

効率的なリバランス戦略の検討とパズル*

Efficient Portfolio Rebalancing and a Puzzle

中島英喜**
NAKASHIMA Hideki

Additional risk-taking against policy portfolio is decomposed into security selection and market timing. Most of institutional investors in Japan such as pension plan sponsors anticipate positive mean excess return from security selection but not from market timing. Consequently, decision-making for the latter focuses on reconciling transaction costs with controlling the adverse risks of unintended asset allocation, unlike the semantic nuances of timing. In this paper, we identify a puzzle and shortcomings related to asset allocation rebalancing carried out by these investors, suggesting governance inadequacies might be a contributing factor. Technical intricacies in assessing the judicious equilibrium between costs and risks contribute to this weakness. While previous research often concentrates on threshold-based rebalancing, we commence with an optimization-based strategy. We then introduce the heuristic in Kritzman *et al.* (2009) as a pragmatic approach, pinpointing two weak points and proposing improvements. However, challenges persist. We confirm that the heuristic in Nakashima (2020) offers a reasonable solution to these difficulties. Furthermore, this method indicates that there is likely considerable room for improvement in the rebalancing strategies employed by these investors. If they tend to underestimate invisible risks compared to visible costs, the size of this room reflects the extent of such cognitive bias.

Keywords: policy portfolio, threshold-based rebalancing, optimization-based rebalancing, heuristic approach, governance inadequacies, cognitive bias

* 本稿はJSPS科研費（研究課題番号21K01578）の助成を受けた研究成果の一部である。

** 名古屋大学大学院経済学研究科

Graduate School of Economics, Nagoya University

I. はじめに

米国の年金基金を対象としたBrinson *et al.* (1986)の研究以降、機関投資家（プラン・スポンサー）の意思決定における政策ポートフォリオ策定の重要性は広く知られている。日本でも確定給付の企業年金基金の政策ポートフォリオ策定は今や法令で義務付けられており、大規模資金を預かる他の機関投資家も、投資の基準として政策ポートフォリオを策定することは極めて標準的である。

なおここで政策ポートフォリオとは、個別銘柄単位のポートフォリオ選択に先立つ意思決定であり、少数の資産クラスに対する資金配分の計画を指す。またこの配分計画は、市況や基金財政の変化に応じた動的ルールではなく、これら条件に大きな変化がない限り固定的に維持される静的比率目標として策定されるのが一般的である。

このため計画策定後、実際のポートフォリオを目標通りに選択したとしても、各資産の事後的なリターンの違いによって、選択したポートフォリオは次第に目標から乖離していく。この乖離の拡大は、計画の実効性の低下と実際のポートフォリオの劣化（効率性の低下）をもたらす。したがって、政策ポートフォリオの実効性を維持して実際のポートフォリオの効率性の低下を抑制するには、別の意思決定が求められることになる。

一般に保有するポートフォリオの構成対象を適宜売買して意図的にポートフォリオを変更する動的な意思決定はリバランスと呼ばれる。リバランスは、個別銘柄単位でも資産クラス単位でも考えることができる。政策ポートフォリオを策定する投資家にとって、リバランスの動機は大きく2つに分けられる。1つは上記の乖離拡大による政策ポートフォリオの実効性の低下の抑制であり、もう1つは市況や投資対象リターンの比較的短期の予測を用いた付加価値の獲得である。

これら2つの動機を投資対象（個別銘柄単位、資産クラス単位）別に見ると、リバランスは大きく4つに分類される。この内、最も議論が活発なのは後者の動機による個別銘柄単位のリバランスである。これに対し、前者の実効性確保を目指す資産クラス単位のリバランスの議論は相対的に少なく、専門家の関心も低いように見える。しかし後述のように事後的な投資成果を見る限り、この分野のリバランスの影響は逆に大きい傾向がある。

本稿ではこのギャップに着目し、前者の実効性確保の動機に基づく資産クラス単位のリバランスについて、その効率性の改善手法を検討するとともに、このギャップの背景や現実的な当否を適宜考察する。

II. 基本的な枠組みと現状の確認

前節では、投資の基準もしくは目標として政策ポートフォリオを策定する機関投資家を前提として、動的な意思決定であるリバランスをその動機と売買対象に基づいて4つに分類した。以下ではBrinson等の枠組みを用いて、これら4分類の内容を確認し、日本の機関投資家の公開情報を用いて実態の確認を行う。

さて、これら機関投資家のポートフォリオ選択は通常2段階で実施される。具体的には、まず投資対象を少数の資産クラスに分類し、資産クラス毎に投資可能なベンチマーク指数を適当に定めた上で資産クラス単位の政策ポートフォリオを計画として策定する。その上で、資産クラス毎の銘柄選択を主に外部の専門家（ポートフォリオ・マネジャー）に委託して、最終的な個別銘柄単位のポートフォリオを選択する。

また制度加入者に対する管理注意義務や説明責任を果たすため、これら機関投資家の政策ポートフォリオ策定は標準的な投資理論に従い、ポートフォリオのリターンの平均・分散効率性に着目するのが通常である。その際用いる資産クラス単位の共分散行列 Σ は、先に定めたベンチマーク指数の過去の月次リターンを用いて推定することが多い。またいわゆる複利効果については、策定した計画の長期財政（下方リスク）評価では考慮するものの、計画策定時の効率性評価では明示的に考慮しないことが多い。

こうした方法論による政策ポートフォリオの策定は、適当な効用関数を用いた長期の1期間モデルというより、短期（月間）の投資を同じポートフォリオで繰り返し行う設定に近く、統計学で言う頻度論との親和性が高い。いずれにせよ、統計学的な評価を行うにはある程度のサンプル・サイズが必要である。このため現状のデータ利用の可能性を勘案すると、月次リターンの利用が現実的には最も妥当だと考えられる。この場合、 t 月のポートフォリオ全体のリターン R_t は次のように分解、近似できる。

$$\begin{aligned}
 R_t &= \pi_t' r_t \\
 &= (\pi^* + \Delta \pi_t)' (r_t^* + \Delta r_t) \\
 &= (\pi^* r_t^*) + (\Delta \pi_t' r_t^*) + (\pi^* \Delta r_t) + (\Delta \pi_t' \Delta r_t) \quad (1) \\
 &\approx (\pi^* r_t^*) + (\Delta \pi_t' r_t^*) + (\pi^* \Delta r_t)
 \end{aligned}$$

ここで π_t は t 月初における資産クラス単位の実際のポートフォリオであり、 π_t' は π_t の転置を表す。また r_t は資産クラス n の個別銘柄ポートフォリオの t 月のリターン $r_{n,t}$ を要素とする列ベクトルである。そして π^* は政策ポートフォリオを表す列ベクトルである。さらに $\Delta \pi_t$ は政策ポートフォリオ π^* に対する t 月初のポートフォリオ π_t の乖離 $\pi_t - \pi^*$ であり、 Δr_t は資産クラス n のベンチマーク指数の t 月のリターン $r_{n,t}^{BM}$ に対する同クラスの個別銘柄ポートフォリオのリターン $r_{n,t}$ の超過リターン $r_{n,t} - r_{n,t}^{BM}$ を要素とする列ベクトルである。

なお(1)式の近似は、ポートフォリオの乖離 $\Delta \pi_t$ や個別銘柄ポートフォリオの超過リターン $r_{n,t} - r_{n,t}^{BM}$ のスケールが、政策ポートフォリオ π^* やベンチマーク指数のリターン $r_{n,t}^{BM}$ に比べて十分小さいことが条件だが、本稿の議論ではいずれも満たされると考えて差支えない。

この場合、投資家が保有するポートフォリオの短期リターン R_t は、近似的に3つの要素に分解できる。この内、第1項の $\pi^* r_t^*$ は、機関投資家の政策的な意思決定によるものであり、Brinson等はこのを政策リターンと呼んでいる。また第2項の $\Delta \pi_t' r_t^*$ は、資産クラス単位の実際の資金配分 π_t と政策ポートフォリオ π^* の乖離によるものであり、彼等はこれをタイミング・リターンと呼んでいる。そして第3項の $\pi^* \Delta r_t$ は、各資産クラスのベンチマーク指数を構成する個別銘柄ポートフォリオに対する実際の個別銘柄ポートフォリオの乖離によるものであり、彼等はこれを銘柄選択リターンと呼んでいる。

この分解において、政策リターン $\pi^* r_t^*$ は上述の通り機関投資家の政策的な意思決定によるものであり、キャッシュ等の安全資産に対する正の付加価値の獲得が期待される。一方、銘柄選択リターン $\Delta \pi_t' r_t^*$ は個別銘柄単位のポートフォリオ選択を委託した専門家（ポートフォリオ・マネジャー）の意思決定によるものであり、これも多くの場合、ベンチマーク指数に対するアクティブ投資を交えることで正の付加価値の獲得が期待される。先に4種類のリバランスの中で議論が最も活発だと述べた「付

加価値の獲得を目指す個別銘柄単位のポートフォリオのリバランス」は、この銘柄選択リターン $\Delta \pi_t' r_t^*$ の効率性改善を企図した動的的意思決定と言える。では、タイミング・リターン $\Delta \pi_t' r_t^*$ は誰のどのような意思決定によるものだろうか？

Ⅲ. タイミング・リターンの実態

タイミング (timing) とは、好機をとらえて実行に移す能力 (the ability to choose the right moment to do or say something : Cambridge Academic Content Dictionary) と言った意味の単語であり「適時選択」などと訳される。投資での単純なイメージは「安く買って高く売る」であり、時に投機や相場との関連が想起される。いずれにせよ上記2つの要素と同様、資産クラス単位のアクティブ投資によって正の付加価値の獲得が期待されると考えるのが自然である。では、このタイミング (適時選択) の意思決定は誰が行うのであろうか？

日本の機関投資家を見る限り、内部にこの意思決定を有効に行うためのリソース (専門家など) を有する趣旨の情報は見当たらない¹⁾。また公開されている組織図、人員配置、職務説明などを見てもそうしたリソースは確認できない。また外部リソースの利用についても、webによる公開情報を見る限り、資産クラス横断的な運用で付加価値の獲得を目指す専門家 (ポートフォリオ・マネジャー) の採用はほぼ確認できない。

外部の専門家をヘッジ・ファンドまで広げれば、グローバル・マクロやマネージド・フューチャーズと言ったディレクショナル型の委託先もある。しかし、機関投資家の多くはヘッジ・ファンドの採用には大変慎重であり、これらディレクショナル型の専門家に委託して正のタイミング・リターンの獲得を狙う事例はほとんど目にしない。

$$\begin{aligned}
 \Delta \pi_t' r_t^* &= (\alpha_t + \delta_t)' r_t^* \\
 &= (\alpha_t' r_t^*) + (\delta_t' r_t^*) \quad (2)
 \end{aligned}$$

上の(2)式は(1)式右辺のタイミング・リターンを2つの要素に分解したものである。上式右辺の α_t はタイミングの語意に則したロング/ショート・ポートフォリオであり、前節のリバランスの4分類における「付加価値の獲得を目指す資産クラス単位のポートフォリオのリバランス」に該当する。した

がって、そのリターン $\alpha_i r_i^*$ は正の付加価値が期待される。

これに対し上式右辺の δ_i は、資産クラス単位のポートフォリオ π_i の意図せざる目標乖離 $\pi_i - (\pi^* + \alpha_i)$ のロング/ショート・ポートフォリオであり、そのリターン $\delta_i r_i^*$ は一般に計画 π^* の実効性の低下と資産クラス単位の実際のポートフォリオ π_i の劣化をもたらす。そして $\delta_i r_i^*$ がもたらすこの悪影響は、時間の経過とともに傾向的に増大する。

上述のように日本の大多数の機関投資家は、タイミングの本来の語意に則した（付加価値の獲得を図る）意思決定を現状行っていない。このため(2)式の意図的なポートフォリオ α_i は通常ゼロになり（ $\alpha_i = 0$ ）、(1)式のタイミング・リターン $\Delta \pi_i r_i^*$ は、意図せざる計画乖離 δ_i による悪影響 $\delta_i r_i^*$ に退化する。

このネガティブなりターン $\Delta \pi_i r_i^* = \delta_i r_i^*$ を、ポジティブなイメージを想起させるタイミング・リターンと呼ぶのは明らかにミスリードと言える。その懸念もあってか、日本の機関投資家の情報開示においては、(1)式の $\Delta \pi_i r_i^*$ を「資産配分効果」などと呼ぶことが多い。しかし単に資産配分効果というと、付加価値の獲得を狙った意図的な行動を想起させるおそれがある。したがって、 $\alpha_i \neq 0$ の意思決定を表明していない多くの機関投資家については、誤解を避けるため「意図せざる資産配分効果」と呼ぶべきだろう。

IV. 資産クラス単位のリバランス

このように多くの日本の機関投資家は、資産クラス単位のポートフォリオ選択に関して付加価値の獲得を目指していない（(2)式で $\alpha_i = 0$ ）。このため資産クラス単位のリバランスの動機は、もっぱら政策ポートフォリオ π^* の実効性の低下と実際に保有するポートフォリオ π_i の劣化（効率性の低下）をもたらす意図せざる計画乖離 $\delta_i = \pi_i - \pi^*$ の抑制に基づくことになる。なおこのリバランス動機の限定は、個別銘柄単位のポートフォリオ選択の内、ベンチマーク指数との連動を目指すパッシブ運用にも通じる。

こうした動機に基づくリバランスは、実際に保有するポートフォリオ π_i の劣化の抑制に関する費用対効果を考慮して実行すべきである。そしてこのリバランスの費用対効果は、前提とする政策ポートフォリオに依存する。同時にこのリバランスは、政

策ポートフォリオ π^* の実効性低下の抑制という側面もある。すなわち政策ポートフォリオ π^* の実効性は、選択したリバランス戦略に依存する。このように政策ポートフォリオ π^* とリバランス戦略は、その評価や選択において相互に依存している。これは、政策ポートフォリオ π^* とリバランス戦略は、原理的には本来同時に選択すべきことを意味する。

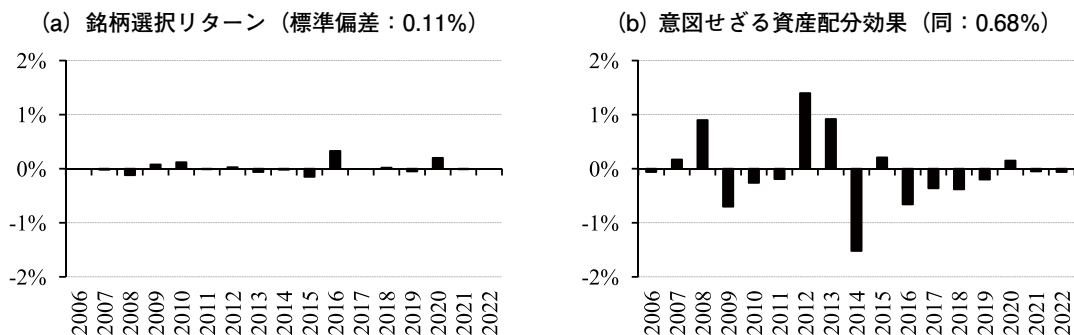
この点を踏まえてwebを通じた機関投資家の情報開示を見ると、両者の取り扱いに極端な差があることが分かる。すなわち、政策ポートフォリオ π^* の策定については相当の分量で比較的丁寧な説明が示されているが²⁾、リバランスについては許容乖離幅の数値の記載にとどまり、その根拠や運用内容の説明はほとんど見当たらない。ここでは辛うじて見つけた少数例として、勤労者退職金共済機構と私学共済のサイトにおける文言を紹介する³⁾。

まず前者のサイトの用語集によると、「乖離許容幅」に関して「実際の資産構成割合が基本ポートフォリオから乖離する場合には、効率性が低下するためこれを是正する必要があるが、小規模な変動のたびに売買をすることはコスト面で非効率になるため、一定の幅を定めて、その範囲の乖離は許容するというもの」とある。次に私学共済のサイトでは、政策ポートフォリオの説明資料の中で「許容乖離幅の変更について：時価のブレ幅として許容できる範囲をいわゆる標準偏差に基づき設定しました」とある。

後者の説明については、許容範囲と標準偏差の関係が明らかでないが、「時価のブレ幅」とあるので、この標準偏差はベンチマーク指数の短期リターンの標準偏差を指し、これに当該資産の保有額を乗じて「ブレ幅」を求めるものと思われる。この場合、標準偏差が大きな資産クラスの許容範囲は、相対的にワイドにすると考えるのが自然であろう。実際この資料によると、リターンの標準偏差が大きい国内外の株式の許容乖離幅が拡大される一方（5%→8%）、標準偏差が小さい国内債券では縮小されている（13%→9%）。

政策ポートフォリオ π^* とリバランス戦略の選択に関する、これら日本の機関投資家の情報開示の濃淡は、両者に関する機関投資家の関心の多寡を反映していると考えられる。では、リバランスに関する冷淡とも言える関心の薄さは、資産配分の意図せざる計画乖離 δ_i の悪影響 $\delta_i r_i^*$ が小さいことによるのだろうか？

(1) GPIF



(2) 共済X (2004~2011年度) と共済Y (2016~2022年度)

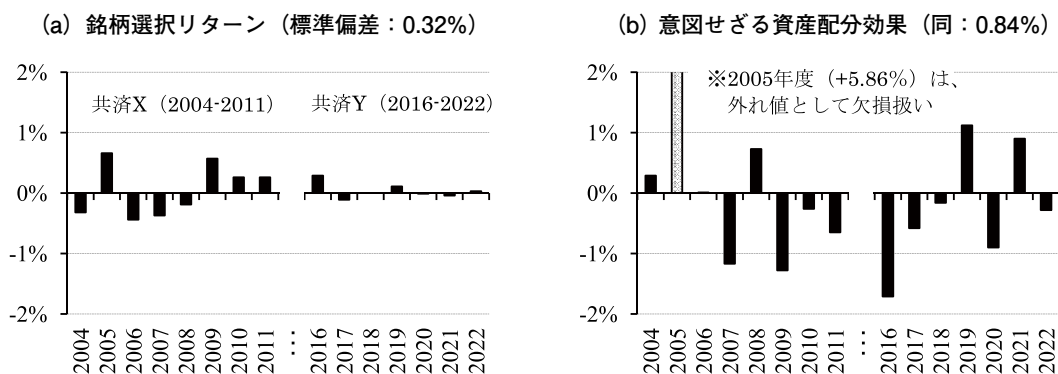


図1. 実際の投資家の2つの限界的なリスク・テイクの結果

V. 2つの追加的なリスク・テイクとパズル

短期リターンに関する(1)式の近似的な分解の内、銘柄選択リターン $\pi^* \Delta r_t$ は政策リターン $\pi^* r_t^*$ に対する付加価値の獲得がもたらされる。一方、タイミング・リターン $\Delta \pi_t r_t^*$ の実態は、意図せざる資産配分効果 ($\delta_t r_t$) と呼ぶべきものでありその抑制が求められる。

これら2つのリターン要素は、いずれも政策ポートフォリオ π^* に対する追加的なリスク・テイク (ロング/ショート・ポートフォリオ) によってもたらされる。この内、正の付加価値の獲得を狙う前者のリスク・テイクは、銘柄選択を委託する外部の専門家への委託構成 (マネジャー・ストラクチャ) に依存する。このため、多くの機関投資家は相当の時間や人的資源および資金を投下してこの構成を選択、維持、定期評価しており、webの公開情報でも

その様子を確認できる⁴⁾。すなわち、前者のリスク・テイクに関する機関投資家の関心は、後者のリスク・テイクの関心に比べて相対的にかなり高いと思われる。

図1は、webで入手できるデータの遡及期間が異なる3つの機関投資家について、これら2つの限界的なリスク・テイクの結果 (意図的な銘柄選択リターン $\pi^* \Delta r_t$ と意図せざる資産配分効果 $\delta_t r_t$) を纏めたものである。これによるといずれの投資家についても、正の付加価値を狙う意図的なリスク・テイクのスケールが、意図せざる資産配分の乖離によるリスク・テイクを下回る傾向が程度の差はあれ認められる⁵⁾。

一般に独立した投資機会が複数存在する場合、全体の効率性を改善するには、効率性の高い機会により大きなリスク・テイクを行うのが原則である。もし (A) 機関投資家の目標が単純な投資効率の改善

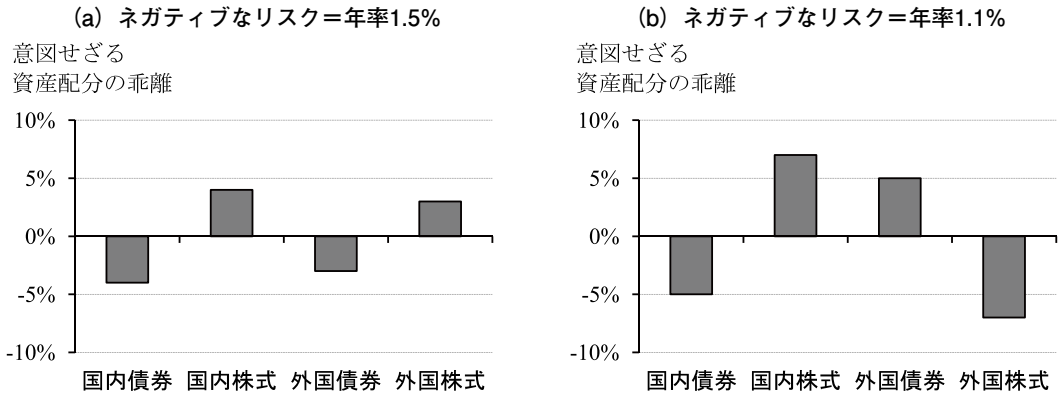


図2. 意図せざる資産配分の乖離とネガティブなリスクの大きさ

で、(B) 上記2つのリスク・テイクに関する関心の多寡が両者の効率性の高低に準じているなら、両者のリスク・テイクのスケールは図1の結果とは逆になるはずである。すなわち、これら2つの仮定(AとB)が成立しているなら、図1の結果はパズルと言うことになる⁶⁾。

VI. 機関投資家のリバランスに関する他の問題

意図せざる資産配分効果 $\delta_i r_i$ による機関投資家のネガティブなリスク・テイクについては、前節のパズルに通じる問題を他にも2つ挙げることができる。1つはIV節で述べた「ベンチマーク指数の短期リターンの標準偏差が大きな資産クラスの許容範囲を相対的にワイドにする」という考え方であり、もう1つは許容乖離幅に基づくリスク・テイクやリスク管理におけるリスクの過大評価や過小評価である。

まず最初の点について、一般に資産配分の単位乖離（例えば1%ポイント）がもたらすネガティブなリスクは、短期リターンの標準偏差に応じて大きくなる。したがって、ネガティブなリスクを抑制するには、標準偏差の大きな資産ほど許容乖離幅を逆にタイトにする方が望ましいはずである。

次に2つ目の点は、許容乖離幅によるリスク・テイクやリスク管理では、分散投資において重要な役割を果たすリターンの相関を十分考慮できないことに起因する。図2はこの問題を仮想例で見たものである。これによると、左のケースの乖離はいずれの資産も4%以下なのに対し、右のケースの乖離はど

の資産も5%以上である。したがって、もし許容乖離幅が一律5%だとすると、左のケースはリバランスを行わず、右のケースではリバランスを行うことになる。

しかし一般に、国内外の株式、もしくは為替リスクをヘッジしない外国資産のリターンの相関係数はかなり高い。そこでGPIFのサイトの数値を使って、これら2つのケースにおける意図せざる資産配分効果 $\delta_i r_i$ の悪影響をその標準偏差で評価すると、左のケース（年率で1.5%）の方が右のケース（同1.1%）よりも4割ほど大きい。すなわち、許容乖離幅に基づく上記のリバランスは、悪影響が相対的に小さなケース(b)でリバランスを行う一方、悪影響がより大きなケース(a)ではそれを放置することになる。

IV節では、資産クラスのリバランスに関する機関投資家の関心の薄さを確認した。そして前節と本節では、機関投資家のリバランスに関するパズルの存在、および矛盾の可能性や非効率性の放置といった問題を指摘した。もしかしたら、これらの問題の背景には機関投資家のガバナンスに関する固有の問題があるのかもしれない。

組織のガバナンスにおいて規律付けとインセンティブは重要である。機関投資家の場合、上述の2つの追加的なリスク・テイクもその対象になると考えられる。この内、付加価値の獲得を狙う銘柄選択リターン $\pi^* \Delta r_i$ は、標準的な投資のイメージに沿っており、事後のリターン $\pi^* \Delta r_i$ から委託コストを控除することで目に見える形で定量評価できる。

これに対し、意図せざる資産配分効果 $\delta_i r_i$ については、付加価値の獲得ではなく悪影響の低減が求め

られる。ここで悪影響とは $\delta_i \gamma_i$ がもたらすネガティブなリスクであって、 $\delta_i \gamma_i$ の事後の値が負になることではない。このため、 $\delta_i \gamma_i$ からリバランスの取引コストを控除した値を見てもあまり意味がない。この定量評価で見べきなのは、取引コスト見合いで甘受したリスクの大きさであるが、その計測や妥当性の評価は簡単ではない。このため、リバランスに関する規律付けやインセンティブの設計は、銘柄選択に比べて難しくなる。

意図せざる資産配分に関するリバランスは、標準的な投資と異なり、取引コストという保険料を支払ってネガティブなリスクを抑える保険に相当する。また標準的な保険とも異なり、「結果的に正の保険金 $\delta_i \gamma_i$ を受け取った（受け取れなかった）ので保険に加入しておいて良かった（損した）」という評価は妥当しない。

このように、意図せざる資産配分に関する資産クラスのリバランスは、保険料という経費の節約問題であり、標準的な投資に比べると総じて地味な印象は拭えない。さらに、規律付けやインセンティブの設計が相対的に難しいため、機関投資家の適切な関心や努力を十分引き出せていない可能性は否定できない。以下ではこの問題意識を念頭に置きながら、意図せざる資産配分に関する資産クラスのリバランスの定量評価を考える。

VII. 先行研究

前節では、意図せざる資産配分の定量評価に関する技術的な困難が、この分野における機関投資家のガバナンス不全をもたらす可能性を指摘した。ここでは、この定量評価に関する先行研究を整理する。

既に述べたように、この分野の議論はあまり活発とは言えない。山下（2000）は、多くの機関投資家が定める許容乖離幅の数値は理論的な根拠が乏しいとした上で、主に海外の先行研究をサーベイし、その多くは経験則的なもので説得力に欠けると述べている。そして1期間モデルを用いて、投資対象が2つか3つの危険資産に限られるケースの最適リバランス戦略を議論している。また彼は、規範的なアプローチに基づく先行研究として、連続時間モデルに基づくLeland（1999）を挙げるとともに、その結論を離散時間リバランスに適用する問題点を指摘している。

このLeland（1999）を出発点とした研究に

Donohue and Yip（2003）がある。彼等は、最適リバランス問題を解く難しさを指摘した上で、従来2資産のリバランスにとどまっていた問題を7資産まで増やした分析を行っている。またHolden and Holden（2013）は、多期間モデルを用いて、より一般的な前提の下で複数の代替的な目的関数を想定して緻密な分析を行っている。

ところで、これらの研究は、いずれもコストとの兼ね合いでリバランスを実行しない停止領域（no-trade region）の特徴に主要な関心を置いている。このリバランス停止領域は、先に紹介した用語集の乖離許容幅に相当する。ここでは名称を統一するため、この停止領域に基づくリバランス戦略を「閾値ベースのリバランス戦略」と呼ぶ。

さて本来、リバランスの意思決定は閾値ベースのリバランス戦略に限られる訳ではない。しかし、この戦略と一線を画す先行研究は相対的に少数である。例えばWoodside-Oriakhi *et al.*（2013）は、1000銘柄を超えるポートフォリオについて、1期間のセッティングで、投資期間と取引コストと最適ポートフォリオの関係を論じている。さらに、Sun *et al.*（2006）は、リバランス戦略を閾値ベースに限定せず、多期間モデルを用いてより一般的な戦略を許容した分析を行っている。なお、彼等の分析は動的計画法で最適解を求めるものだが、投資対象の数が増えると急速に実行が難しくなる。

Kritzman *et al.*（2009）はこの困難を数値的に確認した上で⁷⁾、再帰的手法を用いない探索的（ヒューリスティック）な手法を提案している。また中島（2020）は、同じく多期間モデルでの最適戦略からスタートし、現実的な問題に再帰的手法を適用する困難を確認した上で、リバランス実行後のリバランス停止期間（no-trade period）の期待値に着目した探索的手法を提案している。

このように、リバランスに関する規範的な研究の少なさを指摘した山下（2000）以降、この分野の研究は徐々に増えている。これに対し、Žilinskij（2015）はTAA（戦術的資産配分）のように市場見通しに合わせて目標ポートフォリオを短期的に変動させるケースを中心に先行研究を整理し、この分野の研究が未だ十分でない⁸⁾と述べている。

確かに主に先物取引に特化したマネージド・フューチャーズや特殊なタレントを要するグローバル・マクロといった一部のヘッジ・ファンドを除くと、タイミング・リターンで積極的に超過リターン

を狙う機関投資家は希少である。このため、分析の動機はリスクやコストの限界的な抑制に限られ、相対的に地味な分野になっているのは否定できない。しかし、機関投資家の実務や規律付けにおいて、政策ポートフォリオに対するリバランスの問題は重要である。次節以降では多期間モデルにおける最適リバランス問題からスタートし、Kritzman等の方法と中島の方法を簡単に整理する。

VIII. 最適化問題と探索的手法

1 期間モデルにおける最適リバランスは、標準的な仮定の下で下記の最大化問題の解として与えられる。

$$\max_{\theta} -0.5\lambda (\delta + \theta)' \Sigma (\delta + \theta) - c' |\theta| \quad (3)$$

ここで Σ は、各資産クラスのベンチマーク指数のリターンの共分散行列である。そして δ は政策ポートフォリオ π^* に対するリバランス前の期初ポートフォリオ π_{pre} の乖離 ($\delta = \pi_{pre} - \pi^*$) であり、 θ はこの乖離の緩和を目指すリバランスである。また c は各資産クラスの単位取引コスト（取引単価定数）を要素とする列ベクトルであり、 λ は投資家のリスク回避度を表す定数（スカラー）である。

(3)式の目的関数の第1項は、リバランス後の期初ポートフォリオ π_{post} の政策ポートフォリオ π^* からの乖離 $\delta + \theta$ がもたらす期待効用の低下幅を表す。一方、第2項はリバランス θ の実行に伴う取引コストによる期待効用の低下幅を表す。ここでもし取引単価ベクトル c がゼロなら、 $\theta^* = -\delta$ が最適リバランスとなり $\pi_{post} = \pi^*$ となる。この場合、目的関数である期待効用の低下幅はゼロになる。一方、取引単価ベクトル c が非常に大きければ、取引コストの抑制が優先されるため、 $\theta^* = 0$ が最適リバランスとなり、乖離 δ による期待効用の低下はそのまま放置されることになる。

さて、(3)式の最大化問題は簡単に解けるが、リバランスは投資開始後の動的な問題であり、これを(3)式のような単純な設定で扱うのは適当でない。このため現実に則した多期間モデルで考える必要がある。この場合の最適リバランスは、標準的な仮定の下で下記の最大化問題の解として与えられる。

$$\max_{\theta_t} -0.5\lambda \sum_{t=1}^T [(\delta_t + \theta_t)' \Sigma (\delta_t + \theta_t)] - c' \sum_{t=1}^T |\theta_t| \quad (4)$$

なお政策ポートフォリオ決定後の s 期初 ($1 \leq s \leq T$) において、翌期以降 ($s+j$ 期初, $j > 0$)、のポートフォリオ π_{s+j} は一般に不確実であり、乖離 δ_{s+j} やこれに依存するリバランス θ_{s+j} も不確実である。そこで(4)式の出発点が効用関数の期待値であることを踏まえ、 s 期初における最適リバランス問題は、 $L_t = 0.5\lambda (\delta_t + \theta_t)' \Sigma (\delta_t + \theta_t)$ とし、次のように書ける。

$$\max_{\theta_t} - \sum_{t=s}^T E_s[L_t] - c' \sum_{t=s}^T E_s[|\theta_t|] \quad (5)$$

ここで $E_s[\cdot]$ は、評価時点の s 期初における期待値の演算子である。この問題は、リバランス θ_t に関する動的な問題であり、下記の間接目的関数 $J_t(\delta_t, \theta_t)$ を再帰的にゼロに向けて最大化することで解を求めることになる (Sun *et al.* (2006))。

$$J_t(\delta_t, \theta_t) = \max_{\theta_t} [-L_t - c' |\theta_t| + J_{t+1}(\delta_{t+1}, \theta_{t+1})] \quad (6)$$

しかし、現実的な設定でこれを解こうとすると計算負荷が爆発的に増えるいわゆる次元の呪いが生じる。Kritzman *et al.* (2009) は3資産の12ヶ月間のリバランス問題を1%ポイント単位で離散化するだけでも計算負荷が非常に増えることを指摘し、4資産以上 (more than a few assets) になると実行困難だと述べている。このため彼等は、実行可能性を確保するため離散化を粗くした上で5資産の問題まで解いているが、この簡単化のため、そのパフォーマンスは後述の探索的（ヒューリスティック）な方法に劣後している。

ここでKritzman等が提案した探索的（ヒューリスティック）な方法とは、Markovitz and van Dijk (2004) が示した方法の応用であり、具体的には(6)式の目的関数の第3項 $J_{t+1}(\delta_{t+1}, \theta_{t+1})$ を下記の関数 $-Q_t$ で置き換えるものである。

$$-Q_t = -(\delta_t + \theta_t)' (dI) (\delta_t + \theta_t) \quad (7)$$

ここで I は単位行列であり、 d は適当な定数であ

る⁸⁾。この置換後の目的関数は将来の変数を含まないため、再帰的な手法を用いずに下記の最大化問題を解くことができる。

$$\max_{\theta_t} -L_t - c'|\theta_t| - Q_t \quad (8)$$

なお、この置き換えの経済的根拠は必ずしも明らかではない。このため、その妥当性はあくまで結果の良さに基づくことになる。彼等はこの結果の良さの評価として、モンテカルロ・シミュレーションによる下記の時系列の総和の平均値を用いている。

$$\sum_{i=1}^{24} [-0.5\lambda (\delta_i + \theta_i^d)' \Sigma (\delta_i + \theta_i^d) - c'|\theta_i^d|] \quad (9)$$

ここで θ_i^d は、(7)式のナイーブな対角行列 dI の定数 d を適当に選んだ時の(8)式の最大化問題の解である。このため、 θ_i^d はこの定数 d の関数になる。そして彼等は、探索的なアプローチによって(9)式の評価値が相対的に最も高くなる定数 d^+ を見つけて、この d^+ の下で得られる(8)式の解 θ_i^+ によるリバランスを提案している。それによると、 θ_i^+ によるリバランスは、定期法(カレンダー・ベース)や閾値ベースのリバランスに比べて大幅に優れており、そのパフォーマンスは(6)式の最適化を適宜離散化して解いたリバランスと遜色ないという(上述のように5資産のケースでは最適化を上回る)。

IX. Kritzman等の手法の評価と改善策

このようにKritzman等の方法は、(6)式の第3項 $J_{t+1}(\delta_{t+1}, \theta_{t+1})$ を(7)式の関数 $-Q_t$ に置き換えることで、(6)式の最大化問題を現実的な設定で解く困難を回避している。ここで $J_{t+1}(\delta_{t+1}, \theta_{t+1})$ は、 t 期初のリバランス θ_t の実行後に考慮すべき将来 ($t+1$ 期以降)の期待効用の低下や取引コストの大きさを表す。したがって、同項を置換する関数 $-Q_t$ にも同様の解釈を与えるべきであろう。

$$-Q_t^{Alt} = -L_t^{Future} - C_t^{Future} \quad (10)$$

ここで $-L_t^{Future}$ は、採用したリバランス戦略の下で将来生じる資産配分の乖離 $\delta_{t+k} + \theta_{t+k}$ ($k=1, 2, \dots, T-t$) がもたらす期待効用の低下であり、リバランス θ_t の実行後に考慮すべき将来的なポートフォリオの劣化に相当する。また C_t^{Future} は、採

用したリバランス戦略の下で将来生じる取引コストである。したがって自然なイメージとして、前者は当初の最大化問題である(4)式の目的関数の第1項の将来部分に相当し、後者は同第2項の将来部分に相当すると考えられる。

この場合、前者は将来の資産配分の乖離 $\delta_{t+k} + \theta_{t+k}$ による期待効用の低下なので(7)式のような2次形式での表現は自然だと考えられる。これに対し、後者に同じ2次形式を仮定するのは少々強引だと思われる。

また前者の $-L_t^{Future}$ は、将来の資産配分の乖離 $\delta_{t+k} + \theta_{t+k}$ によるネガティブなリスクに起因する。それならば、(7)式の2次形式に用いる行列はナイーブな対角行列 $D=dI$ ではなく、(4)式第1項の2次形式の共分散行列 Σ に準じるのが自然と思われる。

以上の考察を踏まえると、(6)式の第3項 $J_{t+1}(\delta_{t+1}, \theta_{t+1})$ を置換する関数は、Kritzman等の $-Q_t$ に代えて(10)式の関数 $-Q_t^{Alt}$ を用いる方が自然あり、パフォーマンスの改善も期待できると思われる。

$$\begin{aligned} \max_{\theta_t} & -L_t - c'|\theta_t| - (L_t^{Future} + C_t^{Future}) \quad (11) \\ & \begin{cases} L_t^{Future} = (\delta_t + \theta_t)' \{ (p \times 0.5\lambda) \Sigma \} (\delta_t + \theta_t) \\ C_t^{Future} = F_{cost}(\delta_t + \theta_t) \end{cases} \end{aligned}$$

(11)式は(10)式の関数 $-Q_t^{Alt}$ に基づき、(6)式を代替する新たな最大化問題を示している。ここで p は、 t 期初のリバランス θ_t による目先 (t 期単独)の期待効用の改善と $t+1$ 期以降に亘る将来的な改善の比率と見なせる。また $F_{cost}(\cdot)$ は、 t 期初のリバランス後の乖離 $\delta_t + \theta_t$ の下で予想される $t+1$ 期以降に亘る将来の取引コストを示す適当な関数である。そして係数 p や関数 $F_{cost}(\cdot)$ はいずれも前提とするリバランス戦略に依存する。以下では、(11)式を用いたこの代替的な最適化問題の議論を行うにあたり、まず中島(2020)の方法を紹介する。

X. 代替的な方法

(5)式の最大化問題に関して中島(2020)は、 t 期初のリバランス θ_t の平均的な効果が次回 (i 期後)のリバランスまで減衰せずに持続することを確認した上で、(5)式の動的な最適化問題を、ある期のリバランスから次回リバランスの実行直前までの期間に

分割し、再帰的な手法を要する(6)式の問題を近視眼的な最適化問題に置き換える方法を検討している。

$$\max_{\theta_t} (-L_t) \times i_t - c'|\theta_t| \quad (12)$$

ここで i_t は t 期初のリバランス θ_t の下で期待される次回リバランス ($t+i$ 期) までの期間を表す⁹⁾。すなわち、この期間についてはリバランスは見送られると期待される。このためDonohue and Yip (2003) のno-trade region（許容乖離幅）との対比で言うと、この i_t はexpected no-trade periods（リバランスの期待停止期間）と呼ぶべきものである。以下では中島（2020）に倣い、 i_t を単にリバランス停止期間と呼ぶ。

さて、(12)式による近視眼的な最適化は、Kritzman等の方法とは別のヒューリスティックな方法と言える。この方法で得られるリバランス θ_t のパフォーマンスは、その後の停止期間 i_t の評価に大きく依存する。そして i_t は t 期初のリバランス後の乖離 $\delta_t + \theta_t$ に依存する。さらに後者の依存関係は、原理的には(12)式に基づき適切な関数 $F_{duration}(\delta_t + \theta_t)$ として表現できるはずである。しかし現実には、この関数を正確に特定することは困難である。そこで中島（2020）は、簡単化した設定で関数 $F_{duration}(\cdot)$ のクラスを限定した上で、そのパラメータの値を探索的に求める方法を示している。その内容は改めて触れるとして、以下では(12)式と(11)式の2つの最大化問題の関係を整理する。

Ⅵ. 2つの代替的な方法の関係

Ⅷ節ではⅧ節で紹介したKritzman等の方法の問題点とその改善策を示した。しかし、この改善策の実行に必要な次の2点は明らかでない。1つは t 期初のリバランス θ_t による目先の期待効用の改善とその将来的な改善の比率を表す係数 p 、もう1つは t 期初のリバランス後の乖離 $\delta_t + \theta_t$ の下で予想される将来の取引コストを示す関数 $F_{cost}(\delta_t + \theta_t)$ である。またこれら係数 p や関数 $F_{cost}(\cdot)$ はいずれも前提とするリバランス戦略に依存する。

この簡単でない問題に対して、前節で紹介した中島の代替的な方法は、経済的な解釈が可能な解決策を与える。ここではこの点を確認する。そのために、まず(11)式右辺の目的関数を次のように書き換える。

$$(1+p) \left\{ -L_t - \frac{c'|\theta_t| + F_{cost}(\delta_t + \theta_t)}{1+p} \right\}$$

ここで p は定数なので、上式の $\{ \}$ 内は(11)式の目的関数と等価である。そこでこの $\{ \}$ 内を新たな目的関数とすると、これは次のように書くことができる。

$$-L_t - \frac{c'|\theta_t|}{F_X(\delta_t + \theta_t)} \quad (13)$$

ここで $F_X(\delta_t + \theta_t)$ は、(11)式の改善策を実行するために必要な未知の係数 p と関数 $F_{cost}(\delta_t + \theta_t)$ を含む下記の関数である。

$$\begin{aligned} F_X(\delta_t + \theta_t) &= \frac{(1+p)c'|\theta_t|}{c'|\theta_t| + F_{cost}(\delta_t + \theta_t)} \quad (14) \\ &= \frac{1+p}{1} \times \frac{c'|\theta_t|}{c'|\theta_t| + F_{cost}(\delta_t + \theta_t)} \end{aligned}$$

上述のように(14)式右辺の定数 p は、 t 期初のリバランス θ_t による目先の期待効用の改善と将来的な改善の比率と見なせる。このため同式右辺の第1因子 $(1+p)/1$ は、 θ_t による目先の期待効用の改善に対してこれに将来の改善を加えた通期の改善が何倍になるかを表す倍率になる。一方、同第2因子の逆数は、リバランス θ_t にかかる目先の取引コスト $c'|\theta_t|$ に対してこれに将来の取引コスト $F_{cost}(\delta_t + \theta_t)$ を加えた通期のコストが何倍になるかの倍率を示している。したがって $F_X(\delta_t + \theta_t)$ は、後者の倍率に対する前者の倍率の比になる。

さて(13)式は、通期の改善効果と取引コストを考慮した目的関数だが、その体裁は1期間モデルの目的関数である(3)式に通じる。そこで、目先の改善効果や取引コスト（費用）の評価による短期の1期間モデルに基づくのが(3)式で、通期の効果や費用の評価による多期間モデルに基づくのが(13)式だと考える。この場合、これらの数式における効果や費用の評価値は、期間の拡張にともない後の方が大きくなる。ただし、その倍率は効果と費用で異なるため、 $F_X(\delta_t + \theta_t)$ によってこの倍率の違いを調整していると考えられる。

したがって、(13)式の $F_X(\delta_t + \theta_t)$ が(12)式のリバランス停止期間 i_t に相当するとしたら、(13)式の目的関数

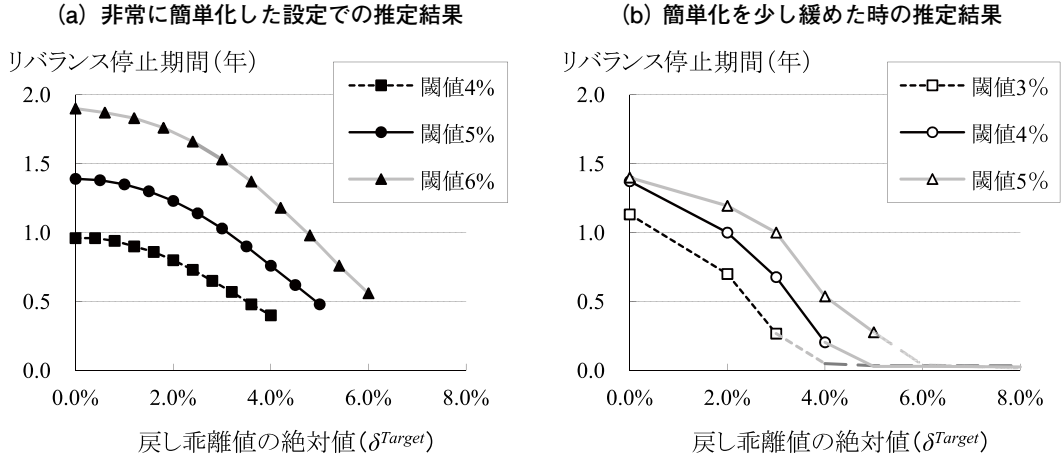


図3. リバランス直後の目標配分からの乖離とその後の平均的なリバランス停止期間の関係

は(12)式の目的関数と等価になる。そこで、(14)式の $F_X(\delta_t + \theta_t)$ を次のように変形する。

$$F_X(\delta_t + \theta_t) = \frac{1 + \rho}{c'|\theta_t| + F_{cost}(\delta_t + \theta_t)} \bigg/ \frac{1}{c'|\theta_t|} \quad (15)$$

これによると $F_X(\delta_t + \theta_t)$ は、目先の費用対効果 $1/c'|\theta_t|$ に対する通期の費用対効果の倍率を表していることが分かる。すなわち $F_X(\delta_t + \theta_t)$ は、費用対効果で測った2つの期間の比率（通期／目先）に相当する。一方、(12)式の近視眼的な目的関数については、リバランス停止期間 i_t が近視眼的な通期に相当し、 t 期単独（単位期間1）が目先の期間であると考えることができる。この場合、(15)式右辺の2つの期間の比率（通期／目先）は、(12)式では $i_t/1$ に相当する。

このように考えると、前節の(12)式の近視眼的最適化は、Kritzman等の方法の改善策である(11)式と整合的である。また(11)式の改善策が、係数 ρ と関数 $F_{cost}(\delta_t + \theta_t)$ の特定という困難を抱えているのに対し、(12)式最適化はこの問題を直接扱わない。そして(11)式で特定を要する係数と関数を一元化した(14)式の $F_X(\delta_t + \theta_t)$ は、数式的には期間比率と解釈でき、(12)式の近視眼的な最適化ではリバランス停止期間 i_t がこれに相当する。また $1/i_t$ は、 t 期のリバランス θ_t にかかる取引コスト $c'|\theta_t|$ の期間案分の係数に相当する。さらにここで、リバランス停止期間 i_t が t 期初のリバランス実行後の乖離 $\delta_t + \theta_t$ の関

数になることを思い出すと、(12)式は(11)式と等価な最適化問題を経済的な解釈が可能な形で特定したものであることが分かる。

XII. リバランス停止期間の探索的選択

これまでKritzman等の方法を紹介して、その問題点と改善策を示すとともにこの改善策が持つ困難を指摘した。これに対し前節では、X節で紹介した(12)式の近視眼的な最適化が、この困難を解決できる方法であることを数式上の経済的解釈の下で確認した。

ただし(12)式最適化を行うには、 t 期初のリバランス θ_t の実行後に期待されるリバランス停止期間 i_t を、リバランス実行後の乖離 $\delta_t + \theta_t$ の関数 $F_{duration}(\delta_t + \theta_t)$ として明示的に把握する必要がある。しかし、この関数の正確な特定は簡単ではない。これに対し、中島（2020）は、非常に簡単化した2種類の設定で閾値ベースのリバランスをシミュレーションし、その結果（図3の6つのカーブ）に基づく6つの関数を考えている。

そして、これらの関数を用いた6つのリバランス戦略を探索的に評価し¹⁰⁾、最大で年率0.33bp（basis point）の違いを確認している。この差は一見小さいように見えるが、資金規模の大きなGPIFだと年間50億円以上になる。また預かり資産の規模が数千億円から10兆円の機関投資家であっても、その差は年間2000万円から3億円以上になる。

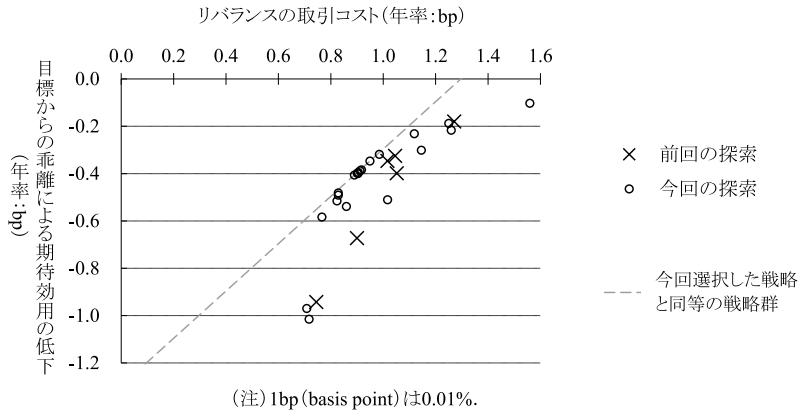


図4. (12)式の最適化によるリバランス戦略の探索的評価と選択

また、これ等の機関投資家の多くは、運用の経費を預かり資産から支払っている。そして、上記の金額（年間2000万円から50億円）は、運用の成果ではなく年間の経費と考えるべきものである。さらに、これ等の機関投資家の投資期間は通常10年を優に超える。すなわち、これ等の機関投資家やその加入者にとって、上述の評価値の差は、長期的に2億円から500億円を超える経費の差に相当する。

さらに、これら6つのリバランス戦略は、いずれも同じような単純化の下で選ばれたものであり、戦略のユニバースとしての広がりも限定的である。このため、より多様な戦略を加味した探索で、各機関投資家が採用している現行のリバランス戦略と比較すれば、削減可能な経費はより大きなものになると思われる。

図4のシンボル「x」は、上述の6つのリバランス戦略を用いた探索的評価の結果である。その際、(12)式のリバランス停止期間 i_t に関する図3の6つのカーブは、それぞれ2次関数もしくはロジスティック関数で近似している。これに対し同図のシンボル「o」は、リバランス停止期間 i_t の関数のクラスを踏襲しつつ、主にロジスティック関数のパラメータの値を探索的に変えて、これらリバランス戦略のパフォーマンスを評価したものである。これによると、今回の探索によって0.07bpの効率性改善を実現できることが分かる。

XIII. 閾値ベースのリバランスの評価

さて、図4のシミュレーションは、注10の通り実

際の機関投資家の過去の公開情報に基づく。また図4では使用していないが、この公開情報には実際の許容乖離幅の数値も含まれる。図5のシンボル「◆」は、この公開された実際の許容乖離幅に基づく2つのリバランス戦略の評価である。なお、これら2つの違いは乖離幅を超えた資産の戻し幅であり、その内容は次の通りである¹¹⁾。

- ①乖離をゼロにする（政策ポートフォリオの数値に合わせる）
- ②許容乖離幅の半分の乖離まで戻す

これによると、図4の探索で選択されるリバランスに対して、いずれも効率性が明らかに劣ることが分かる。

さらに図5では、IV節で紹介した「各資産クラスのベンチマーク指数の短期リターン標準偏差に応じて、標準偏差が大きな資産クラスの許容範囲を相対的にワイドにする」リバランス戦略も全部で8つ評価している（シンボル「△」）。これらのリバランス戦略の許容乖離幅は、いずれもベンチマーク指数の年間リターン標準偏差に政策ポートフォリオ π^* における当該資産の比率を乗じた数値に基づく。そしてこの数値に4つの適当な係数 (0.5, 1, 1.5, 2) を乗じるとともに、上記2つの戻し幅 (①, ②) を想定することで計8種類のリバランス戦略を用意した。

なおVI節で指摘したように、これらのリバランス戦略における許容乖離幅の考え方は、(3)式以降で紹介した最適化ベースのリバランスのいずれにも反する可能性が高い。実際、これら8つのリバランス戦略は、図4の探索で選択されるリバランスに対し

効率的なリバランス戦略の検討とパズル

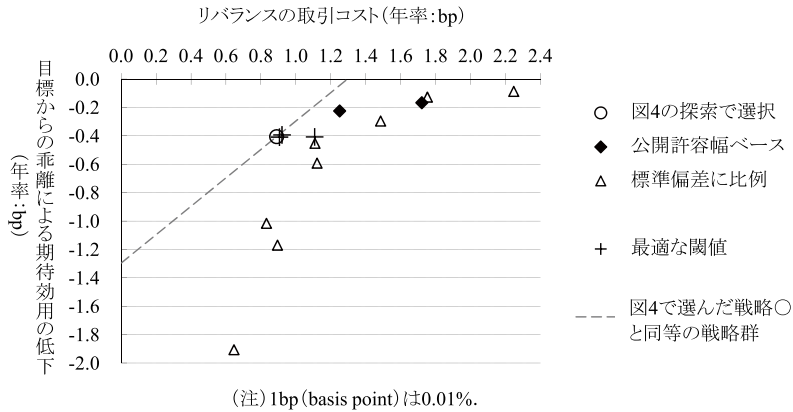


図5. 実際に機関投資家が採用していると思われる閾値ベースのリバランス戦略の評価

て、いずれも効率性が明らかに劣っており、公開された実際の許容乖離幅に基づくリバランス（◆）に比べても、その劣後幅は平均的に大きい。

以上、実際に機関投資家が採用していると思われる閾値ベースのリバランス戦略の効率性を図5を用いて定量的に評価した。これによると、(12)式の最適化に基づいて探索的に選択したリバランス戦略の効率性（点線）に対して、いずれも相当の改善余地が認められる。そこで、これら閾値ベースのリバランス戦略の改善余地を見たのが、図5のシンボル「+」の3つのリバランス戦略である。

これら3つのリバランス戦略の違いは乖離幅を超えた資産の戻し幅であり、ここでは先述の2つ(①, ②)に加えて、③許容乖離幅の乖離（閾値）まで戻す戦略を加えている（経験的な話ではなく規範的戦略の話なので）。そして、それぞれの戻し幅毎に最適な閾値（許容乖離幅）を資産クラス別に与えている。

これによると、②の戻し幅の戦略が最も効率的であり、③の戻し幅もほぼ同様の効率性が認められる。そしてこれら2つのリバランス戦略の効率性は、(12)式の最適化に基づく図4のリバランス戦略（シンボル「○」）と比べても遜色ない。図5における以上14のリバランス戦略の評価は、実際に多くの機関投資家が採用している閾値ベースのリバランス戦略に限って見ても、未だ相当の効率性改善の余地があるとことを示唆している。

なお同図では、(12)式の最適化に基づく探索的選択に近いパフォーマンスを、閾値ベースのリバランスでも期待できるように見える。しかし図4の探索

は、(12)式のリバランス停止期間 i_t の関数 $F_{duration}(\delta_t + \theta_t)$ のクラスを2つに限っている点に注意が必要である。

さらに簡単化のため、この関数の入力 $\delta_t + \theta_t$ そのものではなく、その要素（4つ）の絶対値の和を用いている。VI節で指摘したように、資産配分の乖離の悪影響は資産クラス間のリターンを考慮して評価すべきである。したがってこの単純化した入力では、この知見をリバランス停止期間 i_t の評価に活かせない。このため $F_{duration}(\delta_t + \theta_t)$ の入力を工夫するとともに、代替的な関数クラスを新たに検討対象に加えれば、(12)式の最適化によるリバランスのパフォーマンスは、更に改善の余地があると思われる。

なお、図5における経験的リバランス戦略の評価を踏まえると、(12)式の最適化によるリバランスやその改善といったチャレンジもさることながら、多くの機関投資家にとっては、まずは自らが採用している閾値ベースのリバランスの効率性を(9)式や図5のような方法で把握し、その効率性の改善の余地を定量的に評価した方が良いと思われる。

XIV. まとめと課題

政策ポートフォリオに対する追加的なリスク・テイクは、銘柄選択とタイミングに分けられる。日本の機関投資家の多くは、前者には付加価値の獲得を期待するが後者には期待しない。このため本来の語意と異なり、タイミングのリスク・テイクは、意図せざる資産配分の悪影響を抑えるリバランスとその

実行コストの衡量問題になる。

この悪影響は、政策ポートフォリオの実効性低下と、実際のポートフォリオの効率性低下という2つの側面がある。これは、政策ポートフォリオとリバランス戦略は相互に依存しており、原理的には両者は同時に選択すべきことを意味する。しかしwebの公開情報を見る限り、リバランスに対する関心は、政策ポートフォリオに比べて非常に低く、銘柄選択と比べてもかなり低いように見える。

しかし実際のリスク・テイクは、銘柄選択より意図せざる資産配分の方が大きい傾向が見受けられる。単純に考えると、両者に対する関心とリスク・テイクの逆転は、投資効率の改善を目標とする投資家にとってパズルになる。機関投資家のリバランスには他にも問題を指摘できるが、これらのパズルや問題は、意図せざる資産配分に関する機関投資家のガバナンス不全による可能性がある。本稿ではその原因として、内部や外部の関係者のマインドセット、およびこの分野の定量評価の技術的困難を挙げた。

言うまでもなく機関投資家に期待されるのは投資の実行であり、標準的な投資はリスク・テイクによる付加価値の獲得を目指す。実際、政策ポートフォリオの策定と銘柄選択はこれに該当する。これに対し資産クラスのリバランスは、ネガティブなリスクを減らす保険であり、取引コストが保険料に相当する。すなわちリバランスは保険料という経費の節約問題として、暗黙の内に主要業務とは異なる扱いになっている可能性がある。

また付加価値獲得の問題と異なり、この経費節約の問題では、事後的な超過リターンの大小でなく、ネガティブなリスクの大きさが定量評価の対象になる。このリスクと取引コストの比較衡量は、リターンと委託コストの衡量に比べて技術的ハードルが高い。しかしこのハードルを越えない限り、規律付けやインセンティブを適切に設計できない。

本稿ではこれらの問題意識に基づき、意図せざる資産配分に関する資産クラスのリバランスの定量評価を議論した。具体的には、閾値ベースのリバランスではなく、一般的な最適化からスタートして、現実的な設定でこれを解く困難をまず確認した。次にこの困難の回避を企図したKritzman *et al.* (2009)の探索的な方法を紹介し、その問題点と改善策を示した。さらにこの改善策における困難を指摘した上で、この困難に対して中島 (2020) の探索的な方法が良い解決策になることを確認した。

それでこの方法を用いて、多くの機関投資家が採用している閾値ベースのリバランスを定量評価したところ、実際に用いられているリバランス戦略が相当の非効率性を抱えている可能性が示された。ただしこの非効率性は、閾値や戻し幅を適切に与えることでかなり改善できる。

以上が本稿のまとめである。続いて今後の課題として2つの可能性を挙げる。1つは銘柄選択におけるパッシブ運用との比較である。パッシブ運用でも意図せざる銘柄配分の悪影響の抑制と取引コストの比較衡量が求められる。それで実際の超過リターンを見ると、パッシブ運用を委託された専門家は、この悪影響に対して極めて抑制的に臨んでいる。

これらの専門家が機関投資家に対する忠実で善良な代理人なら、委託を受けた投資については、機関投資家と同じ(4)式の最大化を目指すはずである。取引コストの単価に大きな違いがないとすると、悪影響の抑制に関する機関投資家との姿勢の違いは、それぞれに課せられる規律付けやインセンティブの違いによるのかもしれない。すなわち、機関投資家に対する現状の規律付けやインセンティブが過少なに対し、銘柄選択のパッシブ運用の専門家に対する規律付けやインセンティブが過大になっている可能性がある。

もう1つの可能性は、機関投資家の認知バイアスである。正の付加価値の獲得を目指す標準的な投資では、超過リターンの期待値や分散が考量される。これらの特性値はいずれも目に見えない。これに対し、意図せざる資産配分の抑制では、目に見えないネガティブ・リスクと目に見える取引コストが比較衡量される。その際何らかの認知バイアスにより、目で見えるコストに対して目で見えない悪影響を過小評価する可能性がある。

$$\max_{\theta_i} \{-0.5\lambda(\delta_i + \theta_i)' \Sigma(\delta_i + \theta_i)\} \times i_i \times w_{bias} - c'|\theta_i| \quad (12a)$$

このバイアスが存在する場合、その影響は上記(12a)式の係数 w_{bias} として表現できる ($0 < w_{bias} < 1$)。言うまでもなくこのバイアスはリバランスの効率性の低下をもたらす。この場合、図5による定量評価の結果からこのバイアスの影響の大きさを逆算できる。

謝辞

2020年の学会発表でご討論頂いた名古屋商科大学の小林武氏に感謝申し上げます。

注

- 1) GPIFの2022年度の業務概況書 (p.43)によると、経済環境や市場環境の変化が激しい昨今の傾向を踏まえ、市場環境の適切な(合理的な根拠を持つ)見通しを踏まえた機動的な運用ができる点がある。しかしこの運用の詳細や実例および使用するリソースは示されていない。また担当者の公開インタビューでも、「短期的な市場の動向により資産構成割合を変更するよりも、基本となる割合を決めて長期間維持する方が、効率的で良い結果をもたらす」ため、「基本ポートフォリオ通りの資産構成割合に戻すリバランスという作業が必要になる」と記されている。
<https://www.gpif.go.jp/job/interview/01.html>
- 2) 例えば下記URLの資料等で内容を確認できる。
https://www.gpif.go.jp/topics/Adoption%20of%20New%20Policy%20Portfolio_Jp_details.pdf
<https://www.taisyokukin.go.jp/assets/PDF/chu-minaoshi.pdf>
- 3) 下記URLの資料を参照した。根拠を取引コストに求める記載は他の機関投資家の用語集でも認められる。なお、かつてはGPIFの用語集にも同様の記述があったようだが現在は確認できない(2016年度以前の業務概況書の用語解説では根拠を取引コストに求める記載がある)。
<https://www.taisyokukin.go.jp/assets/assets05-02.html>
https://www.pmac.shigaku.go.jp/annai/joho/shisan/ilo6910000008wnj-att/k_unyou_chouki_kihonportfolio_2020_2.pdf
- 4) 下記URLの資料でマネジャー・ストラクチャの選択や定期評価の一端を見ることができる。
https://www.taisyokukin.go.jp/assets/PDF/manager_structure_r0111.pdf
https://www.gpif.go.jp/operation/79328564gpif/2022_4Q_0707_jp.pdf (pp.101-108)
- 5) GPIFは2013年、2014年、2020年に政策ポートフォリオを変更しているが、この期間を除いても傾向は変わらない。なおデータ週及が2016年度以降に限られる投資家群の中には、この傾向が認められないものもある。
- 6) このパズルの鍵は、本文の仮定(A)における単純化にある。この点については稿を改めて論じたい。
- 7) 彼等は豊富な計算資源(28-processor grid computing platform)を用いて、Sun等の分析を5資産のポートフォリオにまで適用している。しかし、実行可能性を担保するための簡単化(離散化の粗さ)により、理論

- 的な最適解が探索的手法に劣後する結果となっている。
- 8) dI は適当な対角行列 D の制約版。この制約で解の効率性は低下するが計算負荷は減る。
 - 9) リバランス後の乖離の再拡大を考えると、(12)式の右辺第1項の係数は、 $mi_i (m > 1)$ のように書ける。ただ探索的評価ではこの mi_i を一体で扱うため m の考慮は結果に影響しない。
 - 10) シミュレーションの前提となる幾つかの数値は実際の機関投資家の過去の公開情報に基づく。
 - 11) これら2つの戻し幅に加えて、③許容乖離幅の乖離(閾値)まで戻すリバランスも評価したところ、年間のリバランス回数は3~7回であった。経験的にこの頻度で資産間のリバランスを行う機関投資家はかなり少数と思われる。このため図5では表記していない。

参考文献

- 中島英喜 (2020) 「静的な政策ポートフォリオと動的なリバランス戦略」『経済科学』第67巻4号, 75-83頁。
- 山下隆 (2000) 「政策アセットミックスへのリバランスについて」『証券アナリストジャーナル』第38巻5号, 87-103頁。
- Brinson, G., L. Hood and G. Beebower (1986), "Determinants of Portfolio Performance", *Financial Analysts Journal* 42(4), pp.39-44.
- Donohue C. and K. Yip (2003), "Optimal Portfolio Rebalancing with Transaction Costs", *Journal of Portfolio Management* 29(4), pp.49-63.
- Holden H. and L. Holden (2013), "Optimal Rebalancing of Portfolios with Transaction Costs", *Stochastics: An International Journal of Probability and Stochastic Processes* 85(3), pp.371-394.
- Kritzman, M., S. Myrgren and S. Page (2009), "Optimal Rebalancing: A Scalable Solution", *Journal of Investment Management*, 7(1), pp.9-19.
- Leland, H. (1999), "Optimal Portfolio Management with Transaction Costs and Capital Gains Taxes", Haas School of Business Technical Report, University of California, Berkeley.
- Markowitz, H. and E. van Dijk (2003), "Single-Period Mean-Variance Analysis in a Changing World (corrected)", *Financial Analysts Journal*, 59(2), pp.30-44.
- Sun W., A. Fan, L. Chen, T. Schouwenaars and M. Albota (2006), "Optimal Rebalancing for Institutional Portfolios", *Journal of Portfolio Management* 32(2), pp.33-43.
- Woodside-Oriakhi M., C. Lucas and J. Beasley (2013), "Portfolio rebalancing with an investment horizon and transaction costs", *Omega* 41(2), pp.406-420.
- Žilinskij G. (2015), "Investment Portfolio Rebalancing Decision Making", *European Scientific Journal*, February Special edition (3), pp.61-69.