

弾塑性土質力学への道のり

要旨

この論文は1980年代初頭からの43年にわたる著者の研究経歴書である。1980年代の研究は2章に書いたが、この時代の苦い経験が幸いして、著者を弾塑性土質力学の研究に向かわせた。弾塑性土質力学の基礎はCam-clay modelから学んだが、それは3章の冒頭に書いた。粘土の二次圧密が砂の締固めと同じであることが分かった時は嬉しかった。砂から中間土を経て粘土まで、すべては繋がっている。論文ではこれを一番強く強調した。

1995年の阪神淡路の大地震を経験して、地盤工学では、変形も破壊もすべての土の問題は、力の釣り合い式でなく、運動方程式を積分して解かなければならぬことも学んだ。いくつもの事例を挙げて、このこともこの論文で強調した。

1. はじめに

著者は1979年32歳の時に名古屋大学に異動して以来、現在までの43年間のすべての期間を、土質力学と地盤工学の研究に従事してきた。現在の地震時表層地盤の応答や地形変動の地質学の調査研究は、その延長にある。

さて、今回の招待論文である“Review of author’s own seminal contributions”の構成を以下に手短かに述べる。

最初に2章で、1980年代の研究について、経年順に三つの業績を取り上げる。一つめは設計計算の不確実性に対処する、“Rosenblueth Method”の適用研究に関するものである。地盤工学の技術者は、この部分は参考になると思う。二つ目は弾性理論の地盤の変形問題への適用に関するもので、三つめは剛塑性理論の地盤の破壊問題への適用に関するものである。

1980年代は、あるいはそれ以降も、地盤工学は長い間、変形の問題と破壊の問題に二極分化していた。この年代の著者の業績もこれを反映している。土質力学理論の未熟さのために、問題を変形と破壊のふたつに分けて取り扱わざるを得ないのは、仕方なかった。しかし著者はこの1980年代に、変形と破壊の2極分化はあっても、すべての土の問題は「間隙水と土骨格の連成問題」として理解すべきだと、骨身にしみて学んだ。有効応力解析のことであるが、これは幸運であった。なぜか？

日本には1970年代以降、(東欧の)「粘塑性理論」が土質力学に持ち込まれていた。二次圧密をはじめ、粘土の実験がしばしば示す様々の「時間/速度効果」の現象を前にして、1980年代以降「粘塑性理論」、つまり「時間効果をはじめから持つ構成式」のレベルで説明するのが、特に日本において、主流であった。しかし

著者には初めからこれには強い違和感があり、土と地盤の時間効果は、正しい弾塑性構成式を用いて水～土連成の初期値・境界値問題を解けば、おのずと表れてくる現象に過ぎないと考えてきた。1990年代の多くをそれに費やしたが、どの一つも失敗はしていない。

1990年代に入ってから著者の仕事は、水～土連成の弾塑性土質力学を組み立てることと、その応用に尽きる。先に、3章で土の弾塑性構成式の理論部分を、続く4章で、初期値・境界値問題の算法としての有限変形を考慮した運動方程式の積分について述べる。そののち5章、6章で、これら理論が地盤工学へどのように応用されてゆくか、いくつか主要な事例研究を取り上げて説明する。

さて1990年代以降は、変形と破壊は区別することなく、弾塑性構成式のもとで連続的な過程として説明することができるようになっていた。問題が静力学的か、動力的かついてもこれと同じで、もともと力学は静力学と動力学の二つに厳格に分けられるものでないことを強調する。運動方程式の積分によるのみ、静的問題も、確実かつ正確に解けるのである。読者はこの点もぜひ読み取ってほしい。「準静的過程」は、仮にその場限りで役立つことがあったとしても、本当の力学ではない。「亜弾性」も同じで、速度型構成式での「超弾性と亜弾性」の問題も、適切な共回転速度テンソルの導入で、早晚解決するだろう。

再度、土質力学での「二極分化」について言えば、実はこれは「変形か破壊か？」や「静力学か動力学か？」だけに止まるものではなかった。1990年代に入っても長く二極分化は続いていて、この深刻な事実は、著者自身の言葉で述べておくのがいいだろう。

土質力学では、「砂専用の構成式」とか「粘土専用の構成式」という時代が長く続いていた。「練り返し粘土専用（その粘塑性 version を含む）」と「緩い砂の非排水（等体積）せん断専用」という二つの「構成式理論」がそれで、それらはお互い無関係に、バラバラに存在していて、それでも良いとする「専用理論」の時代が長く続いていたのである。しかも砂の「排水せん断専用」構成式などは、ついに現れなかった。砂の排水せん断などが非排水せん断ともども、パラメータを一切変えることなく、同じ理論で自在に計算されるようになるには、Asaoka, et al. (2000)、Asaoka, et al. (2002)の出現まで待つしかなかったのである。

土に関することならばすべてが繋がっているから、「粘土の圧密が計算できて、砂の締固めが計算できない」ような理論は、理論の名には値しないであろう。専用理論の集積に過ぎない土質力学を、いかにして、他の力学分野に並ぶ、一貫した理論と方法を持つ土質力学に改めてゆくか？挑戦は今でも続けているが、そのゴールを著者は“All Soils, All States, All Round Geo-Analysis Integration”と呼んでいる。これは4章でも述べる。

2. 1980年代の土質力学

2.1. 計算の省力化と Rosenblueth Method

Asaoka and Matsuo (1983)は、粘土の非排水せん断強度の不確実性を前提にして、粘土地盤の $\phi_u = 0$ 円弧滑り解析の精度を論じたものである。この文献では地盤強度の不確実性を、地盤の深さ z に沿う確率過程として与えている。

信頼性解析など、決して難しい話ではないが、いつも計算が困難なのである。もっとも簡単な場合でこれを説明する。信頼性解析は最後には、 $Y = f(X)$ の X が確率変数の時の、 Y の確率分布(確率モーメント)を求める問題にたどり着く。普通には $f(X)$ を X の平均値の周りでテイラー展開して、 X の平均と分散から Y の平均と分散を求めたりする(first order second moment 法)。 $\phi_u = 0$ 円弧滑り解析で言えば、 X が粘土の非排水せん断強度で Y は安全率である。円弧滑り解析は、もちろん「最小安全率円の探索」が鍵で、これは塑性学で言う上界定理の適用に相当し、最小安全率円探索を欠いては円弧滑り解析は力学にならない。ところが最小安全率円探索には、煩瑣な試行錯誤計算が必要で、一つの $X = x$ から一つの安全率 $Y = y$ を求めるのにも時間がかかる。このようなときに、 $f(X)$ を解析的に式示したり、その1階、2階の導関数を求めたりすることは出来ない。モンテカルロシミュレーションと言っても、そんな多数の円弧滑り解析など全く現実的でない。このようなときに、連続確率変数 X の確率分布を、わずか2点での離散確率分布に置き換えて(Rosenblueth Method)、わずか2回の円弧滑り解析から安全率 Y の確率分布を求めるのである。わずか2個の安全率の平均が Y の平均を与え、2個の安全率の分散が Y の分散を与えるというものである。詳細はRosenblueth (1975)、Rosenblueth (1981)を参照。(数学の論文と見なされたのか工学分野では未だによく普及していない)。Asaoka and Matsuo (1963)では確率過程 $X(z)$ を3つの互いに独立な確率変数 X_1, X_2, X_3 に置き換える手法を示し(等価多層系地盤 equivalent multi-layered system)、 $Y = f(X_1, X_2, X_3)$ の平均と分散を $2^3 = 8$ 、つまり8個の安全率から求めている。 $f(X_1, X_2, X_3)$ の確率モーメントをモンテカルロシミュレーションで求めるとき、各 $X_i (i = 1, 2, 3)$ についてわずか100個の乱数を用いるとしても $f(X_1, X_2, X_3)$ の計算回数は 100^3 回の多きに達する。それが $2^3 = 8$ 回の計算で済むとすれば大変な省力化には違いない。

近年の地盤設計では $f(X)$ の計算は、有限要素法などに頼って、相当煩瑣なものになっている。 X の不確実性の下で、 X をどのように変えて、何通りくらい計算しておけばよいのか?これが設計では大きな問題になることは多いであろう。著者はこれに応える手法として、Rosenblueth Methodは依然有効であると思っている。

2.2. 沈下予測の観測的方法

1980年代は、Cam-clay modelこそよく知られるようになってきたが、地盤工学の実際問題では、80年代に入ってからでも変形は弾性理論で、支持力は極限つり合い解析でというのがなお普通のことであった。

ところが、弾性理論によって地盤変形を求めるというのは、全応力解析であっても有効応力解析（圧密解析）であっても、大きな問題を抱えている。不均質な不整形地盤で、地盤の各場所でのヤング率やポアソン比などを求めるのは至難である。仮にそれらを定めたととしても、解析解の適用は望むべくもないから、最後は数値計算に落ち着く。ところが弾性解析においては解析対象の全周で境界条件が正しく定められていないと解は求められない。全周と言うのは重要なのだが、では有限要素解析で、地盤の形と大きさはどうやって決めるのか。第一、地盤を矩形で近似してよいかどうかもさっぱりわからない。全応力解析であろうと有効応力解析であろうと、弾性理論を地盤の変形問題に適用するのは、実は絶望的と言えるほど困難なのである。

地盤の問題における線形弾性理論の真実は、実は他の所にあつて「荷重が倍になれば、変形は倍になる」がそれである。弾性係数が分からなくても、地盤の形と大きさが分からなくても、「荷重が倍になれば、変形は倍になる」、これだけは地盤に線形弾性理論を適用したときの真実である。

著者は、弾性理論による有効応力解析（弾性圧密解析）に、素直にこの真実を適用した。著者による「沈下予測の観測的方法」は、日本はともかく、世界ではよく知られているし、実際問題に頻繁に使われてきているから、その方法をここで説明したりはしない。要するに圧密初期のまだ「有効荷重 (load effective to the mobilized deformation, effective load)」が小さい時の沈下や側方変位、過剰間隙水圧などを測定して、有効荷重が大きくなった時のそれらを予測する理論を与えたものである (Asaoka and Matsuo, 1984、Asaoka and Misumi, 1988 など)。Biotの多次元弾性圧密理論に基づいているが、そこでの数学は概して難しい。しかしその理解などは、(現代土質力学の研究者にとっては) 全く重要でない。著者が「観測的方法」を生み出した力学的な背景だけを理解していただければ、それで十分である。

著者をはじめ、この観測的方法を「逆解析」の一部と理解する研究者がいた。大きな間違いではないが、逆解析として逆算されてくるのは、一次元圧密の記号を使えば「 H^2/c_v 」だけであつて、地盤厚さ H や透水係数、土の固さがバラバラに逆算されてくるのではない。フランスなどでは一次元圧密試験での c_v の決定に「沈下予測の観測的方法」が使われているが、それは試験条件として供試体厚さ H が与えられているからである。Magnan and Deroy (1980)を参照。

2.3 剛塑性極限つり合いの水～土連成解析

Asaoka and Ohtsuka (1986), Asaoka and Ohtsuka (1987)は、飽和地盤を剛・完全塑性体と見なして、地盤の極限つり合い状態と極限荷重 (limit load) を求める有効応力解析の手法を示したものである。そこでは、以下の①, ②の仮定と③の実験事実を前提とする。①地盤は極限状態 (破壊状態) に至るまでの変形は無視できる、②荷重が極限荷重に達したとき、地盤全域で土は一斉に極限状態 (Cam-clay model での critical state に相当する) に達し、③極限状態にある土は、塑性体積ひずみ増分がゼロのまま、有効応力一定で、塑性ひずみ増分が不定になる (これはミーゼス塑性流れと呼ばれる)。そしてこれら 3 つの前提に立てば、地盤の極限支持力は、上記の極限荷重で与えられるというものである。

力の釣り合いはもちろん全応力で記述される。しかしこの不静定問題で必要になる極限状態での構成式、stress-plastic strain rate relationship、は極限状態での平均有効応力 p'_f を用いて記述されている。載荷前の平均有効応力 p'_0 が地盤の全域で分かっているとしても、極限つり合い時に、地盤の各点でこの p'_f がいくらになるかは、何も情報は与えられていない。これを補うにはもう一つ式が必要で、体積拘束条件などがこれに当たる。

体積拘束条件というのを説明する。透水係数が極端に小さい粘土地盤かつ急速載荷が考えられる場合では、載荷中の地盤各点で間隙水の移動を完全に無視するという、非排水載荷が考えられて、このときは体積拘束条件は非排水条件式

$$\varepsilon_v = \varepsilon_v^e + \varepsilon_v^p = 0 \quad (1)$$

で与えることができる。とくに Cam-clay model で問題を考える場合は、状態境界面上での非排水経路の始点と終点での p'_0 と p'_f の関係からミーゼス定数を決定すればよい。極限つり合い状態 (破壊時) での過剰間隙水圧 u_f の分布は、釣り合い式の解 p_f (破壊時平均全応力) と先に求めた p'_f (破壊時平均有効応力) の差として、付随的に求まる。もちろん釣り合い式の解 p_f は境界値問題を解いてようやく定まる。だから、過剰間隙水圧が境界値問題を解いてようやく求まるというのは、圧密変形問題でも剛塑性極限つり合い問題でもまったく変りがないことがわかる。

砂地盤のように透水性が極めて大きい時の極限荷重 (たとえば浸透破壊の問題) も、完全排水条件 (体積拘束なしの条件) を与えて解くことができる。それは $p_f = p'_f + u_f$ で、 u_f に定常浸透場での水圧を与えて、問題を iterative な方法で解けばよい (Asaoka and Ohtsuka, 1989、Asaoka and Kodaka, 1992、Kodaka and Asaoka, 1994、Asaoka et al., 1994a)。

金属の塑性変形に体積変化は伴わない。体積変化が発生しないミーゼス塑性流れを構成則に用いる「剛塑性有限要素法」は、こうして金属加工の分野で最初が開発された。1980年代の中葉になって、地盤工学にもその詳細が紹介される

ようになったが、しかし当時の地盤工学では、「剛塑性極限つり合い問題も水～土連成問題として解かれるべき」という文献はまったく見当たらなかった。上記の著者らの文献は、この事情を反映して生まれたものである。

2.4 剛塑性極限つり合い解析の地盤工学への適用の限界

剛塑性極限解析による地盤支持力の計算は、土の問題が「変形と破壊」に2極分化していた時代の産物で、この計算手法のその後の発展はまったく見られない。2.3 節冒頭で述べた①～②の仮定が、どれもが地盤工学の実際問題には当てはまらなかったからである。

地盤の支持力問題は、現在ではどのように解かれているか、ここではその一端を紹介する。Noda et al. (2007) は、粘土地盤に剛な載荷板を介し、変位制御で地盤を破壊に至らしめる問題を、最新 (2007 年当時) の粘土の弾塑性構成式を用いて、計算によってつぶさに検討したものである。非排水条件に近い載荷速度を中心に、粘土地盤の過圧密の程度や異方性、載荷版の沈下の程度等々、条件を様々に変えて、網羅的に調べられている。そのすべてを通じて、基礎直下の主動域とその両側の受動域、これらを接続す過渡域が、滑り線の発生によって、よく確認されると思うが、著者だけだろうか？ 図1を例として挙げる。滑り線は、ひずみの局所化によって発生している。これらの現象は剛塑性極限つり合い解析では、求めることのできないものである。6章では、同じ問題を荷重制御条件下で考え、地盤の支持力問題が実は「動的問題」であったことを確認する。

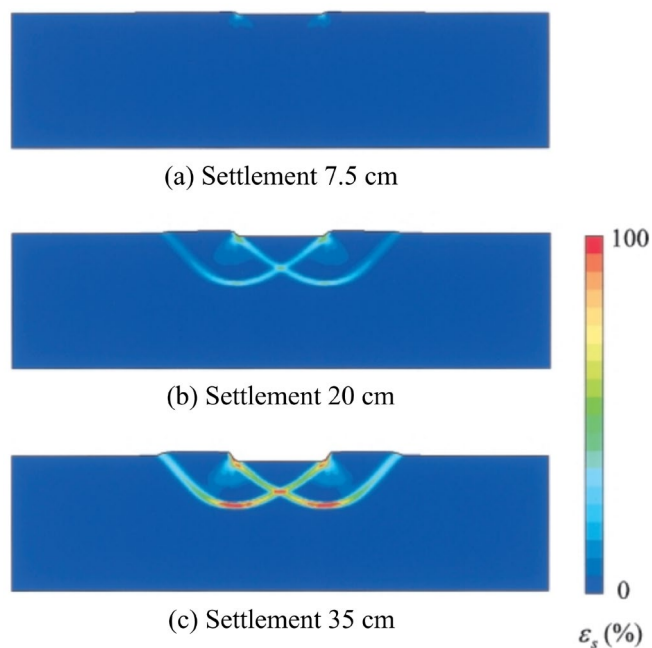


図1 せん断ひずみ分布 (高位な構造を有する土) (Noda et al., 2007)

2.5 束縛力についての捕逸

飽和土は土骨格の体積変化が非圧縮の間隙水によって束縛されている材料であり、間隙水が飽和土内で全く移動しない完全非排水条件の場合は体積変化を拘束する束縛力（内力）の反力は非圧縮の間隙水が取り（過剰）間隙水圧となって現れる。力学で言う束縛条件とそれを数学的に扱う際の Lagrange 乗数の関係に当たる。

なお、飽和土の力学は「混合体の力学」よりも、「水～土連成の力学」と呼ばれることが多い。それはこの言葉のほうが、間隙水が土骨格の体積変化を束縛している状況を、より直截的に表しているからである。

さて同じようにして、例えば地盤のどこかで「伸びない、曲がらない」などの束縛条件を与えると、内力としての束縛力が、引張力や曲げモーメントになって計算されてくる。しかしこの論文で「補強土 reinforced soil」などの話題を取り扱うことはないので、これ以上の説明は控える。Asaoka et al., 1994a, Asaoka et al., 1998 と、最新研究については Toyoda and Noda, 2021 を参照。

3. 1990 年代の土の弾塑性構成式研究

この時代の研究成果は、二次圧密への応用事例も含めて、Asaoka (2003) に網羅されている。Asaoka (2003) は、完璧な日本語版も用意されていて、日本人研究者には便利である。以下では経年順に、Asaoka (2003) に至る主だった論文を紹介するが、個々の論文に当たる前に、まず Asaoka (2003) の通読を勧める。著者による土の弾塑性構成式研究全体の理解は、Asaoka (2003) によって得られると言っても過言でない。

3.1. 土の弾塑性構成式と三軸供試体の初期値・境界値問題

Asaoka et al. (1994b) は、直径 35 mm × 高さ 70 mm の軸対称の円筒三軸供試体の 4 分の 1 モデルを解析対象にとり、カムクレイモデルを弾塑性構成式に用いて、三軸圧縮試験全体を初期値境界値問題として解析したものである。有限変形解析が行われている。三軸供試体内部での土エレメントの力学挙動を詳細に数値的に求めて、室内実験の結果とも比較している。

カムクレイモデルにおける限界状態線（critical state line） $q = Mp'$ は、その上側と下側とで塑性膨張を伴う軟化と塑性圧縮を伴う硬化が入れ替わる閾線のこと、臨界状態（critical state）がこの線上にあることを示すものである。（水と氷の境目の 0℃ は臨界温度と呼ばれるがそれと同じ）しかし当時の日本では、そのことがまだ殆ど知られておらず、限界状態線を「それ以上行ったら危ない限界線 (limit state line)」のように考えている人が多かった。著者らがそれに気づいたのはこの

論文を書いたあとのことで、これには大変驚いたことを思い出す。

負荷判定、とくに軟化/除荷の区別はどうするか、カムクレイパラメータが満たすべき制約条件は何か、等々計算の準備は論文の冒頭ですべて与えている。1993年以降著者らは有限変形解析を実施しているが、それは塑性体積ひずみを履歴パラメータ（硬化/軟化パラメータ）に取る構成式の場合、幾何変形を正しく計算しないようでは全く話にならないからである。

さて、計算して分かったことだが、粘土の力学試験のために現行の三軸試験を考案した Bishop の天才を改めて思い知ることになった。形があり大きさもある三軸供試体は、どんな意味でも土エレメントたりえない。しかし、軸圧を σ_1 、側圧を $\sigma_2 = \sigma_3$ 、供試体底部で測られて水圧を間隙水圧 u と見なして三軸供試体をあたかも土エレメントのように見なすと、たとえば非排水三軸試験の場合、載荷速度を、適切に遅く設定しさえすれば、限界状態線まではカムクレイモデルの理論非排水経路を三軸供試体の「応力」がまったく正確にたどることが確かめられる。これには腰を抜かすほど驚いた（図2参照）。三軸供試体の場合、もともと二つの不変量 q と p しか現れないこと自体が Bishop の先見性を示しているが、粘土の透水係数に応じて適切な「載荷速度」があることも含め、直径 35 mm×高さ 70 mm の三軸供試体サイズが絶妙なのである。もちろん、限界状態を超えてさらに載荷を進めると変形が過大になってきて、もはやピア樽形状の三軸供試体はカムクレイのエレメント挙動を表さなくなって、供試体の「応力経路」は、非排水経路を離れてキックして大きく上に舞い上がってゆく。

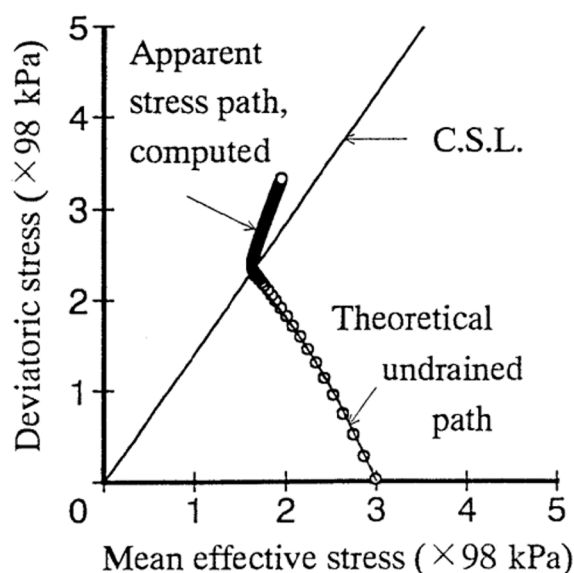


図2 みかけの有効応力経路にみられるキック (Asaoka et al., 1994b)

もう一度三軸圧縮試験を初期値境界値問題とした有限要素計算に戻ると、境界非排水の三軸圧縮試験でも載荷速度が遅いと供試体内部で間隙水の移動 (migration) が起こり、限界状態に達した土エレメントが周囲の土エレメントから水を送り込まれて限界状態の上側で吸水 (塑性膨張) 軟化し、逆に水を排出して限界状態下側で塑性圧縮しながら硬化をする様子が、手に取るように出てくる。間隙比が供試体内でエレメントごとに分布しても間隙水圧は一樣に近づく。そしていくら三軸供試体がピア樽形状になっていても、供試体内部の有限要素のすべての土エレメントは、カムクレイの構成式が説明する通りの挙動をしていて、それらは繰り返し正規圧密川崎粘土を使った実験ともよく一致する。

Asaoka et al. (1997)は、繰り返し過圧密粘土の三軸圧縮試験を、カムクレイモデルに橋口による下負荷面 (Hashiguchi, 1978) を導入した弾塑性構成式を用いて、初期値境界値問題として解析し、実験と対比した論文である。Asaoka et al. (1994b)と同じ構成と内容なので説明は省略する。載荷速度に応じた間隙水のマイグレーションの効果は、正規圧密粘土よりもさらに複雑になって現れる。繰り返した過圧密粘土の速度効果の実験と計算など、この論文を措いて他にないのではないか。橋口の下負荷面概念はこの論文が現れるまで十数年、日本の地盤工学会で正当に評価されることはなかった。(Asaoka et al. (1997)自体も、査読意見もないうまま、なぜか1995年の投稿後2年間、学会の論文集編集委員会に留め置かれた。)

三軸試験の初期値・境界値問題からは離れてしまうが、他に紹介する場所がないので、ここで過圧密粘土の進行性破壊が間隙水のマイグレーションに起因することを書いたAsaoka et al. (1999)とNoda et al. (2000)について触れておく。掘削壁の安定や地滑りの進行性破壊を観察すればわかる通り、荷重が一定でも過圧密地盤は「滑っては止まり、やがてまた滑り始めて、また止まり」を繰り返しながら破壊が進行する。これは破壊域への間隙水の供給が間に合わなくなると破壊域は非排水状態のせん断に移行し間隙水圧が負圧に転じ、一時的に有効拘束圧が増加するからである。やがて間隙水の供給が追い付くとまた滑り始める。

さて、三軸圧縮試験を初期値境界値問題の解析対象にするというのは、初期条件も境界条件もよく分かっている問題であるから、構成式研究にはちょうど良いと考えたのがその理由である。そしてそこから学んだことは数多い。例えば繰り返し正規圧密粘土の「非排水強度」の載荷速度依存性が、間隙水のマイグレーションによる分岐モードのswitchingによることはAsaoka and Noda (1995)に詳しい。Asaoka and Noda (1995)以降、著者らは「粘塑性構成式」とは無縁に研究を進めているが、Asaoka and Noda (1995)などは、そのきっかけを与える典型論文の一つである。著者らは軟化など「材料不安定」と座屈など「構造不安定」を峻別して、しかも両立させる重要性を述べてきているが、Asaoka and Noda (1995)はその典型論文の一つでもある。

繰り返し正規圧密粘土の圧密試験で得られる、 $e \sim \ln p'$ の直線は当時「処女圧縮線」と呼ばれたりしていた。Asaoka et al. (1995)は「処女」が正しい言葉遣いではなく、土をせん断して吸水軟化させれば、その土を何回でも元の「処女」に戻すことが可能で、それを計算と実験で示している。この事実は、「言葉遊び」とは離れて、泥岩のスレーキング (slaking) 挙動の力学的解釈に極めて重要なことは Nakano et al. (1998)で示した。スレーキングは「風化 (weathering)」などではまったくなくて、高い応力集中の下で示す固化した粘土の吸水軟化現象である。

カムクレイモデルは、繰り返し正規圧密粘土の負荷時の挙動しか説明しない。この限界は大きいですが、しかしその限りで見れば、カムクレイモデルの挙動は実験で得られる土の挙動と寸分たがわない。著者らは、カムクレイモデルが弾塑性土質力学の基本モデルであることを、緻密な計算と綿密な実験観察の両者からはっきり知ることができた。これは強調しておきたい。

3.2. Super-sub loading surface Cam-clay model with induced anisotropy

Asaoka et al. (1998), Asaoka et al. (2000a) などいくつかの論文を経て Asaoka et al. (2002)で、この 3.2 の表題の名前を持つ著者らの弾塑性構成式が完成する。しかもこのモデルは 2010 年以降には、不飽和土をも包含する形で、なお成長を続ける。2019 年までこのモデルは、粘土から中間土を経て砂までの、すべての自然堆積土に適用されてきて、5~6 章で述べるように応用上も多くの成果を上げてきた。モデルの誘導とモデルの特性の詳細は、3 章冒頭で述べた Asaoka (2003)に委ねるが、この節ではモデルの根幹を、言葉だけを用いて説明してゆく。

Asaoka (2003)は Cam-clay model の、著者の方法による誘導から始まる。完全に繰り返された正規圧密粘土は、応力比 q/p' を一定に保った $e \sim \ln p'$ 関係を描くと、すべての応力比 q/p' に対し互いに平行な直線群が得られる。これを図 3 に示す (事実 1)。すべての応力比 q/p' に対するこれら平行直線群の定式化は、Asaoka (2003)中の式(2.8)から式(2.11)を参照のこと。図 3 は、繰り返し正規圧密粘土の体積変化が、応力経路に依存せず、初めの応力状態と現在の応力状態とだけによって決まることを示している。したがって、正規圧密粘土の塑性体積ひずみも同様に、初めの応力状態と現在の応力状態とだけで決まり、経路に依存しない。正規圧密粘土とは、塑性学の用語を用いれば、降伏面上に存在する粘土のことであるから、この塑性体積ひずみの式示が、繰り返された正規圧密粘土の降伏関数を与えることになる (Asaoka(2003)の式(2.17))。「経路に依存せず、始めと終わりだけで決まる」という文言は、この降伏関数が、同時に塑性ポテンシャルであることも示唆するから、関連流れ則の導入は自然である。したがって、図 4 のように $q/p' = M$ で、塑性体積ひずみ速度をゼロとおくと、直ちに塑性体積ひずみを履歴 (硬化/軟化) パラメータに取る降伏関数を持つ、そして関連流れ則に従う、カ

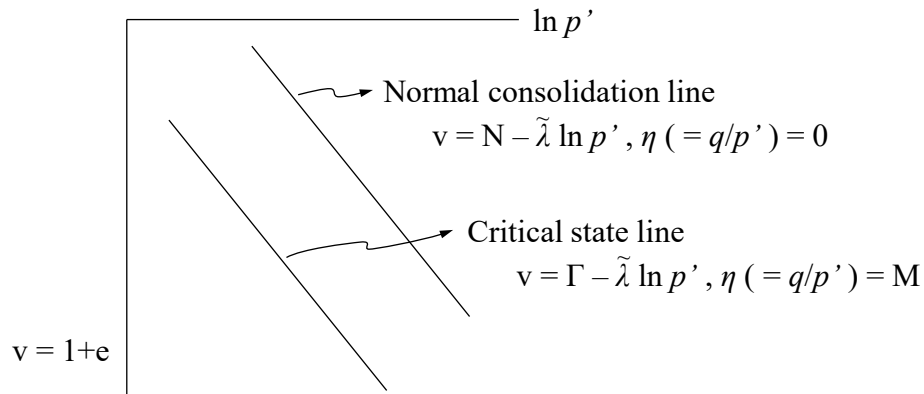


図3 正規圧密線と限界状態線 (based on Asaoka, 2003)

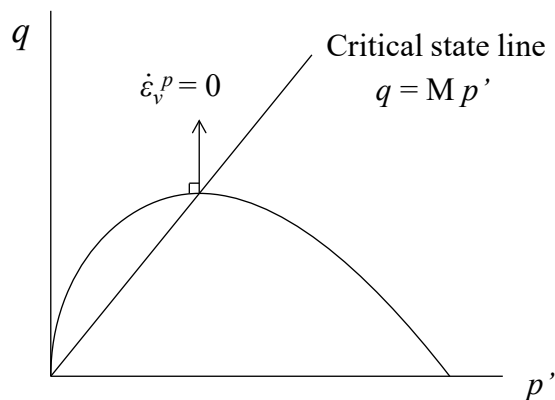


図4 塑性体積ひずみ増分ゼロの状態 (based on Asaoka, 2003)

ムクレイモデルが導かれる。以上はわずか式数行で終わる演算に過ぎない。著者が Asaoka (2003)でカムクレイに関する議論を「 $e \sim \ln p'$ の土質力学」と呼んだのは、以上を強調するためである。図4が表す、有効応力変化がない限界状態 $q/p' = M$ で体積ひずみ増分がゼロという事実は、三軸非排水/排水せん断試験で、Bishop and Henkel (1962)以来、広く知られた実験事実である。これを事実2と呼ぶことにしよう。一方、図3の事実1は、Henkelによる等含水比線 (Henkel(1960))の発見にまでさかのぼることができる。事実1と事実2の一連の実験は、十分に練り返した粘土を正規圧密状態に置き、その後の再圧密・再圧縮挙動と、その後の非排水・排水せん断挙動を調べた結果である。土の力学特性について殆ど何も知られていなかった時代に、この壮大な実験を構想した Bishop には、彼の天才を感じる。

Cam-clay model の要諦は、以下の 4 点にある。①土の硬化は必ず塑性圧縮だけを伴い、それは critical state line $q = Mp'$ の下側でのみ起こる。②土の軟化は、逆に、必ず塑性膨張だけを伴い、それは critical state line $q = Mp'$ の上側でのみ起こる。③そして、critical state parameter M は土ごとに決まっている土質定数で、負荷時に生じる塑性変形に対しても変化することがない。④応力状態が降伏面内部を動くとき（除荷と再載荷）は、土には弾性変形のみが生じる。

残念だが、これら①～③のすべては完全に練り返した正規圧密粘土の負荷時の挙動の特徴であって、④も併せて粘土から砂まで実際にあるどのような自然堆積土にも、全く当てはまらない。しかしそれがどのようにして克服されるかは、Cam-clay model に上負荷面(super loading surface)と下負荷面(sub loading surface)を導入するだけで、十分に説明できる。Super-sub loading surface Cam-clay model のことである。

橋口は Hashiguchi, (1978)で、Cam-clay model の降伏関数の内部にそれと相似な下負荷面 (subloading surface) を導入して、上記の④を否定し、過圧密粘土が再負荷を受けて、過圧密状態から元の正規圧密状態への移行は、弾性変形でなく塑性変形によって達せられることを示した。浅岡らは Asaoka et al. (1998)、Asaoka et al. (2000a)で Cam-clay model の降伏関数の外側にそれと相似な上負荷面 (superloading surface) を導入し、乱されていない粘土は、練り返し粘土にとっては不可能な領域 (状態境界面、Roscoe surface の外側) に状態をとることができて、不攪乱粘土から練り返し粘土への移行を「土骨格の構造の劣化(degradation of structure of soil skeleton)」と呼び、構造の劣化には塑性変形が必要であることを説明した。「Roscoe surface の外側」の言葉からわかるように、乱さない粘土は練り返し粘土に比べ、力が同じならより大きな間隙比で支えることが出来て、間隙比が同じなら乱さない粘土は、練り返し粘土より大きな力を支えることが出来る。これを「乱さない粘土は嵩張っている」と表現し、骨格構造に分かり易いイメージを与えた。下負荷面、上負荷面とも相似中心は $q\sim p'$ 空間の原点である。図 5 参照。下負荷面と Cam-clay model 降伏面の相似率を R (過圧密比の逆数) 上負荷面と Cam-clay model 降伏面の相似率を R^* とおけば、下負荷面と上負荷面の式示は容易だが、関連流れ則を適用して後続負荷面の大きさを決める (Prager の適応条件) には、 R と R^* の物質時間微分を具体的に与える必要が出てくる。これは、過圧密解消の発展則、構造劣化の発展則と呼ばれているが、ともに塑性せん断ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_s^p$ の簡単な一次式で与えて十分であることが確かめられている。この文節の最初に、過圧密の解消にも構造の劣化にも塑性変形が伴うと述べたが、その解消速度、劣化速度の尺度には共通して $\dot{\epsilon}_s^p$ が使われている。さてここでは

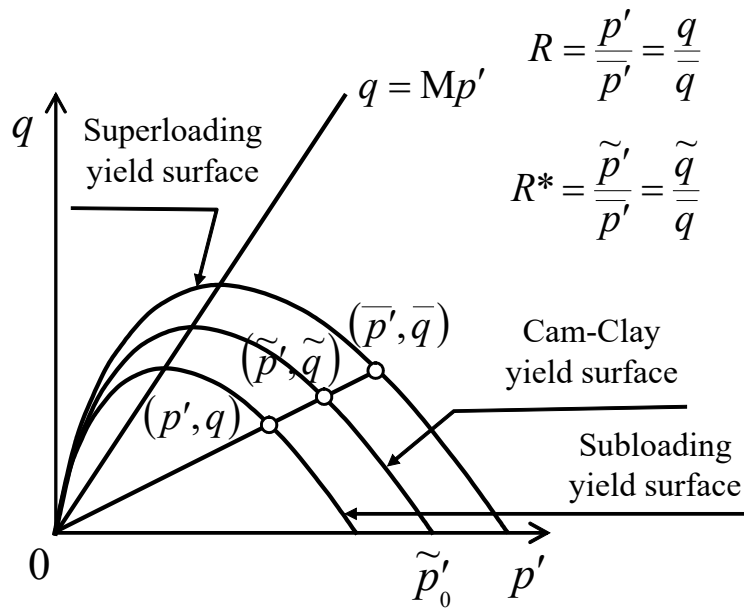


図5 3つの負荷面 (Asaoka, A., 2003)

具体的に適応条件や履歴パラメータの物質時間微分を式示すことはしないが、これらの式からは直ちに、

- ① 過圧密の解消 ($\dot{R} > 0, \dot{R} \rightarrow 1$) は土が塑性膨張する方向に作用し、
- ② 構造の劣化 ($\dot{R}^* > 0, \dot{R}^* \rightarrow 1$) は土が塑性圧縮する方向に作用する、
ことがわかる。

Asaoka (2003)に依拠して Super-sub loading surface Cam-clay model を調べれば理解されるのだが、このモデルでは、硬化と軟化の閾線が Cam-clay model と同じように $q = M_s p'$ で表され、負荷時には Cam-clay model と同じくこの線の上側の領域では軟化、下側では硬化が生じる。しかしだが Cam-clay model とは異なり、 M_s は材料定数ではなく、塑性変形の進行に応じて R と R^* とともにその値を変える状態変数である。詳細は Asaoka (2003)に委ねてここで式示はしないが、この M_s については

- ③ 過圧密の解消は M_s の減少をもたらす、
- ④ 構造の劣化は M_s の増加をもたらす
ことが示される。これらは図6に分かり易く描いた。

塑性膨張と塑性圧縮の閾線は Cam-clay model の限界状態線 $q = Mp'$ のままであるとすれば、 $M_s < M$ のときは $q = M_s p'$ と $q = Mp'$ のあいだの領域では土は塑性圧縮しながら硬化できることになる。また逆に、 $M < M_s$ のときは $q = Mp'$ と $q = M_s p'$ の間の領域では土は塑性膨張しながら硬化することもできる (図6)。つまり Cam-clay model のように、土の硬化は必ず塑性圧縮だけを伴い、土の軟化は、必ず塑性膨張だけを伴うということもなくなってしまふ。

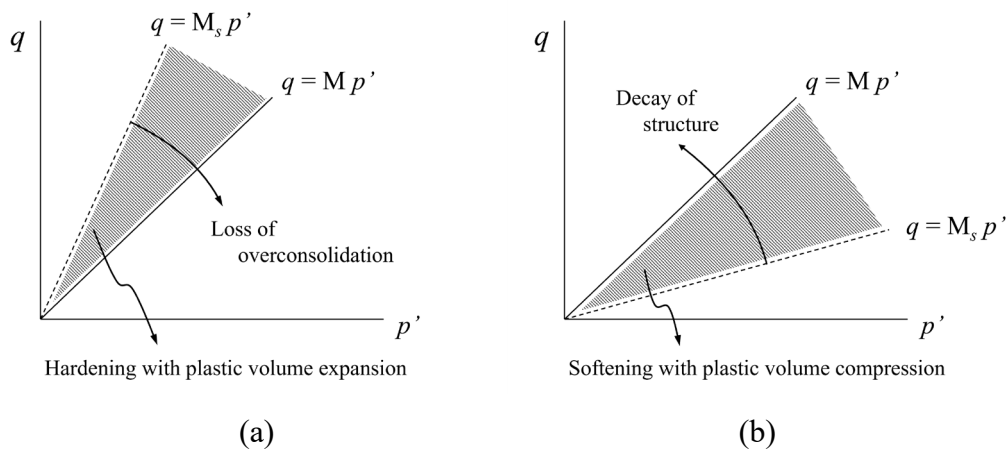


図6 M_s の動き (based on Asaoka, A., 2003)

硬化と軟化の閾線 $q = M_s p'$ の勾配はよく知られているように、内部摩擦角 ϕ' で与えられる。ところが M_s が過圧密と構造の変化に応じて大きくも小さくもなるというのだから、内部摩擦角も実は土に固有の定数ではなくて、小さくもなり大きくもなる。つまり ϕ' は、まるで間隙比にも似て、土の状態変数であることになる。

Cam-clay model の限界状態線 $q = M p'$ の勾配 M は降伏関数の形に依存し、誘導異方性があるときは M も変化する。しかしそれはここで説明を省く。

以上から、最初に Cam-clay model の要諦として述べた①から④までのすべては、Super-sub loading surface Cam-clay model の中で、完璧に否定されたことになる。土はかくして「何でもあり」の自由性を獲得したのである。

構造概念を上負荷面で導入した著者らの最大の業績は、Super-sub loading surface Cam-clay model が砂から中間土を経て粘土まで、すべての自然堆積土に当てはまることを示した点にある。それは図7に示されている。この図の独創的な点は次の二つにある。

①砂から粘土まですべての自然堆積土は、程度の差こそいろいろあっても構造が卓越していて、また程度の差がいろいろあっても、なにがしか過圧密の状態にある。それが塑性変形の進展に伴って、最後には構造を喪失した正規圧密土 (Cam-clay) にもどる。

②砂と粘土の違いは、単位の塑性変形 (塑性せん断ひずみの増分) に対して、構造がはやく壊れるか (砂的) か、過圧密がはやく解消するか (粘土的) で表されるが、決して「一本の線」で分けられるものではなく、粘土と砂の間には連続した深い gradation が存在する。この2点である。

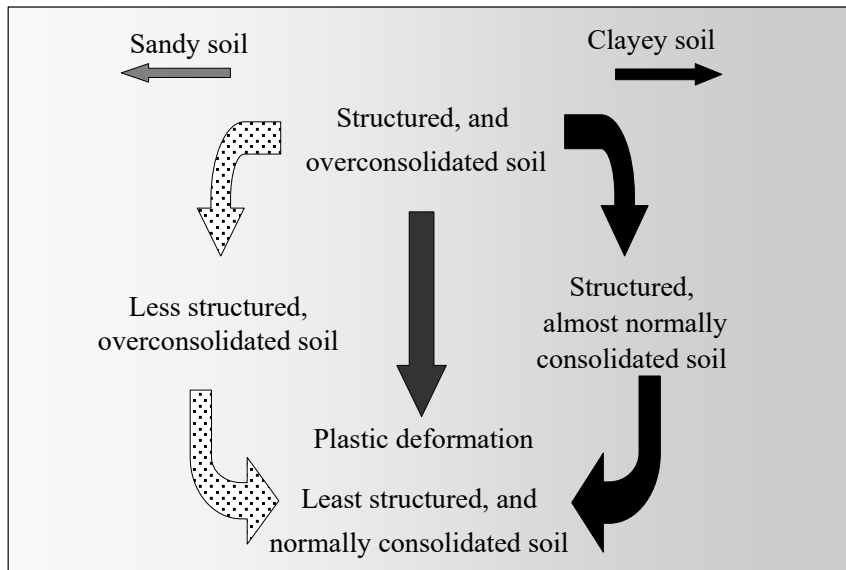


図 7 道筋 S と道筋 C (after Asaoka. et. al , 2002)

3.3. 弾塑性構成式研究の最新情報

塑性変形に伴う土の誘導異方性の進展の議論は、3.2 でふれることはしなかったが、もちろんこの議論も、Asaoka et al. (2000a)、Hashiguchi and Chen (1998)に依拠しつつ、Asaoka (2003)で十分説明されている。しかしここでは、これに敷衍して以下を述べておく。ゆるい砂が非排水せん断時に示す有効応力パスは、Super-sub loading surface Cam-clay model では塑性圧縮を伴う軟化挙動として記述している。普通にはそれで十分である。しかし 2019 年に、この同じ現象を Drucker-Prager model の硬化挙動として表現し直すため Super-sub loading surface Cam-clay model を Drucker-Prager model と融合させるという大きな決断をした。Combined-loading elasto-plastic model と呼んでいるものがそれである。そしてこの新しいモデルによって、砂の液状化時に観察されるサイクリックモビリティがより正確に説明できることを示した。さらに誘導異方性の進展がきわめて速い砂の場合には、この新しいモデルは、一度液状化した地盤でも、次の別の地震でたやすく再液状化が起こりうることもよく説明する。詳細は Yamada et al. (2022)を参照。しかしこの話題は最新すぎて、この招待論文の趣旨である Review of author's own seminal contributions には添わないと考え、これ以上触れることはしない。

4. 計算のアルゴリズム

Noda et al. (2008)を、前後の事情に触れつつ解題する。実はこの前年、香港での招待講演 (Asaoka and Noda, 2007) ですでに“All Soils All States All Round Geo-Analysis Integration” という言葉 (1. introduction 最終行参照) を使っているが、

Noda et al. (2008)こそが、「砂から粘土まで、中間土や人工処理土を含め、あらゆる土を対象 (All Soils) に、変形から破壊まで (All States)、静的と動的を問わず (All Round), 地盤と土構造物に何が起こるかを時刻歴に解析する」アルゴリズムを、初めて論文形式で述べたものである。実は計算アルゴリズムの特許取得のために、2004 年前から算法の公開は3年以上禁じられていたが、2007年に特許申請 (Asaoka et al., 2006、Noda et al., 2013a) に伴う縛りから解放されて、あらためてその内容を、分かりやすい例題も添えて、論文に書き下したものである。計算のアルゴリズムは「ジオアジア」と呼んでいるが、この名前は “All Soils, All States, All Round Geo-analysis Integration” に由来している。

多相混合体の連続体力学に基づいて、「慣性力対応のダルシー則」を通じ水相が土骨格相の運動に与える制約条件のもとで、土骨格相の速度型運動方程式が積分される。運動方程式の速度 (増分) 形をとるときに現れるすべての非線形項を解析の最初から取り込む、いわゆる有限変形解析であって、不静定を補う構成式はもちろん、速度型の弾塑性構成式、Super-sub loading surface Cam-clay model with induced anisotropy である。誘導異方性の円滑な導入のため降伏面には modified Cam-clay model が使われている。modified Cam-clay model の使用は 1998 年以降、すべての研究論文に共通している。そして 2004 年以降のすべての数値解析は、すべてこの Noda et al. (2008) のアルゴリズムで計算されていて、例えば 2.4 で紹介した Noda et al. (2007) などもそうである。変形を経て破壊に至る問題は、ひずみ制御であろうと荷重制御であろうと、静的/動的を問わず運動方程式の積分によって解析されている。

これまで地盤工学には様々の数値計算のツールがあったが、それらはすべて専用ツールでしかなかった。粘土専用でしかも圧密変形専用ツールとか、砂専用でしかも液状化専用ツールなどである。砂が液状化したら、地震が終わるとつぎにはその砂は驚くほど大きな圧密変形をする。しかしこれには、今挙げたどの専用ツールも対処できない。

液状化などと気安く言うのはいいが、もともと地震のときに砂が液状化するのかしないのか、あるいは締固まるのか、何が起こるかは、必ずしも前もって自明ではない。地盤解析のツールというのは、地盤に作用するさまざまな外乱の時系列を与えたとき、地盤にどのような順で何がどのように起こるか、それを示すものでなければならない。変形か破壊か、破壊のあとはどうなるかなど、それもつぎつぎとどうなっていくか、これを教えてくれるのでなければ、本来「解析」の名に値しないであろう。6.3 の末尾も参照のこと。少し厳しい言い方になるかもしれないが、重要なのでもう少し具体的に話を続ける。

専用ツールは、専用ゆえに元々矛盾がある。粘土地盤の圧密専用ツールというのは、粘土地盤に圧密変形が起こるとわかっているからこそ、ようやく使えるツ

ールである。しかし粘土地盤に圧密だけが起こり、滑り破壊は決して起こらないと事前に確信できているのならば、もう問題は「解析済み」なのであって、ツールなどはもはや必要でない。何が起こるか分かっているのはじめて使える専用ツールが矛盾であるのは、このことを言う。何が起こるかはっきりしないときにそれを明らかにするのが解析であって、沈下は何 cm かなど本来の解析の仕事ではない。

最近、砂の液状化専用ツールのあと、今度は液状化後の砂の圧密専用ツールができたらしい。しかしこのように、専用ツールがつぎつぎに別の新しい専用ツールを必要とするのも、実は専用ツールの、専用であるがゆえの限界を示している。

専用ツールと比べると逆に、Noda et al. (2008)の算法こそは、これ一つで、砂から粘土までどのような不均質な地盤であっても、変形か破壊か事前に思い煩うこともなく、静的問題か動的問題化かの事前の区別も必要なく、外乱の時系列を入力するだけで、地盤の応答はすべてが時系列で出力されてくる。これがこのNoda et al. (2008)の結論であって、頼もしいことである。方法は真の完成を目指してまだまだ改善されてゆくが、専用ツールを否定する著者らの姿勢は、序章で述べた「ゴール goal」とともに、間違っていないとあらためて言っておきたい。

5. 砂の締固めと粘土の二次圧密

5~6章では2008年前後を挟んで、Super-sub loading surface Cam-clay model with induced anisotropy を用いた事例研究を説明する。2008年までの5章の内容は、ほとんどがAsaoka (2008)に網羅されている。Asaoka (2008)はAsaoka (2003)と同じく、完璧な日本語版も用意されていて、便利なことも同じである。5章では砂地盤の締固めと粘土地盤の二次圧密に分けて、主だった事例研究4、5編だけを紹介する。しかしどれも理論的な説明の部分は難解である。個々の論文に当たる前に、まずAsaoka (2008)の通読を勧める。

5.1. 砂地盤の締固め

砂から粘土までを説明する図7を、5章の便宜のためにさらに書き加えて図8に掲げる。構造の劣化の過程で砂質地盤では締固めないし液状化が起こり、粘土では二次圧密が起こることを表している。構造の劣化は平均有効応力 p' の上昇を伴わず、微細な繰り返しせん断だけで起こることが重要だが、それを構成式応答で示したものが、図9と図10である。一目瞭然なので説明することはしない。図9はAsaoka et al. (2002)の表題の“two distinct volume change mechanisms”が何を意味するかも示している。図10中の表の数値からは、繰り返しせん断による正規降伏面と上負荷面の拡大も示しているが、これは締固め中に何度も起こる再負荷の度に砂が弾塑性応答し、これが両負荷面を膨らませているからである。つ

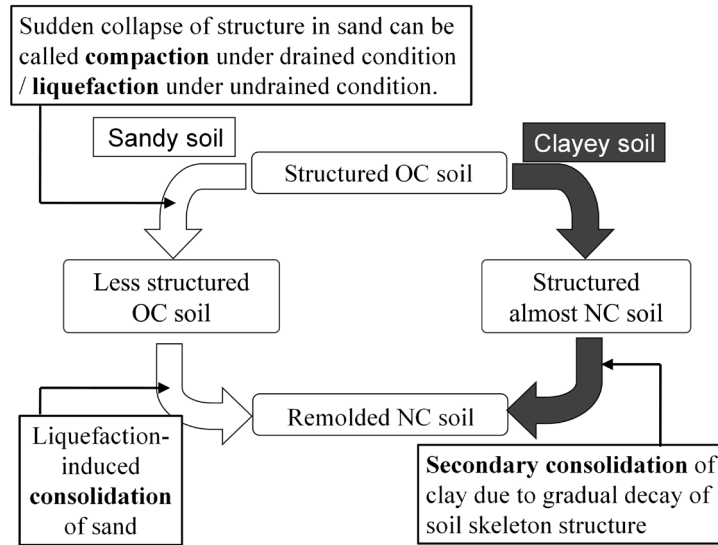


図 8 砂と粘土の違い (based on Asaoka, A., 2009)

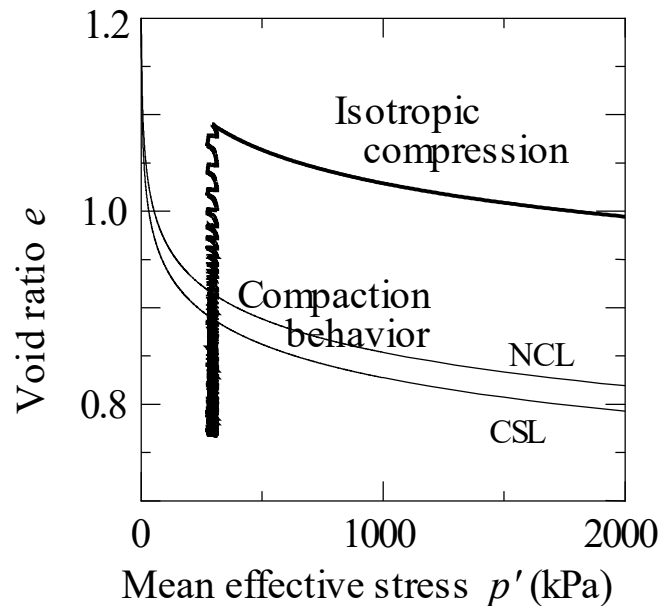


図 9 砂の締固めと等方圧密試験 (Asaoka, A., 2003)

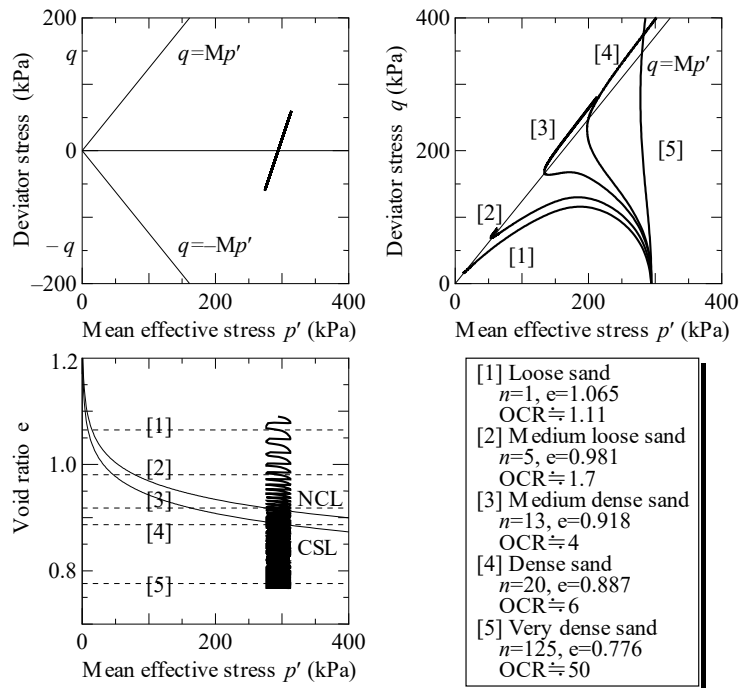


図 10 緩い砂の締固め (Asaoka, A., 2009)

まり繰り返しせん断によって、砂とその下負荷面上の現応力は大きく除荷を受けたのと同じ状態になっていて、過圧密比の定義に「過去に受けた最大荷重」の概念はまったく必要のないことを示している。むしろ砂質土については、過去に用いられていた過圧密の定義は完璧に間違っていて、現代土質力学研究者には却って有害でさえある。詳しくは Asaoka (2003) や Asaoka et al. (2002) を参照。

Noda et al. (2005a) は砂杭拵径による緩い砂地盤の締固め問題に、上記の締固め計算を応用した事例研究である。緩い砂地盤は地震時に液状化するので、締固めによる地盤改良がおこなわれる。

締固めは砂地盤中に新たに砂を杭状に注入して行われる。それで Sand compaction piling method と呼ばれている。この工法では最初に、中に砂の入った casing pipe を砂地盤最下部まで貫入させ、つぎに、砂を残したまま 50 cm ほど casing pipe を引き上げ、その後再び casing pipe を 30 cm ほど下方に打ち戻す。そうすれば casing pipe の直径以上に拵径された砂杭が 20 cm ほどできることになる。これを繰り返しながら徐々に casing pipe を砂地盤上端まで引き抜いてくる。これを模式的に図 11 に示す。そうすると casing pipe の上げ下げが 20 cm ごとに一回ずつ繰り返されることになり、casing pipe を取り囲む元の現地盤の砂は、casing pipe と砂の間の摩擦により、数十回以上の繰り返しせん断を受けて、徐々に締め固まってゆく。この様子は計算機の中で図 12 のように観察される。図は隣り合う砂杭間の半分の領域を示している。

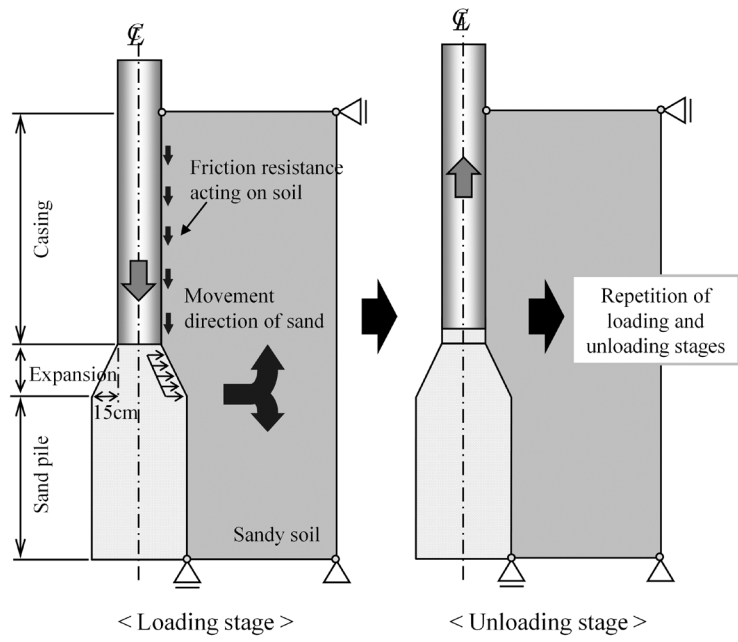


図 11 サンドコンパクションパイルの打設 (based on Asaoka, A., 2009)

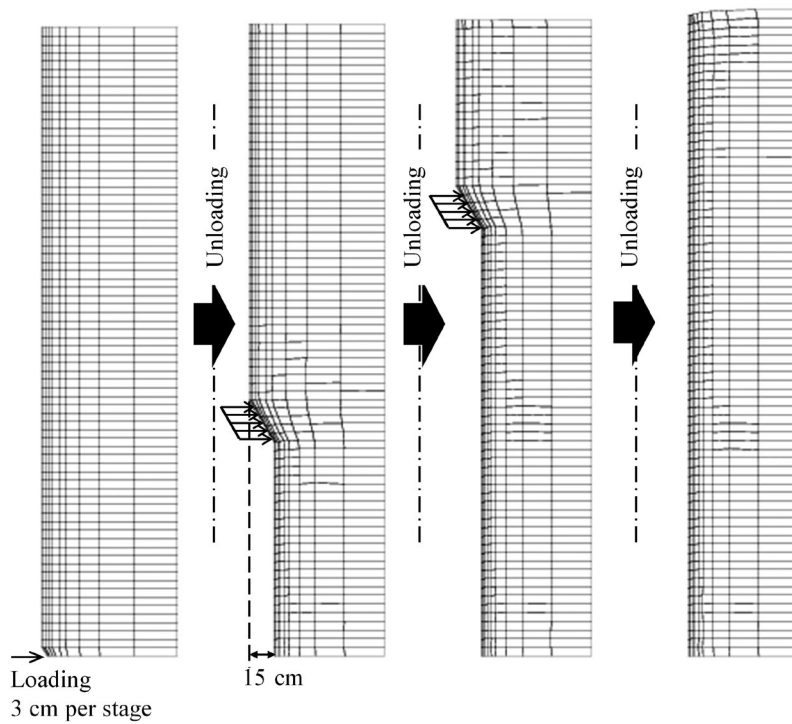


図 12 砂杭打設による地盤の変形 (Asaoka, A., 2009)

典型的な計算結果を図 13 に示す。これは地盤の中ほどの丸印をつけた砂が締め固まってゆく様子を示したもので、a,b,c,d は casing pipe の下端がその位置を通過するときのものであることを表す。casing pipe 下端が地盤最下端 a から地盤中ほどの b まで上がってくる間に、地盤中ほどの丸印の砂は、すでに十分に締め固まっている様子をはっきり見て取れる。長い間 Sand compaction piling method に携わる技術者はこのことを知らず、丸印の横を casing pipe が通過して砂杭を拡張するとき締め固まると考えていた。casing pipe を細かく多数回上下動させる、たとえ微小振幅でもこの多数回の繰り返しせん断の蓄積が、この工法の神髄であることは、Noda et al. (2005a) が現れるまで、技術者には知られていなかったのである。

砂の地盤改良前後のせん断特性の変化は、三軸圧縮、伸長試験によって図 14 に示す。改良されたこの砂地盤は、もはや液状化の危険はない。

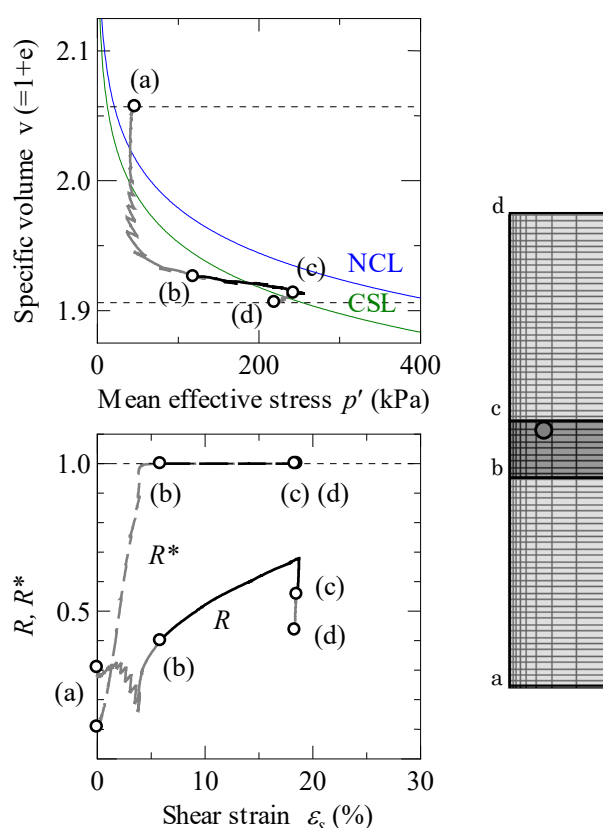


図 13 一連の改良過程における土要素の圧縮挙動 (Asaoka, A., 2009)

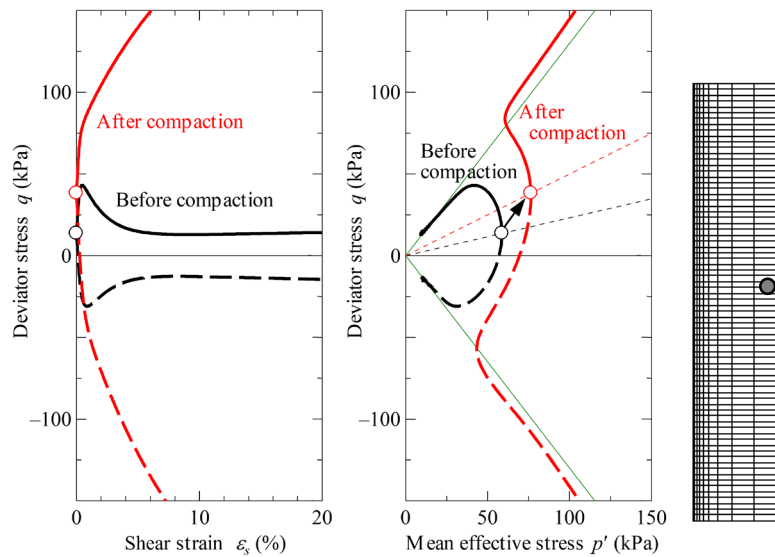


図 14 改良前、改良後の非排水せん断挙動 (Asaoka, A., 2009)

5.2. 粘土地盤の二次圧密

上負荷面概念は当初、どうしても粘土の二次圧密と結びつけて披露しなければならなかったと考えていた。これは 1998 年当時でもまだ、日本の構成式研究では、「時間効果」や「速度効果」などいろいろの言葉が使われたが、それら時間依存性は、著者らの研究グループを除いて、「粘塑性 visco-plasticity」概念による説明に委ねられていたからである。しかし本節で説明するように、粘土の二次圧密は現れ方が実に複雑で、単純極まりない粘塑性概念ひとつで簡単に説明できるような現象では、まったくくない。

上負荷面を最初に発表した Asaoka et al. (1998)では、粘土の二次圧密をつぎのように説明している。分かり易さのため一次元圧密圧縮を例にとる。図 7、図 8 をもう一度眺めていただきたい。

自然堆積の粘土が、初期にたとえかなり過圧密で、そのため初期に $M_s > M$ の状態にあっても、粘土は、過圧密の解消/正規圧密化が骨格構造の劣化よりはるかに速く進行する。構造が発達した粘土では K_0 状態のような低い応力比のもとでも、負荷による塑性変形の進展（正規圧密化）によって M_s が M より小さくなって、荷重があるレベルを超えて大きい時には、やがて $M_s p' < q < M p'$ の応力状態に達してしまうことになる。 $M_s < M$ のとき粘土が $M_s p' < q < M p'$ の領域にあれば、すでに 3.2 で説明したように、粘土は軟化しつつ、塑性圧縮が進行する。3.2 の図 6 も参照のこと。つまり荷重が一定とすると、軟化だから有効応力の低下し、間隙水圧は消散でなく新たに上昇しながら、しかし圧縮（圧密沈下）が進

行するのである。この状態を一次元の鉛直有効応力 σ_v' と間隙比 e の関係で図 15 に示した。間隙水圧が消散しないのだから、これが圧密を遅らせる原因になる。負荷が継続して塑性変形がなお進展すると、やがて構造の劣化も進展し始め、これに伴い M_s が大きくなって M に近づいて行くから、 $q < M_s p' < M p'$ となって、この粘土は軟化から硬化状態に転じ、通常の圧密、間隙水圧の消散を伴う圧縮に戻る。Asaoka et al. (1998) では、これが遅れ圧縮（二次圧密）の本質だと説明した。粘土では、構造の劣化は大きな塑性変形をともなう。だから遅れ圧縮（二次圧密）が起こるときは、大概の場合大沈下をも予見させることとなる。

著者の研究グループによる、自然堆積粘土地盤の盛土载荷による二次圧密や大変形、滑り破壊などに関する事例研究は 2000 年代に入って数多い。「その荷重の大きさで、その地盤には二次圧密が起こるのか否か？」の判定基準さえ提案している。代表的な事例研究を 3 編 (Noda et al., 2005b, Inagaki et al., 2010, Takaine et al., 2010) をここに掲げる。これらの文献では、主に常磐高速自動車道の神田地区の盛土直下で観測された遅れ圧密大沈下の事例が取り上げられている。Asaoka (2003) と Asaoka (2008) も参照のこと。

図 16 は当該現場での沈下の実測記録である。盛土は 1985 年に完成した。現場の soil profile は有限要素解析の図を用いて図 17 にその概略を示している。盛土荷重の大きさと载荷速度は図 18 に示した。大荷重で急速载荷だが、それが可能であったのは、図 17 に示すように地盤上層の厚い砂層の存在による。この砂

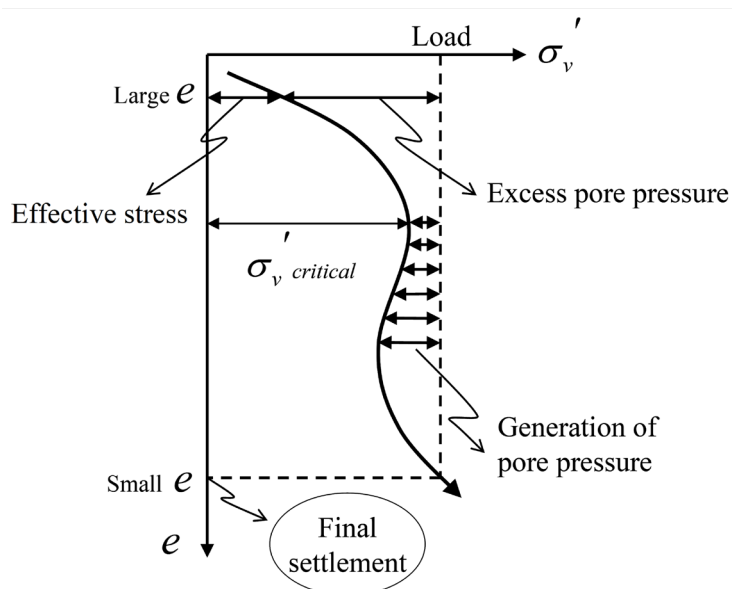


図 15 一定荷重下での軟化 (Asaoka, A., 2003)

層のためにサンドドレーンなどによる地盤改良なしで大荷重の荷重が可能になり、それが原因して、遅れ圧密と大沈下が起こってしまった。これが解析を通じて明らかになった最大の結論である。解析結果の図 19 を先に掲げて荷重の大きさが決定的だったことを示す。

図 16 に示すように、沈下～時間関係は、指数関数のように滑らかではなく、最初の 20 年近くはあたかも階段を降りるように、ギクシャクと進行している。この間に間隙水圧の上昇を幾度か観測しているが、その一例を図 20 に示す。

驚くべきは、盛土中央直下粘土層の中間部分での比体積 (specific volume) $1+e$ と平均有効応力の関係であり、それは図 21 に示す。図 15 と対応していて、図中の滑らかな破線は、盛土幅が無限に広い場合、つまりどの土要素にも一次元圧縮しか生じないときの要素挙動である。

しかしもちろん図 21 は、砂の締固めの図 9、図 10 と対応させて見なければならぬ。砂はあっという間に締め固まるが、粘土は 24 年もかかってようやく「締め固まった」のである。締固めは繰り返しせん断による骨格構造の劣化によって起こる圧縮のことで、平均有効応力 p' の増加は必要でない。これも図 21 によく表れている。粘土の遅れ圧縮の場合、上記繰り返しせん断は「多次元圧密」ゆえの間隙水の複雑なマイグレーションに起因して起こることも、計算で確かめられている。粘土の「二次圧密」は砂の締固めに対応する現象で、それはすでに本章冒頭の図 8 に示していた。どんな粘土でもどんな荷重でも「二次圧密」が起こってしまう粘塑性理論では、全く説明が困難な現象だったのである。

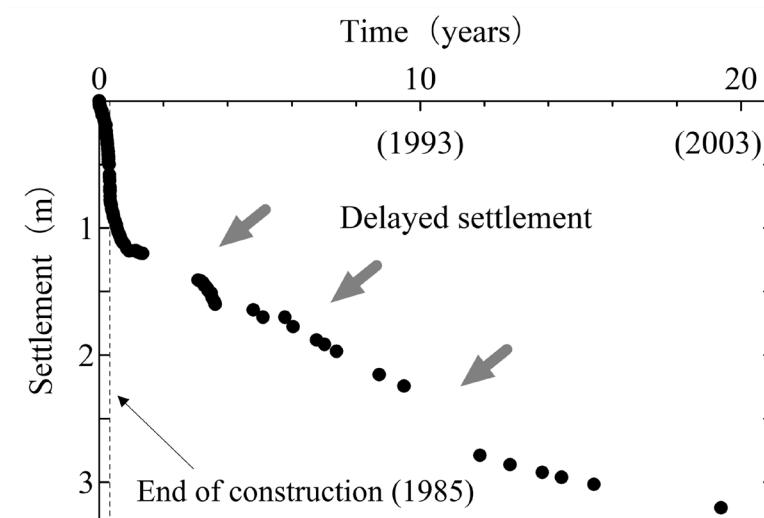


図 16 常磐自動車道における長期沈下 (based on Asaoka, A., 2003)

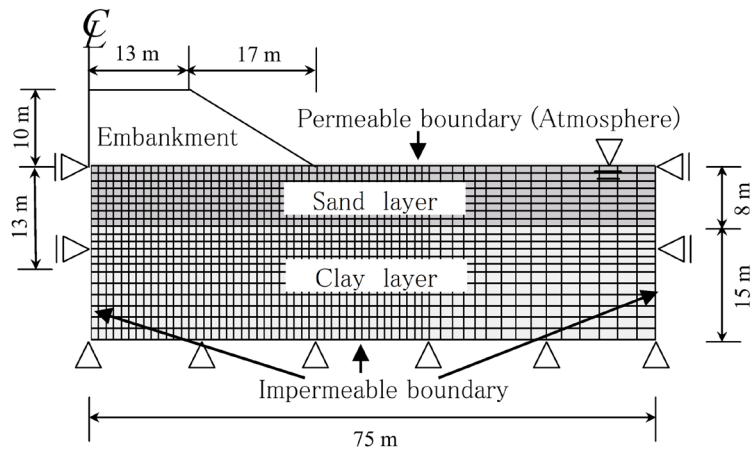


図 17 地盤の境界条件 (Asaoka, A., 2003)

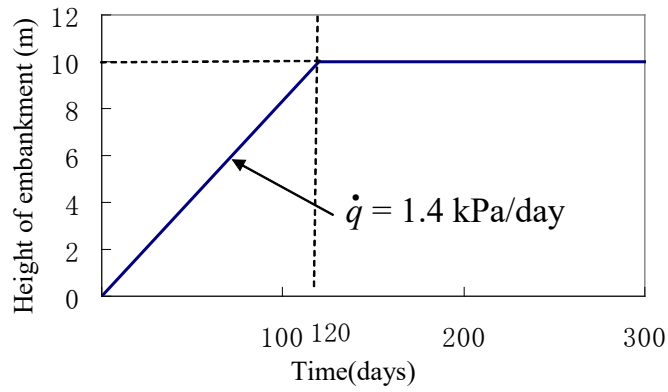


図 18 荷重～時間関係 (Asaoka, A., 2003)

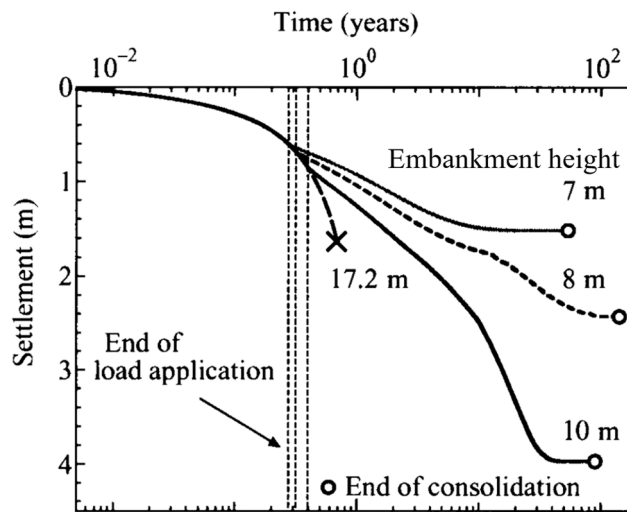


図 19 盛土高さに応じてさまざまに変化する沈下時間挙動 (based on Noda et al., 2005b)

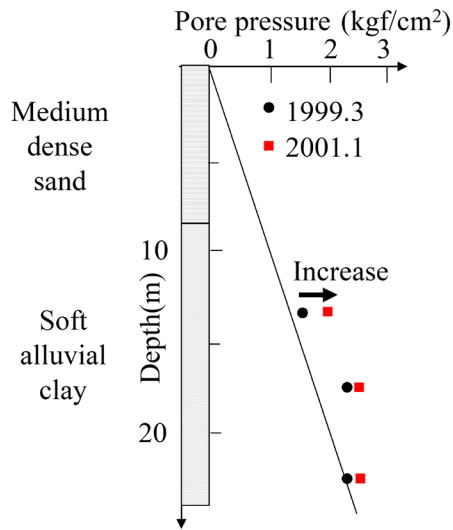


図 20 間隙水圧の上昇事例 (Asaoka, A., 2003)

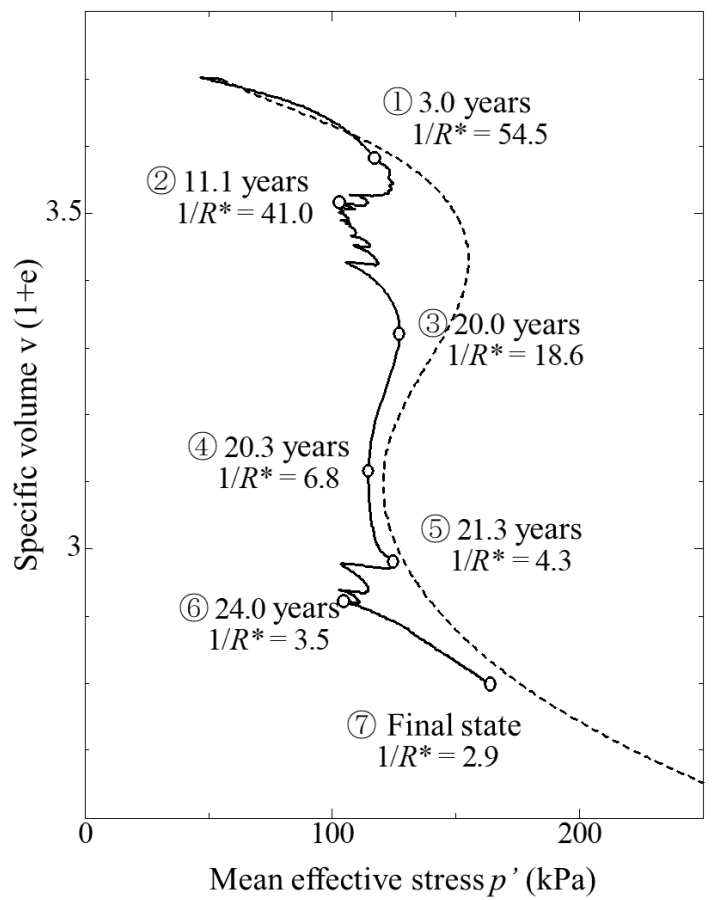


図 21 盛土中央直下粘土層の中間部分での $v \sim p'$ 関係 (Asaoka, A., 2003)

5.3. 鋭敏比と圧縮指数比をめぐる話題

上・下負荷面が導入されたカムクレイモデルの、過圧密と構造の程度を表す R と R^* の発展則（説明は3.2）の中に含まれるパラメータの決定のためには、土台になるカムクレイモデルのパラメータ決定のための完全練返し粘土の圧密圧縮試験、せん断試験のほかに、もう一つ、現場で採取された乱さない粘土の圧密圧縮試験、せん断試験の二組の試験が必要である。とくに後者は、土の過圧密比、構造の状態の初期値 R_0 、 R_0^* の決定のためにも、欠くことはできない。乱さない粘土の実験がなぜ必要か、あるいは乱した粘土と乱さない粘土の比較がなぜ必要か、これを理論上初めて明らかにしたのが **Super-sub loading surface Cam-clay model** と言って全く間違っていない。カムクレイモデルや日本におけるその垂流モデルには、練返し粘土と乱さない粘土に差があることを、モデル自身は全く説明できないからである。

乱さない粘土と乱した粘土の違いは、なによりも鋭敏比 S_t を介してよく知られている。非排水せん断強度の比で、乱さない粘土の初期構造が発達しているほど、この比は大きい。ここではさらに、圧縮指数比 C_c/C_{cr} を紹介する。その定義は図22に与えられていて、これ以上の説明は必要ない。圧縮指数比は、単位の塑性変形に対する構造劣化の速度の大きさを表す尺度を与えている。鋭敏比や圧縮指数比などは、**Super-sub loading surface Cam-clay model** にとっては、れっきとした解析対象で、それらの測定はモデルの発展則パラメータや、構造と過圧密に関する試料の初期値を決めるうえで、きわめて重要であることはすでに述べた。

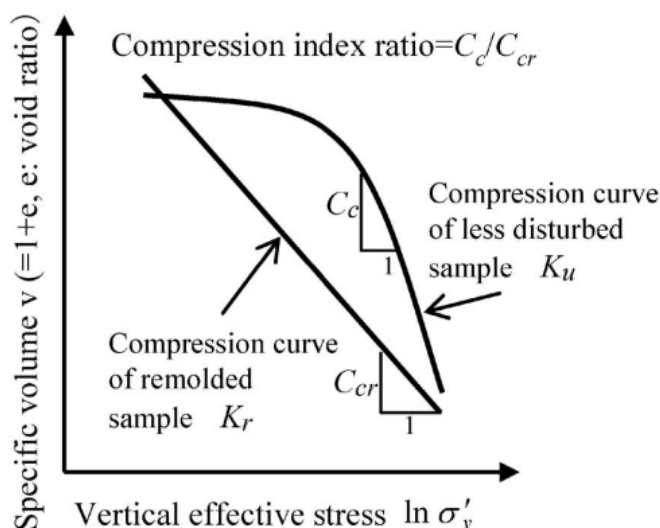


図22 圧縮指数比の定義 (Inagaki et al., 2010)

さて、長期遅れ大沈下（二次圧密）が起こる可能性は、鋭敏比と圧縮指数比を組み合わせて事前に予測できることが、2010年になって示された。その自然堆積の粘土地盤は、骨格構造がどれほど発達しているのか、またその構造は壊れやすいのかどうか、それを見れば予測できるというものである。

結論を言えば、鋭敏比8以上、圧縮指数比1.5以上の地盤では、「圧密降伏荷重（ $e-\ln p'$ 曲線の最大曲率点）」を跨ぐ大荷重をかけるとき、ほとんど例外なく、必ず長期遅れ大沈下が起こっている。それを図23に示す。この軟弱地盤工学で特筆すべき発見は、日本の北端の北海道岩見沢、江別からはじまり、東北の大沢郷、本州伊勢、長島そして、日本西端の九州武雄に至るまで、全国11か所の軟弱地盤上の高速道路盛土における、100を超える現場を渉猟して得られた成果である。図23は Super-sub loading surface Cam-clay model に通暁した JH (旧道路公団) の現場実務技術者稲垣太浩 (Motohiro) 博士と、名古屋大学土質力学/地盤工学研究室の田代むつみ博士らによって作成されたことを付記する。

一つ付け加えておくと、乱さない過圧密の自然堆積粘土試料による標準（1次元）圧密試験では、圧密降伏荷重を跨ぐあたりの大荷重載荷の時に、「沈下の加速化」が生じることなど、2次圧密が示す特異な現象は、カナダ、ケベックの Laval 大学の Leroueil や Tavenas らによって1985年にはすでによく知られていた。Asaoka (2003)中の Fig.7.9 , Fig.7.11 を参照のこと。ところが日本では

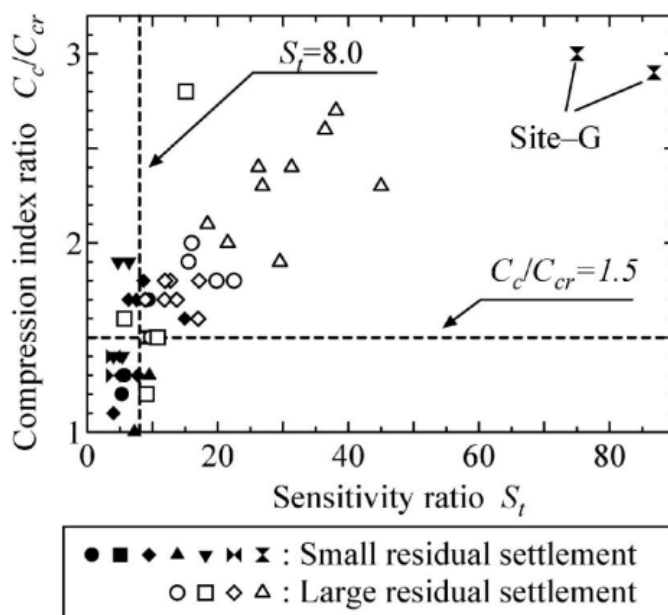


図23 鋭敏比と圧縮指数比に基づく分類 (Inagaki et al., 2010)

1990年代末まで、日本の粘土の構成式研究は、乱した粘土と乱さない粘土の差に、理論的にも実験的にも深い考察を傾注しなかった時代であった。だからこそ、砂のことも分からないままにされてきた。しかしこの偏った日本の粘土の構成式研究が災いして、鋭敏比も、圧縮指数比も、2022年の現在まで、未だその測定の学会基準さえ日本にはない。この過ちは、どうしても述べておきたい。

6. 地盤の振動と震動

6.1. 地盤の支持力と地響き

Yamada and Noda (2013)はNoda et al. (2007)で取り上げたのとまったく同じ地盤条件と境界条件を用いて、剛な載荷板を介しての変位制御載荷と荷重制御載荷とで、地盤応答がどのように異なるかを詳細に調べたものである。

変位制御と荷重制御とで、荷重～基礎の沈下関係がどのように異なるかは図24に示す。荷重制御の場合、載荷版にかかる荷重と、地盤が載荷版を下から支える反力は、荷重のピーク（図25のa点）以後釣り合わなくなり、地盤の加速度運動が始まる。運動方程式は連続体の内部では、双曲型の波動方程式に帰着することは弾性理論の初歩としてよく知られているが、弾塑性地盤も同じことで、地盤はa点を過ぎて振動し始める。その詳細は図25に示した。地盤が地響きを立てて壊れることは、誰でもよく知っている。しかしそれを計算で再現する試みは少なかったと思う。

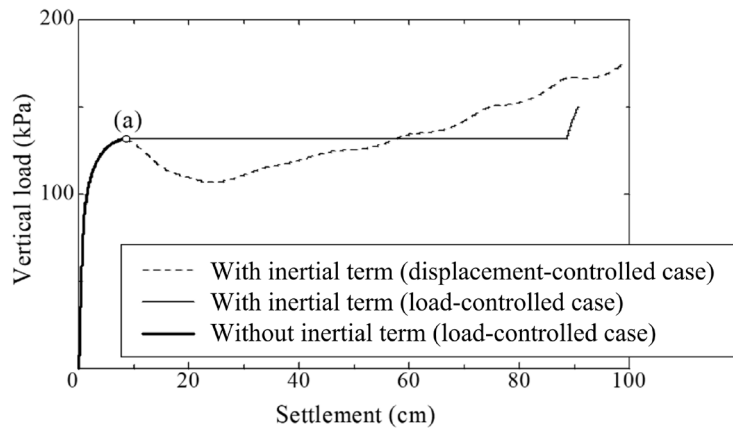


図 24 鉛直荷重～沈下関係（荷重制御、based on Yamada and Noda, 2013）

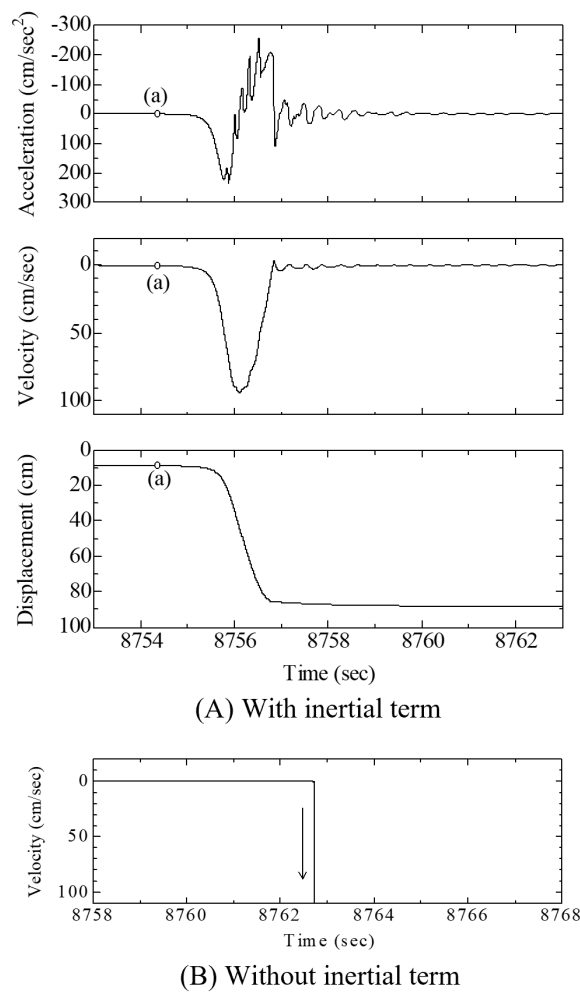


図 25 基礎中央の節点における加速度、速度、変位の時刻歴（荷重制御、based on Yamada and Noda, 2013）

Noda et al. (2013b)は、Asaoka and Noda (1995)と同じ問題を、運動方程式の増分形を基礎方程式に取り直して、改めて解き直したものである。Shear band が形成されるときにはいつでも供試体は振動する。言うまでもなく、「準静的問題」を解いてもこのような現象が観察されることはまったくなかった。

6.2. 地震時の表層地盤の運動と変状

1995年1月の阪神淡路地震のときに、あのように大規模な地盤変状が、僅か十数秒の地震中だけで起こるはずなどない。著者は当時から疑問に思っていた。神戸市の山を越えて北側の宝塚の斜面崩壊は翌日に起こったとか、砂地盤でもポートアイランドの駐車場の噴砂・噴水は正午まで続いたなど、それ以外にも地震の後になって起こった地盤変状は、各種、数多く目撃され、また知られている。

Noda et al. (2009)は、自然堆積粘土地盤の地震後の遅れ破壊の現象を論じた、おそらく最初の論文である。このような遅れ破壊の主たる原因は、もちろん地震中の大きな繰り返しせん断のために、自然粘土の土骨格構造が大きく乱されるからである。骨格構造の破壊は塑性圧縮を伴うが、間隙水の排水には、何日、何か月か、さらに何年のがかかり、地震中あるいは地震直後何も変状がなかったのに、ゆっくり時間をかけて地盤破壊が進行する。阪神淡路の地震は1995年1月だから、地震による地盤変状の時間遅れのことを力学計算した論文 (Noda et al., 2009) を発表したのが2009年とすると、その研究成果に辿り着くのに、実に14年もの歳月を要したことになる。これもまた酷い遅れではある。

地球の地震に関する問題の大半が弾性波動理論の枠内にあるとしても、地震被害のほとんど全部は、非線形応答する粘土/砂の互層からなるごく表層の不整形地盤で起こっている。だから、地震による地盤変状の問題は地盤工学者/土質力学者が解決する以外には、誰も解決してくれない。液状化と液状化に伴う地盤の側方流動だけが地盤変状でないことも、よく知っていたほうがよい。上に述べた地震による粘土地盤の時間遅れ変状は措いても、地盤工学による解決を待っている地盤変状の問題は多いはずである

ひとつ例を挙げる。2008年6月の岩手宮城内陸地震のときに、一関の西で測定された地震記録は地震学者たちの大変な注目を浴びた。気乾状態でよく締まった表層の砂地盤上で測定された地震記録は、普通ではありえないような大きさの加速度を持つ、しかも大変な「片揺れ」の地震動であったことを示した。図26がそれである。この地点の地下260mの岩盤で測られた地震動は鉛直水平とも最大値が500ガルほどのものであったから、図26の大きな増幅は驚くべきものであった。表層の上下動を見ると、上向きが4g、下向きが1gだから、地震学者の一人は、見戯のように「トランポリン効果」と呼んだりしていた。しかし同時にこの表層砂地盤では20cmの隆起があったことも報告されていた。この

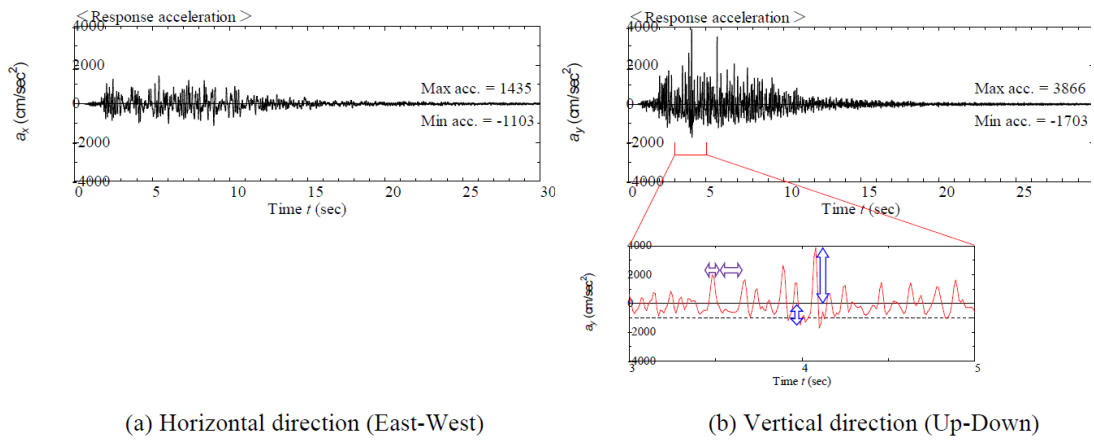


図 26 KiK-net, IWTH25 (一関西観測点) における地表での加速度記録 (Asaoka et al., 2012)

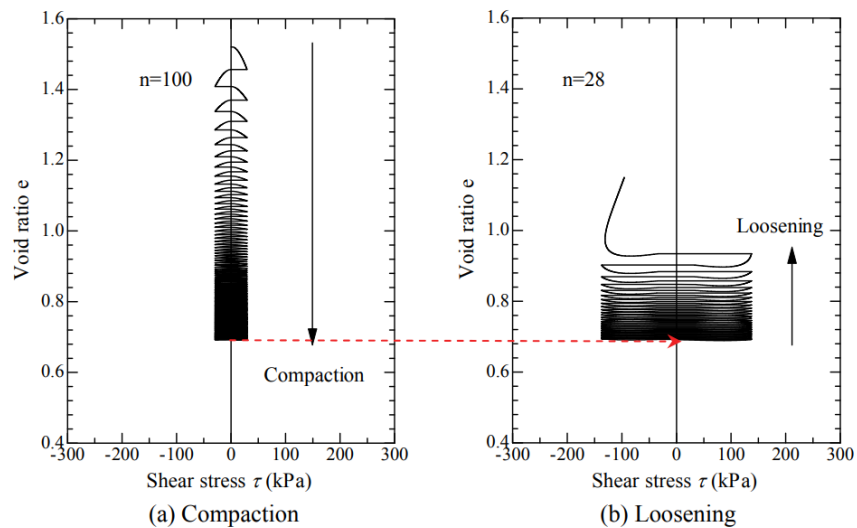
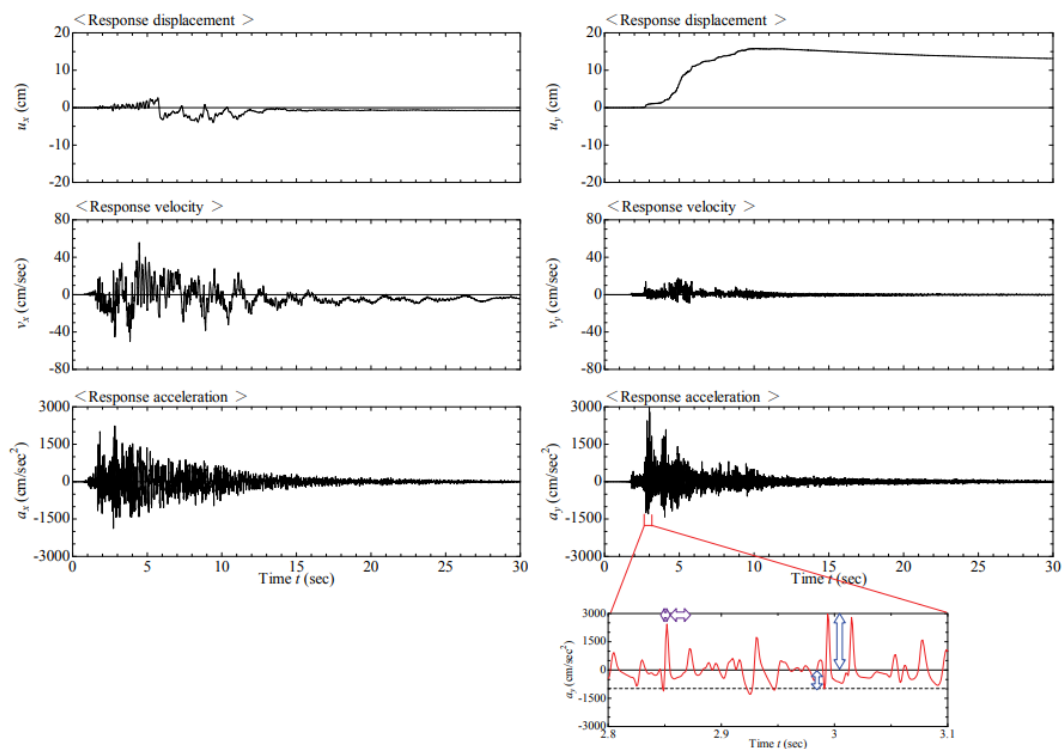


図 27 土の締固めと緩み (Asaoka et al., 2012)

隆起を聞き著者らの研究グループは、この地盤変状はごく表層の厚さ 10m にも満たない (表層乾燥部分はまだ薄いかもしれない) 締め固まった砂地盤の「緩み、loosening」が原因だと直ちに理解して、すぐに解析を始めた。Super-sub loading surface Cam-clay model を開発してもう 10 年も経っていたから、砂の締固めも緩みも、図 27 に見るように、すべて簡単に計算できる対象になっていたのである。解析結果を図 28 に示す。観測と何も変わることはなかった。以上の詳細は Asaoka et al. (2012) 参照。あっという間の一件落着で、それ以降地震分野で「トランポリン効果」は話題に上がることもなくなってしまった。



(a) Horizontal direction (East-West)

(b) Vertical direction (Up-Down)

図 28 地表の応答（解析結果、Asaoka et al., 2012）

6.3. 堆積盆地の地震危険度

最後に、2011年3月の東北地方太平洋沖地震での浦安の地盤の液状化被害をきっかけに、著者らの研究グループが学んだ事柄を述べる。詳細は Nakai et al. (2015)、Nakai and Asaoka (2019)などを参照。堆積盆地内の傾斜地盤で見られた地盤震動である。

東京、名古屋、大阪など日本の大都市は、殆どすべてが堆積盆地に立地していて、建物始め河川堤防まで、殆どが軟弱地盤の上にある。堆積盆地は盆地の端（傾斜地盤上流側）からいつも表面波を発生させる。ところが堆積盆地の内部には無数の小さな堆積盆地、傾斜した不整形の軟弱地盤、が存在している。そしてもちろん、これら無数の不整形の傾斜した軟弱地盤も表面波の発生源になる。だから大都市は、地震時には常に、工学基盤から直達するS波だけではなく、（このS波とも複雑に干渉する）長周期で長時間継続/滞留するのが常の、表面波（とくにレイリー波）の地盤震動にもさらされている。表面波の発生に傾斜は1%~3%で十分なのだから厄介である。

東北地方太平洋沖地震では、震源から 500 km も離れた浦安市で、旧市街から下流側（海側）で、粘土分を大量に含んだ表層の埋め立て砂地盤が、5 分間以上も継続して、液状化した。震源から十分に遠く直達 S 波が最大でも 50 ガルにも達しなかったとき、この液状化と地盤災害は、上記表面波を抜きにしては、まったく説明できなかつたのである。

東北地方太平洋沖地震以来、熊本地震においても、表面波を含むこの方面の研究は今も著しい進歩を遂げている。この論文で記す余裕はすでに無くなってしまったが、読者の検索力に期待する。

余談だが以下は述べておく。傾斜とか表面波とか難しいことを述べたが、それは Noda et al. (2008) で述べた汎用的な算法が運動方程式を誤りなく積分して、「自動的にはじき出してきた」ものである。地表の速度ベクトルが後ろ向きに回転しながらも前に進む動画を見て、幾人かの地震学者に「弾性体でなく、水～土 2 相系の非線形弾塑性地盤でレイリー波を見たのは初めてだ」と、著者らの「努力」を評価されたことがある。しかし実際の所これら表面波は、「自動的にはじき出されてきた」ものであるから、努力は計算機だけがしていたのである。正直に言うが、実はそれまで著者らは表面波のことなど何も詳しく知らなかつた。

7. おわりに

式(1)のように、変形を弾性成分と塑性成分の加算表現ですませて本当にいいのかどうかも、力学自身の自由性の獲得のためには一番重要で、若い研究者はすでに深い考察を始めている。連続体力学と弾塑性力学の牽引者でもある土質力学の研究者は、その先頭に立って努力してほしい。

土質力学と地盤工学は自然科学、特に地質学と地震学に密接に関連している。土木工学の枠を超えて、これらの分野への情報発信も継続され、これを通じて、これらの分野との研究交流が進展することも願っている。

謝辞

論文執筆の機会を与えていただいた日本地盤工学会会長（東京大学古関潤一教授）ほか、関係各位に感謝する。

この論文は、日本語原稿を著者自身が作り、その正確な英文への翻訳は、著者との何回ものやり取りを経て、四日市大学 Dykes 名誉教授が行った。日英対訳がある論文ができたのは、Asaoka, A. (2003) と Asaoka, A. (2008) と同じで、これら 3 編の「日英」論文は、Dykes 先生の力に負うことなく著わされることはなかつた。記して心から謝意を表す。

参考文献

- Asaoka, A. (1978): Observational procedure of settlement prediction, *Soils and Foundations*, Vol. 18, No. 4, pp. 87-101.
- Asaoka, A. and Matsuo, M. (1980): An inverse problem approach to settlement prediction, *Soils and Foundations*, Vol. 20, No. 4, pp. 53-66.
- Asaoka, A. and Matsuo, M. (1983): A simplified procedure for probability-based $\phi_u=0$ stability analysis, *Soils and Foundations*, Vol. 23, No. 1, pp. 8-18.
- Asaoka, A. and Matsuo, M. (1984): An inverse problem approach to the prediction of multi-dimensional consolidation behavior, *Soils and Foundations*, Vol. 24, No. 1, pp. 49-62.
- Asaoka, A. and Ohtsuka, S. (1986): The analysis of failure of a normally consolidated clay foundation under embankment loading, *Soils and Foundations*, Vol. 26, No. 2, pp. 47-59.
- Asaoka, A. and Ohtsuka, S. (1987): Bearing capacity analysis of a normally consolidated clay foundation, *Soils and Foundations*, Vol. 27, No. 3, pp. 58-70.
- Asaoka, A. and Misumi, K. (1988): Analysis and prediction of consolidation settlement of normally consolidated clay foundation under embankment loading, *Soils and Foundations*, Vol. 28, No. 3, pp. 35-50.
- Asaoka, A., Ohtsuka, S. and Matsuo, M. (1990): Coupling analysis of limiting equilibrium state for normally consolidated and lightly overconsolidated soils, *Soils and Foundations*, Vol. 30, No. 3, pp. 109-123.
- Asaoka, A. and Kodaka, T. (1992): Seepage failure experiments and their analyses of loose and medium dense sands, *Soils and Foundations*, Vol. 32, No. 3, pp. 117-129.
- Asaoka, A., Kodaka, T. and Gyaneswor Pokharel (1994a): Stability analysis of reinforced soil structures using rigid plastic finite element method, *Soils and Foundations*, Vol. 34, No. 1, pp. 107-118.
- Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1994b): Soil-water coupled behavior of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol. 34, No. 1, pp. 91-105.
- Asaoka, A. and Noda, T. (1995): Imperfection-sensitive bifurcation of Cam-clay under plane strain compression with undrained boundaries, *Soils and Foundations*, Vol. 35, No. 1, pp. 83-100.
- Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1995): Annealable behavior of saturated clay: An experiment and simulation, *Soils and Foundations*, Vol. 35, No. 4, pp. 9-20.
- Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1997): Soil-water coupled behavior of heavily overconsolidated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol. 37, No. 1, pp. 13-28.

Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1998): Superloading yield surface concept for the saturated structured soils, Proc. 4th European Conf. on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, pp. 233-242.

Asaoka, A., Nakano, M., Noda, T., Takaine, T., Kaneda, K. and Constantinescu, D.T. (1999): Progressive failure of heavily overconsolidated clays, Soils and Foundations, Vol. 39, No. 2, pp. 105-117.

Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (2000): Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, Soils and Foundations, Vol. 40, No. 2, pp. 99-110.

Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M. (2002): Soils and Foundations, Vol. 42, No. 5, pp. 47-57.

Asaoka, A. (2003): Consolidation of clay and compaction of sand – An elasto-plastic deformation, Proc. 12th Asian Regional Conf on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Vol. 2, pp. 1157-1195.

In English: <http://hdl.handle.net/2237/0002003768>

In Japanese: <http://hdl.handle.net/2237/0002003769>

Asaoka, A., Noda, T. and Nakano, M. (2006): Soil-water coupled analyzer and soil-water coupled analysis method, WIPO (PCT), US7966165B2,

<https://patents.google.com/patent/US7966165B2/en?q=US7966165B2>

Asaoka, A. and Noda, T. (2007): All Soils All States All Round Geo-Analysis Integration, Proc. Int. Workshop on Constitutive Modeling – Development, Implementation, Evaluation, and Application, pp. 11-27.

Asaoka, A. (2008): Consolidation of clay and compaction/liquefaction of sand – A structure theoretic approach – (both in English and Japanese), Special Lecture of the 57th Japan National Congress for Theoretical and, Applied Mechanics, Theoretical and Applied Mechanics Japan, Vol. 57.

In English: https://www.jstage.jst.go.jp/article/nctam/57/0/57_0_3/_article/-char/ja/

In Japanese: https://www.jstage.jst.go.jp/article/japannctam/57/0/57_0_1/_article/-char/ja/

Asaoka, A., Sawada, Y., Noda, T., Yamada, S. and Shimizu, R. (2012): An attempt to replicate the so-called “trampoline effect” in computational geomechanics, 15th World Conference on Earthquake Engineering 2012. (15WCEE), pp. 10712-1072.

Bishop A.W. and Henkel D.J. (1962): The Measurement of soil properties in the triaxial test, Edward Arnold London.

Hashiguchi, K. (1978): Plastic constitutive equations of granular materials, Proc. US-Japan Seminar Continuum Mech. Stast. Appr. Cranular Materials, pp. 321-329.

Noda, T., Fernando, G.S.K. and Asaoka, A. (2000): Delayed failure in soft clay

foundations, *Soils and Foundations*, Vol. 40 No. 1, pp. 85-97.

Hashiguchi, K. and Chen, Z.-P. (1998): Elastoplastic constitutive equations of soils with the subloading surface and the rotational hardening, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol. 22, pp. 197-227.

Henkel D.J. (1960): The shear strength of saturated remoulded clay, *Proc. Of Research Conf. on Shear Strength Cohesive Soils at Boulder*, pp. 533-540.

Inagaki, M., Nakano, M., Noda, T., Tashiro, M. and Asaoka, A. (2010): Proposal of a simple method for judging naturally deposited clay grounds exhibiting large long-term settlement due to embankment loading, *Soils and Foundations*, Vol. 50, No. 1, pp. 109-122.

Kodaka, T. and Asaoka, A. (1994): Formulation of air bubbles in sandy soil during seepage progress (in Japanese), *Proc. of JSCE*, No. 469, pp. 45-54.

Magman, J-P. and Deroy, J-M. (1980): The graphic analysis of oedometer consolidation curves, *Bulletin de Liaison des Lab des Ponts et Chaussees*, Issue No. 109, Laboratoire Central des Ponts et Chausees (LCPC), pp.53-56.

Nakai, K., Asaoka, A. and Sawada, Y. (2015): Liquefaction damage enhanced by interference between the body wave and surface wave induced from the inclined bedrock, *Japanese Geotechnical Society Special Publication*, Vol. 2, No. 19, pp. 723-728.

Nakai, K. and Asaoka, A. (2019): Numerical reproduction of Rayleigh and Love waves and assessment of their influences on subsurface ground damage, *Proc. of 16th Asian Regional Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (16th ARC)*, SF05-03-005.

Nakano, M., Asaoka, A. and Constantinescu, D.T. (1998): Delayed compression and progressive failure of the assembly of crushed mudstones due to slaking, *Soils and Foundations*, Vol. 39, No. 2, pp. 105-117. *Soils and Foundations*, Vol. 38, No. 4, pp. 183-194.

Noda, T., Yamada, E., Yamada, S. and Asaoka, A. (2005a): A soil-water coupled analysis on compaction of sandy ground with static cavity expansion, *Geotechnical Special Publication No. 143* (Eds: J.A. Yamamuro and J. Koseki), *Journal of ASCE*, pp. 269-285.

Noda, T., Asaoka, A., Nakano, M., Yamada, E. and Tashiro, M. (2005b): Progressive consolidation settlement of naturally deposited clayey soil under embankment unloading, *Soils and Foundations*, Vol. 45, No. 5, pp. 39-51.

Noda, T., Asaoka, A. and Yamada, S. (2007): Some bearing capacity characteristics of a structured naturally deposited clay soil, Vol. 47, No. 2, pp. 285-301.

Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M. (2008): Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model,

Soils and Foundations, Vol. 48, No. 6, pp. 771-790.

Noda, T., Takeuchi, H., Nakai, K. and Asaoka, A. (2009): Co-seismic and post-seismic behavior of an alternately layered sand-clay ground and embankment system accompanied by soil disturbance, Soils and Foundations, Vol. 49, No. 5, pp. 739-756.

Noda, T., Nakano, M., Yoshikawa, T. and Asaoka, A. (2013a): Air-water-soil skeleton coupled calculation device, coupled calculation method, and coupled calculation program, WIPO (PCT), WO2014002977A1.

<https://patents.google.com/patent/WO2014002977A1/en>

Noda, T., Xu, B. and Asaoka, A. (2013b): Acceleration generation due to strain localization of saturated clay specimen based on dynamic soil-water coupled finite deformation analysis, Soils and Foundations, Vol. 53, Issue 5, pp. 653-670.

Rosenblueth, E. (1975): Point estimates for probability moments, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, Vol. 72, No.10. pp. 3812-3814

Rosenblueth, E. (1981): Two-point estimates on probabilities, Applied Mathematical Modelling, Vol. 5, Issue 5, pp. 329-335.

Takaine, T., Tashiro, M., Shiina, T., Noda, T. and Asaoka, A. (2010): Predictive simulation of deformation and failure of peat-calcareous soil layered ground due to multiscale test embankment loading, Vol. 50, No. 2, pp. 245-260.

Toyoda, T. and Noda, T. (2021): Numerical simulation based heuristic investigation of inertia-induced phenomena and theoretical solution based verification by the damped wave equation for the dynamic deformation of saturated soil based on the u-w-p governing equation, Soils and Foundations, Vol. 61, Issue. 2, pp. 352-370.

Yamada, S. and Noda, T. (2013): Simulation of delayed failure in naturally deposited clay ground by soil-water coupled finite deformation analysis taking inertial forces into consideration, Proc. 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, pp. 841-844.

Yamada, S., Noda, T., Nakano, M. and Asaoka, A. (2022): Combined-loading elastoplastic constitutive model for a unified description of the mechanical behavior of the soil skeleton, Computers and Geotechnics, Vol. 141, 104521.