別紙4

報告番号	※　　　第　　　号

主　論　文　の　要　旨

論文題目　The Iwasawa invariants of Z_p^d-covers of links
（絡み目の Z_p^d 被覆の岩澤不変量）

氏　　名　舘野 荘平

論　文　内　容　の　要　旨

この博士論文では, 岩澤理論における岩澤類数公式の多変数への一般化であるCuoco–Monskyの定理の絡み目理論側の類似物を2つ証明する. 元となっている論文はお茶の水女子大学の植木潤氏との共同研究である. pを素数とし, $\mathbb{Z}_p$をp進整数環とする. フェルマー予想を解く目的で生まれた代数体の類数という概念があり, 岩澤類数公式とは体の$\mathbb{Z}_p$拡大を考える事によりその代数体の塔の類数のp冪部分について統一的に記述する, 岩澤健吉により証明された定理である. もっと詳しく書くと, $\mathbb{Z}_p$拡大に対し定まる岩澤不変量と呼ばれる不変量μ, λ, νという整数があり, nの十分大きいところ(塔の十分高い所)では$\mu p^n + \lambda n + \nu$と書ける, というものである. 岩澤類数公式にはCuoco–Monskyの定理と呼ばれる$\mathbb{Z}_p^d$拡大への一般化があり, 同じように岩澤不変量が存在し, $(\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z})^d$部分拡大の列に対して類数の$p$冪部分が$(\mu p^n + \lambda n + O(1))p^{(d-1)n}$ $(n \to \infty)$とランダウ記号を用いて近似的に書ける.

一方, 絡み目理論側では岩澤類数公式の類似物が知られている. S^3内の絡み目に対して, それの整合的な$\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}$分岐被覆の列というものを考えれば, 同様に岩澤不変量の絡み目理論版が存在して, 分岐被覆の列の1次ホモロジー群の大きさが岩澤類数公式と全く同じ形で近似的に書ける. S^3を一般化したホモロジー3球面や有理ホモロジー3球面でも同様の定理が成り立つ事が知られており, Hillman–Matei–Morishita, Kadokami–Mizusawa, Uekiによりこれらの定理は示されている.

この論文では, $\mathbb{Z}^d$被覆から得られる$(\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z})^d$分岐被覆の列に関してCuoco–Monskyの定理の類似物を2つ証明する. 1つは有理ホモロジー3球面に対してで, Cuoco–Monskyの定理と同じ形の定理を証明する. これはKadokami–Mizusawaの結果の緩い仮定の下での一般化と見る事ができる. もう1つはホモロジー3球面に対するもので, なおかつ絡み目の成分数と$\mathbb{Z}^d$のd部分が一致するものに対してランダウ記号を使わない, より精密な評価を与える定理を証明する. Cuoco–Monskyの定理のような状況下でランダウ記号を使わないで類数のp冪部分の列がある特定の形をした多項式で書けるかというのは, Greenbergによる予想であり, 我々の結果は絡み目理論側における, その部分的な証拠と見る事もできる.

また, 岩澤不変量は絡み目理論側だとAlexander多項式を使って具体的に計算できる事がCuoco–Monskyの定理から分かるので, この論文ではCuoco–Monskyの手法に則りAlexander多項式から岩澤不変量を具体的に計算し, 論文の末尾にはRolfsenの本の表に載っている全ての2成分以上の絡み目に対してそのAlexander多項式の岩澤不変量の表を掲載する. また, 絡み目側ではPortiの結果を使えば具体的に1次ホモロジー群の大きさのp冪部分の近似式が計算できる場合があり, 我々は捩れWhitehead絡み目の具体例でその近似式を求める. これは, $d \geq 2$以上の場合代数体で具体例を見るのは比較的難しいと感じられるのに対し, 絡み目側では観察が可能だという事を意味している. さらに, 捩れWhitehead絡み目の回転数を増やす操作をする事により, 絡み目の場合は任意の非負整数に対して岩澤μ不変量がそれであるようなものが存在するというのが分かったので, それも与える. この結果は$d = 1, 2$の両方の場合で得られている. 最後に, Ueki–Yoshizakiによる研究のp進極限と呼ばれる概念の$d = 2$の場合の具体例も求まったので, それを与える.