

別紙 4

報告番 -	※	第	号
----------	---	---	---

## 主 論 文 の 要 旨

論文題目 An analytic approach to the remainder terms in the asymptotic formulas

- the Volterra integral equation, the Whittaker function -

( 漸近公式の誤差項に対する解析的アプローチ

- Volterra 型積分方程式, Whittaker 関数- )

氏 名 岩田 英人

## 論 文 内 容 の 要 旨

本論文はある特殊な条件を満たす数論的関数や, associated Euler totient function と呼ばれる Euler の関数を一般化した関数の漸近公式における誤差項に関して得られた著者の主となる 2 つの結果をまとめたものである。

2010 年に J.Kaczorowski と K.Wiertelak は Euler の関数の漸近公式の誤差項に対して, 第二種 Volterra 型積分方程式を考え, 誤差項を積分方程式の解である arithmetic part と呼ばれる部分と, analytic part と呼ばれる方程式の解でない部分の二つに分け, それぞれの  $\Omega$ -評価を得た. また, analytic part については Riemann 予想との同値性についての命題を得た. arithmetic part の  $\Omega$ -評価については, まず J.Kaczorowski と K.Wiertelak はある 5 つの条件を満たす数論的関数の集合を定義し, その集合に属する数論的関数を用いて arithmetic part の一般化を考え, その関数に対して  $\Omega$ -評価を得ている. そしてその系として, arithmetic part の  $\Omega$ -評価を得ている. analytic part の  $\Omega$ -評価の証明については, 2010 年発表の論文には直接記載されておらず, 彼ら自身の先行研究で用いた手法と同様の手法により証明されると記載されている. また, 2001 年に M.Rekos' は Riemann のゼータ関数の非自明零点に関する級数として定義される関数を考え, その関数の正則性や有理型接続, 特異性, そして関数等式といった解析的性質を得た. J.Kaczorowski と K.Wiertelak は 2001 年に M.Rekos' が得た関数等式を用いて, 2010 年とそれ以前の先行研究においてそれぞれ  $\Omega$ -評価を得ている. さらに, 2013 年に J.Kaczorowski は Riemann の zeta 関数や Dirichlet の L-関数を含む Euler 積多項式と呼ばれる形の Euler 積を持つ Selberg class の subclass

に属する関数に対して, Euler の関数の一般化となる associated Euler totient function と呼ばれる関数を定義し, その関数の漸近公式を得た. また, 漸近公式の誤差項に対して二乗平均や  $\Omega$ -評価を得た.

著者が得た 1 つ目の結果として, 2010 年に J.Kaczorowski と K.Wiertelak が Euler の関数の漸近公式の誤差項に対して得た結果を, Euler の関数を含むある条件を満たす他の数論的関数に対して一般化し, その数論的関数の漸近公式の誤差項に対して Volterra 型積分方程式を考え, 方程式の解を得たものがある. また, その際に用いた証明法により associated Euler totient function の漸近公式の誤差項に対して積分方程式の解を得ることができ, さらに 2010 年の J.Kaczorowski と K.Wiertelak の結果の一般化として, 誤差項を arithmetic part と analytic part の 2 つに分解することに成功した.

2 つ目に得られた結果として, 2001 年に M.Rekos' の Riemann のゼータ関数に対する考察を Euler 積多項式の形の Euler 積を持つ Selberg class の subclass に属する関数に対して行い, さらにいくつかの条件を付加した上で正則性や全複素平面への解析接続, そして関数等式といった解析的性質をそれぞれ証明したものがある. なお, 全複素平面への解析接続と関数等式を得る際に, 合流型超幾何関数の一種である Whittaker 関数を用いる.