

磁力線の測地曲率に着目したトーラスプラズマの
乱流輸送に関する研究

西本 守
名古屋大学大学院理学研究科
素粒子宇宙物理学専攻

2024年3月

目次

第 1 章	はじめに	3
1.1	複雑性科学の対象としてのプラズマ	3
1.2	核融合プラズマを研究する意義	3
1.2.1	人類が抱えるエネルギー問題	3
1.2.2	核融合プラズマ	5
1.3	トーラスプラズマ	6
1.4	本論文の構成	8
第 2 章	プラズマの輸送	9
2.1	粒子衝突と粒子軌道による輸送	10
2.1.1	古典輸送	10
2.1.2	新古典輸送	11
2.2	乱流輸送	16
2.2.1	プラズマの密度・圧力勾配による乱流駆動	16
2.2.2	乱流による閉じ込め悪化	19
2.2.3	帯状流による乱流輸送低減	19
2.2.4	帯状流効果を考慮した輸送モデル	26
2.3	配位最適化	28
2.3.1	配位最適化：新古典輸送	29
2.3.2	配位最適化：乱流輸送	29
2.4	本研究の目的と意義	32
第 3 章	実験装置	34
3.1	大型ヘリカル装置による磁場幾何構造変化	34
3.2	加熱装置を用いたプラズマ点火、加熱	37

3.2.1	中性粒子ビーム入射 (NBI) 加熱装置を用いたイオン・電子加熱	38
3.2.2	電子サイクロトロン加熱 (ECH) によるプラズマ立ち上げおよび、電子加熱	41
3.3	計測装置	42
3.3.1	トムソン散乱計測による電子密度・温度分布計測	42
3.3.2	荷電交換分光計測 (CXS) を用いたイオン温度分布計測	43
3.3.3	位相コントラストイメージング計測 (PCI) を用いたイオンスケール密度揺動計測	44
3.4	解析システム	45
3.4.1	熱輸送解析	45
3.4.2	統合解析コードを用いたデータ整理、輸送解析	46
第 4 章	測地線曲率変化によるイオン輸送および帯状流への影響	49
4.1	LHD の磁場配位と測地線曲率配位	49
4.1.1	LHD の磁気軸	49
4.1.2	測地線曲率	51
4.1.3	プラズマパラメータ	53
4.2	統計解析を用いた輸送に対する測地線曲率の重要性の解析	64
4.3	帯状流効果の測地線曲率依存性	68
4.3.1	乱流強度評価	68
4.3.2	各パラメータにおける、帯状流効果の測地線曲率依存性	70
4.3.3	他のパラメータ領域における帯状流効果の測地線曲率依存性	72
第 5 章	総括	75
付録 A	ジャイロ運動論	77
付録 B	Bohm 拡散、Gyro-Bohm 拡散	80
参考文献		84

第 1 章 はじめに

第 1 章では、核融合プラズマの閉じ込め性能に関する研究を概観する。

1.1 複雑性科学の対象としてのプラズマ

古典物理の基礎的な運動方程式は、ひとつやふたつの粒子で構成されたミクロな系の運動を記述するものである。ミクロな構成要素が多数集まってマクロな系となったとき、素朴な帰結として、ミクロの法則をマクロな系にそのまま拡張すれば全ての運動を予測できるように思える。しかし、マクロの視点で見たとき、ミクロの法則だけでは演繹/予測ができない現象が起きており、こうしたマクロな系は複雑系と呼ばれている。P. W. Anderson が、1972 年に Science に投稿した論文 More is different[1] で指摘したように、要素還元論的研究だけでなく、マクロレベルで現れる現象を理解するための研究が自然界の理解に不可欠である。

電離気体であるプラズマは、複雑系的一种であり、電場や磁場を介した長距離相互作用が作り出す多様な非線形現象が現れる。プラズマの巨視的現象の理解は複雑系の理解に繋がるとともに、宇宙における星形成、高エネルギー粒子生成等の諸現象の理解や、核融合エネルギーの利用、半導体技術の高度化など幅広い応用が期待できるため、プラズマは非常に興味深い研究対象である。本研究は其中で特に磁場閉じ込め核融合プラズマに着目した研究である。

1.2 核融合プラズマを研究する意義

1.2.1 人類が抱えるエネルギー問題

現在、図 1.1 が示すように、世界のエネルギー消費量は増えており、今後も増えていくことが見込まれる。現代の基幹エネルギー源は化石燃料であるため、エネルギー消費量の増大に伴って、温室効果ガスを原因とする地球温暖化やエネルギー源の枯渇が問題視され

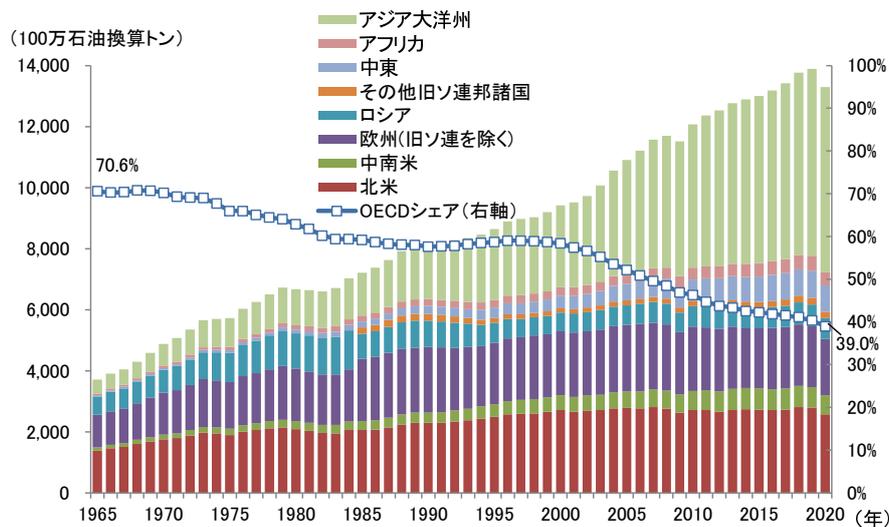


図 1.1: 世界のエネルギー消費量。[2] より抜粋。

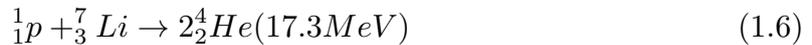
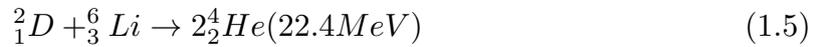
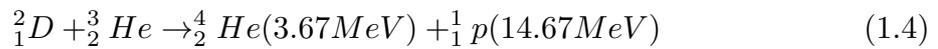
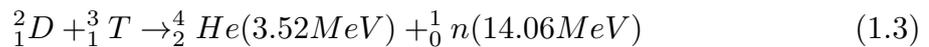
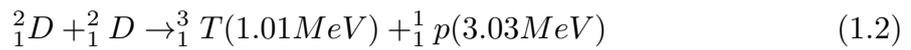
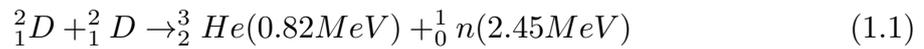
ている。2015 年の国連サミットで持続可能な社会の開発目標（SDGs）が設定され、その項目に気候変動への対策や、人類全体へのクリーンなエネルギーの供給が盛り込まれた [3, 4, 5]。今後、持続可能な社会を実現するには増大するエネルギー需要への供給と環境問題の解決の両方が重要である。現在、化石燃料を代替するために再生可能エネルギーなどの利用が進められているが、いずれも一長一短があるため課題解決が難しい。例えば、原子力発電は大規模かつ安定供給が可能、二酸化炭素の排出がほとんどない、といった長所があるが、安全性や放射性廃棄物の処分、プルトニウムの管理等のリスク管理に多大なコストがかかるという欠点がある。再生可能エネルギーには水力や太陽光、風力を用いた発電などがあり、二酸化炭素の排出がほとんどないが、それぞれ地理、日照時間、気象条件に依存しており、大規模発電および安定供給が難しい。そのため、新たな基幹エネルギー源が求められている。

星のエネルギーを利用する核融合発電はエネルギー問題を解決できると期待されており、20 世紀半ばから、様々なコンセプトで核融合発電をめざす研究が精力的に行われてきた。その代表的なものが、磁場閉じ込め方式とレーザーを用いた慣性閉じ込め方式である。両者とも、近年入力エネルギーと同等程度のエネルギーを生み出すことには成功した。しかし、実用化に至るまでには、様々な物理的課題および工学的課題が残されている。磁場閉じ込めプラズマの代表的な課題は、乱流輸送の高精度予測とその制御である。プラズマの中心で 1 億度（約 10keV）の高温になる核融合燃焼プラズマは、 10^8K/m オーダーの温度勾配を安定に維持する事が必要である。そのような極限的な非平衡状態で駆動

される乱流は非線形性が卓越する。巨視的性質を理解し、制御する事は、プラズマ物理として重要かつチャレンジングな課題であり、複雑性科学としても最先端の課題である。

1.2.2 核融合プラズマ

核融合発電は、太陽をはじめとする恒星で起きている核融合反応によりエネルギーを生み出す装置である。核融合反応とは、ある2つ以上の原子核が融合して新たなより重い原子核が生成される反応である [6, 7]。原子核同士を近づけると静電的に反発し合うが、その反発力より大きい力で衝突させると核力が働き、原子核同士は融合する。その過程で、欠損質量分のエネルギー $E = mc^2$ が放出される。核融合反応の典型的な例は以下の通りである。



ここで、 2_1D は重水素 (deuterium)、 3_1T は三重水素あるいはトリチウム (tritium)、 1_1p は陽子 (proton)、 1_0n は中性子 (neutron)、 4_2He はヘリウム (helium) あるいはアルファ粒子 (alpha-particle)、 Li はリチウム。これらの反応を大量に起こす方法の一つとして、燃料をプラズマ状態にし、ある閉じた空間に閉じ込め、温度を上げて熱運動によるイオン間の衝突で核融合反応起こす方法が考えられた。

数ある核融合反応の中でエネルギー源として核融合炉に利用するには、原子核同士の反発力が小さく、かつその反応断面積が大きく発熱反応である必要がある。核融合反応の期待値 $\langle\sigma v\rangle$ を比較すると (図 1.2)、温度が 10 から 100keV の間で D-T 反応の期待値 $\langle\sigma v\rangle$ が最も高いため、第一世代の核融合炉は D-T 反応を用いることが妥当であると考えられる。ただし、この温度領域では燃料がプラズマ状態となり、固体壁で閉じ込めることは不可能である。そのため、磁場を使った高温プラズマ閉じ込め方法の確立が必要である。

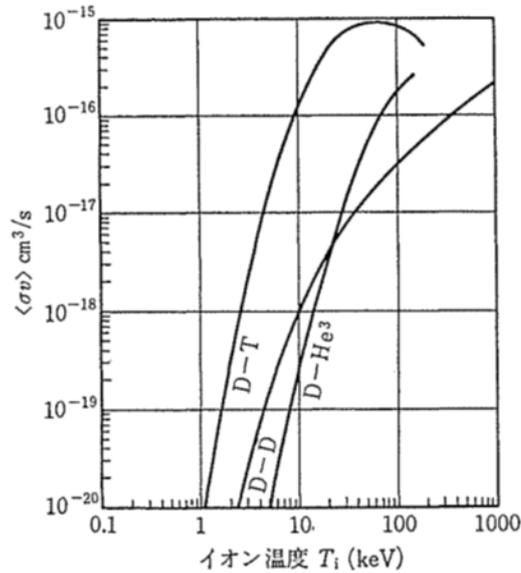


図 1.2: 反応の期待値の温度依存性。 $\langle\sigma v\rangle$ 。 $\langle\sigma v\rangle_{DD}$ は反応式 1.1 と反応式 1.2 の値の和を示す。[8] より抜粋。

1.3 トーラスプラズマ

荷電粒子は磁場があると、磁力線を中心に旋回運動（ジャイロ運動）し、磁力線に束縛される。この性質を活かした閉じ込め方式が磁場閉じ込め方式である。磁場閉じ込め方式の一つに、ミラー型と呼ばれる直線型の装置がある。装置両端で磁場強度を強めることで、プラズマが反射する効果（ミラー効果）を利用して、プラズマを閉じ込める装置であるが、この方式では磁力線に沿って端から反射しないプラズマが損失してしまう問題がある。トーラス系は図 1.3 のように磁力線を円環上に閉じることで端からの損失をなくすことができ、現在の磁場閉じ込め核融合プラズマ研究において主流となっている。プラズマの回転対称軸からの距離を大半径とよび、プラズマ太さ断面の半分を小半径とよぶ。トーラスの対称性がある方向（ H_ϕ , J の方向）をトロイダル方向とよぶ。またトロイダル方向に電流 J を流した時に生成される磁場の向きをポロイダル方向（ H_θ の方向）と呼ぶ。トーラス磁場配位では、大半径方向に磁場強度が変化するため、磁場勾配（ ∇B ）ドリフトによって電子とイオンが上下に分極し、電場 E が発生する。トロイダル方向電場のみの単純なトーラスでは、この電場による $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトがプラズマを系外に損失させる問題が明らかとなった。この問題を解決するためにポロイダル方向の磁場を形成し、磁力線

をねじる（回轉變換）ことが、上下方向の電場を短絡するため有効である。この磁力線をねじる方式は2種類にわけることができ、ITER[9]に代表されるトカマク型（軸対称系）の装置では、プラズマ中に電流を流すことで回轉變換を与え、ステラレータ／ヘリカル型（非軸対称形）では外部コイルでポロイダル磁場を形成することで回轉變換を与える。

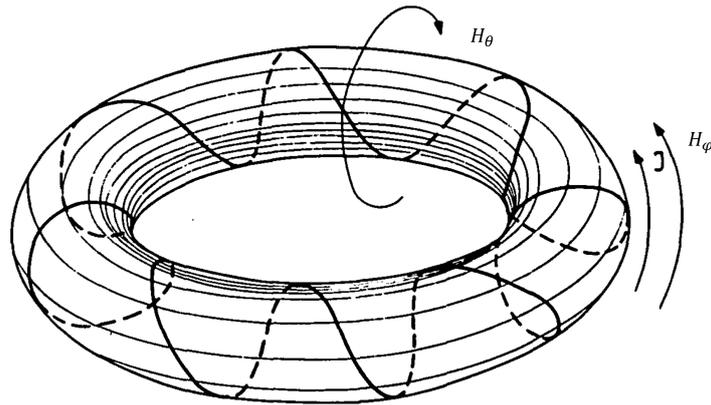


図 1.3: トーラス磁場配位の概略図。[10] より抜粋

トーラスプラズマの磁力線はトーラスを何回転もした時に磁気面をつくり、磁気面は幾重にも重なり、図 1.4 のような入れ子状となる。高温プラズマを閉じ込めた場合は、多くの場合は、多くの磁場に沿って温度や密度が一様になると近似することができるため、プラズマの分布は、磁気面のラベル（磁気面関数）によって記述することが可能になる。本研究でプラズマの輸送を議論する場合には、この仮定を前提として、磁気面を横切る輸送を議論する。

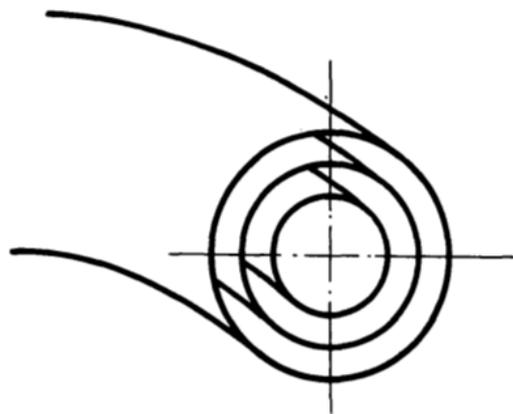


図 1.4: トーラス磁場の磁気面。[10] より抜粋

現在、南フランスのサン・ポール・レ・デュランスでトカマク型核融合炉（ITER 装置）（図 1.5）が開発されている。2027 年ごろに運転が開始される予定であり、目標は核融合燃焼プラズマ実現である。経済的な核融合炉の運転には、核融合出力パワー／エネルギーと加熱入力パワー／エネルギーの比で表したエネルギー増倍率 Q を $Q > 10$ 必要がある。核融合燃焼プラズマ実現とはつまり、核融合エネルギーが科学技術的に成立することを実証する為に世界初の $Q > 10$ の達成を目指すことである。 $Q > 10$ を満たすには、核融合プラズマの温度 $T[eV]$ 、密度 $n[m^{-3}]$ 、閉じ込め時間 $\tau_E[s]$ の 3 重積で表したローソン条件 $n\tau_E T > 4 \times 10^{21} keV \cdot m^{-3} \cdot s$ を満たす必要がある。このとき、各パラメータはプラズマ温度 $T = 10keV$ 、プラズマ密度 $n = 10^{20}m^{-3}$ 、閉じ込め時間 $\tau_E = 1s$ のオーダーとなる。核融合エネルギー出力に直結する閉じ込め性能は、プラズマ内で発生する乱流によって決定されると考えられており、ローソン条件を達成するためにも乱流輸送の高精度な予測と輸送低減運転手法開発が重要である。

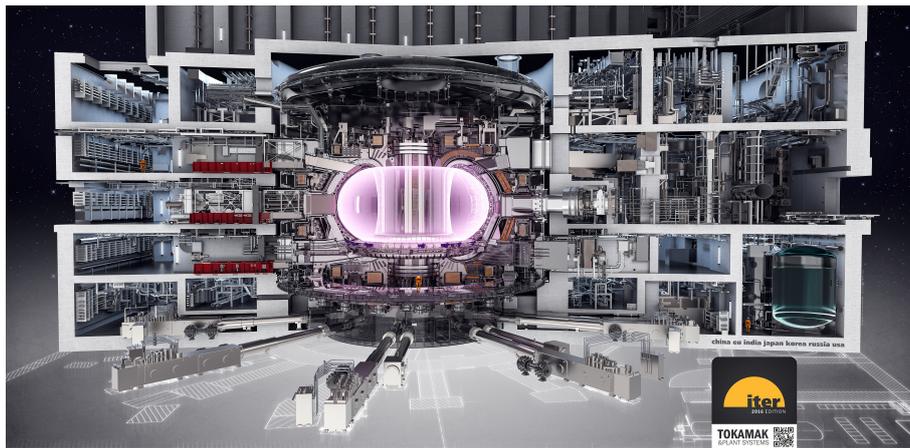


図 1.5: ITER 全体像の断面図。[11] より抜粋。

1.4 本論文の構成

本研究はトーラス磁場幾何構造に着目した、磁化プラズマの乱流輸送に関する実験研究である。第 2 章では、プラズマ乱流に関する従来の結果を概観した後、現状の課題とその課題を解決する可能性をもつ磁力線の測地曲率が乱流輸送に与える理論研究の結果を示す。第 3 章では、本研究に用いた実験装置と解析手法を述べる。第 4 章では、本研究で得られた実験データをまとめ、測地曲率が輸送に与える影響について議論を行う。

第 2 章 プラズマの輸送

輸送とは、高温／高密度領域から低温／低密度領域への熱／粒子の移動現象のことを表す。トーラスの小半径方向の単位面積単位時間あたりのイオン熱流束 Q_i の近似的な拡散方程式は

$$Q_i = -\chi_i n \frac{dT_i}{d\rho} \quad (2.1)$$

で表され (ρ は規格化小半径)、本研究ではイオン熱輸送係数 χ_i の大小により輸送特性を議論する。

磁場閉じ込めプラズマにおいて輸送は最も重要な課題の一つであり、理論、実験双方の研究が長年精力的に行われてきた。トーラスプラズマの輸送には、粒子衝突と粒子軌道による新古典輸送と、プラズマの様々な不安定性が駆動する揺らぎによる乱流輸送のふたつの輸送過程がある。乱流輸送は新古典輸送よりも一桁以上大きい場合があり、磁場閉じ込めプラズマにおける輸送過程の主原因であるため [12, 13, 14]、磁場閉じ込め炉心プラズマ内での乱流の発達や、乱流輸送抑制方法の解明は、核融合炉の成立性や性能向上に直結する重要課題である。また、乱流は、核融合炉心プラズマ以外の自然界において流れがあるところでいたるところに存在し、時間・空間的に複雑なふるまいをするため、その巨視的な物性や統計的性質の理解が課題となっている [15]。

高温・高密度状態で閉じ込められているトーラス磁場内のプラズマでは様々な不安定性によって乱流が生まれ、時空間方向に多様なスケールを持つ。そのひとつであるトーラスの中心から外側にむかうプラズマ圧力の勾配が駆動する Larmor 半径程度のスケールをもつ微視的乱流は、熱エネルギーを輸送し、プラズマ分布を緩和させる。微視的乱流の一つであるイオン温度勾配が駆動する乱流（イオン温度勾配モード (Ion temperature gradient: ITG モード)）と、ITG 乱流の非線形性によって形成される帯状流は閉じ込めに非常に重要な役割を果たす。本章では、初めに古典輸送および新古典輸送と ITG モードによる乱流輸送と帯状流を説明したのち、輸送低減にむけた磁場配位の創成に関する研究の現状と課題を述べ、本研究の目的を述べる。

2.1 粒子衝突と粒子軌道による輸送

一様磁場中における粒子衝突および粒子軌道による輸送は古典輸送と呼ばれ、トーラス配位など非一様な磁場配位における粒子衝突および粒子軌道による輸送は新古典輸送と呼ばれている。本章では [16] を参考に、上記ふたつの輸送について説明をする。様々な速度を持った粒子は、無衝突の場合、磁場の不均一性によって磁場と垂直方向に移動（この動きをドリフトと呼ぶ）するため距離 Δ だけ磁気面からずれる周期的な軌道を描く。周期軌道を描く粒子は速度成分比で分類でき、その速度空間内での割合を F とする。粒子の特徴的な周期運動は、ピッチ角 (θ_p , $\cos \theta_p = v_{\parallel}/v$, v_{\parallel} は速度 v の並行成分) を用いて定義されるため、 F はピッチ角分布の割合と考えることができる。したがって、粒子のピッチ角が F 程度変化すると特徴的な周期運動が変化する。衝突によるピッチ角の変化を速度空間内のランダムウォークと考えると、四方八方に飛び散る（この運動を拡散と呼ぶ）ため、実効的に粒子の周期運動を変化させる実効衝突周波数は $\nu_{\text{eff}} (= \nu/F^2$ (ν は衝突周波数)) となる。速度の並行成分の割合が 0 となることも、すべての粒子が同じ速度の並行成分をもつこともないため、 $0 < F \leq 1$ である。周回軌道が終わるまえの衝突による拡散は、実効衝突周波数 ν_{eff} とステップサイズ Δ で特徴づけられるランダムウォークによって引き起こされるとみなすと、拡散係数 D は（関連する粒子の割合） \times （実効衝突周波数 ν_{eff} ） \times （ステップサイズ) $^2 = F\nu_{\text{eff}}\Delta^2$ で評価される。この章では、古典輸送および新古典輸送に対して、粒子拡散係数 D の ν 依存性を議論する。

2.1.1 古典輸送

一様磁場中において、荷電粒子は Larmor 半径 $\rho (= mv_{\perp}/eB$ 。このとき、質量 m 、粒子速度の垂直成分 v_{\perp} 、電荷 e 、磁場強度 B 。) の長さで磁場周りを旋回運動（Larmor 運動）しながら磁場 B に沿って自由に動く。荷電粒子が他の粒子と衝突することによって、運動の方向が変化する。これにより、粒子の磁場を横切る運動が起きる。衝突周波数 (ν) はラーモア運動の回転周波数よりも小さく、ジャイロ軌道を描ける状況を考える。ステップサイズは Larmor 半径であり、すべての粒子が輸送過程に関わるから $P = 1$ であるため、拡散係数 D は

$$D = \rho^2 \nu \quad (2.2)$$

で与えられる。

2.1.2 新古典輸送

トーラス磁場強度はトーラス外側で最小となり、内側で最大となるような非一様性を持ち、比較的単純なトカマク磁場において磁場の大きさは

$$B = \frac{RB_0}{R(1 + \varepsilon_t \cos \theta)} \approx B_0(1 - \varepsilon_t \cos \theta) \quad (2.3)$$

で記述される。このとき

$$\varepsilon_t = \frac{r}{R} \quad (2.4)$$

であり、 r はプラズマ小半径、 R は大半径であり、 ε_t は逆アスペクト比である。速度の垂直成分 v_\perp が速度の平行成分 v_\parallel に比べて大きい場合、すなわち

$$\frac{v_\perp}{v_\parallel} > \frac{1}{\varepsilon_t^{1/2}} \quad (2.5)$$

のとき、荷電粒子は反射（ミラー）し、外側の弱い領域に捕捉され、図 2.1 のようなバナナ軌道を描く。こうした粒子は捕捉粒子とよばれ、それ以外の粒子は非捕捉粒子と呼ばれる。捕捉粒子、非捕捉粒子は、軌道を描く間に磁場の変化による曲率ドリフトによって出発磁気面からずれ、そのずれはそれぞれ $\Delta_b \sim \rho q / \sqrt{\varepsilon_t}$ 、 $\Delta_u \sim \rho q$ と見積もられる。ここで q は安全係数 ($q \equiv rB_t / RB_p$ 。ここで、 B_t はトロイダル磁場、 B_p はポロイダル磁場)、 R_0 はトーラス半径である。無衝突の場合、非捕捉粒子が連結距離 qR_0 を移動するのに要する時間は $\tau_u = qR_0 / v_\parallel$ であり、捕捉粒子が特性長である連結距離を移動する時間は $\tau_b = qR / \sqrt{\varepsilon} v$ となる。

バナナ軌道の周回時間は長いから、衝突周波数の大小によって、粒子拡散を引き起こす原因となる粒子が異なる。衝突周波数が $\nu_{\text{eff}} < \tau_b^{-1}$ であるとき、バナナ粒子も非捕捉粒子も周回軌道を完結できる。バナナ軌道を描く粒子の存在割合は、速度空間での考慮から $F_b \sim \sqrt{\varepsilon_t}$ であり、ステップサイズは $\Delta_b > \Delta_u$ なので、バナナ粒子による拡散が支配的となる。速度 v は熱速度程度 $v_T = \sqrt{T/m}$ (T は粒子温度。エネルギーの次元にしている。) とすると、周波数領域は $\nu < v \varepsilon_t^{3/2} / qR_0 \sim \varepsilon_t^{3/2} v_T / qR_0 \equiv \nu_b$ を満たす。そのときの拡散係数は

$$D_b \sim F_b \Delta_b^2 \nu_{\text{eff}} = \varepsilon_t^{-3/2} \rho^2 q^2 \nu \quad (2.6)$$

となる。トカマクでは q が 1 より大きく、 $\varepsilon_t \ll 1$ であるため、バナナ領域の拡散係数は古典拡散より大きい。

$\nu_{\text{eff}} > \tau_b^{-1}$ のときバナナ粒子も非捕捉粒子も周回軌道を完結できず、すべての粒子 ($P = 1$) が $\nu = \nu_{\text{eff}} > v_T/qR_0 \equiv \nu_{\text{PS}}$ の周波数を持つ。ドリフトはトーラス磁場の影響をうけるため、ステップサイズは Δ_u となり、拡散係数は

$$D_{\text{PS}} = \rho^2 q^2 \nu \quad (2.7)$$

となる。

ν_b と ν_{PS} の中間領域では、バナナ軌道を描かないため簡単な取り扱いはできないが、拡散係数はドリフト近似によるブラゾフ方程式で求めることができ [17]、 $D_P = \rho^2 q^2 \nu_{\text{PS}}$ で示されるように、衝突周波数に依存しなくなる。この領域は上記2つの領域を滑らかにつなげ、拡散係数の衝突周波数依存性は図 2.2 となる。 ν_b 以下は、バナナ領域、 ν_{PS} 以上は Pfirsch-Schlüter 領域、その間の衝突周波数に依存しない領域はプラトー領域と呼ばれ、新古典拡散の拡散係数は古典拡散よりも大きくなり、複雑な衝突周波数依存性となる。

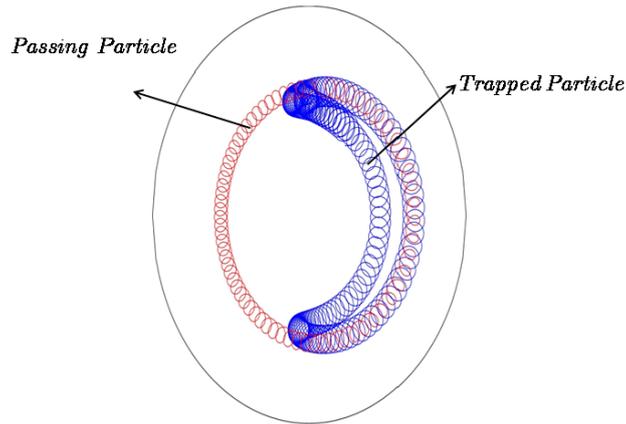


図 2.1: トーラス磁場における粒子軌道。磁場に捕捉された粒子 (Trapped particle) はバナナ軌道を描き、非捕捉粒子 (Passing particle) はポロイダル方向に周回軌道を描く。[17] より抜粋。

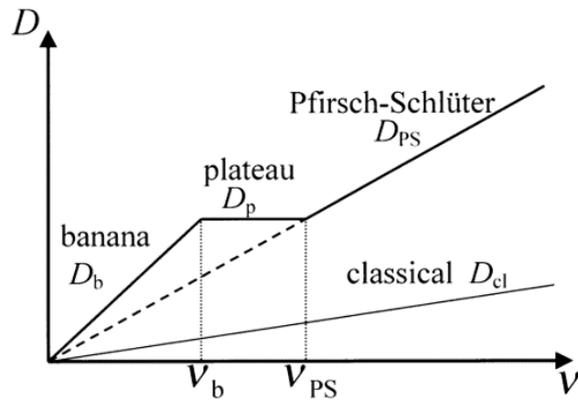


図 2.2: トカマク配位における新古典拡散の衝突周波数依存性。[16] より抜粋。

ヘリカルやステラレータなどの非軸対称トーラスでは、トーラス磁場における磁場強度変化に加えてヘリカルリップルによる変化があり、磁場強度は

$$B = B_0(1 - \varepsilon_t \cos \theta - \varepsilon_h \cos(L\theta - M\varphi)) \quad (2.8)$$

となり、右辺第三項が新たに加わる。ここで、 L はポロイダル周期、 M はトロイダル周期である。図 2.3 に表すように、磁力線に沿ったトーラスによる磁場強度変化は細い線で描かれた大きな波の形のような変化となり、ヘリカルリップルは太い線で描かれたさざ波のような変化をする。非軸対称トーラスでは、トーラスによるミラーに加え、 $\varepsilon_h \cos(L\theta - M\varphi)$ の項で記述されたヘリカルリップルによるミラーを考慮する必要がある。粒子がヘリカル性のミラーに捕捉されてバナナ軌道を描くのに加え、そのバナナ軌道の案内中心がトーラス性のミラーに捕捉されてさらにバナナ軌道を描く場合、その粒子はスーパーバナナ粒子とよばれている。

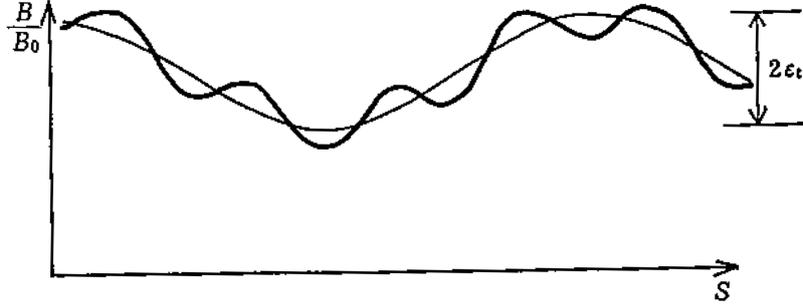


図 2.3: ステラレータ／ヘリカル磁場の大きさの磁力線に沿う非一様性。[8] より抜粋。

ヘリカルリップルに捕捉され、トーラス性によるミラーに捕捉されない粒子は、ヘリカル性によるミラーで周回しながら、ポロイダル方向に周回する。このような粒子の割合は $F_h \sim \sqrt{\epsilon_h}$ である。ヘリカル性のミラーによる粒子の往復時間 ω_l^{-1} は、連結距離を qR_0/M を用いると、 $(qR_0/M)/v_{\parallel} \sim (qR_0/M)/\sqrt{\epsilon_h}v_T$ となる。ポロイダル方向の周回周波数は、 $\epsilon_h \gg \epsilon_t$ のとき、ポロイダル方向のドリフトの各周波数 ω_h となる。磁気面からのずれ Δ_h は、ヘリカル捕捉粒子のバナナ中心がポロイダル方向に周回する前に実効的衝突を受けると考えると、 $\Delta_h \sim v_{dr}/\nu_{\text{eff}}$ である。このときトーラス性による ∇B 曲率ドリフト速度 v_{dr} は $v_{dr} = m[v_{\parallel}^2 + (1/2)v_{\perp}^2](|\mathbf{B} \times \nabla B|/eB^3) \sim T/eR_0B_0$ である。トーラス性によるドリフトをトロイダルドリフトと呼ぶ。

スーパーバナナ粒子の周回時間 t_s とその軌道幅 Δ_{sb} を見積もる。 t_s はスーパーバナナ粒子の反射点の位置 ((半径位置、ポロイダル位置) = (r_0, θ_0)) に対して Δ_{sb} だけずれる典型的な時間と考えられる。 δt のあいだに半径方向 r に δr 、ポロイダル方向 θ に $\delta \theta$ だけ移動したとすると、それぞれ $\delta r \sim v_{dr}\delta t \sim (r_0\omega_t)\delta t$ (このとき、トロイダルドリフトの各周波数のポロイダル方向成分 $\omega_t \equiv v_{dr}/r$)、 $\delta \theta \sim \omega_h\delta t$ と表せる。 $\delta t \sim t_s$ とすると、 t_s の時間に、粒子が移動する距離は、反射点の磁気面の小半径 r_0 程度であると考えられ、 $r_0 \sim \delta r\delta \theta$ の関係から、 $t_s \sim 1/\sqrt{\epsilon_h\epsilon_t}\omega_0$ が得られる。ここで $\omega_0 \equiv (v_{dr}/r)/\epsilon_t$ である。この領域はスーパーバナナ領域と呼ばれる。

$\nu_{\text{eff}} < 1/t_s$ の領域では、衝突周波数領域は $\nu < \epsilon_t^{3/2}\epsilon_h^{1/2}\omega_0$ となり、スーパーバナナ粒子の周期軌道は完結できる。スーパーバナナ粒子の実効的衝突周波数は、 $(v_{\parallel}/v)^2 < \epsilon_t$ であるため、 $\nu_{\text{eff}} < \nu/\epsilon_t$ となる。したがって、スーパーバナナ粒子による拡散係数は

$$D_{sb} = \epsilon_t^{1/2}\Delta_{sb}^2\nu_{\text{eff}} = (\epsilon_t^{1/2}/\epsilon_h)r^2\nu \quad (2.9)$$

となり、磁場強度に依存せず、衝突周波数に比例する。

ヘリカルリップルのみには捕捉された粒子（ヘリカル捕捉粒子）の衝突周波数は、 $\omega_h < \nu_{\text{eff}} < \omega_1$ の領域にある。この領域では、スーパーバナナ粒子は周回軌道を描くことができず、ヘリカル捕捉粒子が拡散に寄与する。ヘリカル捕捉粒子の実効的衝突周波数は $\nu_{\text{eff}} = \nu/\varepsilon_h$ であり、衝突周波数の領域は $\varepsilon_h^2 \omega_0 (\equiv \nu_{1/\nu}) < \nu < \varepsilon_h^{3/2} v_T / (qR_0/M)$ である。ヘリカル性が拡散係数に影響を及ぼす衝突周波数の上限は、 M の違いによって変化したが、 $\nu_{eq} \equiv \varepsilon_h^{3/2} \nu_{\text{PS}}$ と表せる。ヘリカル捕捉粒子の存在割合は $F \sim \sqrt{\varepsilon_t}$ であるため、拡散係数は

$$D_h = \varepsilon_h^{1/2} \Delta_h^2 \nu_{\text{eff}} = \varepsilon_h^{3/2} \varepsilon_t^2 \omega_0 (T/eB_0) / \nu \quad (2.10)$$

となる。拡散係数は ν に反比例するのが特徴であり、この領域は $1/\nu$ 領域と呼ばれる。衝突周波数は温度の $3/2$ 乗に反比例するため、温度が高くなると衝突周波数が小さくなり、 D_h が大きくなる。

スーパーバナナ領域とヘリカル捕捉粒子領域の中間の領域 ($\varepsilon_t^{3/2} \varepsilon_h^{1/2} \omega_0 \equiv \nu_{sb} < \nu < \varepsilon_h^2 \omega_0 \equiv \nu_{1/\nu}$) の領域ではふたつの領域をつなぎ、拡散係数は衝突周波数依存性がなくなり、

$$D_{hp} = \varepsilon_t^2 / \varepsilon_h^{1/2} T / eB \quad (2.11)$$

として表される。この領域はヘリカルプラトー領域と呼ばれる。 ν_{eq} 以上はトーラスと同様に、 ν_{PS} まで拡散係数は D_p となり、それ以上の領域では拡散係数は D_{PS} となる。以上をまとめると、拡散係数の衝突周波数依存性は図 2.4 となり、トーラスプラズマよりも複雑になる。また、軸対称なトーラスプラズマにおける拡散と（図 2.2）とヘリカルプラズマなどの非軸対称トーラスプラズマでの拡散（2.4）を比較すると、低周波数領域では非軸対称トーラスプラズマの拡散が大きくなる。

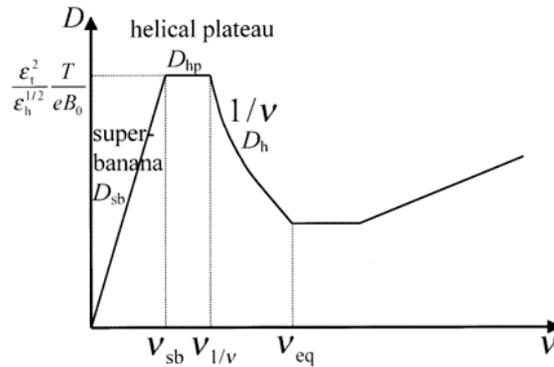


図 2.4: ステラレータ/ヘリカルなどの非軸対称プラズマにおける新古典拡散の衝突周波数依存性。[16] より抜粋。

2.2 乱流輸送

乱流とは、多くの集団的なランダムな振動（揺らぎ）が存在する流れのことである。乱流は流れの不安定性により様々なスケールを持った揺らぎが発達する。乱流輸送とは、揺らぎの結合による輸送である。乱流による小半径方向の粒子束 Γ_s と熱流束 Q_s (s は粒子種) は

$$\Gamma_s = \langle \tilde{n}_s \tilde{v}_r \rangle, \quad (2.12)$$

$$Q_s = \langle \tilde{p}_s \tilde{v}_r \rangle \quad (2.13)$$

で評価できる。このとき、 \tilde{n}_s は密度揺動、 \tilde{p}_s は \tilde{v}_r 径方向の速度揺動、 $\langle \rangle$ は揺動に比べて十分に長い時間スケールにわたる平均である。乱流輸送は揺らぎの波数や位相差に影響を受け、プラズマ内での様々な揺動の理解が重要である。

2.2.1 プラズマの密度・圧力勾配による乱流駆動

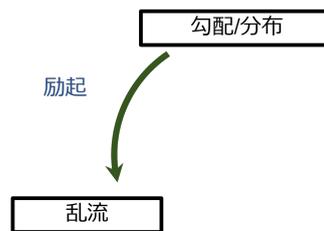


図 2.5: プラズマの勾配による乱流励起

磁場に垂直な方向への密度や温度の不均一性を駆動源として発達する不安定性はドリフト波乱流と呼ばれ、核融合プラズマのイオン熱輸送を支配する。ドリフト波の一つに、プラズマ中のイオンの急峻な温度勾配を駆動源とする不安定性は ITG モードと呼ばれ、乱流輸送の主原因の一つと考えられている [18]。

ITG モードの分散関係を [19, 20] を参考に紹介する。ジャイロ運動論的方程式 [21, 22] (付録 A 参照)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{\parallel} \mathbf{b} \cdot \nabla + i\omega_{D_i} \right) h_{i\mathbf{k}_{\perp}} \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\omega_{*i}^T \right) \frac{e\psi_{\mathbf{k}_{\perp}}}{T_i} J_0 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_i} \right) F_{Mi} \end{aligned} \quad (2.14)$$

から、断熱電子近似 ($n_{e\mathbf{k}_{\perp}}/n_0 = e\phi_{\mathbf{k}_{\perp}}/T_e$) を仮定し、時間に対する Fourier 変換を施し、磁力線に沿って積分して、準中性条件 $n_{e\mathbf{k}_{\perp}} = n_{i\mathbf{k}_{\perp}} = \int d\mathbf{v} (-e\phi_{\mathbf{k}_{\perp}}/T_i) F_{Mi} + \langle h_{i\mathbf{k}_{\perp}} \rangle_i$ を考慮して静電ポテンシャルに対する積分方程式を得、ITG モードの周波数 $\omega = \omega_r + i\gamma$ を決定する。このとき、 ω_{D_s} は非一様磁場中の曲率ドリフト周波数、 ω_{*s}^T は温度・密度勾配による反磁性ドリフト周波数である。磁力線方向の波数 k_{\parallel} を仮定して式 2.14 の空間微分演算子 $\mathbf{b} \cdot \nabla$ を ik_{\parallel} とすると、ITG モードの分散関係は

$$D(\mathbf{k}, \omega) \equiv 1 + \frac{T_i}{T_e} - \frac{1}{n_0} \int d^3v \frac{(\omega - \omega_{*i}^T) J_0^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_i} \right) F_{Mi}}{\omega - \omega_{Di} - k_{\parallel} v_{\parallel}} = 0 \quad (2.15)$$

となる。このとき、右辺の非積分関数の分母から、共鳴条件 $\omega - \omega_{Di} - k_{\parallel} v_{\parallel} = 0$ が与えられる。

長波長 ($k_{\perp} \rho \ll 1$) および流体近似 ($|\omega/k_{\parallel}| \gg v_{T_i}$) (v_{T_i} はイオン熱速度 $v_{T_i} = \sqrt{T_i/m_i}$) を仮定して、高次の有限 Larmor 半径効果や波・粒子共鳴相互作用の運動論的效果を無視すると、分散関係の流体近似版が得られる。

$$1 + \frac{T_e}{T_i} \frac{\omega_{*i}}{\omega} + \left(-\frac{k_{\parallel}^2 c_s^2}{\omega^2} + k_{\perp}^2 \rho_s^2 - \frac{T_e}{T_i} \frac{\hat{\omega}_{Di}}{\omega} \right) \left(1 - \frac{\omega_{*pi}}{\omega} \right) = 0 \quad (2.16)$$

ここで、 $c_s = \sqrt{T_e/m_i}$ は音速、 $\rho_s = c_s/\Omega_i$ 、 $\Omega_i = eB/(m_i c)$ はイオンジャイロ周波数、 $\hat{\omega}_{Di} = 2cT_i/(eB)\mathbf{k}_{\perp} \cdot \hat{\mathbf{b}} \times (\hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla \hat{\mathbf{b}})$ 、 $\omega_{*pi} = \omega_{*i}(1 + \eta_i)$ 、 $\omega_{*i} = cT_i/(eB)\mathbf{k}_{\perp} \cdot \hat{\mathbf{b}} \times \nabla \ln n_i$ 、 $\eta_i = (dT_i/drT_i)/(dn_i/drn_i)$ である。

トロイダル配位においては、イオンの ∇B -曲率ドリフトとイオン温度勾配により、トロイダル ITG モードが駆動される。従って共鳴条件では $k_{\parallel} v_{\parallel} \ll \omega_{Di}$ のため、式 2.16 に

において、沿磁力線波数を無視すると、

$$\omega^2 = -\frac{T_e}{T_i} \frac{\hat{\omega}_{Di}\omega_{*pi}}{1 + k_{\perp}^2 \rho_s^2} \quad (2.17)$$

というトロイダル ITG モードの分散関係が得られる。分散関係から、 $\hat{\omega}_{Di}\omega_{*pi} > 0$ のときである。ITG モードの不安定性はパラメータ η_i の大きさによって決まるため、ITG モードは η モードとも呼ばれる。

式 2.17 より、トロイダル ITG モードが不安定になるのは $\hat{\omega}_{Di}\omega_{*pi} > 0$ のとき、つまり $\nabla T_i \cdot \nabla B > 0$ の場合であり、この条件を満たすのはトーラスの外側の部分である (図 2.6)。この領域で、非一様の温度ゆらぎ δT_i があったとき、イオンのドリフト速度は $v_{Di} \propto (v_{\perp}^2/2) + v_{\parallel}^2 \sim \delta T_i$ に従って温度揺らぎに応じ波状の揺らぎが生じる。磁力線垂直方向の圧縮効果によって密度が局所的に成長および減衰し密度ゆらぎ δn_e が生じ、断熱電子近似の下での準中性条件を通じて静電ポテンシャル揺らぎ $\delta \phi$ が成長する。ポテンシャル揺らぎによって、電場が生じ、 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトによって温度揺動振幅を増長させ、不安定性が成長していく。トーラス外側で成長する構造を、バルーニング構造と呼び、ITG モードはトーラス構造を持っている。

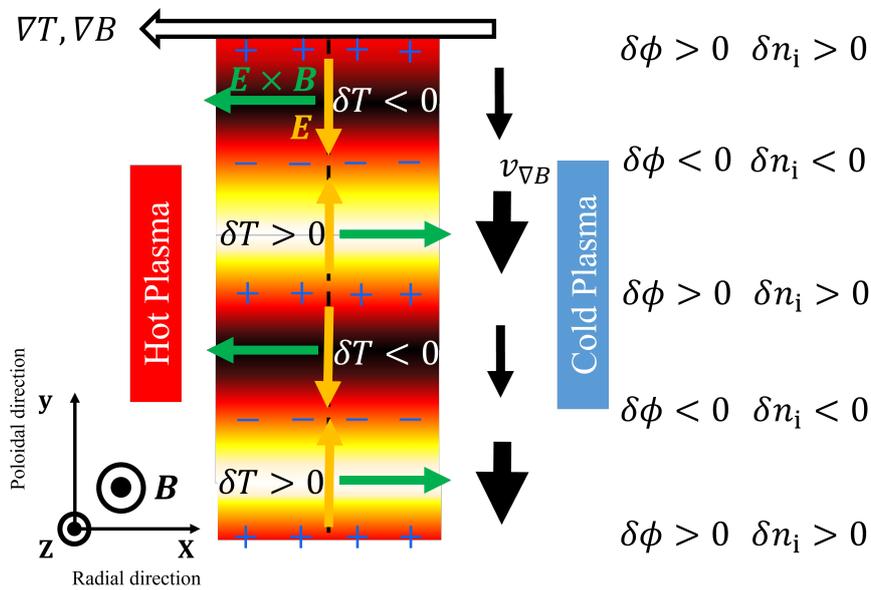


図 2.6: ITG モードの物理的なメカニズム

2.2.2 乱流による閉じ込め悪化

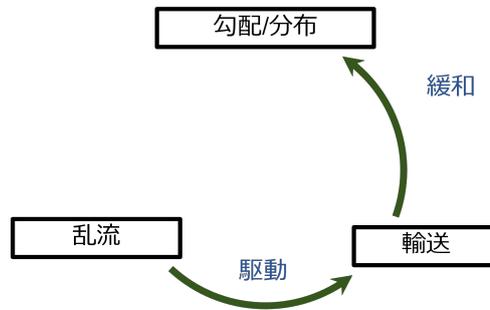


図 2.7: 乱流輸送とプラズマ分布の関係

本節では乱流輸送が閉じ込めに与える影響（図 2.7）を、ITER シミュレーション研究結果から紹介する。ジャイロ運動論的方程式など乱流を記述する方程式は非線形項を含むため、解析的に解くことが難しい。そのため、コンピュータ性能の発展に伴い、シミュレーションを用いた研究が進展してきた。1996 年の Science に掲載された乱流シミュレーション研究「Turbulence may sink a titanic reactor」[23] は ITER の乱流輸送のシミュレーション結果を示す一つの研究である。この研究は ITER 内のプラズマにおける ITG モードの発達と乱流渦に関する第一原理シミュレーション [24] を行ったものである。ITER は、核融合を起こすためにプラズマ体積を 840m^3 としており、これは既存の大規模装置（日本の JT-60 やヨーロッパの JET）のプラズマ体積の約 10 倍、最新のプラズマ装置である日本の JT-60SA のプラズマ体積の約 6 倍である。このような巨大な装置では、シミュレーションによって、トーラスの外側（図 2.8 の右側）で ITG モードによる乱流が既存のトカマク装置より小さい温度勾配で発達し、温度勾配を緩和するため（図 2.7 の関係性をとる）プラズマの温度が上がらないことが示された。この結果から、この研究によって核融合の燃焼に至らない可能性が指摘された。このため、核融合実現のための乱流輸送低減が必須の課題となった。

2.2.3 帯状流による乱流輸送低減

一方、密度勾配が駆動するドリフト波乱流を記述する長谷川-三間方程式や、シミュレーション研究では、ステラレータ型やトカマク型などのトーラスプラズマでは乱流の非線形性によって駆動されるメゾスケールのポロイダル $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 流が乱流抑制を起こすことを示

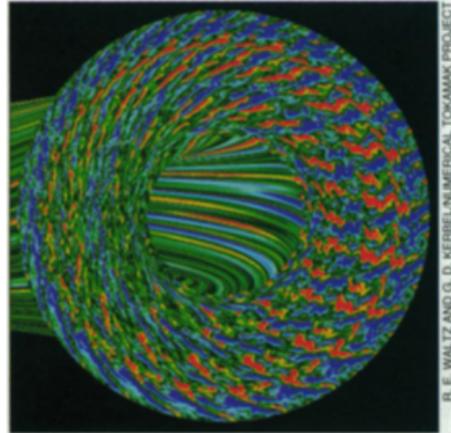


図 2.8: トカマクにおける乱流計算。[23] より抜粋。

した [25]。また、M. N. Rosenbluth が 1998 年に ITG モードが形成するポロイダル流の線形衝突減衰を運動論的に解き、非線形衝突過程においてポロイダル流の線形減衰は起きないことを示した [26]。乱流の非線形性が駆動するメゾスケールサイズのポロイダル流は帯状流 [27, 28] と呼ばれており、図 2.9 で示すように、磁気軸まわりに対称性をもち、半径方向を関数としてポロイダル回転方向は逆転する。長谷川一三間方程式を、惑星大気の 2 次元座標系に一般化すると、回転する惑星の大気の Rossby 波乱流も記述することができ、帯状流もしくは Jovian belts の存在はシミュレーション研究によって予測され [29] た。木星の大気を観測すると図 2.10 で示さるような縞構造の流れがあることがわかり、また、その流れの方向が緯度変化によって逆転することが観測されている。このように、帯状流は乱流において普遍的な構造である。図 2.11 はシミュレーション [30] で導いた静電ポテンシャルの等高線であり、図 2.12 の実線、破線はそれぞれ図 2.11(a)、(b) のときの熱輸送係数の時間発展である。(a) にはポロイダル方向の帯状の構造が形成され、このとき、熱輸送係数が低減する。帯状流はオイラー微分のレイノルズ応力と $\mathbf{v}\nabla\mathbf{v}$ を通して微視的乱流から発展するため、エネルギー保存の法則から、乱流から帯状流にエネルギーがわたると閉じ込め性能が改善する。また、帯状流そのものが乱流を抑制するシア効果や、輸送抑制効果をもつ。従って、ITER において自己点火条件を達成する可能性が生まれた。

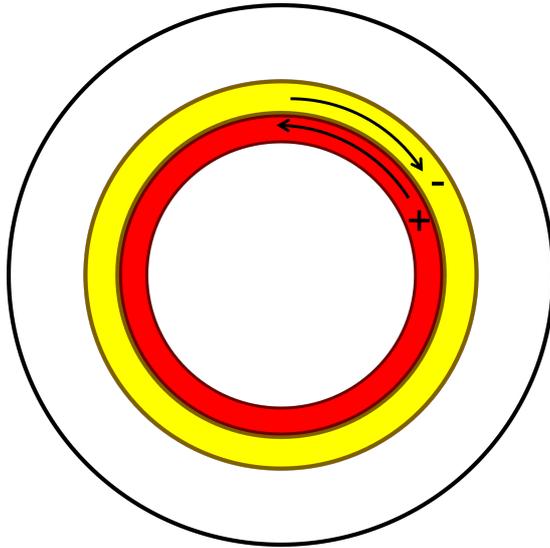


図 2.9: 带状流の概念図。ポロイダル断面図。



図 2.10: 木星の带状流。[31] より抜粋。

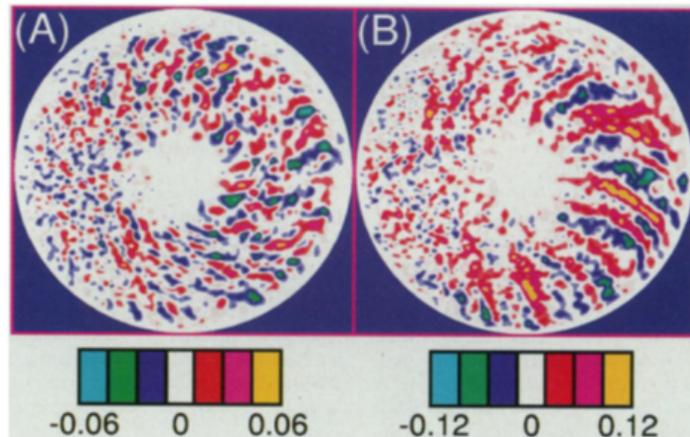


図 2.11: 非線形大域計算で求めた静電状態の揺動ポテンシャル ($e\psi/T_i$) のポロイダル等高線。[30] より抜粋。

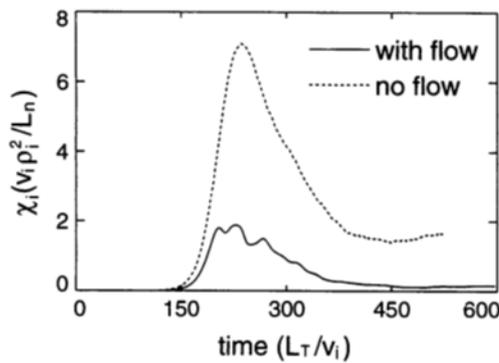


図 2.12: 大域計算で求めた $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 流がある場合（実線）とない場合（破線）の熱輸送係数の時間発展。[30] より抜粋。

プラズマの分布と乱流、輸送の関係に帯状流の効果をまとめると、図 2.13 となる。プラズマ分布/圧力勾配が励起する乱流は輸送を駆動し、プラズマ分布を緩和することで温度を下げる。しかし、同時に乱流の非線形性によって帯状流が形成され、乱流と帯状流の非線形カップリングにより、乱流が緩和され閉じ込め性能が改善される。ここで、トーラスプラズマにおける帯状流の存在の確認は閉じ込め性能の改善に重要な課題となった。

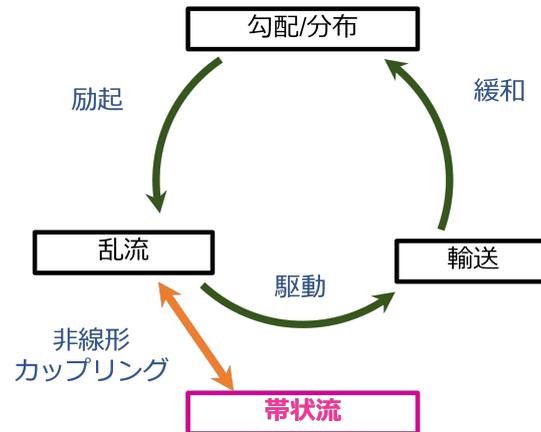


図 2.13: 乱流と帯状流の関係性

2004 年に NIFS のコンパクトヘリカル装置 (Compact Helical System: CHS) [32] によるイオンビームプローブ (Heavy ion beam probe: HIBP) を用いた帯状流計測実験 [33, 34] が行われた。図 2.14 で示すように、CHS 内で、HIBP を 2 つトロイダル方向に約 90 度離れた位置に設置し、各プローブは 3 つの隣接する位置でプラズマの密度とポテンシャル揺動が計測された。HIBP #1 が入射された位置の外側からの距離を r_1 、HIBP #2 が入射された位置の外側からの距離を r_2 とし、 $r_1 = 12\text{cm}$ で固定し、 r_2 を動かしたところ、図 2.15 のように $r = 12\text{cm}$ で約 1kHz 未満の揺動が正の長距離相関を持つことが確認され、外側、内側で負の相関が確認された。これは帯状流の特徴を満たすものであった。また、相関関数から流れの構造を解析したところ、低周波数揺動は有限波長 1.5cm 程度のメゾスケール正弦波構造を持ち、1.5 ミリ秒程度で減衰することも確認された。この結果から、帯状流の存在が広く認識されるようになり、世界中で帯状流研究が行われるようになった [27, 28]。

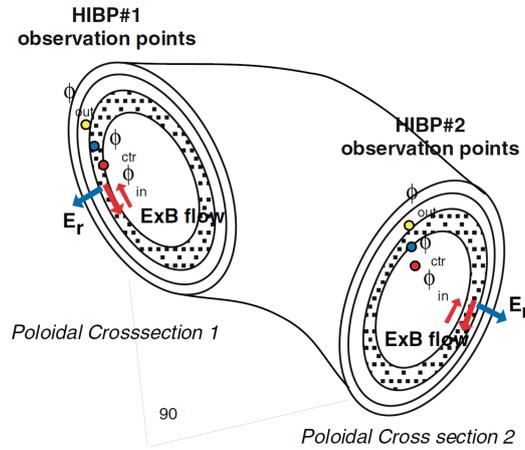


図 2.14: CXS における HIBP を用いた帯状流計測。[33] より抜粋。

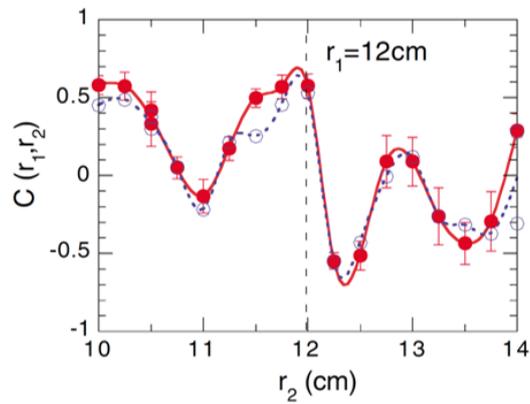


図 2.15: HIBP 計測で得られた信号の相関。[33] より抜粋。

核融合科学研究所は、CHS や大型ヘリカル装置 (Large Helical Device: LHD) [35] を用いたプラズマ閉じ込め実験で乱流輸送の重要性を指摘し、帯状流による乱流抑制効果の実験検証等、乱流輸送に関する実験や理論研究を展開してきた。ITG モードの線形成長率が異なる 2 つの磁場配位 (図 2.16 の Inward と Standard 配位。Inward 配位では線形成長率 γ が大きくなる)、で閉じ込め性能を比較する実験を行ったところ、Inward の配位では、ITG モードの線形成長率 γ が Standard 配位よりも大きくなるにも関わらず、実験観測では閉じ込め性能がよくなることが示されていた [36]。

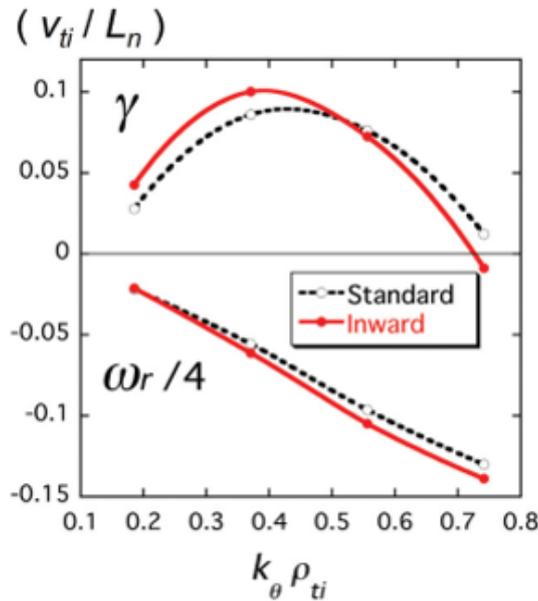


図 2.16: GKV 線形計算で導出した、Inward 配位および Standard 配位における、ITG モードの線形成長率と実周波数。[37] より抜粋。

ジャイロ運動論的シミュレーション (GKV) コードによる非線形計算によって、Inward 配位では Standard 配位と比べ、乱流の発達に関わらず、帯状流が強く発達 (図 2.17 (a)) し、帯状流の残差 (residual zonal-flow level) が強いままであることが示された (図 2.18) [38]。帯状流による輸送低減効果により、図 2.19 が示すとおり、Inward 配位では熱輸送係数 χ_i の飽和レベルが低減する。この結果から、乱流が発達しても、強い帯状流が共存した場合、熱輸送が低減するとことが分かった。

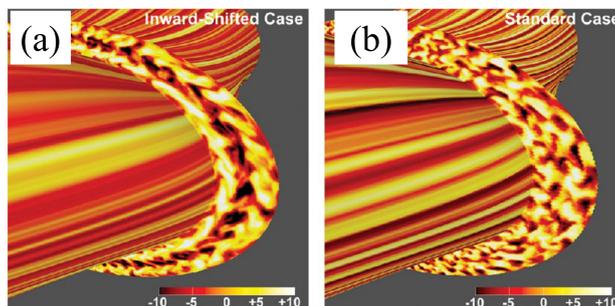


図 2.17: Inward 配位と Standard 配位での帯状流ポテンシャル。[38] より抜粋。

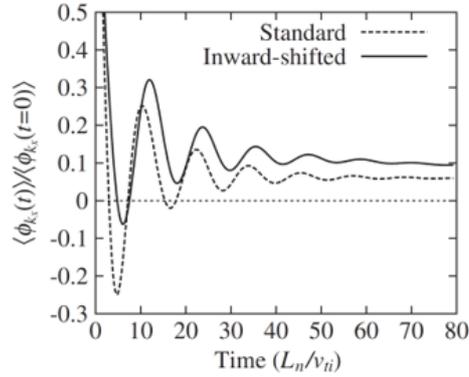


図 2.18: 帯状流の減衰。[38] より抜粋。

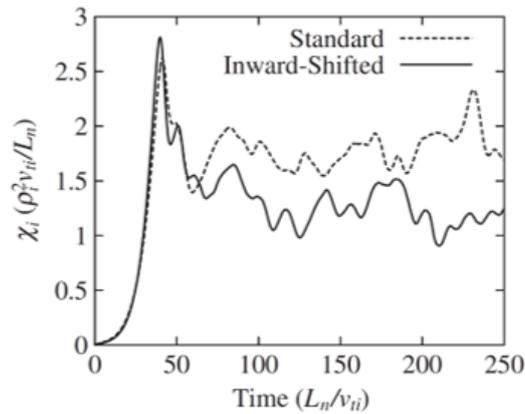


図 2.19: 配位による熱輸送係数の違い。[38] より抜粋。

2.2.4 帯状流効果を考慮した輸送モデル

帯状流が輸送に影響を与えることから、乱流および、帯状流を考慮した輸送モデルの開発が行われるようになった。しかし、帯状流は非線形現象であるため、帯状流の計算は莫大な時間と計算資源を要する。そのため、簡約化輸送モデル [39] が非線形計算結果をもとに開発された。乱流強度 \mathcal{T} と、帯状流強度 \mathcal{Z} を規格化ポテンシャル揺動 $\tilde{\phi}_{k_x, k_y}$ ($\tilde{\phi} = \phi / (T_i \rho_i / e R_{ax})$) から

$$\mathcal{T} \equiv \frac{1}{2} \sum_{k_x, k_y \neq 0} \langle |\tilde{\phi}_{k_x, k_y}|^2 \rangle \quad (2.18)$$

$$\mathcal{Z} \equiv \frac{1}{2} \sum_{k_x} \langle |\tilde{\phi}_{k_x, k_y=0}|^2 \rangle \quad (2.19)$$

と定義し、熱輸送係数もあわせて時間発展を解く。ここで (k_x, k_y) はそれぞれ径方向、ポロイダル方向波長である。乱流強度、帯状流強度、ジャイロボーム拡散係数 $\chi_i^{\text{GB}} = v_{Ti} \rho_i^2 / R_{\text{ax}}$ (付録 B.13 参照) で規格化イオン熱輸送係数を GKV 非線形計算で時間発展を解いたものが図 2.20 である。

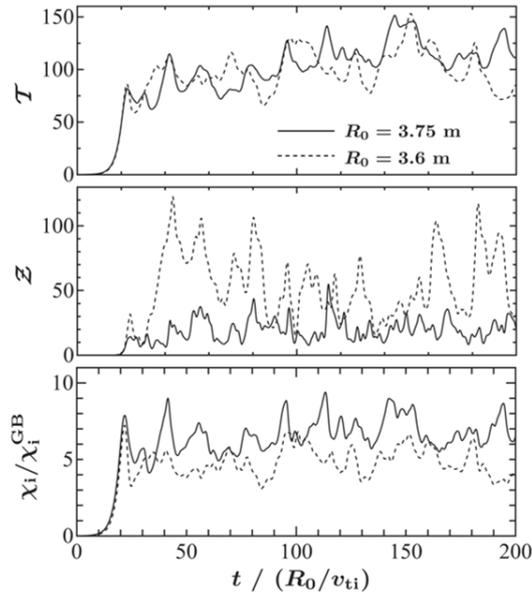


図 2.20: GKV 非線形シミュレーションで求めた \mathcal{T} 、 \mathcal{Z} 、 $\chi_i/\chi_i^{\text{GB}}$ の時間発展。[39] より抜粋。

時間発展で求めた \mathcal{T} 、 \mathcal{Z} 、 $\chi_i/\chi_i^{\text{GB}}$ を飽和レベルの領域で平均化したものの、輸送モデルは

$$\frac{\chi_i}{\chi_i^{\text{GB}}} = \frac{C_1 \mathcal{T}^\alpha}{C_2 + \mathcal{Z}^{1/2} / \mathcal{T}} \quad (2.20)$$

となる。このとき、係数 $C_1 = 6.3 \times 10^{-2}$ 、 $C_2 = 1.1 \times 10^{-2}$ 、 $\alpha = 0.38$ とおき、LHD 磁場配位の実験値と比較したところ (図 2.21)、実験値とモデル値が一致しているのが確かめられた。非線形計算結果と比較して作られた線形計算を用いる簡約化輸送モデルは

$$\frac{\chi_i^{\text{GB}}}{\chi_i^{\text{GB}}} = \frac{A_1 \left(\sum_k \tilde{\gamma}_k / \tilde{k}_y^2 \right)^\alpha}{A_2 + \tilde{\tau}_{\text{ZF}} / \left(\sum_k \tilde{\gamma}_k / \tilde{k}_y^2 \right)^{1/2}} \quad (2.21)$$

となる。ここで τ_{ZF} は帯状流減衰時間であり、

$$\tau_{ZF} \equiv \int_0^{\tau_f} R_{k_x}(t) dt \quad (2.22)$$

で定義され、帯状流の線形応答関数 $R_{k_x}(t)$ は

$$R_{k_x}(t) \equiv \frac{\langle \phi_{k_x, k_y=0}(t) \rangle}{\langle \phi_{k_x, k_y=0}(0) \rangle} \quad (2.23)$$

で定義されている。 $\tilde{\tau}_{ZF} \equiv \tau_{ZF}/(R_0/v_{Ti})$ は Larmor 半径と磁気軸で規格化帯状流の減衰時間、 $\tilde{\gamma} \equiv \gamma/(v_{Ti}/R_0)$ は Larmor 半径と磁気軸で規格化した線形成長率、 $\tilde{k} \equiv k\rho_i$ は Larmor 半径で規格化した波数である。線形計算で求めたモデルは、実験値および、非線形計算によるモデルと一致し (図 2.21)、非線形効果を取り入れた輸送モデルによって、輸送の予測性能が向上した。

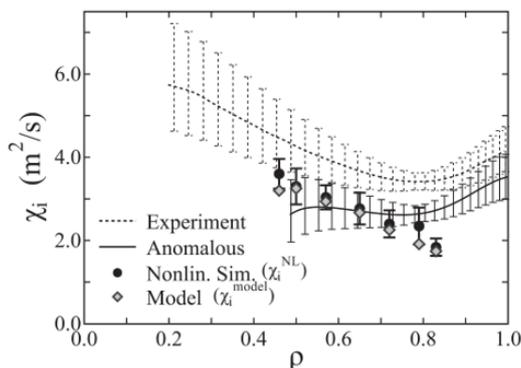


図 2.21: LHD 配位におけるモデルと実験値の比較。黒点が非線形計算で導出したモデルであり、実線が LHD の乱流輸送の輸送係数をあらわす。[39] より抜粋。

2.3 配位最適化

これまでの乱流輸送と帯状流の関係の理解の研究に踏まえ、近年は輸送が小さくなるプラズマの設計を目指した磁場配位最適化研究が行われるようになってきた。本節では、これまでの研究と今後の課題について述べる。

2.3.1 配位最適化：新古典輸送

トカマク配位のような、プラズマ形状と磁場の軸対称性が一致するプラズマでは、対称性により閉じ込め性能が良好である。[16]。外部コイルによって3次元的なねじれをもつステラレータ/ヘリカル系では非軸対称なプラズマは、低衝突周波数領域で新古典輸送が増大してしまうが、3次元磁場配位は高い自由度をもつため、図 2.22 のように様々な配位の装置をつくるのが可能である。3次元磁場配位は幾何学的な対称性を持たないが、準軸対称性と呼ばれるある種の対称性によって新古典輸送の改善することが可能であり、NCSX、QOS、HSX は準軸対称と呼ばれる。また、ドイツのマックスプランク研究所にある、ステラレータ型装置の Wendelstein7-X (W7-X) では、MHD 平衡・安定性、新古典輸送の低減を目指した設計が行われ、実験により新古典輸送の低減が確認されている。そのため、新古典輸送の最適化は可能である。

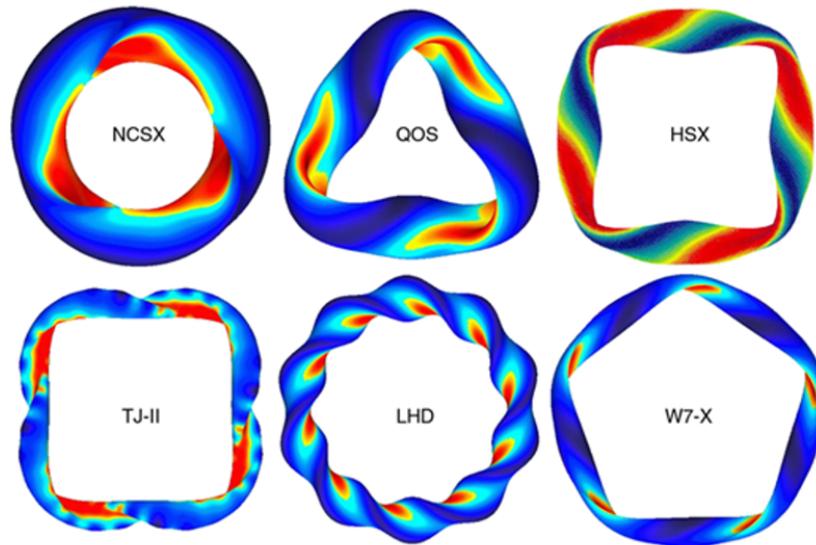


図 2.22: 非軸対称トーラス磁場形状。[40] より抜粋。

2.3.2 配位最適化：乱流輸送

一方で、場配位のコンセプトが異なる、LHD と Wendelstein7-X との比較実験 [41] によって乱流輸送を最適化する磁場配位の探索の重要性が示されたが、乱流輸送を低減する配位の探索はまだ模索段階であり、新古典輸送の低減を目指した配位探索の研究と比べ

ると大きく遅れている。先行研究において、ITG や捕捉電子モード (Trapped Electron Mode: TEM) の線形成長率を磁場配位で制御する研究が行われてきた [42, 43, 44]。しかし、非線形異性による計算コストの問題により帯状流の効果は考慮した配位探索は難しく、喫緊の課題である。近年のシミュレーション研究 [45] によって、磁場幾何構造の指標の一つである磁力線の測地曲率がバナナ軌道幅を変化させることで、帯状流の強度に影響を与えることが示唆され、乱流の非線形性を考慮した配位最適化の可能性が示された。

磁力線の測地曲率は、図 2.23 で示すように磁力線の曲率の磁気面成分の曲率であり、磁気面上の磁場の単位ベクトル \mathbf{b} と、磁力線の曲率 $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{b}$ 、磁場のポロイダル束 ψ から

$$\kappa_g = \boldsymbol{\kappa} \cdot \left(\frac{\nabla \psi}{|\nabla \psi|} \right) \times \mathbf{b} \quad (2.24)$$

として定義される。同時に、磁力線の法曲率は

$$\kappa_n = \boldsymbol{\kappa} \cdot \frac{\nabla \psi}{|\nabla \psi|} \quad (2.25)$$

と定義される。

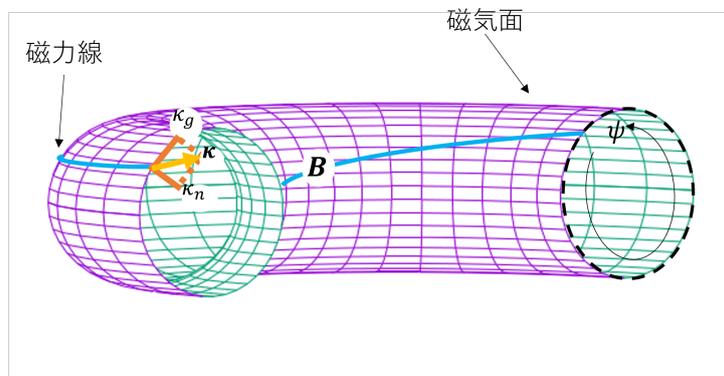


図 2.23: 磁力線の測地曲率の概念図

バナナ軌道の軌道幅は磁場ドリフト速度に依存している。ドリフト周波数の測地曲率依存性をドリフト周波数をフラックスチューブ座標系 (x, y, z) で [46, 47] を参考に書き下す。フラックスチューブ座標系は、直線沿磁力座標系 (ρ, θ, φ) から $x = a(\rho - \rho_0)$ 、 $y = a\rho_0 q(\rho_0)^{-1} [q(\rho)\theta - \varphi]$ 、 $z = \theta$ として定義される。ここで ρ は小半径方向の座標系であり、 a と $q(\rho_0)$ はそれぞれ、プラズマ小半径 ρ_0 でラベルした磁気面の安全係数である。この座標系では磁場ベクトルは $\mathbf{B} = B_{\text{ax}} \nabla x \times \nabla y$ で与えられる。磁場に対して垂直な波数は $\mathbf{k}_{\perp} = k_x \nabla x + k_y \nabla y$ で与えられ、磁場に対して平行方向の微分演算子

$\mathbf{b} \cdot \nabla = (B_{\text{ax}}/B\sqrt{g_{xyz}})\partial/\partial z$ で与えられる。このとき、 $\sqrt{g_{xyz}} = \det(g^{ij})^{-1/2}$ はメトリックテンソル g^{ij} ($(i, j) = (x, y, z)$) の反変成分であたえられたヤコビアンである。磁場ドリフト周波数は

$$\begin{aligned}\omega_{D_s} &= \frac{c}{e_s B} \mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{b} \times \left(\mu \nabla B + m_s v_\parallel^2 \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{b} \right) \\ &= \frac{c(m_s v_\parallel^2 + \mu B)}{e_s B_{\text{ax}}} (\kappa_g k_x + \kappa_n k_y)\end{aligned}\quad (2.26)$$

で与えられる。ここで、 v_\parallel は磁力線方向速度、 μ は $\mu = m_s v_\perp^2 / 2B$ (v_\perp は磁力線垂直方向速度) で定義される磁気モーメントである。 κ_g 、 κ_n はこのとき、それぞれ

$$\kappa_g = \frac{g^{xz}g^{xy} - g^{xx}g^{yz}}{B^2/B_{\text{ax}}^2} \frac{\partial \ln B}{\partial z} - \frac{\partial \ln B}{\partial y}, \quad (2.27)$$

$$\kappa_n = \frac{g^{xz}g^{yy} - g^{xy}g^{yz}}{B^2/B_{\text{ax}}^2} \frac{\partial \ln B}{\partial z} + \frac{\partial \ln B}{\partial x} \quad (2.28)$$

として定義される。式 2.26 の右辺第一項から、磁場ドリフト周波数は測地曲率に依存していることがわかり、バナナ軌道幅の変化によって帯状流はシールドイングされ、帯状流の減衰率が変化する。LHD や NCSX、非軸対称配位などの配位で、GKV コードを用いた非線形計算で導かれた帯状流強度 ($\Lambda \equiv \mathcal{Z}/(\mathcal{Z} + \mathcal{T})$) の測地曲率依存性は図 2.24 で示されるように、 $\Lambda/\Lambda^{(\text{ref.})} \propto (\kappa_g/\kappa_g^{(\text{ref.})})^{-\alpha}$ ($0.4 < \alpha < 1$) であることが確認された [45]。

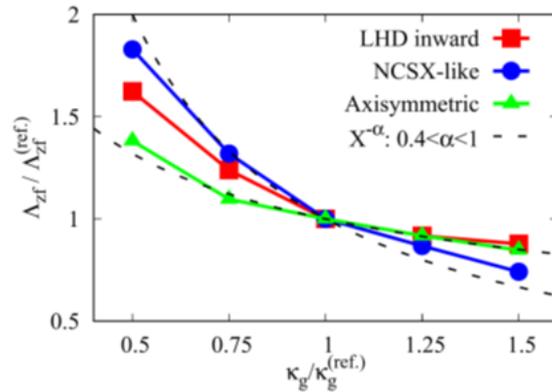


図 2.24: 帯状流強度の測地線曲率依存性。[45] より抜粋。

帯状流の測地曲率依存性を踏まえ、式 2.21 の非線形項を $\kappa^{-\alpha}$ 依存性に変えた

$$\chi_{\text{NL}}^{\text{proxy}} = \frac{C_1 \left(\sum_k \tilde{\gamma}_{k_y} / \tilde{k}_y^2 \right)^\beta}{1 + C_2 \kappa^{-\alpha} / \left(\sum_k \tilde{\gamma}_{k_y} / \tilde{k}_y^2 \right)^\delta} \quad (2.29)$$

モデルが考案され、低コストな輸送計算による配位探索の可能性が示された。この研究により帯状流などの非線形性を考慮した配位創成の可能性が示され、現在コイルや電流値を変数とした新たな配位の探索 [48, 49] など、新配位創成研究が近年精力的に行われている。しかし、帯状流の測地曲率依存性に関する実験的な検証が行われておらず、その検証が求められている。

2.4 本研究の目的と意義

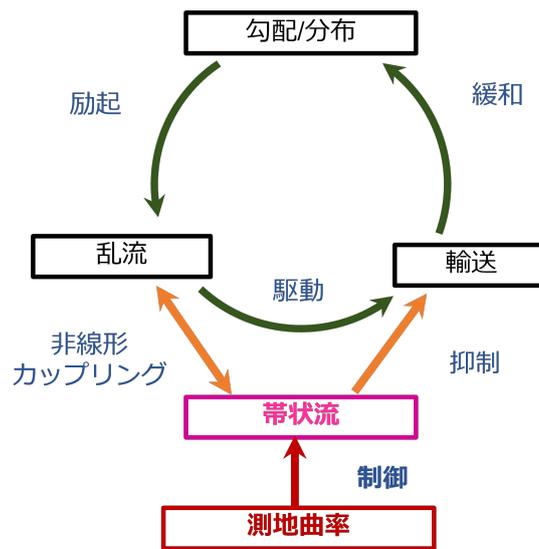


図 2.25: 乱流輸送と帯状流の関係に加え、測地曲率による影響を研究する。測地曲率が帯状流に影響を与えることがわかれば、測地曲率による帯状流の活性化を通し、乱流輸送を抑えることが可能となる。

近年、シミュレーション研究を中心に乱流輸送を低減する磁場配位を探索する研究が始まっており、帯状流が測地曲率に依存している可能性が示唆されているが、その予測の実験的な検証はまだ行われていない。本研究の目的は、核融合科学研究所の所有する 3 次元閉じ込め磁場配位を持った大型ヘリカル装置 (LHD) を用いて、測地曲率がトラスプラ

ズマにおいて帯状流に与える影響を調査し、測地曲率と帯状流、乱流輸送の関係を明らかにすることである。既存の研究は図 2.25 で示す勾配、乱流、輸送、帯状流の関係を調査する研究であった。本研究はの新規な点は、磁場を使った帯状流の制御に挑戦するところにある。これは、乱流輸送低減を目指した、新配位創成研究に寄与するものであり、乱流輸送の低減が課題となっている ITER などのトカマクプラズマの閉じ込め性能の改善に関する知見を与え、核融合炉早期実現に寄与するものである。複雑系の観点においても、この研究は非線形現象の外部制御につながる研究である。

第3章 実験装置

3.1 大型ヘリカル装置による磁場幾何構造変化

本研究では、測地曲率を変化する実験を LHD を用いて行った。LHD とは岐阜県土岐市の自然科学研究機構核融合科学研究所 (NIFS) にあるヘリカル型プラズマ装置である [35]。LHD の大きな特徴として、ヘリカル型の超伝導コイルを持ち、磁場形状変更の自由度が高い点が挙げられる。LHD の直径および高さ、重量はそれぞれ 13.5m、9.1m、約 1500t である。外観および内部構造を図 3.1 に示す。プラズマを閉じ込めるプラズマ真空容器の周りに、ヘリカルコイルが巻き付いており、磁場形状を変化させるためのポロイダルコイルがトロイダル方向に搭載されている。コイルを支持する構造物は電磁力支持構造物とよばれ、これらすべての機器をベンジャーと呼ばれる真空容器で覆っている。LHD は、一対のヘリカルコイル及び上下 3 対のポロイダルコイル (外側垂直磁場 (OV)、内側垂直磁場 (IV)、内側形状制御 (IS) コイル) を用いて、楕円型の高温プラズマ閉じ込め磁場を生成する。LHD の代表的な装置パラメータをまとめたものを表 3.1 に示す。図 3.2 に示したように、基本的なプラズマ形状は、2 本のヘリカルコイルに流す電流によって作られる磁場構造で決まる。2 本のヘリカルコイルに同じ向きの電流を流すため、ポロイダル断面内 (図 3.3) では、コイルに近い領域でポロイダル磁場が強くなる。そのため、楕円形のポロイダル断面がトーラス方向に回転する構造となっている。LHD では図 3.3 のようなラグビーボール状に近い楕円の、プラズマ中の閉じた面 (磁気面) をつくる。磁気面は 1 本の磁力線がトーラスを何回転もしたときにつくられる面であり、磁場に凍結したプラズマは、この磁気面内で温度・密度がほぼ一様となり、平衡状態の近似ができる。つまり、プラズマの温度密度勾配はこの磁気面に対して垂直方向を向く。プラズマの中心部において、閉じた磁気面の体積がゼロになる位置を磁気軸と呼ぶ。この磁気軸の大半径が R_{ax} であり、その磁気軸磁場強度が B_{ax} である。閉じた磁気面の体積が最大となる磁気面を最外殻磁気面 (Last Closed-Flux Surface:: LCFS) と呼び、閉じ込めプラズマ領域の境界となる。その LCFS の外側には磁力線のカオス領域があり、磁力線はトーラスを

何回転もしたのち、最終的には2本のダイバータレッグと呼ばれる領域を通過して装置壁に繋がっている。そのため、磁気面を横切って LCFS の外側に出たプラズマは、ダイバータレッグに沿って、装置壁へと損失する事になる。この局所的な熱流束の損失は装置保護の観点から重要である。このダイバータプラズマが損失させる熱流束の低減は、磁場閉じ込めプラズマのもう1つの重要課題となっている。コアプラズマの輸送やダイバータプラズマの熱流束と磁場形状は、密接に関係しており、磁場形状依存性を調べる実験は LHD プロジェクトの重要な研究となっている。

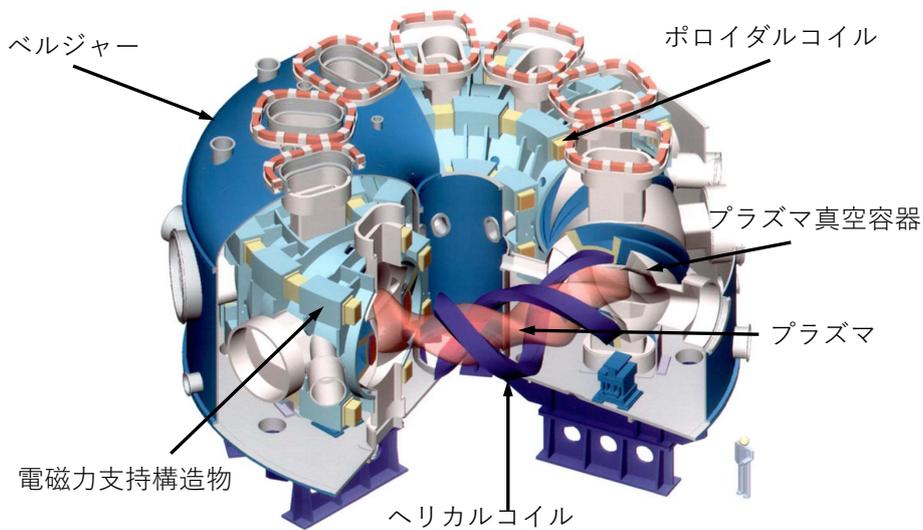


図 3.1: LHD の外観および内部構造。[50] より抜粋。

表 3.1: LHD の装置パラメータ [35, 50, 52]

大半径	3.9m
磁気軸 R_{ax}	3.5m - 4.1m
ヘリカルコイル小半径	0.975m
平均プラズマ小半径	0.5m - 0.65m
プラズマ体積	20 - 30m ³
トロイダルモード数 M	10
ポロイダルモード数 L	2
磁気軸における磁場強度 B_t	0.4T - 3T

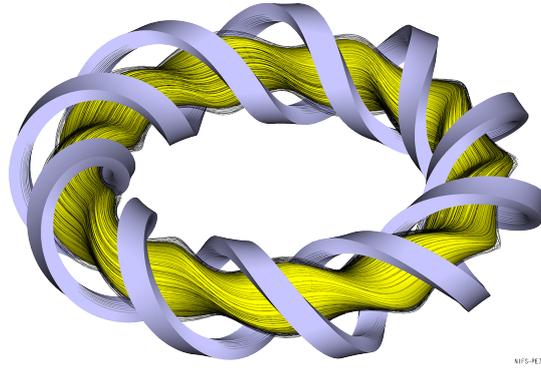


図 3.2: ヘリカルプラズマ。[51] より抜粋。

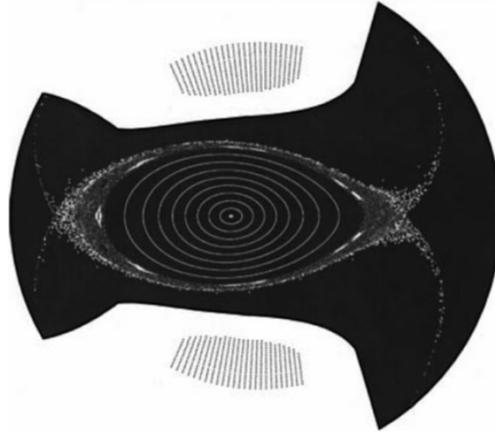


図 3.3: 磁場の断面図。[50] より抜粋。

図 3.4 の通り、ポロイダルコイル（外側から OV-U、OV-L、IS-U、IS-L、IV-U、IV-L）はプラズマ真空容器を取り囲むように設置されており、ポロイダルコイルの電流値を変えることで磁場を変え、真空磁場の磁気軸位置 R_{ax} や磁気面の楕円度 B_q を変化させることができる。また、トーラス上方からみて時計回りもしくは反時計回りに磁場の形成ができる。

LHD では、垂直極磁場成分の変更による磁気軸制御、四重極成分磁場変化による断面形状制御、ヘリカルコイル電流中心位置（ピッチパラメータ γ_c [53, 54]）変化によるプラズマ小半径制御および回轉變換率制御が可能である [55]。磁場を多重極分解した場合 ($B = B_D + XB_Q + X^2B_H$ 。ここで $X = (R - R_{ax})/R_{ax}$ であり、 B_D 、 B_Q 、 B_H はそれぞれ磁場の 2 重極、4 重極、6 重極成分) の 2 重極成分のポロイダルコイルによる磁場 B_{DPC} に対するヘリカルコイルの磁場 B_{DHC} のキャンセル率 B_{DPC}/B_{DHC} によって磁気

軸は決まる [56, 57]。2重極成分のキャンセル率を電流値（ヘリカル電流 I_H 、ポロイダル電流 I_{OV} , I_{IS} , I_{IV} ）で表すと、

$$B_{DPC}/B_{DHC} = -0.203276/I_H \times 8.42976I_{OV} + 0.4056I_{IS} - 1.9992I_{IV} \quad (3.1)$$

となる。 B_q は4重極成分の、ポロイダルコイルの成分 B_{QPC} に対するヘリカルコイルの磁場 B_{QHC} によるキャンセル率 B_{QPC}/B_{QHC} である。 B_q を電流値で表すと、

$$B_q = 0.3265925/I_H \times (-0.74736I_{OV} + 0.4056I_{IS} - 1.9992I_{IV}) \quad (3.2)$$

となる。磁気軸磁場強度 B_{ax} は電流値で

$$B_{ax} = 4I_H/7.8 \quad (3.3)$$

となる。ピッチパラメータは、トロイダルモード数 M 、ポロイダルモード数 L 、実効半径 a_c 、磁気軸 R を用いて

$$\gamma_c \equiv \frac{M a_c}{L R} \quad (3.4)$$

として定義される。

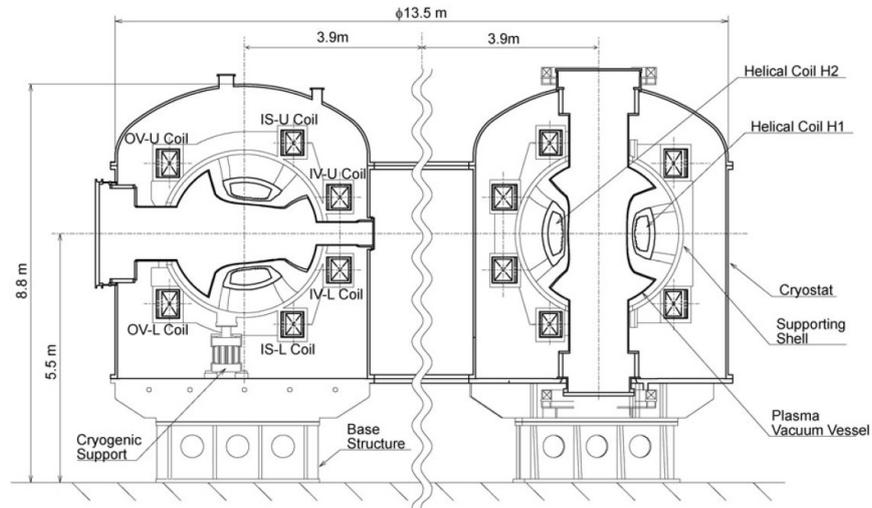


図 3.4: LHD の断面図。[50] より抜粋。

3.2 加熱装置を用いたプラズマ点火、加熱

LHD では、中性粒子ビーム入射 (NBI) 加熱装置 [58] による加熱、電子サイクロトン (ECH) [59] による加熱、イオンサイクロトン共鳴 (ICRF) [60] による加熱の三つの加熱

方法が採用されている [35, 50]。NBI は中性粒子をビームにすることで、運動エネルギーを熱エネルギーに変換する加熱する装置である。ECH、ICRF はそれぞれ磁力線に巻き付いて運動する電子、イオンの回旋周波数（ジャイロ周波数 $\omega_c = eB/m$ ）の整数倍の周波数をもつ電磁波で加熱する方法である。総加熱量は 36MW であり、図 3.5 で示すようにプラズマの様々な方向から加熱する。具体的には、NBI 1号機から 3号機はビームを接線方向に撃ち、4号機、5号機は垂直方向に撃つ。ECH、ICRF は各ポートから加熱する。また LHD には高精度かつ様々な計測装置や解析モジュールが搭載されており、高精度な電子密度分布、電子温度分布、イオン温度分布、揺動レベル、熱輸送係数などが評価できる。今回の実験では NBI と ECH を用いて、イオン、電子加熱を行い、NBI による荷電交換反応によりイオン温度を計測した。この節では、それぞれの加熱方法について紹介する。

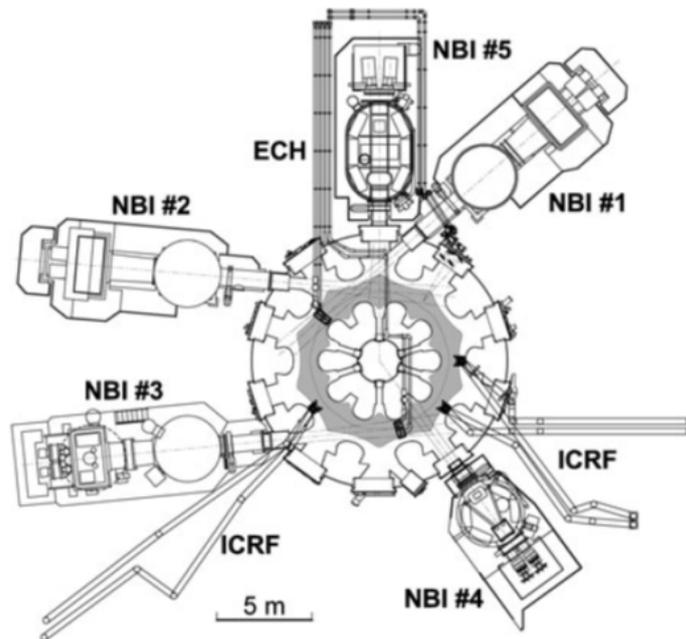


図 3.5: 加熱装置の概観。[50] より抜粋。

3.2.1 中性粒子ビーム入射 (NBI) 加熱装置を用いたイオン・電子加熱

中性粒子ビーム入射 (NBI) 加熱装置は中性粒子ビームを用いたプラズマ加熱装置である。NBI では、イオン源でプラズマを生成し、電場によってイオンを加速、同じ電荷を持つイオン群が一方向に運動されるイオンビームを引き出す。イオンビームの電荷が正

の装置は正イオン NBI 加熱装置と呼ばれ、負の場合は負イオン NBI 加熱装置と呼ばれる。LHD における正イオン NBI 加熱装置の概観は図 3.6 の通りであり、負イオン NBI 加熱装置の概観は図 3.7 となっている。効率的な加熱には、ビームをプラズマ中心に届ける必要があるが、イオンビームはプラズマ閉じ込め用の磁場によって軌道を曲げられるため、直接入射することはできない。そこで、NBI 加熱装置では、中性化セル（図 3.6 の neutral gas cell、3.7 の neutralizer 部分）と呼ぶカプセル中にイオンビームを通し中性粒子ビームに変換し、プラズマに入射する。プラズマに入射した中性粒子ビームは電離し、イオンビームとなり、プラズマ中の磁場に閉じ込められる。イオンビームはプラズマの電子やイオンと衝突してエネルギーをプラズマ粒子に与えることでプラズマを加熱する。従来は正イオンビームを用いた正イオン NBI 加熱装置が使われていたが、比較的中性子への変換効率はビームエネルギーの増加とともに低下し、200keV でほぼゼロとなる。プラズマの大型化にともない、より強力なエネルギーが必要となり、高エネルギーでも変換効率が下がらない負イオン NBI 加熱装置が開発された。LHD では、1号機、2号機、3号機は負イオン NBI 加熱装置であり、4号機と5号機は正イオン NBI 加熱装置である。図 3.5 で示すとおり、負イオン NBI 加熱装置はプラズマに対して接線方向に加熱し、正イオン NBI 加熱装置は垂直方向に加熱する。軽水素の場合、負イオン NBI のビームエネルギーは最大 190keV であり、入射電力は軽水素で最大 6MW、重水素の場合、ビームエネルギーは最大 180keV、入射電力は最大 3MW である。正イオン NBI では、軽水素の場合、ビームエネルギーは最大 40keV であり、入射電力は 6MW、重水素の場合、最大のビームエネルギーは 80keV、最大の入射電力は 9MW である。

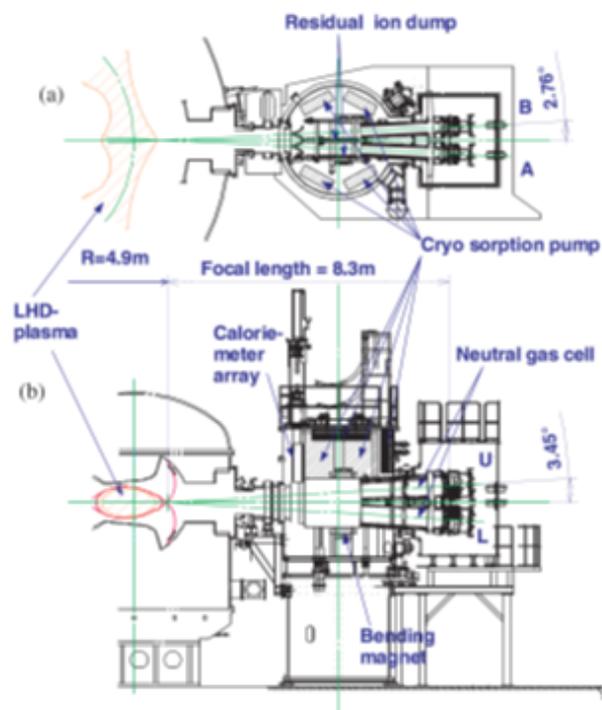


図 3.6: 正イオンビーム装置の (a) 俯瞰図、(b) 横から見た図。[58] より抜粋。

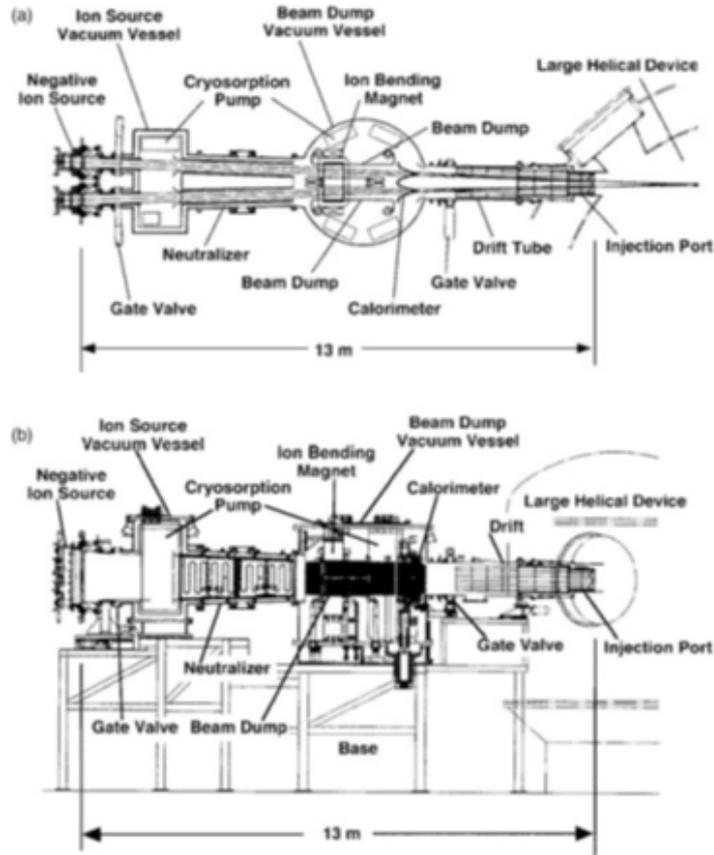


図 3.7: 負イオンビーム装置の (a) 俯瞰図、(b) 横から見た図。[58] より抜粋。

3.2.2 電子サイクロトロン加熱 (ECH) によるプラズマ立ち上げおよび、電子加熱

プラズマの立ち上げおよび電子加熱は電子サイクロトロン加熱 (ECH) [61] を用いて行う。ECH は電子サイクロトロン周波数 ($\omega_c = eB/(2\pi m_e)$) の整数倍に近い周波数の電磁波 (ミリ波) によって電子を加熱する手法である。また、中性ガスを電離させることで、プラズマの生成にも寄与する。ECH の研究開発は常に行われているが、実験を行ったのは 2019 年であるため、[61] を参考に 2016 年における ECH の構成を図 3.8 に示す。ミリ波を発生する装置はジャイロトロンと呼ばれており、77GHz、154GHz、84GHz、82.7GHz の周波数を持つ。周波数 77GHz、154GHz のジャイロトロンはそれぞれ 1.0MW 以上の出力をもつ。ミリ波はコルゲート導波管を通り、アンテナからプラズマに入射される。アンテナは水平方向と上部方向に設置されている。水平方向のポートのアンテナ (2-O) の

周波数は 77GHz、154GHz であり、上部のポートのアンテナ (5.5-U) の周波数は 77GHz である。

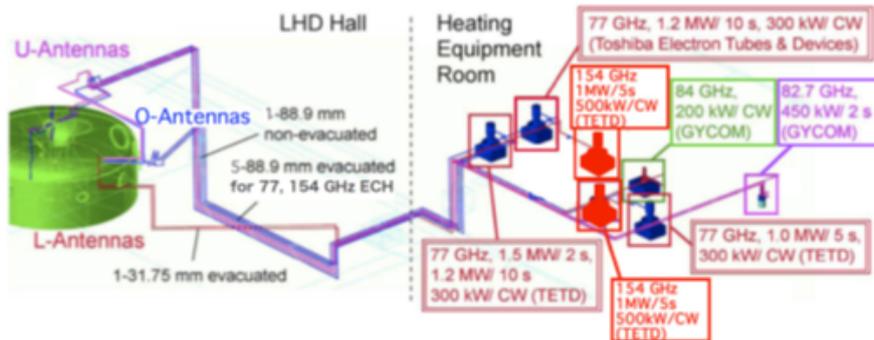


図 3.8: 2016 年における、ECH 装置概観。[61] より抜粋。

3.3 計測装置

3.3.1 トムソン散乱計測による電子密度・温度分布計測

電子密度分布および電子温度分布はトムソン散乱を用いて計測する。トムソン散乱装置は入射されたレーザーの散乱光の波長広がりから電子温度を、その強度から電子密度を測定する。LHD では YAG レーザーを用い、図 3.9(a) で示すように水平方向に入射する。計測点は半径方向に 144 点であるため [62]、高解像度の分布計測ができる。そのほかの計測精度、計測範囲は図 3.9(b) の通りであり、時間方向でも高精度な計測が可能である。LHD プラズマは $n_e = 10^{19} m^{-3}$ 、 $T_e = 1 keV$ のオーダーを持つため、十分な能力をもつトムソン散乱計測は LHD プラズマの電子密度分布、電子温度分布計測に適している。

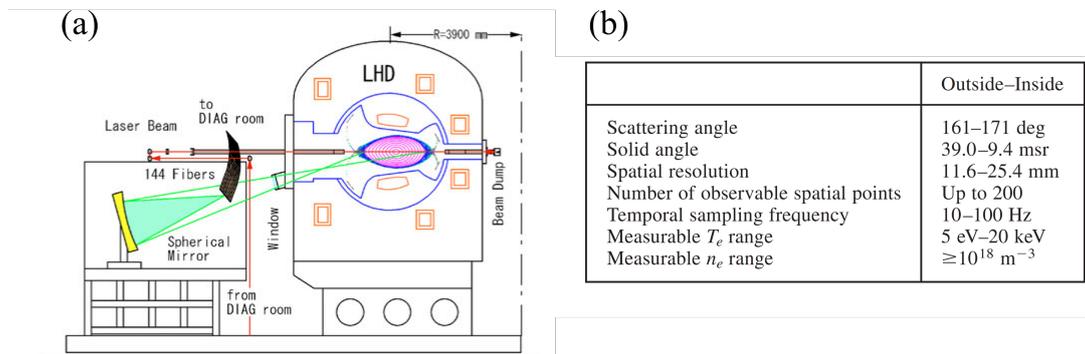


図 3.9: (a)LHD におけるトムソン散乱計測の図 (b) トムソン散乱計測の精度および範囲。
[62] より抜粋。

3.3.2 荷電交換分光計測 (CXS) を用いたイオン温度分布計測

荷電交換は、プラズマの中の標的核（水素）と入射核（典型例は炭素 C6+）の電子を交換する反応であり、荷電交換分光計測は荷電交換によって発する電磁波のドップラー幅やドップラーシフト、CVI の輝線強度から、イオン温度分布とプラズマ回転を計測する方法である [63, 64]。また、径方向フォースバランスを用いることで径方向電場を評価する。図 3.10 に示すように、負イオン NBI と同じ方向の BL1、BL2、BL3 から接線方向にビームをうち、正イオン NBI と同じ方向の BL4、BL5 から垂直方向に 40keV の出力のビームをうつ。BL3 のビーム出力は 160-180keV であり、BL4 からのビームは 40keV である。NBI 4 号機、5 号からのビームは小半径方向のイオン温度計測に用いられ、モジュレーションすることで背景放射を除去する。LHD には異なる時空間分解能を持つ CXS が搭載されている。空間方向で高分解能な場合は、時間分解能が 20Hz であり、空間分解能はトロイダル方向に 50 チャンネル、ポロイダル方向に 25 チャンネルである。

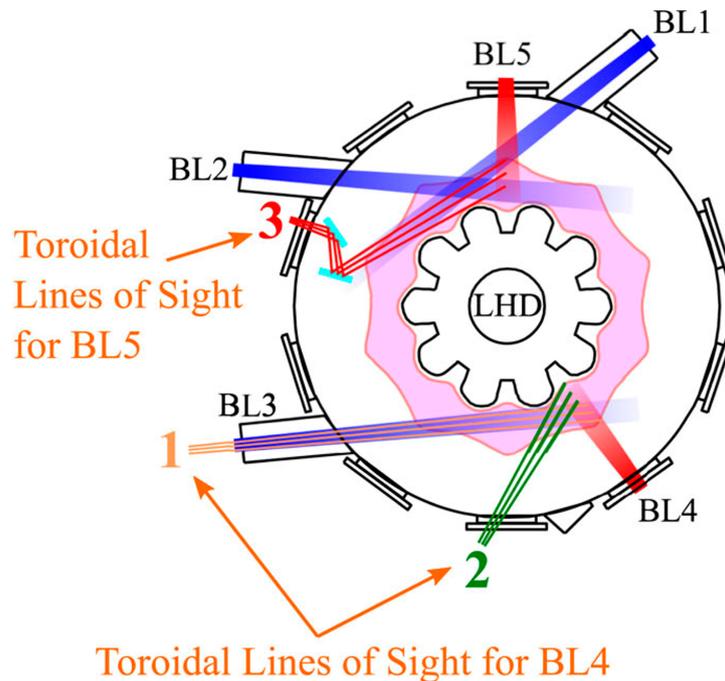


図 3.10: CXS のトロイダル視線方向。[64] より抜粋。

3.3.3 位相コントラストイメージング計測 (PCI) を用いたイオンスケール密度揺動計測

イオン Larmor 半径スケールの密度揺動は、2次元位相コントラストイメージング (Phase Contrast Imaging: PCI) を用いて計測した。PCI は波長 10.6mm の CO₂ レーザーを用いた電子密度の乱流揺動計測装置である [65, 66]。図 3.11 は PCI の原理図である。プラズマに入射されたレーザー光は、電子密度揺動を通過する際に、電子密度揺動により引き起こされた屈折率の変動により位相が変化する。そこで、レーザーの透過光とレーザーの散乱光をレンズで集光し、わずかにずれる集光位置に $\pi/2$ の位相差を与えることで、位相変化を強度の変化に置き換える。強度の変化に置き換えたレーザー光を結像面上に検出器を置き、検出器の出力電圧の変化から位相変化を計測する。本装置では、レーザー光の位相変化を信号強度で表すため、無次元である。

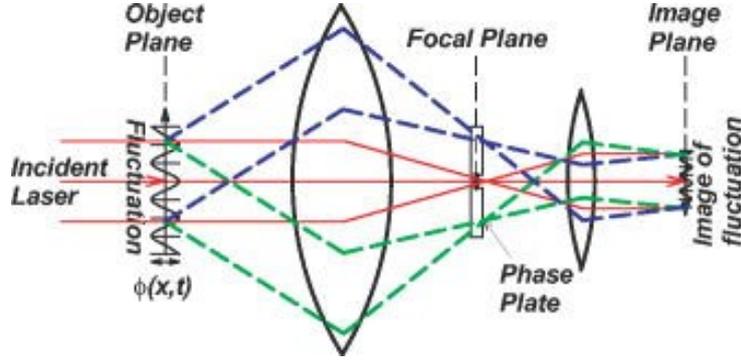


図 3.11: PCI の原理図。[65] より抜粋。

3.4 解析システム

3.4.1 熱輸送解析

本研究では閉じ込め性能を評価するために、熱輸送係数を求める。熱輸送係数は輸送方程式（エネルギーバランスの式）を解くことで求められる [67, 68]。

$$\frac{1}{V'} \frac{\partial n_s V'}{\partial t} = -\frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} (V' \Gamma_s) + S_s \quad (3.5)$$

$$\frac{1}{V'^{5/3}} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} n_s T_s V'^{5/3} \right) = -\frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} (V' Q_s) + P_s \quad (3.6)$$

ここで n_s 、 T_s は粒子種 s の密度と温度。 ρ はプラズマ規格化小半径。 V は磁気面で閉じられたプラズマの体積であり、 $V' = \partial V / \partial \rho$ である。 S_s と P_s はそれぞれ粒子源と熱源である。3.5 式は粒子数保存則であり、左辺は内部粒子数の時間変化を表す。右辺第一項は粒子の移流項であり、右辺第二項は外部からのガスパフなどの粒子供給を表す。式 3.6 は粒子の熱拡散方程式であり、左辺は内部エネルギーを表す。右辺第一項は伝導や対流による熱損失を表す。電子とイオンの熱源は以下の式でそれぞれ与えられる。

$$P_e = -\frac{n_e T_e}{\tau_{ei}} + \frac{n_i T_i}{\tau_{ie}} + P_{NBI,e} - P_{RL} - P_{IE}, \quad (3.7)$$

$$P_i = \frac{n_e T_e}{\tau_{ei}} - \frac{n_i T_i}{\tau_{ie}} + P_{NBI,i} - P_{CX} \quad (3.8)$$

ここで、 P_{NBI} は NBI による加熱パワーを指し、 P_{RL} と P_{IE} は輻射損失と不純物イオンによるイオン化損失をさす。 τ_{ei} 、 τ_{ie} はそれぞれ電子からイオンへのエネルギー交換時間、

イオンから電子へのエネルギー交換時間を表す。 P_{CX} は中性粒子との荷電交換反応によるエネルギー損失を表す。粒子束 Γ_s と熱流束 Q_s はそれぞれ以下の式で与えられる。

$$\Gamma_s = -\langle |\nabla\rho|^2 \rangle D_s \frac{\partial n_s}{\partial \rho} + \langle |\nabla\rho| \rangle v_s^{pp} n_s \quad (3.9)$$

$$Q_s = -\langle |\nabla\rho^2| \rangle \chi_j \frac{\partial T_s}{\partial \rho} + \langle |\nabla\rho| \rangle v_s^{Kp} n_s T_s + \frac{3}{2} \Gamma_s T_s \quad (3.10)$$

v_s^{pp} 、 v_s^{Kp} はそれぞれ粒子ピンチ速度、熱ピンチ速度であり、粒子がプラズマ中心方向に流れる（粒子ピンチ等）れる小半径方向フロー速度である。 D_s は粒子拡散係数であり、 χ_s は熱拡散係数である。鍵括弧 $\langle \rangle$ は磁気面上の平均を表し、

$$\langle f \rangle = \int \frac{f dl}{B_p} / \int \frac{dl}{B_p} \quad (3.11)$$

と定義され、ここで B_p はポロイダル磁場、 l はポロイダル方向の長さである。 $\langle |\nabla\rho^2| \rangle$ と $\langle |\nabla\rho| \rangle$ は任意の断面形状のプラズマを仮想的な同軸の円形断面プラズマに置き換えた場合の補正である。プラズマの定常状態を仮定することで、加熱パワーとエネルギー損失が同じになり、式 3.6 はゼロとなる。したがって、熱輸送係数は

$$\chi_s = -\frac{\int P_s V' d\rho - \langle |\nabla\rho| \rangle V' v_s^{Kp} n_s T_s - \frac{3}{2} V' \Gamma_s T_s}{\langle |\nabla\rho^2| \rangle V' n_s \frac{\partial T_s}{\partial \rho}} \quad (3.12)$$

で与えられる。

3.4.2 統合解析コードを用いたデータ整理、輸送解析

LHD におけるプラズマ実験では、熱/粒子/運動量それぞれの輸送や閉じ込め、MHD 安定性、揺動などの様々な物理現象が、ジャイロ運動の時空間スケールから、装置サイズ程度のプラズマ全体の空間スケール、放電時間（数秒から 1 時間）程度までの時間スケールで相互に影響を与えて、複雑な挙動を示す。このようなプラズマ、さきほど述べた計測装置で計測され、それらのデータは統合解析ツール AutoAna[69, 70, 71, 72] によって、自動的に収集され、解析される。

2018 年 11 月時点では、AutoAna が管理するモジュール数は加熱や温度、密度分布など 147 あり、解析データ数は輸送解析データなどを含め 326 個あり、現在もその数は増えている。AutoAna によってショットから数分以内にデータを解析し出力するなどほぼリアルタイムでの解析が可能となっている。本研究で用いた輸送解析における AutoAna のモジュール群の流れを図 3.12 に示す。解析全体は大きく分けて 5 つのモジュールに分け

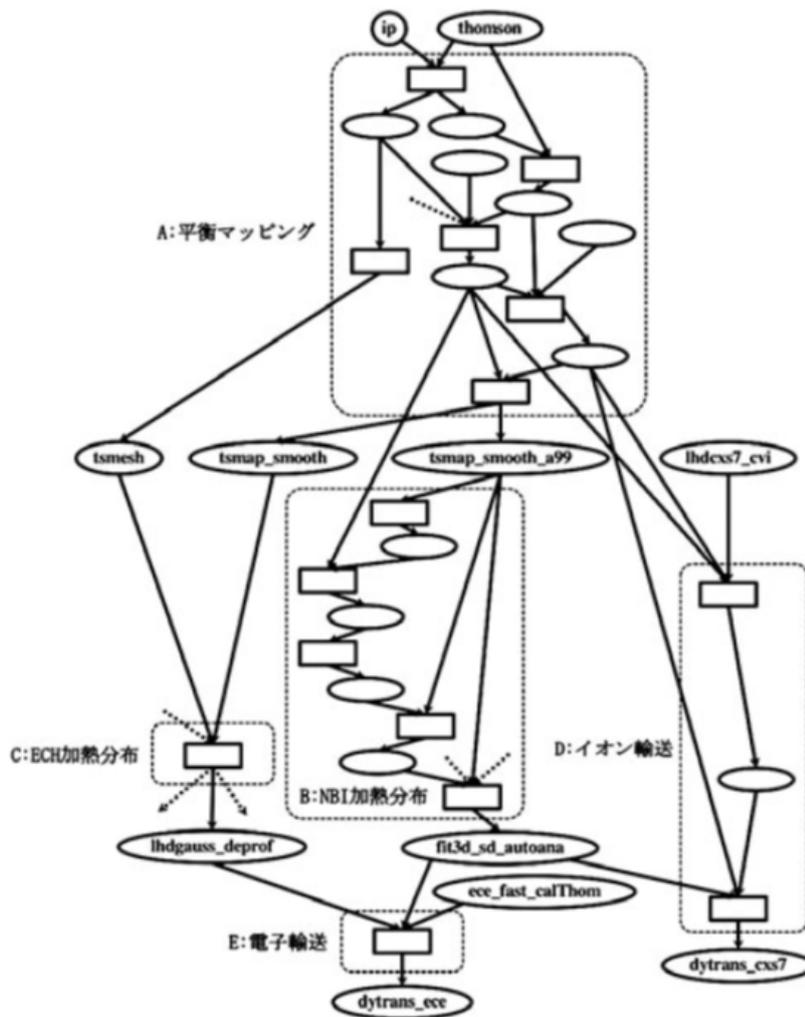


図 3.12: 磁気座標マッピングから輸送解析に至る解析データと解析プログラムの入出力の場合の AutoAna の概念図。[72] より抜粋。楕円形は解析データで、長方形は解析プログラムを示す。

られる。A : 平衡マッピング、B : NBI 加熱分布、C : ECH 加熱分布、D : イオン熱輸送、E : 電子熱輸送の順に、その概要を説明する。

まず、A の平衡マッピングは、計測された大半径座標系のプラズマの温度、密度分布を入力として、磁場の圧力とプラズマ圧力の力学平衡を計算する。例えばプラズマが無い時の磁気軸が $R_{ax} = 3.60\text{m}$ のとき、プラズマ圧力が磁場の圧力の 1% 程度まで上昇すると、プラズマ中の電流の影響もあわさって $R_{ax} = 3.8\text{m}$ 程度まで磁気軸がシフトする事もある。そのため、温度密度の分布を大半径の座標で計測したもの（例えば $n_e(R)$ 、

$T_e(R)$ 、 $T_i(R)$ を平衡配位の計算によって、小半径座標 ($n_e(\rho)$ 、 $T_e(\rho)$ 、 $T_i(\rho)$) に変換する必要がある。平衡マッピングの計算で最も重要な部分はこの $R \rightarrow \rho$ 変換である。大半径座標系から小半径座標系への変換を行うための平衡データベースの作成は Variational Moments Equilibrium (VMEC) コード [73, 74] を用いて行われる。トムソン散乱計測などで得られた電子温度分布と平衡データベースから、TSMAP[75] を用いて電子温度分布を小半径座標系へマッピングし、平衡を求める。

B : NBI 加熱分布の計算の概要を述べる。プラズマ中に入射されたビーム粒子は、プラズマ粒子との衝突により、エネルギーを失い、プラズマを加熱する。この計算で重要となるのは、ビーム粒子の減速時間が、プラズマの典型的な閉じ込め時間より長くなるため、ある時刻 t の加熱を計算するためには、それより前の時間の入射ビームパワーの情報が必要な点である。この計算を効率的に行うために、複数のプログラムを連動して動作するシステムが構築されている。FIT3D[76] 使用されているコードのひとつであり、半径方向の中性粒子ビームパワー吸収、ビーム圧力、粒子供給、誘導運動量、駆動電流を評価する。

C : 電子とサイクロトロン共鳴するミリ波は、プラズマの中を特定のモードで伝搬し、共鳴相互作用可能な磁場強度領域に到達する必要がある。光線追跡 (ray-tracing) コードを用いて、入射されたミリ波がプラズマ中でどのように伝搬するか、またどの領域で電子と共鳴相互作用を介してエネルギーを電子に渡すかを計算する。電子は軽いため Larmor 半径も小さく、減速時間も短いため、加熱電力の小半径依存性が得られる。

D、E : モジュール A、B、C で得られたプラズマ分布、イオン加熱、電子加熱からエネルギーバランス解析を行い、電子熱輸送係数、イオン熱輸送係数を導出する。モジュール A から式 3.12 の右辺第二項と、分母の情報が得られ、モジュール B、C から右辺第一項の情報が得られる。これらの情報をもとに、式 3.12 の粒子フラックスの計算を含め、輸送係数が求められる。解析手法には、定常状態を仮定した熱輸送解析 (tr-snap) [68] と、定常状態にプラズマ分布の時間変化を考慮したダイナミック輸送解析 (dytrans) [77] のふたつのパワーバランス解析方法がある。本研究では、dytrans を用いて輸送解析を行った。

第4章 測地線曲率変化によるイオン輸送 および帯状流への影響

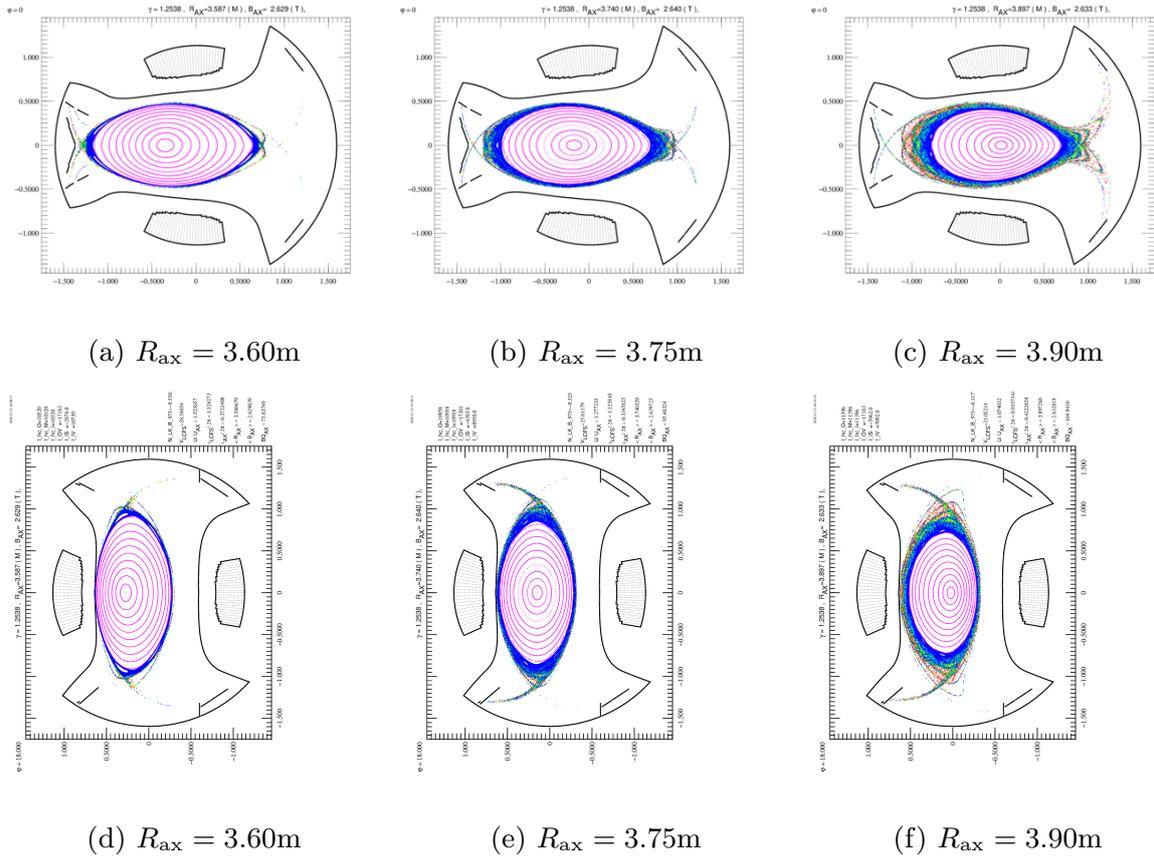
4.1 LHD の磁場配位と測地線曲率配位

4.1.1 LHD の磁気軸

今回、測地線曲率スキャンは LHD の磁気軸を変えることで行った。中心磁場強度を $B_{ax} = 2.631\text{T}$ 、ピッチパラメータを $\gamma_c = 1.2538$ 、四重極成分のキャンセル度を $B_q = 100\%$ とし、磁気軸を $R_{ax} = 3.60\text{m}$, 3.75m , 3.90m と変化させた。それぞれの真空磁場配位は図 4.1a から図 4.1f である。この図は LHD の磁力線・磁気面可視化プログラム [78] を用いて各磁場配位の真空磁場配位の磁力線をプロットした。 $R_{ax} = 3.60\text{m}$ は図 4.1a と図 4.1d 紫の線は閉じた磁力線であり、青点は閉じていない磁力線（カオティックレイヤー）である。図のポジションはトロイダル角 $\varphi = 0$ 度（横長断面長（図 4.1a—4.1c））、18 度（縦長断面長（図 4.1d—4.1f））である。磁気軸変化は、図の中の磁場の中心にある点が左方向（大半径の中心方向）から右方向（大半径の外側方向）へ変化していることで確認できる。

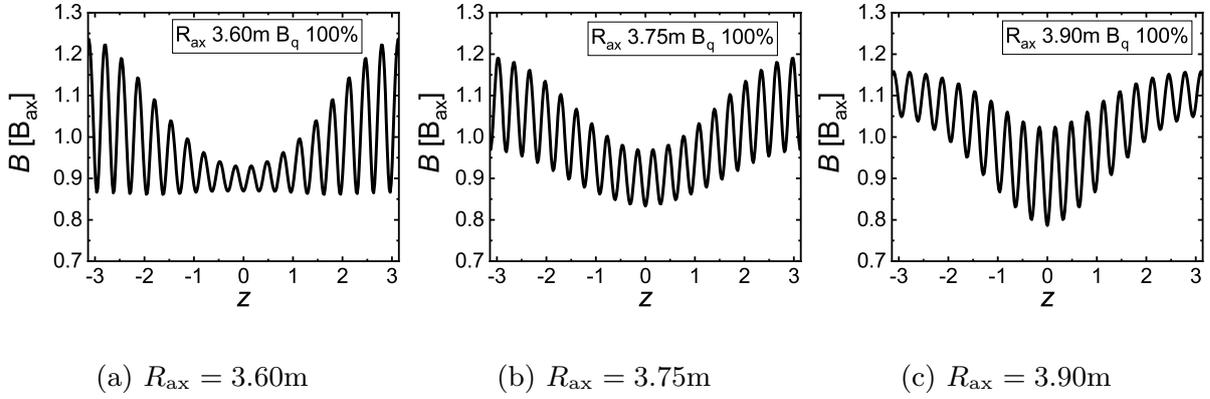
図 4.1a~4.1c の横軸の原点は $R = 3.90\text{m}$ である。横軸断面における磁気軸位置がそれぞれ $R(\rho = 0) = 3.587\text{m}$, 3.740m , 3.897m であることがわかる。トロイダル方向に平均した磁気軸 ($R_{ax} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R(\rho = 0) d\varphi$) は $R_{ax} = 3.60$, 3.75 , 3.90m であることから、磁気軸上の磁力線もトロイダル方向に一周すると大半径方向に変動する事がわかる。

図 4.1: 真空磁場の断面図 (a)(d) は $R_{ax} = 3.60\text{m}$ 、(b)(e) は $R_{ax} = 3.75\text{m}$ 、(c)(f) は $R_{ax} = 3.90\text{m}$ 。 (a) から (c) はトロイダル角 $\varphi = 0$ 度、(d) から (e) はトロイダル角 $\varphi = 18$ 度。



磁場強度変化は GKV を用いて計算し、図 4.2a—4.2c に 3 つの磁場配位 ($R_{ax} = 3.60, 3.75, 3.90\text{m}$) の磁力線に沿った磁場強度変化を示す。規格化しているため単位は $[B_{ax}]$ である。横軸はポロイダル角であり、 $z = 0$ は大半径の最も外側の点である。これらの図からトーラス性による磁場強度変化（トーラス外側で弱く、内側で強い）と、ヘリカルコイルが作る磁場強度変化（ヘリカルコイルに近づく、遠ざかるによる変化）があることがわかる。各配位のヘリカルリップルの変化が顕著に表れており、このことから、配位の変化が新古典輸送に影響を与えることが考えられる。

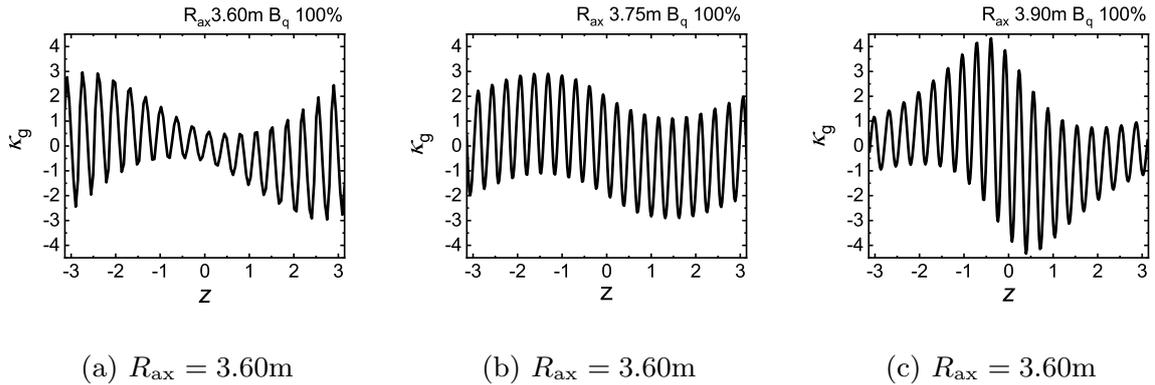
図 4.2: 各配位における沿磁力線の磁場強度



4.1.2 測地曲率

GKV コードを用いてテンソル g^{ij} と磁場強度 B 、磁場勾配 dB/dx_i を導き、各配位の測地曲率を式 2.27 から導出した。図 4.3a, 4.3b, 4.3c に各配位の規格化した測地曲率の磁力線方向変化を示す。すべての配位で測地曲率は点対称となるが、トーラス外側 ($z = 0$) において、測地曲率の絶対値は 3.60m は最小、3.90m で最大となる。

図 4.3: 各配位におけるポロイダル方向の磁力線の測地曲率



測地曲率を単純化させて比較をするために、測地曲率の平均を求めた。ただし、単純な平均はゼロとなるので、測地曲率の二乗に ITG モードの磁力線方向の静電ポテンシャルの固有関数で補正をかけて平均した。ITG モードはトーラス外側 ($-\pi/2 < \varphi < \pi/2$) で強くなるバルーニング構造をもつため、固有関数が決定された磁力線方向の静電ポテン

シャル (ϕ) は、図 4.4 で示した実数 (実線)、虚数 (破線) 関数となる。

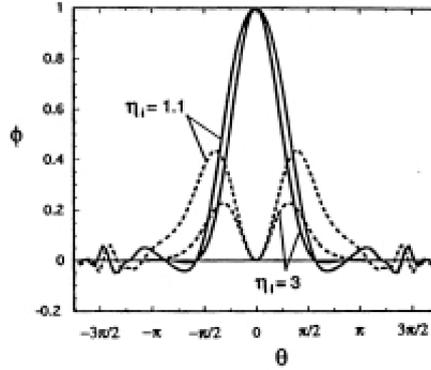


図 4.4: η_i を変化させたときの静電ポテンシャル固有関数。横軸はポロイダル角。[19] から抜粋。実線は実数、破線は虚数。

簡単のために、静電ポテンシャルの固有関数を、図と同程度の広がりを持つようなガウス分布 $f(z) = \exp(-z^2/2(\pi/6)^2)/S$ (ここで、 $S = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-z^2/2(\pi/6)^2) dz$ は $f(z)$ の規格化因子) を仮定し、測地曲率の 2 乗に固有関数で重みづけした測地曲率の平均

$$\langle \kappa_g \rangle = \left(\frac{\int_{-\pi}^{\pi} \kappa_g^2(z) \times f(z) dz}{\int_{-\pi}^{\pi} f(z) dz} \right)^{1/2} \quad (4.1)$$

を求めた。

平均測地曲率と各配位の対応を図 4.5 に示す。図 4.5 から磁気軸が大きくなるにつれ測地曲率も大きくなることが確認できる。 $\langle \kappa_g \rangle$ は 3.60m、3.75m、3.90m でそれぞれ 0.463、1.10、2.09 となる。

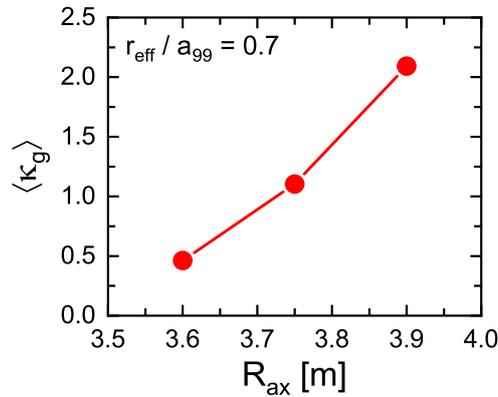


図 4.5: 測地曲率の磁気軸依存性

4.1.3 プラズマパラメータ

本研究では可能な限り広範囲の密度、電子温度、イオン温度のデータがとれるよう、密度、加熱のデータセットが広範囲となるようなプラズマ実験を行った。LHDにおけるプラズマ点火実験はショットと呼ばれ、ショット番号がわりふられており、それぞれの配位で約 30 ショットのプラズマ点火実験を行った。また、各ショット、時間内でも加熱方法を変え、様々なパラメータ領域のデータを取得した。典型的な放電波形を図 4.6 に示す（ショット番号は 1 5 4 0 8 8）。ECH でプラズマを立ち上げと加熱を行い、接線 NBI ($NBI_t = NBI_1 + NBI_2 + NBI_3$)、垂直 NBI (NBI_4, NBI_5) によるプラズマ加熱を行った。図 4.6(a) で示した通り、加熱パターンは ECH と垂直 NBI、ECH と垂直 NBI と接線 NBI、垂直 NBI と接線 NBI の 3 つである。CX S を用いたイオン温度分布計測のために垂直 NBI (NBI_4, NBI_5) のモジュレーションを行った。トムソン散乱計測で求めた電子温度分布に多項式フィッティングを行った。図 4.6(b) の n_{e0} はその中心密度である。トムソン散乱計測のほかにも FIR 干渉計 [79] で密度を計測し、電子密度の線平均 \bar{n}_e を求めた。図 4.6(b) の青線は \bar{n}_e である。 \bar{n}_e と n_{e0} を比較すると、同程度の値となるため、トムソン計測による計測は妥当であると考えられる。図 4.6(b) の $\langle \beta_{dia} \rangle$ は反磁性計測 [80] で評価した体積平均ベータ値 $\beta = (nk_B T)/(B^2/2\mu_0)$ (SI 単位系) の時間変化である。図 4.6(c) はトムソン散乱計測および多項式フィッティングで評価した中心電子 T_{e0} と、NBI4 号機の入射タイミングの CX S 計測および多項式フィッティングで評価した中心イオン温度 T_{i0} である。図 4.6(d) は規格化小半径 $r_{eff}/a_{99} = 0.7$ における電子およびイオン温度勾配である。ここで、 r_{eff} は実効小半径、 a_{99} は総電子圧力の 99% が

存在する実効小半径である。図 4.6(e) は $r_{\text{eff}}/a_{99} = 0.7$ における PCI で計測した密度揺動 \tilde{n}_e/n_e を密度で規格化したものである。図 4.6(f) は dytrans を用いたパワーバランス解析によって評価した $r_{\text{eff}}/a_{99} = 0.7$ におけるイオン熱輸送係数 χ_i である。中心電子・イオン温度、電子・イオン温度勾配、密度揺動レベル、イオン熱輸送係数の時間変化をみると、加熱方法の変化によって値が変わることが確認できる。

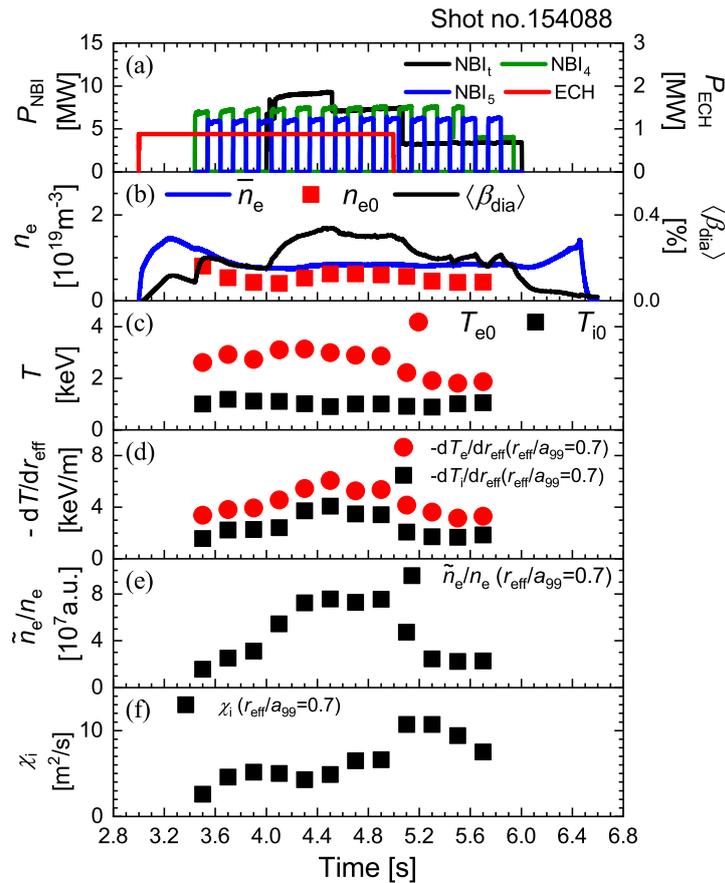
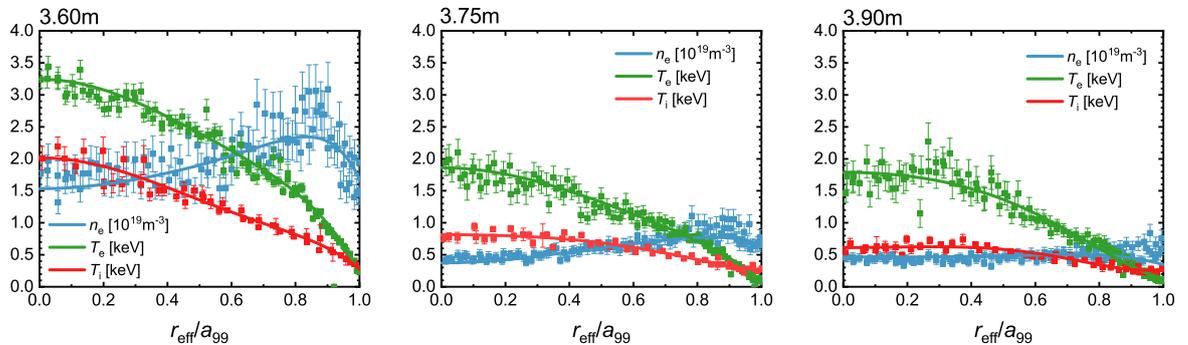


図 4.6: 典型的な放電波形。(ショット番号: 154088) (a)ECH は電子サイクロトロン加熱、 NBI_t は接線 NBI による加熱、 NBI_4 は 4 号機 NBI による加熱、 NBI_5 は 5 号機 NBI による加熱。(b) \bar{n}_e は線平均で求めた電子密度、 n_{e0} は中心密度、 $\langle \beta_{\text{dia}} \rangle$ は反磁性計測で求めた体積平均 β 値。(c) T_{e0} は中心電子温度、 T_{i0} は中心イオン温度。(d) $-dT_e/dr_{\text{eff}}$ 、 $-dT_i/dr_{\text{eff}}$ はそれぞれ $r_{\text{eff}}/a_{99} = 0.7$ における電子温度勾配、イオン温度勾配。(e) \tilde{n}_e/n_e は $r_{\text{eff}}/a_{99} = 0.7$ におけるイオンスケール揺動レベル。(f) χ_i は $r_{\text{eff}}/a_{99} = 0.7$ における局所イオン熱輸送係数

各磁場配位における典型的な分布パターンとその熱輸送と熱輸送係数、密度揺動を紹介する。3.60m、3.75m、3.90m のプラズマ分布はそれぞれ図 4.7a、図 4.7b、図 4.7c で示した。エラーバーがついている点は、トムソン散乱計測や CXS 計測による計測データであり、線はそのデータの多項式フィッティングである。青は密度であり、緑は電子温度、赤はイオン温度の分布を表している。共通事項として、密度分布は中心が低くな、ホローな分布となっており、温度は電子・イオンともに中心が高くなるピーキングをしている。3.60m では、電子温度、イオン温度がともに他の配位よりも高くなる傾向にある。

図 4.7: 密度 n_e 、電子温度密度 T_e 、イオン温度密度 T_i 分布



(a) $R_{ax} = 3.60\text{m}$, $\langle \kappa_g \rangle = 0.463$ (b) $R_{ax} = 3.75\text{m}$, $\langle \kappa_g \rangle = 1.10$ (c) $R_{ax} = 3.90\text{m}$, $\langle \kappa_g \rangle = 2.09$

上記のプラズマから AutoAna モジュールの、dytrans で熱輸送係数を評価した輸送係数図 4.8 から図 4.18 に示す。電子温度勾配 $-dT_e/dr_{\text{eff}}$ 、イオン温度勾配 $-dT_i/dr_{\text{eff}}$ 、電子温度で規格化した電子温度勾配 $-dT_e/dr_{\text{eff}}/T_e$ をイオン温度で規格化したイオン温度勾配 $-dT_i/dr_{\text{eff}}/T_e$ 、トータル電子輸送流束 $Q_{e,\text{total}}$ 、トータルイオン熱輸送流束 $Q_{i,\text{total}}$ 、電子およびイオンのトータル熱流束を各小半径における面積 S および密度でわった熱流束 $Q_{e,\text{total}}/Sn_e$ 、 $Q_{i,\text{total}}/Sn_e$ 、電子およびイオンの熱輸送係数 χ_e 、閉じ込め時間 τ_E の空間分布はそれぞれ図 4.8 から図 4.18 である。青丸が 3.60m ($\langle \kappa_g \rangle = 0.463$) であり、赤三角が 3.75m ($\langle \kappa_g \rangle = 1.10$) であり、黒の四角が 3.90m ($\langle \kappa_g \rangle = 2.09$) のデータを表している。電子温度勾配はそれぞれの配位で違いが見られるが、電子温度で規格化すると、似た傾向を示す。3.75m と 3.90m 配位のイオン温度勾配は、似たような空間分布を持つが、3.60m では、 $r_{\text{eff}}/a_{99} = 0.4$ で一度ピークを迎える。3.75m, 3.90m 配位においてイオン温度勾配をイオン温度で割った空間分布は外側ほど低下するが、3.60m では外側に行くにつれ大きくなる。また、3.90m における中心の電子温度分布とイオン温度分布はフィッティングの関係で、勾配の正負が逆転する。電子熱輸送束、イオン熱輸送束はどの配位で

も積分されており、外側にむかって増大する傾向となる。3.60m の熱輸送流束が大きい
 が、面積と密度で割ると、他の配位と同程度、もしくは小さな値となる。したがって、熱
 輸送係数は 3.60m で最低となる。3.90m では、先ほど述べた通り、温度勾配の負号が反
 転するため、中心付近で熱輸送係数が発散している。閉じ込め時間は 3.60m で最高とな
 り、3.60m 配位で閉じ込め性能が高いことがわかる。

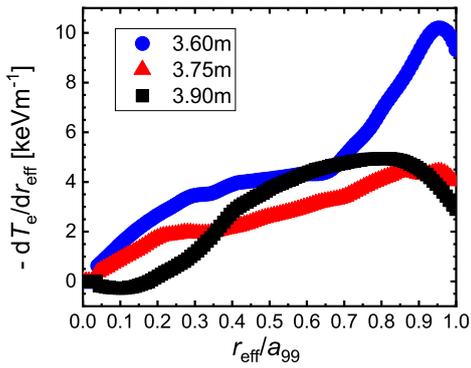


図 4.8: 電子温度勾配分布

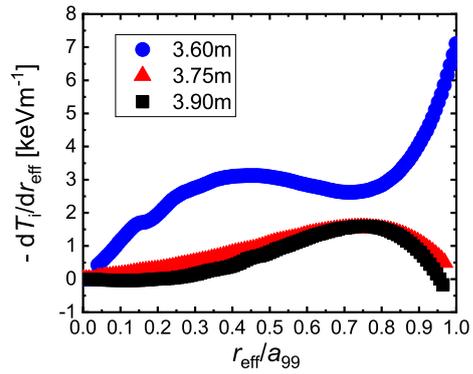


図 4.9: イオン温度勾配分布

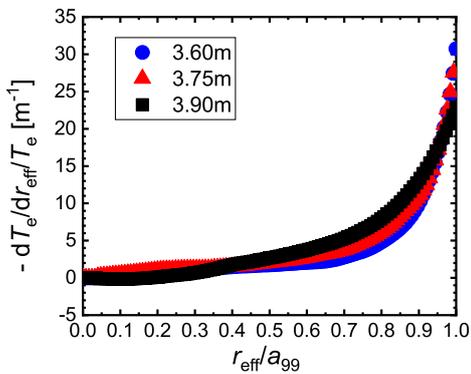


図 4.10: 電子温度で規格化した電子温度
 勾配分布

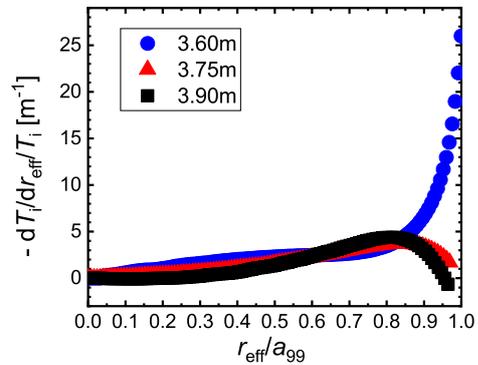


図 4.11: イオン温度で規格化したイオン
 温度勾配分布

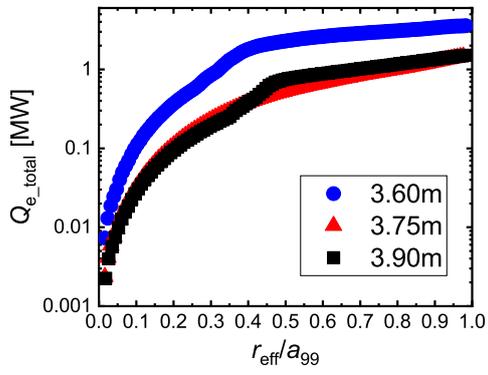


図 4.12: 電子熱流束分布

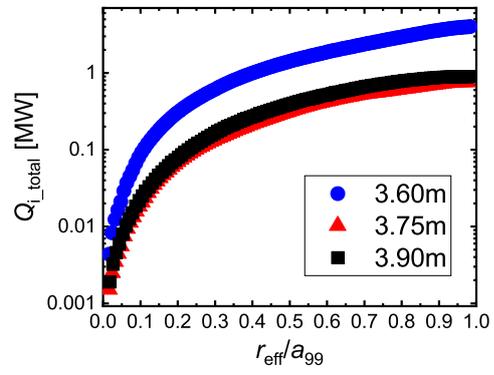


図 4.13: イオン熱流束分布

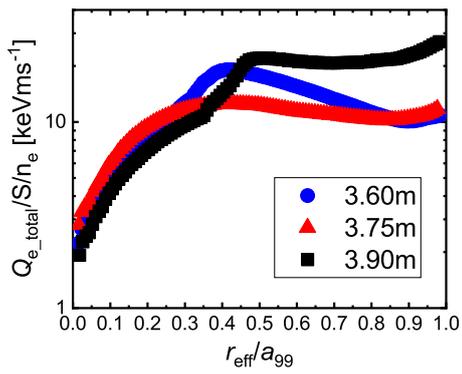


図 4.14: 面、密度で割った電子熱流束分布

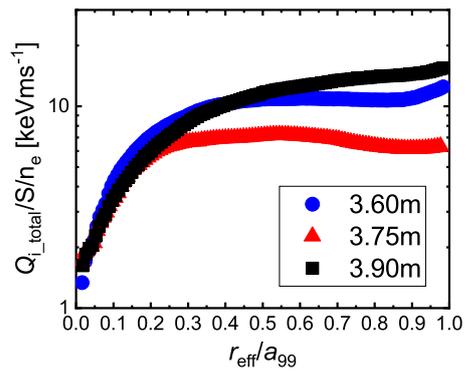


図 4.15: 面、密度で割ったイオン熱流束分布

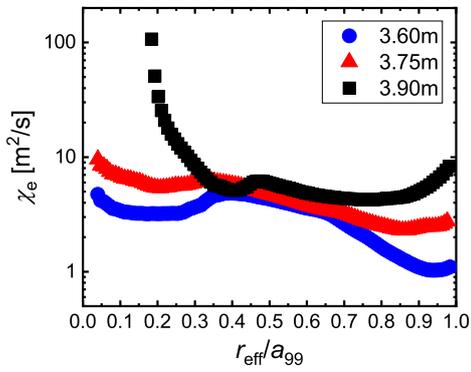


図 4.16: 電子熱輸送係数

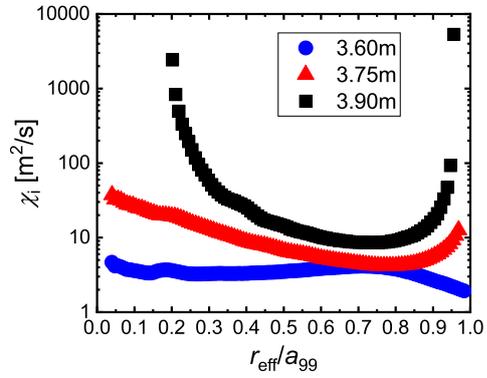


図 4.17: イオン熱輸送係数

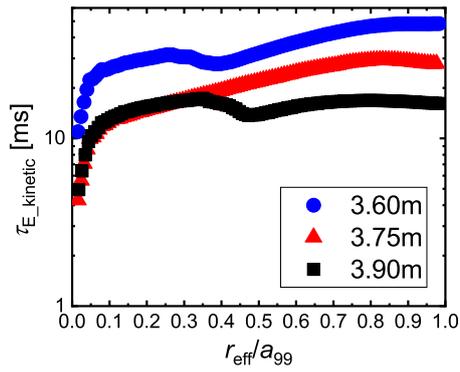


図 4.18: エネルギー閉じ込め時間

図 4.7 のプラズマと同様のショットおよびタイムスライスでのプラズマの、PCI で計測した径方向イオンスケール揺動 \tilde{n}_e の信号強度と、外側（小半径が正）で $r_{\text{eff}}/a_{99} = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ のポジションの揺動を密度（単位は $[10^{19} m^{-3}]$ ）で規格化した密度揺動レベルをそれぞれ図 4.19、図 4.20 に示す。このとき、プラズマ中心付近の密度揺動計測は行っていない。

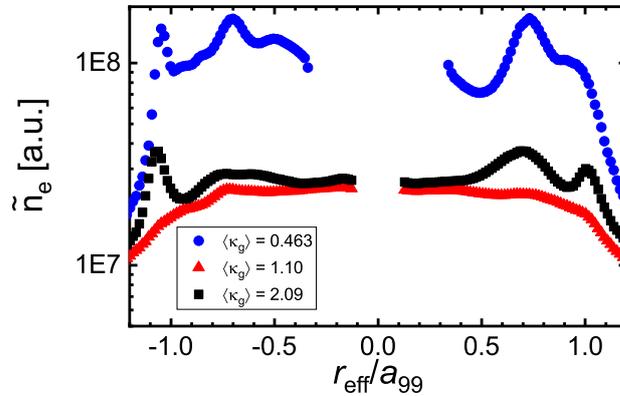


図 4.19: イオンスケール揺動レベル

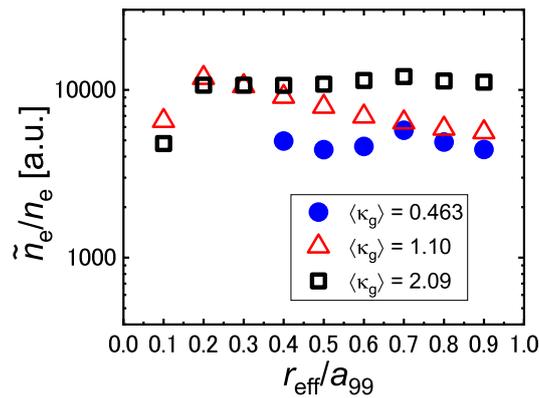


図 4.20: 電子密度で規格化したイオンスケール揺動レベル

$r_{\text{eff}}/a_{99} = 0.7$ はプラズマの体積平均をとった場合のポジションに近いので全体的なプラズマ閉じ込めの議論が可能で、議論の簡約化のために、輸送特性に関する議論は $r_{\text{eff}}/a_{99} = 0.7$ のデータをもとに行う。

先ほど述べた通り、配位によって密度、温度が異なるため、プラズマパラメータを完全に揃えることは難しい。そこで、図 4.21 で示す通り、衝突周波数等の無次元パラメータが同様の値になるよう加熱および電子密度を可能な範囲にスキャンし、このときの $r_{\text{eff}}/a_{99} = 0.7$ における電子温度、密度が図 4.22、イオン温度、密度が図 4.23 で示すとおり、可能な限り広範なデータを取得した。

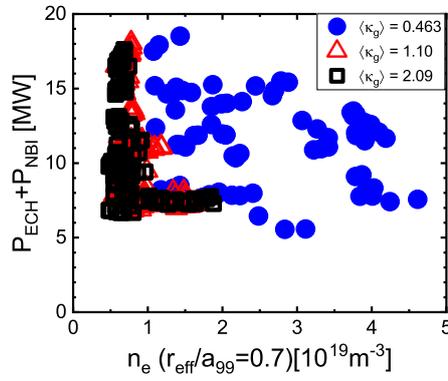


図 4.21: 加熱および密度

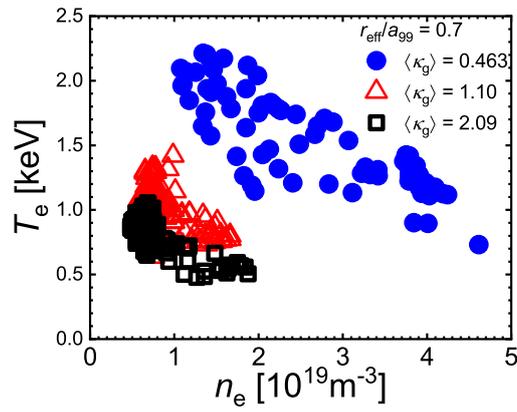


図 4.22: 電子温度と密度

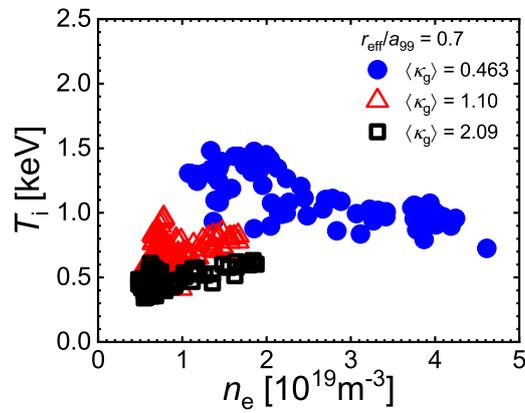


図 4.23: イオン温度と密度

イオンスケール揺動レベルを内側、外側で $|r_{\text{eff}}/a_{99}| = 0.6 \sim 0.8$ で平均化し密度で規格化した。イオン熱輸送係数のイオンスケール密揺動依存性を各配位で比較したのが、図 4.24 となる。各配位で、揺動レベルが大きくなるに従って、イオン熱輸送係数も大きくなることが確認できる。どの配位でも、イオン熱輸送係数の密度揺動依存性がみられ、3.90m では揺動レベルが最大となり、イオン熱輸送係数も最大の値をとる。3.60m における揺動レベルの大きさは他の配位と変わらないが、イオン熱輸送係数は小さい傾向にあることが確認できる。

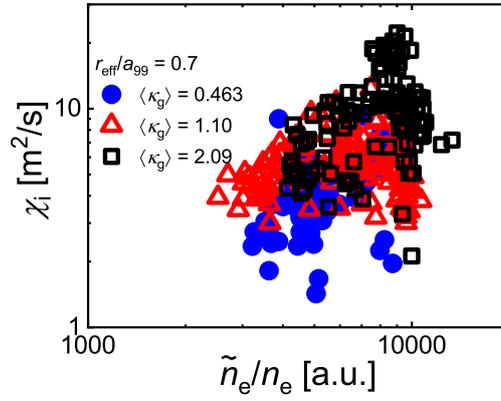


図 4.24: 熱輸送係数の密度揺動依存性

解析では、ITG 乱流に影響を与える無次元化パラメータのイオン熱輸送係数依存性を調査した。ITG 乱流に影響を与えるパラメータは、測地曲率、温度比、イオン-イオン衝突周波数、密度勾配、電子・イオン温度勾配、密度揺動レベルの 6 つである。イオン熱輸送係数はジャイロボーム拡散係数 $\chi_i^{\text{GB}} = v_{T_i} \rho_i^2 / R_{\text{ax}}$ (この時、Larmor 半径に含まれる速度の磁場垂直成分は熱速度程度と仮定) で無次元化した。測地曲率は、 $R_{\text{ax}} = 3.75\text{m}$ 配位における測地曲率を参照値 $\langle \kappa_g^{\text{ref}} \rangle = 1.10$ にして無次元化した。ITG 乱流の線形成長率は 2.17 式より、電子温度とイオン温度の比の依存するため、温度は電子温度とイオン温度の比 T_e/T_i として無次元化した。イオン-イオン衝突周波数 ν_{ii} は

$$\nu_{ii} \equiv \frac{n_e e_i^2 e_i^2 \ln \Lambda_{ii}}{8\sqrt{2}\pi \varepsilon_0^2 m_i^2 v_{T_i}^3}, \quad (4.2)$$

として定義する [81]。ここで ε_0 は電子透過率、 $\ln \Lambda_{ii}$ はデバイ長の半径をもつ球体の中での小角度衝突の和。ここでは簡単のために $\ln \Lambda_{ii} = 17$ とする。イオン-イオン衝突周波数、密度勾配、電子温度勾配、イオン温度勾配を無次元化したパラメータをそれぞれ

$$\nu_{ii}^* \equiv L_c \tau_{ii}^{-1} / \sqrt{2} v_{T_i}. \quad (4.3)$$

$$R/L_n \equiv -R_{ax} \frac{d \ln n_e}{dr_{eff}} \quad (4.4)$$

$$R/L_{T_e} \equiv -R_{ax} \frac{d \ln T_e}{dr_{eff}} \quad (4.5)$$

$$R/L_{T_i} \equiv -R_{ax} \frac{d \ln T_i}{dr_{eff}} \quad (4.6)$$

とする。ここで L_c は周回軌道スケール長であり、逆アスペクト比 ϵ は $\epsilon = r_{eff}/R_{ax}$ を用いて

$$L_c \equiv qR_{ax}/\epsilon^{3/2}, \quad (4.7)$$

として定義する。ヘリカルプラズマの $r_{eff}/a_{99} = 0.7$ において安全係数 q は約 1.3 である。 τ_{ii} はイオン衝突時間であり、

$$\tau_{ii}^{-1} \equiv \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \nu_{ii}. \quad (4.8)$$

として定義される。ITG モードの線形成長率は式 2.17 より、 η_i に依存すること、後の議論でホロー分布であるため負の値となる密度分布を補正する必要があることから、無次元化イオン圧力勾配を $R/L_n + R/L_{T_i}$ として規格化し、イオン熱輸送係数への依存性を調べた。上述の計測および解析から得られたデータセットから、無次元化熱輸送係数、無次元化した測地曲率、イオンスケール密度揺動レベル、規格化衝突周波数、規格化電子温度勾配、規格化圧力勾配、温度比、規格化イオン温度勾配、規格化密度勾配を評価した。規格化熱輸送係数の各パラメータ依存性は図 4.25~4.32 となる。このデータセットを用いて、測地曲率がイオン熱輸送に与える影響を議論する。

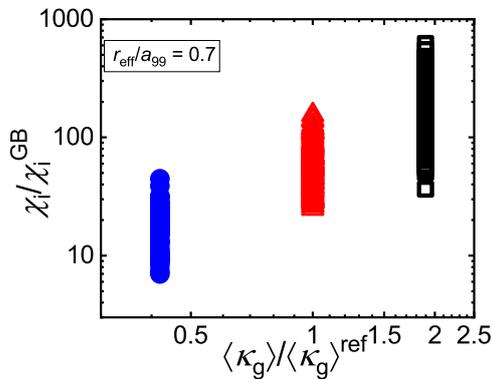


図 4.25: 規格化熱輸送係数の測地線曲率依存性

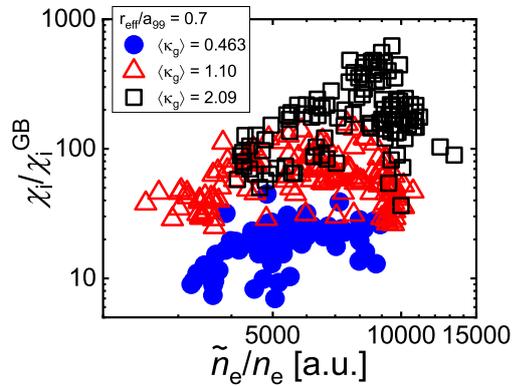


図 4.26: 規格化熱輸送係数の密度揺動依存性

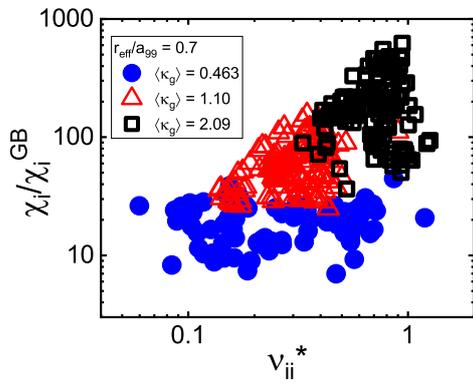


図 4.27: 規格化熱輸送係数の規格化衝突
周波数依存性

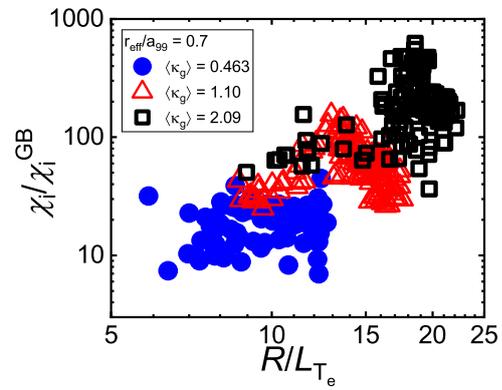


図 4.28: 規格化熱輸送係数の規格化電子
温度勾配依存性

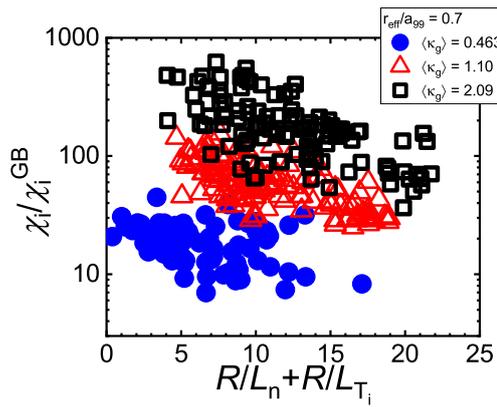


図 4.29: 規格化熱輸送係数の規格化圧力
勾配依存性

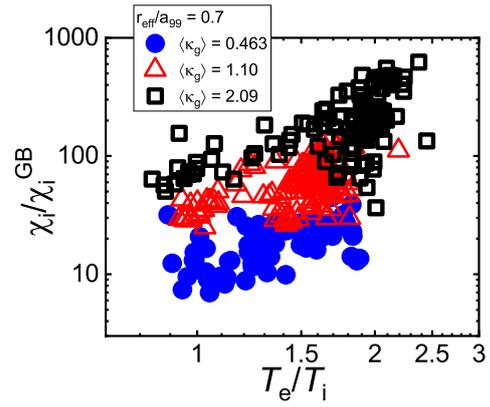


図 4.30: 規格化熱輸送係数の温度比
依存性

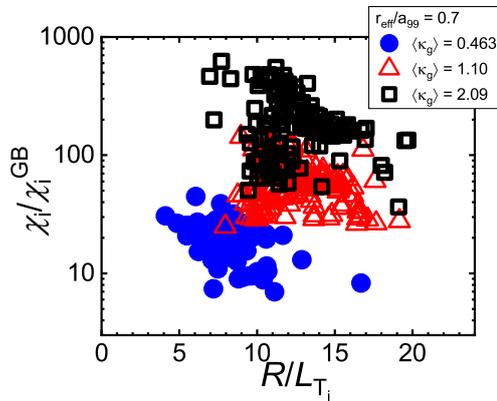


図 4.31: 規格化熱輸送係数の規格化イオン温度勾配依存性

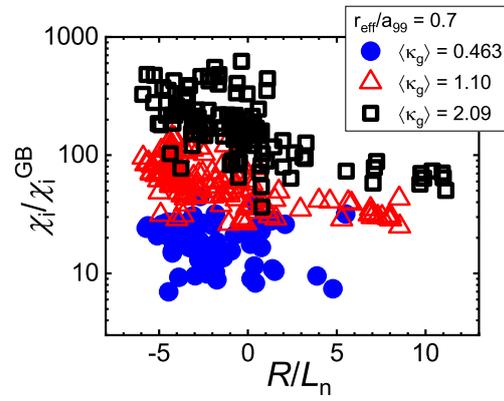


図 4.32: 規格化熱輸送係数の規格化密度勾配依存性

4.2 統計解析を用いた輸送に対する測地曲率の重要性の解析

得られたデータセット量は統計解析に耐えられるほどであり、測地曲率によるイオン熱輸送への影響を他のパラメータを考慮して議論するため、純粋な数理手法のみの統計解析を用いた。

輸送にとって重要であるパラメータの選択は赤池情報量規準 (AIC) [82] を用いて行った。AIC は元統計数理研究所所長の赤池弘次が 1973 年に発表した統計モデルの良さを評価するための指標である。モデルを作る際、フィッティング関数のパラメータ数を増やせば増やすほど、その測定データとの適合度を高めることができるが、ノイズなどの変動を強く受ける関数ができるため、同種のデータには合わなくなる過適合が発生する。AIC とはある測定データを統計的に説明するモデルを作る際に、モデルの複雑さとデータとの適合度とのバランスをとる指標であり、良いモデルとは AIC が最小のときであると考えられる。AIC の公式は、

$$AIC = -2 \ln L_f + 2k \quad (4.9)$$

であり、 L_f は尤度関数、 k_{AIC} は自由パラメータの数である。この L_f は最尤推定法を用いて推定される。最尤推定法とは、推定するパラメータがある値をとる場合に観測している事柄や事象が起こりうる確立である尤度が最大化するようなパラメータ値を探索する推定方法である。パラメータ θ をもつ連続型の確率分布 $f(x|\theta)$ からの無作為標本を考える。 n 個の標本値が x_1, x_2, \dots, x_n であったとする。このとき、尤度関数 $L_f(\theta)$ を $L_f(\theta) = f(x_1|\theta) \cdot f(x_2|\theta) \cdots f(x_n|\theta)$ としてつくる。この $L_f(\theta)$ を最大にする $\theta = \hat{\theta}$ が

存在するとき、 $\hat{\theta}$ を θ の最尤推定量とよばれ、尤度方程式 $\partial \log L_f(\theta)/\partial \theta = 0$ の解として求められる。

AIC は標本サイズを無限と仮定しているため、有限な標本サイズ n を仮定したときは修正 AIC (AICc) [83] であり、式は

$$\text{AICc} = -2 \ln L_f + 2k + 2k(k+1)/(n-k-1), \quad (4.10)$$

である。AICc は各標本の誤差が独立で確率分布が正規分布の場合、

$$\text{AICc} = n \ln \frac{\sum_{i=0}^n \sigma_i^2}{n} + 2k + \frac{2k(k+1)}{n-k-1} + n \ln(2\pi) + n \quad (4.11)$$

と単純化できる。 σ_i は $\sigma_i = (y_i - \hat{y}_i)^2$ (y_i は実際の値、 \hat{y}_i は予測値) として定義される 2 乗誤差である。

熱輸送係数のパラメータ依存性のスケーリングは非線形多変量回帰分析を用いて行った。多変量回帰分析は、 $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n$ のような線形回帰分析によって、目的パラメータ (y) に対する説明パラメータ (x) の係数を求め、依存性を解析する手法である。今回は熱輸送係数のスケーリングを求めるため、対数変換を行い、

$$\ln \chi_i / \chi_i^{\text{GB}} = a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2 + \dots + a_n \ln x_n \quad (4.12)$$

の形に線形化した。したがって、熱輸送係数のスケーリングは

$$\chi_i / \chi_i^{\text{GB}} = e^{a_0} x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n} \quad (4.13)$$

となる。

イオン熱輸送係数における、AICc を用いたパラメータ選択および、乗数 a_n を表 4.1 に示す。一番左の列はパラメータ数を表し、右隣の列はそのときの最小 AICc である。次の列はスケーリングの指数 a_0 の値であり、その次からのセルは選択されたパラメータとその指数 a_n である。

どのパラメータ数においても、 $\langle \kappa_g \rangle / \langle \kappa_g \rangle^{\text{ref}}$ が選ばれており、イオン熱輸送との正の相関はシミュレーション予測 (図 2.24) が示した小さい測地曲率では帯状流が卓越し、閉じ込めがよくなるという予測と整合する。最良モデルは、AICc が 196.0 となる、 $\langle \kappa_g \rangle / \langle \kappa_g \rangle^{\text{ref}}$ 、 T_e / T_i 、 $R / L_n + R / L_{T_i}$ 、 R / L_{T_e} が選ばれたときであり、 $\langle \kappa_g \rangle / \langle \kappa_g \rangle^{\text{ref}}$ の指数が最大である。この時の相関係数は $R^2 = 0.89$ である。 T_e / T_i 依存性は、輸送が ITG 乱流によって駆動されたものであることを示唆する。興味深いことに、 \tilde{n}_e / n_e が最良モデルに含まれていない。この理由を後に議論する。

表 4.1: イオン熱輸送 ($\chi_i/\chi_i^{\text{GB}}$) における各パラメータ数の最小 AICc。セルに記述されている値は、多変量回帰分析で得られた指数。

number of parameters	minimum AICc	a^0	$\langle\kappa_g\rangle/\langle\kappa_g\rangle^{\text{ref}}$	T_e/T_i	$R/L_n + R/L_{T_i}$	R/L_{T_e}	ν_{ii}^*	\tilde{n}_e/n_e
1	485.1	4.12	1.46					
2	338.5	3.52	1.25	1.43				
3	246.1	4.59	1.52	1.16	-0.439			
4	196.0	7.12	1.86	1.72	-0.484	-1.01		
5	197.1	7.05	1.79	1.76	-0.441	-0.995	0.0533	
6	199.2	6.96	1.79	1.75	-0.442	-1.00	0.0553	0.0128

磁気軸を変化させたとき、実効ヘリカルリップル ε_{eff} も変化するため、新古典輸送の寄与を考慮した輸送のパラメータ依存性を考える必要がある。今回、局所新古典輸送解析コード (GSRAKE) [84, 85] を用いて新古典輸送係数 χ_i^{NC} を評価した。GSRAKE は定常状態を仮定し、実験観測の温度密度パラメータから、径電場を独立変数として粒子束を計算する。LHD のような磁場リップル構造においても、リップルを平均化し、ドリフト運動方程式を早く解くことが可能であるため、今回のような大規模データセットの新古典輸送係数の評価に用いた。GSRAKE から得られた新古典輸送係数の両極性径電場 E_r 依存性をプロットした図が図 4.33 である。 $E_r > 0$ (電子ルート) は、 $E_r < 0$ (イオンルート) と比べ新古典輸送係数が小さく、 E_r がゼロ近傍で大きくなる。

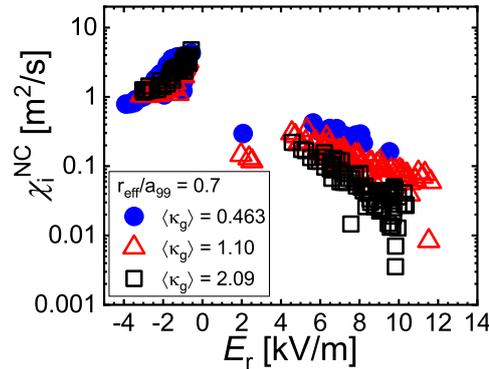


図 4.33: 新古典輸送の径方向電場依存性

乱流輸送は輸送から新古典輸送成分を引いた ($\chi_i^{\text{turb}} = \chi_i - \chi_i^{\text{NC}}$) として評価し、先

述と同様に乱流輸送におけるパラメータ選択および、依存性解析を行った。その結果を表 4.2 に示す。最良モデルは AICc が 445.2 のときであり、相関係数は $R^2 = 0.85$ となった。揺動レベル \tilde{n}_e/n_e 依存性が現れるといった細かい変化はあるものの、乱流輸送のパラメータ依存性は $\chi_i/\chi_i^{\text{GB}}$ の場合とよく似た結果となった。このことから、イオン熱輸送の磁場配位依存性に対しては、新古典輸送の寄与が小さいことを意味している。以上の結果から、測地曲率がイオン乱流輸送において最も重要な影響を与えていることが明らかとなった。

表 4.2: 乱流輸送 ($\chi_i^{\text{turb}}/\chi_i^{\text{GB}}$) における各パラメータ数の最小 AICc。セルに記述されている値は、多変量回帰分析で得られた指数。

$\chi_i^{\text{turb}}/\chi_i^{\text{GB}}$								
number of parameters	minimum AICc	a^0	$\langle \kappa_g \rangle / \langle \kappa_g \rangle^{\text{ref}}$	T_e/T_i	R/L_{T_e}	$R/L_n + R/L_{T_i}$	\tilde{n}_e/n_e	ν_{ii}^*
1	624.6	3.79	1.85					
2	475.4	3.05	1.59	1.78				
3	459.8	5.07	1.84	2.27	-0.846			
4	453.7	5.69	1.97	2.21	-0.932	-0.168		
5	445.2	3.08	2.07	1.85	-1.17	-0.247	0.408	
6	446.2	3.40	2.16	1.82	-1.18	-0.308	0.376	-0.0843

多変量回帰分析による予測がパワーバランス解析による輸送とどの程度整合するかをイオン熱輸送 ($\chi_i/\chi_i^{\text{GB}}$)、乱流輸送 ($\chi_i^{\text{turb}}/\chi_i^{\text{GB}}$) の双方で比較したのが、それぞれ図 4.34(a) と (b) である。 $\chi_i/\chi_i^{\text{GB}}$ の予測は実験値とよく整合するが、 $\chi_i^{\text{turb}}/\chi_i^{\text{GB}}$ の予測は、実験値とおおきなずれが生じてしまっている。これは、問題は FORTEC-3D を用いた大域的な計算による新古典輸送に関する議論で指摘されている通り [86]、局所的な計算をする GSRAKE は $E_r = 0$ 近傍において、新古典輸送を過大評価してしまうためである (図 4.35)。今後、輸送特性を議論するにあたり、この問題を回避するため、 $\chi_i/\chi_i^{\text{GB}}$ を用いる。この仮定は LHD において、新古典輸送の寄与は小さいため (輸送全体の 30% 以下)、妥当であると考えられる。

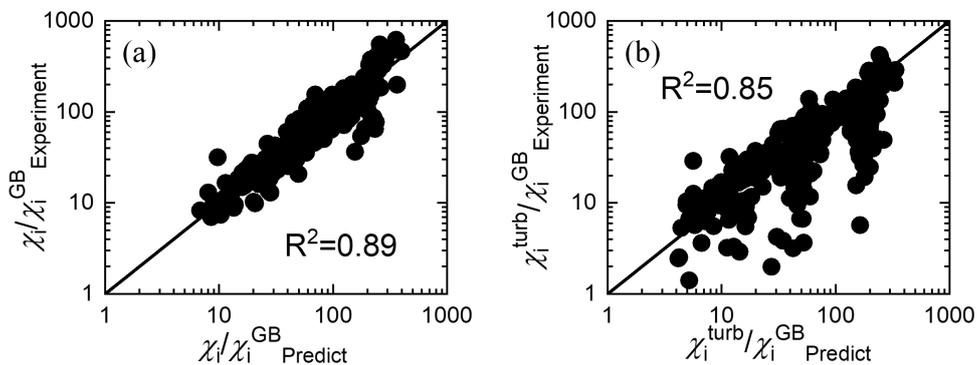


図 4.34: 統計解析による予測輸送係数と実験からパワーバランス解析で評価した熱輸送係数の比較。(a) はイオン熱輸送。(b) は乱流輸送。

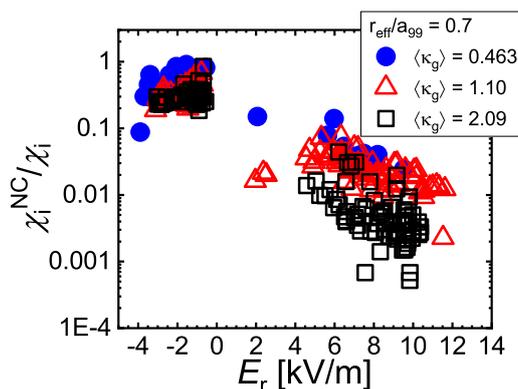


図 4.35: 新古典輸送係数と輸送係数の比の径電場依存性

4.3 帯状流効果の測地線曲率依存性

4.3.1 乱流強度評価

統計解析によって、測地曲率のイオン熱輸送への重要性が示されたが、物理的な素課程を検証するために、測地曲率の帯状流への影響の調査を行う。LHD において帯状流の直接計測は非常に難しいため、帯状流の直接的な計測の代わりに LHD 磁場配位の輸送を予測できている帯状流を考慮した簡約化輸送モデル 2.20 を用いて、乱流輸送低減効果を示す帯状流低減効果 $Z^{1/2}/T$ を、実験で得られた輸送係数とイオンスケール揺動レベルから評価した。

密度揺動が得られているため、乱流強度を評価する。プラズマのボルツマン関係を仮定すると、密度と静電ポテンシャルの関係は

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right) \quad (4.14)$$

となるので、静電ポテンシャル揺動は $e\tilde{\phi}/k_B T_e \sim \tilde{n}_e/n_e$ となる。したがって、実験における乱流強度はイオンスケール電子密度揺動レベルから評価することができる。ここで、乱流強度は以下の式で求める。

$$\mathcal{T} = \zeta \frac{1}{2} \left(\frac{R_{\text{ax}} \tilde{n}_e}{\rho_i n_e} \right)^2 = \zeta \mathcal{T}_{\text{exp}}, \quad \mathcal{T}_{\text{exp}} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{R_{\text{ax}} \tilde{n}_e}{\rho_i n_e} \right)^2 \quad (4.15)$$

このとき ζ は実験値と GKV による非線形計算 [39] をあわせるための較正係数である。[39] にて、乱流強度のみで輸送強度を予測するモデル式は $\mathcal{G}(\mathcal{T}) = 0.11\mathcal{T}^{0.83}$ となる。本実験においても、各揺動レベルの熱輸送係数の最大値は、 $\mathcal{T}^{0.83}$ とフィットするため、乱流のみのモデル値と、最大熱輸送係数が同じになるよう較正係数 ζ を $\zeta = 4.5 \times 10^{-11}$ とした。図 4.36 は規格化イオン熱輸送係数の較正係数 $\zeta = 4.5 \times 10^{-11}$ で得られた乱流強度 \mathcal{T} に対する依存性を示しており、 \mathcal{T} の大きさはほかの非線形 GKV 計算 [87] と一致する。また、モデル式 $\mathcal{G}(\mathcal{T})$ と、規格化イオン熱輸送係数を比較した図が図 4.37 となり、各揺動強度における輸送の最大値がモデルと一致する。以上から、較正係数 $\zeta = 4.5 \times 10^{-11}$ は妥当な値であると判断した。ただし、 $\langle \kappa_g \rangle = 0.463$ の規格化イオン熱輸送係数の乱流強度依存性はモデルと一致しないが、これは輸送を決めるのは乱流だけではないということを示すものである。

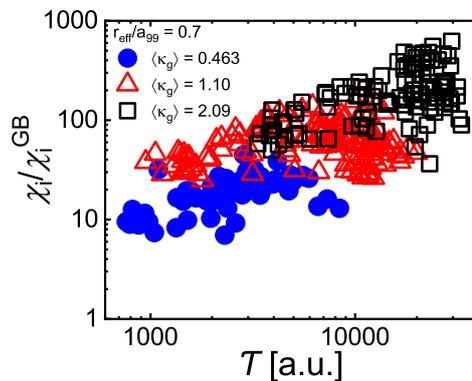


図 4.36: 規格化イオン熱輸送係数の乱流強度依存性

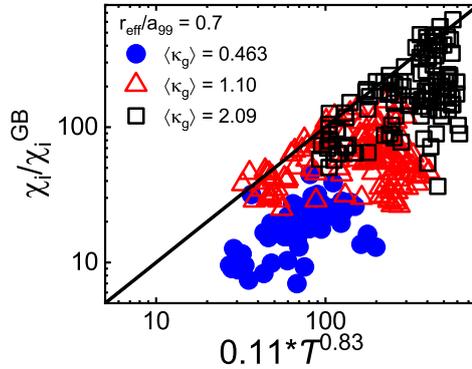


図 4.37: 規格化イオン輸送係数と、揺動強度のみを用いた輸送モデルとの比較。揺動強度ごとの最大値で実験計測とモデルが一致する。

4.3.2 各パラメータにおける、帯状流効果の測地線曲率依存性

先述の節によって、規格化熱輸送係数と式 4.15 から乱流強度を評価し、実験から規格化イオン熱輸送係数を評価したため、輸送モデルから帯状流効果 $Z^{1/2}/T$ を評価し、その測地曲率依存性を調査する。

統計解析で示したとおり、輸送には他の無次元パラメータに対する依存性がある。無次元パラメータからの影響を可能な限り小さくするため、無次元パラメータが可能な限り同程度となる領域のデータから、帯状流効果を評価した。統計解析から、温度比、規格化電子温度勾配、規格化イオン圧力勾配が輸送に相対的に大きな影響を与えている得られたため、選択するパラメータは以下の通りにした。

$$0.9 \leq T_e/T_i \leq 1.3 \quad (4.16)$$

$$8 \leq R/L_{Te} \leq 14 \quad (4.17)$$

$$-3 \leq R/L_n \leq 3.5 \quad (4.18)$$

$$8 \leq R/L_{Ti} \leq 13 \quad (4.19)$$

$$9 \leq R/L_n + R/L_{Ti} \leq 14 \quad (4.20)$$

この時、選択するデータセットは図 4.38 の緑の線で囲った枠の中となる。

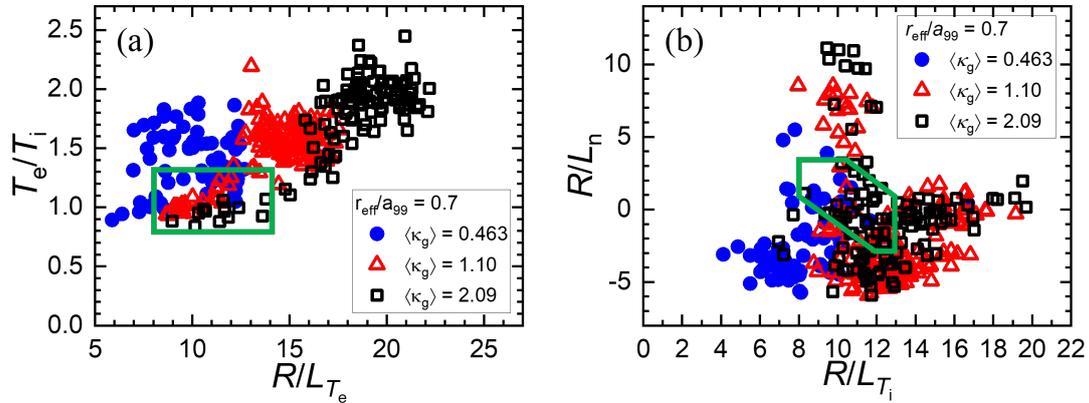


図 4.38: データセット選択。緑の線でかこった枠の中のデータセットから帯状流効果を評価する。

選択領域内のデータセットで規格化熱輸送係数および乱流強度の測地曲率依存性をプロットしたのが図 4.39 である。乱流強度の測地曲率依存性をみたとき、乱流強度が測地曲率に対してクリアなべき乗則依存性がないことがわかる。逆に熱輸送係数は測地曲率に対しクリアなべき乗則に則っていることがわかる。このことから、輸送を決める原因はほかにあることが示唆された。これは、AIC を用いた統計解析において密度揺動レベルが乱流輸送に与える寄与が小さい理由を示すひとつの証拠となる。

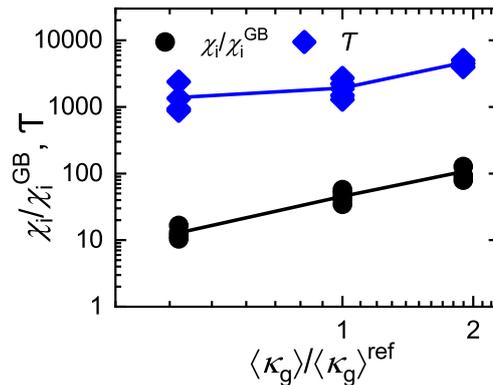


図 4.39: 乱流および、輸送の測地線曲率依存性

図 4.40 は帯状流効果の測地曲率依存性である。帯状流効果は測地曲率が大きくなっていくとともに減少していることが確認できる。 $Z^{1/2}/T < C_2 = 1.1 \times 10^{-2}$ となる領域では、精度がさがするため、データのバラつきが大きくなる。この依存性と GKV シミュレーションの結果 (図 2.24) と比べると、定性的に整合している。実験結果のほうが強い依存

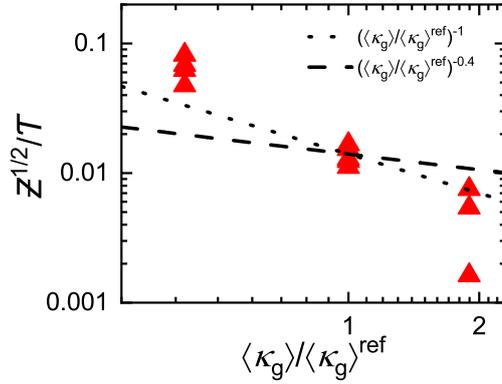


図 4.40: 帯状流効果の測地線曲率依存性

性があるように見えるのは、イオン熱輸送係数に新古典輸送の効果が含まれているためだと考えられる。帯状流効果が大きくなるとともに、乱流の強さに関わらず、輸送が低減される傾向にあり、これは 2.2.3 章で紹介した強い帯状流が共存すると乱流輸送が低減するという、非線形 GKV シミュレーションの結果とも整合する。以上の結果により、理論予測と同様に測地曲率が小さいと帯状流が卓越し、乱流輸送低減が起こることが実験から明らかとなった。一般的に、低測地曲率は捕捉粒子の径方向移動を抑えるため新古典輸送を低減することが知られている。上記の結果は、これに加え、測地曲率の変化から帯状流の励起によって、乱流輸送を制御する可能性を示すものとなる。

4.3.3 他のパラメータ領域における帯状流効果の測地曲率依存性

簡約化輸送モデルを用いた解析のロバストネスを確かめるために、別のパラメータ領域を選択し、イオン熱輸送係数、乱流強度、帯状流効果の測地曲率依存性の変化を確かめた。

例として、データセットの選択を

$$0.8 \leq T_e/T_i \leq 1.3 \quad (4.21)$$

$$9 \leq R/L_{Te} \leq 14 \quad (4.22)$$

$$0 \leq R/L_n \leq 3.5 \quad (4.23)$$

$$8 \leq R/L_{Ti} \leq 12 \quad (4.24)$$

とした場合を確認する (図 4.41)。このとき、イオン熱輸送係数、乱流強度、帯状流効果の依存性は図 4.42 となり、その特性は先述とほとんど変わらない。

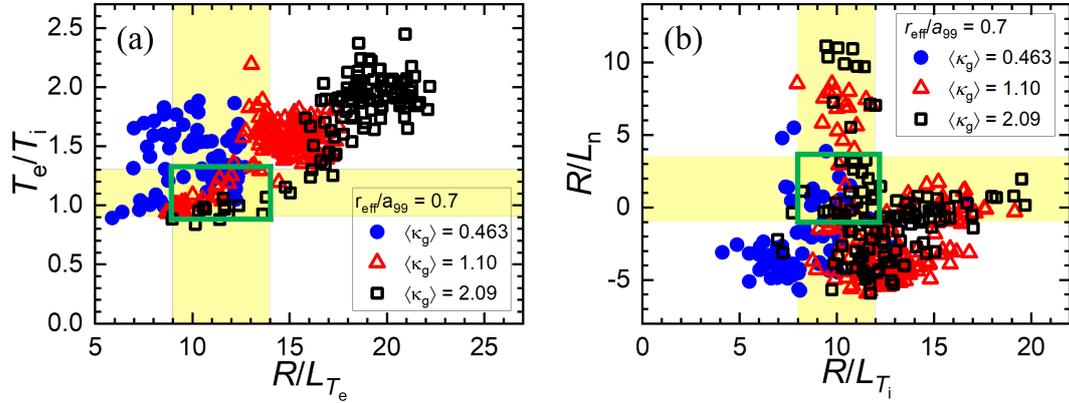


図 4.41: 違う領域からのデータセット選択。

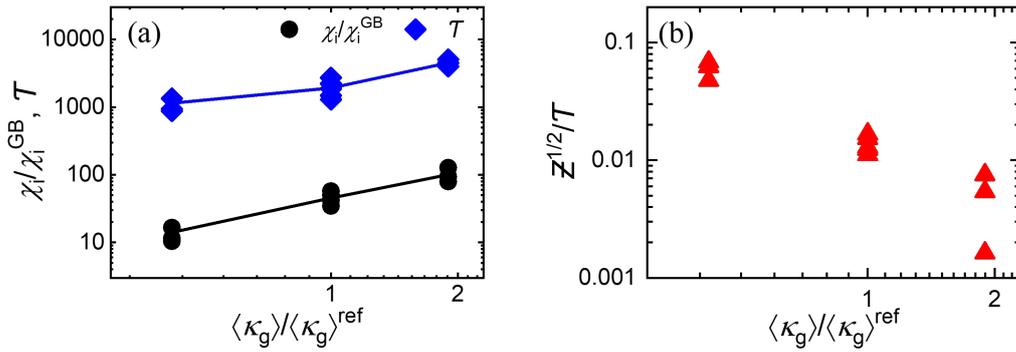


図 4.42: 選択領域を変更した場合の、(a) イオン熱輸送係数、乱流強度、(b) 帯状流効果の測地曲率依存性

次に、 R/L_{T_e} のかわりに、衝突周波数 ν_{ii}^* を揃えた場合も検証する。データセットの選択は

$$1.1 \leq T_e/T_i \leq 2.1 \quad (4.25)$$

$$0.4 \leq \nu_{ii}^* \leq 0.6 \quad (4.26)$$

$$-4 \leq R/L_n \leq -1 \quad (4.27)$$

$$9 \leq R/L_{T_i} \leq 14 \quad (4.28)$$

とした (図 4.43)。このときの規格化イオン熱輸送係数、乱流強度、帯状流効果の測地曲率依存性も (図 4.44(a)、(b))、測地曲率依存性が小さくなるに従って乱流強度も下がる、 $Z^{1/2}/T < C_2 = 1.1 \times 10^{-2}$ 領域でもバラつきが小さいなどいくつかマイナーな違いはあれども、上述の傾向と一致した。

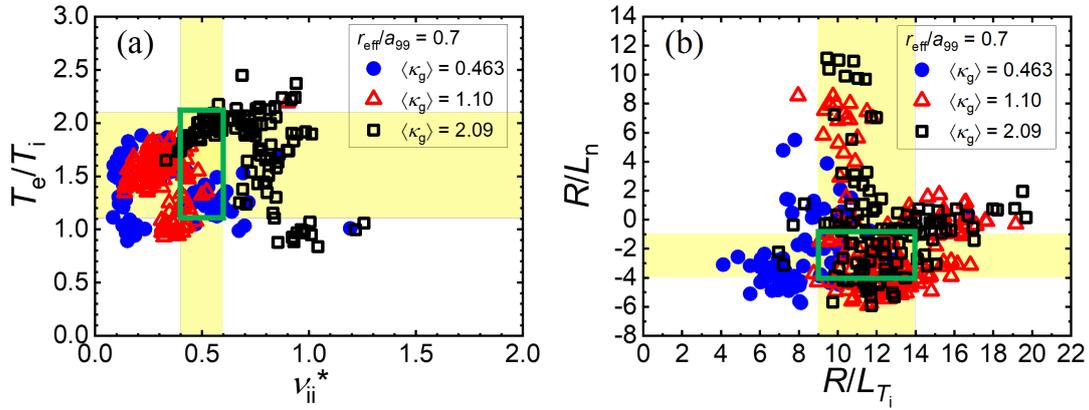


図 4.43: 規格化電子温度勾配ではなく、衝突周波数領域に着目したパラメータ選択。(a) 温度比と規格化衝突周波数。(b) 規格化密度勾配、規格化イオン温度勾配。

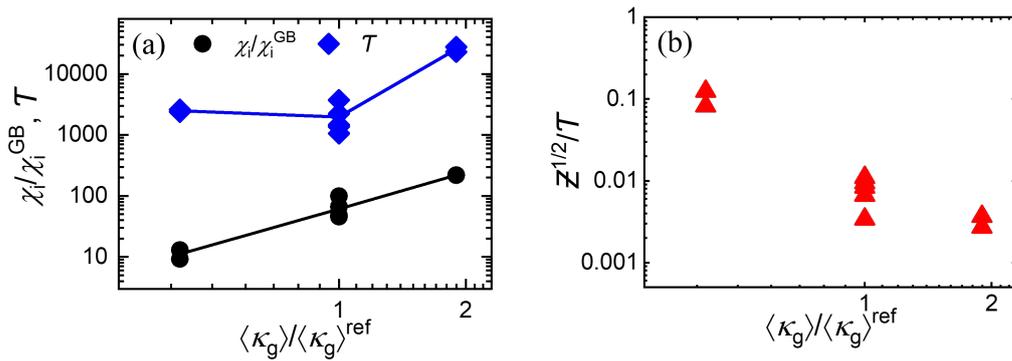


図 4.44: 規格化衝突周波数が揃っている場合の、(a) イオン熱輸送係数、乱流強度、(b) 帯状流効果の測地曲率依存性

違うパラメータ領域においてもシミュレーション結果と整合するような依存性は、帯状流の測地曲率依存性がシミュレーションと定性的に整合することを示唆する。そして、乱流の大きさに関わらず熱輸送係数が低減することは、帯状流そのものが乱流輸送を低減することを示している。これらの結果は、この解析がロバストなものであることを示すものである。

第5章 総括

核融合燃焼プラズマの実現において、プラズマ乱流輸送の理解とその制御手法の確立は重要な課題である。磁場閉じ込めプラズマにおいて、磁場形状が乱流輸送に与える影響を調査することは、閉じ込め性能を向上させ、核融合燃焼プラズマの実証に貢献するものである。本研究は、磁力線の測地曲率に着目し、測地曲率が帯状流に与える影響を実験データに基づいて調査した。

実験は、磁場配位の自由度とプラズマの分布計測・揺動計測に優れる LHD を用いて行った。LHD プラズマの磁気軸が大きく変化することを事前に検討し、実験計画を策定した。プラズマ実験では、衝突周波数等の ITG 乱流にとって重要な無次元パラメータが同様の値になることに配慮し、加熱スキャンを可能な限り広くふり、各プラズマの輸送係数とイオンスケール密度揺動レベルを評価し、ITG 乱流が駆動するイオン熱輸送のパラメータ依存性を議論するための輸送データベースを構築した。

解析は、2つの独立した手法を用いて行った。イオン熱輸送係数のパラメータ依存性調査は、純粋な数学的手法である統計解析の手法を用いることで行った。ジャイロボーム拡散係数で規格化した熱輸送係数に対し、AIC によるパラメータ選択と非線形多変量回帰分析を行い、測地曲率の重要性を調べた。結果は以下の通りである。

1. 測地曲率がイオン乱流輸送にとって最も重要なパラメータであり、その依存性は理論計算の予測と定性的に整合する。

2. 新古典輸送の効果を調べるために、熱輸送係数に新古典輸送係数を引いた場合で乱流輸送係数の統計解析を行い、熱輸送係数の解析と同様の結果を得た。このことは、イオン熱輸送の磁場配位依存性に対しては、新古典輸送の寄与は小さいことを意味しており、乱流輸送低減を示す結果である。

次に、統計解析手法では得られない物理的素課程を検証するために、簡約化輸送モデルを用いて、帯状流の評価を行い、測地曲率依存性を検証した。測地曲率以外のパラメータ依存性の影響を減らすために、可能な限り同じ無次元パラメータをもつデータセットを選択肢、帯状流効果を評価した。その結果は以下のとおりである。

1. 帯状流効果の測地曲率依存性は、シミュレーションによる予測と定性的に整合することが明らかとなった。

2. 異なるパラメータ領域のデータセットを選択してもほぼ同様の結果が得られた。これは、この解析がロバストであることを示すものである。

以上の結果をまとめると、測地曲率が小さい場合には、帯状流は大きく駆動され、乱流輸送が低減することを実験的に示すことができた。磁場形状により帯状流の制御を実証した初めての実験研究であり、ITERなどの核融合燃焼プラズマの制御手法確立に大きく貢献するものである。さらに、測地曲率を最適化変数として、非線形過程による帯状流効果を考慮した乱流輸送最適化配位創成の観点から、配位最適化研究の進展に大きく貢献するものである。また、トーラスプラズマを用いた今回の研究は、外部から帯状流の減衰率に働きかけることで非常に大きな乱流輸送低減を実現しており、このようにあるモードの減衰率の制御がシステム全体の性質に大きく影響を与える条件などが明らかになれば、非線形性が卓越した複雑な系においても外部制御に関する普遍性を発見できる可能性がある。これは今後の課題である。

付録 A ジャイロ運動論

ジャイロ運動論的方程式の基礎的な定義と支配方程式を [88] を参考に、紹介する。電磁場揺動をともなう高温プラズマ中の主な乱流は、プラズマ中の密度や温度の不均一性を駆動源とした揺動であり、イオンのサイクロトロン周波数よりも十分低い周波数を持つような、イオンの軌道運動効果を含む微視的乱流である。その周波数は十分低いため、揺らぎは磁場に沿った方向に長い波長 L_{\parallel} (トーラス形状の場合は、大半径程度) をもつが、磁場を横切る方向にはサイクロトロン半径 (Larmor 半径) で特徴づけられる短波長 L_{\perp} となる。このような磁場方向に長く伸びた非等方性の強い揺らぎはフルート型と呼ばれ、微小パラメータ $\delta \sim L_{\perp}/L_{\parallel}$ を用いて簡約化して支配方程式を記述できる。近年では、Vlasov 方程式を電子やイオンのジャイロ運動について平均化することで導かれるジャイロ運動論を用いた大規模シミュレーションによる研究が進んでいる。プラズマを一流体近似した、磁気流体 (MHD) 方程式が存在するが、ドリフト波などの記述においては、磁場に沿った電場揺動や荷電粒子の磁場ドリフトなどの効果取り入れる必要がある。また、核融合プラズマは高温で希薄なプラズマでは、粒子の磁場方向への平均自由行程が系の大きさをはるかに超えるため、流体近似が成立しないため、速度分布関数 $f(\mathbf{v})$ を用いた運動論で議論が行われる。ここでは、ジャイロ運動論で使われる支配方程式の紹介を行う。

ジャイロ運動論で取り扱う基礎方程式は Vlasov 方程式である。ただし、ジャイロ運動など時間スケールの短い現象が含まれる。時間および空間スケールを特徴づけるオーダーリングは

$$\delta \sim \frac{L_{\perp}}{L_{\parallel}} \sim \frac{\omega}{\Omega} \sim \frac{e\tilde{\phi}}{T} \sim \frac{\tilde{B}}{B} \sim \frac{\tilde{F}}{F} \sim \frac{v_g}{v_T} \quad (\text{A.1})$$

となる。ここで、揺らぎの各振動数 ω 、サイクロトロン各周波数 Ω 、素電荷 e 、静電ポテンシャル振動 $\tilde{\phi}$ 、温度 T 、磁場揺動 \tilde{B} 、分布関数揺動 \tilde{F} 、全分布関数 F 、ジャイロ中心のドリフト速度 v_g 、熱速度 v_T を表す。また、背景分布のスケールと揺動のスケール分離を行うために、局所近似を行う。ここでは、Gauss 単位系で式をしめす。

3次元空間の粒子速度を \mathbf{v} とし、その大きさを $v = |\mathbf{v}|$ とする。荷電粒子の平均密度

n_s 、電荷 e_s 、質量 m_s 、温度 T_s 、運動エネルギー $\varepsilon = m_s v^2/2$ とする。平衡的な分布関数 F_{M_s} として、等方的な Maxwell 分布

$$F_{M_s} = n_s \left(\frac{m_s}{2\pi T_s} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{\varepsilon}{T_s} \right) \quad (\text{A.2})$$

を考える。磁気モーメントは $\mu = m_s v_{\parallel}^2/2B$ となる。粒子位置座標系 (\mathbf{x}, \mathbf{v}) とジャイロ中心座標 $(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, \xi)$ との関係は $\mathbf{x} = \mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s$ となり、 $\boldsymbol{\rho}_s = \hat{\mathbf{b}} \times \mathbf{v}/\Omega_s$ は粒子のジャイロ半径ベクトル。 $\hat{\mathbf{b}}$ は閉じ込め磁場方向の単位ベクトル、 $\Omega_s = e_s B/m_s c$ はサイクロトロン周波数。粒子種 s のジャイロ中心に対する全分布関数を F_s 、その平衡成分を F_{0s} 、摂動成分を $f_s = f_s(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, t)$ として表す。すなわち、 $F_s = F_{0s} + f_s$ とおく。

粒子のジャイロ位相 χ に対するジャイロ平均は

$$\langle A \rangle = \frac{1}{2\pi} \oint A d\xi \quad (\text{A.3})$$

とするため、ジャイロ平均された物理量は、5次元のジャイロ中心座標と時間 $(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, t)$ に依存する量となる。 f_s に対する速度分布関数の比断熱応答部分 h_s は、

$$h_s(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, t) = f_s(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, t) + \frac{e_s \langle \psi \rangle_s}{T_s} F_{M_s} \quad (\text{A.4})$$

と表される。一般化ポテンシャル ψ は

$$\psi(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, \xi, t) = f_s(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, t) = \phi(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s, t) - \frac{\mathbf{v}}{c} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s, t) \quad (\text{A.5})$$

である。静電ポテンシャルの揺動成分を $\phi(\mathbf{x}, t)$ とし、ベクトルポテンシャル n 揺動成分を $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ とする。粒子位置座標 (\mathbf{x}, \mathbf{v}) での摂動分布関数を $f_s^{(p)}$ とすると、

$$f_s^{(p)}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = -\frac{e_s \phi(\mathbf{x}, t)}{T_s} F_{M_s} + h_s(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, t) \quad (\text{A.6})$$

と表される。

小半径、ポロイダルおよびトロイダル角の座標系が (ρ, θ, φ) で表されているとき、物理量 $A(\mathbf{x})$ の磁気面平均 $\langle A \rangle$ は

$$\langle A \rangle = \frac{1}{V'} \int \sqrt{g} d\theta d\varphi A(\mathbf{x}), \quad (\text{A.7})$$

$$V' = \frac{dV}{d\rho} = \int \sqrt{g} d\theta d\varphi \quad (\text{A.8})$$

\sqrt{g} は $\sqrt{g} = (\nabla\rho \cdot \nabla\theta \times \nabla\varphi)^{-1}$ として定義される磁気座標 (ρ, θ, φ) のヤコビアン。

非断熱部分 $h_s(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, t)$ に関するジャイロ運動論的方程式は

$$\begin{aligned} & \frac{\partial h_s}{\partial t} + \left(v_{\parallel} \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{v}_{D_s} + \frac{c}{B} \hat{\mathbf{b}} \times \nabla \langle \psi \rangle_s \right) \cdot h_s \\ & = \frac{e_s F_{M_s}}{T_s} \left(\frac{\partial \langle \psi \rangle_s}{\partial t} + \mathbf{v}_{*s}^T \cdot \nabla \langle \psi \rangle_s \right) + C_s(h_s) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

となる。左辺の第一項は h_s の時間変化。最後の項の C_s は衝突項。左辺の括弧内第一項は速度の磁場並行成分。座標変換を行うと、ミラー力の項を出すことができる。第二項は、

$$\mathbf{v}_{D_s} = \frac{c \hat{\mathbf{b}}}{e_s B} \times \mu \nabla B + m_s v_{\parallel}^2 (\hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla) \hat{\mathbf{b}} \quad (\text{A.10})$$

として表される磁場ドリフト速度。第三項は非線形項であり、静電ポテンシャルが与える $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトと摂動磁場に沿った運動による移流項からなる。線形解析では、この項を無視する。右辺括弧内第一項は、静電ポテンシャル揺動。第二項は

$$\mathbf{v}_{*s}^T = \frac{c \hat{\mathbf{b}}}{e_s B} \times \left[T_s \nabla \ln n_s + \left(\varepsilon - \frac{3}{2} T_s \right) \nabla \ln T_s \right] \quad (\text{A.11})$$

として表される反磁性ドリフト速度。 C_s は衝突項を表す。磁場を横切る座標方向にフーリエ変換を行うことで、式はより簡便になる。ただし、磁場へ移行方向の座標については、磁場強度が変化するため、フーリエ変換は行わない。時間 t のフーリエ変換は $\partial/\partial t \rightarrow -i\omega$ とする。ジャイロ運動論方程式を線形化し、磁場を横切る座標方向にフーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial h_{s\mathbf{k}_{\perp}}}{\partial t} + v_{\parallel} \hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla h_{s\mathbf{k}_{\perp}} + i\omega_{D_s} h_{s\mathbf{k}_{\perp}} \\ & = \frac{e_s F_{M_s}}{T_s} \left(\frac{\partial \langle \psi_{\mathbf{k}_{\perp}} \rangle_s}{\partial t} + i\omega_{*s}^T \langle \psi_{\mathbf{k}_{\perp}} \rangle_s \right) + C_s(h_{s\mathbf{k}_{\perp}}) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

となる。ここで、磁場曲率によるドリフトの周波数 $\omega_{D_s} = \mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{v}_{D_s}$ 、反磁性ドリフト周波数 $\omega_{*s}^T = \mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{v}_{*s}$ 。 C_s は線形衝突演算子と仮定する。ジャイロ平均は 0 次 Bessel 関数を用いて表す。

$$\langle A_{\mathbf{k}_{\perp}} \rangle_s = J_0 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{|\Omega_s|} \right) A_{\mathbf{k}_{\perp}} \quad (\text{A.13})$$

付録 B Bohm 拡散、Gyro-Bohm 拡散

乱流による拡散には、マクロなスケールとマイクロなスケールがあり、電磁流体的程度のマクロなスケールの乱流は Bohm 拡散で記述でき、Larmor 半径程度のマイクロなスケールの乱流による拡散は Gyro-Bohm 拡散で記述される。これらの導出を [12] を参考に行う。

高温で高密度のプラズマを限られた空間に閉じ込められたとき、プラズマ中では電磁的な固有振動数多く発生する。その中の一つあるいはいくつかが不安定となってその振幅が時間的に成長する。このような波動を一般的に $\tilde{A}(\mathbf{r}, t)$ とおいて

$$\tilde{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_k A(\mathbf{k}, \omega_k) \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)] \quad (\text{B.1})$$

として表す。ここで、 (\mathbf{k}, ω_k) は固有振動の波数と各周波数を表す。波動は時間的に成長したり減衰したりするので、角周波数は成長（減衰）率を γ_k として、 $\omega_k = \omega_k r + i\gamma_k$ とする。

準線形理論で各パラメータは

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} n(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \\ T(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} n_0 \\ \mathbf{v}_0 \\ T_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{n} \\ \tilde{\mathbf{v}} \\ \tilde{T} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} n_0 \\ \mathbf{v}_0 \\ T_0 \end{pmatrix} + \sum_k \begin{pmatrix} n_k \\ \mathbf{v}_k \\ T_k \end{pmatrix} \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)] \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

で表す。これらは、連続、運動、外部からの加熱パワーを P を含んだ圧力の式

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$mn \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = ne \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) - \nabla p \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{3}{2} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{3}{2} T\Gamma + \mathbf{Q} \right) = P \quad (\text{B.5})$$

に従い、式 B.2 の密度および速度揺らぎを式 B.3 に代入すると、

$$\frac{\partial n_0}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} + \nabla \cdot (n_0 \tilde{\mathbf{v}} + \tilde{n} \tilde{\mathbf{v}}) = 0 \quad (\text{B.6})$$

となる。この式の第二項は揺らぎの周波数で変化する時間スケールの運動を表し、第三項は密度揺らぎと速度揺らぎによる長い時間スケールの運動を表す。式 B.6 を揺らぎの時間スケール (ω_k^{-1}) より長い時間スケールで平均し、式 B.6 を以下のように分離する。

$$\frac{\partial n_{\mathbf{k}}}{\partial t} + \nabla \cdot (n_0 \mathbf{v}_{\mathbf{k}}) + \sum_{\mathbf{k}=\mathbf{k}'+\mathbf{k}''} \nabla (n_{\mathbf{k}'} \mathbf{v}_{\mathbf{k}''}) = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{\partial n_0}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\sum_{\mathbf{k}} \text{Re}(n_{\mathbf{k}'} \mathbf{v}_{\mathbf{k}}^*) \exp(2\gamma_{\mathbf{k}} t) \right] = 0 \quad (\text{B.8})$$

式 B.7 の左辺第三項は、異なった波数をもつ波動間の相互作用である。寄与の大きい $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 運動

$$\mathbf{v}_{\mathbf{k}} = -i \frac{c\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{k} \times \mathbf{b})}{B} = -i \left(\frac{cT_i}{eB} \right) \left(\frac{e\phi_{\mathbf{k}}}{T_i} \right) (k_b \hat{\mathbf{r}} + k_r \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{b}}) \quad (\text{B.9})$$

となる。式 B.7 から密度の揺らぎ $n_{\mathbf{k}}$ は

$$\begin{aligned} \frac{n_{\mathbf{k}}^{(\text{EB})}}{n_0} &= -i \frac{\nabla n_0 \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{k}}}{n_0 \omega_{\mathbf{k}}} \\ &= -\frac{\omega_{*i}}{\omega_{\mathbf{k}}} \left(\frac{e\phi_{\mathbf{k}}}{T_i} \right) \\ &= -\frac{\omega_{*i} \omega_{\mathbf{k}_r}}{|\omega_{\mathbf{k}}|^2} \left(\frac{e\phi_{\mathbf{k}}}{T_i} \right) \left(1 - i \frac{\gamma_{\mathbf{k}}}{\omega_{\mathbf{k}_r}} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

で与えられる。 $\omega_{*i} = k_b v_{di}$ はイオンの反磁性ドリフト周波数 ($v_{di} \equiv -(cT_i/eB)/L_n$ 、 $L_n \equiv -(\partial \ln n / \partial r)^{-1}$) を表し、 $n_{\mathbf{k}}^{(\text{EB})}$ は $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ による密度揺らぎであることを表す。 $\nabla n_0 \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{k}}$ からわかるように、電場の揺らぎによって発生するイオン運動の半径方向の成分が密度勾配と結合することによって、イオンの密度揺らぎが発生することを示す、ドリフト波動を示す。 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 運動のみに着目し、輸送評価を行う。式 B.9、式 B.10 から、イオンの粒子束 Γ と粒子拡散係数 $D = \Gamma L_n / n_0$ を求めると、

$$\begin{aligned} \Gamma &= \sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}_r}^* \\ &= n_0 \left(\frac{cT_i}{eB} \right) \sum_{\mathbf{k}} \left[k_b \frac{\omega_{*i} \gamma_{\mathbf{k}}}{|\omega_{\mathbf{k}}|^2} \left| \frac{e\phi_{\mathbf{k}}}{T_i} \right| \exp(2\pi\gamma_{\mathbf{k}} t) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

$$D = \Gamma L_n / n_0$$

$$D = - \left(\frac{cT_i}{eB} \right) \sum_k \left[(k_b L_n) \frac{\gamma_k}{\omega_{*i}} \left| \frac{n_k}{n_0} \right| \exp(2\pi\gamma_k t) \right] \quad (\text{B.12})$$

となる。プラズマパラメータに依存せず、1/16 になったと仮定すると、

$$D_B = \frac{1}{16} \frac{cT}{eB} \quad (\text{B.13})$$

となり、ボーム拡散係数が求まる。プラズマの閉じ込め時間 τ_B は $\tau_B \sim a^2/D$ (a はトーラス装置の小半径) で評価することができ、大雑把には

$$\tau_B \propto a^2 \left(\frac{B}{T} \right) \quad (\text{B.14})$$

と閉じ込め時間を表せる。プラズマが高温になるほど拡散が増大し、閉じ込めが悪くなることを示している。また、ボーム拡散は非常に大きな輸送をもたらす。

Gyro-Bohm 拡散の導出は、飽和レベルでの揺らぎによる乱流拡散から評価する。飽和レベルでの揺らぎによる乱流拡散を評価には、混合長理論 (mixing length) が用いられる。これは、揺らぎによって引き起こされる輸送による密度や温度の勾配の変化を考慮するものである。任意の波長 k における線形成長率 γ_k が正の時、輸送は時間的に増大する。最も大きな成長率を持つ一つの揺らぎ (\mathbf{k}, ω_k) の振幅は、輸送による密度変化がもとの平衡量と混合して同程度

$$\frac{\partial}{\partial r} [\tilde{n}(r, t) + n_0] \sim 0 \quad (\text{B.15})$$

として考えると、 $|\tilde{n}/n_0| \sim 1/L_n k_r$ と評価される。密度揺らぎとポテンシャル揺らぎはマクスウェル分布から、同程度と評価されるので、これらから、

$$\left| \frac{\tilde{n}}{n_0} \right| \sim \left| \frac{\tilde{n}_k}{n_0} \right| \sim \left| \frac{e\phi_k}{T_e} \right| \sim \frac{1}{L_n k_r} \quad (\text{B.16})$$

となる。この式を式 B.12 に用いると、

$$D = \left(\frac{cT_e}{eB} \right) (k_b L_n) \frac{\gamma_k}{\omega_{*e}} \left| \frac{\tilde{n}}{n_0} \right|^2 \sim \frac{\gamma_k}{k_r^2} \quad (\text{B.17})$$

が導かれる。線形状態、飽和仮定、定常状態、プラズマ流の有無当を考慮して、揺らぎの径方向の広がり

$$\Delta r \sim \rho_s^{1-\beta} L^\beta \sim \frac{1}{k_r} \quad (\text{B.18})$$

として表す。式 B.12 に、強い乱流状態 ($\gamma_k \sim \omega_{k_r} \sim \omega_{*e}$) を仮定して、式 B.18 式をあてはめると拡散係数は

$$D \sim \frac{\gamma k}{k_r^2} \sim \frac{\omega_{*e}}{k_r^2} \propto (\rho_s v_s) \left(\frac{\rho_s}{L}\right)^{1-2\beta} \sim \left(\frac{cT}{eB}\right) \left(\frac{\rho_s}{L}\right)^{1-2\beta} \quad (\text{B.19})$$

となる。このとき L は温度勾配や密度勾配などの熱力学的な力を表すスケール長、もしくはそれと同等のスケールを持つプラズマ半径を表す。これをマイクロなスケール ($\beta \sim 0$)、およびマクロなスケール ($\beta \sim 0.5$) の揺らぎ幅に対して評価すると

$$\beta \sim 0 \text{ の場合 } D \propto \left(\frac{cT}{eB}\right) \left(\frac{\rho_s}{L}\right) \quad (\text{B.20})$$

$$\beta \sim 0.5 \text{ の場合 } D \propto \left(\frac{cT}{eB}\right) \quad (\text{B.21})$$

となる。式 B.21 はボーム的な輸送であり、ジャイロボーム拡散は式 B.20 となる。ジャイロボーム拡散はボーム拡散と同様に温度と磁場強度に依存するが、これに加え (ρ_s/L) 因子がつく。 L が小半径もしくは大半径程度であると考え、装置サイズが大きくなれば、輸送量が減少し、閉じ込めがよくなると考えられる。LHD においては、ジャイロボーム的な拡散の傾向がある。

参考文献

- [1] P. W. Anderson. More is different. *Science*, Vol. 177, No. 4047, pp. 393–396, 1972.
- [2] 経済産業省, 資源エネルギー庁. 令和3年度エネルギーに関する年次報告(エネルギー白書2022), 2022. https://www.enecho.meti.go.jp/about/whitepaper/2022/pdf/whitepaper2022_all.pdf.
- [3] United Nations. The 17 goals, 2023. <https://sdgs.un.org/goals>.
- [4] 外務省. Japan sdgs action platform, 2023. <https://www.mofa.go.jp/mofaj/gaiko/oda/sdgs/about/index.html>.
- [5] 文部科学省. Fusion energy, 2023. https://www.mext.go.jp/a_menu/shinkou/fusion/.
- [6] J. Wesson and D. J. Campbell. *Tokamaks*, Vol. 149. Oxford university press, 2011.
- [7] 岡崎隆司. 核融合炉設計入門. 丸善プラネット, 2019.
- [8] 宮本健郎. 核融合のためのプラズマ物理改訂版. 岩波書店, 2015.
- [9] P.-H Rebut. ITER: the first experimental fusion reactor. *Fusion Engineering and Design*, Vol. 27, pp. 3–16, 1995. Proceedings of the Third International Symposium on Fusion Nuclear Technology.
- [10] L. A. Artsimovich. Tokamak devices. *Nuclear Fusion*, Vol. 12, No. 2, p. 215, mar 1972.
- [11] ITER ORGANIZATION. 60 years of progress. <https://www.iter.org/sci/BeyondITER>, 2023.
- [12] 岸本泰明. 3. 異常輸送 (誰にでもわかるトーラスプラズマの輸送現象). プラズマ・核融合学会誌= Journal of plasma and fusion research/プラズマ・核融合学会編集委員会 編, Vol. 76, No. 12, pp. 1280–1308, 2000.

- [13] D. Bohm. The characteristics of electrical discharges in magnetic fields. *Qualitative Description of the Arc Plasma in a Magnetic Field*, 1949.
- [14] P. C. Liewer. Measurements of microturbulence in tokamaks and comparisons with theories of turbulence and anomalous transport. *Nuclear Fusion*, Vol. 25, No. 5, p. 543, may 1985.
- [15] 物理学70の不思議. 日本物理学会誌, Vol. 72, No. 9, 2017.
- [16] 横山雅之. 2. 新古典輸送: 粒子軌道からの理解 (誰にでもわかるトーラスプラズマの輸送現象). プラズマ・核融合学会誌= Journal of plasma and fusion research/プラズマ・核融合学会編集委員会 編, Vol. 76, No. 11, pp. 1175–1188, 2000.
- [17] F. Dini, R. Baghdadi, R. Amrollahi, and S. Khorasani. *An overview of plasma confinement in toroidal systems*, pp. 71–185. 01 2011.
- [18] W. Horton. Drift waves and transport. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 71, pp. 735–778, Apr 1999.
- [19] 洲鎌英雄, 矢木雅敏. イオン温度勾配不安定性 (ITG モード). プラズマ・核融合学会誌, Vol. 76, No. 10, 2000.
- [20] 沼波政倫, 仲田資季. 今更聞けない!? 磁場閉じ込めプラズマの微視的不安定性 (3) イオンおよび電子温度勾配不安定性. プラズマ・核融合学会誌= Journal of plasma and fusion research/プラズマ・核融合学会編集委員会 編, Vol. 99, No. 6, pp. 291–295, 2023.
- [21] P. H. Rutherford and E. A. Frieman. Drift Instabilities in General Magnetic Field Configurations. *The Physics of Fluids*, Vol. 11, No. 3, pp. 569–585, 03 1968.
- [22] J. B. Taylor and R. J. Hastie. Stability of general plasma equilibria - i formal theory. *Plasma Physics*, Vol. 10, No. 5, p. 479, jan 1968.
- [23] J. Glanz. Turbulence may sink titanic reactor. *Science*, Vol. 274, No. 5293, pp. 1600–1602, 1996.
- [24] M. Kotschenreuther, W. Dorland, QP. Liu, GW. Hammett, MA. Beer, SA. Smith, A. Bondeson, and SC. Cowley. First principles calculations of tokamak energy transport. In *Proceedings of the 16th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research*, 1996.
- [25] K. H. Burrell. Effects of $E \times B$ velocity shear and magnetic shear on turbulence and transport in magnetic confinement devices. *Physics of Plasmas*, Vol. 4, No. 5, pp. 1499–1518, 05 1997.
- [26] M. N. Rosenbluth and F. L. Hinton. Poloidal flow driven by ion-temperature-

- gradient turbulence in tokamaks. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 80, pp. 724–727, Jan 1998.
- [27] P. H. Diamond, S-I. Itoh, K. Itoh, and T. S. Hahm. Zonal flows in plasma—a review. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, Vol. 47, No. 5, p. R35, apr 2005.
- [28] A. Fujisawa. A review of zonal flow experiments. *Nuclear Fusion*, Vol. 49, No. 1, p. 013001, dec 2008.
- [29] G. P. Williams. Planetary circulations: 1. barotropic representation of jovian and terrestrial turbulence. *Journal of Atmospheric Sciences*, Vol. 35, No. 8, pp. 1399 – 1426, 1978.
- [30] Z. Lin, T. S. Hahm, W. W. Lee, W. M. Tang, and R. B. White. Turbulent transport reduction by zonal flows: Massively parallel simulations. *Science*, Vol. 281, No. 5384, pp. 1835–1837, 1998.
- [31] GSFC. Jupiter with aurora, 2016. https://science.nasa.gov/image-detail/amf-hubble-captures-vivid-auroras-in-jupiters-atmosphere_28000029525_o/.
- [32] K. Nishimura, et al. Compact helical system physics and engineering design. *Fusion Technology*, Vol. 17, No. 1, pp. 86–100, 1990.
- [33] A. Fujisawa, K. Itoh, H. Iguchi, et al. Identification of zonal flows in a toroidal plasma. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 93, p. 165002, Oct 2004.
- [34] A. Fujisawa, K. Itoh, A. Shimizu, et al. Experimental studies of zonal flow and field in compact helical system plasmaa). *Physics of Plasmas*, Vol. 15, No. 5, p. 055906, 03 2008.
- [35] A. Iiyoshi, et al. Overview of the large helical device project. *Nuclear Fusion*, Vol. 39, No. 9Y, p. 1245, sep 1999.
- [36] O. Motojima, N. Ohyaabu, A. Komori, et al. Recent advances in the lhd experiment. *Nuclear Fusion*, Vol. 43, No. 12, p. 1674, dec 2003.
- [37] H. Sugama, T.-H. Watanabe, and S. Ferrando-Margalet. Gyrokinetic studies of ion temperature gradient turbulence and zonal flows in helical systems. *Plasma and Fusion Research*, Vol. 3, pp. 041–041, 2008.
- [38] T.-H. Watanabe, H. Sugama, and S. Ferrando-Margalet. Reduction of turbulent transport with zonal flows enhanced in helical systems. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 100, p. 195002, May 2008.
- [39] M. Nunami, T.-H. Watanabe, and H. Sugama. A reduced model for ion tem-

- perature gradient turbulent transport in helical plasmas. *Physics of Plasmas*, Vol. 20, No. 9, p. 092307, 09 2013.
- [40] 仲田資季. プラズマに潜む隠れた対称性をデザインする. <https://www.nifs.ac.jp/research/Fusion2030/FPWG/kadai-14.html>, 2021.
- [41] F. Warmer, K. Tanaka, P. Xanthopoulos, et al. Impact of magnetic field configuration on heat transport in stellarators and heliotrons. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 127, p. 225001, Nov 2021.
- [42] H. E. Mynick, N. Pomphrey, and P. Xanthopoulos. Optimizing stellarators for turbulent transport. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 105, p. 095004, Aug 2010.
- [43] P. Xanthopoulos, H. E. Mynick, P. Helander, et al.. Controlling turbulence in present and future stellarators. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 113, p. 155001, Oct 2014.
- [44] J. H. E. Proll, H E Mynick, P Xanthopoulos, S A Lazerson, and B J Faber. Tem turbulence optimisation in stellarators. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, Vol. 58, No. 1, p. 014006, oct 2015.
- [45] M. Nakata and S. Matsuoka. Impact of geodesic curvature on zonal flow generation in magnetically conned plasmas. *Plasma and Fusion Research*, Vol. 17, pp. 1203077–1203077, 2022.
- [46] M. Nakata, A. Matsuyama, N. Aiba, et al. Local gyrokinetic vlasov simulations with realistic tokamak mhd equilibria. *Plasma and Fusion Research*, Vol. 9, pp. 1403029–1403029, 2014.
- [47] M. Nakata, M. Honda, M. Yoshida, et al. Validation studies of gyrokinetic itg and tem turbulence simulations in a JT-60u tokamak using multiple flux matching. *Nuclear Fusion*, Vol. 56, No. 8, p. 086010, jul 2016.
- [48] H. Yamaguchi. A quasi-isodynamic magnetic field generated by helical coils. *Nuclear Fusion*, Vol. 59, No. 10, p. 104002, sep 2019.
- [49] H. Yamaguchi, S. Satake, M. Nakata, et al. Optimization of modular and helical coils applying genetic algorithm and fully-three-dimensional b-spline curves. *Nuclear Fusion*, Vol. 61, No. 10, p. 106004, aug 2021.
- [50] A. Komori, et al. Goal and achievements of large helical device project. *Fusion Science and Technology*, Vol. 58, No. 1, pp. 1–11, 2010.
- [51] 核融合科学研究所学術研究基盤事業 大型ヘリカル装置 (LHD) https://www-lhd.nifs.ac.jp/pub/LHD_Project.html.
- [52] M. Fujiwara, K. Kawahata, et al. Overview of lhd experiments. *Nuclear Fusion*,

- Vol. 41, No. 10, p. 1355, oct 2001.
- [53] K. Ichiguchi, O. Motojima, K. Yamazaki, N. Nakajima, and M. Okamoto. Flexibility of LHD configuration with multilayer helical coils. *Nuclear Fusion*, Vol. 36, No. 9, p. 1145, sep 1996.
 - [54] A. Iiyoshi and S. Imagawa. Design, construction and the first plasma experiments in the large helical device. *Fusion Engineering and Design*, Vol. 46, No. 2, pp. 323–335, 1999.
 - [55] 山崎耕造, 渡邊清政. 核融合装置におけるプラズマ平衡制御 2. 磁場閉じ込め装置におけるプラズマ制御 2.2 ヘリカルシステムにおけるプラズマ制御. *プラズマ・核融合学会誌*, Vol. 75, No. 12, pp. 1384–1389, 1999.
 - [56] 山崎耕造. ファジー理論のトロイダルプラズマ制御への応用. Technical report, NIFS, 1992.
 - [57] 鷹見重幸, 井上知幸, 高橋千尋, 力石浩孝, 西村清彦, 村井勝浩. 大型ヘリカル装置 (LHD) におけるプラズマ電流制御システムに関して. In *Proceedings of the Meeting on Engineering and Technology in Basic Research*, 1999.
 - [58] Y. Takeiri, O. Kaneko, et al. High performance of neutral beam injectors for extension of lhd operational regime. *Fusion Science and Technology*, Vol. 58, No. 1, pp. 482–488, 2010.
 - [59] T. Shimozuma, H. Takahashi, et al. Ecrh-related technologies for high-power and steady-state operation in lhd. *Fusion Science and Technology*, Vol. 58, No. 1, pp. 530–538, 2010.
 - [60] T. Mutoh, R. Kumazawa, T. Seki, K. Saito, H. Kasahara, F. Shimpo, and G. Nomura. Icrf heating system in LHD. *Fusion Science and Technology*, Vol. 58, No. 1, pp. 504–514, 2010.
 - [61] Y. Yoshimura, H. Kasahara, M. Tokitani, et al. Progress of long pulse discharges by ech in LHD. *Nuclear Fusion*, Vol. 56, No. 4, p. 046005, mar 2016.
 - [62] I. Yamada, K. Narihara, H. Funaba, et al. Recent progress of the LHD thomson scattering system. *Fusion Science and Technology*, Vol. 58, No. 1, pp. 345–351, 2010.
 - [63] M. Yoshinuma, K. Ida, M. Yokoyama, M. Osakabe, and K. Nagaoka. Charge-exchange spectroscopy with pitch-controlled double-slit fiber bundle on LHD. *Fusion Science and Technology*, Vol. 58, No. 1, pp. 375–382, 2010.
 - [64] M. Yoshinuma, K. Ida, K. Yamasaki, J. Chen, and I. Murakami. Measurements

- of radial profile of isotope density ratio using bulk charge exchange spectroscopy. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 92, No. 6, p. 063509, 06 2021.
- [65] K. Tanaka, C. A. Michael, L. N. Vyacheslavov, et al. Two-dimensional phase contrast imaging for local turbulence measurements in large helical device (invited)a). *Review of Scientific Instruments*, Vol. 79, No. 10, p. 10E702, 10 2008.
- [66] 田中謙治, 木下稔基, 酒井彦那. 位相コントラストイメージングによる揺動計測の進展. *Journal of Plasma and Fusion Research*, Vol. 99, No. 11, 2023.
- [67] 白井浩. トロイダルプラズマ輸送解析の基礎 3. 熱輸送解析. プラズマ・核融合学会誌, Vol. 79, No. 7, pp. 691–705, 2003.
- [68] R. Seki, et al. Transport study of lhd high-beta plasmas based on power balance analysis with task3d code module. *Plasma and Fusion Research*, Vol. 6, pp. 2402081–2402081, 2011.
- [69] M. Emoto, K. Ida, C. Suzuki, M. Yoshida, et al. Automatically processing physical data from LHD experiments. *Fusion Engineering and Design*, Vol. 89, No. 5, pp. 758–760, 2014. Proceedings of the 9th IAEA Technical Meeting on Control, Data Acquisition, and Remote Participation for Fusion Research.
- [70] 江本雅彦, 鈴木千尋, 鈴木康浩. 実験データと理論計算データを融合した統合輸送解析システムの開発. プラズマ・核融合学会誌= Journal of plasma and fusion research/プラズマ・核融合学会編集委員会 編, Vol. 90, No. 9, pp. 562–567, 2014.
- [71] M. Emoto, C. Suzuki, M. Yokoyama, M. Yoshinuma, R. Seki, and K. Ida. Improvement of automatic physics data analysis environment for the LHD experiment. *Fusion Science and Technology*, Vol. 74, No. 1-2, pp. 161–166, 2018.
- [72] 鈴木千尋, 江本雅彦, 居田克巳. LHD における自動データ収集・解析インフラストラクチャ: AutoAna システム. プラズマ・核融合学会誌= Journal of plasma and fusion research/プラズマ・核融合学会編集委員会 編, Vol. 95, No. 5, pp. 208–212, 2019.
- [73] S. P. Hirshman and J. C. Whitson. Steepest - descent moment method for three - dimensional magnetohydrodynamic equilibria. *The Physics of Fluids*, Vol. 26, No. 12, pp. 3553–3568, 12 1983.
- [74] S.P Hirshman and O Betancourt. Preconditioned descent algorithm for rapid calculations of magnetohydrodynamic equilibria. *Journal of Computational Physics*, Vol. 96, No. 1, pp. 99–109, 1991.
- [75] C. Suzuki, K. Ida, Y. Suzuki, M. Yoshida, M. Emoto, and M. Yokoyama. De-

- velopment and application of real-time magnetic coordinate mapping system in the large helical device. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, Vol. 55, No. 1, p. 014016, dec 2012.
- [76] S. Murakami, N. Nakajima, and M. Okamoto. Finite β effects on the ICRF and NBI heating in the large helical device. *Fusion Technology*, Vol. 27, No. 3T, pp. 256–259, 1995.
- [77] H. Lee, K. Ida, M. Osakabe, M. Yokoyama, et al. Dynamic transport study of heat and momentum transport in a plasma with improved ion confinement in the large helical device. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, Vol. 55, No. 1, p. 014011, dec 2012.
- [78] W. Tsuguhiro, Y. Masanobu, M. Suguru, et al. How to use the numerical system. 'lhd lines of force.exe' for the visualization of lines of force in the large helical device, Sep 2006.
- [79] T. Akiyama, K. Kawahata, K. Tanaka, et al. Interferometer systems on LHD. *Fusion Science and Technology*, Vol. 58, No. 1, pp. 352–363, 2010.
- [80] H. Yamada and S. Sakakibara. Magnetic measurements in LHD. *Fusion Science and Technology*, Vol. 58, No. 1, pp. 471–481, 2010.
- [81] M. Nakata, M. Nunami, T.-H. Watanabe, and H. Sugama. Improved collision operator for plasma kinetic simulations with multi-species ions and electrons. *Computer Physics Communications*, Vol. 197, pp. 61–72, 2015.
- [82] H. Akaike. *A New Look at the Statistical Model Identification*, pp. 215–222. Springer New York, New York, NY, 1998.
- [83] N. Sugiura. Further analysis of the data by akaike's information criterion and the finite corrections. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, Vol. 7, No. 1, pp. 13–26, 1978.
- [84] C. D. Beidler and W. D. D'haeseleer. A general solution of the ripple-averaged kinetic equation (gsrake). *Plasma Physics and Controlled Fusion*, Vol. 37, No. 4, p. 463, apr 1995.
- [85] C. D Beidler and H. Maaßberg. An improved formulation of the ripple-averaged kinetic theory of neoclassical transport in stellarators. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, Vol. 43, No. 8, p. 1131, jul 2001.
- [86] S. Matsuoka, S. Satake, R. Kanno, and H. Sugama. Effects of magnetic drift tangential to magnetic surfaces on neoclassical transport in non-axisymmetric

- plasmas. *Physics of Plasmas*, Vol. 22, No. 7, p. 072511, 07 2015.
- [87] S. Toda, M. NAKATA, M. NUNAMI, et al. A reduced transport model for ion heat diffusivity by gyro-kinetic analysis with kinetic electrons in helical plasmas. *Plasma and Fusion Research*, Vol. 12, pp. 1303035–1303035, 2017.
- [88] 渡邊智彦, 前山伸也. 今更聞けない!? 磁場閉じ込めプラズマの微視的不安定性 (2) 微視的不安定性を記述する基礎方程式. プラズマ・核融合学会誌= Journal of plasma and fusion research/プラズマ・核融合学会編集委員会 編, Vol. 99, No. 6, pp. 286–290, 2023.

謝辞

本研究を行うにあたり、名古屋大学大学院理学研究科複雑性科学研究室（核融合科学研究所）永岡賢一教授には、実験から論文構成までの広範囲に亘り直接の指導と助言をいただきました。ここに深く感謝いたします。

核融合科学研究所の仲田資季准教授には、本研究の理論的背景に関する有益な議論、解析、アドバイスをいただきました。核融合科学研究所の吉村信次准教授には、研究に関する議論や助言をいただきました。九州大学の田中謙治教授には、乱流揺動計測に関する議論や解析をいただきました。核融合科学研究所の、鈴木千尋助教、關良輔助教、吉沼幹朗助教、本島巖准教授には、LHD 実験における計測や解析に関するご助力をいただきました。核融合科学研究所の横山雅之教授には、統計解析に関する有益な議論やアドバイスをいただきました。核融合科学研究所の徳澤季彦准教授には帯状流に関する有益な議論やアドバイスをいただきました。核融合科学研究所の居田克己特任教授には、乱流に関する有益な議論やアドバイスを頂きました。広島大学の鈴木康浩教授には、プラズマに関する有益な議論をさせていただきました。名古屋大学の渡邊智彦教授にはプラズマに関する議論を頂きました。LHD 実験グループには実験に関する多大なるサポートを頂きました。名古屋大学大学院理学研究科複雑性科学研究室、長岡技術科学大学大学院工学研究科、総研大の大学院生諸氏には、実験における補助と議論をいただきました。以上の方々に厚く御礼申し上げます。

大学院連携係の皆様や、メンタルヘルスクリニックの成田先生、關先生にはメンタルや大学生活に関するアドバイスやサポートを頂きました。お礼を申し上げます。最後に、博士課程を過ごすにあたって、生活のアドバイスやサポートをくださった友人と家族にお礼申し上げます。

あらためてお礼申し上げます。