半減時間に関連する値、青破線が振幅倍増時間に関連する値、さらに緑実線が減衰比を表す。

Table 2.3: Properties of airplane to be analyzed.

Property	Value	Property (horizontal tail)	Value
Moment of inertia about x_b axis, I_{xx} , $\text{kg}\cdot\text{m}^4$	3000	Reference span, b_{refht} , m	3.0
Product of inertia about $x_b - z_b$ plane, I_{xz} , $\text{kg}\cdot\text{m}^4$	300	Lift-slope coefficient, $C_{l_{\alpha_{\text{ht}}}}$, /rad	5.73
Moment of inertia about y_b axis, I_{yy} , $\text{kg}\cdot\text{m}^4$	1500	Drag coefficient, $C_{D_{\text{ht}}}$, [-]	0.054
Moment of inertia about z_b axis, I_{zz} , $\text{kg}\cdot\text{m}^4$	4500	Chord at root, c_{rtht} , m	0.75
Mass, m , kg	1900	Chord at tip, c_{tpht} , m	0.30
Air speed about x_b axis, U_0 , m/s	84.8	Coordinate of quarter chord at root in x_b , x_{ht}^b , m	-3.5
Air density, ρ , kg/m^3	0.967	Coordinate of quarter chord at root in z_b , z_{ht}^b , m	0.0
		Sweptback angle, Λ_w , deg	10
		Dihedral angle, Γ_{ht} , deg	0.0
Property (wing)	Value	Property (vertical tail)	Value
Reference span, b_{refw} , m	10	Lift-slope coefficient, $C_{l_{\alpha_{\text{vt}}}}$, /rad	5.73
Lift-slope coefficient, $C_{l_{\alpha_w}}$, /rad	5.73	Drag coefficient, $C_{D_{\text{vt}}}$, [-]	0.054
Drag coefficient, C_{D_w} , [-]	0.054	Chord at root, c_{rtvt} , m	1.2
Chord at root, c_{rtw} , m	1.4	Chord at tip, c_{tpvt} , m	0.3
Chord at tip, c_{tpw} , m	0.8	Coordinate of quarter chord at root in x_b , x_{vt}^b , m	-3.5
Incidence angle, i_w , deg	0.0	Coordinate of quarter chord at root in z_b , z_{vt}^b , m	0.0
Coordinate of quarter chord at root in x_b , x_w^b , m	-0.3	Sweptback angle, Λ_{vt} , deg	10
Coordinate of quarter chord at root in z_b , z_w^b , m	0.0		
Sweptback angle, Λ_w , deg	5.0	Property (fuselage)	Value
		Diameter of ellipsoid, d_{fus} , m	0.50
		Length of ellipsoid, l_{fus} , m	4.0
		Coordinate of centroid in x_b , x_{fus}^b , m	0.5
		Coordinate of centroid in z_b , z_{fus}^b , m	0.0

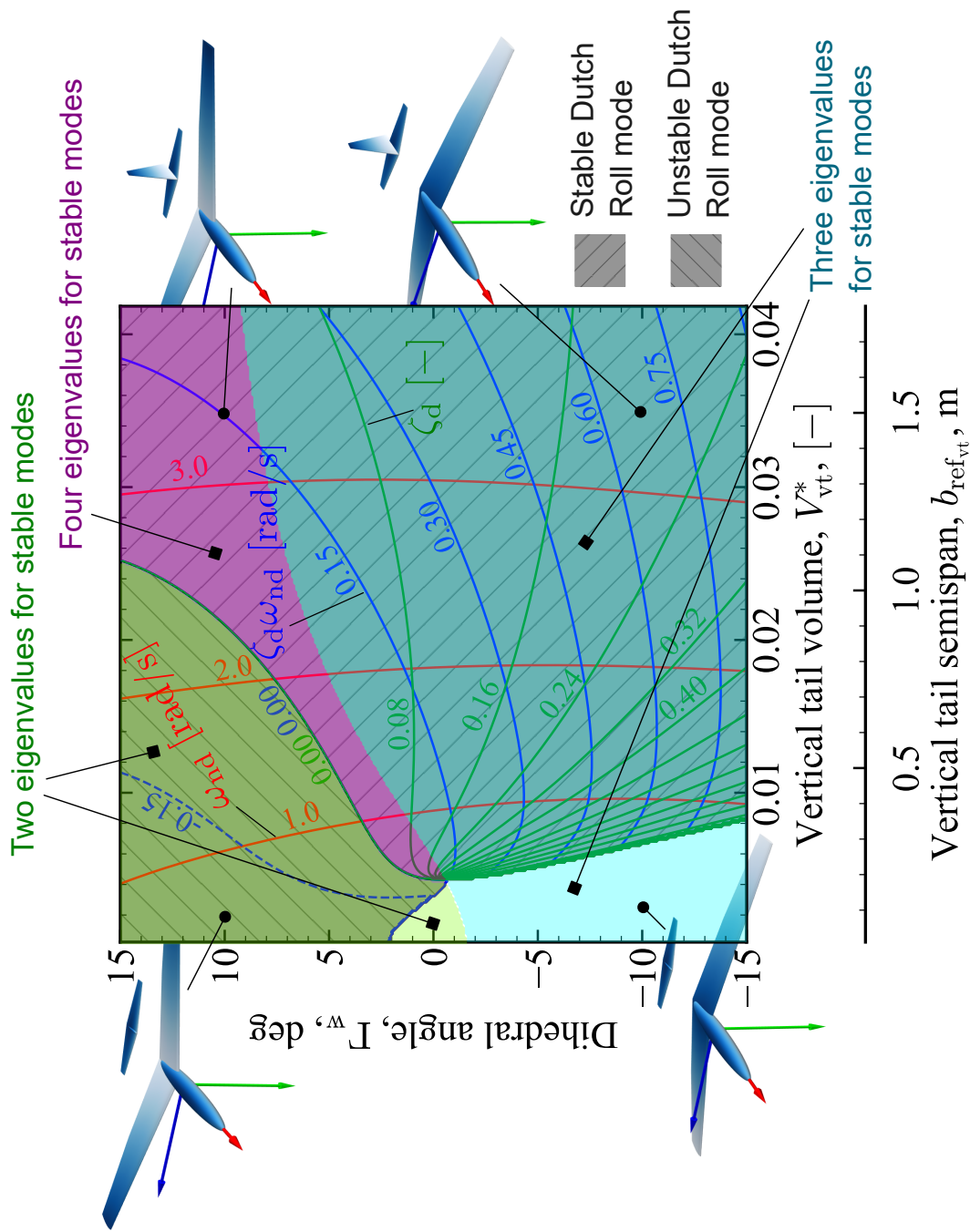


Fig. 2.6: Characteristics of Dutch Roll mode with varying Γ_w and V_{vt}^* .

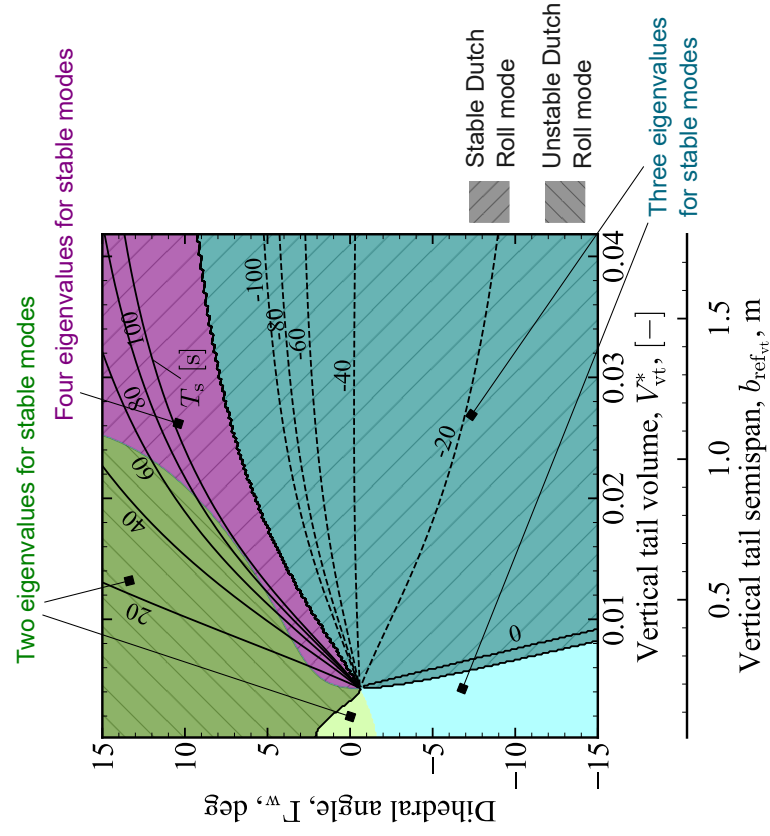


Fig. 2.7: Time constant of roll mode with varying Γ_w and V_{vt}^* .

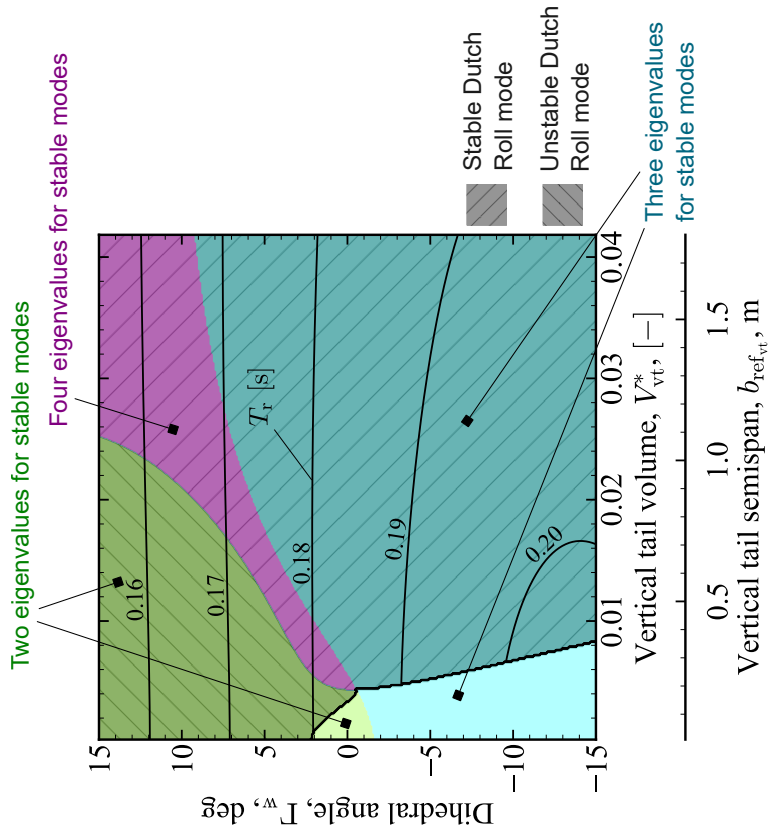


Fig. 2.8: Time constant of spiral mode with varying Γ_w and V_{vt}^* .

加えて、図中の4点において主翼上反角と垂直尾翼セミスパンの値を反映させた機体概形を描いた。Table 1.2で示したDutch Roll mode特性値の下限值は、 $(\omega_{nd})_{cri} = 1.0$ rad/s, $(\zeta_d \omega_{nd})_{cri} = 0.15$ rad/s, そして $(\zeta_d)_{cri} = 0.08$ [-]であった。Dutch Roll mode特性値の下限值を満足するコンフィギュレーションは図の範囲外、右上方に位置することが推測される。実際、P2V-7やB747の垂直尾翼容積は0.0637, 0.0709と大きな値をとる [38]。また、文献 [33]では従来固定翼機を対象とした C_{l_β} と C_{n_β} の推算式として次の推算式を挙げている。

$$C_{l_\beta} \approx -\frac{1}{6} \left(\frac{1 + 2\lambda_{tprw}}{1 + \lambda_{tprw}} \right) C_{L_{\alpha_w}} \sin \Gamma_w \approx -\frac{1}{6} \left(\frac{1 + 2\lambda_{tprw}}{1 + \lambda_{tprw}} \right) C_{L_{\alpha_w}} \Gamma_w \quad (2.51)$$

$$C_{n_\beta} \approx V_{vt}^* C_{L_{\alpha_{vt}}} - 2V_{fus}^* \left(\frac{C_{ref_w}}{b_{ref_w}} \right) \quad (2.52)$$

Equations (2.51)–(2.52)より、 C_{l_β} と C_{n_β} はそれぞれ主翼上反角と垂直尾翼容積におおよそ比例する関係をもつ。ここで、Eq. (2.52)第1項に比べ、第2項は十分に小さいとした。上反角効果と方向安定の要求 ($C_{l_\beta} < 0$, $C_{n_\beta} > 0$) を考慮すると、ある程度の正の主翼上反角と垂直尾翼容積が必要とされ、 V_{fus}^* は正の値をとるからFig. 2.6において右上方に設計点が配置されることが望ましい。ここで、参考として文献 [38]に記載される実機の C_{l_β} と C_{n_β} をTable 2.4に示す。

Dutch Roll mode特性値に加えて、roll modeとspiral modeの時定数をFigs. 2.7–2.8に描画する。Figures 2.7–2.8の縦軸、横軸、背景色、背景ハッチングはFig. 2.6と同様である。Figure 2.7から、roll modeの時定数は主に主翼上反角に感度を持つことが分かる。一般的にroll modeはロール角速度が減衰する運動であり、主要な減衰モーメントは主翼に起因する。従って、上反角をつけたことによる翼素の有効迎角変化がroll mode時定数に影響をもたらしていると考えられる。Figure 2.8では安定なspiral modeの時定数を実線（正の実数）、不安定なspiral modeの時定数を破線（負の実数）で描画している。ただし、 $T_s > 100$ sないし $T_s < -100$ sの時定数については実線、破線ともに描画していないが、背景色が赤色と青色の境界でspiral modeに対応する根が零となり、 $T_s \approx \pm\infty$ である。

これまでDutch Roll modeが得られるコンフィギュレーションについて見てきたが、Figs. 2.6–2.8において背景ハッチングが描画されていない領域に該当するコンフィギュレーションはDutch Roll modeをもたない。Dutch Roll modeを有する限り、絶対値の小さい C_{l_β} と C_{n_β} はDutch Roll modeの特性を悪化させてしまう。具体的には、 C_{l_β} がDutch Roll modeの減衰比に大きく関与

Table 2.4: Examples of values of $C_{l_\beta}^*$ and $C_{n_\beta}^*$ [38].

Airplane	$C_{l_\beta}^*$ [-]	$C_{n_\beta}^*$ [-]
Model airplane ($b_{ref_w} = 0.4$ m)	-0.1971	0.0595
Micro light ($b_{ref_w} = 9.2$ m)	-0.0771	0.0703
P2V-7 ($b_{ref_w} = 30.5$ m)	-0.1111	0.1402
B747 ($b_{ref_w} = 59.6$ m)	-0.1630	0.1799

し、 C_{n_β} が固有角振動数に大きく関与する。しかし、横・方向系の固有運動にDutch Roll modeを持たないのであれば、絶対値の小さい C_{l_β} と C_{n_β} を有する固定翼機実現の可能性がある。そこで、 $\Gamma_w \approx -0.5 \text{ deg}$, $V_{vt}^* \approx 0.0044$ [-]近傍を拡大した図をFig. 2.9に示す。Figure 2.9の横軸、縦軸はFigs. 2.6–2.8と同様に、垂直尾翼容積と主翼上反角である。加えて、背景色、背景ハッチングも同様である。Dutch Roll modeの有無、そして安定な固有値の個数の組み合わせから6つの特徴的な領域に大別されることが分かる。6つの領域と、領域の境界、そして4つの領域が接する点について、固有値の様子を調査し、Tables 2.5–2.7にまとめる。Tables 2.5–2.7において、Pは正の実数、Nは負の実数、さらにjは単位虚数を表す。NDD機は $C_{l_\beta} = C_{n_\beta} = 0$ で定義され、このときEq. (2.46)に示す線形システムの固有値を求めると、1つが0、残る3つは負の実数となるのでB14上の運動特性と一致する。ここで、Fig. 2.9のある1点を設計点として選択し、 C_{l_β} と C_{n_β} を独立に変化させ、横軸を C_{n_β} 、縦軸を C_{l_β} としたグラフをFig. 2.9と同様の書式で描いたものがFig. 2.10である。このとき、 C_{l_β} と C_{n_β} は数値的に独立に変化し、そのときの機体形状は明らかにしていない。Figure 2.10にNDD機の設計点を○印で描画すると、異なる運動特性をもつ領域に挟まれた位置に設計点をもつことが分かる。 $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ 平面において点でしか存在せず、僅かな C_{l_β} ないし C_{n_β} の変化によって容易に運動特性が変化してしまう。本研究では、Table 2.5に挙げる領域の中でも領域①に着目する。ここで、領域①に属する設計点として1つのコンフィギュレーション($\Gamma_w = -0.53 \text{ deg}$, $b_{\text{ref},vt} = 0.191 \text{ m}$)を選択する。設計点における無次元安定微係数 $C_{y_\beta}^*$, $C_{y_p}^*$, $C_{y_r}^*$, $C_{l_\beta}^*$, $C_{l_p}^*$, $C_{l_r}^*$, $C_{n_\beta}^*$, $C_{n_p}^*$, $C_{n_r}^*$ のうち、 C_{l_β} と C_{n_β} のみを変化させた際の横・方向系の固有運動特性を描画するとFig. 2.10のようになる。前述したように、 C_{l_β} と C_{n_β} はそれぞれ主翼上反角と垂直尾翼容積におおよそ比例する関係をもつのでFig. 2.9と似た図となる。Figure 2.10に描画する①~⑥はTable 2.5, B14, B23, B25, B46はTable 2.6に対応する。設計点(×印)は領域①の特徴を示し、その固有値はすべて負の実数でありDutch Roll modeを固有運動にもたない。加えて、Table 2.4に示した値と比較し、極めて絶対値の小さい C_{l_β} と C_{n_β} を有することが分かる。ここで、Fig. 2.10に描画する赤枠内の領域を「QNDD領域」と命名し、この領域の属する固定翼機を「Quasi-Neutral Dihedral-effect and Directional-stability (QNDD)機」と呼ぶことにする。QNDD機は $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ 平面において領域で存在することができ、かつ、絶対値の小さい C_{l_β} と C_{n_β} をとることが可能である。従って、本研究では、横風環境下において姿勢変化を生じにくい固定翼機の新しいコンセプトとしてQNDD機を提案する。

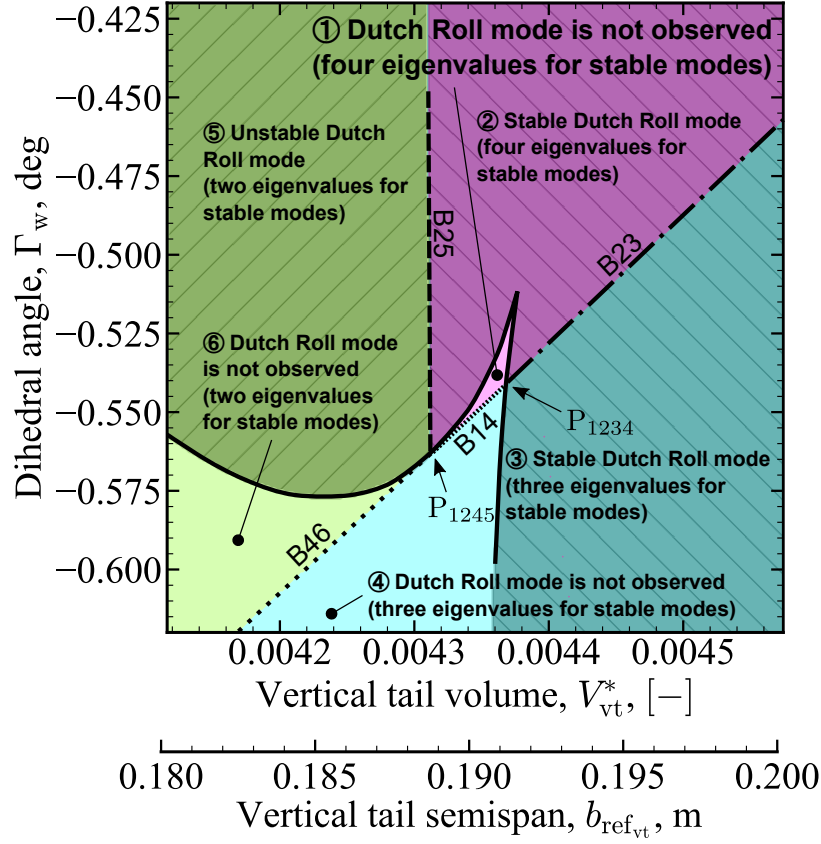


Fig. 2.9: Characteristics of lateral/directional inherent stability with varying Γ_w and V_{vt}^* .

Table 2.5: Classified regions of lateral/directional inherent stability with varying Γ_w and V_{vt}^* .

Region	Eigenvalues	Motions
①	N, N, N, N	4 converged non-oscillatory motions
②	N, N, $N \pm P_j$	2 converged non-oscillatory motions, and 1 converged oscillatory motion
③	P, N, $N \pm P_j$	1 converged non-oscillatory motions, 1 converged oscillatory motion, and 1 diverged non-oscillatory motion
④	P, N, N, N	3 converged non-oscillatory motions, and 1 diverged non-oscillatory motion
⑤	N, N, $P \pm P_j$	2 converged non-oscillatory motions, and 1 diverged oscillatory motion
⑥	P, P, N, N	2 converged non-oscillatory motions, and 2 diverged non-oscillatory motions

Table 2.6: Classified boundaries of lateral/directional inherent stability with varying Γ_w and V_{vt}^* .

Boundary	Eigenvalues	Motions
B14	0, N, N, N	3 converged non-oscillatory motions, and 1 maintained non-oscillatory motion
B23	0, N, N \pm Pj	1 converged non-oscillatory motion, 1 maintained non-oscillatory motion, and 1 converged oscillatory motion
B25	N, N, 0 \pm Pj	2 converged non-oscillatory motions, and 1 maintained oscillatory motion
B46	0, P, N, N	2 converged non-oscillatory motions, 1 diverged non-oscillatory motion, and 1 maintained non-oscillatory motion

Table 2.7: Classified points of lateral/directional inherent stability with varying Γ_w and V_{vt}^* .

Point	Eigenvalues	Motions
P ₁₂₄₅	0, 0, N, N	2 converged non-oscillatory motions, and 2 maintained non-oscillatory motions
P ₁₂₃₄	0, N, N, N	3 converged non-oscillatory motions, and 1 maintained non-oscillatory motion

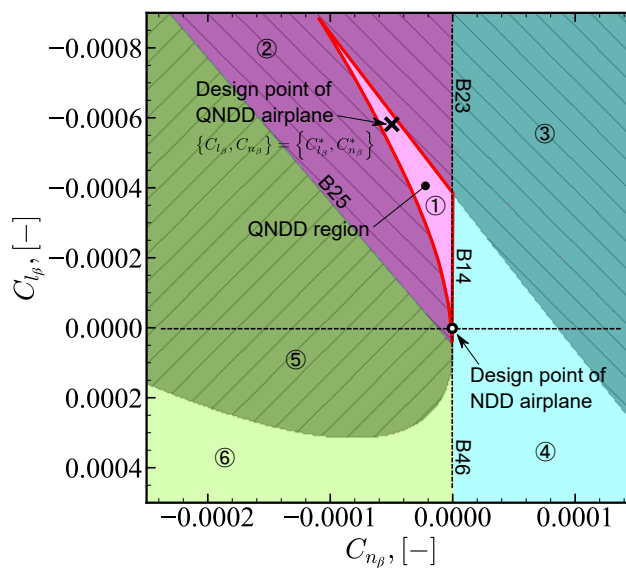


Fig. 2.10: QNDD region on $C_{l_\beta} - C_{n_\beta}$ plot.

第3章

QNDD機の横・方向系固有運動特性と横風遭遇時の応答

本章では、本研究で提案するQNDD機の固有運動特性について固有構造に基づき考察を行う。まず、強制外力項を含まない線形システムについて考察を行う。次に、強制外力項、つまり、横風項を考慮した線形システムについて考察を行い、横風から姿勢角までの入出力ゲインからQNDD機が横風遭遇時に姿勢変化を生じにくい機体であることを示す。最後に、横風突風モデルを導入し6自由度非線形運動方程式を数値的に解くことで、横風遭遇時におけるQNDD機の姿勢変化を示す。

3.1 QNDD機の横・方向系の固有運動特性

従来固定翼機の固有運動について、線形システムから得られる固有値や固有ベクトルを解析することで運動の理解がなされてきた [39]。加えて、種々の運動モードが安定微係数とどのように関わっているか明らかにするため、固有運動の時定数や固有角振動数を主要な安定微係数で表した推算式の導出も行われてきた [40]。そこで、従来固定翼機の横・方向系の固有運動とは異なるQNDD機の固有運動への理解を深めるため、QNDD機の固有構造解析、並びに時定数推算式の導出を本節の目的とする。

3.1.1 固有値と固有ベクトル

まず、Eq. (3.1)で表現される線形システムを考える。

$$\dot{x} = \mathcal{A}x \quad (3.1)$$

ただし、 x は状態量ベクトルで $x \in \mathbb{R}^4$ 、 \mathcal{A} は時不変のシステム行列で $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ とする。このとき、初期値 $x(0)$ のみによる固有運動は次のように表現される [41]。

$$x(t) = \mathcal{R}e^{At} \mathcal{L}^T x(0) \quad (3.2)$$

このとき、 \mathcal{R} , \mathcal{L} は右固有ベクトル行列、左固有ベクトル行列である。 \mathcal{R} は、 $\mathcal{R} := \{\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \mathcal{R}_3, \mathcal{R}_4\}$ で定義され、 \mathcal{R}_i ($i = 1, 2, 3, 4$)は固有値 $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$ のそれぞれに対応する縦ベクトルである。 \mathcal{R}_i は λ_i のいわゆる固有ベクトルそのもので、 \mathcal{L}_i は $\mathcal{L}^T = \{\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3, \mathcal{L}_4\}^T := \mathcal{R}^{-1}$ で定義される縦ベクトルである。ここで、Eq. (3.2)を右固有ベクトルと左固有ベクトルを用いて表現するとEq. (3.3)に示すようになる。

$$\begin{aligned}
x(t) &= \left[\left\{ \mathcal{R}_1 \right\} \left\{ \mathcal{R}_2 \right\} \left\{ \mathcal{R}_3 \right\} \left\{ \mathcal{R}_4 \right\} \right] \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & & & \\ & e^{\lambda_2 t} & & \\ & & e^{\lambda_3 t} & \\ & & & e^{\lambda_4 t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left\{ \mathcal{L}_1 \right\} \\ \left\{ \mathcal{L}_2 \right\} \\ \left\{ \mathcal{L}_3 \right\} \\ \left\{ \mathcal{L}_4 \right\} \end{bmatrix} x(0) \\
&= \left\{ \mathcal{R}_1 \right\} (\mathcal{L}_1^T x(0)) e^{\lambda_1 t} + \left\{ \mathcal{R}_2 \right\} (\mathcal{L}_2^T x(0)) e^{\lambda_2 t} \\
&\quad + \left\{ \mathcal{R}_3 \right\} (\mathcal{L}_3^T x(0)) e^{\lambda_3 t} + \left\{ \mathcal{R}_4 \right\} (\mathcal{L}_4^T x(0)) e^{\lambda_4 t}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

$e^{\lambda_i t}$ の固有運動が x のどの要素に顕著に現れるかが \mathcal{R}_i により分かる。さらに、 $\mathcal{L}_i^T x(0)$ が $\mathcal{R}_i e^{\lambda_i t}$ に対応する固有運動の大きさを決定するため、 $\mathcal{L}_i^T x(0)$ を固有運動の大きさと定義することで、 $e^{\lambda_i t}$ の固有運動の大きさが $x(0)$ のどの要素に大きく依存するのかが \mathcal{L}_i により分かる。そのため、本研究では \mathcal{R} と \mathcal{L} を区別して取り扱うものとする。

QNDD機の運動特性を調査するに伴い、比較対象機としてNDD機、並びにGA (General Aviation)機を導入し、以上の3機について運動特性を調査する。本研究で言及するGA機は、従来固定翼機の横・方向系の固有運動特性 (roll mode, spiral mode, そしてDutch Roll mode) を有する固定翼機を指すものとする。QNDD機、NDD機、GA機の機体諸元について、 Γ_w と $b_{\text{ref}_{vt}}$ を除いた値についてはTable 2.3, Γ_w と $b_{\text{ref}_{vt}}$ の値についてはTable 3.1を参照する。本論文では機体形状を基に安定微係数を算出するので、NDD機の定義である $C_{l_\beta} = C_{n_\beta} = 0$ から機体形状を逆算すると、安定微係数に計算誤差が含まれ厳密に $C_{l_\beta} = C_{n_\beta} = 0$ ではなくなる可能性がある。そこで、 $C_{l_\beta} \approx 0$, $C_{n_\beta} \approx 0$ となる機体形状を探索し、固有構造解析や数値シミュレーションに用いる C_{l_β} と C_{n_β} に0.0を代入して解析を行った。GA機の機体諸元決定については、MIL-F-8785C [28]が定めるDutch Roll mode特性 (Table 1.2), roll mode特性 (roll modeの振幅半減時間が1.0 s以下)に加え、spiral modeが安定となるように決定した。前章の解析と同様にして、QNDD機、NDD機、GA機ともにEqs. (2.48)–(2.49)に従って、トリム飛行時の W_0 と i_{ht} を求める。以上のコンフィギュレーションを有するGA機、NDD機、QNDD機の無次元安定微係数をTable 3.3にまとめる。

Equation (2.46)で表現される横・方向系の線形システム ($x = \{\beta, p, r, \phi\}^T$) におけるQNDD機、NDD機、GA機の固有値、右固有ベクトル、さらに左固有ベクトルを求め、Tables 3.2–3.5にまとめる。ただし、 \mathcal{R}_i の β に対応する要素を1として固有ベクトルの値を定めた。

まず、従来固定翼機であるGA機の固有構造から考察する。GA機の固有値の実部はすべて負であり、すべて安定な横・方向系の固有運動である。 λ_{GA_1} で表される1番目の固有運動は、時定

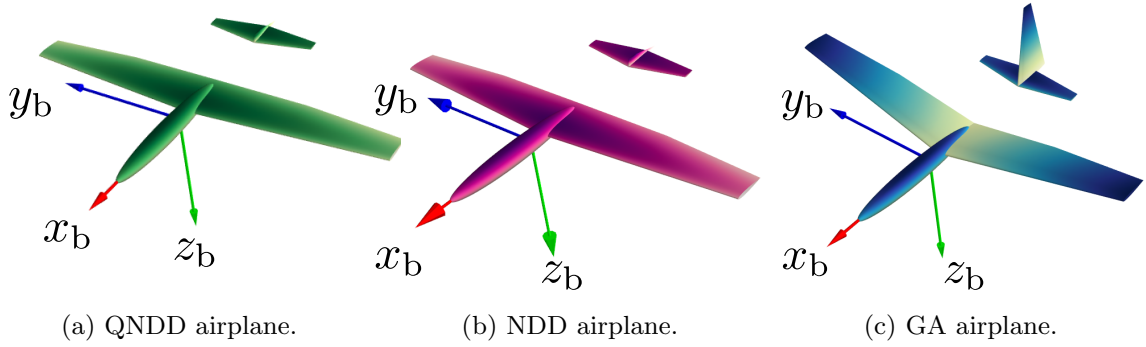


Fig. 3.1: Configurations of QNDD, NDD, and GA airplanes.

数が大きく、右固有ベクトルから r と ϕ に顕著に現れる固有運動であるからspiral modeだと判断できる。また、2, 3番目の固有運動は複素共役の固有値で表され、右固有ベクトルから β と ϕ が連成する振動モードであるから、Dutch Roll modeと判断できる。4番目の固有運動は時定数が短く、右固有ベクトルから p に顕著に現れる固有運動であるからroll modeであると判断できる。また、左固有ベクトルに移り、初期値の単位入力 ($x(0) = \{\beta(0), p(0), r(0), \phi(0)\}^T = \{1 \text{ rad}, 1 \text{ rad/s}, 1 \text{ rad/s}, 1 \text{ rad}\}^T$) を仮定すれば、spiral modeの大きさは $r(0)$ と $\phi(0)$ 、Dutch Roll modeの大きさは $\beta(0)$ と $r(0)$ 、roll modeは $\beta(0)$ と $p(0)$ に大きく依存することが分かる。

次に、NDD機の固有構造について考察する。NDD機の固有値は1つが0で、残る3つが負の実数である。GA機と異なり、NDD機は振動モードを固有運動にもたない。Equation (3.3)に従うと、 λ_{NDD_1} で表される1番目の固有運動は、平衡点に収束することも発散することもない固有運動である。大きさが $\beta(0)$ 以外の初期値に依存することが左固有ベクトルから分かり、 β のみに現れる固有運動であることが分かる。従って、 $p(0), r(0), \phi(0)$ によって時間に依存しない一定値の β が現れる。 λ_{NDD_2} で表される2番目の固有運動は、 β のみに現れる固有運動であり、その大きさは $\beta(0), p(0), r(0), \phi(0)$ すべての初期値の影響を受ける。特に、初期値の単位入力を考えると $r(0)$ に大きく依存する。3番目の固有運動は、 β に大きく表れ、 $p(0), r(0)$ の影響を受ける固有運動である。4番目の固有運動は p に顕著に現れ、短い時定数をもつのでroll modeであると判断できる。

最後に、QNDD機の固有構造について考察する。QNDD機の固有値はすべて負の実数であり、

Table 3.1: Values of dihedral angles and vertical-tail semispans for QNDD, NDD, and GA airplanes.

Airplane	Γ_w , deg	$b_{\text{ref},vt}$, m
QNDD	-0.530	0.191
NDD	-0.561	0.189
GA	10.0	2.22

Table 3.2: Eigenvalues of QNDD, NDD, and GA airplanes.

Airplane	Eigenvalue
QNDD	$A_{\text{QNDD}}^{\text{lat}} = \text{diag} \{ \lambda_{\text{QNDD}_1}, \lambda_{\text{QNDD}_2}, \lambda_{\text{QNDD}_3}, \lambda_{\text{QNDD}_4} \}$ $= \text{diag} \{ -0.0144, -0.0652, -0.126, -5.41 \}$
NDD	$A_{\text{NDD}}^{\text{lat}} = \text{diag} \{ \lambda_{\text{NDD}_1}, \lambda_{\text{NDD}_2}, \lambda_{\text{NDD}_3}, \lambda_{\text{NDD}_4} \}$ $= \text{diag} \{ 0.0, -0.00589, -0.201, -5.40 \}$
GA	$A_{\text{GA}}^{\text{lat}} = \text{diag} \{ \lambda_{\text{GA}_1}, \lambda_{\text{GA}_2}, \lambda_{\text{GA}_3}, \lambda_{\text{GA}_4} \}$ $= \text{diag} \{ -3.21 \times 10^{-4}, -0.347 - 4.32j, -0.347 + 4.32j, -6.05 \}$

振動モードを含まない安定な横・方向系の固有運動である。1, 2, 3番目の固有運動はそれぞれ異なる時定数をもつが、右固有ベクトルからいずれも β に顕著に現れる固有運動である。ここで、主に β に現れる過減衰モードをsideslip modeと呼称することにする。一方で、4番目の固有運動は短い時定数を持ち、右固有ベクトルから p に顕著に現れるためroll modeであると判断できる。3つのsideslip modeについて左固有ベクトルを確認すると、いずれの大きさも $r(0)$ に大きく依存することが分かる。

QNDD機の横・方向系の固有運動について以下のことが明らかとなった。

- QNDD機の横・方向系の固有運動は、1つのroll mode, 3つのsideslip modeで構成される。
- sideslip modeは主に β に現れる固有運動である。
- $x(0) = \{ \beta(0), p(0), r(0), \phi(0) \}^T = \{ 1 \text{ rad}, 1 \text{ rad/s}, 1 \text{ rad/s}, 1 \text{ rad} \}^T$ を仮定すれば、sideslip modeの大きさは $r(0)$ に大きく依存する。

Table 3.3: Nondimensional stability derivatives for QNDD, NDD, and GA airplanes.

Lateral/directional stability derivatives	QNDD	NDD	GA
$C_{y\beta}^*$, [-]	-0.0239	-0.0238	-0.708
C_{yp}^* , [-]	0.0613	0.0625	-0.343
C_{yr}^* , [-]	0.0107	0.0104	0.479
$C_{l\beta}^*$, [-]	-5.79×10^{-4}	0.0 (adjusted)	-0.254
C_{lp}^* , [-]	-0.690	-0.690	-0.719
C_{lr}^* , [-]	0.0784	0.0784	0.142
$C_{n\beta}^*$, [-]	-4.95×10^{-5}	0.0 (adjusted)	0.163
C_{np}^* , [-]	-0.163	-0.164	-0.146
C_{nr}^* , [-]	-0.0195	-0.0195	-0.167

Longitudinal stability derivatives	QNDD	NDD	GA
C_L^* , [-]	0.460	0.460	0.459
$C_{x_u}^*$, [-]	-0.133	-0.133	-0.147
$C_{x_\alpha}^*$, [-]	1.06	1.06	1.07
$C_{x_q}^*$, [-]	0.810	0.809	0.913
$C_{z_u}^*$, [-]	-0.312	-0.312	-0.310
$C_{z_\alpha}^*$, [-]	-5.10	-0.510	-5.03
$C_{z_q}^*$, [-]	-6.92	-6.92	-6.47
$C_{m_u}^*$, [-]	0.428	0.428	0.479
$C_{m_\alpha}^*$, [-]	-3.53	-3.53	-3.88
$C_{m_q}^*$, [-]	-11.2	-11.2	-11.4

Table 3.4: Right eigenvectors of QNDD, NDD, and GA airplanes.

Airplane	Right eigenvector
	$\mathcal{R}_{\text{QNDD}} = [\mathcal{R}_{\text{QNDD}_1}, \mathcal{R}_{\text{QNDD}_2}, \mathcal{R}_{\text{QNDD}_3}, \mathcal{R}_{\text{QNDD}_4}]$
QNDD	$= \left[\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ -0.00947 \\ 0.0423 \\ 0.305 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ -0.00766 \\ 0.0593 \\ 0.00817 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ -0.00207 \\ 0.110 \\ -0.00882 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ 41.2 \\ 9.46 \\ -7.83 \end{array} \right\} \end{array} \right]$
	$\mathcal{R}_{\text{NDD}} = [\mathcal{R}_{\text{NDD}_1}, \mathcal{R}_{\text{NDD}_2}, \mathcal{R}_{\text{NDD}_3}, \mathcal{R}_{\text{NDD}_4}]$
NDD	$= \left[\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0511 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ 0.0202 \\ 0.177 \\ -0.173 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ 32.1 \\ 7.37 \\ -6.06 \end{array} \right\} \end{array} \right]$
	$\mathcal{R}_{\text{GA}} = [\mathcal{R}_{\text{GA}_1}, \mathcal{R}_{\text{GA}_2}, \mathcal{R}_{\text{GA}_3}, \mathcal{R}_{\text{GA}_4}]$
GA	$= \left[\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ -2.32 \\ 18.6 \\ 164 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ -4.07 + 2.49j \\ -0.243 - 3.95j \\ 0.538 + 0.907j \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ -4.07 - 2.49j \\ -0.243 + 3.95j \\ 0.538 - 0.907j \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} 1.00 \\ 68.3 \\ 12.6 \\ -11.5 \end{array} \right\} \end{array} \right]$

Table 3.5: Left eigenvectors of QNDD, NDD, and GA airplanes.

Airplane	Left eigenvector
QNDD	$\mathcal{L}_{\text{QNDD}} = [\mathcal{L}_{\text{QNDD}_1}, \mathcal{L}_{\text{QNDD}_2}, \mathcal{L}_{\text{QNDD}_3}, \mathcal{L}_{\text{QNDD}_4}]$ $= \left[\left\{ \begin{bmatrix} -0.474 \\ -0.954 \\ 7.35 \\ 3.79 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2.88 \\ 5.89 \\ -30.2 \\ -5.06 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1.40 \\ -4.96 \\ 22.8 \\ 1.28 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3.55 \times 10^{-4} \\ 2.49 \times 10^{-2} \\ -2.78 \times 10^{-3} \\ -7.55 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \right\}, \right]$
NDD	$\mathcal{L}_{\text{NDD}} = [\mathcal{L}_{\text{NDD}_1}, \mathcal{L}_{\text{NDD}_2}, \mathcal{L}_{\text{NDD}_3}, \mathcal{L}_{\text{NDD}_4}]$ $= \left[\left\{ \begin{bmatrix} 0.0 \\ -0.718 \\ 19.2 \\ 19.5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.0 \\ 2.02 \\ -25.0 \\ -19.6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.0 \\ -1.33 \\ 5.80 \\ 0.0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.0 \\ 3.20 \times 10^{-2} \\ -3.65 \times 10^{-3} \\ 0.0 \end{bmatrix} \right\}, \right]$
GA	$\mathcal{L}_{\text{GA}} = [\mathcal{L}_{\text{GA}_1}, \mathcal{L}_{\text{GA}_2}, \mathcal{L}_{\text{GA}_3}, \mathcal{L}_{\text{GA}_4}]$ $= \left[\left\{ \begin{bmatrix} -1.65 \times 10^{-5} \\ 6.68 \times 10^{-4} \\ 1.77 \times 10^{-3} \\ 5.89 \times 10^{-3} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.474 - 0.0546j \\ -0.00649 - 0.0216j \\ -0.00466 + 0.110j \\ -0.00245 - 0.0124j \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.474 + 0.0546j \\ -0.00649 + 0.0216j \\ -0.00466 - 0.110j \\ -0.00245 + 0.0124j \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5.26 \times 10^{-2} \\ 1.23 \times 10^{-2} \\ 7.55 \times 10^{-3} \\ -9.97 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \right\}, \right]$

3.1.2 QNDD機時定数推算式の導出

QNDD機の横・方向系の固有値を求める推算式を導出するにあたり、実際に得られたQNDD機の安定微係数の値を基にEq. (2.46)において、 $\bar{Y}_p \ll \sin \alpha_0$ 、 $\alpha_0 = \theta_0$ は十分小さい、 $\bar{Y}_r \ll 1$ の近似を行うとEq. (3.4)となる。

$$\begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_\beta & \alpha_0 & -1 & \frac{g}{U_0} \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 \\ 0 & 1 & \alpha_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

Equation (3.4)で表現される線形システムについて特性方程式を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} & s^4 - (L'_p + N'_r + \bar{Y}_\beta) s^3 + (L'_p N'_r - L'_r N'_p + N'_r \bar{Y}_\beta + L'_p \bar{Y}_\beta - L'_\beta \alpha_0 + N'_\beta) s^2 \\ & + \left[L'_\beta (N'_r \alpha_0 + N'_p - \frac{g}{U_0}) - N'_\beta (L'_r \alpha_0 + L'_p + \frac{g}{U_0} \alpha_0) - \bar{Y}_\beta (L'_p N'_r - L'_r N'_p) \right] s \\ & + \frac{g}{U_0} [L'_\beta (N'_r - N'_p \alpha_0) - N'_\beta (L'_r - L'_p \alpha_0)] = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

ここで、 s の冪乗 (s^4 , s^3 , s^2 , s^1 , s^0) の係数について実際に得られたQNDD機の安定微係数の値を基に微小となる項を無視すると、次のように簡単化される。

$$\begin{aligned} & As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E = 0 \\ \text{where } & \begin{cases} A = 1 \\ B = -L'_p \\ C = L'_p N'_r - L'_r N'_p \\ D = -L'_p N'_\beta + L'_\beta N'_p \\ E = \frac{g}{U_0} [L'_\beta (N'_r - N'_p \alpha_0) - N'_\beta (L'_r - L'_p \alpha_0)] \end{cases} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Equation (3.6)の左辺について因数分解を行う。QNDD機の固有値の1つがroll modeであることは既知であり、従来固定翼機の推算 [40]においてroll modeに対応する固有値は L'_p に依存することが知られているため、 $s = \lambda_{\text{QNDD}_4} = -1/T_{\text{QNDD}_4} \approx L'_p$ とする。さらに、 λ_{QNDD_1} が零に近いことから、 $s = \lambda_{\text{QNDD}_1} = -1/T_{\text{QNDD}_1} \approx -E/D$ とする。 λ_{QNDD_1} と λ_{QNDD_4} について2次方程式の形式でまとめ、 $T_{\text{QNDD}_1} \gg T_{\text{QNDD}_4}$ を考慮すると、次のように表される。

$$\begin{aligned} (s + \frac{1}{T_{\text{QNDD}_1}})(s + \frac{1}{T_{\text{QNDD}_4}}) &= (s + \frac{E}{D})(s - L'_p) \\ &\approx s^2 - L'_p s - L'_p \frac{E}{D} \end{aligned} \quad (3.7)$$

ここで, Eq. (3.7)との積を考えたときに s の冪乗の係数にそれぞれ A, B, C, D, E が現れるような s についての2次方程式を考えると, Eq. (3.8)に示す2次方程式となる.

$$s^2 - \frac{C}{L'_p}s - \frac{D}{L'_p} \quad (3.8)$$

Equations (3.7)–(3.8)の積を考え, その結果が零であるとすれば以下のようになる.

$$\begin{aligned} & \left(s^2 - L'_p s - L'_p \frac{E}{D} \right) \left(s^2 - \frac{C}{L'_p} s - \frac{D}{L'_p} \right) = 0 \\ \Leftrightarrow & s^4 + \left(B - \frac{C}{L'_p} \right) s^3 + \left(C - \frac{E}{D} L'_p - \frac{D}{L'_p} \right) s^2 + \left(D + C \frac{E}{D} \right) s + E = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Equation (3.9)における s の累乗の係数について数値を代入して確認してみると $|B| \gg |C/L'_p|$, $|C| \gg |(E/D)L'_p + D/L'_p|$, $|D| \gg |C(E/D)|$ であるから, Eq. (3.9)によって得られる固有値はEq. (3.6)によって得られる固有値と近い値をとる. そこで, Eq. (3.9)によって得られる固有値を書き下すと次のように表現される.

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\text{QNDD}_1}^{\text{approx}} = -\frac{g}{U_0} \left[\frac{(N'_r - N'_p \alpha_0) - \frac{N'_\beta}{L'_\beta} (L'_r - L'_p \alpha_0)}{N'_p + \frac{\bar{Y}_\beta}{L'_\beta} L'_p \left(\frac{N'_p}{L'_p} L'_r - N'_r \right)} \right] \\ \lambda_{\text{QNDD}_2}^{\text{approx}} = -\frac{1}{2} \left(\frac{N'_p}{L'_p} L'_r - N'_r \right) \left\{ 1 - \sqrt{1 + \frac{\frac{N'_p}{L'_p} L'_\beta - N'_\beta}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{N'_p}{L'_p} L'_r - N'_r \right) \right]^2}} \right\} \\ \lambda_{\text{QNDD}_3}^{\text{approx}} = -\frac{1}{2} \left(\frac{N'_p}{L'_p} L'_r - N'_r \right) \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{\frac{N'_p}{L'_p} L'_\beta - N'_\beta}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{N'_p}{L'_p} L'_r - N'_r \right) \right]^2}} \right\} \\ \lambda_{\text{QNDD}_4}^{\text{approx}} = L'_p \end{array} \right. \quad (3.10)$$

Equation (3.10)を用いて推算したQNDD機の横・方向系の固有値を $\Lambda_{\text{QNDD}}^{\text{lat,approx}}$ としてTable 3.6に示す. また, 比較のためにTable 3.4に示した厳密解を $\Lambda_{\text{QNDD}}^{\text{lat}}$ として再掲する. 推算式で求めた固有値は厳密解と良い一致を示しているため, Eq. (3.10)で示した推算式は妥当なものといえる.

まず $\lambda_{\text{QNDD}_1}^{\text{approx}}$ について見ていく. $\lambda_{\text{QNDD}_1} \sim \lambda_{\text{QNDD}_3}$ の3つはsideslip modeに対応することが分かっているため, sideslip modeの固有運動としては時定数の最も長い λ_{QNDD_1} の固有運動が支配的になり得る. $\lambda_{\text{QNDD}_2}^{\text{approx}}$, $\lambda_{\text{QNDD}_3}^{\text{approx}}$, $\lambda_{\text{QNDD}_4}^{\text{approx}}$ に対して, $\lambda_{\text{QNDD}_1}^{\text{approx}}$ は U_0 や α_0 に加えて最も多くの安定微係数を含んでおり, 一概にその性質について述べるのが難しい. 次に $\lambda_{\text{QNDD}_2}^{\text{approx}}$ と $\lambda_{\text{QNDD}_3}^{\text{approx}}$ に

Table 3.6: Approximations of QNDD airplane's eigenvalues.

Eigenvalue of QNDD airplane	
Approximated	$A_{\text{QNDD}}^{\text{lat,approx}} = \text{diag} \{-0.0152, -0.0538, -0.143, -5.54\}$
Exact	$A_{\text{QNDD}}^{\text{lat}} = \text{diag} \{-0.0144, -0.0652, -0.126, -5.41\}$

ついて見ていく. $\lambda_{\text{QNDD}_2}^{\text{approx}}$ と $\lambda_{\text{QNDD}_3}^{\text{approx}}$ は Eq. (3.8) で表された2次方程式の共役解であるので過減衰を起こすバネマスダンパ系として考察すると, $-C/L'_p = (N'_p/L'_p)L'_r - N'_r$ が単位質量当たりの減衰係数, $-D/L'_p = N'_\beta - (N'_p/L'_p)L'_\beta$ が単位質量当たりのバネ定数に相当する. すると, 安定微係数の中でも L'_p と N'_p (\bar{Y}_p を除く p 系の安定微係数) が減衰係数とバネ定数に影響を与える一方で, L'_r と N'_r (\bar{Y}_r を除く r 系の安定微係数) は減衰係数にのみ影響を与え, L'_β と N'_β (\bar{Y}_β を除く β 系の安定微係数) はバネ定数にのみ影響を与えることが分かる. 最後に $\lambda_{\text{QNDD}_4}^{\text{approx}}$ について見ていく. $\lambda_{\text{QNDD}_4}^{\text{approx}}$ は従来固定翼機でも観測される roll mode に対応し, L'_p のみで表現される. L'_p のみで roll mode に対応する固有値が推算されることは従来固定翼機の roll mode 推算式と同一である.

3.2 ボード線図と数値シミュレーションによる横風応答評価

従来固定翼機とは異なるQNDD機の固有運動特性について固有構造解析，固有値推算式の導出を通して考察してきた。本節では横風突風応答について，ボード線図と数値シミュレーションを通してQNDD機が横風突風に対して姿勢変化が生じにくいことを定量的に示すことを目的とする。

3.2.1 ボード線図による評価

文献 [42]に従い，Eq. (2.46)に横風突風の影響を加えた次の線形システムを考える。

$$\begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_\beta & \bar{Y}_p + \sin \alpha_0 & \bar{Y}_r - 1 & \frac{g \cos \theta_0}{U_0} \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{Y}_\beta & \bar{Y}_r \\ L'_\beta & L'_r \\ N'_\beta & N'_r \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_g \\ r_g \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

β_g は横風突風による横滑り角を表し， $\beta_g = \arctan(v_g/U_0) \approx v_g/U_0$ である。 r_g は，横風突風によるヨーレートを表し， $r_g = \arctan(\partial v_g/\partial x_c^i) \approx \partial v_g/\partial x_c^i$ である。ただし， x_c^i は機体進行方向とベクトルを同一にする慣性座標系での機体位置である。横風突風による姿勢変化に着目しているのので，特に β_g に対する ϕ の応答， r_g に対する ϕ の応答を評価する。比較対象機体として前節で導入したGA機についても同様の評価を行う。Equation (3.11)から β_g から ϕ までの伝達関数， r_g から ϕ までの伝達関数を求めると次のようになる。

$$\frac{\phi_{\text{QNDD}}}{\beta_g}(s) = \frac{K_{\text{QNDD}_{\beta_0}} s (1 + T'_{\text{QNDD}_{\beta_1}} s)}{(1 + T_{\text{QNDD}_1} s) (1 + T_{\text{QNDD}_2} s) (1 + T_{\text{QNDD}_3} s) (1 + T_{\text{QNDD}_4} s)} \quad (3.12)$$

$$\frac{\phi_{\text{QNDD}}}{r_g}(s) = \frac{K_{\text{QNDD}_{r_0}} s (1 + T'_{\text{QNDD}_{r_1}} s) (1 + T'_{\text{QNDD}_{r_2}} s)}{(1 + T_{\text{QNDD}_1} s) (1 + T_{\text{QNDD}_2} s) (1 + T_{\text{QNDD}_3} s) (1 + T_{\text{QNDD}_4} s)} \quad (3.13)$$

$$\frac{\phi_{\text{GA}}}{\beta_g}(s) = \frac{K_{\text{GA}_{\beta_0}} \omega_{\text{nd}}^2 s (1 + T'_{\text{GA}_{\beta_1}} s)}{(1 + T_s s) (1 + T_r s) (s^2 + 2\zeta_d \omega_{\text{nd}} s + \omega_{\text{nd}}^2)} \quad (3.14)$$

$$\frac{\phi_{\text{GA}}}{r_g}(s) = \frac{K_{\text{GA}_{r_0}} \omega_{\text{nd}}^2 s (1 + T'_{\text{GA}_{r_1}} s) (1 + T'_{\text{GA}_{r_2}} s)}{(1 + T_s s) (1 + T_r s) (s^2 + 2\zeta_d \omega_{\text{nd}} s + \omega_{\text{nd}}^2)} \quad (3.15)$$

Equations (3.12)–(3.15)中に記載のある時定数，固有角振動数，減衰比の数値についてTable 3.7にまとめる。Table 3.7において， $T'_{\text{QNDD}_{r_2}}$ と $T'_{\text{GA}_{r_2}}$ は時定数が負であり，これは不安定零点を表す。QNDD機，GA機ともに $\phi/r_g(j\omega)$ で不安定零点を1個有するので， r_g 単体の外乱に対して逆振れを引き起こす。

ここで，文献 [43]で提案される最小アンダーシュート量の解析的表現をEq. (3.16)に示す。Equation (3.16)を用い， r_g 単体によって ϕ に生じるアンダーシュート量を概算する。

$$h_{\min} = \frac{r_0}{e^{Tz} - 1} \quad (3.16)$$

Equation (3.16)は、不安定零点 $z(> 0)$ を1つ有する制御対象にステップ目標値 r_0 の目標値追従制御を整定時間 T となるように施した場合に生じ得る最低量のアンダーシュート量 h_{\min} を表す。 ϕ において支配的な固有運動を参照し、QNDD機の λ_{QNDD_1} に対応する時定数 $T_{\text{QNDD}_1} = 69.6$ s, GA機のDutch Roll modeに対応する整定時間 $T_{\text{nd}} = 11.3$ sを整定時間 T とする。また、QNDD機, GA機において、それぞれ $z = 0.280$ /s, $z = 4.27$ /sである。 $r_0 = 5$ degとしたとき、QNDD機の最小アンダーシュート量は、 1.72×10^{-8} deg, GA機では 5.54×10^{-21} degとなり、極めて小さな値となる。概算値はあくまでもアンダーシュート量の下限值を示しているに過ぎないので、数値シミュレーションによる確認が必要となる。

Figures 3.2–3.3に、QNDD機とGA機のそれぞれについて $\phi/\beta_g(j\omega)$, $\phi/r_g(j\omega)$ のボード線図を示す。緑色がQNDD機、青色がGA機である。また、図中灰色斜線部はCS-25 [44]に記載される突風の波長 ($2d_g = 18 \sim 214$ m) と機体速度 $U_0 = 84.8$ m/sに対応する突風角周波数領域である。先ず、Fig. 3.2から、突風角周波数領域においてQNDD機の応答ゲインがGA機と比較して非常に小さいことが分かる。本研究で導入したGA機との応答ゲインの差 ($|\phi_{\text{GA}}(j\omega)| - |\phi_{\text{QNDD}}(j\omega)|$)は突風角周波数領域において約50 dBで、比に直すと $\phi_{\text{QNDD}}(j\omega)/\phi_{\text{GA}}(j\omega) = 3.16 \times 10^{-3}$ である。QNDD機とGA機の $C_{l_\beta}^*$ の比は $C_{l_\beta \text{QNDD}}^*/C_{l_\beta \text{GA}}^* = 2.28 \times 10^{-3}$ である。ここで、突風角周波数領域における $|\phi_{\text{QNDD}}(j\omega)|/|\phi_{\text{GA}}(j\omega)|$ が、 ω が十分大きい ($\phi/\beta_g(j\omega)$ を構成する極と零点に対応するどの角周波数よりも大きい) 場合の $|\phi_{\text{QNDD}}(j\omega)|/|\phi_{\text{GA}}(j\omega)|$ とおおまかに一致する場合、前述した50 dBの差がどの安定微係数に起因するかを解析することができる。そこで、 $\omega \rightarrow \infty$ とした場合の比を求めるとEq. (3.17)のようになる。

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\left| \frac{\phi_{\text{QNDD}}(j\omega)}{\beta_g} \right|}{\left| \frac{\phi_{\text{GA}}(j\omega)}{\beta_g} \right|} = \frac{(L'_\beta + N'_\beta \tan \theta_0)_{\text{QNDD}}}{(L'_\beta + N'_\beta \tan \theta_0)_{\text{GA}}} \approx \frac{(L'_\beta)_{\text{QNDD}}}{(L'_\beta)_{\text{GA}}} = 2.40 \times 10^{-3} \quad (3.17)$$

Equation (3.17)の結果から、前述した50 dBの差はQNDD機とGA機の $C_{l_\beta}^*$ の差に起因すると考えられる。一方、Fig. 3.3から、突風角周波数領域においてQNDD機の応答ゲインとGA機の応答ゲインの差は小さいと分かる。Equation (3.17)と同様に r_g に対する ϕ の応答ゲインの比を求めると、次のようになる。

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\left| \frac{\phi_{\text{QNDD}}(j\omega)}{r_g} \right|}{\left| \frac{\phi_{\text{GA}}(j\omega)}{r_g} \right|} = \frac{(L'_r + N'_r \tan \theta_0)_{\text{QNDD}}}{(L'_r + N'_r \tan \theta_0)_{\text{GA}}} \approx \frac{(L'_r)_{\text{QNDD}}}{(L'_r)_{\text{GA}}} = 0.592 \quad (3.18)$$

Equation (3.17)の結果と合わせ $C_{l_r \text{QNDD}}^*/C_{l_r \text{GA}}^* = 0.552$ であるから、 $\phi/\beta_g(j\omega)$ ほどの大きな差が生まれなかったと考えられる。

また、Fig. 3.2の突風角周波数領域よりも低い角周波数領域 ($\omega < 0.2$ rad/s) に注目すると、この角周波数領域では $|\phi_{\text{QNDD}}/\beta_g(j\omega)| > |\phi_{\text{GA}}/\beta_g(j\omega)|$ となる。対応する周期 ($T = 31$ s) 以上の周

期をもつ横風の影響を受けた場合、GA機よりもQNDD機の方が ϕ 変化を生じやすい。従って、長い周期をもつ横風環境下では、GA機と比較して ϕ 変化への注意が必要となる。

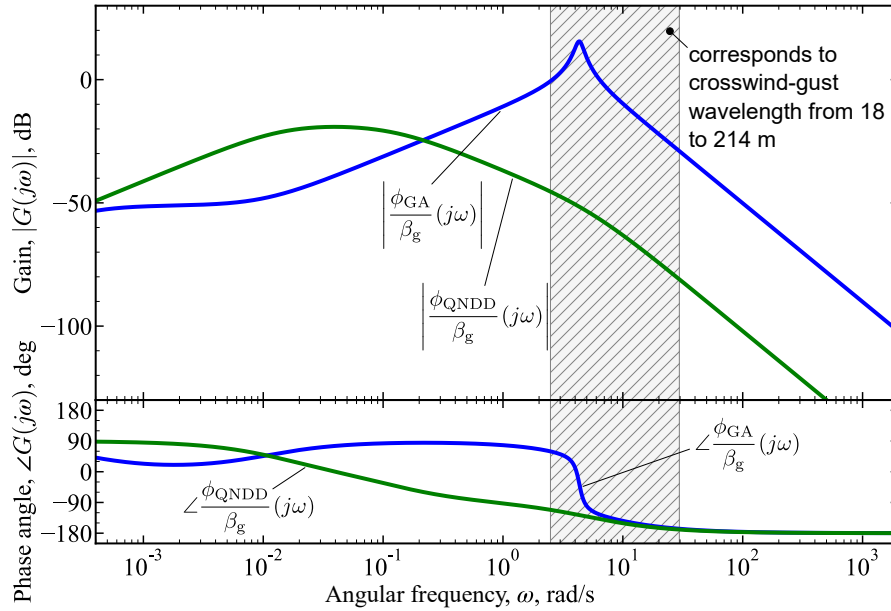


Fig. 3.2: Bode diagram of $\phi/\beta_g(j\omega)$.

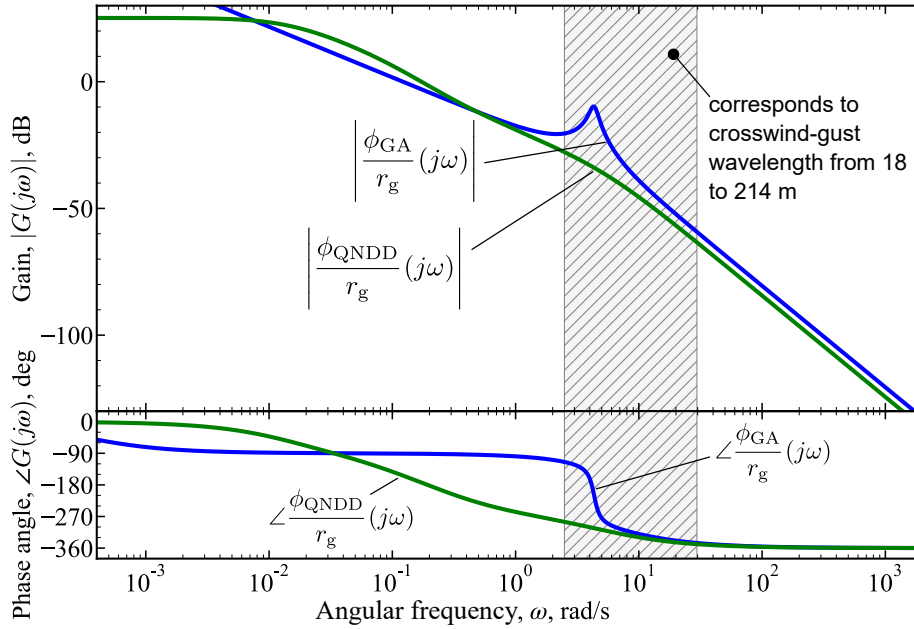


Fig. 3.3: Bode diagram of $\phi/r_g(j\omega)$.

Table 3.7: Time constants of frequency responses of QNDD and GA airplanes.

QNDD					
Poles	$T_{\text{QNDD}_1}, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$	$T_{\text{QNDD}_2}, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$	$T_{\text{QNDD}_3}, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$	$T_{\text{QNDD}_4}, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$	
	69.6 (9.03 $\times 10^{-2}$)	15.3 (0.410)	7.93 (0.792)	0.185 (34.0)	
Zeros	$T'_{\text{QNDD}_{\beta 1}}, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$	$T'_{\text{QNDD}_{r_1}}, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$	$T'_{\text{QNDD}_{r_2}}, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$		
	14.3 (0.441)	14.5 (0.432)	-3.57 (1.76)		
GA					
Poles	$T_s, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$	$T_r, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$	$\omega_{\text{nd}}, \text{ rad/s}$	$\zeta_d, [-]$	
	3120 (2.02 $\times 10^{-3}$)	0.165 (38.0)	4.33	0.0801	
Zeros	$T'_{\text{GA}_{\beta 1}}, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$	$T'_{\text{GA}_{r_1}}, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$	$T'_{\text{GA}_{r_2}}, \text{ s } (\omega, \text{ rad/s})$		
	97.9 (6.42 $\times 10^{-2}$)	0.290 (21.7)	-0.234 (26.8)		

3.2.2 数値シミュレーションによる評価

横風突風に遭遇した際のQNDD機，並びにNDD機，そしてGA機の運動を数値シミュレーションするため，Eqs. (3.19)–(3.20)で示す孤立突風 [28, 42, 44]を導入する．

$$v_g = \begin{cases} 0 & x_c^i < 0 \\ \frac{V_g}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi x_c^i}{d_g} \right) & 0 \leq x_c^i \leq 2d_g \\ 0 & 2d_g < x_c^i \end{cases} \quad (3.19)$$

$$r_g = -\frac{\partial v_g}{\partial x_c^i} = \begin{cases} 0 & x_c^i < 0 \\ -\frac{\pi V_g}{2d_g} \sin \frac{\pi x_c^i}{d_g} & 0 \leq x_c^i \leq 2d_g \\ 0 & 2d_g < x_c^i \end{cases} \quad (3.20)$$

Equations (3.19)–(3.20)において， V_g , d_g は横風突風の大きさ，そして半波長である．数値シミュレーションを行うにあたり， $V_g = 10$ m/s, $2d_g = 100$ m ($\omega = 5.33$ rad/s) とする．

Equations (2.1)–(2.9)で示した運動方程式に，慣性座標系から見た機体重心位置を表すEqs. (3.21)–(3.23)を加えた，合計12本の方程式を4次のRunge-Kutta method ($\Delta t = 1$ ms) を用いて解く．

$$\begin{aligned} \dot{x}_c^i &= U \cos \Theta \cos \Psi + V (\sin \Phi \sin \Theta \cos \Psi - \cos \Phi \sin \Psi) \\ &\quad + W (\cos \Phi \sin \Theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi) \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_c^i &= U \cos \Theta \sin \Psi + V (\sin \Phi \sin \Theta \sin \Psi + \cos \Phi \cos \Psi) \\ &\quad + W (\cos \Phi \sin \Theta \sin \Psi - \sin \Phi \cos \Psi) \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\dot{z}_c^i = -U \sin \Theta + V \sin \Phi \cos \Theta + W \cos \Phi \cos \Theta \quad (3.23)$$

ただし， $U(t) = U_0 + u(t)$, $V(t) = v(t)$, $W(t) = W_0 + w(t)$, $P(t) = p(t)$, $Q(t) = q(t)$, $R(t) = R_0 + r(t)$, $\Phi(t) = \phi(t)$, $\Theta(t) = \theta_0 + \theta(t)$, $\Psi(t) = \psi(t)$ で，変数は $\mathbf{x}(t) = \{u, v, w, p, q, r, \phi, \theta, \psi, x_c^i, y_c^i, z_c^i\}^T$ である．また，Eqs. (2.1)–(2.6)に含まれる空気力・空気力モーメントの平衡点からの変動量は，Eq. (2.41)で示したように u , $\beta = v/U_0$, $\alpha = w/U_0$, p , q , r についての線形和で表現され，Eq. (2.41)に示したすべての空力微係数を考慮する．横風突風の効果は v , r にそれぞれ v_g , r_g を足し合わせることで反映する．従って，固定翼機は横風突風によって機体座標系 y_b 方向に $-v_g$ の速度，機体座標系 z_b まわり $-r_g$ の角速度を受けることになる．

Figure 3.4にて，QNDD機，並びにNDD機，そしてGA機が横風突風に遭遇した際の各種変数

の時間履歴を示す。緑色実線がQNDD機、紫色がNDD機、青色実線がGA機を表す。横風突風が印加されている時刻域については灰色斜線で背景色を付けた。

まず、横・方向系の運動に関連する姿勢角 (Φ , Ψ) に注目すると、GA機と比較してQNDD機の $\max \|\Phi\|$, $\max \|\Psi\|$ はいずれも非常に小さい値であることが確認できる。また、QNDD機とNDD機のデザインポイントは非常に近いため、両機の運動も非常に似たものとなる。ここで、 v_g , r_g , そして Φ の位相関係について注目する。1周期分のみ印加されている v_g と r_g の角周波数成分の内、 $\omega = 5.33$ rad/s の成分が支配的であるとすると、Figs. 3.2–3.3 から $\angle\phi_{\text{QNDD}}/\beta_g \approx -120$ deg, $\angle\phi_{\text{QNDD}}/r_g \approx -270$ deg である。整理のしやすさから v_g との位相差を考える。 $\angle\phi_{\text{QNDD}}/\beta_g$ は v_g から 120 deg 遅れて現れ、 r_g は v_g から 90 deg 進むので、 $\angle\phi_{\text{QNDD}}/r_g$ は v_g から 180 deg 遅れて現れる。Figure 3.4 に描く QNDD 機の Φ は v_g と逆位相であるから、横風突風による QNDD 機の Φ 変化は r_g に依るところが大きいことが分かる。別途、 $\beta_g = 0$ deg とした数値シミュレーションを行い、得られた QNDD 機の時間履歴の内、 Φ のみを Fig. 3.4 にて緑破線で描いた。Figure 3.4 で観測される QNDD 機の Φ 変化は r_g に大きく依存することが確認できる。

次に、縦系の運動に関する変数 (Θ , α_b) に注目する。GA機は short-period mode ($\omega_{\text{nsp}} = 10.7$ rad/s, $\zeta_{\text{sp}} = 0.174$ [-], $\omega_{\text{nsp}}\sqrt{1-\zeta_{\text{sp}}^2} = 10.5$ rad/s) と Phugoid mode ($\omega_{\text{nph}} = 0.227$ rad/s, $\zeta_{\text{ph}} = 0.0616$ [-], $\omega_{\text{nph}}\sqrt{1-\zeta_{\text{ph}}^2} = 0.227$ rad/s) をもち、それぞれ Θ と α_b において $t =$ (横風突風印加後)~10 s, Θ において $t =$ (横風突風印加後)~22 s で観測される。一方で、QNDD機が類似した縦系の固有運動を有する (Appendix A を参照) にも関わらず、 Θ と α_b の変化はほとんど観測されない。行った数値シミュレーションにおいて横風突風の影響は横・方向系の空気力・空気力モーメントが主として機体に作用するから、機体運動の連成項 (Eq. (2.1) における RV や Eq. (2.3) における PV) を通じて縦系の運動が誘起されていると考えられる。この点において、QNDD機は横風突風によって GA と同程度の V の値をもつものの、 $C_{l_\beta}^*$, $C_{n_\beta}^*$ の絶対値が小さいため横風突風による P や R が発生しにくく、縦系の運動を誘起しにくい機体でもあることが分かる。

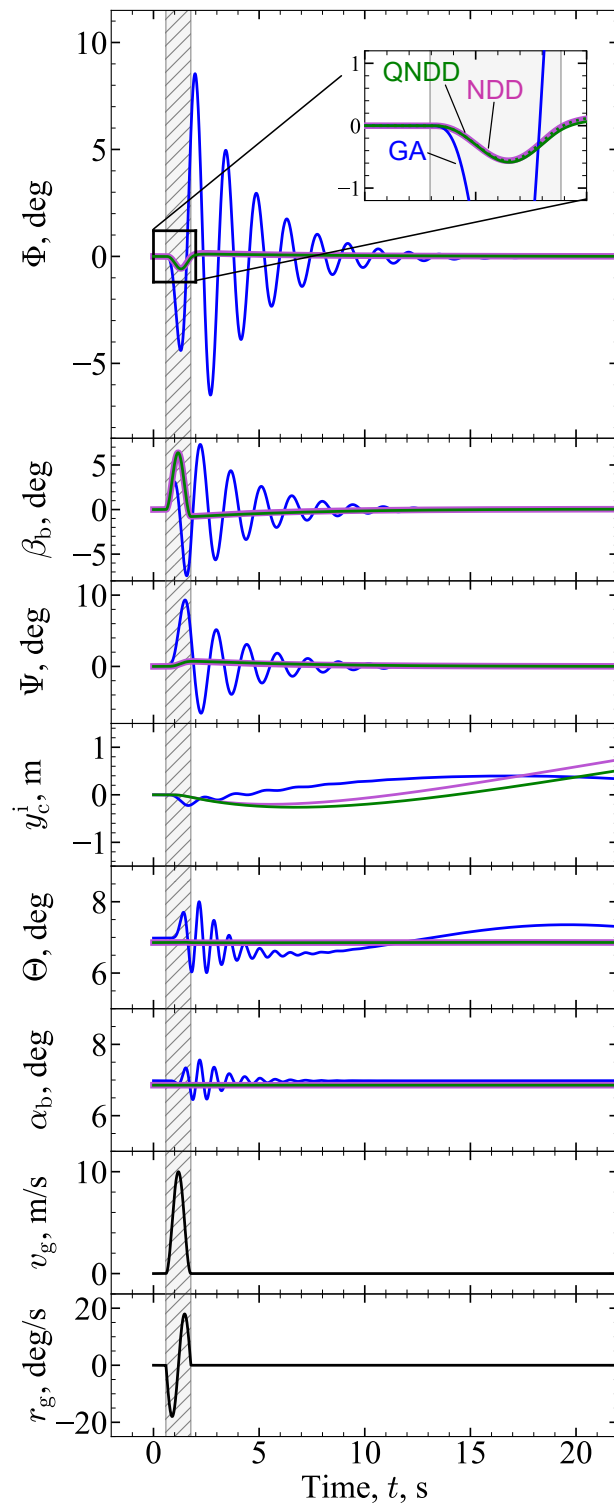


Fig. 3.4: Numerical simulations of QNDD, NDD, and GA airplanes plunging into a discrete one-minus cosine crosswind gust.

第4章

コンフィギュレーション最適化

本章では，QNDD機の C_{l_β} ， C_{n_β} に対するロバスト性向上を目指したコンフィギュレーションの最適化を行う．スパン10 m，double-hinged wingを有し，垂直尾翼をもたない固定翼機を対象とし，逐次線形二次計画法を用いた最適化を行う．先ず，最適化にあたり評価関数，等式拘束条件，不等拘束条件を紹介し，最適化されたコンフィギュレーションを示す．次に，主翼の弾性変形を考慮した許容可能な横風を評価指標として導入し，最適化されたコンフィギュレーションが高いロバスト性をもつことを確認する．最後に，横風突風を印加した際の挙動について数値シミュレーションを実行し，最適化されたQNDD機がオリジナルのQNDD機同様，横風突風によって姿勢変化を生じにくい機体であることを示す．

4.1 問題設定と最適化結果

Figure 2.10で描かれたQNDD領域は非常に小さい領域で，とりわけ横風遭遇時の主翼の弾性変形といったデザインポイントからのずれを考慮すると現実的でない．そこで， C_{l_β} ， C_{n_β} に対するロバスト性向上，つまり， $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ 平面におけるQNDD領域拡大が必要と考え，勾配法的一种である逐次線形二次計画法を用いて最適コンフィギュレーションを求めることを目的とする．

4.1.1 最適化手法

最適化問題を取り扱うにあたり，本研究では勾配法，とりわけ非線形計画問題の1種である逐次二次計画法（SQP, Sequential Quadratic Programming）を用いた最適化を行う．計算コードはPythonにてサポートされるSLSQP（Sequential Least-Squares Programming）[45]を使用する．また，このSLSQPライブラリは多くの最適化問題に使用された実績 [46–48]をもつ．

最適化ルーチンには，第2章で導出した数理モデルと同様の手法で構築した数理モデルを与える．コンフィギュレーションの基本構成はFig. 4.1に示す通りである．文献 [49]では，大きな突風下であるほど滑空中のカモメが上反角と下反角の大きなガルウィングをもつことが報告されてい

る。上反角と下反角の大きなガルウィングは縦系の固有運動に深く関連する C_{m_α} に寄与することが報告されている [50]一方で、横・方向系の固有運動にも寄与する可能性についても言及されている [49]。そこで、鳥の飛行を参考にし、垂直尾翼をもたず、内翼 (inner wing) と外翼 (outer wing) の2つの翼から構成されるdouble-hinged wingをもつ機体を基本構成として選択した。また、Fig. 4.1に示す変数の内、(*)が付く変数は最优化問題における変数で、決定変数を以下のベクトルとしてまとめる。また、最適化の自由度を高めるため、胴体、主翼、水平尾翼の質量特性は自由に变化できるものとし、 x_{fus}^b や x_w^b も決定変数に含めることとした。

$$\xi := \{W_0 \quad x_w^b \quad b_{\text{ref}_{iw}} \quad \Gamma_{iw} \quad \Lambda_{iw} \quad \Gamma_{ow} \quad \Lambda_{ow} \quad i_{ht} \quad \Gamma_{ht} \quad x_{\text{fus}}^b\}^T \quad (4.1)$$

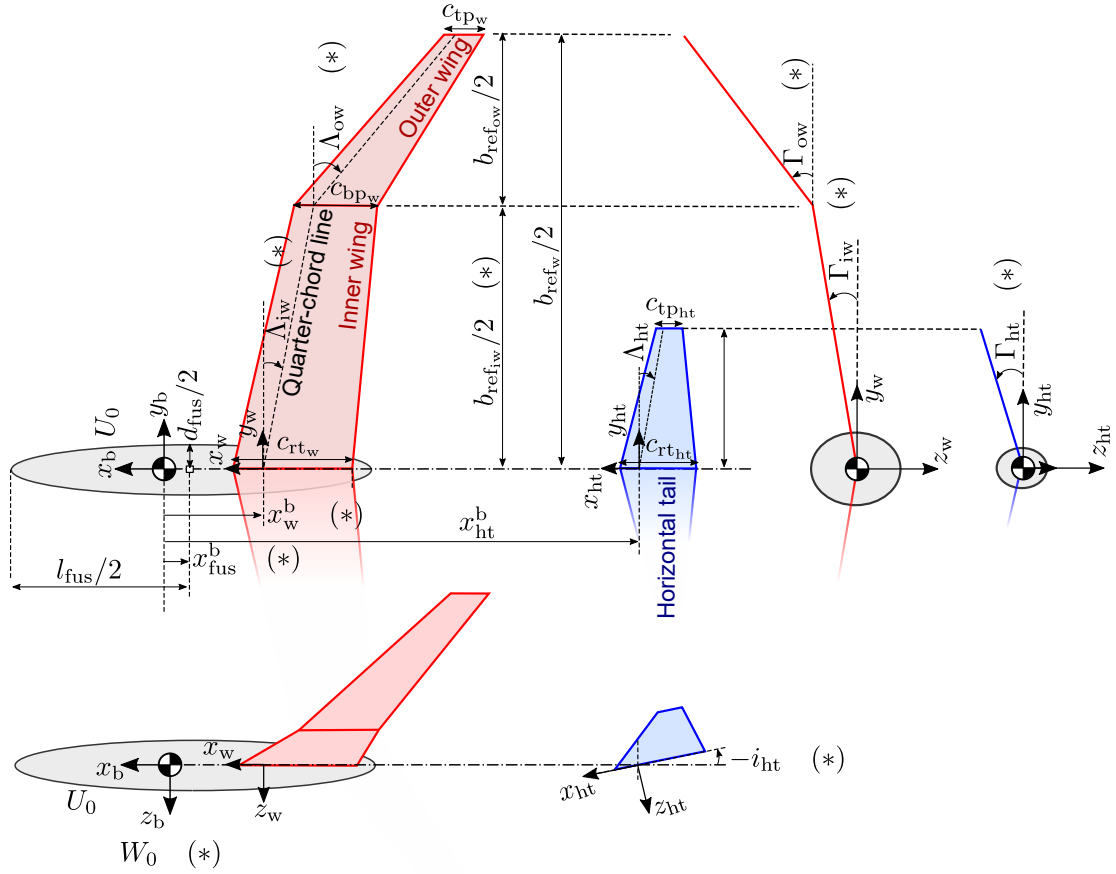


Fig. 4.1: Mathematical model of fixed-wing aircraft to be optimized.

4.1.2 拘束条件と評価関数の定義

Equation (4.2)がSLSQPで解く問題である.

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize : } J \\
 & \qquad \qquad \qquad \Sigma = \mathbf{0} \\
 & \text{subject to : } \Xi > \mathbf{0} \\
 & \qquad \qquad \qquad \underline{\xi} < \xi < \bar{\xi}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Equation (4.2)中の変数について本項にて説明する. ただし, Eq. (4.2)における表記の内, あるベクトル $\mathbf{X} = \{x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n\} > \mathbf{0}$ を考えたとき, $\mathbf{X} > \mathbf{0}$ はスカラ値の要素 x_1, x_2, \dots, x_n が正の実数であることを意味する.

等式拘束条件

まず, 等式拘束条件について述べる. 水平定常飛行を考えているので, 満たすべき条件はEq. (4.3)で与えられる.

$$\Sigma := \begin{Bmatrix} mg + Z_a \cos \alpha_0 - X_a \sin \alpha_0 \\ M_a \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \tag{4.3}$$

また, 推力 T_0 はEq. (2.50)に従って決定されるものとする.

不等式拘束条件

次に, 不等拘束条件について述べる. まず, Eq. (3.1)と同様の線形システムを考える.

$$\dot{x} = \mathcal{A}x \tag{4.4}$$

x は状態量ベクトルで $x \in \mathbb{R}^4$, \mathcal{A} は時不変のシステム行列で $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ とする. Equation (4.4)から得られる4次の特性方程式を考えると, Eq. (4.5)となる.

$$s^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E = 0 \tag{4.5}$$

このとき, Routhの安定判別法より, Eq. (4.4)で表現されるシステムが安定 (固有値の実部がすべて負) となる必要十分条件は, Eq. (4.5)において s^4 の係数が正 (1) であるから次のように表される.

$$\Xi_{\text{stable}} := \{B \ C \ D \ E \ BC - D \ BCD - B^2E - D^2\} > \mathbf{0} \tag{4.6}$$

続いて, 文献 [51]より, Eq. (4.4)の固有値がすべて実数である必要十分条件は次のように表現

される。

$$\Xi_{\text{real}} := \{A' \quad B' \quad C' \quad \Delta\} > \mathbf{0} \quad (4.7)$$

$$\text{where } \begin{cases} A' &= 3B^2 - 8C \\ B' &= 3B^4 + 16(C^2 - B^2C + BD - 64E) \\ C' &= B^3 - 4BC + 8D \\ \Delta &= (1/27) [4(g_1)^3 - (g_2)^2] \\ g_1 &= 12E - 3BD + C^2 \\ g_2 &= 72CE + 9BCD - 2C^3 - 27D^2 - 27B^2E \end{cases}$$

QNDD機は横・方向系の固有値がすべて負の実数であった。縦系の安定な固有運動も考慮し、Eqs. (2.45)–(2.46)で表現される縦系，並びに横・方向系の線形システムに課すべき不等拘束条件は次のようになる。

$$\Xi := \{\Xi_{\text{stable}}^{\text{lon}} \quad \Xi_{\text{stable}}^{\text{lat}} \quad \Xi_{\text{real}}^{\text{lat}}\}^T > \mathbf{0} \quad (4.7)$$

評価関数

QNDD領域の大きさはEq. (4.8)で定義される。

$$S_{\text{QNDD}} := \iint_Q dC_{l_\beta} dC_{n_\beta} \quad (4.8)$$

ただし， Q はQNDD機の条件（ $\Xi_{\text{stable}}^{\text{lat}} > \mathbf{0}$ ， $\Xi_{\text{real}}^{\text{lat}} > \mathbf{0}$ ）を満足する解空間（実行可能領域）である。

Equation (4.8)を解析的に求めることは難しい。最適化を施す目的は， $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ 平面における C_{l_β} ， C_{n_β} に対するロバスト性向上である。そこで， S_{QNDD} ではなく，Figure 2.10においてデザインポイントからずれた場合を考え，QNDD領域内に収まる最大のずれをロバスト性の判断基準（後述の r_{QNDD} ）とする。

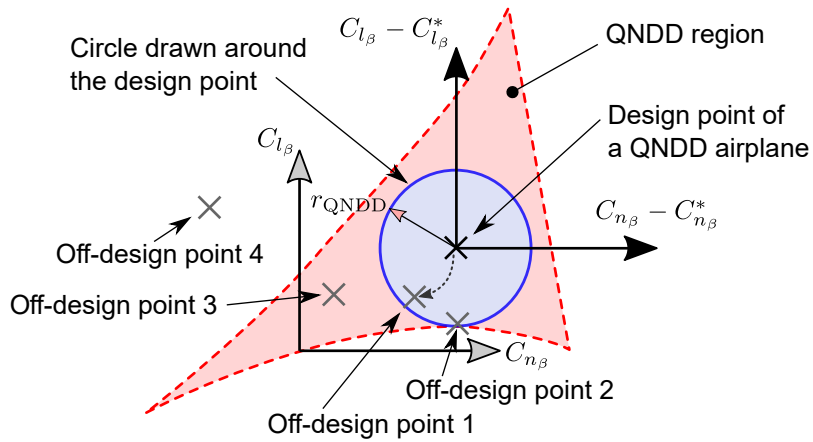


Fig. 4.2: Concept for evaluating a robustness of a QNDD airplane as a cost function.

Figure 4.2においてデザインポイントまわりに定義される円（青色）を考える。ただし，Fig. 4.2におけるデザインポイントは $C_{l_\beta} = C_{l_\beta}^*$ ， $C_{n_\beta} = C_{n_\beta}^*$ ， $C_{y_\beta} = C_{y_\beta}^*$ ， $C_{l_p} = C_{l_p}^*$ ，etc. の各種無次元安定微係数で特徴づけられ，一方で $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ 平面にひろがるオフデザインポイントは C_{l_β} ， C_{n_β} のみが独立に変化した場合を考える。赤色の領域はQNDD領域，×印はデザインポイント（ $C_{l_\beta} = C_{l_\beta}^*$ ， $C_{n_\beta} = C_{n_\beta}^*$ ）である。円は r_{QNDD} を半径にもち，QNDD領域の1辺ないし2辺以上と接しQNDD領域内に完全に内包される。ここで， $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ 平面においてデザインポイントから ΔC_{l_β} ， ΔC_{n_β} だけデザインポイントがずれる場合を考える。QNDD領域の r_{QNDD} は既知であるものとする。 $\sqrt{\Delta C_{l_\beta}^2 + \Delta C_{n_\beta}^2} < r_{\text{QNDD}}$ となるエラーが発生したとき，オフデザインポイントはQNDD領域内に包含される（Off-design point 1）。逆に， $\sqrt{\Delta C_{l_\beta}^2 + \Delta C_{n_\beta}^2} > r_{\text{QNDD}}$ となる大きなエラーが発生したとき，オフデザインポイントは場合によってはQNDD領域内に包含され（Off-design point 3），場合によってはQNDD領域外となる（Off-design point 4）。一方で， $\sqrt{\Delta C_{l_\beta}^2 + \Delta C_{n_\beta}^2} = r_{\text{QNDD}}$ となるエラーが発生したとき，これは最小限のエラーによってQNDD領域からデザインポイントが逸脱する恐れのある最悪のケース（Off-design point 3）である。そこで， C_{l_β} ， C_{n_β} に対するロバスト性を偏りに評価する指標として r_{QNDD} を導入する。

r_{QNDD} を求めるにあたり，文献 [52]に記載のあるMonte-Carlo法を用いた r_{QNDD} の推算を行う。以下にFig. 4.3と併せて手順をまとめる。

Step 1 デザインポイントを中心とする $r_{\text{QNDD}}^{(1)}$ の円を $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ 平面に描く。ただし， $r_{\text{QNDD}}^{(1)}$ はQNDD領域の辺に接している必要はない。 $r_{\text{QNDD}}^{(i)}$ の右肩に示す数字 i は反復計算の回数である。

Step 2 $r_{\text{QNDD}}^{(1)}$ の円上に N_{spec} 個の計算点をランダムに配置する。

Step 3 各計算点において $\Xi_{\text{stable}}^{\text{lat}} > \mathbf{0}$ ， $\Xi_{\text{real}}^{\text{lat}} > \mathbf{0}$ が満足されるか計算する。

Step 4 二分法に従い，計算点の1点でも $\Xi_{\text{stable}}^{\text{lat}} > \mathbf{0}$ ， $\Xi_{\text{real}}^{\text{lat}} > \mathbf{0}$ を満足しなければ $r_{\text{QNDD}}^{(2)} < r_{\text{QNDD}}^{(1)}$ ，すべての計算点が満足されれば $r_{\text{QNDD}}^{(2)} > r_{\text{QNDD}}^{(1)}$ となるように更新する。

Step 5 以上の操作を相対誤差（ $\epsilon_{\text{BM}} := \sqrt{\left[(r_{\text{QNDD}}^{(i+1)} - r_{\text{QNDD}}^{(i)}) / r_{\text{QNDD}}^{(i+1)} \right]^2}$ ）が 10^{-5} 以下となるまで反復計算を行う。

以上の手続きによって得られる r_{QNDD} を評価関数に用いる。評価関数を $J := r_{\text{QNDD}}^2$ と定義した場合，最適化途中に $\xi \notin Q$ となると $J = 0$ を返すことになる。SLSQPは評価関数，等式拘束条件，不等拘束条件を段階的に処理していくので， $\xi \notin Q$ であるときは $\xi \in Q$ となるような勾配を与える評価関数を設定すると計算時間の短縮に繋がる，加えて， r_{QNDD} のオーダは最適化途中，大きく変動するので評価関数は次のように定義した。

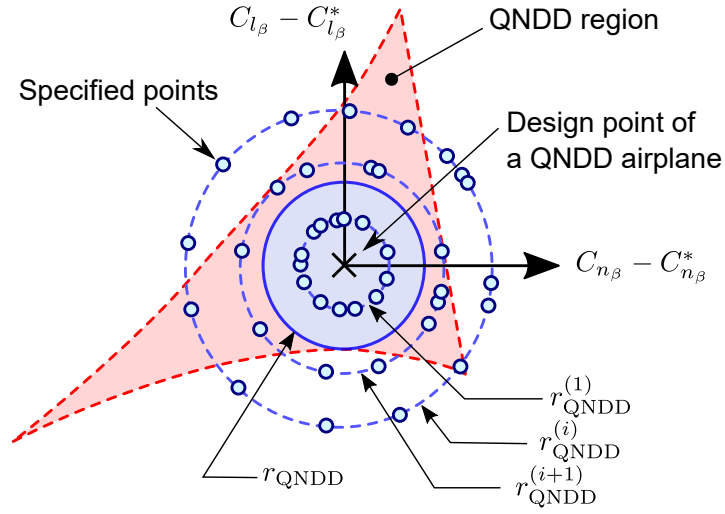


Fig. 4.3: Estimation of r_{QNDD} with Monte-Carlo method and bisection rule.

$$J := \begin{cases} \varepsilon_1 - \log_{10} (r_{\text{QNDD}}^2) & \text{for } \xi \in Q \\ \varepsilon_2 + (C_{l_\beta}^*)^2 + (C_{n_\beta}^*)^2 & \text{for } \xi \notin Q \end{cases} \quad (4.9)$$

where $\varepsilon_1 = 19.5$, $\varepsilon_2 = 100$

決定変数の定義域

前述したように、決定変数はFig. 4.1において(*)が付く変数である。最適化処理によって得られた解が数値的に要件を満たすが、負のスパンなど工学的に意味のない解となることを避けるためにTable 4.1にまとめる定義域を課す。Table 4.1に示す下限を $\underline{\xi}$ 、上限を $\bar{\xi}$ と表す。また、決定変数以外の値についてはTable 2.3に従う。

Table 4.1: Boundaries on variables to be optimized.

Boundary			
0.7	<	$W_0, \text{m/s}$	< 14.0
-0.6	<	x_w^b, m	< 0.6
1.5	<	$b_{\text{ref}_{iw}}, \text{m}$	< 7.5
0	<	Γ_{iw}, deg	< 45
-20	<	Λ_{iw}, deg	< 20
-45	<	Γ_{ow}, deg	< 45
-20	<	Λ_{ow}, deg	< 20
-25	<	$i_{\text{ht}}, \text{deg}$	< 25
-40	<	$\Gamma_{\text{ht}}, \text{deg}$	< 40
-1.0	<	$x_{\text{fus}}^b, \text{m}$	< 1.0

最適化アルゴリズムと勾配法によって得られる局所最適解の扱い

決定変数に対する評価関数の非線形性が強いことが予測されるので、試験的にメタヒューリスティックアルゴリズムの1つである遺伝的アルゴリズムによる最適化を行った。プログラムはPythonでサポートされているDEAP [53]ライブラリを使用した。遺伝的アルゴリズムを用いた最適化にあたり、Eq. 4.9で表される評価関数の値をfitnessとして与えた。試行した結果、 Q の空間に対して $\underline{\xi} < \xi < \bar{\xi}$ の空間が非常に大きいため、膨大な数のindividualsが必要、かつ、小さな変異と交叉の設定が必要と分かった。 r_{QNDD} の推定にはMonte-Carlo法を用いた推算を行うため、限られた計算資源の下では推定精度を確保することが難しくなる。推定精度の悪化は、 r_{QNDD} 、すなわちロバスト性の過大評価に繋がる。そこで、本研究では推定精度を優先し、勾配法による最適化を選択した。

勾配法の選択に従い、決定変数に対する評価関数の非線形性から局所最適解を得ることになる。局所最適解は初期値依存性をもつため、Equation (4.2)をSLSQPを用いて解くにあたり、 $\underline{\xi} < \xi < \bar{\xi}$ を満たす範囲でランダムに初期変数 ξ を生成し、初期値として与え、総計1000ケースの最適化ルーチンを実行する。得られた局所最適解群から r_{QNDD} が最大のを最適QNDD機コンフィギュレーションとして取り扱うこととする。従って、本研究において得られる最適QNDD機コンフィギュレーションはEq. (4.2)で表現される問題の大域最適解でない可能性がある。そこで、第4.2節では、計算コストは高いものの、より現実的な問題に則したロバスト性評価指標を新たに提案し、得られた最適QNDD機コンフィギュレーションについて評価を行う。この評価指標がある基準を満足していれば、最適QNDD機コンフィギュレーションが十分なロバスト性をもつと判断し、本節の目標を達成したと判断する。

4.1.3 最適化結果

初期値の異なる1000ケースの最適化ルーチンの内、収束した（KKT条件を満足した）局所最適化解の数は797ケースであった。この中から、 r_{QNDD} が最大であったコンフィギュレーション、即ち、本研究における最適QNDD機コンフィギュレーションをFig. 4.4に示す。比較対象としてオリジナルQNDD機（double-hinged wingをもたず、上反角、垂直尾翼容積を低減することで得られたQNDD機コンフィギュレーション）をFig. 4.5に示す。最適QNDD機とオリジナルQNDD機に関する決定変数の数値をTable 4.2にまとめる。ただし、オリジナルQNDD機の数値は最適化問題を解いて求めた値ではないことに注意されたい。Figure 4.4から明らかなように、最適QNDD機は特徴的な前進角のついたガルウィングを有する。QNDD機の特徴は、絶対値の小さい C_{l_β} と C_{n_β} をもつこと、そして横・方向系の固有運動に振動モードをもたないことである。QNDD機に振動モードが存在しない理由は、 C_{l_β} と C_{n_β} の絶対値が小さい、即ち、バネマスダンパ系におけるバネ定数が小さく過減衰となるためである。最適QNDD機のコンフィギュレーションを観察すると、バネ定数（ C_{l_β} と C_{n_β} の絶対値）を小さくすると同時に減衰係数（ C_{n_r} の絶対値）を大きくする主翼内翼上反角、主翼内翼前進角、主翼外翼下反角、そして水平尾翼上反角である。また、Fig. 4.6に

最適QNDD機とオリジナルQNDD機のQNDD領域境界を描画した。赤色破線と緑色破線はそれぞれ最適QNDD機とオリジナルQNDD機のQNDD領域境界を表し、×がデザインポイントを表す。Figure 4.6から明らかなように最適化問題を解くことでQNDD領域の拡大が達成された。ここで、横風遭遇時に考えられるオフデザインポイントへのずれの主要因を主翼の変形と考える。この場合、主翼が弾性体であると仮定すれば、横風による外力モーメントが印加されなくなった時点でコンフィギュレーションはオフデザインポイントからデザインポイントへ戻る。従って、この過程において、得られたコンフィギュレーションは外乱 (v_g) に対して安定である。

また、局所最適解群を解析することで、コンフィギュレーションと S_{QNDD} の関係を明らかにすることも重要である。そこで、Fig. 4.7に S_{QNDD} と無次元安定微係数の関係を散布図で描画した。 S_{QNDD} が大きい5機について赤、青、緑、紫、橙の順番で色を付けた。Figure 4.7から、 $C_{y\beta}^*$ 、 $C_{y_r}^*$ 、 $C_{n_r}^*$ が負に大きいコンフィギュレーションであるほど S_{QNDD} が大きい傾向にあることが分かる。相関関係についての検討はAppendix Cで詳しく述べる。

最適QNDD機は主翼に前進角を有する。前進角をもつ翼は、高迎角において翼端失速を起こしにくい、絶対値の等しい後退角を有する翼と比較して最大揚力係数が大きい、高迎角においても $C_{l_p} < 0$ を維持しやすいというメリットをもつ一方で、空力弾性におけるダイバージェンス速度の減少というデメリットをもつ [54, 55]。ダイバージェンス速度は翼構造と密接な関係にあり、繊維強化複合材料を用いた空力弾性テーラリングといった技術により前進翼の実現性が提唱され、1980年代にはX-29による飛行試験が実際に行われた [56, 57]。しかし、炭素繊維複合材料を使用した場合であっても極度の前進角がついた翼のダイバージェンスを完全に防止することが難しいことが指摘され、ダイバージェンス速度以外にもフラッタ速度の問題にも注意が必要であることが知られている [58]。従って、ガルウィングに対する空力弾性問題の検討は重要な課題であるが、本論文ではQNDD機の飛行特性について主眼を置くものとし、空力弾性に関する問題は取り扱わない。

Table 4.2: Decision variables of optimized and original QNDD airplanes.

Property	Value of optimized	Value of original
W_0 , m/s	8.95 ($\alpha_b = 6.02$ deg)	7.79 ($\alpha_b = 5.25$ deg)
x_w^b , m	-0.311	0.240
$b_{ref_{iw}}$, m	6.20	5.00
Γ_{iw} , deg	30.4	0.500
Λ_{iw} , deg	-26.7	-0.900
Γ_{ow} , deg	-44.2	-0.846
Λ_{ow} , deg	-9.31	1.50
i_{ht} , deg	4.44	-2.37
Γ_{ht} , deg	45.0	10.3
x_{fus}^b , m	-0.070	-0.250

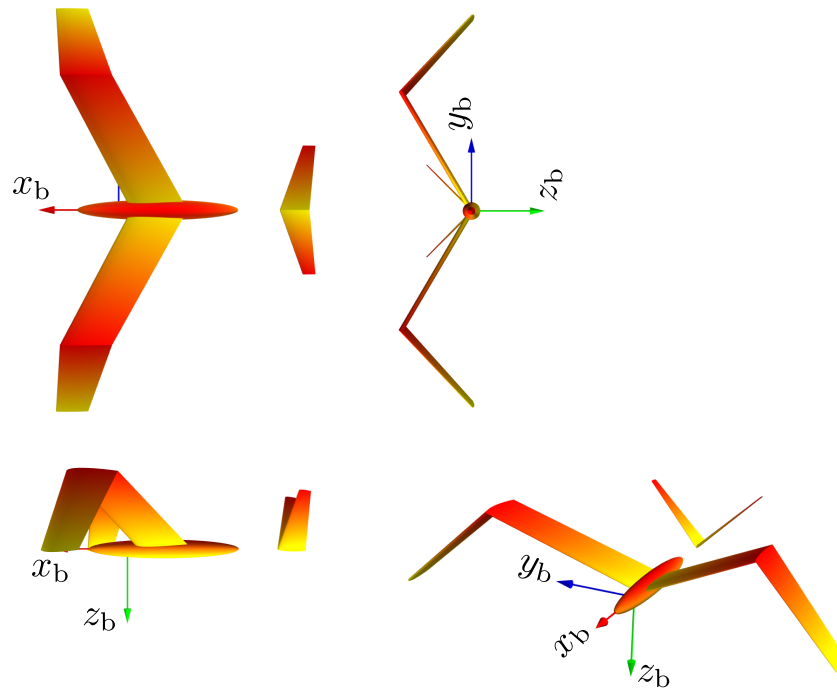


Fig. 4.4: Optimized QNDD airplane.

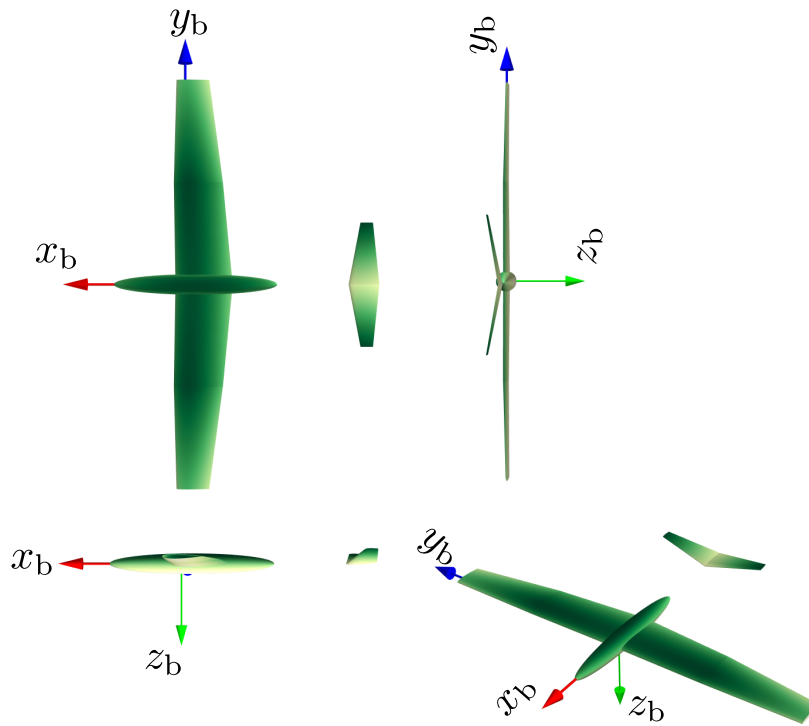


Fig. 4.5: Original QNDD airplane.

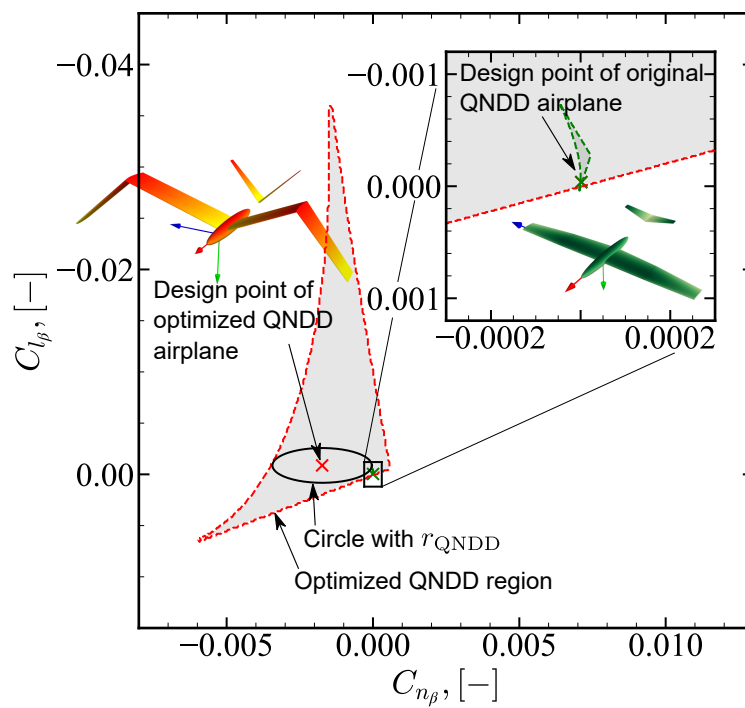


Fig. 4.6: Optimized and original QNDD regions.

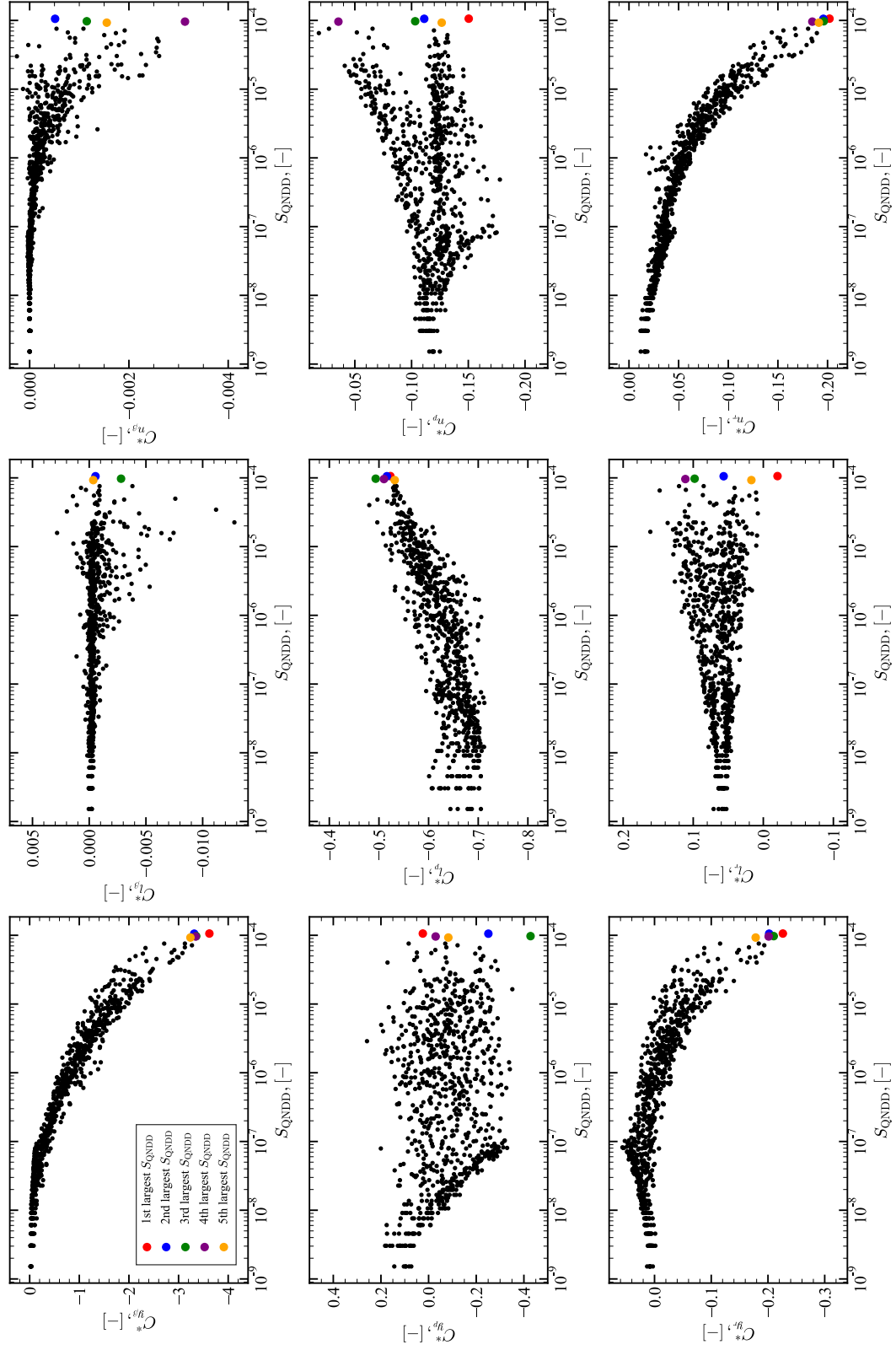


Fig. 4.7: Relationship between S_{QNDD} and nondimensional stability derivatives.

4.2 最大許容可能横風の提案と数値計算結果

最適QNDD機とオリジナルQNDD機のQNDD領域を比較することによって、最適QNDD機が相対的に C_{l_β} , C_{n_β} 変化に対して大きなロバスト性を有することが分かった。しかし、そのロバスト性の実用的十分度を判断することはできない。そこで、ロバスト性の実用的十分度を判断する指標を新たに提案し、その指標の有効性を評価する。

4.2.1 最大許容可能横風

横風遭遇時に考えられる大きなオフデザインポイントへのずれの1つに主翼弾性変形が考えられる。Figure 4.8に黒色の×点で示すのは $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ 平面におけるデザインポイントである。緑色の×点で示すのは、ある横風 v_g によって生じた主翼弾性変形を通して空力性能が変化したオフデザインポイントである。デザインポイントからオフデザインポイントへのずれをEq. (4.10)で定義する。

$$\Delta_{\text{QNDD}}(v_g) := \sqrt{\left[C_{l_\beta}(v_g) - C_{l_\beta}^* \right]^2 + \left[C_{n_\beta}(v_g) - C_{n_\beta}^* \right]^2} \quad (4.10)$$

このとき、 $r_{\text{QNDD}} = \Delta_{\text{QNDD}}(v_g)$ となるときの v_g を“最大許容可能横風 (Maximum Acceptable Crosswind) V_{MAC} ”と呼ぶこととする。

V_{MAC} を算出するにあたって次の仮定を考える。

- 主翼のみについて考える。
- 定常横風による静的な主翼弾性変形が引き起こす C_{l_β} , C_{n_β} 変化のみを評価する。

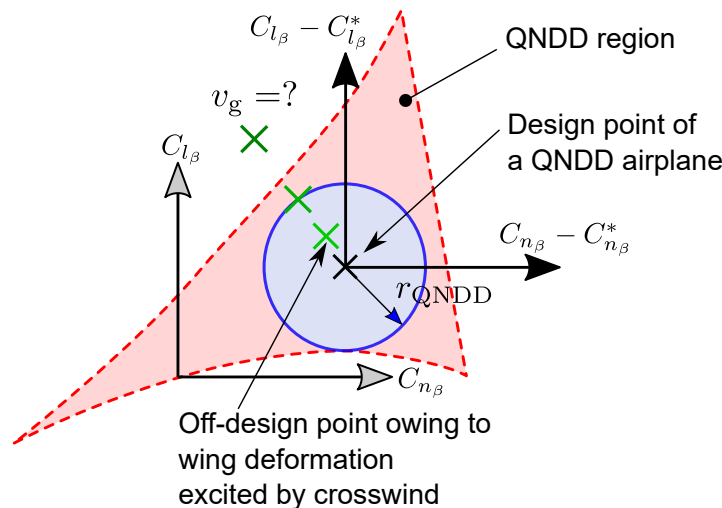


Fig. 4.8: Off design points (cross markers colored in green) owing to wing deformation excited by crosswind on $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ plane.

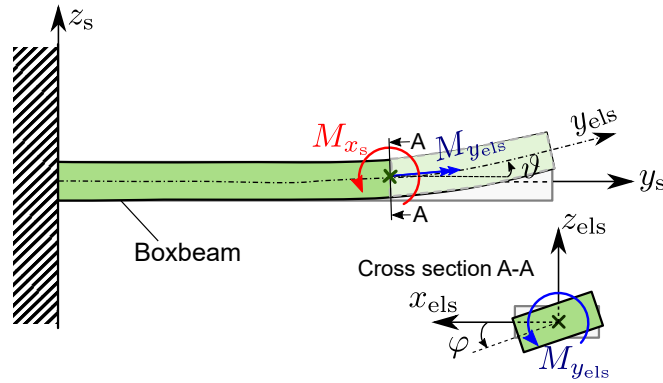


Fig. 4.9: Boxbeam.

- 文献 [59,60]を参照し，構造はbox beamとしてモデル化，曲げと捩りについて評価する．
- 曲げはEuler-Bernoulliの梁理論，捩りはSt. Venantの捩り理論に従う．
- 主翼根は慣性座標系に固定され，定常横風を受ける．
- 流体は3次元ポテンシャル流れを考え，Panel法を用いて翼周りの流れ場を解く．
- Box beamに加わるモーメントは，box beam自身の重力に起因するモーメントと空気力に起因するモーメントとする．

4.2.2 構造・空気力計算スキーム構築

Box beamモデル

Euler-Bernoulliの梁理論，St. Venantの捩り理論に従って導出される曲げと捩りに関する基礎方程式はそれぞれEqs. (4.11)–(4.12)で表される．

$$E_{bb}I_{x_s x_s}(y_s) \cdot \frac{d\vartheta}{dy_s} = M_{x_s}(y_s) \quad (4.11)$$

$$G_{bb}J_s(y_{els}) \cdot \frac{d\varphi}{dy_{els}} = M_{y_{els}}(y_{els}) \quad (4.12)$$

Equations (4.11)–(4.12)で表現されるように曲げと捩りは完全に分離されるものとした．たわみ角 ϑ と捩り角 φ ，曲げモーメント M_{x_s} と捩りモーメント $M_{y_{els}}$ はFig. 4.9に示すように定義される．曲げ，捩り共に $x_s - y_s - z_s$ 座標系で取り扱うのが微小変形の際には一般的であるが，ここでは曲げ変形の結果得られる座標系 ($x_{els} - y_{els} - z_{els}$) で捩り変形の解析を行った．捩り座標系を $x_{els} - y_{els} - z_{els}$ に選ぶ利点は，曲げ変形によって変化する空気力モーメントを仮定なしで基礎方程式に反映することができる点である．一方，曲げ座標系が $x_s - y_s - z_s$ 座標系である理由は，一般的に翼構造物の捩り変形が小さいためである．Equations (4.11)–(4.12)を数値的に解くにあたり，1次微分項を2次精度後退差分で近似し，一端固定の境界条件を課した離散点より順次積分を行う．計算刻み幅は， $\Delta y_s = \Delta y_{els} = 8.34 \times 10^{-3}$ mである． $\Delta y_s = \Delta y_{els} = 8.34 \times 10^{-4}$ mとした場合についても計算を行った結果，翼端での変位が相対誤差0.5% 以内となり十分に小さ

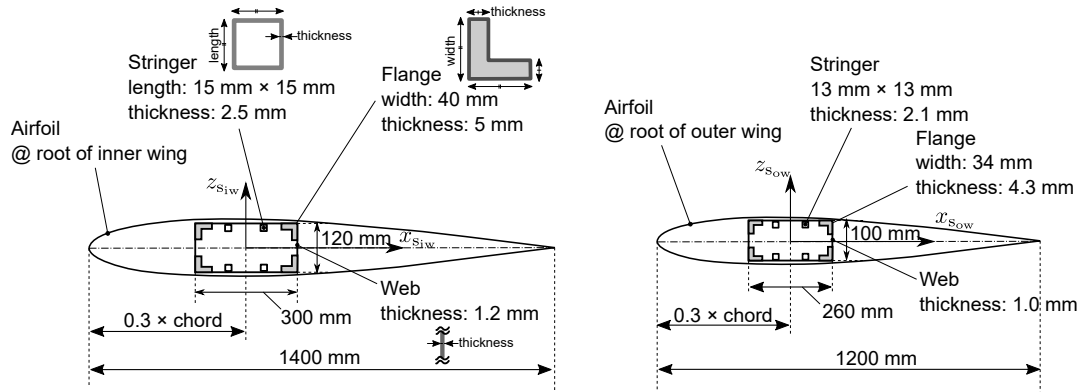
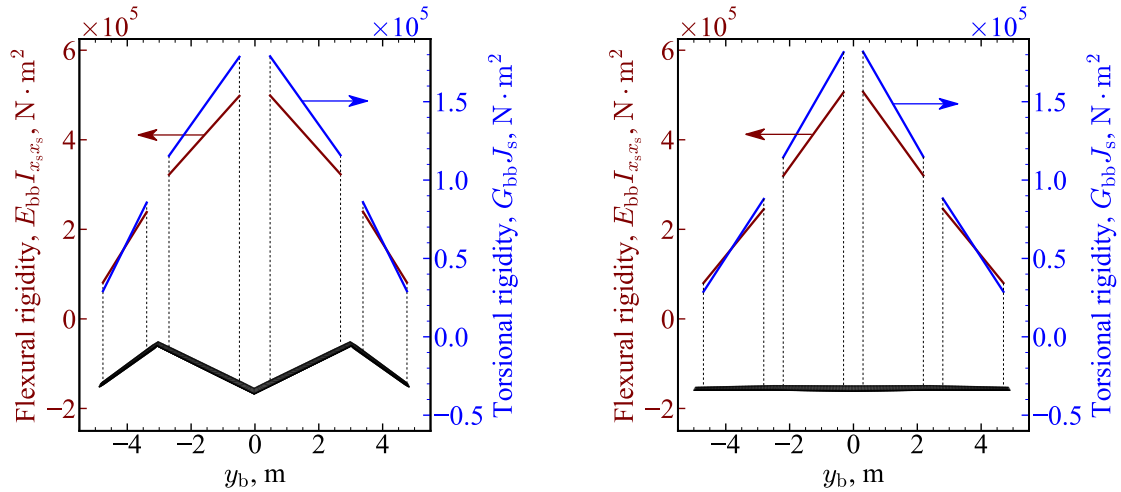


Fig. 4.10: Cross section of boxbeam.



(a) Optimized QNDD airplane.

(b) Original QNDD airplane.

Fig. 4.11: Rigidities along span.

い計算刻み幅であることを確認した。

Equations (4.11)–(4.12)に含まれる曲げ剛性 $E_{bb}I_{x_s x_s}$, 捩じり剛性 $G_{bb}J_s$ はFig. 4.10に示す各翼根でのbox beam断面をもとに算出し, 最適QNDD機, オリジナルQNDD機の各種剛性をFigs. 4.11a–4.11bに示す。材料特性は, ヤング率 (縦弾性係数) $E_{bb} = 71 \times 10^3$ MPa, 剪断弾性係数 (横弾性係数) $G_{bb} = 26 \times 10^3$ MPa, そして $\rho_{bb} = 2.80 \times 10^3$ kg/m³である。文献 [61]に従い主翼質量 m_w を推算すると, 機体質量 $m = 1900$ kgの固定翼機では $m_w \approx 188$ kgである ($C_w = 1.15$)。さらに文献 [62]より, box beam (主翼の曲げと捩じりをもつ構造部材)の質量は主翼質量の約半分であるから, $m_{bb} \approx 94$ kgがbox beam質量となる。本検討で取り上げたbox beamの質量は, 最適QNDD機で83.5 kg, オリジナルQNDD機で60.5 kgである。ただし, ここで使用した推算式はガルウィングに対応した推算式ではないため, 得られた値は目安である。

ポテンシャル流れ

翼周りのポテンシャル流れを解くにあたり, Eq. (4.13)で表されるラプラス方程式をPanel法 [63]にて解く.

$$\nabla^2 \phi_{\text{vel}} = 0 \quad (4.13)$$

ここで ϕ_{vel} はスカラー速度ポテンシャルである. Figure 4.12に示すように, 翼は M_{wng} (翼弦方向) $\times N_{\text{wng}}$ (翼幅方向) 枚のパネルに離散化され, 各パネル上に特異点 (Eq. (4.13)を満たす特殊解) であるquadrilateral constant-strength sourceとvortex-ring elementの2つが分布する. Wake形状は矩形, 主流速度に沿って配置する(drag-free wake). 後流の渦条件としてEq. (4.14)で表現されるKuttaの条件を適用する.

$$\Gamma_{\text{w}j} = \Gamma_{1,j} - \Gamma_{M_{\text{wng}},j} \quad (4.14)$$

Quadrilateral constant-strength sourceの大きさは, Eq. (4.15)で表されるように翼面法線方向の主流速度が打ち消されるように決定する.

$$\sigma_{i,j} = -Q_{\infty} \cdot n_{i,j} \quad (4.15)$$

今, 未知数として $M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}$ 個のvortex-ring elementが存在するので, 翼面上に分布する $M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}$ 個の計算点 (collocation pointないしはcalculation point) において翼面法線方向速度が零となるNeumann条件を課すことで翼面上の流れを求める. l 番目の計算点における条件はEq. (4.16)で表現される. ただし, k, l は $(i, j) = (1, 1), (2, 1), (3, 1), \dots, (M_{\text{wng}}, 1), (1, 2), (2, 2), \dots, (M_{\text{wng}}, N_{\text{wng}})$ の2次元配列のインデックスを1 ~ $M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}$ の1次元配列のインデックスとしたものである.

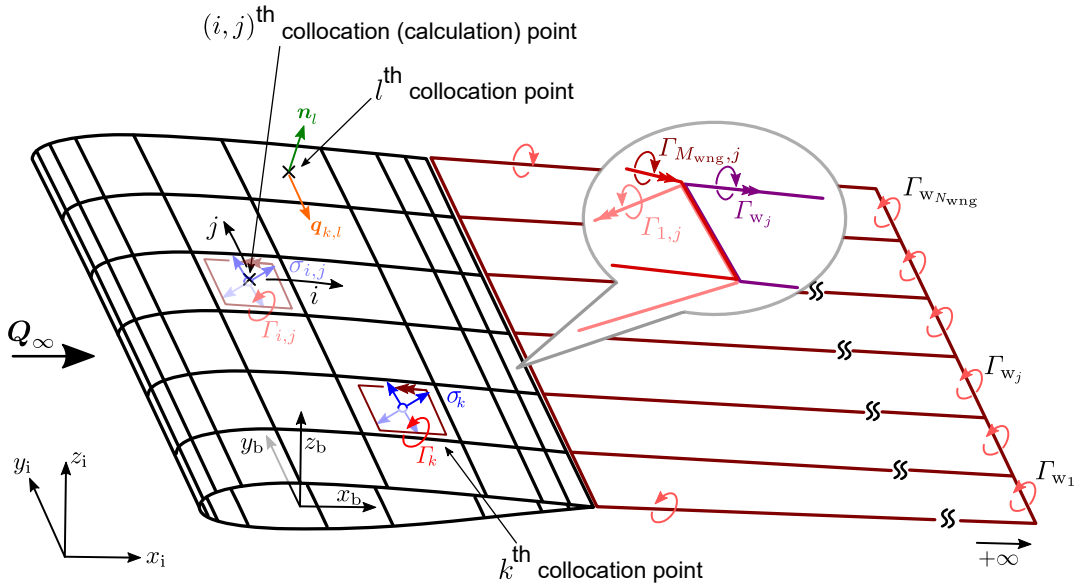


Fig. 4.12: Panel method.

$$\sum_{k=1}^{M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}} c_{k,l} \Gamma_k + \sum_{j_w=1}^{N_{\text{wng}}} c_{j_w,l} \Gamma_{j_w} + \sum_{k=1}^{M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}} b_{k,l} \sigma_k + \mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n}_l = 0 \quad (4.16)$$

Equation (4.16)中、 $c_{k,l}$ ないし $c_{j_w,l}$ は次のように定義される。まず Γ_k が l 番目の計算点に誘起する速度ベクトル $\mathbf{q}_{k,l}$ を考えると、Biot-Savart則より $\mathbf{q}_{k,l} = \mathbf{f}(\mathbf{P}_k, \mathbf{P}_l, \Gamma_k) = \mathbf{f}(\mathbf{P}_k, \mathbf{P}_l, 1.0) \Gamma_k$ で表現できる。 \mathbf{P}_k 、 \mathbf{P}_l はそれぞれ Γ_k のvortex-ring elementを構成する4点の位置座標、 l 番目の計算点の位置座標である。次に、Eq. (4.16)では翼面法線方向速度が零であることを課しているから、求めるべき法線方向速度成分は $\mathbf{q}_{k,l} \cdot \mathbf{n}_l = \mathbf{f}(\mathbf{P}_k, \mathbf{P}_l, 1.0) \cdot \mathbf{n}_l \Gamma_k$ である。以上を用いて、 $c_{k,l} := \mathbf{f}(\mathbf{P}_k, \mathbf{P}_l, 1.0) \cdot \mathbf{n}_l$ で定義される。また、quadrilateral constant-strength sourceについても同様にして、 $b_{k,l} := \mathbf{g}(\mathbf{P}_k, \mathbf{P}_l, 1.0) \cdot \mathbf{n}_l$ で定義される。ただし、関数 \mathbf{g} 第1引数はquadrilateral constant-strength sourceを構成する4点の位置座標、第2引数は l 番目の計算点の位置座標、そして第3引数は σ の大きさで、詳細は文献 [64]を参考されたい。Equation (4.14)より、ある l 番目の計算点におけるNeumann条件は翼面上に分布するvortex-ring elementとquadrilateral constant-strength source、主流速度のみで表現される。

$$\sum_{k=1}^{M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}} a_{k,l} \Gamma_k + \sum_{k=1}^{M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}} b_{k,l} \sigma_k + \mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n}_l = 0 \quad (4.17)$$

ここでEq. (4.17)中の左辺の一部をEq. (4.18)に示す通りに置く。

$$RHS_l := - \sum_{k=1}^{M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}} b_{k,l} \sigma_k - \mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n}_l \quad (4.18)$$

$l = 1 \sim M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}$ について行列形式でまとめると次のように表される。

$$[AIC] \{\Gamma\} = \{RHS\} \quad (4.19)$$

$[AIC]$ は $a_{k,l}$ で形成される $(M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}) \times (M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}})$ の行列、 $\{\Gamma\} := \{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_{M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}}\}^T$ 、 $\{RHS\} := \{RHS_1, RHS_2, \dots, RHS_{M_{\text{wng}} \times N_{\text{wng}}}\}^T$ である。最後にEq. (4.19)を $\{\Gamma\}$ について解けば、翼面上の速度分布、さらにはBernoulliの式から圧力分布を求めることができる。

Figure 4.13には右翼を示し、Panel法に用いるグリッドを青色実線、構造計算に用いる離散点を緑色丸で示す。翼構造物の弾性軸を見出すことで近似的に曲げと振じりの線形和で変形を表現することができる。ただし、Fig. 4.13のように後退角がついた翼形状の場合、弾性軸に垂直な翼弦（構造翼弦）を考える。この場合、内翼と外翼の翼根と翼端を除く部分ではFig. 4.13にて緑色で塗った領域のようにPanel法に用いるグリッドと弾性軸とが直交する。一方で、翼根と翼端ではFig. 4.13にて灰色で塗った領域のようにPanel法に用いるグリッドと弾性軸とが直交しない領域が現れ、弾性軸に則った構造計算を行うことができない。そこで、灰色の領域については構造計算を行わず、灰色の領域と比較して緑色の領域が大部分を占めることから計算を行わない灰色の領域による計算誤差は無視できるものとして取り扱う。

オリジナルQNDD機、最適QNDD機の主翼形状に関する諸元をTable 4.3、Panel法に用いるグリッドをFig. 4.14に示す。

フローチャート

翼に定常横風 v_g が印加された際の C_{l_β} , C_{n_β} を求めるフローチャートを Fig. 4.15 に示す. $v_g = 0$ m/s のときの C_{l_β} , C_{n_β} をデザインポイントにおける値とし, $r_{\text{QNDD}} = \Delta_{\text{QNDD}}(v_g)$ となるときの v_g , すなわち V_{MAC} を求める. 得られる C_l , C_n を縦軸, β を横軸にとり, それぞれについて単回帰直線を求め, その傾きを C_{l_β} , C_{n_β} とする. β の範囲は, v_g について ± 5 m/s, すなわち β について約 ± 3 deg, 総計 11 点とする. また, 揚力面の変化に起因する Eqs. (4.11)–(4.13) 間の反復計算収束判定は, Eqs. (4.20)–(4.21) で定義される残差がともに $\epsilon_{\text{cri}} = 10^{-6}$ 以下とした.

計算プログラムの基本構造は Python で記述した. ただし, 翼が変形する毎に Eq. (4.13) を Panel 法によって解く必要があり, 非コンパイル言語である Python で取り扱うには計算コストが大きい. そこで, 計算コストの大きい箇所については Rust で記述した. Rust を用いた理由は, Python との親和性が高く, Rust でコンパイルしたモジュールを Python 上で容易に呼び出せるからである. Rust で記述したプログラムに関しては並列化の処理をしており, AMD 社の Ryzen9 3900X (コア数: 12, スレッド数: 24, 基本クロック周波数: 3.79 GHz) にて計算を行った.

$$\epsilon_{\text{fix}} := \max_i \sqrt{\left(\frac{\vartheta_{\text{new},i} - \vartheta_{\text{old},i}}{\vartheta_{\text{new},i}}\right)^2} \quad \text{along span} \quad (4.20)$$

$$\epsilon_{\text{trs}} := \max_i \sqrt{\left(\frac{\varphi_{\text{new},i} - \varphi_{\text{old},i}}{\varphi_{\text{new},i}}\right)^2} \quad \text{along span} \quad (4.21)$$

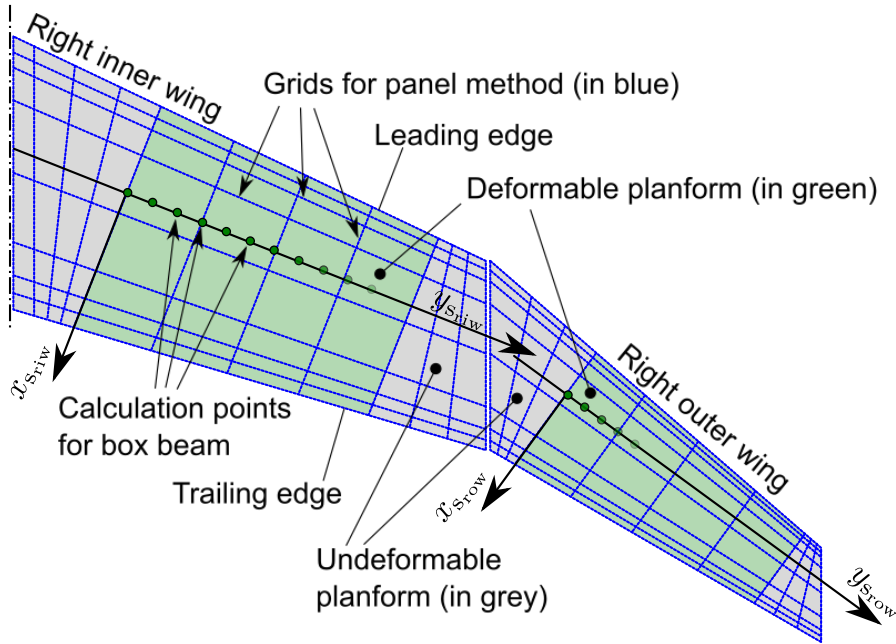
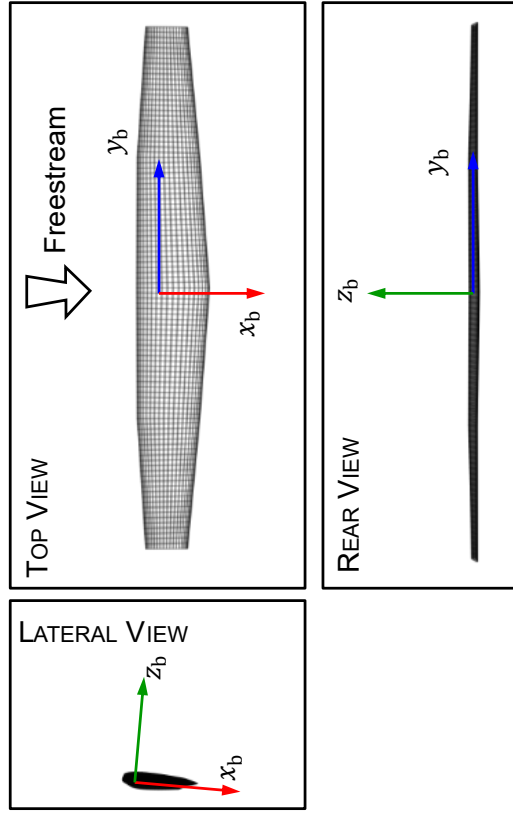
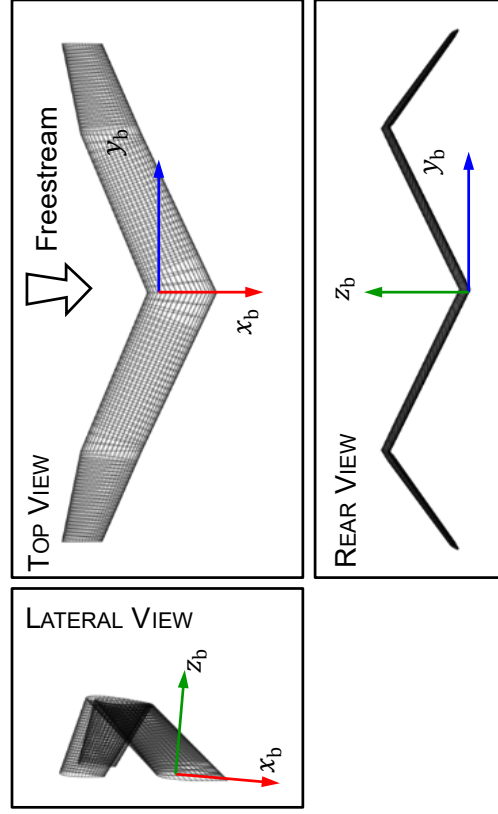


Fig. 4.13: Discretization of right wing.



(a) Wing of original QNDD airplane.



(b) Wing of optimized QNDD airplane.

Fig. 4.14: Grids of wings for the original and optimized QNDD airplanes for a panel method.

4.2.3 最適化固定翼機の最大許容可能横風

計算例

計算結果の一例として、最適QNDD機の主翼に $v_g = -20.0$ m/sを与えたときの主翼の変形（たわみ角： ϑ ，捩じり角： φ ）と主翼に働く空気力（圧力係数： C_p ）をFig. 4.16に示す。Figure 4.16上段，圧力係数を示す図中， $v_g = 0.0$ m/s時の主翼概形が灰色のグリッドで描かれ，横風により変形を生じた主翼概形がカラーで描かれている。カラーは C_p の数値に対応し，左外翼，左内翼，右内翼，右外翼のそれぞれ中央位置における翼断面圧力係数分布を主翼概形右側にそれぞれ赤色実線，青色実線，緑色実線，橙色実線で示す。加えて，Fig. 4.16下段左にbox beamのたわみ角，下段右にbox beamの捩じり角を示す。たわみ角はtip upを正，捩じり角はwashinを正として描画した。

Table 4.3: Properties of wings on original and optimized QNDD airplanes.

	Original	Optimized
Airfoil	NACA0014	
b_{ref_w} , m	10.0	
$b_{\text{ref}_{iw}}$, m	5.00	6.20
$b_{\text{ref}_{ow}}$, m	5.00	3.80
C_L , [-]	0.50	
c_{rt_w} , m	1.40	
c_{bp_w} , m	1.20	
c_{tp_w} , m	0.80	
M_{wng} , [-]	40	
N_{wng} , [-]	100	
Q_∞ , m/s	$\{V_{c_0} = 85.3, 0.00, 0.00\}^T$	
Γ_{iw} , deg	1.15	30.4
Γ_{ow} , deg	-0.900	-44.2
Λ_{iw} , deg	-0.900	-26.7
Λ_{ow} , deg	1.50	-9.31
ρ , kg/m ³	0.967	

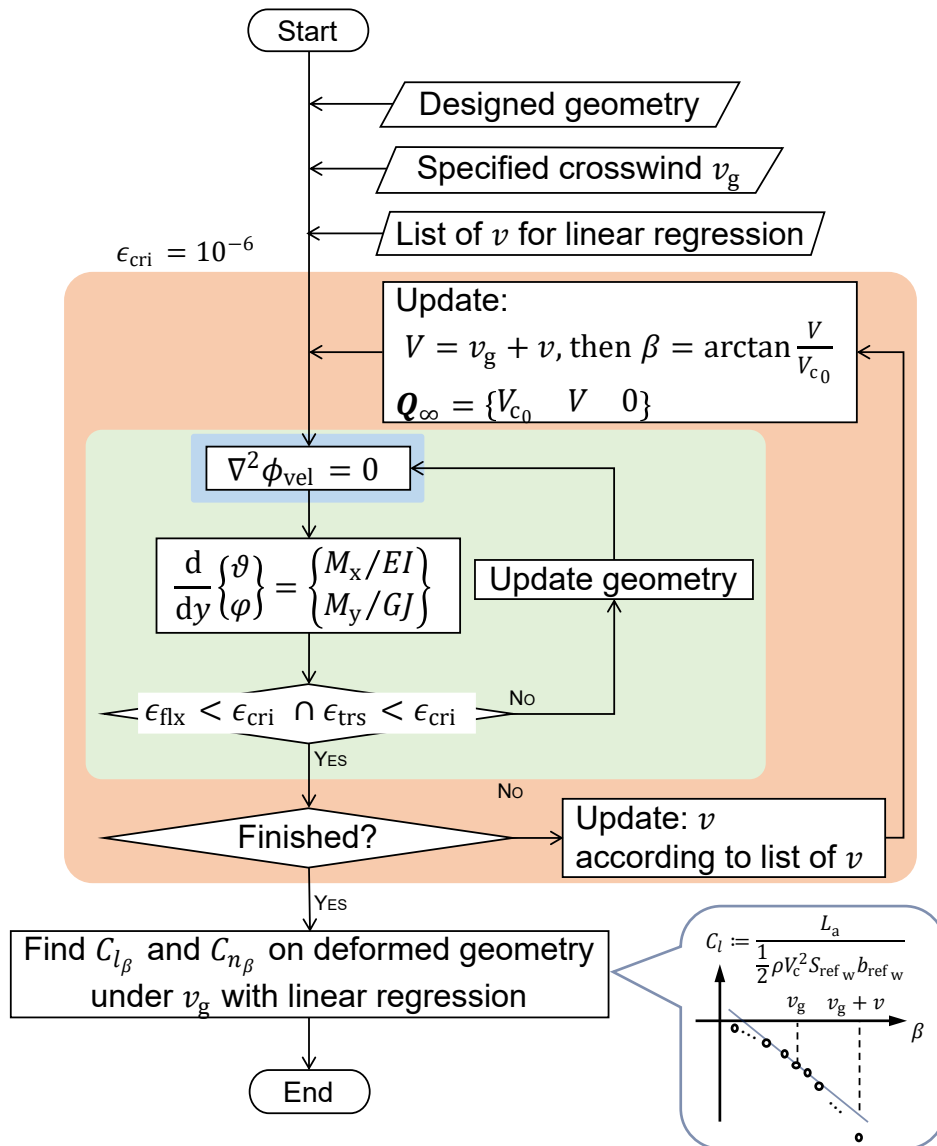


Fig. 4.15: Flowchart for calculation of aerodynamics and structures.

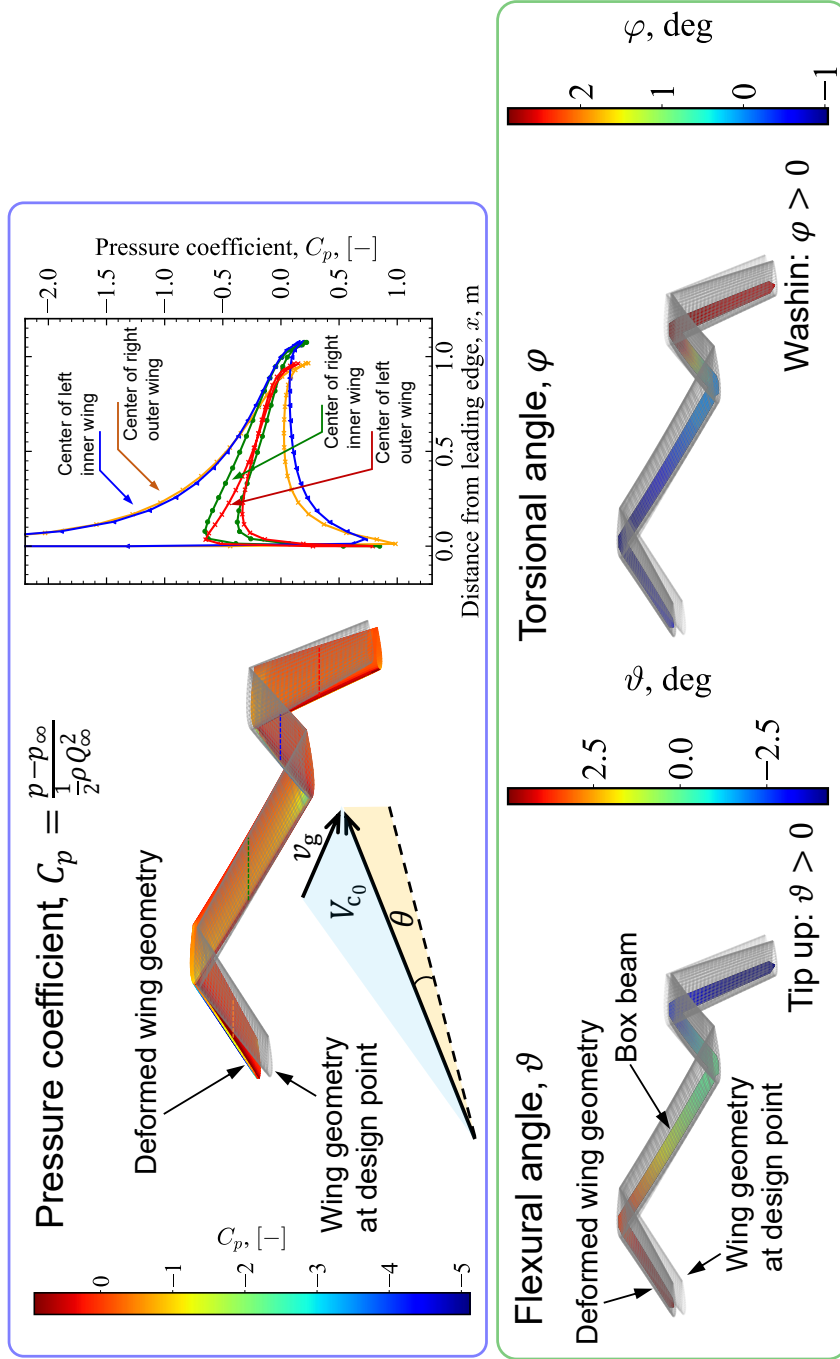


Fig. 4.16: Examples of pressure coefficient, flexural angle, and torsional angle on a wing of optimized QNDD airplane with crosswind of 20.0 m/s.

オリジナルQNDD機と最適QNDD機における V_{MAC} 比較

求めたオリジナルQNDD機と最適QNDD機における V_{MAC} をTable 4.4にまとめる。まず、 V_{MAC} の値から最適QNDD機がオリジナルQNDD機よりも C_{l_β} 、 C_{n_β} 変化に対するロバスト性が高いことが確認できる。 V_{MAC} の横風を受けた際の最適QNDD機のオフデザインポイント位置を橙色×点でFig.4.17に示す。本解析では空気力、構造変化の支配方程式がともに線形であるから $v_g = -V_{MAC} \sim V_{MAC}$ によるオフデザインポイントは r_{QNDD} の円内に収まる。ここで、横風の大きさに関する参考値としてTable 1.1の値を参照すると、最適QNDD機の V_{MAC} が V_{dc} を十分に上回っていることが分かる。従って、 V_{dc} を超えるような横風環境においても最適QNDD機は飛行特性を維持することができる。オリジナルQNDD機に比べ、最適QNDD機の実現性の高さが示された。

Table 4.4: V_{MAC} of original and optimized QNDD airplanes.

	Original	Optimized
V_{MAC} , m/s	1.20	9.05

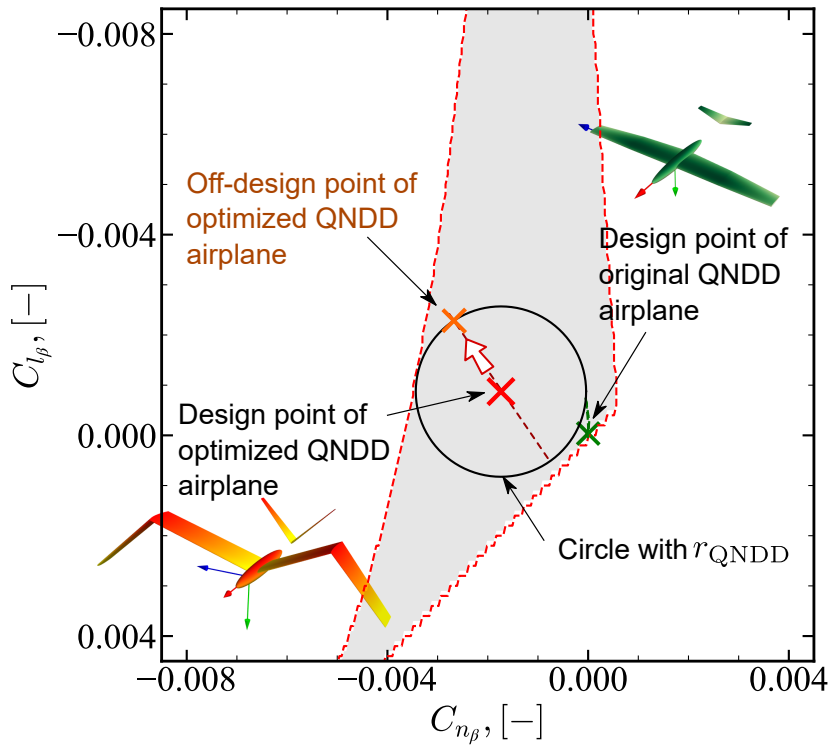


Fig. 4.17: Off-design point of optimized QNDD airplane under v_g of 9.05 m/s.

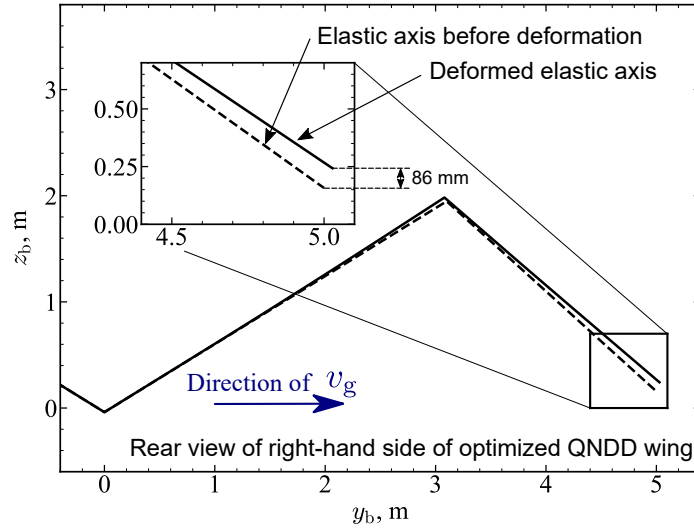
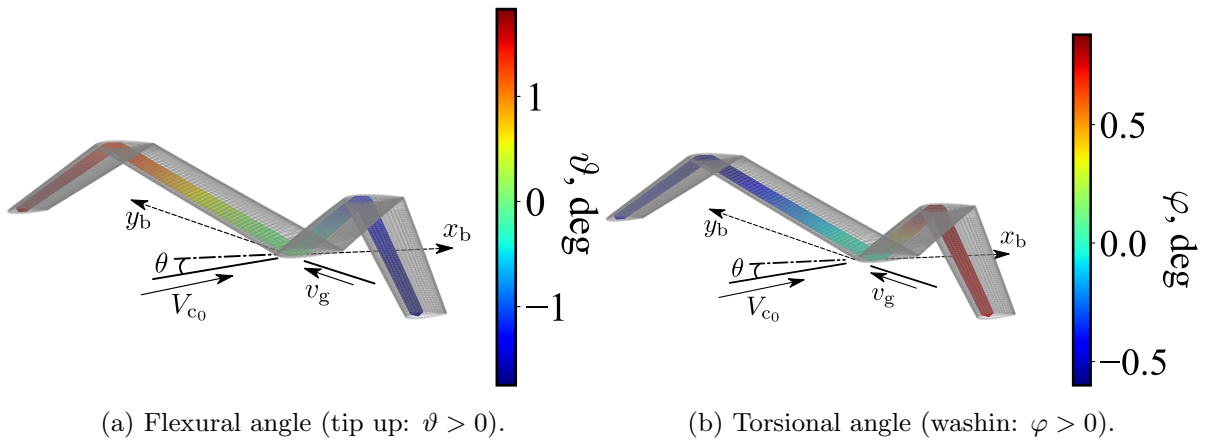


Fig. 4.18: Coordinates of deformed elastic axis on optimized QNDD airplane under v_g of 9.05 m/s.



(a) Flexural angle (tip up: $\vartheta > 0$).

(b) Torsional angle (washin: $\varphi > 0$).

Fig. 4.19: Distributions of flexural and torsional angles under v_g of 9.05 m/s.

Figure 4.18に、最適QNDD機のガルウィングに横風 $v_g = V_{MAC} = 9.05$ m/sが印加された際の弾性軸の座標を機体座標系にて示す。描いたのは右翼のみで、翼後方からの $y_b - z_b$ 平面について描画した。黒実線が横風印加後、黒破線が横風印加前の座標である。翼端の変位量に注目すると、 z_b 方向に約86 mmの変位となった。また、Figs. 4.19a–4.19bに、横風 $v_g = V_{MAC} = 9.05$ m/sが印加された際のたわみ角分布と捩じれ角分布を示す。灰色で描画されているのは弾性変形後の翼形状である。左方から横風が印加された際に右翼での捩じれ角が負（前縁下げ）となるのは、横風によって右翼外翼の迎角、すなわち揚力が増加し、右翼外翼から右翼内翼に働く右翼内翼弾性軸回りの捩じりモーメントが減少するためである。

4.3 ガルウィングの空力性能と翼根モーメント評価

4.3.1 ガルウィング

振じりがなく1平面上にある翼に限定した場合，ポテンシャル流れにおいてオズワルドの飛行機効率（以降，単に飛行機効率とする）が最大となる平面形状は解析的に一意に定まり，楕円であることがよく知られる [65]．一方，翼形状を平面に限定しない場合，楕円翼の飛行機効率を超える飛行機効率をもつ非平面翼が報告されている [66]．Cone [67]は，スパン方向に大きくキャンバがついた翼（翼端が垂れ下がった翼：drooped wing）の飛行機効率が楕円翼の飛行機効率よりも1.5倍大きくなることを解析的に示した．加えて，Naikらはdrooped wingの翼根モーメントと誘導抵抗を実験的に測定し，楕円翼と同一の翼根モーメントをもつdrooped wingが楕円翼の飛行機効率よりも高い飛行機効率を達成することを示した [68]．一方で，Andrewら [69]は滑空飛行をするカモメの翼形状に着目し，CFDを用いて内翼上反角と外翼下反角の異なる複数のガルウィングの飛行機効率を得た．結果として，内翼の上反角がなく外翼の下反角が僅かについたガルウィングが最も飛行機効率が高いと報告している．

最適化によって得られたQNDD機は，ガルウィングを有する機体であった．ガルウィングについて飛行機効率に代表されるような空力特性や翼根モーメントについて多くの先行研究が挙げられるが，ガルウィングを特徴づける翼形状パラメータ：内翼・外翼の上・下反角を広い範囲で評価した例はない．そこで，ガルウィングの内翼・外翼の上・下反角の異なる複数の翼形状を対象とし，3次元ポテンシャル流れを解き，各翼形状の空力特性と翼根モーメントについてまとめる．

4.3.2 解析手法

4.2節で使用したPanel法を用いて，ガルウィングの揚力，誘導抵抗，そして翼根モーメントを計算する．解析対象の外観と諸元をFig. 4.20に示す．最適QNDD機はガルウィングは前進角を有したが，解析の簡単化のために顕著であった上反角のみに着目し，内翼・外翼の後退角は0 degとした．不変の値をもつ諸元についてはFig. 4.20中に値を示した．本検討では内翼，外翼の濡れスパンは一定の下で解析を行う．従って，上・下反角の異なるガルウィングにおいて参照スパン $b_{ref,w}$ は異なることに注意されたい．翼断面に対称翼であるNACA0014を採用する．ガルウィングの内翼・外翼の上・下反角の範囲はTable 4.5に示す通りである． Θ は，揚力が機体重量と釣り合うように反復計算を施して決定した．

Table 4.5: Ranges of Γ_{iw} and Γ_{ow} for analysis.

	Γ_{iw}	Γ_{ow}
Range, deg	0 ~ 60 by 5	-60 ~ 60 by 5

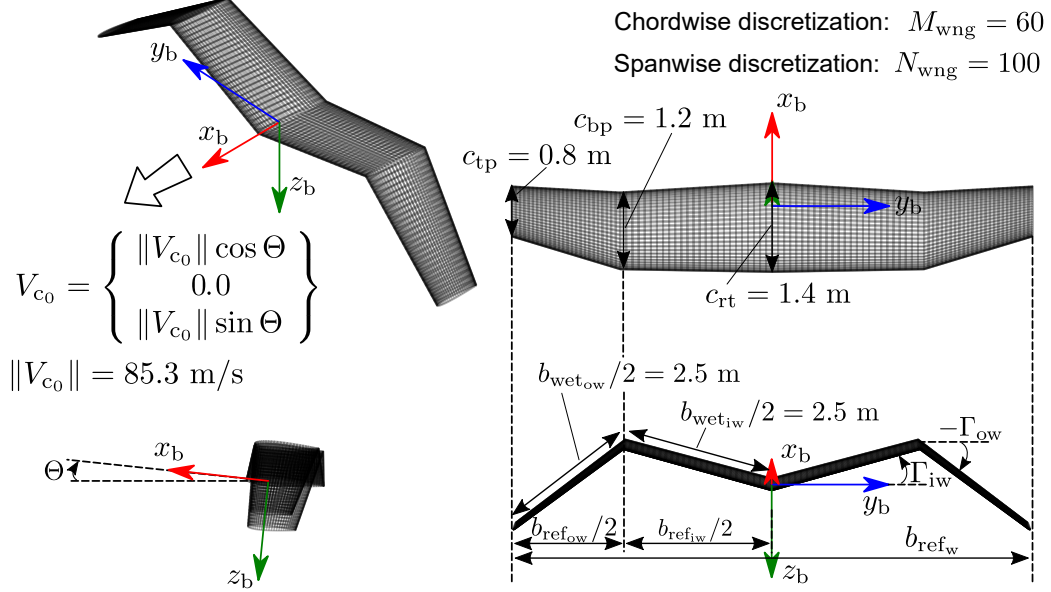


Fig. 4.20: Grids of gull wing to be analyzed.

4.3.3 評価指標

まず、飛行機効率 e はEq. (4.22)で与えられる。 e は翼の平面形状に依存する値で、循環の楕円分布からのずれにより参照アスペクト比から低下した有効なアスペクト比へと補正するものである。参照アスペクト比 \mathcal{R}_{ref} は $b_{\text{ref}_w}^2/S_{\text{ref}_w}$ で与えられ、有効アスペクト比 \mathcal{R}_{eff} は $C_L^2/\pi C_{D_i}$ で与えられる。

$$\mathcal{R}_{\text{eff}} = e \cdot \mathcal{R}_{\text{ref}} \quad (4.22)$$

ただし、 C_{D_i} を求めるにあたり、Panel法で離散パネルでの圧力を積分していくのは精度の問題を抱える [70]ため、Trefftz planeにおける抗力計算を行った。次に、翼根モーメントはFig. 4.20に示す機体座標系原点に作用する x_b 軸回りの片翼による空気力モーメント $L_a|_{\text{lhs}}$ とし、Eq. (4.23)に示す無次元化の処理を行う。

$$C_{RBM} := \frac{L_a|_{\text{lhs}}}{\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{\text{ref}_w} b_{\text{ref}_w}} \quad (4.23)$$

本検討では平面翼 (planar wing: $\Gamma_{iw} = \Gamma_{ow} = 0 \text{ deg}$) との比較を行うものとし、空力特性を評価するにあたってEq. (4.24)、翼根モーメントを評価するにあたってEq. (4.25)を提案する。ここで、空力特性に e を採用しなかった理由は、本検討におけるガルウィングの b_{ref_w} が Γ_{iw} 、 Γ_{ow} によって異なるためである。また、Eqs. (4.24)–(4.25)において平面翼が発生する揚力 $(L)_{\text{planar}}$ とガルウィングが発生する揚力は機体重量に等しく、平面翼において $(b_{\text{ref}_w})_{\text{planar}} = b_{\text{wet}_w}$ 、 $(S_{\text{ref}_w})_{\text{planar}} = S_{\text{wet}_w}$ であることに注意されたい。また、下付き(*)は、以下で述べるcondition (A)、また

はcondition (B)を表す。ポテンシャル流れでは、揚力が与えられたときスパン方向揚力分布は翼形状によって一意に定まり、その大きさは迎角に線形である。従って、Eq. (4.25)は迎角に対して独立であり、翼形状にのみ依存する評価指標である。

$$\begin{aligned}
LBD_{(*)} &:= \frac{(L/D_i)}{(L/D_i)_{\text{planar}}} \\
&= \frac{(D_i)_{\text{planar}}}{(D_i)} \\
&= \frac{\frac{1}{2}\rho(V_{c_0})_{\text{planar}}^2 S_{\text{wet}_w} \frac{(C_L)_{\text{planar}}^2 S_{\text{wet}_w}}{\pi(e)_{\text{planar}} b_{\text{wet}_w}^2}}{\frac{1}{2}\rho(V_{c_0})^2 S_{\text{ref}_w} \frac{C_L^2 S_{\text{ref}_w}}{\pi e b_{\text{ref}_w}^2}} \\
&= \frac{(C_L)_{\text{planar}}}{C_L} \frac{e}{(e)_{\text{planar}}} \left(\frac{b_{\text{ref}_w}}{b_{\text{wet}_w}} \right)
\end{aligned} \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned}
RBM_{(*)} &:= \frac{L_a|_{\text{lhs}}}{(L_a|_{\text{lhs}})_{\text{planar}}} \\
&= \frac{\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{\text{ref}_w} b_{\text{ref}_w} C_{RBM}}{\frac{1}{2}\rho(V_{c_0})_{\text{planar}}^2 S_{\text{wet}_w} b_{\text{wet}_w} (C_{RBM})_{\text{planar}}} \\
&= \frac{\left[\frac{1}{2}\rho V_{c_0}^2 S_{\text{ref}_w} C_L \right] b_{\text{ref}_w} C_{RBM}}{\left[\frac{1}{2}\rho(V_{c_0})_{\text{planar}}^2 S_{\text{wet}_w} (C_L)_{\text{planar}} \right] b_{\text{wet}_w} (C_{RBM})_{\text{planar}}} \frac{(C_L)_{\text{planar}}}{C_L} \\
&= \frac{(C_L)_{\text{planar}}}{C_L} \frac{C_{RBM}}{(C_{RBM})_{\text{planar}}} \left(\frac{b_{\text{ref}_w}}{b_{\text{wet}_w}} \right)
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Equations (4.24), (4.25)を使用するにあたり、次の2通りのフライトコンディションを考える。

- Condition (A): $C_L = \text{const.}$
- Condition (B): $V_{c_0} = \text{const.}$

それぞれのフライトコンディションについて、Eqs. (4.24)–(4.25)はそれぞれEqs. (4.26)–(4.29)で表現される。また、Equations (4.26), (4.28)はEq. (4.25)と同じく、迎角に依存せず翼形状にのみ依存する。

Condition (A)

$$LBD_{(A)} = \frac{e}{(e)_{\text{planar}}} \left(\frac{b_{\text{ref}_w}}{b_{\text{wet}_w}} \right) \tag{4.26}$$

$$RBM_{(A)} = \frac{C_{RBM}}{(C_{RBM})_{\text{planar}}} \left(\frac{b_{\text{ref}_w}}{b_{\text{wet}_w}} \right) \quad (4.27)$$

Condition (B)

$$LBD_{(B)} = \frac{e}{(e)_{\text{planar}}} \left(\frac{b_{\text{ref}_w}}{b_{\text{wet}_w}} \right)^2 \quad (4.28)$$

$$RBM_{(B)} = \frac{C_{RBM}}{(C_{RBM})_{\text{planar}}} \left(\frac{b_{\text{ref}_w}}{b_{\text{wet}_w}} \right)^2 \quad (4.29)$$

4.3.4 結果

各フライトコンディションにおける $LBD_{(*)}$, $RBM_{(*)}$ の計算結果をFigs. 4.21–4.22にそれぞれカラーカウンター図で示す。横軸, 縦軸は Γ_{iw} , Γ_{ow} に対応し, $\Gamma_{\text{iw}} = \Gamma_{\text{ow}} = 0 \text{ deg}$ (平面翼)で $LBD_{(A)} = LBD_{(B)} = RBM_{(A)} = RBM_{(B)} = 1$ である。先ず, $LBD_{(A)}$, $LBD_{(B)}$ のおおまかな分布に注目すると, $\Gamma_{\text{ow}} = 0 \text{ deg}$ に関して僅かに線対称ではない。これは, 翼後流のwakeの位置と翼を形成する特異点の位置との幾何関係が異なるためである。 $LBD_{(A)}$ が最大となるコンフィギュレーションは $\Gamma_{\text{iw}} = 0^\circ, \Gamma_{\text{ow}} = -10^\circ$ (“Gull config. #1” とする)で平面翼とほとんど変わらず1.01であり, $LBD_{(B)}$ が最大となるコンフィギュレーションは $\Gamma_{\text{iw}} = 0^\circ, \Gamma_{\text{ow}} = -5^\circ$ (“Gull config. #2” とする)で平面翼と変わらず1.00であった。従って, 本検討におけるガルウィングの多くは $LBD_{(A)}$, $LBD_{(B)}$ いずれの値も平面翼の値よりも小さい値となる。加えて, $LBD_{(A)}$ では飛行機効率の比に $(b_{\text{ref}_w}/b_{\text{wet}_w})^1$ が掛かるのに対し, $LBD_{(B)}$ では $(b_{\text{ref}_w}/b_{\text{wet}_w})^2$ が掛かるので, condition (B)のフライトコンディションの方が $LBD_{(*)}$ の劣化が大きい。

一方, $RBM_{(A)}$, $RBM_{(B)}$ の計算結果より, 平面翼よりも値が小さくなるコンフィギュレーションが存在することが分かる。 $RBM_{(A)}$ が最小となるコンフィギュレーションは $\Gamma_{\text{iw}} = 25^\circ, \Gamma_{\text{ow}} = -60^\circ$ (“Gull config. #3” とする)で0.956であり, $RBM_{(B)}$ が最小となるコンフィギュレーションは $\Gamma_{\text{iw}} = 55^\circ, \Gamma_{\text{ow}} = -60^\circ$ (“Gull config. #4” とする)で0.619であった。 $LBD_{(*)}$ と異なり, $RBM_{(*)}$ の視点で優位なコンフィギュレーションは大きな内翼上反角・外翼下反角を有する結果となった。この理由としては,

- (i) b_{ref_w} が小さい, つまり, 空気力モーメントのモーメントアームが小さい。
- (ii) 循環分布がbell-shaped (内翼側で大きく, 外翼側で小さい循環分布)である。

以上の(i), かつ(ii)が挙げられる。Gull config. #1~#4における無次元化した循環分布をFig. 4.23に示す。図中, 平面翼に対応する楕円分布を灰色破線で描いた。Gull config. #1~#2については大きくコンフィギュレーションが変化しないのでほぼ平面翼の循環分布と一致する。一方,

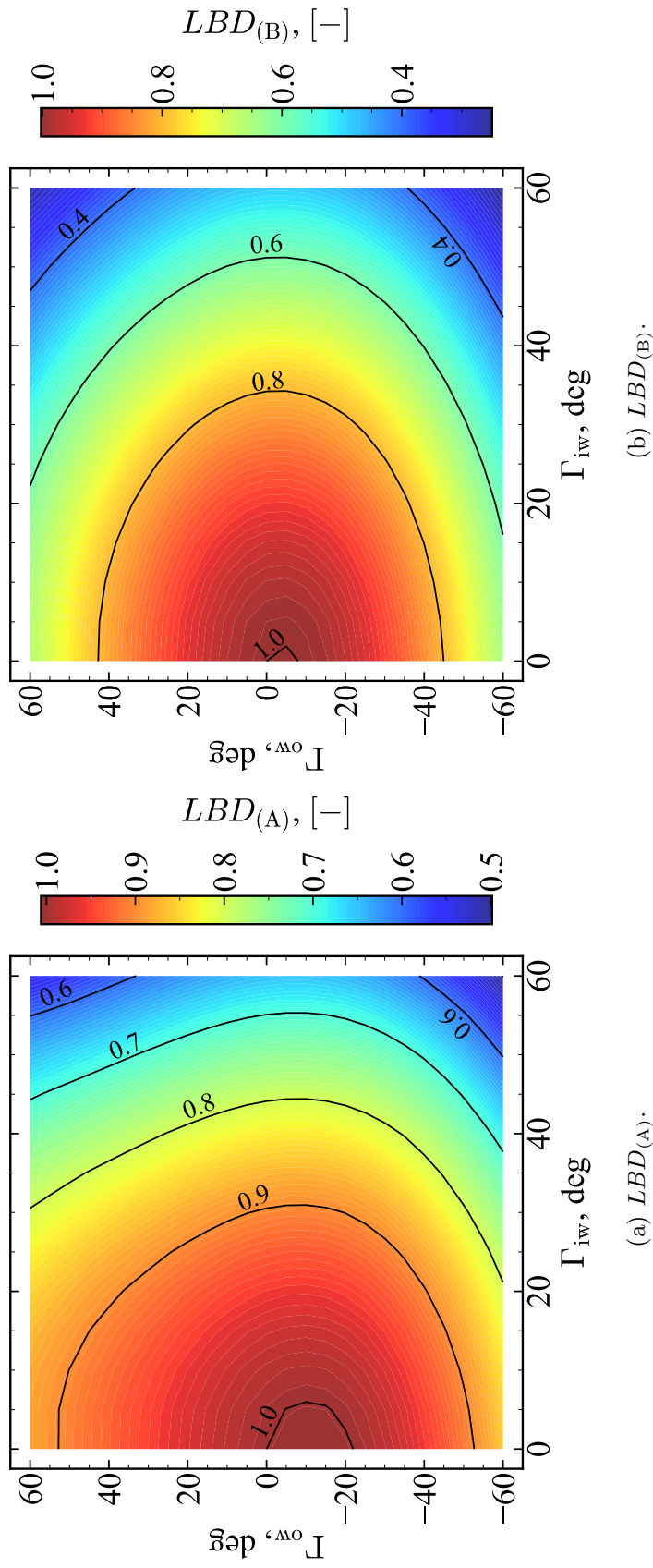


Fig. 4.21: Values of LBD with varying Γ_{iw} and Γ_{ow} .

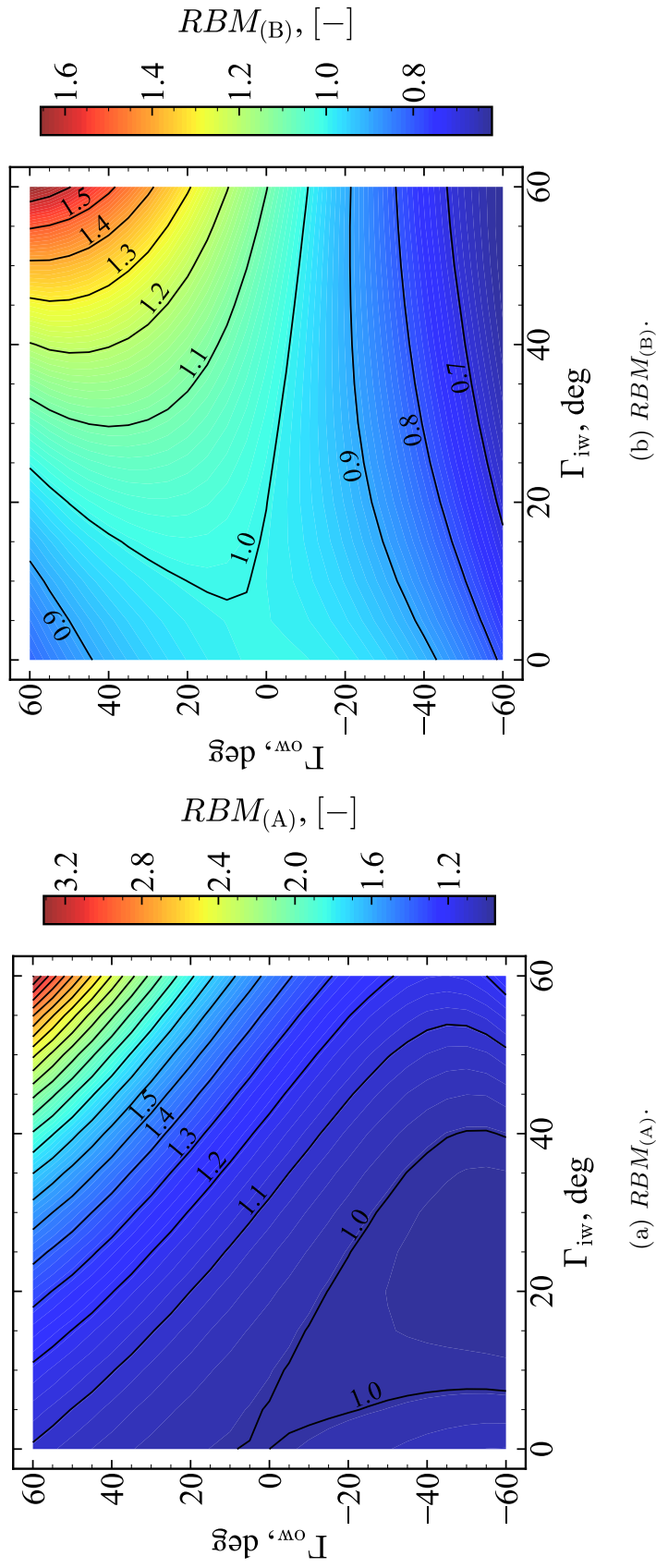


Fig. 4.22: Values of RBM with varying Γ_{iw} and Γ_{ow} .

Gull config. #3 ($\Gamma_{iw} = 25^\circ, \Gamma_{ow} = -60^\circ$) ~ #4 ($\Gamma_{iw} = 55^\circ, \Gamma_{ow} = -60^\circ$) では b_{ref_w} が小さく、かつ、内翼で大きく外翼で小さい循環分布となっていることが確認できる。

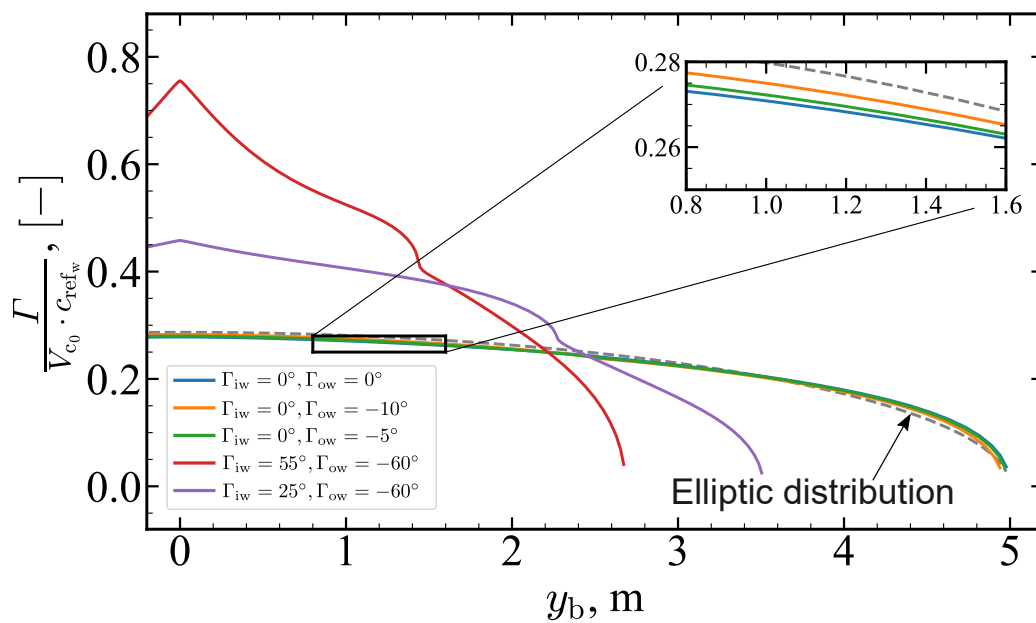


Fig. 4.23: Distributions of circulations on gull-shaped configurations.

4.4 最適QNDD機の横風応答

4.4.1 最適QNDD機の安定微係数と横・方向系の固有構造

最適QNDD機の固有構造

先ず, Figs. (4.4)–(4.5)に示した最適QNDD機とオリジナルQNDD機の縦系並びに横・方向系の無次元安定微係数をTable 4.6にまとめる. 最適QNDD機は主翼に前進角をもつため空力中心が前方に移動し, 縦系の安定マージン ($C_{m\alpha}^*$ の絶対値) が小さい. 横・方向系の無次元安定微係数では, $C_{l\beta}^*, C_{n\beta}^*$ を除いたオリジナルQNDD機の値と比較すると, 最適QNDD機の $C_{y\beta}^*, C_{yp}^*, C_{nr}^*$ の絶対値が大きく, C_{np}^* の絶対値が小さい結果となった.

次に, 最適QNDD機とオリジナルQNDD機の縦系並びに横・方向系の固有値をTable 4.7に示し, 横・方向系の右固有ベクトル, 左固有ベクトルについてTables 4.8–4.9にそれぞれまとめる. 最適QNDD機, オリジナルQNDD機ともに縦系の固有運動は安定であり, 固有角振動数が大きく減衰の大きなshort-period mode, 固有角振動数が小さく減衰の小さなphugoid modeの2つが観測される. 横・方向系の固有運動も安定であり, Dutch Roll modeのような振動モードは観測されない. また, オリジナルQNDD機の根と比較し, $\lambda_{\text{optQNDD}_1} \sim \lambda_{\text{optQNDD}_3}$ は原点から遠ざかるように複素平面上を移動する. $\lambda_{\text{orgQNDD}_1} \sim \lambda_{\text{orgQNDD}_3}$ はsideslip modeに分類される固有運動モードであった. 最適QNDD機について改めて $\mathcal{R}_{\text{optQNDD}_1} \sim \mathcal{R}_{\text{optQNDD}_3}$ 並びに $\mathcal{L}_{\text{optQNDD}_1} \sim \mathcal{L}_{\text{optQNDD}_3}$ を確認すると, $\lambda_{\text{optQNDD}_2}$ と $\lambda_{\text{optQNDD}_3}$ はsideslip modeに分類される固有運動モードであるが, $\lambda_{\text{optQNDD}_1}$ は ϕ に顕著に現れ $\phi(0)$ に誘起されやすいような固有運動モードに変化していることが分かる. 一方で, $\lambda_{\text{optQNDD}_4}$ は原点へ近づくように移動する. $\mathcal{R}_{\text{optQNDD}_4}$ の要素から $\lambda_{\text{optQNDD}_4}$ は依然としてroll modeに対応することが分かる.

Table 4.6: Nondimensional stability derivatives for optimized QNDD and original QNDD airplanes.

Lateral/directional stability derivative	Original		Optimized	
	QNDD	QNDD	QNDD	QNDD
$C_{y\beta}^*$, [-]	-0.0289	-0.0289	-2.33	-2.33
C_{yp}^* , [-]	-0.0105	-0.0105	-0.215	-0.215
C_{yr}^* , [-]	0.0150	0.0150	-0.0878	-0.0878
$C_{l\beta}^*$, [-]	-3.68×10^{-5}	-3.68×10^{-5}	-8.72×10^{-4}	-8.72×10^{-4}
C_{lp}^* , [-]	-0.694	-0.694	-0.530	-0.530
C_{lr}^* , [-]	0.0692	0.0692	0.148	0.148
$C_{n\beta}^*$, [-]	1.56×10^{-6}	1.56×10^{-6}	-1.74×10^{-4}	-1.74×10^{-4}
C_{np}^* , [-]	-0.119	-0.119	-0.0183	-0.0183
C_{nr}^* , [-]	-0.0214	-0.0214	-0.189	-0.189

Longitudinal stability derivative	Original		Optimized	
	QNDD	QNDD	QNDD	QNDD
C_L^* , [-]	0.462	0.462	0.447	0.447
$C_{x_u}^*$, [-]	-0.124	-0.124	-0.122	-0.122
$C_{x_\alpha}^*$, [-]	0.991	0.991	0.900	0.900
$C_{x_q}^*$, [-]	0.194	0.194	0.0872	0.0872
$C_{z_u}^*$, [-]	-0.441	-0.441	-0.484	-0.484
$C_{z_\alpha}^*$, [-]	-5.89	-5.89	-4.50	-4.50
$C_{z_q}^*$, [-]	-1.98	-1.98	-2.30	-2.30
$C_{m_u}^*$, [-]	0.0711	0.0711	-0.0396	-0.0396
$C_{m_\alpha}^*$, [-]	-1.04	-1.04	-0.204	-0.204
$C_{m_q}^*$, [-]	-14.6	-14.6	-13.3	-13.3

Table 4.7: Eigenvalues of longitudinal and lateral/directional motions of optimized QNDD and original QNDD airplanes.

Eigenvalue
Optimized QNDD
$A_{\text{optQNDD}}^{\text{lat}} = \text{diag} \{ \lambda_{\text{optQNDD}_1}, \lambda_{\text{optQNDD}_2}, \lambda_{\text{optQNDD}_3}, \lambda_{\text{optQNDD}_4} \}$ $= \text{diag} \{ -0.0233, -0.349, -1.30, -4.21 \}$
$A_{\text{optQNDD}}^{\text{lon}} = \text{diag} \{ -0.0223 - 0.0920j, -0.0223 + 0.0920j, -2.15 - 2.38j, -2.15 + 2.38j \}$
Original QNDD
$A_{\text{orgQNDD}}^{\text{lat}} = \text{diag} \{ \lambda_{\text{orgQNDD}_1}, \lambda_{\text{orgQNDD}_2}, \lambda_{\text{orgQNDD}_3}, \lambda_{\text{orgQNDD}_4} \}$ $= \text{diag} \{ -0.00147, -0.0106, -0.171, -5.45 \}$
$A_{\text{orgQNDD}}^{\text{lon}} = \text{diag} \{ -0.0146 - 0.210j, -0.0146 + 0.210j, -2.32 - 5.66j, -2.32 + 5.66j \}$

Table 4.8: Right eigenvectors of optimized QNDD and original QNDD airplanes.

Airplane	Right eigenvector
Optimized QNDD	$\mathcal{R}_{\text{optQNDD}} = [\mathcal{R}_{\text{optQNDD}_1}, \mathcal{R}_{\text{optQNDD}_2}, \mathcal{R}_{\text{optQNDD}_3}, \mathcal{R}_{\text{optQNDD}_4}]$ $= \left[\left[\begin{array}{c} 1.00 \\ -0.00706 \\ -0.152 \\ 3.73 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 1.00 \\ -0.0949 \\ -0.219 \\ 0.339 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 1.00 \\ -0.211 \\ 0.703 \\ -0.218 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 1.00 \\ 78.8 \\ 9.43 \\ -19.0 \end{array} \right] \right]$
Original QNDD	$\mathcal{R}_{\text{orgQNDD}} = [\mathcal{R}_{\text{orgQNDD}_1}, \mathcal{R}_{\text{orgQNDD}_2}, \mathcal{R}_{\text{orgQNDD}_3}, \mathcal{R}_{\text{orgQNDD}_4}]$ $= \left[\left[\begin{array}{c} 1.00 \\ -0.000496 \\ 0.00404 \\ 0.0850 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 1.00 \\ -0.000474 \\ 0.00427 \\ 0.00768 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 1.00 \\ -0.00137 \\ 0.147 \\ -0.159 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 1.00 \\ 47.4 \\ 8.77 \\ -8.84 \end{array} \right] \right]$

Table 4.9: Left eigenvectors of optimized QNDD and original QNDD airplanes.

Airplane	Left eigenvector			
	$\mathcal{L}_{\text{optQNDD}} = [\mathcal{L}_{\text{optQNDD}_1}, \mathcal{L}_{\text{optQNDD}_2}, \mathcal{L}_{\text{optQNDD}_3}, \mathcal{L}_{\text{optQNDD}_4}]$			
Optimized QNDD	$\begin{bmatrix} -5.90 \times 10^{-2} \\ 5.19 \times 10^{-2} \\ 0.159 \\ 0.292 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.820 \\ 7.70 \times 10^{-2} \\ -1.27 \\ -0.271 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.239 \\ -0.142 \\ 1.12 \\ -2.11 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.96 \times 10^{-4} \\ 1.32 \times 10^{-2} \\ -4.38 \times 10^{-3} \\ -8.09 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$
	$\mathcal{L}_{\text{orgQNDD}} = [\mathcal{L}_{\text{orgQNDD}_1}, \mathcal{L}_{\text{orgQNDD}_2}, \mathcal{L}_{\text{orgQNDD}_3}, \mathcal{L}_{\text{orgQNDD}_4}]$			
Original QNDD	$\begin{bmatrix} -0.165 \\ -0.395 \\ 15.2 \\ 13.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.20 \\ 1.70 \\ -22.4 \\ -13.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3.15 \times 10^{-2} \\ -1.32 \\ 7.18 \\ 2.12 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.93 \times 10^{-5} \\ 2.15 \times 10^{-2} \\ -2.14 \times 10^{-3} \\ -4.09 \times 10^{-7} \end{bmatrix}$

4.4.2 最適QNDD機の横風応答

Figure 3.4と同様の横風突風に遭遇したときの最適QNDD機とオリジナルQNDD機の運動について数値シミュレーションを行う。最適QNDD機，オリジナルQNDD機，並びにGA機について数値シミュレーションの結果をそれぞれ赤色実線，緑色実線，そして青色実線でFig. 4.24に示す。ただし，GA機の運動についてはFig. 3.4と同様のものである。オリジナルQNDD機と比較して，最適QNDD機は僅かに大きな $\|C_{l_\beta}^*\|$ ， $\|C_{n_\beta}^*\|$ をもつので Φ ， Ψ 変化量も僅かに大きい。しかし，GA機と比較すると，十分に小さい姿勢角変化であり，依然として最適QNDD機は横風突風に強い耐性をもつ固定翼機であるといえる。また，オリジナルQNDD機と大きく異なる点の1つが y_c^i で，最適QNDD機は慣性座標系で横にドリフトするような運動をすることが分かった。小型固定翼機が利用する滑走の横幅は60 ft (18 m)であるから [71]，横風突風遭遇前に機体が滑走路中心を捉えていた場合，横方向に1.6 mドリフトしてもスパン10 mの機体は滑走路内に収まるので横にドリフトした場合であっても問題はない。

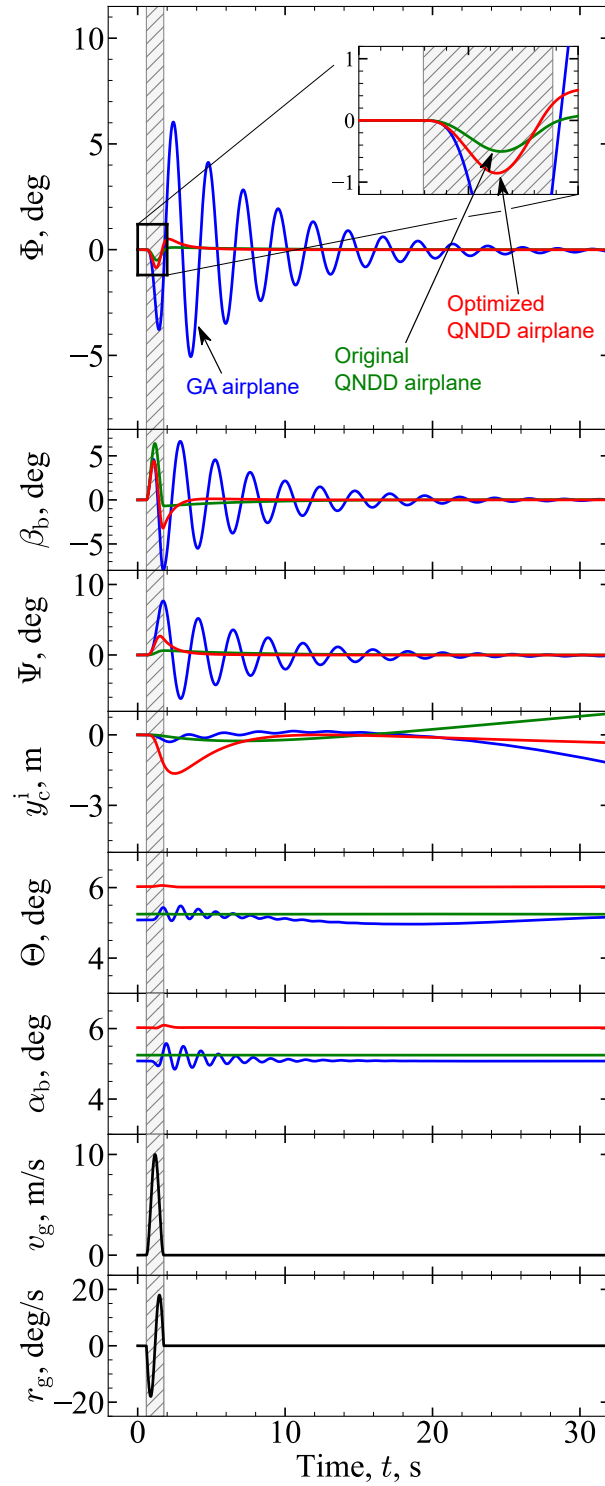


Fig. 4.24: Numerical simulations of optimized QNDD, original QNDD, and GA airplanes plunging into a discrete one-minus cosine crosswind gust.

第5章

QNDD機風洞・フライト試験

本章では，最適QNDD機コンフィギュレーションを模した小型試験滑空機 ($b_{\text{ref}_w} = 600 \sim 700 \text{ mm}$) を製作し，風洞試験，次いで横風突風環境下におけるフライト試験に取り組む。

5.1 試験概要

5.1.1 目的

本試験の目的は，

- 従来固定翼機と異なる外見を有する最適QNDD機コンフィギュレーションがフライト可能であるのか
- 最適QNDD機コンフィギュレーションが非常に小さな上反角効果 (C_{l_β}) ・方向安定 (C_{n_β}) を実現するのか
- 横風突風遭遇時，従来固定翼機と比較して最適QNDD機コンフィギュレーションの姿勢角変化は小さいのか

以上を実験的に確認することである。

ただし，QNDD機コンセプトは従来固定翼機とは異なる固有運動を有するので，固有運動に影響を及ぼす可能性がある舵面は搭載しない。また，推進システムによる諸空力微係数への干渉を回避するため試験機体は滑空機とし，離着陸といった複雑な飛行フェーズではなく，試験と理解が比較的容易な巡航（滑空）における横風突風応答に焦点を当て，QNDD機の飛行特性理解に努める。本検討では名古屋大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻所有の風洞（口径：1 m×1 m）を風洞試験に使用するため，試験機体の機体サイズは $b_{\text{ref}_w} = 600 \sim 700 \text{ mm}$ とする。

試験機体 ($b_{\text{ref}_w} = 600 \sim 700 \text{ mm}$) と本研究で対象としてきた実機 ($b_{\text{ref}_w} = 10 \text{ m}$) では機体サイズが大きく異なる。ここで，バネマスダンパ系を考えると，系の自由振動が過減衰か不足減衰かは $c^2 - 4mk$ の正負で決定される (m :質量, c :減衰係数, k :バネ定数)。バネマスダンパ系に対応させる形で強制外力項を含まない方向系のみ回転の運動方程式を書くと， $I_{zz}\ddot{\Psi} + N_{\dot{\Psi}}\dot{\Psi} + N_{\Psi}\Psi = 0$ で

ある。 $N_{\Psi}/I_{zz} \approx -N_r$, $N_{\Psi}/I_{zz} \approx N_{\beta}$ を仮定すれば, $-I_{zz}N_r$ は c , $I_{zz}N_{\beta}$ は k に対応する。 大気密度一定として, スケール則から $N_r \propto b^{-0.5}$, $N_{\beta} \propto b^{-1}$ となる (b : 機体サイズ)。 従って, $c^2 - 4mk = I_{zz}^2 (N_r^2 - 4N_{\beta}) \propto b^{10} \cdot b^{-1}$ となり, トリム点周りで線形化された微小擾乱方程式において, 準定常空気力を仮定しそのレイノルズ効果を無視すると, 縦, 横・方向の運動ともに時定数はサイズに依存するが, その運動の様子はサイズに依存しない。 よって, QNDD機の特筆すべき特徴の1つである横・方向系の固有運動を観察する上で小型の試験機体を用いることは妥当と考える。

5.1.2 概要

上記の目的を達成するため, 風洞試験とフライト試験の2つの試験を順次行う。

風洞試験

最適QNDD機コンフィギュレーションを求めるにあたり数理モデルを導入した。 数理モデルのコンフィギュレーションパラメータを再現する試験機体を製作しても, レイノルズ数の違いなどから導入した数理モデルと完全に一致するような安定微係数が得られるとは限らない。 そこで, Fig. 5.1に示すように, 最適QNDD機コンフィギュレーションにおいて特徴的であった主翼内翼上反角 Γ_{iw} , 外翼上反角 Γ_{ow} , そして水平尾翼上反角 Γ_{ht} に注目し, 得られた最適QNDD機コンフィギュレーションまわりで Γ_{iw} , Γ_{ow} , Γ_{ht} に関するパラメータサーベイを実施, 安定微係数 ($C_{l_{\beta}}$, $C_{n_{\beta}}$) を取得する。 得られた風洞試験結果をもとにフライト試験に使用する最適QNDD機コンフィギュレーションを選定する。

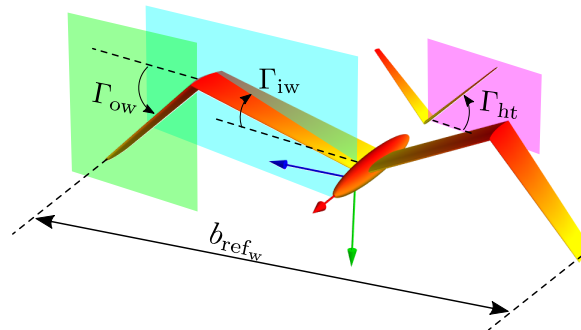


Fig. 5.1: Variables for wind-tunnel test.

フライト試験

風洞試験にて選定された最適QNDD機コンフィギュレーションと従来固定翼機コンフィギュレーション (GA機コンフィギュレーション) の2機を用意し, 横風環境下における滑空フライト試験を行う。 試験機サイズが $b_{ref_w} = 600 \sim 700$ mmであるため全機質量は約90~100 gとなり, マイコン (慣性センサを含む) 搭載が難しい。 そこで, 名古屋大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

所有の飛行体計測システム（モーションキャプチャシステム）を使用し、試験機体の姿勢角・位置を取得した。

5.1.3 試験機体

Γ_{iw} , Γ_{ow} , Γ_{ht} を可変とするために、主翼内翼上反角アジャスタ（inner-wing dihedral-angle adjuster）、主翼外翼上反角アジャスタ（outer-wing dihedral-angle adjuster）、そして水平尾翼上反角アジャスタ（horizontal-tail dihedral-angle adjuster）が試験機体に組み込まれる。アジャスタと翼ないし胴体とのはめあいは若干のしまりばめとした。位置決めピンによる固定をしていないので容易にアジャスタを換装することが可能である。Figure 5.3左に分解された試験機体、右に組み上げられた試験機体例を示す。胴体、主翼内翼・外翼、水平尾翼、垂直尾翼の諸元をTable 5.1にまとめる。翼の諸元については上反角がない時の値とする。また、最適QNDD機コンフィギュレーション、GA機コンフィギュレーションにおいて主翼外翼並びに水平尾翼は共通で、GA機コンフィギュレーションにおいて垂直尾翼と水平尾翼も共通である。

Figure 5.2に示すように、翼は3Dプリンタによって、前縁、後縁、桁（spar）と小骨（rib）の一体成型物として印刷される。フライト試験での翼の損傷を鑑み、同品質の翼を所望の数だけ製造できる手段として3Dプリンタによる製造を選択した。フィラメントにはRaise3D社のPLA、Raise3D社のPVA+（水溶性、サポート材用フィラメント）を用い、プリンタにはFLASHFORGE社のCreator3 Proを用いた。外板（skin）には熱収縮フィルムを用いた。

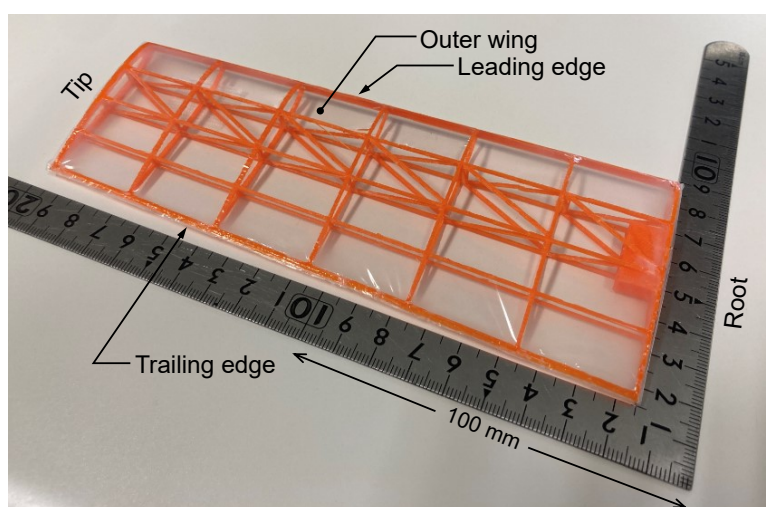


Fig. 5.2: 3D-printed wing structure.

Table 5.1: Properties of demonstrators.

Fuselage		Outer wing	
Material: Styrofoam		Materials: PLA, Shrink-wrap polyolefin film	
Diameter, d_{fus} , mm	40	Airfoil: NACA0014	
Length, l_{fus} , mm	380	Wetted semispan, $b'_{wet_{ow}}$, mm	183
Inner wing (QNDD config.)		Chord at breakpoint, c_{bp} , mm	70
Materials: PLA, Shrink-wrap polyolefin film		Chord at tip, c_{tp} , mm	60
Airfoil: NACA0014		Sweptback angle, Λ_{ow} , deg	0
Wetted semispan, $b'_{wet_{iw}}$, mm	158	Horizontal tail	
Chord at root, c_{rt} , mm	80	Materials: PLA, Shrink-wrap polyolefin film	
Chord at breakpoint, c_{bp} , mm	70	Airfoil: NACA0014	
Sweptback angle, Λ_{iw} , deg	-20	Wetted semispan, $b'_{wet_{ht}}$, mm	115
Inner wing (GA config.)		Chord at root, c_{rt} , mm	80
Materials: PLA, Shrink-wrap polyolefin film		Chord at tip, c_{tp} , mm	40
Airfoil: NACA0014		Sweptback angle, Λ_{ht} , deg	10
Wetted semispan, $b'_{wet_{iw}}$, mm	110	Vertical tail (GA config.)	
Chord at root, c_{rt} , mm	80	Materials: PLA, Shrink-wrap polyolefin film	
Chord at breakpoint, c_{bp} , mm	70	Airfoil: NACA0014	
Sweptback angle, Λ_{iw} , deg	0	Wetted semispan, $b'_{wet_{vt}}$, mm	115
		Chord at root, c_{rt} , mm	80
		Chord at tip, c_{tp} , mm	40
		Sweptback angle, Λ_{vt} , deg	10

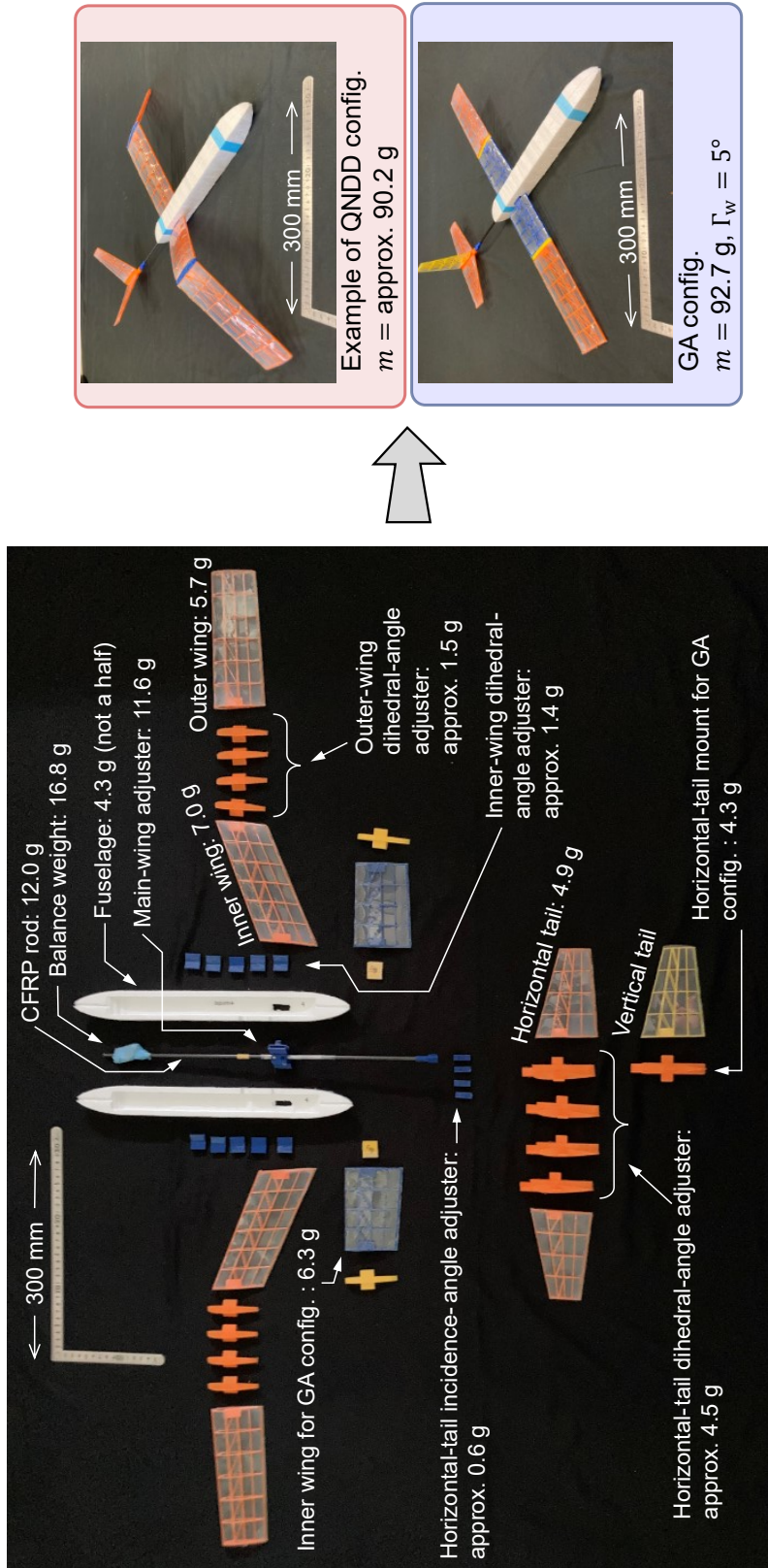


Fig. 5.3: Disassembled and assembled demonstrators.

5.2 風洞試験

5.2.1 試験設備

風洞には，名古屋大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻所有のエッフェル型風洞（(有)正豊工学実験装置製作所：MT-HSWWT-L型）を使用した。吹き出し口の口径は1 m×1 mの正方形で，試験機体が中央に配置されるように6分力天秤からストラットにて支持した。風洞試験の構成はFig. 5.4に示す通りである。台座から試験機体までの構成は，台座， β_b 用ゴニオステージ（中央精機株式会社：RS-147-1），6分力天秤（日章電機株式会社：LMC-61322），ストラット， α_b 用ゴニオステージ（株式会社ミスミグループ本社：GFSG25-20），試験機体となる。 β_b 用ゴニオステージは主尺0.5 deg，副尺0.01 deg，範囲−180 ~ +180 deg， α_b 用ゴニオステージは主尺1.0 deg，副尺0.1 deg，範囲−20 ~ +20 degで角度変更が可能である。

5.2.2 試験概要

Table 5.2で示す48コンフィギュレーションについて風洞試験を行い， C_{l_β} ， C_{n_β} を求める。本検討では，得られた C_{l_β} ， C_{n_β} の絶対値がともに小さいコンフィギュレーションをフライト試験に使用するQNDD機コンフィギュレーションとして選択する。幾つかのコンフィギュレーションについて予備フライト試験を実施した結果， $V_{c_0} \approx 8.0$ m/sであった。そこで，すべてのコンフィギュレーションで共通して風洞吹き出し速度を8.0 m/sとした。また，予備フライト試験にてトリム飛行を実現する水平尾翼取付角度は，多くのQNDD機コンフィギュレーションで $i_{ht} = -5.0$ deg，GA機コンフィギュレーションで $i_{ht} = -7.0$ degであった。風洞試験，フライト試験にて特に断りがない限り，上記の水平尾翼取付角度を適用する。測定時の迎角に関しては，機体重量と釣り合う揚力を発生するように各コンフィギュレーションについて風洞試験中に同定を行った。

Table 5.2: Parameters of configurations for wind-tunnel test.

Parameter	Range	Increment
Γ_{iw} , deg	28 ~ 40	4
Γ_{ow} , deg	−40 ~ −28	4
Γ_{ht} , deg	32 ~ 40	4

Table 5.3: Fixed parameter for wind-tunnel test.

Parameter	Value
Mainstream velocity, Q_∞ , m/s	8.0

試験機体に作用する空気力・空気力モーメントのみを得るために、ストラットのみの空気力・空気力モーメント、並びに試験機体とストラットに作用する重力・重力モーメントを別途測定する。測定される力・モーメントは試験機体とストラットによる空気力・空気力モーメント、重力・重力モーメントの線形和で表されると仮定し、ストラットのみの空気力・空気力モーメント、並びにストラットと試験機体の重力・重力モーメントを差し引き、試験機体に作用する空気力・空気力モーメントを得る。また、計測された空気力・空気力モーメントを無次元化するにあたり、各コンフィギュレーションにおいて代表値 (b_{ref_w} , c_{ref_w} , S_{ref_w}) は異なるので注意されたい。ストラットに働く抗力は0.327 Nであり、一方で機体に働く抗力は0.122 ~ 0.163 Nであり、およそ機体に働く抗力の2倍の抗力がストラットに働く関係であった。

5.2.3 結果

各QNDD機コンフィギュレーションで得られた C_{l_β} , C_{n_β}

Figure 5.5は $\sqrt{(C_{l_\beta\text{QNDD}}/C_{l_\beta\text{GA}})^2 + (C_{n_\beta\text{QNDD}}/C_{n_\beta\text{GA}})^2}$ を表し、カラーがこの値に対応する。 Γ_{iw} , Γ_{ow} , Γ_{ht} を各軸にもち、5つの断面におけるコンター図を重ねて描画した図である。本検討では、 C_{l_β} と C_{n_β} の絶対値が小さいコンフィギュレーションをフライト試験に使用する最適QNDD機コンフィギュレーションとして選択するので、 C_{l_β} , C_{n_β} の L_2 ノルムを描いた。Figure 5.5より、選択された最適QNDD機コンフィギュレーションは、 $\Gamma_{\text{iw}} = 32$ deg, $\Gamma_{\text{ow}} = -36$ deg, $\Gamma_{\text{ht}} = 37$ degとなった。加えて、 C_{l_β} と C_{n_β} の値をそれぞれFigs. 5.6a–5.6bに描画する。Figures 5.6a–5.6bの各軸はFig. 5.5と同様に Γ_{iw} , Γ_{ow} , Γ_{ht} である。それぞれ3つの断面におけるカラーコンター図を重ねて描いた。また、 $C_{l_\beta} = 0$ と $C_{n_\beta} = 0$ の等高面を緑色でそれぞれ描いた。

安定微係数測定結果詳細

選択された最適QNDD機コンフィギュレーションに近いQNDD機コンフィギュレーション ($\Gamma_{\text{iw}} = 32$ deg, $\Gamma_{\text{ow}} = -36$ deg, $\Gamma_{\text{ht}} = 36$ deg) とGA機コンフィギュレーションの2機について、風洞試験結果を示す。横滑り角を $-2 \sim 2$ deg (1 deg刻み) で変化させたときの値をFigs. 5.7–5.8に示す。単回帰分析によって得られる C_{x_β} , C_{y_β} , C_{z_β} , C_{l_β} , C_{m_β} , C_{n_β} の値を注釈で示しており、[]内には95%信頼区間 (95%CI) における下限と上限を示す。QNDD機コンフィギュレーションとGA機コンフィギュレーションの2機について、得られた C_{l_β} , C_{n_β} の値をTable 5.4にまとめる。

Table 5.4: Measured values of C_{l_β} and C_{n_β} of QNDD and GA configurations.

	QNDD config.	GA config.
C_{l_β}	0.0126, 95%CI:[-0.0300, 0.0533]	-0.133, 95%CI:[-0.145, -0.121]
C_{n_β}	-0.0135, 95%CI:[-0.0257, -0.00142]	0.0961, 95%CI:[-0.107, 0.0339]

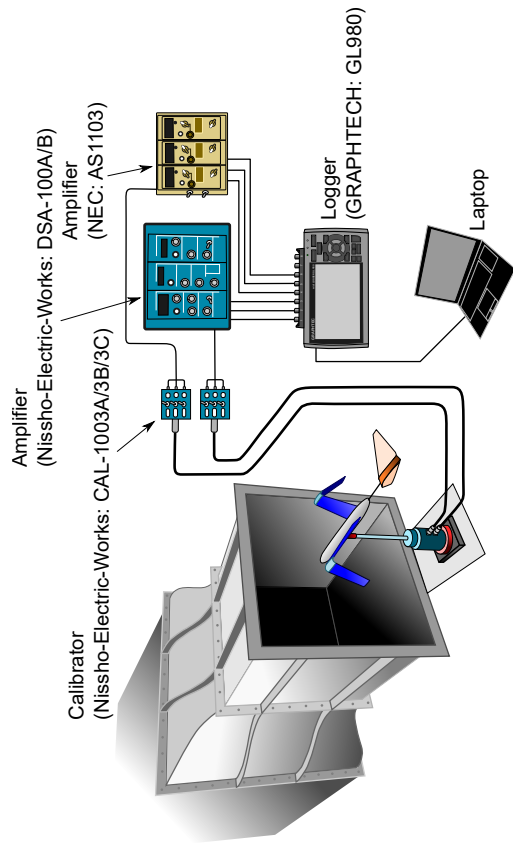
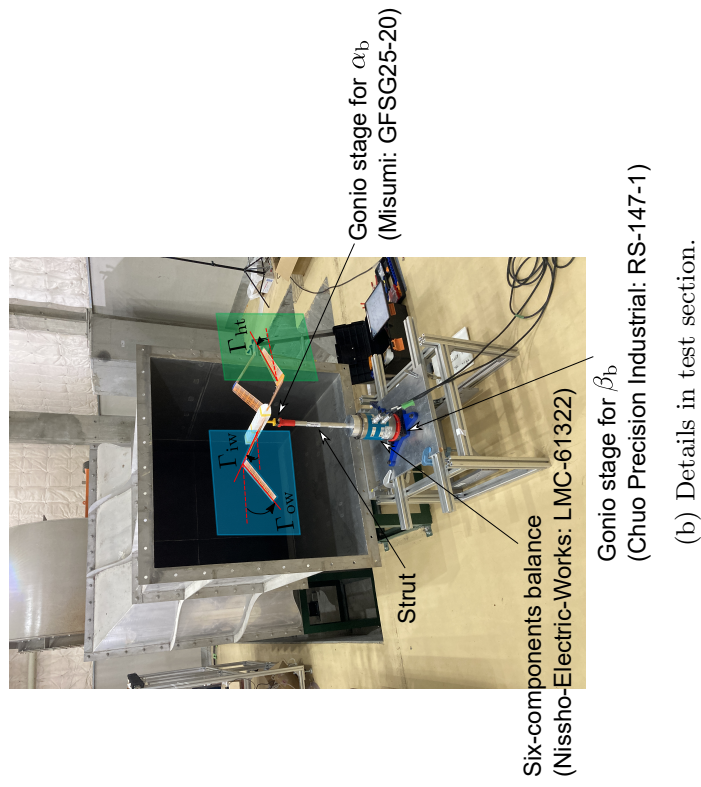


Fig. 5.4: Experimental settings for wind-tunnel test.

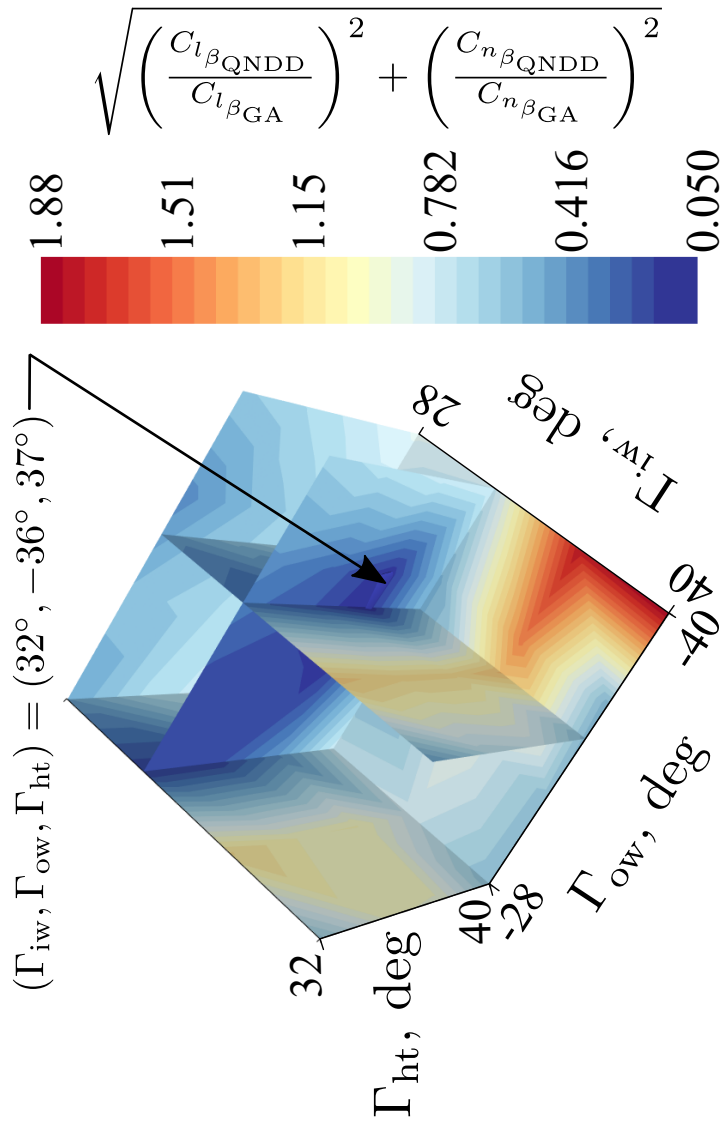
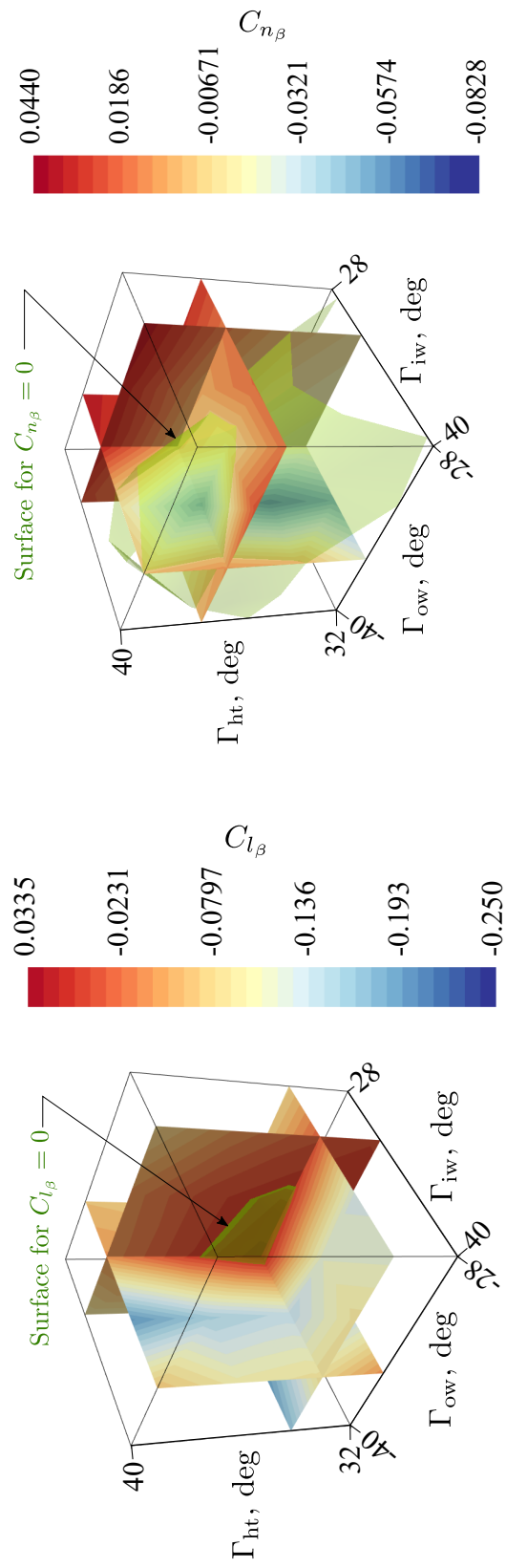


Fig. 5.5: Measured values of $\sqrt{(C_{l\beta\text{QNDD}}/C_{l\beta\text{GA}})^2 + (C_{n\beta\text{QNDD}}/C_{n\beta\text{GA}})^2}$ with varying Γ_{iw} , Γ_{ow} , and Γ_{ht} .



(a) C_{l_β} .

(b) C_{n_β} .

Fig. 5.6: Measured values of C_{l_β} and C_{n_β} with varying Γ_{iw} , Γ_{ow} , and Γ_{ht} .

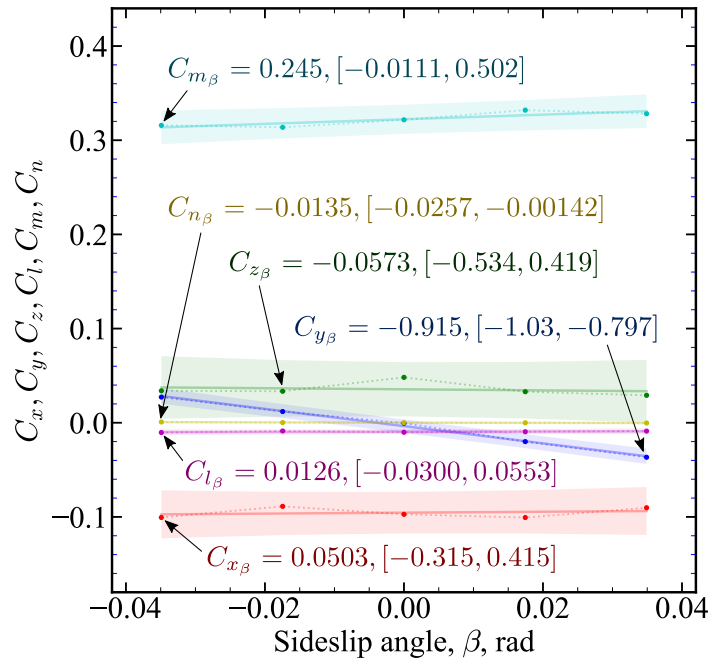


Fig. 5.7: Stability derivatives of QNDD configuration with respect to β variation.

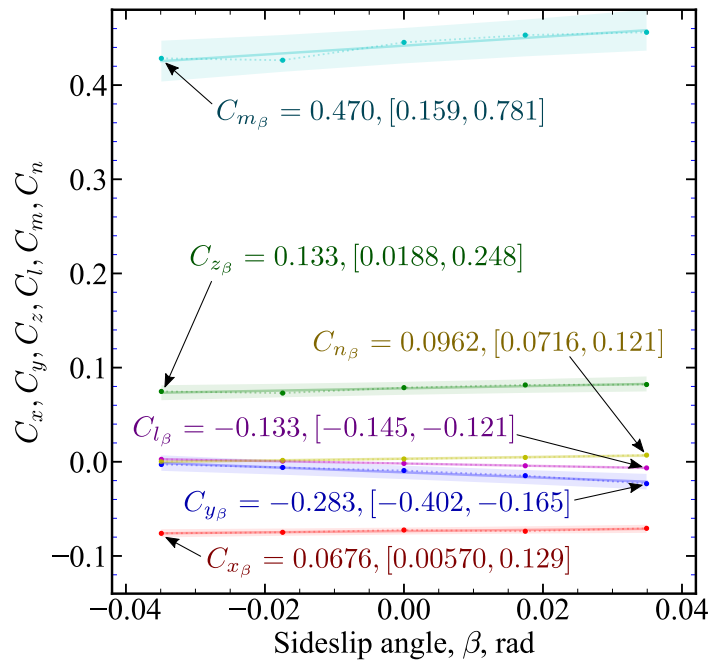


Fig. 5.8: Stability derivatives of GA configuration with respect to β variation.

5.3 フライト試験

5.3.1 試験設備

試験機体の姿勢角・位置の取得には、名古屋大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻所有の飛行体計測システム（アキュイティ株式会社：OTJS-PX4112-NUT一式）を使用し、横風の発生には、同専攻所有の非定常流・突風発生装置（(株)西日本流体技研：WT-2020）を使用した。

5.3.2 試験概要

横風突風環境下における滑空飛行試験の概要はFig. 5.9に示す通りである。

飛行体計測システム

モーションキャプチャカメラにはOptiTrackのPrime X41を用いる。12台のモーションキャプチャカメラによる観測範囲は8 m（幅）×15 m（奥行）×8 m（高さ）の空間である。撮影時の設定は、ゲイン：6，サンプリングレート：100 Hz，露光時間：500 μ sとした。

非定常流・突風発生装置

設備の都合上，非定常流・突風発生装置によって生み出される横風と滑空経路は直交せず，58 degの角度で交わる。また，飛行経路と非定常流・突風発生装置によって生み出される横風が交わる点を慣性座標系の原点とした。慣性座標系原点から非定常流・突風発生装置の吹き出し口は6.5 m離れた位置，ランチャ射出端は5.0 m離れた位置に存在する。非定常流・突風発生装置の吹き出し口における風速設定は定常流3.0 m/sとした。簡易的な風速計で慣性座標原点 y_i 方向の風速を慣性座標系原点で計測したところ，概ね1.5 m/s程度の横風であった。

ランチャ

試験機体の射出にあたってはFig. 5.10に示すランチャを使用した。ランチャの高さは2.0 mで滑走距離は最大1.5 mである。動力はゴムバンドで，手で試験機体をランチャ後方まで引張り，試験機体を射出する。射出位置で試験機体にかかる張力は約15 Nである。

試験機体

使用する試験機体の外観をFigs. 5.12a–5.12bに示す。風洞試験の結果，最適QNDD機コンフィギュレーションの候補機体は $\Gamma_{iw} = 32$ deg， $\Gamma_{ow} = -36$ deg， $\Gamma_{ht} = 37$ degであったが，予備フライト試験を行った結果，ロール方向に不安定であったので，Figs. 5.6a–5.6bを参考に C_{l_β} が負に大きくなる方向に調整を施した。その結果，フライト試験に用いる最適QNDD機コンフィギュレーションは $\Gamma_{iw} = 34$ deg， $\Gamma_{ow} = -36$ deg， $\Gamma_{ht} = 37$ degとなった。飛行体計測システムを使用するにあたり，トラッキングマーカを試験機体に取り付ける必要がある。トラッキングマーカの外

観はFig. 5.11に示す通りである。理論的には最低3つのトラッキングマーカが取り付けられていれば剛体として認識されるが、飛行体計測システムが必ず3つのトラッキングマーカを常に認識できるわけではないため、Figs. 5.13a-5.13bに緑色の円で示すように7個のトラッキングマーカを試験機体に取り付けて計測を行った。トラッキングマーカによる試験機体の飛行性能に影響する可能性がある。しかし、直径10 mmの球に働く抗力は本研究の条件では0.4 mNであり [72]、主翼に働く約1 Nの揚力と比較すると非常に小さいので、トラッキングマーカに働く空気力は無視できる。一方、トラッキングマーカにより翼周りの流れ、すなわち翼性能は変化するが、その変化は無視した。

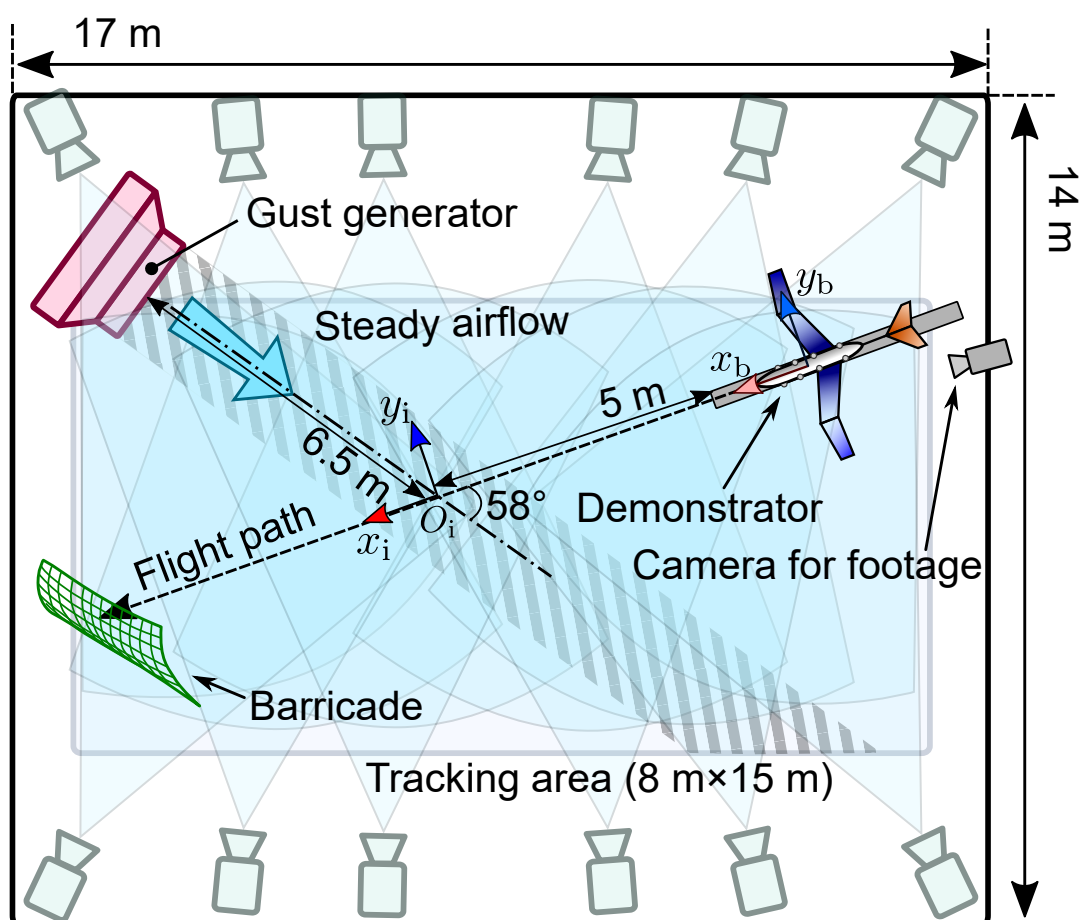


Fig. 5.9: Flight-test field.

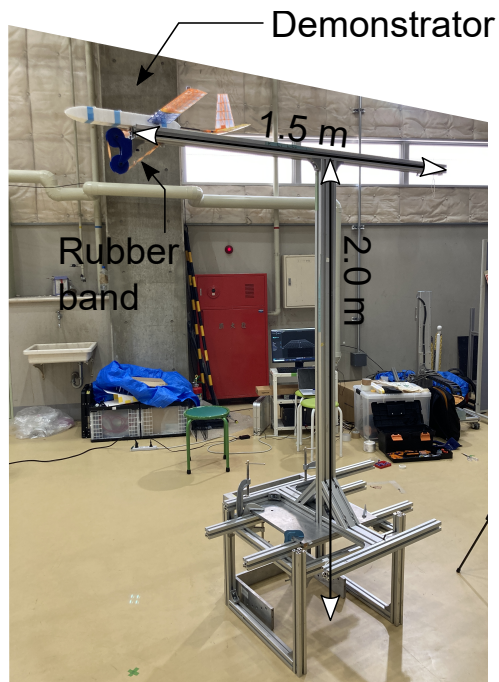


Fig. 5.10: Launcher for flight test.

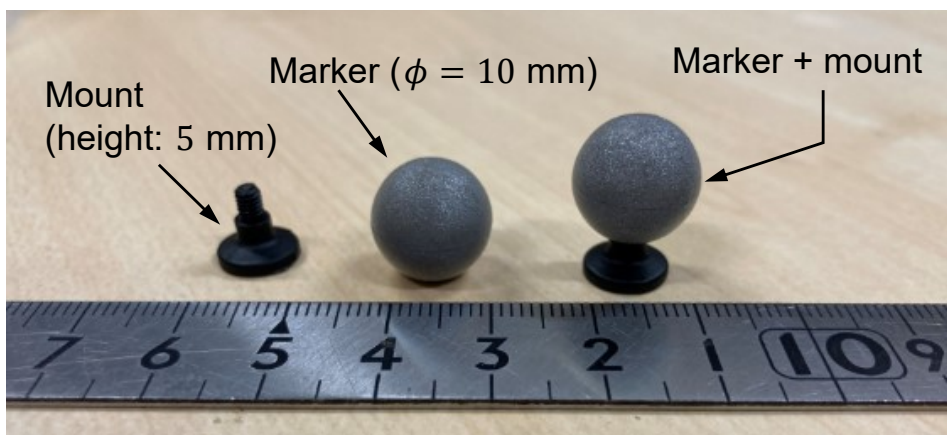
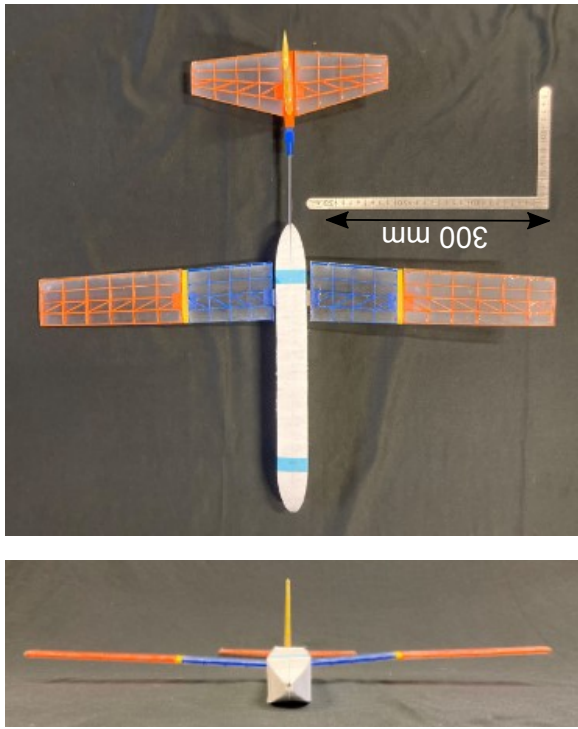
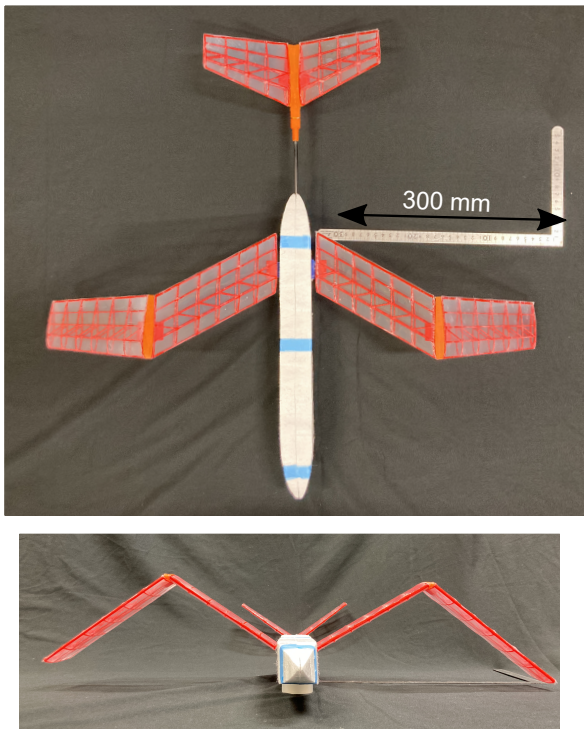


Fig. 5.11: Attached markers.

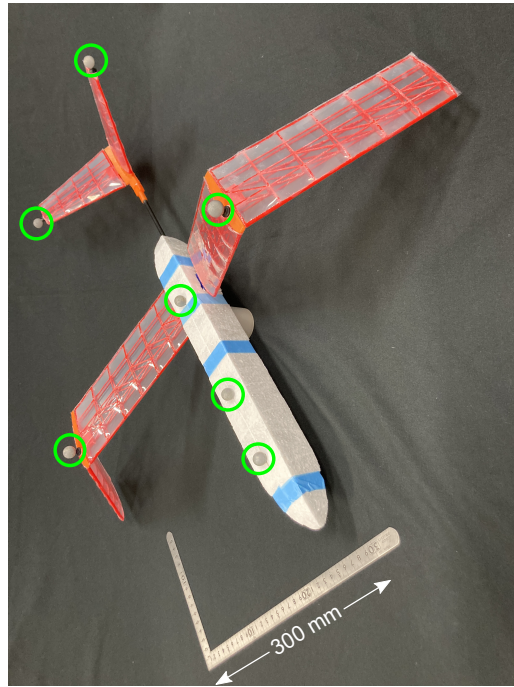


(b) GA configuration ($\Gamma_{iw} = \Gamma_{ow} = 8^\circ$).

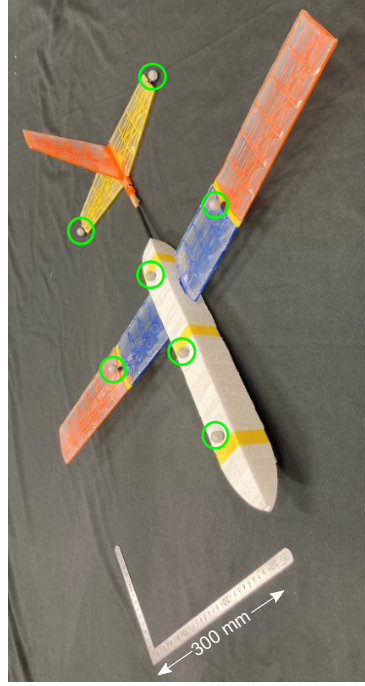


(a) QNDD configuration ($\Gamma_{iw} = 34^\circ$, $\Gamma_{ow} = -36^\circ$, and $\Gamma_{ht} = 37^\circ$).

Fig. 5.12: Third-angle projections of demonstrators.



(a) QNDD configuration ($\Gamma_{iw} = 34^\circ$, $\Gamma_{ow} = -36^\circ$, and $\Gamma_{ht} = 37^\circ$).



(b) GA configuration ($\Gamma_{iw} = \Gamma_{ow} = 8^\circ$).

Fig. 5.13: Installed markers on demonstrators.

5.3.3 単発フライト試験結果

計測された Φ , Θ , Ψ , y_c^i , z_c^i の内, 代表的なフライト試験結果をFig. 5.14に示す. 横軸は時間ではなく x_c^i であることに注意されたい. x_{ci} , y_{ci} , z_{ci} は慣性座標系から見た試験機体幾何中心の位置で, 慣性座標系の原点は前述したようにFig. 5.9に示した. 図中, 灰色斜線領域が非定常流・突風発生装置によって生み出される横風を受けている領域, 赤色実線・破線が最適QNDD機コンフィギュレーション, 青色実線がGA機コンフィギュレーションの測定結果である. 先ず, GA機コンフィギュレーションと大きく異なる機体形状である最適QNDD機コンフィギュレーションであってもフライトが可能であることが確認できる. 飛行速度は横風突風遭遇前後でほとんど変化がなく, $x_c^i - z_c^i$ 平面において, 最適QNDD機コンフィギュレーション (QNDD config. #1) が $\{U_{c_0}^i, W_{c_0}^i\}^T = \{7.73, 0.88\}^T$ m/s, GA機コンフィギュレーションが $\{U_{c_0}^i, W_{c_0}^i\}^T = \{7.85, 0.89\}^T$ m/sであった. 次に, 横風遭遇前後の Φ の変化量を比較する. $x_c^i = 1.6$ m付近における極値を読み取ると, 赤色実線で示す最適QNDD機コンフィギュレーション (QNDD config. #1) の姿勢角変化量は6.5 deg, GA機コンフィギュレーションでは-7.6 degである. 従って, 最適QNDD機コンフィギュレーションの方が僅かに絶対値の小さい C_{l_β} を有していることが確認できる. さらに, GA機コンフィギュレーションでは上反角効果によって $\Phi < 0$ に変化するが, 最適QNDD機コンフィギュレーションでは $\Phi > 0$ に変化する結果となった. また, 本ケースについて横風遭遇前後の Ψ の変化量を比較すると, 最適QNDD機コンフィギュレーションの値がGA機コンフィギュレーションよりもはるかに小さいことが確認できた. 変化方向は, GA機コンフィギュレーションでは方向安定によって $\Psi > 0$ (横風風上方向)に変化するが, 最適QNDD機コンフィギュレーションでは $\Psi < 0$ に変化する結果となった. GA機コンフィギュレーションと比較して姿勢角変化の小さい最適QNDD機コンフィギュレーションであるが, Fig. 5.14赤色破線で示したフライト試験結果 (QNDD config. #2) に示すように横風突風遭遇後にロール方向に発散していくようなフライトも観測された. 後述する複数回フライト試験において, 最適QNDD機コンフィギュレーションの全79フライトの内, 安定なフライトが50フライト (63%), 発散してしまうフライトが29フライト (37%)であった.

ランチャ左後方に設置したカメラ (Apple: iPad Pro 4th gen.を用いて1920×1080 pixels・30 fpsで撮影, Fig. 5.9中の“Camera for footage”) でフライト試験の様子を撮影した. 画像処理にはPythonでサポートされるOpenCV [73]を使用した. 画像処理手順は, フライト中のグレースケール画像とフライト前のグレースケール画像をピクセルごとに比較, その変化量の絶対値が15以上であるピクセルを動体として検知, 動体に対応するカラー画像を抽出して1枚の画像にまとめた. ランチャ射出 ($t = t_0$) 後のフライトの様子を1/6秒ごとに描画した連続写真をFig. 5.15a-5.15cに示す. 横風は画像右から左へ吹いている. ある時刻によって機影がぼやけているのは, カメラの焦点が合わず被写体がぼやけてしまっていることと, 翼外板に使用した熱収縮フィルムと背景のビニールカーテンの反射光が似ており画像処理で被写体と背景の区別がつきにくいことによる. Figure 5.15aに示すGA機コンフィギュレーションの結果を見ると, 横風遭遇後, 上反角効果によって機

体が左にバンクし、方向安定によって機首を右に振る運動をしていることが改めて確認できる。一方、Fig. 5.15bに示す最適QNDD機コンフィギュレーションを見ると、横風遭遇後、機体はほとんど姿勢変化を伴わないことが確認できる。また、GA機コンフィギュレーションではDutch Roll modeがFig 5.15aに見られるが、最適QNDD機コンフィギュレーションでは、本フライト試験で飛行速度と観測可能な距離で決まる最小の固有角振動数を超える振動モードはFig. 5.15bに見られなかった。

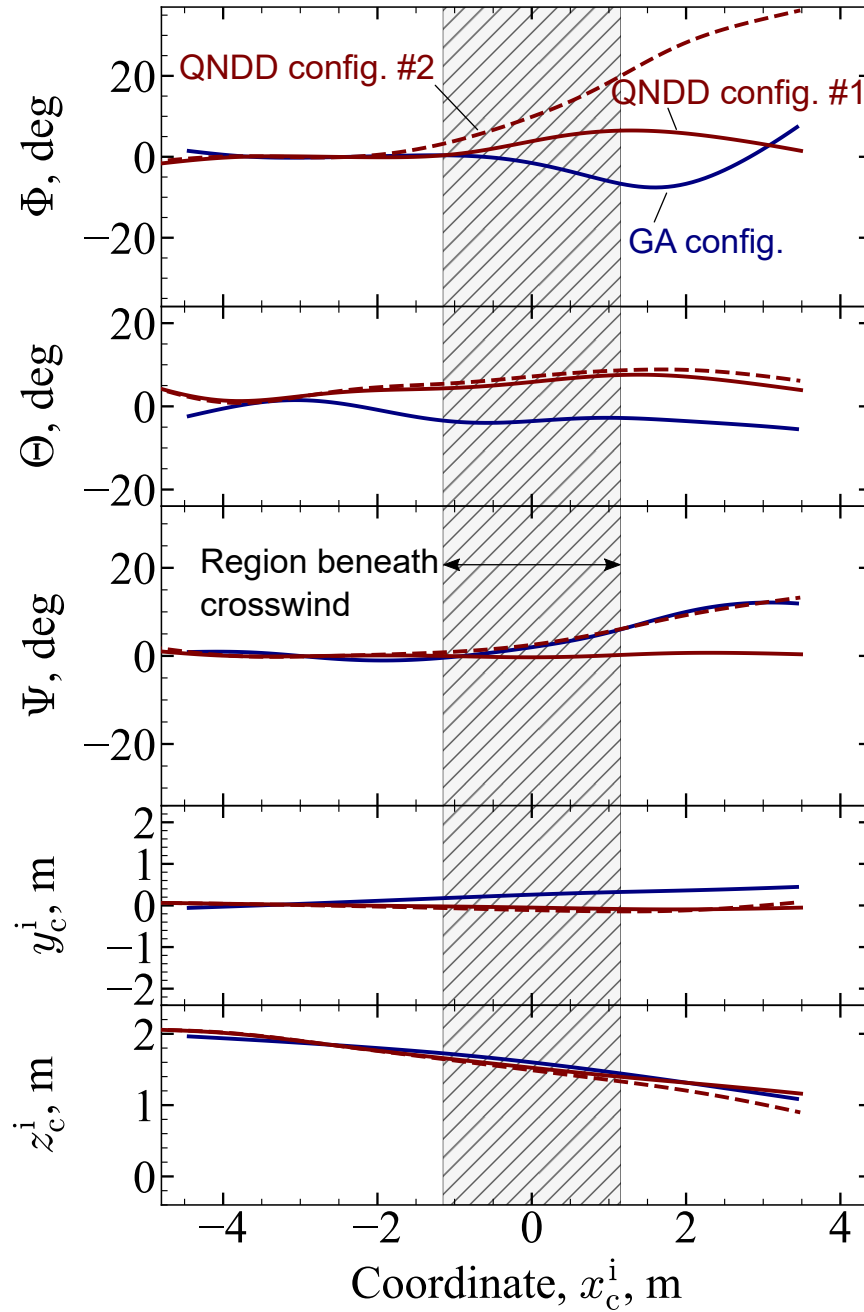
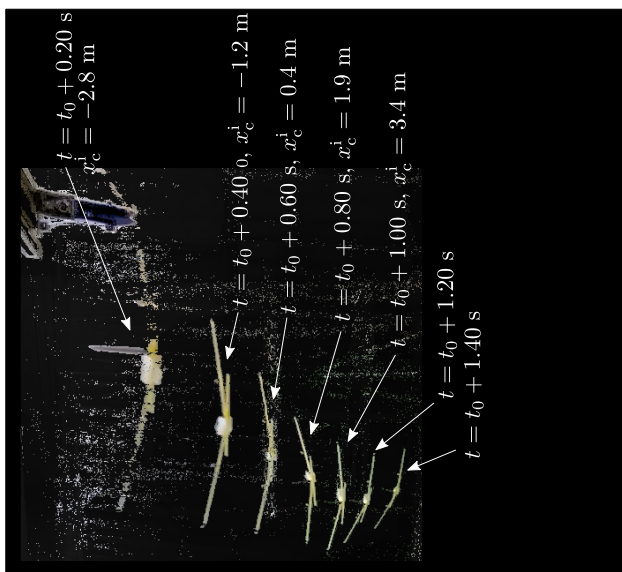
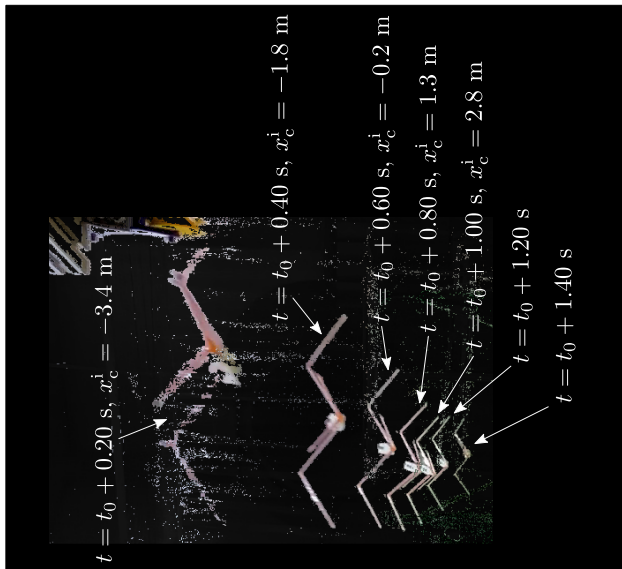


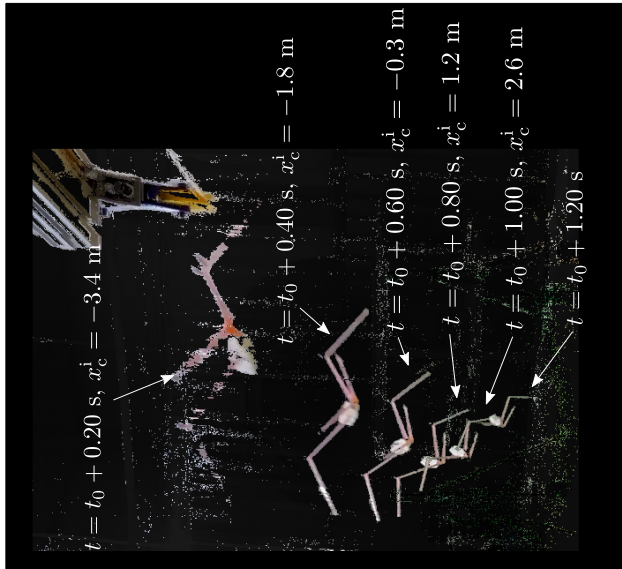
Fig. 5.14: Recorded motions of QNDD and GA configurations with respect to x_c^i .



(a) GA config.



(b) QNDD config. #1.



(c) QNDD config. #2.

Fig. 5.15: Chronophotographies of GA and QNDD configurations.

5.3.4 複数回フライト試験結果

Figure 5.14に示したフライト試験結果は一例である。非定常流・突風発生装置が生み出す横風が常に理想的な定常流を生成することは不可能であり、フライト試験結果には偶然誤差が介在する。この誤差を除すため、複数回のフライト試験を実施した。

データ処理

横風突風による試験機体姿勢変化を定量的に評価するため、横風突風による姿勢角変化指標を定義する。以下に、その指標 ($\mu_{\Delta\Phi_{cw}}$, $\mu_{\Delta\Psi_{cw}}$) を求める過程を記す。

- i. 横風突風による姿勢角変化 $\Delta\Phi_{cw}$, $\Delta\Psi_{cw}$ は, $x_c^i > 0.0$ m (横風突風遭遇後) において極値となる姿勢角 Φ_{cw} , Ψ_{cw} と $x_c^i = -1.5$ m (横風突風遭遇前) における姿勢角 Φ_0 , Ψ_0 との差として定義する。

$$\Delta\Phi_{cw} := \Phi_{cw} - \Phi_0 \quad (5.1)$$

$$\Delta\Psi_{cw} := \Psi_{cw} - \Psi_0 \quad (5.2)$$

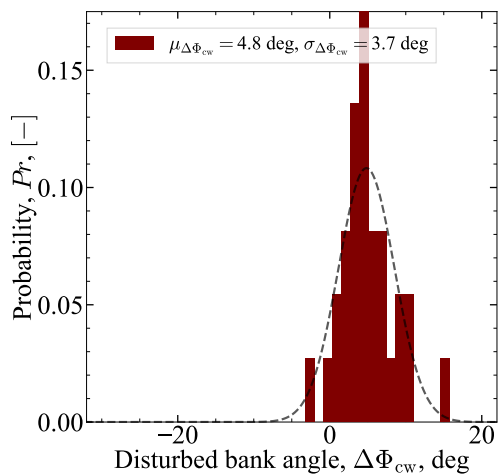
- ii. Figure 5.14に示したフライトは発射直後からレベルフライトを達成しているが、フライトによっては発射直後にフライト条件がトリム条件からずれSpiral mode, またはSideslip modeが現れる。これらの固有運動モードの存在によって、 $\Delta\Phi_{cw}$, $\Delta\Psi_{cw}$ を正確に算出することができない。そこで、横風突風遭遇前 ($-5.0 < x_c^i < -2.0$ m) のフライトデータから、 $C_1(x_c^i - C_2) + C_3$ の未知数 C_1 [/m], C_2 [m], C_3 [-]の同定を行い、得られたフライトデータから固有運動モードの影響を除する。
- iii. 得られた $\Delta\Phi_{cw}$, $\Delta\Psi_{cw}$ の平均値 $\mu_{\Delta\Phi_{cw}}$, $\mu_{\Delta\Psi_{cw}}$ を横風突風によって試験機体が姿勢変化した代表値として取り扱う。

結果

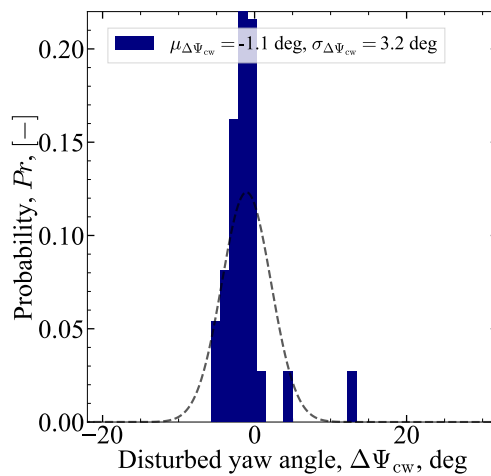
最適QNDD機コンフィギュレーションでは79フライト、GA機コンフィギュレーションでは97フライト実施した。このうち、最適QNDD機コンフィギュレーションについては姿勢変化が発散した29フライトを除く50フライトについて解析を行った。 $\Delta\Phi_{cw}$, $\Delta\Psi_{cw}$ の確率分布をFigs. 5.16a–5.16dに示す。横軸が $\Delta\Phi_{cw}$, $\Delta\Psi_{cw}$, 縦軸が確率である。加えて、平均値と分散をそれぞれの図の凡例に示す。得られた $\mu_{\Delta\Phi_{cw}}$, $\mu_{\Delta\Psi_{cw}}$ をTable 5.5にまとめた。結果として、最適QNDD機コンフィギュレーションは横風突風遭遇時の姿勢変化がGA機コンフィギュレーションと比較して小さくなることが確認できた。その値は、 Φ の変化量はGA機コンフィギュレーションの84%, 特に Ψ の変化量は12%に抑制されることが確認された。フライト試験を通して最適QNDD機コンフィギュレーションが横風突風遭遇時に姿勢変化を生じにくい機体であることが分かった一方で、ロール方向の不安定性が問題として明らかになった。

Table 5.5: Averaged values of $\Delta\Phi_{cw}$ and $\Delta\Psi_{cw}$ on QNDD and GA configurations.

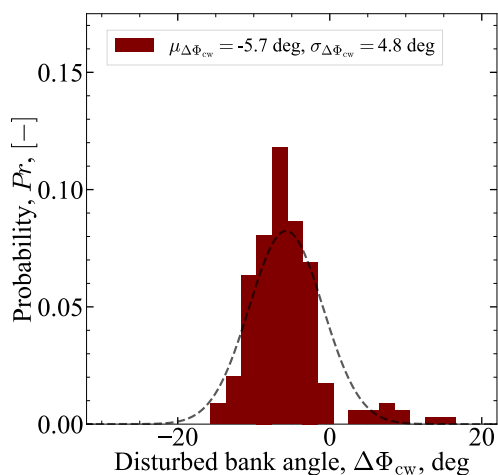
	QNDD config.	GA config.
$\mu_{\Delta\Phi_{cw}}$, deg	4.8	-5.7
$\mu_{\Delta\Psi_{cw}}$, deg	-1.1	9.0



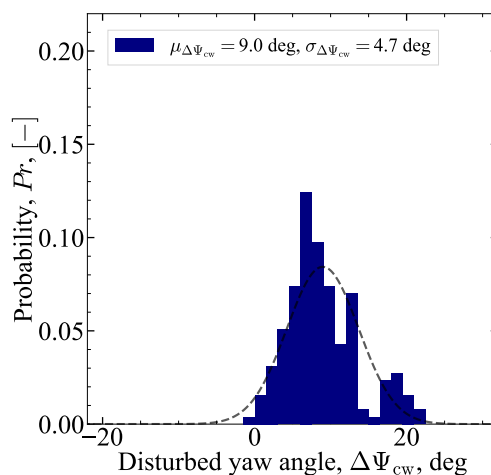
(a) $\Delta\Phi_{cw}$ on QNDD configuration.



(b) $\Delta\Psi_{cw}$ on QNDD configuration.



(c) $\Delta\Phi_{cw}$ on GA configuration.



(d) $\Delta\Psi_{cw}$ on GA configuration.

Fig. 5.16: Histograms.

第6章

結論

第2章から第5章までの各章で得られた結論を以下にまとめる。

6.1 第2章のまとめ

- 主翼，水平尾翼，垂直尾翼で構成される従来固定翼機について，主翼上反角，垂直尾翼セミスパンを変化させた場合の横・方向系の固有運動について数理モデルを基に解析を行った。その結果，垂直尾翼セミスパンを横軸，主翼上反角を縦軸とする図にDutch Roll modeの特性値を描画すると，小さな垂直尾翼セミスパン，主翼下反角を有する固定翼機にはDutch Roll mode（複素共役根）が存在しないことが分かった。
- 前述した垂直尾翼セミスパンを横軸，主翼上反角を縦軸とする図に，実部が負である固有値の個数と複素共役根の有無を描画すると，横・方向系の固有値がすべて負の実数である固定翼機が属する領域が存在することが分かった。この領域をQNDD領域，QNDD領域に属する固定翼機をQNDD機と命名した。
- 横軸を C_{n_β} ，縦軸を C_{l_β} に置き換えて上図を描画すると，QNDD領域はその辺上に $C_{l_\beta} = C_{n_\beta} = 0$ （NDD機のデザインポイント）を必ず有することが分かった。

6.2 第3章のまとめ

- QNDD機は，従来固定翼機と異なる横・方向系の固有運動をもつため，固有構造に着目して解析を行った。その結果，QNDD機は，時定数の異なる3つのsideslip mode（横滑り角に顕著に現れる減衰モード），1つのroll modeを有することが分かった。
- QNDD機に関する横・方向系の固有値推算式を導出した。この結果，2つのsideslip modeについては過減衰を起こすバネマスダンパ系として捉えることができ， $(N'_p/L'_p)L'_r - N'_r$ が単位質量当たりの減衰係数， $N'_\beta - (N'_p/L'_p)L'_\beta$ が単位質量当たりのバネ定数に相当することが分かった。

- 数理モデルを基にQNDD機の横風突風応答をボード線図，数値シミュレーションを用いて評価した．従来固定翼機としてGA（General Aviation）機を導入し，比較を行った．この結果， $1.0 \text{ rad/s} < \omega$ の角振動数の範囲において，QNDD機の横風突風からバンク角へのゲインがGA機のゲインよりも非常に小さくなっていることが分かった．数値シミュレーションでは，GA機と比較してQNDD機の姿勢変化（バンク角，ヨー角）だけでなく，縦系に含まれるピッチ角変化も抑制されることが分かった．

6.3 第4章のまとめ

- $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ 平面に描かれるQNDD領域は小さく， C_{l_β} ないし C_{n_β} に変化が生じた際にQNDD領域からデザインポイントが逸脱する恐れがある．そこで， C_{l_β} ， C_{n_β} に対するロバスト性向上，つまり， $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ 平面におけるQNDD領域拡大を達成するコンフィギュレーション最適化を逐次線形二次計画法を用いて行った．この結果，オリジナルQNDD機よりも遥かに大きなQNDD領域を有する最適QNDD機のコンフィギュレーションを得た．また，得られた最適QNDD機は，大きな上下反角と前進角を特徴とするガルウィングを有する機体となった．
- オリジナルQNDD機ないし最適QNDD機のロバスト性を測る指標の1つに最大許容可能横風を提案した．先ず，デザインポイントを中心とし，QNDD領域において最大となる円を $C_{n_\beta} - C_{l_\beta}$ 平面に描いたときの半径を r_{QNDD} とする．次に，ある横風 v_g に起因する静的な主翼弾性変形によるオフデザインへのずれを考える．このとき，（オフデザインポイントへのずれ） $= r_{\text{QNDD}}$ となるときの v_g が最大許容可能横風である．検討の結果，最適QNDD機はオリジナルQNDD機の約7.5倍もの最大許容可能横風をもつことが分かった．
- 最適QNDD機の外見的な特徴であるガルウィングの空力性能と翼根モーメントについてPanel法を用いた評価を行った．この結果，大きな内翼上反角・外翼下反角をもつガルウィングは，平面翼とに対して揚抗比では劣るものの，翼根モーメントに関しては優位であることが分かった．
- 最適QNDD機の横風遭遇時の運動についても数値シミュレーションを行った．オリジナルQNDD機同様，GA機と比較して最適QNDD機の姿勢変化が非常に小さいことが確認された．また，最適QNDD機にのみ，横風風下方向（慣性座標系 y 軸方向）にドリフトし時間経過とともに収束する様子が確認された．

6.4 第5章のまとめ

- 最適QNDD機を模したスパン600~700 mmの小型試験滑空機を製作し，風洞試験を実施した．小型試験滑空機の主翼内翼，主翼外翼，水平尾翼，計3つの上反角をパラメータとして， C_{l_β} ， C_{n_β} の測定を行った．この結果，大きな上下反角と前進角をもつガルウィングとV字

尾翼の組み合わせによって、絶対値の小さい C_{l_β} , C_{n_β} が達成可能であることを確認した。

- 風洞試験結果を受け、小型試験滑空機を用いた最適QNDD機コンフィギュレーションの横風環境下でのフライト試験を行った。比較対象機として胴体、上反角の付いた主翼、水平尾翼、垂直尾翼で構成される従来固定翼機（GA機）のフライト試験も行った。複数回によるフライト試験の結果、GA機コンフィギュレーションと比較して、最適QNDD機コンフィギュレーションはバンク角については僅かに小さく、ヨー角については顕著に小さい姿勢角変化を達成した。一方で、最適QNDD機コンフィギュレーションはロール方向に不安定になりやすいという新しい課題も明らかとなった。また、本研究で観測した限りでは、GA機コンフィギュレーションにおいて横風突風遭遇後に振動モードが観測されたが、最適QNDD機コンフィギュレーションでは観測されなかった。

謝辞

本研究を行うにあたり，長年にわたってご指導を頂いた名古屋大学大学院 工学研究科航空宇宙工学専攻飛行・制御 教授 砂田茂先生に感謝の意を表します。昼夜を問わず砂田先生のもとへ押しかける私を蔑ろにすることなく，真摯にご指導して頂きました。同 助教 山口皓平先生には数値計算のテクニックからプライベートな相談まで幅広くサポートして頂きました。

本論文の第一歩となった和文誌において，先達であるNDD機の提案者でもある金沢工業大学客員教授 片柳亮二先生には実機開発に従事された経験に基づく貴重なご意見を多数受け賜りました。実機開発に基づく経験を踏まえたご指摘，ご意見は非常に新鮮なものでした。

本論文をまとめるにあたり，金沢大学 理工研究域フロンティア工学系 教授 得竹浩先生，中部大学 工学部宇宙航空理工学科 教授 池田忠繁先生，名古屋大学大学院 工学研究科航空宇宙工学専攻飛行・制御 教授 原進先生，同 准教授 椿野大輔先生には数多くの貴重なご指摘，ご意見を受け賜りました。感謝申し上げます。

参考文献

- [1] Hyun, D. K., Perry, A. T., and Ansell, P. J., “A Review of Distributed Electric Propulsion Concepts for Air Vehicle Technology,” *2018 AIAA/IEEE Electric Aircraft Technologies Symposium*, AIAA, AIAA 2018-4998, Ohio, July 2018.
<https://doi.org/10.2514/6.2018-4998>
- [2] Garcia, A., Cusido, I., Rosero, J. A., Ortega, J. A., and Romeral, L., “Reliable Electro-Mechanical Actuators in Aircraft,” *IEEE Aerospace and Electric Systems Magazine*, Vol. 23, 2008, pp. 19–25.
<https://doi.org/10.1109/MAES.2008.4607895>
- [3] Berton, J. J., and Nark, D. M., “Low-Noise Operating Mode for Propeller-Driven Electric Airplanes,” *Journal of Aircraft*, Vol. 56, 2019, pp. 1708–1714.
<https://doi.org/10.2514/1.C035242>
- [4] Romeo, G., Borello, F., and Correa, G., “Setup and Test Flights of All-Electric Two-Seater Aeroplane Powered by Fuel Cells,” *Journal of Aircraft*, Vol. 48, No. 4, 2011, pp. 1311-1341.
<https://doi.org/10.2514/1.C031271>
- [5] Botti, J., “Airbus Group: A Story of Continuous Innovation,” *The Aeronautical Journal*, Vol. 120, No. 1223, 2016, pp. 3–12.
<https://doi.org/10.1017/aer.2015.3>
- [6] Anonymous, “Strategic Implementation Plan 2019 Update,” NP-2017-01-2352-HQ, NASA, p. 5, <https://www.nasa.gov/sites/default/files/atoms/files/sip-2019-v7-web.pdf>, [retrieved Mar. 15th 2020].
- [7] Borer, K. N., Cox, E. D., and Wallace, D. R., “Flight Performance Maneuver Planning for NASA’s X-57 “Maxwell” Flight Demonstrator – Part1: Power-Off Glides,” *2019 AVIATION Forum*, AIAA, AIAA 2019-2855, Dallas, June 2019.
<https://doi.org/10.2514/6.2019-2855>
- [8] Anonymous, “ALICE SPECIFICATION,” EVIATION, <https://www.eviation.co/aircraft/>, [retrieved Nov. 30th 2020].
- [9] Anderson, M., “Order for First All-Electric Passenger Airplane Placed by Massachusetts

- Carrier,” *IEEE Spectrum*, IEEE, <https://spectrum.ieee.org/energywise/aerospace/aviation/order-for-first-allelectric-passenger-airplane-placed-by-assachusetts-carrier>, [retrieved Nov. 30th 2020].
- [10] Hartmann, J., Strack, M., and Nagel, B., “Conceptional Assessment of Different Hybrid Electric Air Vehicle Options for a Commuter with 19 Passengers,” *2018 AIAA SciTech Forum*, AIAA, AIAA 2018-2025, Kissimmee, Jan. 2018.
<https://doi.org/10.2514/6.2018-2025>
- [11] Gong, A., and Verstraete, D., “Fuel Cell Propulsion in Small Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicles: Current Status and Research Needs,” *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 42, 2017, pp. 21311–21333.
<https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2017.06.148>
- [12] Santarelli, M., Cabrera, M., and Cali, M., “Analysis of Solid Oxide Fuel Cell Systems for More-Electric Aircraft,” *Journal of Aircraft*, Vol. 46, No. 1, 2009, pp. 269–283.
<https://doi.org/10.2514/1.38408>
- [13] Anonymous, “空の移動革命に向けたロードマップ,” 空の移動革命に向けた官民協議会, 国土交通省, <https://www.mlit.go.jp/common/001266909.pdf>, [retrieved Dec. 13th 2020].
- [14] Johnson, W., and Silva, C., “NASA Concept Vehicles and the Engineering of Advanced Air Mobility Aircraft,” *The Aeronautical Journal*, Vol. 126, 2022, pp. 59–91.
<https://doi.org/10.1017/aer.2021.92>
- [15] Gultepe, I., et al., “A Review of High Impact Weather for Aviation Meteorology,” *Pure and Applied Geophysics*, Vol. 176, 2019, pp. 1869–1921.
<https://doi.org/10.1007/s00024-019-02168-6>
- [16] Shen, J., Parks, E. K., and Bach, R. E., “Comprehensive Analysis of Two Downburst-Related Aircraft Accidents,” *Journal of Aircraft*, Vol. 33, 1996, pp. 924–930.
<https://doi.org/10.2514/3.47037>
- [17] Fujita, T. T., and Byers, H. R., “Spearhead Echo and Downbursts in the Crash of an Airliner,” *Monthly Weather Review*, Vol. 105, 1977, pp. 129–146.
[https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1977\)105<0129:SEADIT>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1977)105<0129:SEADIT>2.0.CO;2)
- [18] Fujita, T. T., “Downbursts: Meteorological Features and Wind Field Characteristics,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 36, 1990, pp. 75–86.
[https://doi.org/10.1016/0167-6105\(90\)90294-M](https://doi.org/10.1016/0167-6105(90)90294-M)
- [19] Linden P. F., and Simpson, J. E., “Microburst: A Hazard for Aircraft,” *Nature*, Vol. 317, 1985, pp. 601–602.
<https://doi.org/10.1038/317601a0>
- [20] Bolgiani, P., Santos-Muñoz, D., Fernández-González, S., Sastre, M., Valero, F., and Martín, M. L., “Microburst Detection With the WRF Model: Effective Resolution and Forecasting Indices,” *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, Vol. 125, 2020.

- <https://doi.org/10.1029/2020JD032883>
- [21] Anonymous, “Chap. 9 Approaches and Landings,” *Airplane Flying Handbook (FAA-H-8083-3C)*, Federal Aviation Administration, 2021, pp. 9-1–9-38.
- [22] Anonymous, “Normal Procedures,” *Information Manual 1980 Model 152*, Cessna Aircraft Company, 1979, pp. 4-1–4-23.
- [23] Anonymous, “Normal Procedures,” *Information Manual 1980 Model 172R*, Cessna Aircraft Company, 1996, pp. 4-1–4-36.
- [24] Van Es, G. W. H., Van der Geest, P. J., and Nieuwpoort, T. M. H., “Safety aspects of aircraft operations in crosswind,” NLR-TP-2001-217, May 2001.
- [25] Vechtel, D., Meissner, U. M., and Hahn, K., “On the Use of a Steerable Main Landing Gear for Crosswind Landing Assistance,” *CEAS Aeronautical Journal*, Vol. 5, 2014, pp. 293–303.
<https://doi.org/10.1007/s13272-014-0107-2>
- [26] Theis, J., Ossmann, D., Thielecke, F., and Pfifer, H., “Robust Autopilot Design for Landing a Large Civil Aircraft in Crosswind,” *Control Engineering Practice*, Vol. 76, 2018, pp. 54–64.
<https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2018.04.010>
- [27] 片柳亮二, “横風に強い飛行機の開発に向けて—上反角効果と方向安定のない機体 (NDD機)の飛行特性について,” 第49回飛行機シンポジウム, 日本航空宇宙学会, JSASS-2011-5074, 石川, Oct. 2011.
- [28] Anonymous, “Flying Qualities of Piloted Airplanes, Military Specification,” *MIL-F-8785C*, United States Air Force, 1980.
- [29] Ellis, D. R., and Seckel, E., “Qualities of Small General Aviation Airplanes Part 1 The Influence of Dutch-Roll Frequency, Dutch-Roll Damping, and Dihedral Effect,” Report No. DS-69-8, FAA, June 1969.
- [30] Stengel, R. F., “Some Effects of Parameter Variations on the Lateral-Directional Stability of Aircraft,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 3, No. 2, 1980, pp. 124–131.
<https://doi.org/10.2514/3.55959>
- [31] Lei, S., Hua, Y., Yang, Z., Haoyu, Z., and Jun, H., “Dihedral Influence on Lateral-Directional Dynamic Stability on Large Aspect ratio Tailless Flying Wing Aircraft,” *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 27, Issue 5, 2014, pp. 1149–1155.
<https://doi.org/10.1016/j.cja.2014.08.003>
- [32] Montalvo, C., and Costello, M., “Meta Aircraft Flight Dynamics,” *Journal of Aircraft*, Vol. 52, No. 1, 2015, pp. 107–115.
<https://doi.org/10.2514/1.C032634>
- [33] 加藤寛一郎, 大屋昭男, 柄沢研治, “安定微係数の推算,” 航空機力学入門, 1st ed., 東京大学

- 出版, 東京, 1985, pp. 75–110.
- [34] Hoak, D. E. and Finck, R. D., “USAF Stability and Control DATCOM,” Flight Control Division, Air Force Flight Control Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, Revised 1978.
- [35] 片柳亮二, “縦と横・方向の連成運動,” 航空機の飛行力学と制御, 1st ed., 森北出版, 東京, 2007, pp. 206–210.
- [36] Anderson, J. D. Jr., “Incompressible Flow over Finite Wings,” *Fundamentals of Aerodynamics*, 5th ed., McGraw-Hill, New York, 2011, pp. 411–486.
- [37] Perkins, D., and Hage, E. R., “Directional Stability and Control,” *Airplane Performance Stability and Control*, 1st ed., Wiley, New York, 1949, pp. 315–340.
- [38] 加藤寛一郎, 柄沢研治, “亜音速動安定と機体重量の関係についての一覧書,” 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 38, No. 438, 1990, pp. 379–385.
<https://doi.org/10.2322/jjsass1969.38.379>
- [39] Etkin, B., and Reid, L. D., “Stability of Uncontrolled Motion,” *Dynamics of Flight Stability and Control*, 3rd ed., Wiley, New York, 1996, pp. 161–203.
- [40] McRuer, D. T., Graham, D., and Ashknas, I., “Lateral Dynamics,” *Aircraft Dynamics and Automatic Control*, 1st ed. Princeton University Press, New Jersey, 1973, pp. 353–418.
- [41] Liu, G. P., and Patton, R. J., “Principle of Eigenstructure Assignment,” *Eigenstructure Assignment for Control System Design*, 1st ed., Wiley, New York, 1998, pp. 9–28.
- [42] Cook, M. V., “Flight in a Non-Steady Atmosphere,” *Flight Dynamics Principles A Linear Systems Approach to Aircraft Stability and Control*, 3rd ed., ELSEVIER, 2013, pp. 441–485.
- [43] 岡島寛, “有限整定条件下での不安定零点と最小アンダーシュート量の解析的表現,” 計測自動制御学会論文集, Vol. 55, No. 10, 2019, pp. 648–654.
<https://doi.org/10.9746/sicetr.55.648>
- [44] Anonymous, “CS-25 Certification Specification for Large Aircraft,” European Aviation Safety Agency, 2012, pp. C-1—C-6.
- [45] Anonymous, “scipy.optimize.minimize,” *SciPy documentation*, <https://docs.scipy.org/doc/scipy/index.html>, (accessed on Oct. 15th, 2021).
- [46] Li, J., and Zhang, M., “Adjoint-Free Aerodynamics Shape optimization of the Common Research Model Wing,” *AIAA Journal*, Vol. 59, No. 6, 2021, pp. 1990–2000.
<https://doi.org/10.2514/1.J059921>
- [47] Zhou, B. Y., Albring, T., Gauger, N. R., Silva, C. R., Economon, T. D., and Alonso, J. J., “Efficient Airframe Noise Reduction Framework via Adjoint-Based Shape Optimization,” *AIAA Journal*, Vol. 59, No. 2, 2021, pp. 580–595.
<https://doi.org/10.2514/1.J058917>

- [48] Zhang, T., and Barakos, G. N., “Toward Vehicle-Level Optimization of Compound Rotorcraft Aerodynamics,” *AIAA Journal*, Vol. 60, No. 3, 2022, pp. 1937–1957.
<https://doi.org/10.2514/1.J061032>
- [49] Harvey, C., Gamble, L. L., Bolander, C. R., Hunsaker, D. F., Joo, J. J., and Inman, D. J., “A Review of Avian-Inspired Morphing for UAV Flight Control,” *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 132, 2022, pp. 1–27.
<https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2022.100825>
- [50] Harvey, C., Baliga, V. B., Lavoie, P., and Altshuler, D. L., “Wing Morphing Allows Gulls to Modulate Static Pitch Stability during Gliding,” *Journal of the Royal Society Interface*, Vol. 15, Issue 150, 2019, pp. 1–8.
<https://doi.org/10.1098/rsif.2018.0641>
- [51] 近藤政市, 安達鑠, “安定判別4次方程式の根の性質一覧表,” *日本航空學會誌*, Vol. 9, No. 90, 1942, pp. 1163–1174.
<https://doi.org/10.14822/jjsass1934.9.90.1163>
- [52] Yamaguchi, K., Hara, S., “On Structural Parameter Optimization Method for Quad Tilt-Wing UAV Based on Indirect Size Estimation of Domain of Attraction,” *IEEE Access*, Vol. 10, 2021, pp. 1678–1687.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3139156>
- [53] Anonymous, “DEAP documentation,” *DEAP 1.3.1 documentation*, <https://deap.readthedocs.io/en/master/>, (accessed on Mar. 20th, 2022).
- [54] Knight, M., and Noyes, R. W., “Span-Load Distribution as a Factor in Stability in Roll,” *NACA TR-393*, Jan. 1932.
- [55] Bisplinghoff, R. L., Ashley, H., and Halfman, R. L., “Static Aeroelastic Phenomena,” *Aeroelasticity*, 1st ed., Dover Publications, New York, 1996, pp. 421–526.
- [56] Krone, N., Jr., “Divergence Elimination with Advanced Composites,” *Aircraft Systems and Technology Meeting*, AIAA Paper 1975-1009, 1975.
<https://doi.org/10.2514/6.1975-1009>
- [57] Shirk, M. H., Hertz, T. J., and Weisshaar, T. A., “Aeroelastic Tailoring - Theory, Practice, and Promise,” *Journal of Aircraft*, Vol. 23, No. 1, 1986, pp. 6–18.
<https://doi.org/10.2514/3.45260>
- [58] 小林繁夫, “纖維強化複合材料による前進翼のダイバージェンス防止に関する一考察,” *材料システム*, Vol. 3, 7月, 1984, pp. 121–126.
https://doi.org/10.34401/zairyosystem.3.0_121
- [59] 滝敏美, “内部荷重の解析,” *航空機構造解析の基礎と実際*, 1st ed., プレアデス出版, 長野, 2012, pp. 48–227.
- [60] 小林繁夫, “航空機構造の応力解析と静強度評価,” *航空機構造力学*, 1st ed., プレアデス出版, 長野, 2012, pp. 73–104.

- [61] Howe, D., “Initial Aircraft Weight Prediction,” College of Aeronautics, CoA/N-77, Dec. 1957.
<http://dspace.lib.cranfield.ac.uk/handle/1826/11851>
- [62] Howe, D., “The Prediction of Aircraft Wing Mass,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 210, 1996, pp. 135–145.
https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1996_210_355_02
- [63] Katz, J., and Plotkin, A., “Three-Dimensional Numerical Solutions,” *Low-Speed Aerodynamics*, 2nd ed., Cambridge University Press, 2001, pp. 331–368.
- [64] Hess, J. L., and Smith, A. M. O., “Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies,” *Progress in Aerospace*, Vol. 8, 1967, pp. 1–138.
[https://doi.org/10.1016/0376-0421\(67\)90003-6](https://doi.org/10.1016/0376-0421(67)90003-6)
- [65] Prandtl, L., “Applications of Modern Hydrodynamics to Aeronautics,” NACA TR-116, Sep. 1923.
- [66] Kroo, I., McMaters, J., and Smith, S. C., “Highly Nonplanar Lifting Systems,” *Transportation Beyond 2000: Technologies Needed for Engineering Design*, Feb. 1996.
- [67] Cone, C. D., Jr., “The Theory of Induced Lift and Minimum Induced Drag of Nonplanar Lifting Systems,” NASA TR-R-139, Hampton, VA, Jan. 1962.
- [68] Naik, D. A. and Ostowari, C., “Effects of Nonplanar Outboard Wing Forms on a Wing,” *Journal of Aircraft*, Vol. 27, No. 2, 1990, pp. 117–122.
<https://doi.org/10.2514/3.45906>
- [69] Andrews, S. A., Perez, R. E., and Allan, W. D. E., “Aerodynamic Implications of Gull’s Drooped Wing-Tips,” *Bioinspiration Biomimetics*, Vol. 8, No. 4, 2013.
<https://doi.org/10.1088/1748-3182/8/4/046003>
- [70] Smith, S. C., “A Computational and Experimental Study of Nonlinear Aspects of Induced Drag,” NASA TP-3598, Moffett Field, CA, Feb. 1996.
- [71] Anonymous, “Airport Design,” AC 150/5300-13B, FAA, March 2022, p. G-1.
- [72] Anderson, J. D. Jr., “Three-Dimensional Incompressible Flow,” *Fundamentals of Aerodynamics*, 5th ed., McGraw-Hill, New York, 2011, pp. 499.
- [73] Anonymous, “Video analysis (video module),” *OpenCV-Python Tutorials*, https://docs.opencv.org/4.x/d6/d00/tutorial_py_root.html, (accessed on Aug. 22nd, 2022).
- [74] Anonymous, “Statistical functions,” *SciPy documentation*, <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/stats.html>, (accessed on Aug. 17th, 2022).
- [75] Hair, J. F. Jr., Black, W. C., Babin, B. J., and Anderson, R. E., “Multiple Regression Analysis,” *Multivariate Data Analysis*, 7th ed., Person, New Jersey, 2010, pp. 155–234.
- [76] Shyur, H. Luxhoj, J. T., and Williams, T. P., “Using Neural Networks to Predict Component Inspection Requirements for Aging Aircraft,” *Computers & Industrial Engineering*,

Vol. 30, No. 2, 1996, pp. 257–267.

[https://doi.org/10.1016/0360-8352\(95\)00170-0](https://doi.org/10.1016/0360-8352(95)00170-0)

- [77] Duncan, W. J., “Lateral-Antisymmetric motion,” *The Principles of the Control and Stability of Aircraft*, 1st ed., Cambridge University Press, 1952, pp. 154–177.
- [78] Perkins, D., and Hage, E. R., “Drag Estimation,” *Airplane Performance Stability and Control*, 1st ed., Wiley, New York, 1949, pp. 74.

研究業績

発表論文（査読有）

- 1). **Watanabe, S.**, Sunada, S., and Yamaguchi, K., “Optimization of High-Crosswind-Tolerant Airplane Based on Double-Hinged-Wing and No-Vertical-Tail Configuration,” *Transactions of the JSASS*, Accepted.
- 2). **Watanabe, S.**, Sunada, S., and Yamaguchi, K., “High Crosswind-Tolerance Airplane by Adjusting Dihedral Angle and Vertical Tail Volume,” *Journal of Aircraft*, Published Online.
<https://doi.org/10.2514/1.C036649>
- 3). **Watanabe, S.**, Sunada, S., and Yamaguchi, K., “Evaluation of Two-Hinged Wings,” *Transactions of the JSASS*, Vol. 64, No. 5, 2021, pp. 267–272.
<https://doi.org/10.2322/tjsass.64.267>
- 4). 渡邊俊, 砂田茂, 片柳亮二, 山口皓平, “横風にタフな一上反角・垂直尾翼容積調整により横・方向の運動の全ての固有モードが減衰モードとなる一小型飛行機の提案,” 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 69, No. 1, 2021, pp. 24–34.
<https://doi.org/10.2322/jjsass.69.24>

国内・国際会議

- 5). 渡邊俊, ○砂田茂, 山口皓平, “飛行機のパーソナル化に即したQNDD機について,” 第60回飛行機シンポジウム, 日本航空宇宙学会, JSASS-2022-1B17, 新潟, Oct. 2022.
- 6). ○ **Watanabe, S.**, Sunada, S., and Yamaguchi, K., “Optimized Configuration of High Crosswind-Tolerant Airplane with Double-Hinged Wing,” *2022 Aviation Forum*, AIAA, AIAA-2022-3623, Chicago, June 27th–July 1st 2022.
<https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2022-3623>
- 7). ○ **Watanabe, S.**, Sunada, S., and Yamaguchi, K., “Configuration of Small Airplane by Adjusting Dihedral Angle and Vertical Tail Volume for High Tolerance to Crosswind,” *APISAT 2021*, P00110, Virtual Event, Nov. 2021.
- 8). ○ **Watanabe, S.**, Sunada, S., and Yamaguchi, K., “Proposal of ‘Quasi-NDD’ Air-

plane: Small Fixed-Wing Airplane with a High Tolerance to Crosswind,” *2021 AIAA SciTech Forum*, AIAA, AIAA-2021-1932, Virtual Event, Jan. 2021.

<https://doi.org/10.2514/6.2021-1932>

- 9). ○ 渡邊俊, 砂田茂, 山口皓平, “横風に強い小型電動飛行機「Quasi-NDD機」の提案,” 第58回飛行機シンポジウム, 日本航空宇宙学会, JSASS-2020-5023-1C02, Virtual Event, Nov. 2020.

講演

- 10). ○ 渡邊俊, “風見安定・上反角効果を低減した横風に強い小型固定翼機の提案,” 第14回モーフィング技術研究会, 日本機械学会交通・物流部門航空宇宙技術委員会モーフィング技術研究会, Virtual Event, Jan. 31st 2022.

付録

A 縦系の固有運動

Equation (2.45)で表現される縦系の線形システム ($x = \{u, \alpha, q, \theta\}^T$) において, 第3章で解析したQNDD機とGA機の固有値, 右固有ベクトル, 左固有ベクトルの値を求め, Tables A.1–A.3にまとめる.

QNDD機とGA機ともに安定なshort-period modeとphugoid modeを有する. また, Table 3.3に示したように縦系の固有運動に関連する安定微係数に顕著な差異が見られないので, short-period modeとphugoid modeの特性についても大きな差異は確認されない.

Table A.1: Eigenvalues of longitudinal inherent stability for QNDD and GA airplanes.

Eigenvalue
QNDD
$A_{\text{QNDD}}^{\text{lon}} = \text{diag} \{-0.0156 + 0.227j, -0.0156 - 0.227j, -1.87 + 11.0j, -1.87 - 11.0j\}$
GA
$A_{\text{GA}}^{\text{lon}} = \text{diag} \{-0.0140 + 0.227j, -0.0140 - 0.227j, -1.86 + 10.5j, -1.86 - 10.5j\}$

Table A.2: Right eigenvectors of longitudinal inherent stability for QNDD and GA airplanes.

Airplane	Right eigenvector
QNDD	$\mathcal{R}_{\text{QNDD}}^{\text{lon}} = \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 1.00 \\ 1.31 \times 10^{-3} - 1.01 \times 10^{-5}j \\ 5.33 \times 10^{-3} - 3.69 \times 10^{-5}j \\ -1.60 \times 10^{-3} - 2.33 \times 10^{-2}j \end{array} \right\}, \\ \left\{ \begin{array}{l} 1.00 \\ -9.91 \times 10^{-2} + 1.40 \times 10^{-4}j \\ 5.73 \times 10^{-2} - 1.06j \\ -9.82 \times 10^{-2} + 1.18 \times 10^{-2}j \end{array} \right\}, \\ \left\{ \begin{array}{l} 1.00 \\ 1.31 \times 10^{-3} + 1.01 \times 10^{-5}j \\ 5.33 \times 10^{-3} + 3.69 \times 10^{-5}j \\ -1.60 \times 10^{-3} + 2.33 \times 10^{-2}j \end{array} \right\}, \\ \left\{ \begin{array}{l} 1.00 \\ -9.91 \times 10^{-2} - 1.40 \times 10^{-4}j \\ 5.73 \times 10^{-2} + 1.06j \\ -9.82 \times 10^{-2} - 1.18 \times 10^{-2}j \end{array} \right\} \end{array} \right],$
GA	$\mathcal{R}_{\text{GA}}^{\text{lon}} = \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 1.00 \\ 1.35 \times 10^{-3} - 9.26 \times 10^{-6}j \\ 5.33 \times 10^{-3} - 3.38 \times 10^{-5}j \\ -1.75 \times 10^{-3} - 2.33 \times 10^{-2}j \end{array} \right\}, \\ \left\{ \begin{array}{l} 1.00 \\ -9.37 \times 10^{-2} + 2.72 \times 10^{-4}j \\ 5.77 \times 10^{-2} - 1.08j \\ -9.66 \times 10^{-2} + 1.11 \times 10^{-2}j \end{array} \right\}, \\ \left\{ \begin{array}{l} 1.00 \\ 1.35 \times 10^{-3} + 9.26 \times 10^{-6}j \\ 5.33 \times 10^{-3} + 3.38 \times 10^{-5}j \\ -1.75 \times 10^{-3} + 2.33 \times 10^{-2}j \end{array} \right\}, \\ \left\{ \begin{array}{l} 1.00 \\ -9.37 \times 10^{-2} - 2.72 \times 10^{-4}j \\ 5.77 \times 10^{-2} + 1.08j \\ -9.66 \times 10^{-2} - 1.11 \times 10^{-2}j \end{array} \right\} \end{array} \right]$

Table A.3: Left eigenvectors of longitudinal inherent stability for airplanes.

Airplane	Left eigenvector
QNDD	$\mathcal{L}_{\text{QNDD}}^{\text{lon}} = \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 4.93 \times 10^{-1} - 6.41 \times 10^{-2}j \\ 5.07 - 20.5j \\ 1.24 \times 10^{-3} + 2.14 \times 10^{-1}j \\ -2.01 \times 10^{-3} + 21.4j \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} 4.93 \times 10^{-1} + 6.41 \times 10^{-2}j \\ 5.07 + 20.5j \\ 1.24 \times 10^{-3} - 2.14 \times 10^{-1}j \\ -2.01 \times 10^{-3} - 21.4j \end{array} \right\} \end{array} \right],$
	$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 6.84 \times 10^{-3} - 2.78 \times 10^{-3}j \\ -5.07 + 2.45 \times 10^{-1}j \\ -1.25 \times 10^{-3} + 4.60 \times 10^{-1}j \\ 2.01 \times 10^{-3} - 7.64 \times 10^{-4}j \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} 6.84 \times 10^{-3} + 2.78 \times 10^{-3}j \\ -5.07 - 2.45 \times 10^{-1}j \\ -1.25 \times 10^{-3} - 4.60 \times 10^{-1}j \\ 2.01 \times 10^{-3} + 7.64 \times 10^{-4}j \end{array} \right\} \end{array} \right]$
GA	$\mathcal{L}_{\text{GA}}^{\text{lon}} = \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 4.93 \times 10^{-1} - 6.00 \times 10^{-2}j \\ 4.98 - 20.5j \\ 6.34 \times 10^{-4} + 2.38 \times 10^{-1}j \\ -2.16 \times 10^{-3} + 21.4j \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} 4.93 \times 10^{-1} + 6.00 \times 10^{-2}j \\ 4.98 + 20.5j \\ 6.34 \times 10^{-4} - 2.38 \times 10^{-1}j \\ -2.16 \times 10^{-3} - 21.4j \end{array} \right\} \end{array} \right],$
	$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 6.55 \times 10^{-3} - 2.85 \times 10^{-3}j \\ -4.98 + 2.46 \times 10^{-1}j \\ -6.34 \times 10^{-4} + 4.73 \times 10^{-1}j \\ 2.16 \times 10^{-3} - 8.56 \times 10^{-4}j \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} 6.55 \times 10^{-3} + 2.85 \times 10^{-3}j \\ -4.98 - 2.46 \times 10^{-1}j \\ -6.34 \times 10^{-4} - 4.73 \times 10^{-1}j \\ 2.16 \times 10^{-3} + 8.56 \times 10^{-4}j \end{array} \right\} \end{array} \right]$

B 最適化に用いた数理モデルの検証

第4.1節で使用した数理モデル（第 2.1節にて導入した，翼素理論をベースとした数理モデル）の妥当性確認を行う．そこで，異なる幾つかの翼形状についてblade element method（以下，BEM）とPanel法（以下，PM）で得られる安定微係数について比較を行う．

B.1 比較対象翼

本検討で使用する翼形状の諸元をTable B.1にまとめ，概形をFig. B.1に示す．PMとBEMの差が出やすいように，大きな内翼前進角・外翼後退角を有する複雑な翼形状を採用した．異なる翼形状のパラメータとして上反角を選択した．常に主翼外翼の下反角と主翼内翼の上反角の絶対値は等しく，ゆえに，独立なパラメータ数は1である．上下反角が変化しても参照スパン（ b_{ref_w} ， $b_{\text{ref}_{iw}}$ ， $b_{\text{ref}_{ow}}$ ）をはじめとする参照値（ c_{ref_w} ， S_{ref_w} ）は変化しない．

B.2 比較結果

計算結果をFig. B.2にまとめる．左図，中央図，右図はそれぞれ β ， p ， r 系の安定微係数をそれぞれ表し，破線がBEM，実線がPMに対応する．PMによって得られる値を真値とみなした場合，上反角の大きな翼形状であるほど C_{y_β} ， C_{y_p} に誤差が生じやすく，上反角に関係なく C_{l_p} にある程度の誤差が生じることが分かった．

Table B.1: Properties for blade-element-theory based and panel-method based models.

	Blade-element-theory based	Panel-method based
Airfoil	–	NACA0014
b_{ref_w} , m		10.0
$b_{\text{ref}_{iw}}$, m		5.0
$b_{\text{ref}_{ow}}$, m		5.0
C_d , –	0.054	–
C_{l_α} , –	5.73	–
c_{rt_w} , m		1.4
c_{bp_w} , m		1.2
c_{tp_w} , m		0.8
V_{c0} , m/s		85.2
Γ_{iw} , deg	0.0 ~ 40.5 by 4.5	
Γ_{ow} , deg	$-\Gamma_{iw}$	
$\Theta = \alpha_b$, deg		5.65
Λ_{iw} , deg		30.0
Λ_{ow} , deg		-30.0
ρ , kg/m ³		0.967

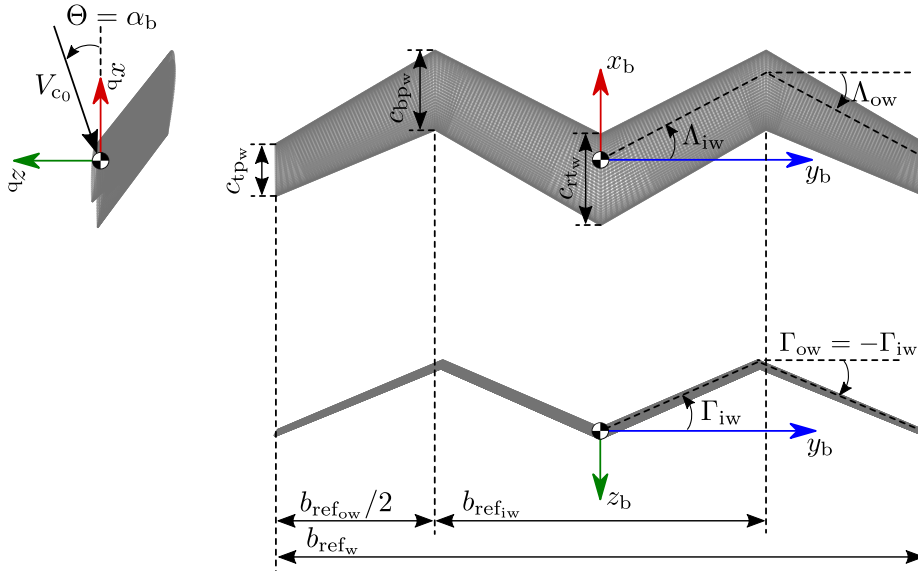


Fig. B.1: Wing geometry for verification.

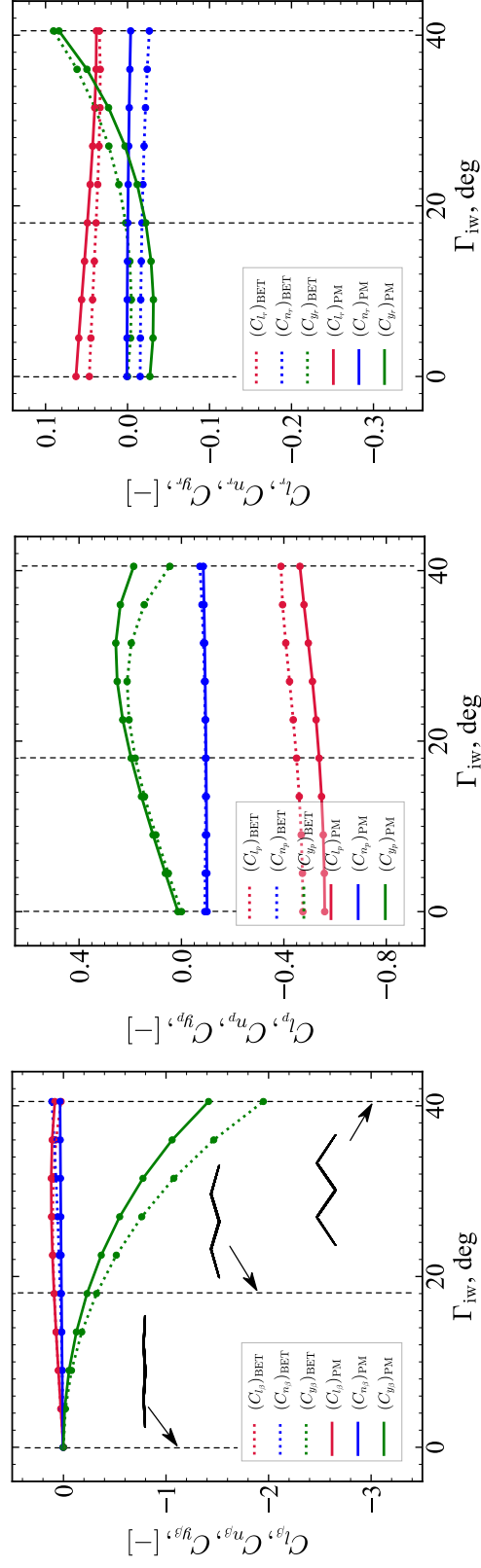


Fig. B.2: Comparisons of stability derivatives obtained by blade-element-theory based model and panel-method based model.

C Principle Component Regressionによる局所最適解群の統計解析

第4章で得られた局所最適化群を解析することで、大きい S_{QNDD} をもつQNDD機にどのような特徴があるのかを調査する。 S_{QNDD} と各種有次元安定微係数との関連を相関係数、重回帰解析の観点から調査する。統計解析プログラムにはPythonでサポートされているstatical functions [74]を使用した。

C.1 相関係数

Figure 4.7に示したデータをもとに、 S_{QNDD} と有次元安定微係数との相関係数を求める。 S_{QNDD} 、並びに有次元安定微係数データは正規分布ではなかったため相関係数にはSpearman correlation coefficientを採用した。正規分布であるかの判定にあたりShapiro-Wilk testを行い、 $p < 0.01$ の優位水準で判定した。Figure C.1に相関係数の値を示す。また、Fig. C.2に求められた相関係数の p 値を示す。Figure C.1に示す相関係数は、Spearman correlation coefficientを採用しているため、1に近い程2つのデータ間で単調増加、ないし、-1に近い程2つのデータ間に単調減少の関係があることを表す。 S_{QNDD} の行、ないしは列に着目すると、 S_{QNDD} の増減と \bar{Y}_β 、 \bar{Y}_r 、 L'_p 、 N'_β 、 N'_r の増減に相関があることが分かる ($p < 0.01$)。

C.2 主成分分析と線形重回帰分析

相関係数は2つのデータ (i.e., データAとデータB) 間の相関関係のみを表し、他 (i.e., データAとデータC) の相関係数との大小によって影響の優劣 (i.e., CよりもBによるAへの影響が大きい) を決定づけるものではない。Figure C.1に挙げた $\bar{Y}_\beta \sim N'_r$ の9つについて S_{QNDD} への影響の大きさを比較する場合、線形重回帰分析が必要となる。Equation (C.1)に示すよう線形重回帰分析では被説明変数を複数の説明変数の線形和で表現する。ただし、 $Y_{S_{\text{QNDD}}}$ 、 $X_{\bar{Y}_\beta} \sim X_{N'_r}$ は要素数 $n = 797$ の縦ベクトル、 $a_{\bar{Y}_\beta} \sim a_{N'_r}$ はスカラー、 $r = 9$ である。

$$\begin{aligned} Y_{S_{\text{QNDD}}} &\approx X_{\bar{Y}_\beta} a_{\bar{Y}_\beta} + X_{\bar{Y}_p} a_{\bar{Y}_p} + X_{\bar{Y}_r} a_{\bar{Y}_r} + X_{L'_\beta} a_{L'_\beta} + X_{L'_p} a_{L'_p} \\ &\quad + X_{L'_r} a_{L'_r} + X_{N'_\beta} a_{N'_\beta} + X_{N'_p} a_{N'_p} + X_{N'_r} a_{N'_r} + \epsilon \\ &= X_{\text{SD}} \mathcal{A}_{\text{SD}} + \epsilon \end{aligned} \tag{C.1}$$

where

$$\mathcal{A}_{\text{SD}} := \{a_{\bar{Y}_\beta}, a_{\bar{Y}_p}, \dots, a_{N'_r}\}^T \in \mathbb{R}^r, X_{\text{SD}} := \{X_{\bar{Y}_\beta}, X_{\bar{Y}_p}, \dots, X_{N'_r}\} \in \mathbb{R}^{n \times r}$$

Equation (C.1)中、 $Y_{S_{\text{QNDD}}}$ は標準化された S_{QNDD} データ、 $X_{\bar{Y}_\beta} \sim X_{N'_r}$ は標準化された安定微係数データ、 $a_{\bar{Y}_\beta} \sim a_{N'_r}$ は標準偏回帰係数、 ϵ は残差である。標準偏回帰係数を確認することで安定微係数による S_{QNDD} への影響の大きさを議論することができる。

Equation (C.1)から推察されるように説明変数は線形独立であることが求められる。説明変数に従属変数が混在する状態 (多重共線性, Multicollinearity) である場合、実際には相関がないはず

であるのに関わらず相関がある結果（疑似相関，Spurious correlation）を引き起こす．実際に収集されるデータが十分に線形独立でない場合もあるため，VIF (Variance Inflation Factor) という指標が10以下であれば多重共線性を無視することができる [75, 76]．

$X_{\bar{Y}_\beta} \sim X_{N'_r}$ についてVIFを調べると， $VIF > 10$ となる説明変数が確認された．そこで， $X_{\bar{Y}_\beta} \sim X_{N'_r}$ の9次元データを線形独立である $X_{PC1} \sim X_{PCk}$ の k 次元データへ線形変換する処理，つまり，主成分分析（PCA, Principal Component Analysis）を行う．Equation (C.2)で示すように，変換行列 \mathcal{W} によって X_{SD} は $k(\leq r)$ 個の主成分で表現される X_{PC} に変換される．ここで， $W_{PC1} \sim W_{PCk}$ は分散共分散行列の固有ベクトルである．

$$X_{PC} = X_{SD}\mathcal{W} \quad \text{where} \quad (C.2)$$

$$X_{PC} := \{X_{PC1}, X_{PC2}, \dots, X_{PCk}\} \in \mathbb{R}^{n \times k}, \mathcal{W} := \{W_{PC1}, W_{PC2}, \dots, W_{PCk}\} \in \mathbb{R}^{r \times k}$$

得られた X_{PC} について線形重回帰分析を施す，つまり，Eq. (C.3)に示す \mathcal{A}_{PC} を求める．

$$Y_{SQNDD} \approx X_{PC}\mathcal{A}_{PC} + \epsilon \quad (C.3)$$

Equation (C.2)を用いれば \mathcal{A}_{PC} から \mathcal{A}_{SD} を求めることができる．ただし，ここでは区別して \mathcal{A}_{SD} を \mathcal{A}_{SD}^{PCR} と表現する．

$$\mathcal{A}_{SD}^{PCR} = \mathcal{W}\mathcal{A}_{PC} \quad (C.4)$$

Equation (C.3)で表されるモデルについて線形重回帰分析を施す場合，すべての説明変数を使用すると逆にモデルの精度が落ちることがある．そこで，backward selection methodに従い最大で9つ存在する主成分から6つの主成分を説明変数として選択 ($k = 6$)，修正決定係数 $R_{adj} = 0.846$ を得た．得られた \mathcal{A}_{PC} をもとに \mathcal{A}_{SD}^{PCR} を計算し，Table C.1にその結果をまとめる．Table C.1より， S_{QNDD} の大きな機体形状において大きな $-\bar{Y}_\beta$ ， $-\bar{Y}_r$ ， $-N'_r$ が見られる傾向にあることが分かった．ただし，線形重回帰分析ではEq. (C.3)に現れる残差 ϵ が正規分布であることが求められるが，Fig. C.3に示すように残差は正規分布に従わない．従って，ここで得られた知見にはFig. C.3に現れるだけの誤差が含まれていることに留意されたい．

最後に，元データ $X_{\bar{Y}_\beta} \sim X_{N'_r}$ ，主成分分析によって得られたデータ X_{PC1} ， X_{PC2} ， X_{PC4} ， X_{PC5} ， X_{PC6} ， X_{PC8} ，そして被説明変数 Y_{SQNDD} の関係をFig. C.4に示す．

Table C.1: Coefficients obtained by principal component regression.

$a_{\bar{Y}_\beta}^{PCR}$	$a_{\bar{Y}_p}^{PCR}$	$a_{\bar{Y}_r}^{PCR}$	$a_{L'_\beta}^{PCR}$	$a_{L'_p}^{PCR}$	$a_{L'_r}^{PCR}$	$a_{N'_\beta}^{PCR}$	$a_{N'_p}^{PCR}$	$a_{N'_r}^{PCR}$
-1.63	-0.344	-1.76	-0.0107	-0.00184	0.0255	-0.0216	0.0745	-0.737

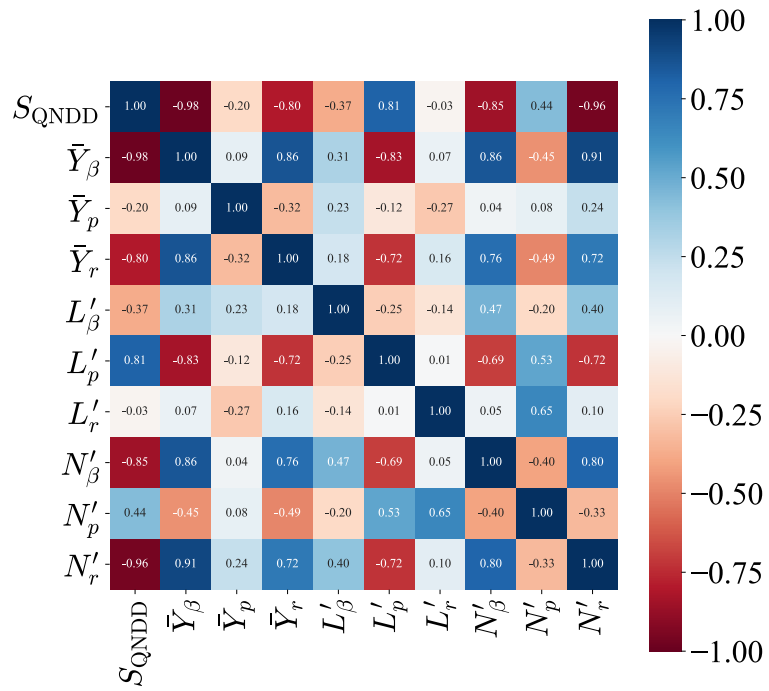


Fig. C.1: Spearman correlation coefficients.

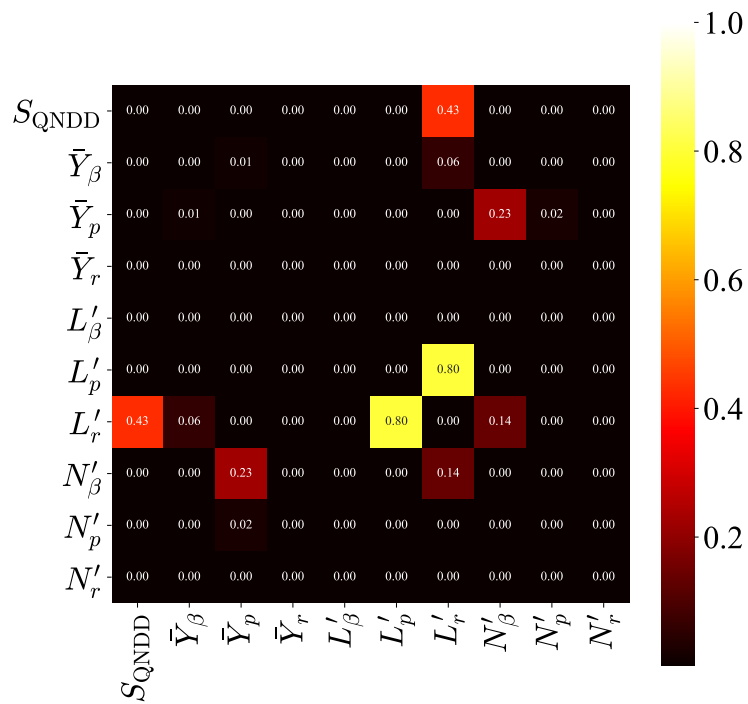


Fig. C.2: p -value for Spearman correlation coefficients.

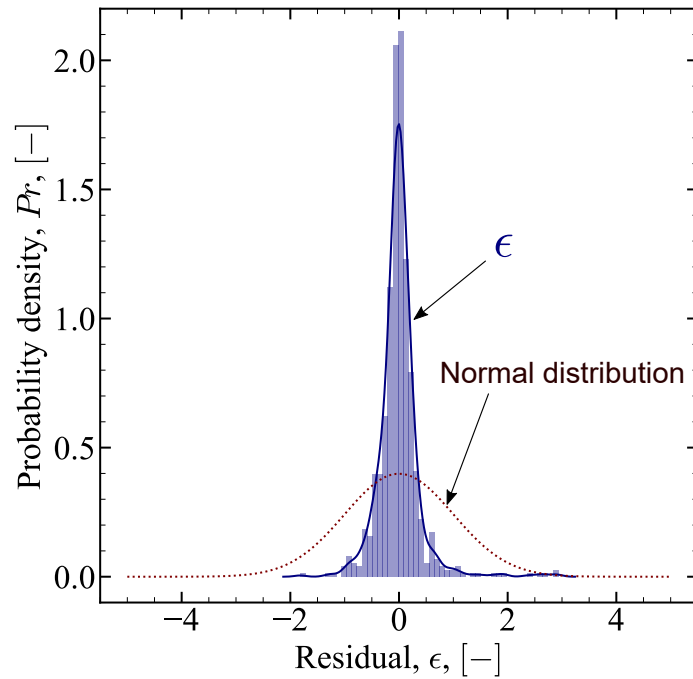


Fig. C.3: Probability distribution of residual in regression.

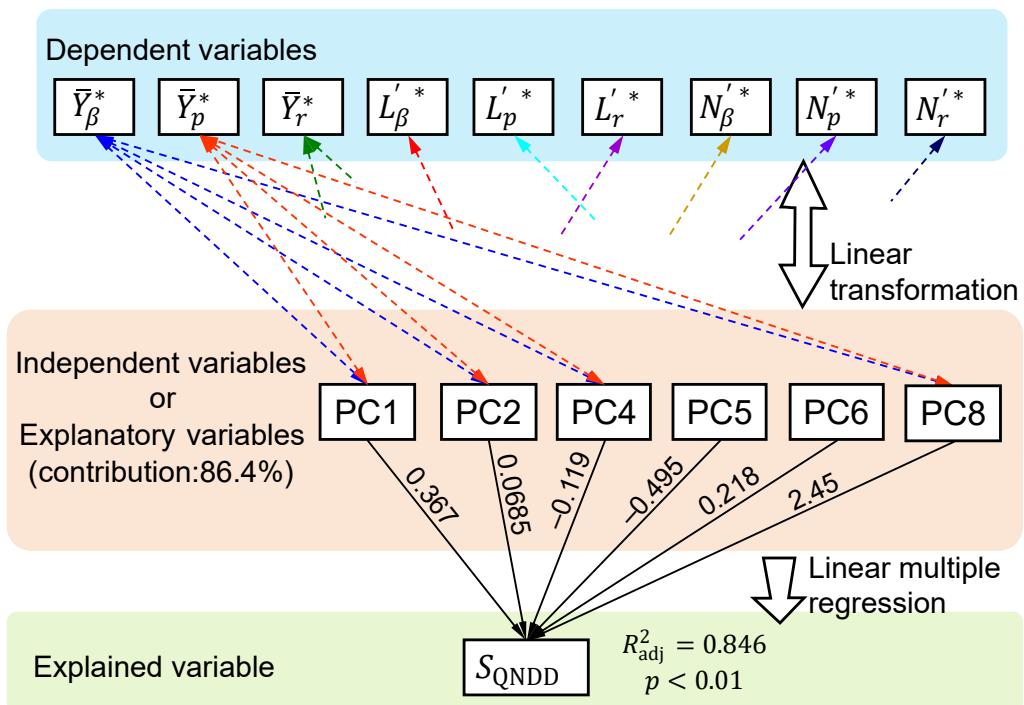


Fig. C.4: Principal component regression.

D 構造計算スキームの検証

第4.2節で構築した構造計算スキームを検証するため、たわみ角について解析解との比較を行う。捩じり角に関する基礎方程式がたわみ角に関する基礎方程式と同じ形（1階の微分方程式）であり、かつ、たわみと捩じりの計算処理は共通のサブルーチンを使用しているため、たわみ角のみの検討で十分と判断した。

D.1 梁の曲げに関する解析解の導出

主翼右翼のbox beamを1次元梁としてFig. D.1に緑色で示す。片翼であるので、梁の長さは $b_{\text{ref}_w}/2$ である。たわみ角の解析解を得るため、Fig. D.1に赤色実線で示す楕円分布する循環を考える。また、簡単のため曲げ剛性はスパン方向にわたって一定値で、 $E_{\text{bb}}I_{x_s x_s} = 5.14 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ とする。循環分布はEq. (D.1)で与えられ、梁が変形しても一定であると仮定する。Equation (D.1)中、 Γ_0 は揚力係数を用いてlifting line theoryより $\Gamma_0 = [(2Q_\infty S_{\text{ref}_w})/(\pi b_{\text{ref}_w})] C_L$ で与えられる。

$$\Gamma(y_s) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2}\right)^2} \quad (\text{D.1})$$

このとき、梁の微小要素 dy_s に働く微小揚力 df はKutta–Joukowski theoremよりEq. (D.2)で表される。ただし、 df は z_s 方向に発生するものとする。

$$df(y_s) = \rho Q_\infty \Gamma(y_s) dy_s \quad (\text{D.2})$$

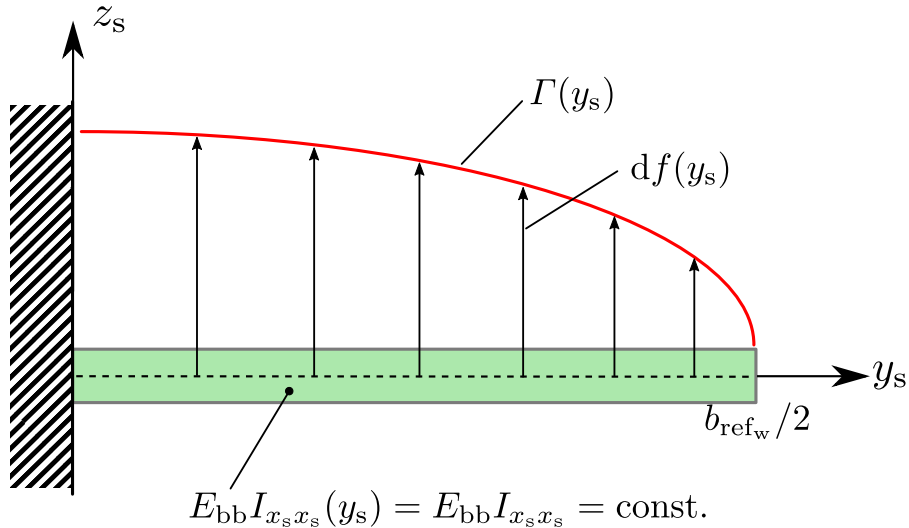


Fig. D.1: Simplified beam for analytical solution on flexural angle.

位置 y_s の微小要素に加わる曲げモーメント $M_{x_s}(y_s)$ が Eq. (D.2) による曲げモーメントのみであると仮定すれば、 $\eta = b_{\text{ref}_w}/2 \sim y_s$ の範囲で積分を実行することで、解析的に $M_{x_s}(y_s)$ を得る。

$$\begin{aligned}
M_{x_s}(y_s) &= \int_{y_s}^{b_{\text{ref}_w}/2} \rho Q_\infty \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{b_{\text{ref}_w}/2}\right)^2} d\eta (\eta - y_s) \\
&= \frac{1}{16} \rho Q_\infty \Gamma_0 b_{\text{ref}_w} \left\{ b_{\text{ref}_w} \cos \left[\arcsin \left(\frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right) \right] + \frac{b_{\text{ref}_w}}{3} \cos \left[3 \arcsin \left(\frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right) \right] \right. \\
&\quad \left. + 4y_s \arcsin \left(\frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right) + \frac{4y_s^2}{b_{\text{ref}_w}/2} \cos \left[\arcsin \left(\frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right) \right] - 2\pi y_s \right\}
\end{aligned} \tag{D.3}$$

今、 $E_{\text{bb}} I_{x_s x_s}$ が一定値であるから、Eq. (D.3) で表現される $M_{x_s}(y_s)$ をもう一度 y_s 方向に積分することで Eq. (4.11) で表現される ϑ の解析解を得る。

$$\begin{aligned}
\vartheta(y_s) &= \frac{1}{16 E_{\text{bb}} I_{x_s x_s}} \rho Q_\infty \Gamma_0 b_{\text{ref}_w} \left(\frac{b_{\text{ref}_w}}{2} \right)^2 \left\{ \arcsin \frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} + \frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \cos \left(\arcsin \frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right) \right. \\
&\quad + \frac{1}{12} \sin \left(4 \arcsin \frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right) + 2 \sin \left(2 \arcsin \frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right) \\
&\quad - \left(\arcsin \frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right) \cdot \cos \left(2 \arcsin \frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right) + \frac{1}{2} \sin \left(2 \arcsin \frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right) \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \arcsin \frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} - \frac{1}{8} \sin \left(4 \arcsin \frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right) - \pi \left(\frac{y_s}{b_{\text{ref}_w}/2} \right)^2 \right\}
\end{aligned} \tag{D.4}$$

Equation (D.4) は、Fig. D.1 に示す曲げ変形に独立である楕円分布循環を仮定したときに生じる ϑ の解析解である。

D.2 数値解と解析解との比較

Figure 4.15 に示した構造計算スキームのうち、空気力モーメントのみにより発生するたわみに関する緑部の計算スキームにより得られる結果（数値解）と Eq. (D.4) に示した結果（解析解）を比較する。Equation (D.4) は楕円分布を仮定しているため、楕円翼について数値計算を行い ϑ を得る。数値解、解析解に用いた諸元は Table D.1 に示す通りである。

数値解で得られた循環分布、解析解で仮定した無次元化した循環分布を赤色、数値解、解析解で得られた ϑ を青色で Fig. D.2 に示す。図中、実線が数値解、破線が解析解に対応し、対称性から右翼のみについてプロットする。Figure D.3 に、モーメントがかかっている翼形状を灰色、空気力モーメントによって撓んだ翼をカラー（圧力係数分布に対応）で描いた。数値解では、 $y_b = 2.5$ m 付近で ϑ に段差が確認できる。これは、第4.2節で構築した構造計算スキームがガルウィングに対

応しており，Fig. 4.13における内翼外翼間の弾性変形が生じない箇所がわずかに存在するためである．Figures D.2–D.3から分かるように，数値解と解析解の概形が一致することが確認できた．

Table D.1: Properties for analytical and numerical solutions.

	Analytical solution	Numerical solution
Airfoil	–	NACA0012
b_{ref_w} , m		10.0
C_L , [–]		1.00
c_{rt_w} , m	–	1.00
c_{ref_w} , m		0.907
$E_{\text{bb}}I_{x_s x_s}$, N·m ²	5.37×10^5 (constant along span)	
M_{wng} , [–]	–	80
N_{wng} , [–]	–	200
\mathbf{Q}_∞ , m/s		$\{85.3, 0.00, 0.00\}^T$
S_{ref_w} , m ²		7.85
Γ_{iw} , deg	–	0.0
Γ_{ow} , deg	–	0.0
Λ_{iw} , deg	–	0.0
Λ_{ow} , deg	–	0.0
ρ , kg/m ³		0.967

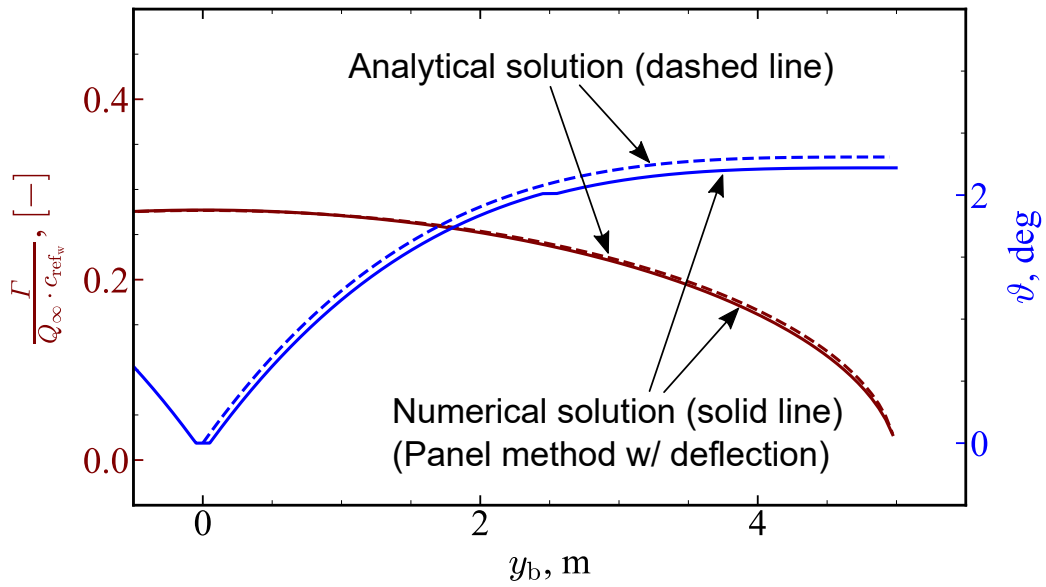


Fig. D.2: Comparisons between analytical and numerical solutions (only values on the semi-span are shown).

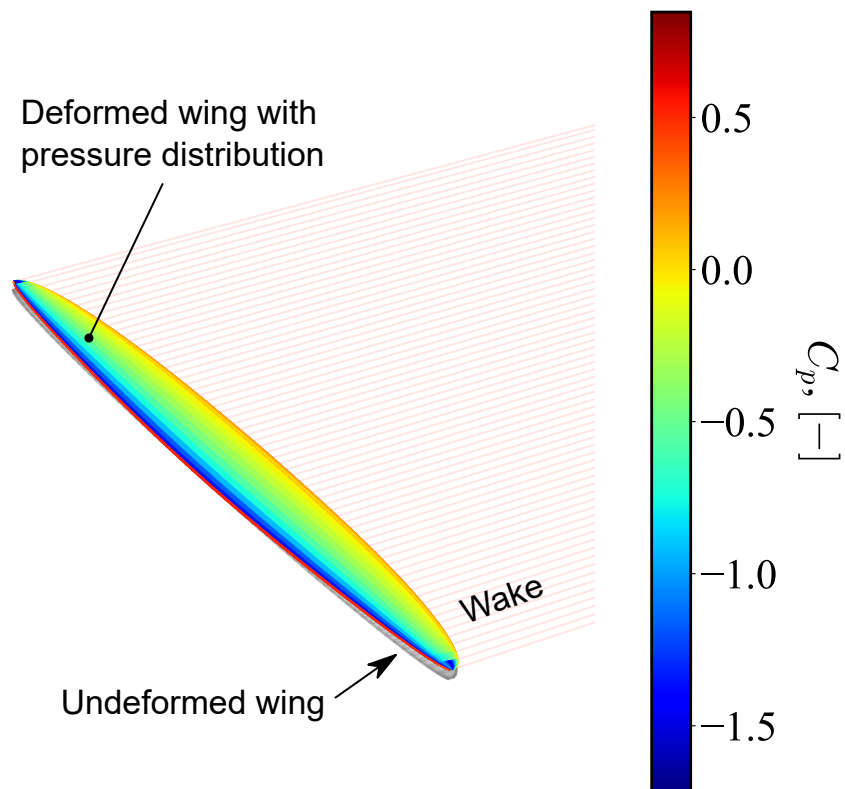


Fig. D.3: Numerically-solved deformed-wing geometry with pressure coefficient distribution.

E 操舵応答とLQR制御を施した際のパフォーマンス比較

第4.1節で求められた最適QNDD機の操舵応答解析，並びに，制御を施したGA機と最適QNDD機の1例を取り上げパフォーマンスの比較を行う．検討に用いるモデルは第2.1節で使用した数理モデルと同じ手法で求める．舵面から角速度 (p, q, r) へのボード線図を描画することで操舵応答解析とし，制御についてはLQR制御を採用し，孤立横風突風遭遇時の最大バンク角 $\max\Phi$ とすべての制御舵面が出力した力積モーメントを計算し，GA機と最適QNDD機のパフォーマンスを比較する．

E.1 モデル

本検討では，GA機は左右の内側エルロン (inboard aileron)，左右の外側エルロン (outboard aileron)，エレベータ，ラダーを有し，最適QNDD機は左右の内側エルロン，左右の外側エルロン，左右のラダベータ (ruddervator) を有する．Figures E.1–E.2に各制御舵面と舵面角度の正方向を示す．

舵面による空気力・空気力モーメントは第 2.1節で導出した手法と同様の手法で算出する．Equations (2.14)–(2.15)において，Eqs. (E.1)–(E.2)に置き換え，制御舵面の存在する範囲でスパン方向に積分を実行する． δ_{cs} は制御舵面の角度， τ_{cs} は参考文献 [78]に基づく定数である．

$$dl_i = \frac{1}{2}\rho v_{\infty_i}^2 dS_{wet_i} C_{L_\alpha} \delta_{cs} \tau_{cs} \quad (E.1)$$

$$dd_i = 0 \quad (E.2)$$

各制御舵面の τ_{cs} の値と主翼内翼，外翼，水平尾翼，ないし垂直尾翼スパンに対する各制御舵面スパンの比 η_{cs} をTable E.1に示す．下付き文字 csはcontrol surfaceの略語であり，GA機であれば右内側エルロン (ria)，左内側エルロン (lia)，右外側エルロン (roa)，左外側エルロン (loa)，エレベータ (elv)，ラダー (rdr)に対応し，最適QNDD機であれば右内側エルロン (ria)，左内側エルロン

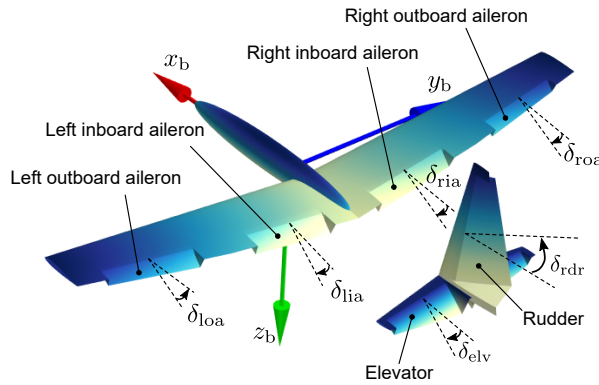


Fig. E.1: Control surfaces on the GA airplane.

Table E.1: Properties of control surfaces.

	GA & QNDD		GA		QNDD
	Inboard aileron	Outboard aileron	Elevator	Rudder	Ruddervator
τ_{cs}	0.4	0.4	0.65	0.65	0.65
η_{cs}	0.6	0.6	0.85	0.85	0.85

(lia), 右外側エルロン (roa), 左外側エルロン (loa), 右ラダベータ (rrv), 左ラダベータ (lrv)に対応する。

E.2 操舵応答

操舵応答のボード線図を描画するために, Eq. (E.3)で示す線形システムについて考える。

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \mathcal{A}x + \mathcal{B}u \\
 &\text{where} \\
 \mathcal{A} &\in \mathbb{R}^{8 \times 8}, \mathcal{B} \in \mathbb{R}^{8 \times 6} \\
 x &= \{u \ v \ w \ p \ q \ r \ \phi \ \theta\}^T \in \mathbb{R}^8 \\
 u_{GA} &= \{\delta_{ria} \ \delta_{lia} \ \delta_{roa} \ \delta_{loa} \ \delta_{elv} \ \delta_{rdr}\}^T \in \mathbb{R}^6 \\
 u_{QNDD} &= \{\delta_{ria} \ \delta_{lia} \ \delta_{roa} \ \delta_{loa} \ \delta_{rrv} \ \delta_{lrv}\}^T \in \mathbb{R}^6
 \end{aligned} \tag{E.3}$$

ただし, GA機の場合は $u = u_{GA}$, $\mathcal{A} = \mathcal{A}_{GA}$, $\mathcal{B} = \mathcal{B}_{GA}$, 最適QNDD機の場合は $u = u_{QNDD}$, $\mathcal{A} = \mathcal{A}_{QNDD}$, $\mathcal{B} = \mathcal{B}_{QNDD}$ である. \mathcal{A} や \mathcal{B} は数理モデルを基に求められる時不変の行列である. GA機と最適QNDD機の \mathcal{A} , \mathcal{B} の値をEqs. (E.4)–(E.5)に示す.

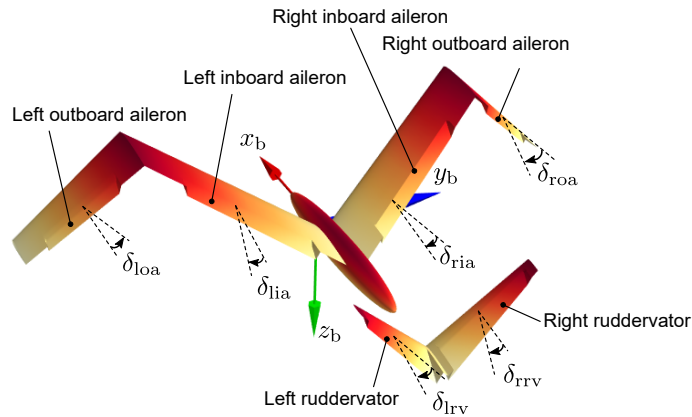


Fig. E.2: Control surfaces on the optimized QNDD airplane.

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{\text{GA}} &= \begin{bmatrix} -3.11 \times 10^{-2} & 0 & 0.245 & 0 & -7.52 & 0 & 0 & -9.77 \\ 0 & -5.89 \times 10^{-2} & 0 & 7.33 & 0 & -84.6 & 9.77 & 0 \\ -0.114 & 0 & -1.47 & 0 & 84.7 & 0 & 0 & -0.869 \\ 0 & -0.166 & 0 & -5.64 & 0 & 0.476 & 0 & 0 \\ 8.26 \times 10^{-3} & 0 & -0.150 & 0 & -2.67 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.25 \times 10^{-2} & 0 & -0.992 & 0 & -0.427 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 8.89 \times 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathcal{B}_{\text{GA}} &= \begin{bmatrix} 0.396 & 0.396 & 0.311 & 0.311 & 0.565 & 0 \\ -0.291 & 0.291 & -0.278 & 0.278 & 0 & -1.56 \\ -4.45 & -4.45 & -3.49 & -3.49 & -6.36 & 0 \\ -2.85 & 2.85 & -7.85 & 7.85 & 0 & -0.276 \\ 2.49 & 2.49 & 1.15 & 1.15 & -29.1 & 0 \\ -0.411 & 0.411 & -1.01 & 1.01 & 0 & 2.76 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{E.4}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{\text{QNDD}} &= \begin{bmatrix} -3.16 \times 10^{-2} & 0 & 0.233 & 0 & -8.94 & 0 & 0 & -9.76 \\ 0 & -0.604 & 0 & 8.71 & 0 & -84.9 & 9.76 & 0 \\ -0.125 & 0 & -1.17 & 0 & 85.1 & 0 & 0 & -1.03 \\ 0 & -1.63 \times 10^{-3} & 0 & -4.36 & 0 & 1.12 & 0 & 0 \\ -1.57 \times 10^{-2} & 0 & -8.07 \times 10^{-2} & 0 & -3.28 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.01 \times 10^{-3} & 0 & -0.444 & 0 & -0.969 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.106 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathcal{B}_{\text{QNDD}} &= \begin{bmatrix} 0.536 & 0.536 & 0.303 & 0.303 & 0.106 & 0.106 \\ -3.29 & 3.29 & 2.72 & -2.72 & -0.944 & 0.944 \\ -5.08 & -5.08 & -2.87 & -2.87 & -1.00 & -1.00 \\ -5.66 & 5.66 & -5.09 & 5.09 & -0.552 & 0.552 \\ 1.55 & 1.55 & 4.58 & 4.58 & -5.34 & -5.34 \\ -1.10 & 1.10 & 0.746 & -0.746 & 1.59 & -1.59 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{E.5}$$

以上の行列を用い、制御舵面角から機体角速度への入出力応答のうち主要なものをFigs E.3–E.6にボード線図で描画した。Figure E.3ではGA機： $\delta_{\text{elv}} \rightarrow q$ 、最適QNDD機： $\delta_{\text{rrv}} \rightarrow q$ の入出力応答を示す。ここで、GA機ではエレベータ全体に対する出力であるが、最適QNDD機では右ラダベータのみに対する出力であることに注意されたい。描画範囲において両者のゲインは似通った形状となるが、位相は ω [rad/s] $< 2 \times 10^{-1}$ において両者の位相差に180 degの差が見られた。Figure E.4ではGA機： $\delta_{\text{ldr}} \rightarrow r$ 、最適QNDD機： $\delta_{\text{rrv}} \rightarrow r$ の入出力応答を示す。Figure E.3と同様に、最適QNDD機では右ラダベータのみに対する出力であることに注意されたい。両者の入出力ゲインを比較すると、 $\omega < 4 \times 10^{-2}$ rad/sにおいて $|r/\delta_{\text{rrv}}(j\omega)|_{\text{QNDD}}$ が $|r/\delta_{\text{ldr}}(j\omega)|_{\text{GA}}$ よりも非常に小

さくることが確認された。従って、最適QNDD機とGA機に対し $\omega < 4 \times 10^{-2}$ rad/sの角周波数で同量の入力を与えた場合、GA機で出力される r よりも最適QNDD機で出力される r は小さいので、注意が必要である。Figures E.5–E.6ではGA機、最適QNDD機ともに $\delta_{ria} \rightarrow p$, $\delta_{roa} \rightarrow p$ の入出力応答をそれぞれ示す。主要な差異は、 δ_{ria} , δ_{roa} のどちらにおいても、およそ $\omega < 1 \times 10^{-2}$ rad/sにおいて $|p/\delta_{ria \text{ or } roa}(j\omega)|_{\text{QNDD}} < |p/\delta_{ria \text{ or } roa}(j\omega)|_{\text{GA}}$ となり、低角周波数領域における最適QNDD機の p に対する反応はGA機の反応よりも低いことが分かった。

Equation (E.3)において u_{GA} と u_{QNDD} には推力入力が含まれないが、制御舵面に働く揚力が翼素の局所迎角に垂直方向に生じるので機体軸 z_b 方向のみならず x_b 方向にも空気が働くことになり、GA機、QNDD機ともに可制御性行列のランクを調べるとフルランク、つまり可制御となる。

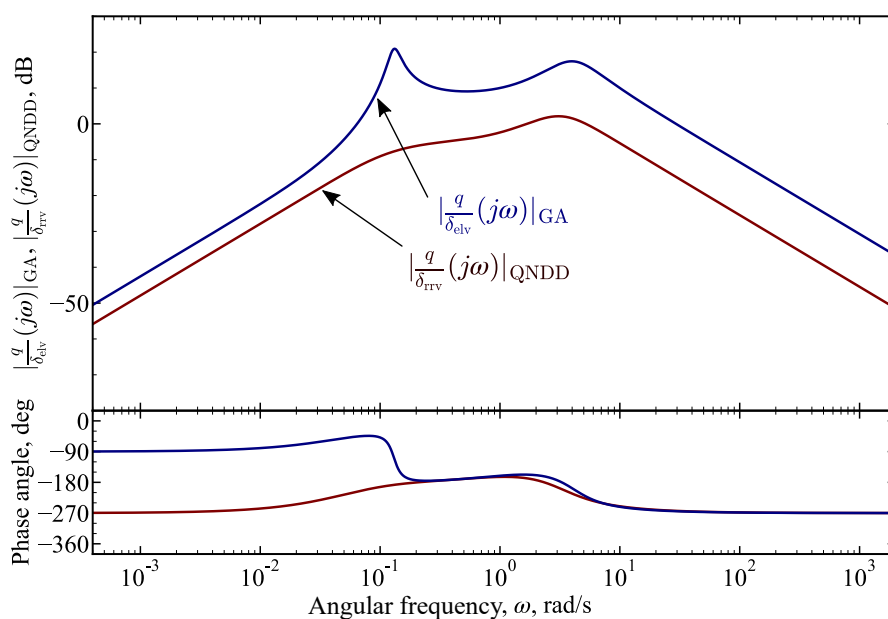


Fig. E.3: Bode diagram for pitch rate.

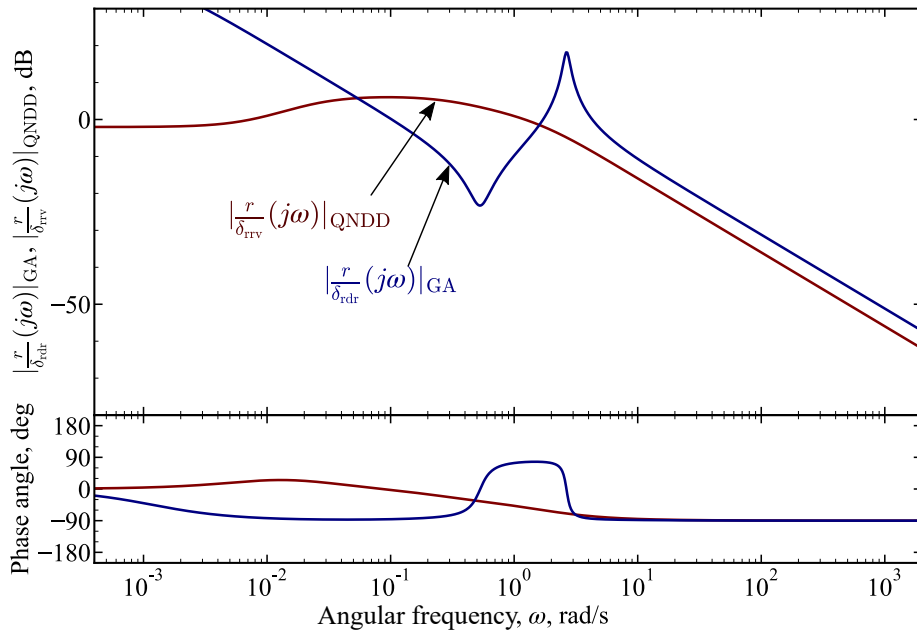


Fig. E.4: Bode diagram for yaw rate.

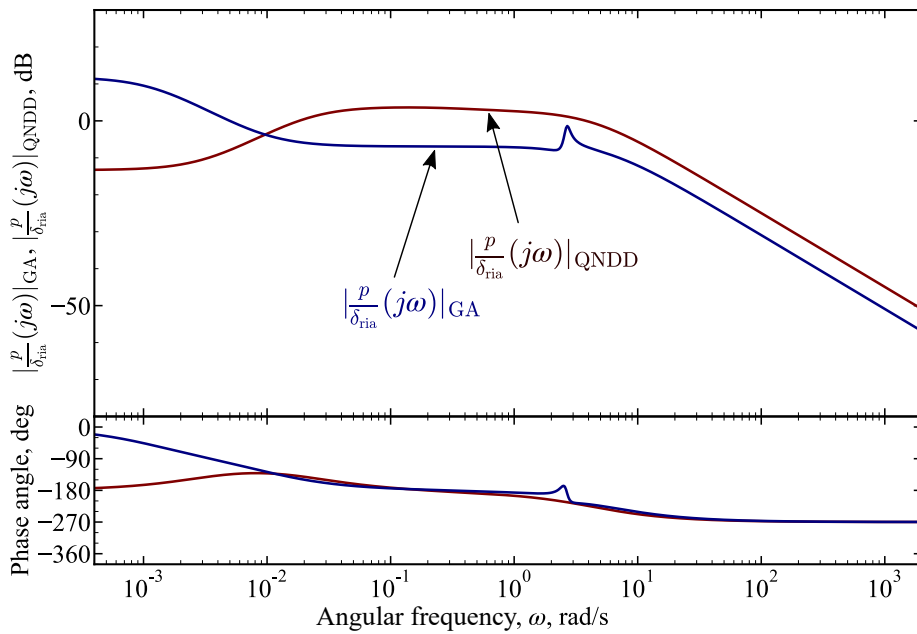


Fig. E.5: Bode diagram for roll rate due to inboard aileron.

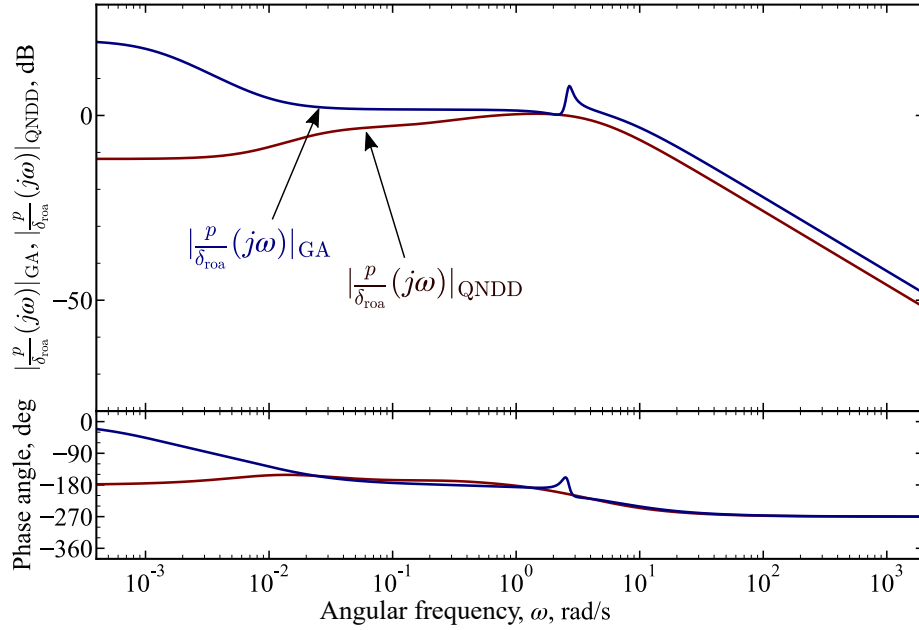


Fig. E.6: Bode diagram for roll rate due to outboard aileron.

E.3 LQR制御

導入

Equation (E.3)にLQR制御を施したEq. (E.6)で示すシステムを考える。ただし、 \mathcal{K} は静的な定数状態フィードバックゲインである。また、システムはすべての状態量が誤差なく観測できるものとする。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \mathcal{A}x + \mathcal{B}u \\ u &= -\mathcal{K}x \quad \text{where } \mathcal{K} \in \mathbb{R}^{6 \times 8} \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

ここで、アクチュエータを1次遅れ系としてモデル化する。モデル化されたアクチュエータはEq. (E.7)で表現される通りである。ただし、 $\delta_{cs_{cmd}}$ はコマンド値、 $T_{\delta_{cs}}$ はアクチュエータの時定数である。

$$\dot{\delta}_{cs} = -\frac{1}{T_{\delta_{cs}}}\delta_{cs} + \frac{1}{T_{\delta_{cs}}}\delta_{cs_{cmd}} \quad (\text{E.7})$$

このとき、アクチュエータも含めたシステムはEq.(E.8)のように表現される。ただし、Eq. (E.8)に現れる変数は最適QNDD機の変数に対応する。 \mathcal{O}_1 、 \mathcal{O}_2 は適当な大きさの零行列である。

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \mathcal{O}_1 & -\mathcal{D} \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} \mathcal{O}_2 \\ \mathcal{D} \end{bmatrix} \hat{u}_{\text{cmd}} \\ \hat{u}_{\text{cmd}} &= -\hat{\mathcal{K}}\hat{x} \\ \text{where} \\ \hat{x} &= \{u v w p q r \phi \theta \delta_{\text{ria}} \delta_{\text{lia}} \dots \delta_{\text{lrv}}\}^T \in \mathbb{R}^{14} \\ \hat{u}_{\text{cmd}} &= \{\delta_{\text{ria_cmd}} \delta_{\text{lia_cmd}} \dots \delta_{\text{lrv_cmd}}\}^T \in \mathbb{R}^6 \\ \mathcal{D} &= \begin{bmatrix} 1/T_{\delta_{\text{ria}}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/T_{\delta_{\text{ria}}} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1/T_{\delta_{\text{lrv}}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6} \\ \hat{\mathcal{K}} &\in \mathbb{R}^{6 \times 14}\end{aligned}\tag{E.8}$$

$\hat{\mathcal{K}}$ はEq. (E.9)で表現されるRiccati方程式を満足する $\hat{\mathcal{P}}$ を用いて $\hat{\mathcal{K}} = \hat{\mathcal{R}}^{-1}\hat{\mathcal{B}}^T\hat{\mathcal{P}}$ で求められる。ただし、 $\hat{\mathcal{Q}} \in \mathbb{R}^{14 \times 14}$ 、 $\hat{\mathcal{R}} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ は入出力の重み行列である。

$$\hat{\mathcal{P}}\hat{\mathcal{A}} + \hat{\mathcal{A}}^T\hat{\mathcal{P}} - \hat{\mathcal{P}}\hat{\mathcal{B}}\hat{\mathcal{R}}^{-1}\hat{\mathcal{B}}^T\hat{\mathcal{P}} + \hat{\mathcal{Q}} = \mathcal{O}\tag{E.9}$$

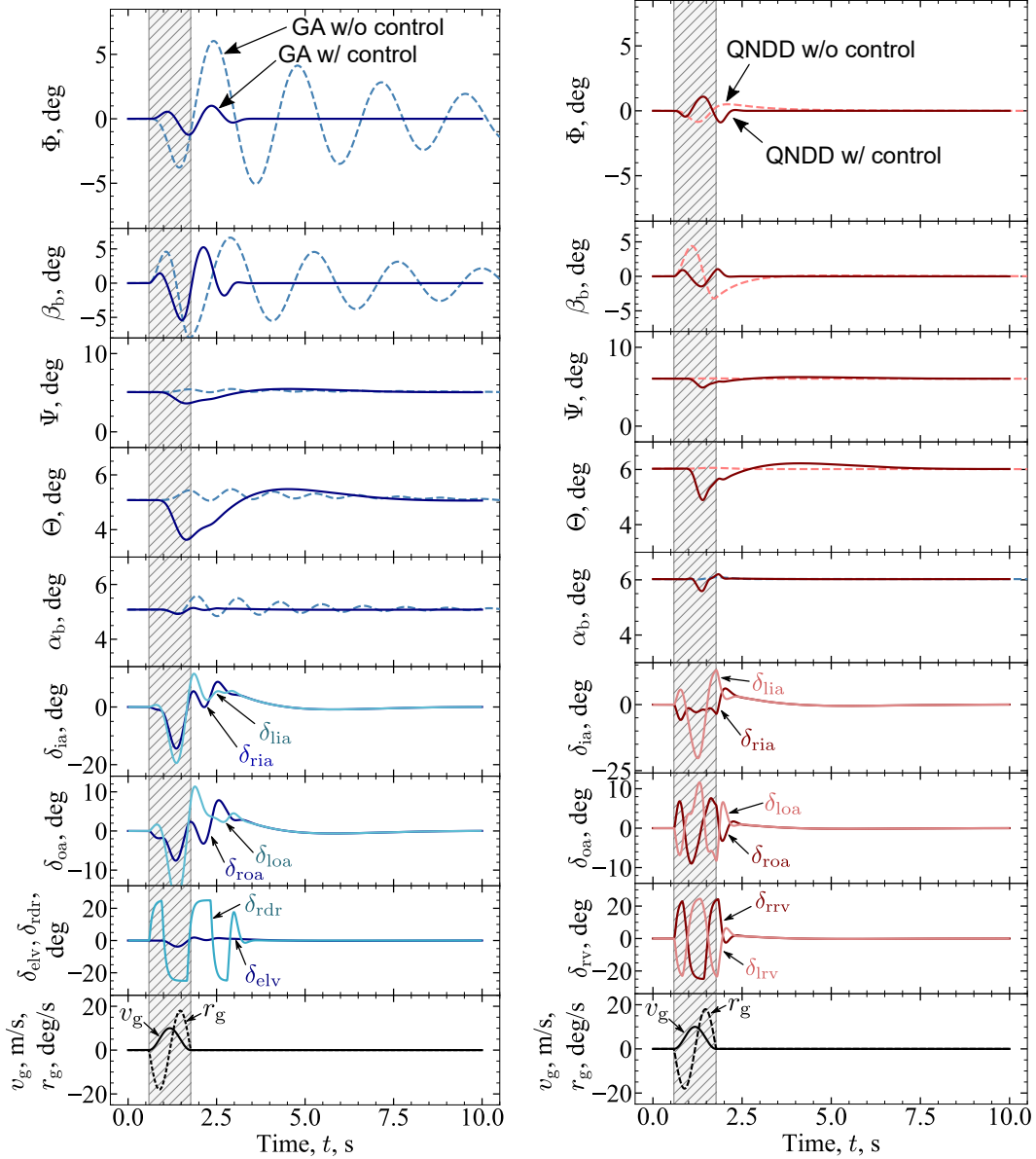
1例として、GA機の ϕ に該当する要素を100、最適QNDD機の ϕ に該当する要素を300、他の要素は1とした $\hat{\mathcal{Q}}$ 、単位行列である $\hat{\mathcal{R}}$ を用いて設計された $\hat{\mathcal{K}}$ を制御則として搭載したGA機と最適QNDD機の横風突風遭遇時の数値シミュレーションを行い、その結果をFigs. E.7a–E.7bに示す。また、 $\phi, \beta_b, \Psi, \Theta, \alpha_b$ について、制御を行っていないGA機と最適QNDD機の時間履歴を破線で示した。制御を行っていないGA機の固有値はTable 3.2、最適QNDD機の固有値はTable 4.7に示す通りである。

パフォーマンス比較

GA機と最適QNDD機にそれぞれLQR制御を施し、数値シミュレーションにて横風突風遭遇時の応答を確認する。パフォーマンスを比較するにあたり幾つかの条件を付す。

- 0 ~ 20 m/sの横風について、重み行列 $\hat{\mathcal{Q}}$ の ϕ に対応する要素のみを1 ~ 300で変化させて数値シミュレーションを行う。
- 横風突風はFig. 3.4で用いた孤立横風突風で、波長は同一である。ただし、横風の大きさのみ変化することに注意されたい。
- 制御舵面の最大角度は $\delta_{\text{cs_cri}} = 25 \text{ deg}$ とし、 $\delta_{\text{cs}} < -\delta_{\text{cs_cri}}$ の場合は $\delta_{\text{cs}} = -\delta_{\text{cs_cri}}$ 、 $\delta_{\text{cs}} > \delta_{\text{cs_cri}}$ の場合は $\delta_{\text{cs}} = \delta_{\text{cs_cri}}$ としてリミッタを設ける。この値は全ての制御舵面に共通である。
- 制御舵面の時定数は共通で $T_{\delta_{\text{cs}}} = 80 \text{ ms}$ とする。
- 重み行列 $\hat{\mathcal{R}}$ は常に単位行列とする。
- 重み行列 $\hat{\mathcal{Q}}$ の ϕ 以外の要素は常に1とする。

- 数值シミュレーションにおいて、制御舵面角加速度による慣性力は無視する。
- 指標として、すべての制御舵面によるモーメント力積 $J_{cs} := \sum_{\text{all control surfaces}} \int_0^\infty (\|L|_{\delta_{cs}}\| + \|M|_{\delta_{cs}}\| + \|N|_{\delta_{cs}}\|) dt$ と、最大バンク角変化 $\max \Phi$ を評価する。



(a) GA airplane.

(b) Optimized QNDD airplane.

Fig. E.7: Examples of time histories of the airplanes with control based on LQR design.

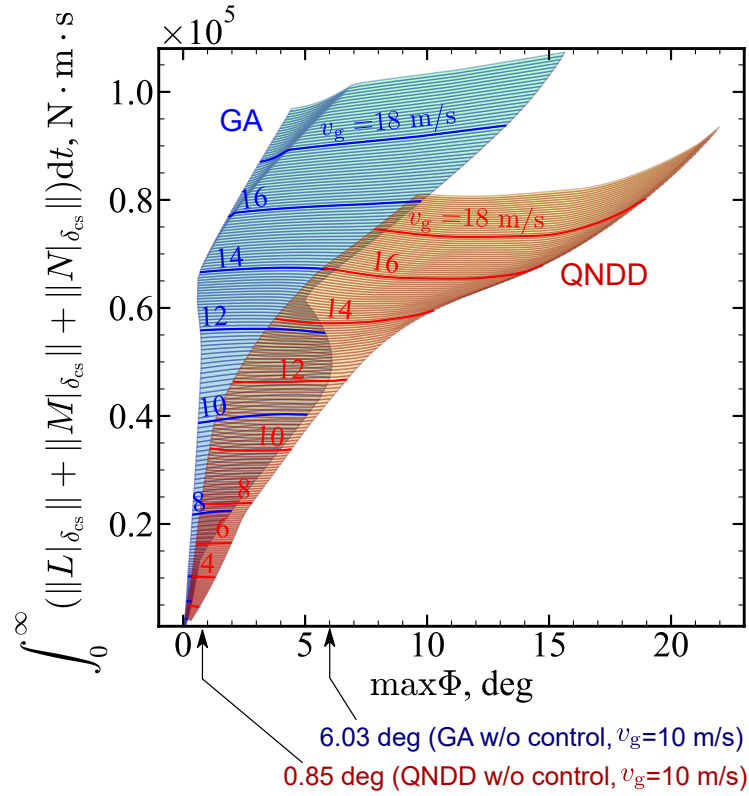


Fig. E.8: Comparisons of achieved $\max \Phi$ and moment of impulse under various magnitudes of crosswind.

結果をまとめたものがFig. E.8であり、青色がGA機、赤色が最適QNDD機の結果を示す。横軸に達成した $\max \Phi$ 、縦軸にすべての制御舵面による力積モーメント、そして等高線が横風の大きさを表す。従って、横風の大きさと $\max \Phi$ を決め、交わった点から縦軸を読み取ると、その条件下で必要となった制御舵面出力積を読み取ることができる。例えば、 $\max \Phi = 5$ deg, $v_g = 14$ m/sでは、GA機で出力した制御舵面による力積モーメントは最適QNDD機のものよりも約1.2倍になることが読み取れる。特に大きい横風の場合、全体的に最適QNDD機のプロットがGA機のプロットよりも下に位置する、つまり、小さい制御舵面による力積モーメントで同等の $\max \Phi$ を達成することができることが分かる。Figure E.7bから、制御を行わなくとも最適QNDD機は固有運動のみで $\max \Phi = 0.85$ degを達成している。一方、GA機は制御がない場合、 $\max \Phi = 6.03$ degであり、制御によって固有運動のみの最適QNDD機と同等の $\max \Phi$ を達成することが出来る。