3月10日　2022年　名古屋大学

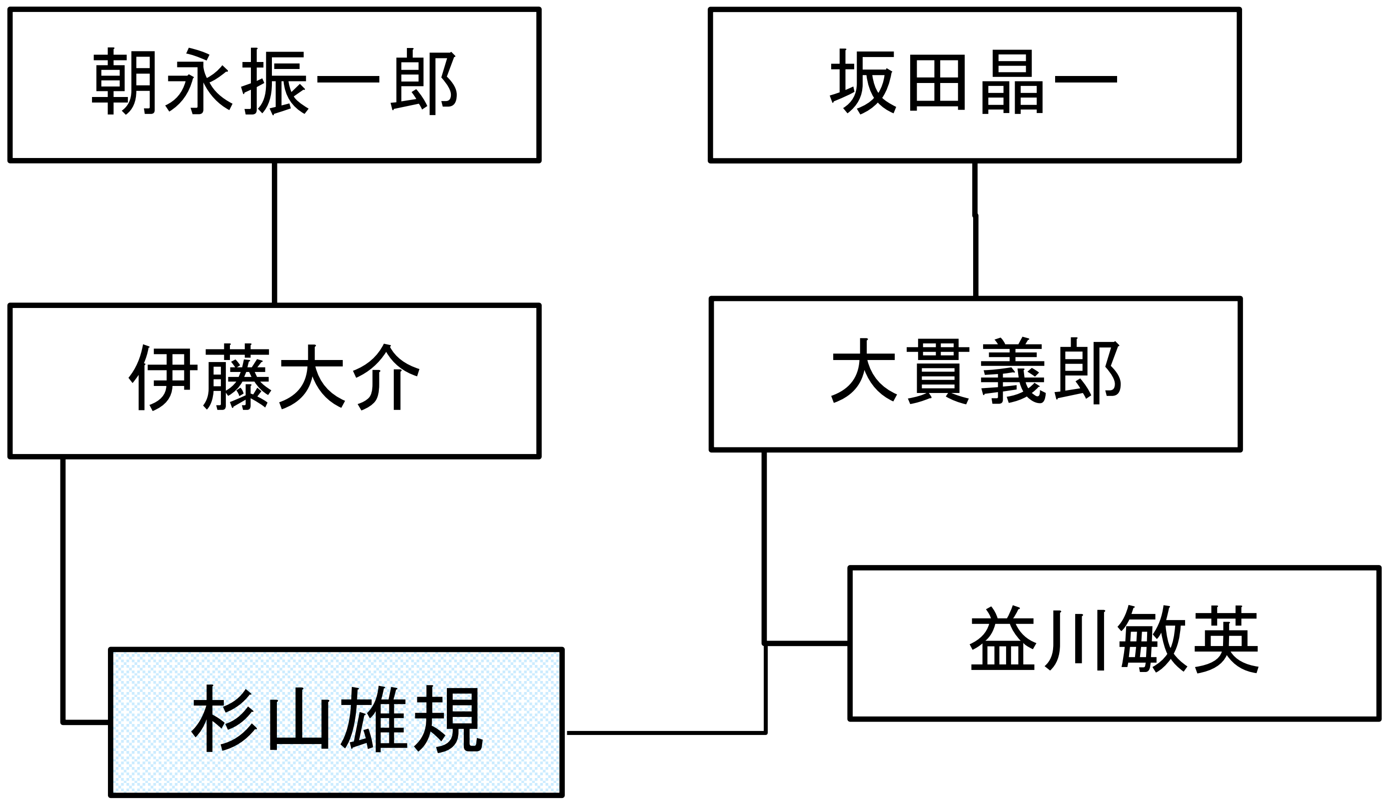
非対称・非平衡・相転移

—　私の研究経歴と今後の展望　—

名古屋大学名誉教授

杉山雄規　：　理論物理学・数理物理学

私の研究者系列



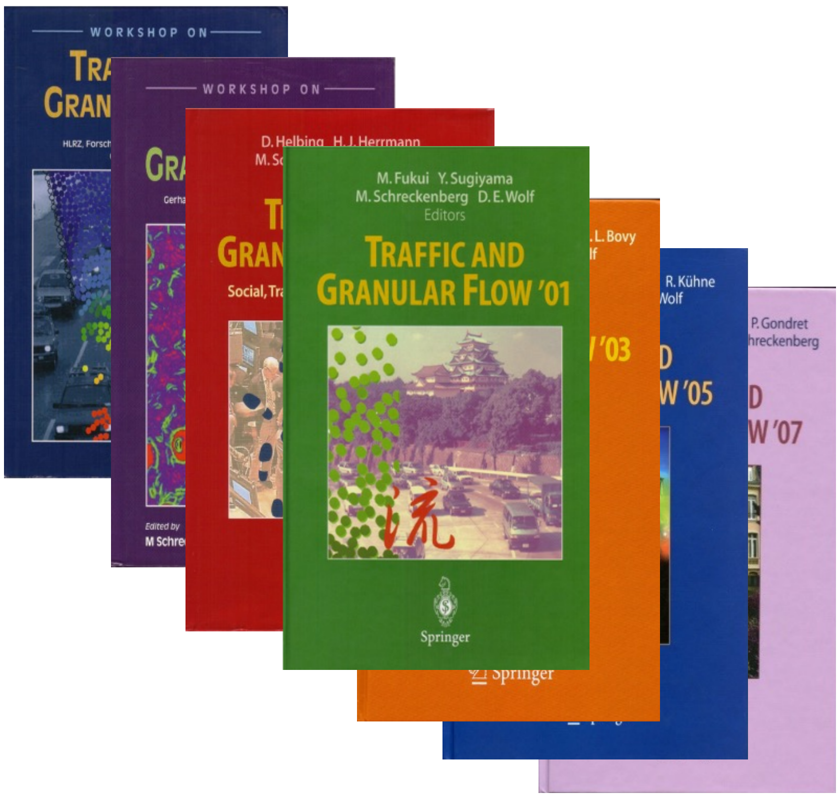
格子ゲージ場の理論、くりこみ群（素粒子論）
非対称相互作用、非平衡散逸系（交通流）

益川さんと北門さんと私

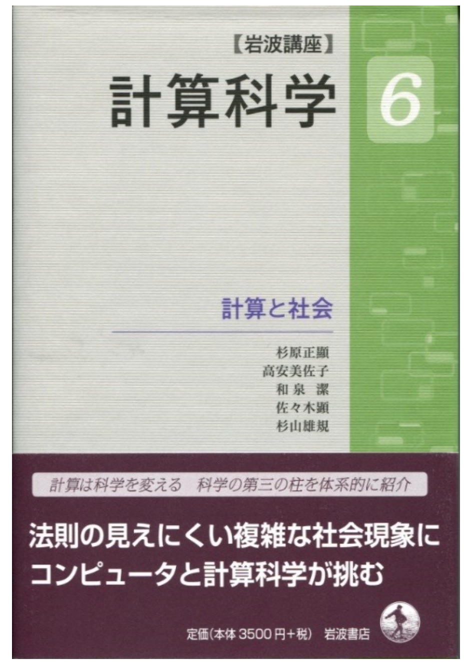
研究活動

Conferences
- Traffic and Granular Flow 1995～2019～
- Pedestrian and Evacuation Dynamics 1999～
- 交通流と自己駆動系シンポジウム 1994～2021(27回)～

アクセス・交通流数理研究会 http://traffic.phys.cs.is.nagoya-u.ac.jp/mstf



https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-662-10583-2



Dynamics of Asymmetric Dissipative Systems
（Springer Nature）

非対称散逸系

（Asymmetric Dissipative Systems）

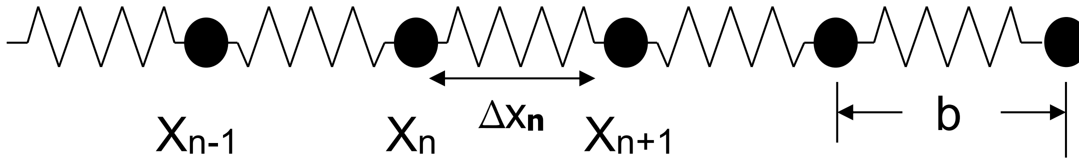
数理模型（OV模型）

バネの振動子系から非対称散逸系へ

■ バネ振動子系：

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} = a\left\{ \boldsymbol{k}\,(x_{n+1} - x_n) - \boldsymbol{k}\,(x_n - x_{n-1}) \right\}$$

a：感応係数



■ 非線形バネ振動子系：

一般化

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} = a\left\{ V(\Delta x_n) - V(\Delta x_{n-1}) \right\}$$

作用反作用の法則が成り立つ。

エネルギー･運動量の保存

■ 一般非対称

非対称化

作用反作用の法則を満たさない。

エネルギー･運動量の非保存

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} = a\left\{ V(\Delta x_n) - W(\Delta x_{n-1}) - \frac{dx_n}{dt} \right\}$$

自己駆動粒子

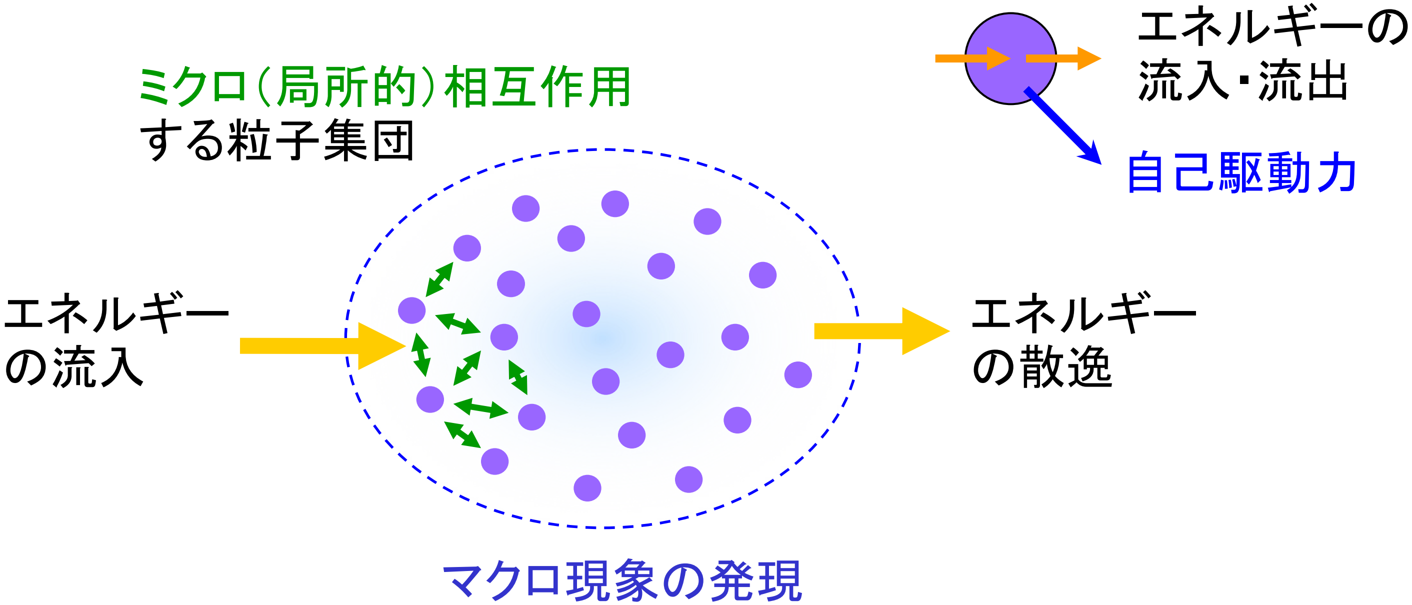
散逸項(エネルギー流出)

■ 完全非対称
(OVモデル)

W=0

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} = a\left\{ V(\Delta x_n) - \frac{dx_n}{dt} \right\}$$

非平衡開放系 と 自己駆動粒子（Self-driven Particles）



● 非平衡開放系現象の物理的特徴

I. ミクロからマクロへのギャップ ： 相転移・分岐現象

II. マクロな空間スケールの発現 ： パターン形成

III. マクロな時間スケールの発現 ： 固有時間・パターンの律動（リズム）

IV. マクロな揺らぎの発現 ： ベキ乗則

非対称相互作用が粒子密度(1/b)による一様運動の不安定性を生む。

V ≠ W (=0)

Fourier変換による粒子の密度波の固有モードを求める。（線形安定解析）

$$y_k(n,t) = e^{i\theta n + zt},\ z = \sigma - i\omega$$

$$\theta = \frac{2\pi k}{N},\ (k = 1, 2, \cdots, N)$$

Fourier成分の波数モード *k*

一様流の不安定条件： $\sigma_+(\theta) \geq 0$ **を満たすモード** θ **が存在すること。**

$\Longleftrightarrow$ OVモデルの計算結果: $\cos^2\frac{\theta}{2} \geq \frac{a}{2V'(b)}$

$\theta \longrightarrow 0$ （長波長モードから不安定になる。） a ≦ 2V’(b)*:* **臨界条件**

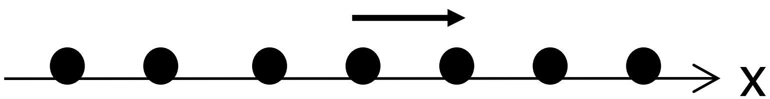
1/b=粒子数密度 ρ

交通流・粉体流
1次元的な粒子集団流の安定性の相転移と形態形成

■ OV模型の2つの解

・一様な流れの解：

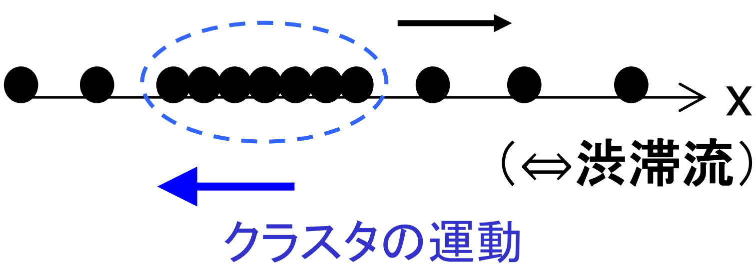
すべての粒子は等間隔・等速で走る。



（⇔**自由流**）

・クラスタを形成する流れの解：

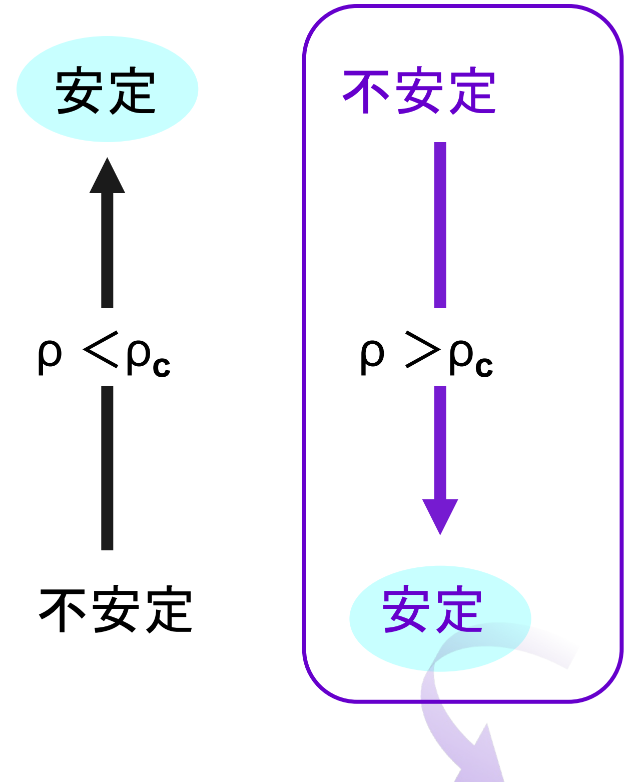
移動クラスタを持つ流れ。



（⇔**渋滞流**）

■ ：解の安定性の変化

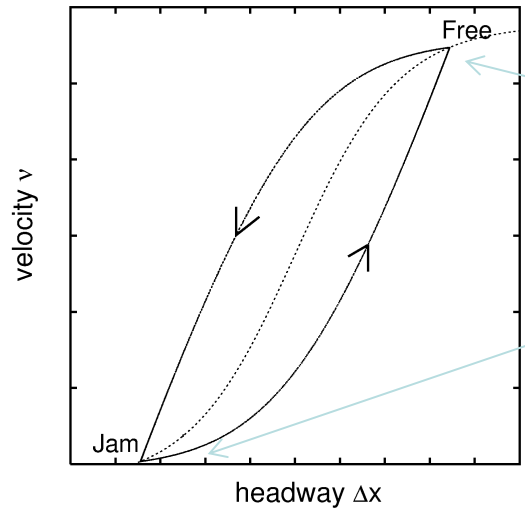
臨界密度：ρ_c 粒子数

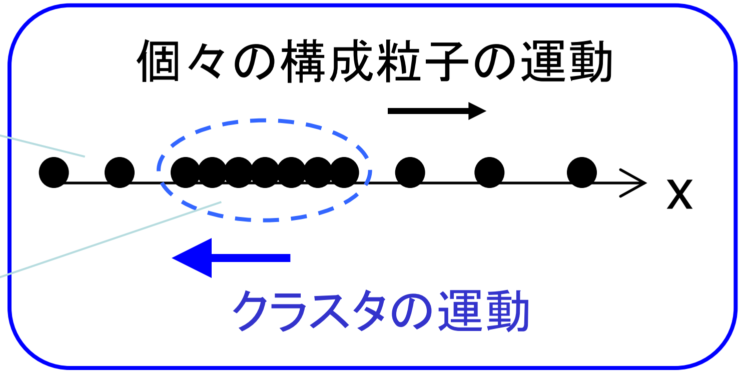


渋滞の発生

移動クラスタ(渋滞クラスタ)の形成と安定性

■ クラスタ流解のprofile :リミットサイクル(粒子の出入りのバランスを示す。)





固有の時間 τ がクラスタの性質をすべて規定する。

$$\Delta x_F \sim d + \frac{v_{max}\tau}{2} \quad (\text{自由走行領域の車間})$$

$$\Delta x_J \sim d - \frac{v_{max}\tau}{2} \quad (\text{渋滞領域の車間})$$

d : OV 関数の偏極点 +

$\tau \propto 1/a$: 特徴的時間遅れ

$1.59.. \le a\tau \le 2$ (OV 関数に依らない)

階段関数 OV 模型の厳密解より

$$v_{jam} \sim -\frac{\Delta x_J}{\tau} \quad (\text{渋滞クラスタの速度})$$

構成分子の非平衡な動的状態による巨視的形態の形成:

系にInduced された固有の時間 τ 遅れて常に構成分子が入れ替わる。

↓

移動クラスタが安定に形成され、固有の運動をする。

“ホメオダイナミックス”(代謝)

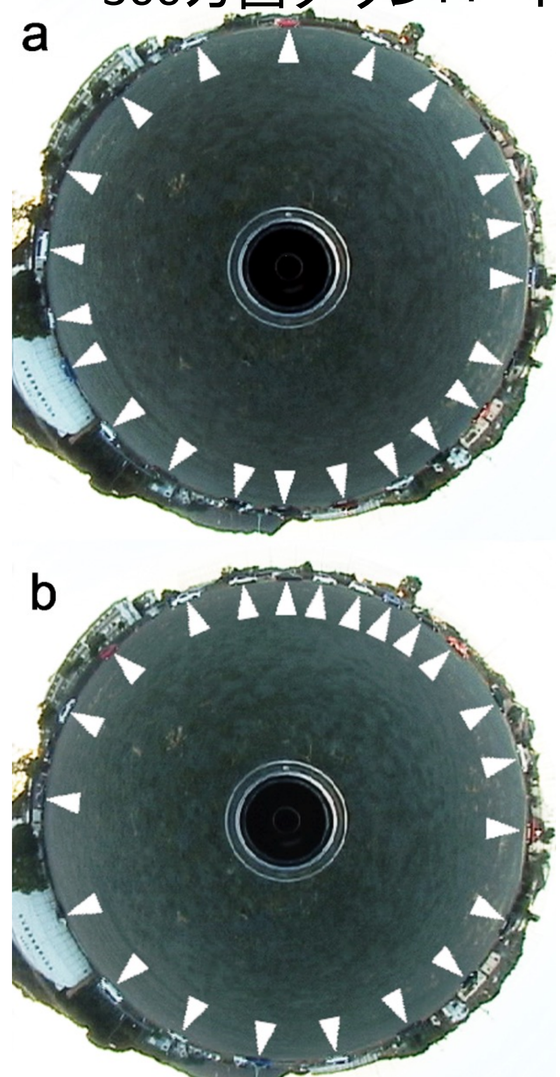
■円周サーキットによる渋滞形成実験

New Journal of Physics **10** 033001 (2008), Best Paper of the year 受賞, Discovery, *Science*NOW Daily News 28 Mar. 2008, NewScientist, YouTube (→shockwave traffic)

300万回ダウンロード

22台・円周230m

中心に置いた全周
ミラーによる撮影

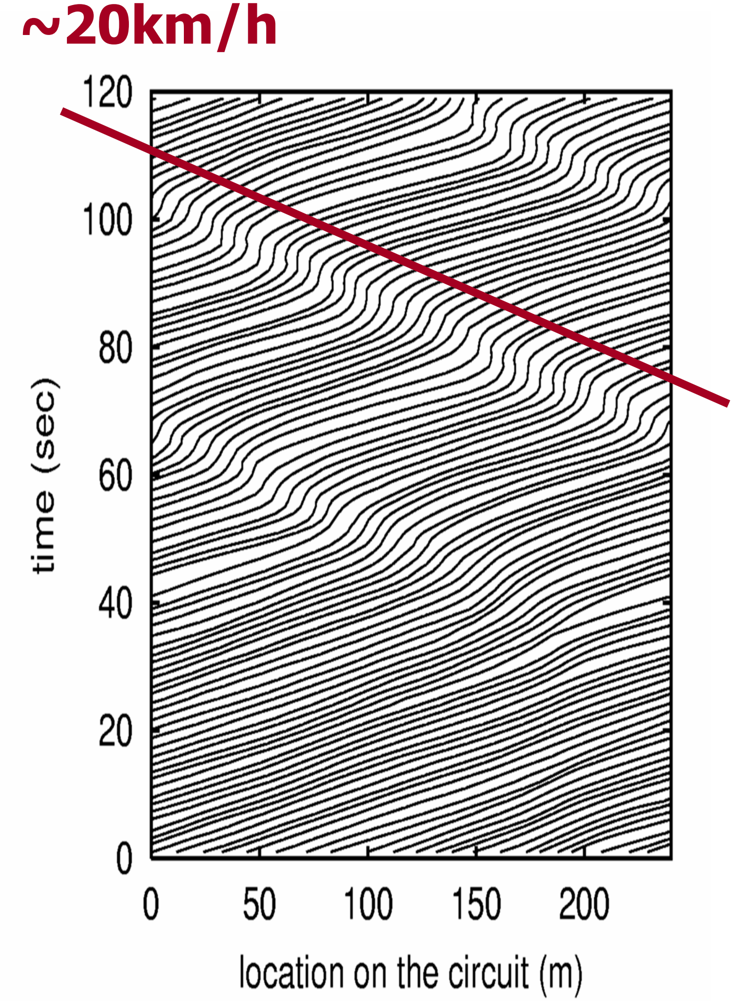


一様流

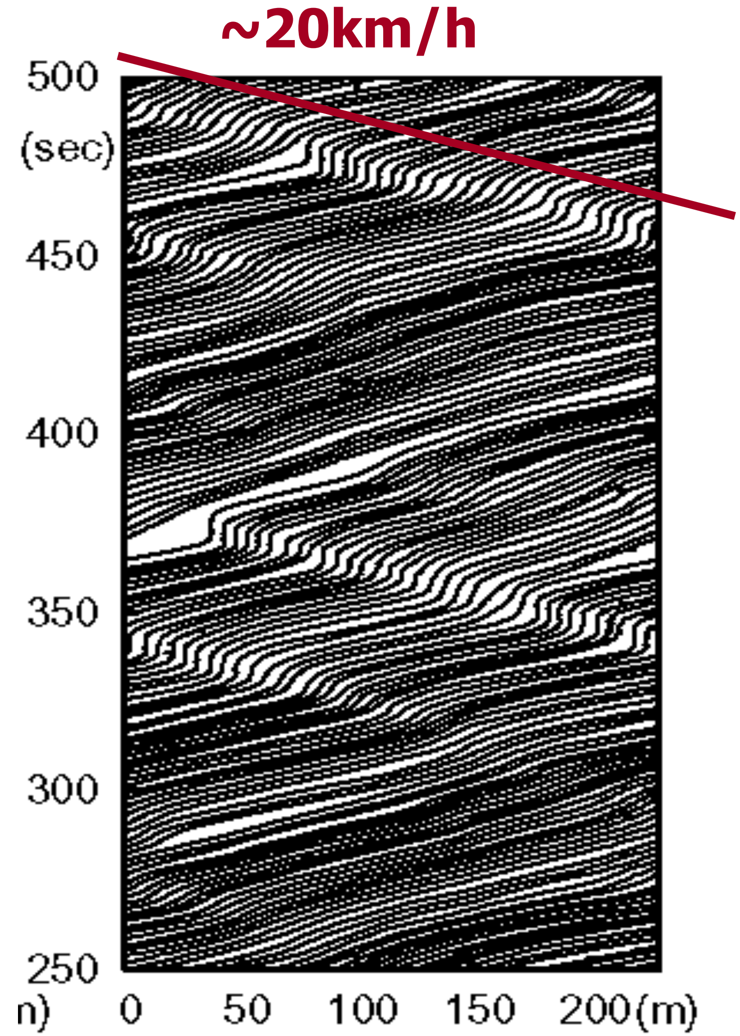
渋滞流

中日本自動車短大の実験現場の空撮

■ 円周サーキット上の全ての車の軌跡

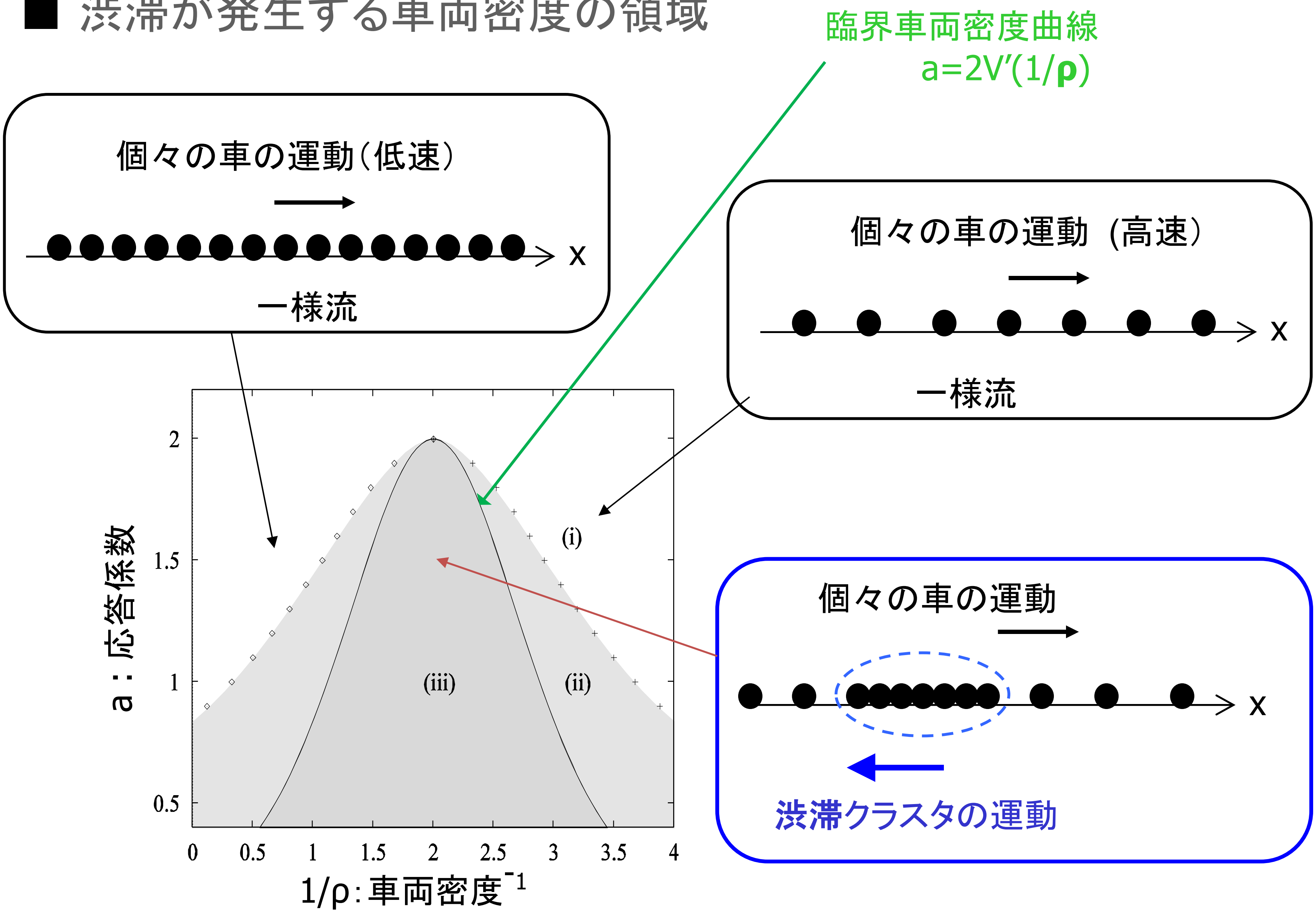


22台、円周230m

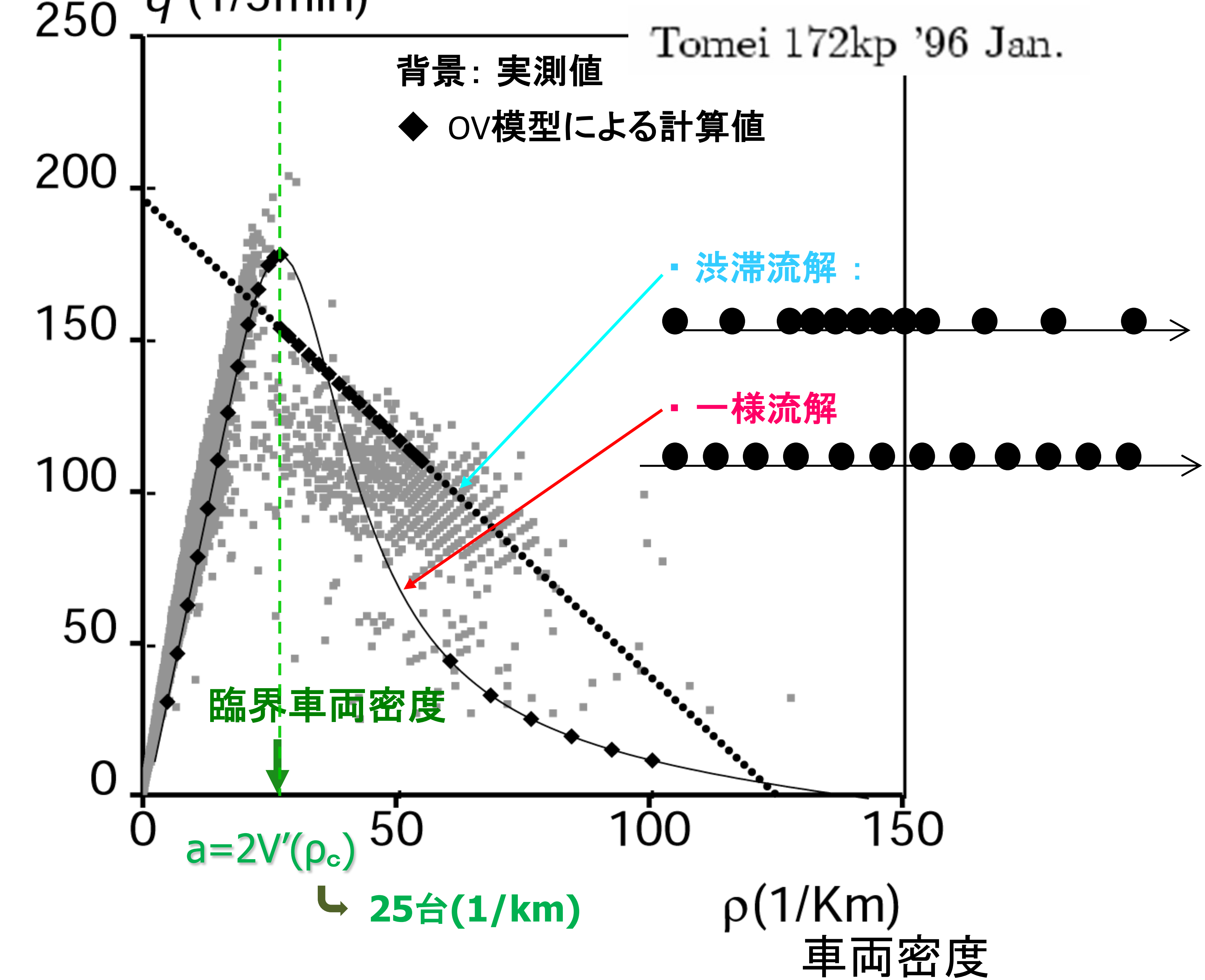


23台、円周230m

■ 渋滞が発生する車両密度の領域



高速道路実測データと理論の照合



Enlarge Image

Roundabout.
Too many cars equals a traffic jam, even without an external cause.

CREDIT: MATHEMATICAL SOCIETY OF TRAFFIC FLOW

Traffic Jams Happen, Get Used to It

By Dennis Norm
*Science*NOW D
28 March 2008

Ever wondered
traffic jams on o
ones without an
obvious bottlene
answer: It's pure
shows that whe
passes a certair
because of fund
multiparticle inte
few mildly incon
eventually caus

The cause of sc
been quite conti
studies the physics of social interactions at the Sw
in Zürich, Switzerland. One camp of traffic researc
jams have external causes, be they merging traffic
bozos abruptly changing lanes. But other research
spontaneously appear simply if the vehicle density
Yuki Sugiyama, a physicist at Nagoya University ir
these models have matched observations of highw

But no one had performed a controlled experiment
got volunteers to drive varying numbers of cars sin
meters in circumference. Vehicles started out unifc
told to cruise at 30 km/h and maintain a safe distar
seen in a video of the experiment, traffic initially flc
drivers don't all maintain exactly the same speed, :
vehicle spacing, and within less than a minute cars
track. Drivers have to slow down and even stop wi
up as they escape it. The threshold of critical dens
occurred with 22 or more cars, but they resolved tl
cars. "To tell the truth, I was impressed the experir
theoretically predicted," Sugiyama says. The study
of the *New Journal of Physics*.

Science News 2008.3.28

「交通量一定以上で渋滞」実証　名大大学院教授

渋滞が起きるメカニズムを実証した実験＝名大大学院の杉山教授提供

道路工事や事故など障害がなくても、道路上の車が一定の密度に達すると交通渋滞が起きることを、名古屋大大学院情報科学研究科の杉山雄規教授が初めて実証し、4日付の英物理誌「ニュージャーナル・オブ・フィジクス」に発表した。

一定量の車が走行すると、わずかな速度の変化が後続に波のように伝わり、それが積み重なって渋滞が起きることは、これまで理論上示されていたが、杉山教授は、この理論を実験により証明した。

杉山教授は、岐阜県坂祝町の中日本自動車短大のグラウンドで、230メートルの円周上に、理論上限界とされる22台の自動車を、一定間隔で時速30キロを保って走行させる実験を行った。その結果、はじめは間隔を保って走っていたが、わずかでも速度を変える車があると、次第に間隔が狭まり、渋滞が起きた。

高速道路に当てはめた場合、1キロあたり25台以上の車が走ると、この現象が起きるという。杉山教授は「交通量の限界を見積もることで、車の進入を制限したり、利用者数に応じた道路建設をしたりするなどの対策がとれる」としている。

Yomiuri Online 2008.3.5

必然ナリ 自然渋滞

平均車間 40メートル以下なら起こるんです

知りたい！

高速道路で突然、長い渋滞につかまり、ノロノロ運転を続けると、急に渋滞が解消されてスムーズに走れるようになる――。事故や工事など交通を妨げる理由は何もない、いわゆる「自然渋滞」だ。大型連休で高速道路の下り線が混雑するピーク（3、4日）を前に渋滞のなぞに迫った。【西川拓】

一定の密度以上になると、特段の原因がなくても自然に渋滞が起きることを示した実験＝03年9月、交通流数理研究会提供

車の固まり 減速伝染

●実験で実証

渋滞は立派な学術研究の対象だ。物理学、数学者らのグループ「交通流数理研究会」は3月、「道路を走る車の密度が一定以上になれば渋滞は自発的に発生する」ことを実証した論文を発表した。

研究会は03年、岐阜県の短大グラウンドを使い、1周230㍍の円周上を時速30㌔で等間隔に車を走らせる実験をした。車の数を増やしていき、22台を走らせると、部分的に流れが悪くなり停止する車も出た。車を粒子に見立てた物理学理論で計算した結果では、走行車両が20台を超えると渋滞が起こると予測されており、実験結果とほぼ一致した。

メンバーの杉山雄規・名古屋大教授（物理学）は「全員が車間距離を保ち同じ速度で走ろうとしても、必ず速度に『ゆらぎ』が起こる。車の密度が臨界点を超えると、『ゆらぎ』の影響が次々と後続の車に伝わり、車の固まりができて渋滞につながってしまう」と説明する。運転者がロボットでもない限り、自然渋滞が起きるのは必然、というわけだ。高速道路では、車の集団の平均車間距離が40㍍

毎日新聞 2008.5.2

Too many cars cause traffic jams

By Roger Highfield, Science Editor
Last Updated: 12:01am GMT 04/03/2008

A Japanese team has found the underlying cause of traffic jams when there is no obvious reason for the delay.

- **Science of the bleedin' obvious**

Many traffic jams leave drivers baffled as they finally reach the end of a tail-back to find no visible cause. An accident? Construction work? A bottleneck? No, just too much traffic, says a team led by Prof Yuki Sugiyama of Nagoya University, who has spent more than a decade puzzling over the problem.

In the New Journal of Physics a study by his group explains why we're occasionally caught in jams for no obvious reason.

The real origin of the snarl up often has nothing to do with obvious obstructions such as accidents or construction work but is simply the result of there being too many cars.


Research suggests that it might be possible to estimate the critical density of roads

The team discovered the importance of traffic density by applying techniques to model the movements of lots of particles to real-life moving traffic. The research shows that even tiny fluctuations in car-road density cause a chain reaction which can lead to a jam.

The team also studied cars driving around a circular track with a circumference of 230m. They put 22 cars on the road and asked the drivers to go steadily at 30km/h (19mph) around the track. While the flow was initially free, the effect of a driver altering his speed reverberated around the track and led to brief standstills.

Prof Sugiyama says, "Although the emerging jam in our experiment is small, its behaviour is not different from large ones on highways. When a large number of vehicles, beyond the road capacity, are successively injected into the road, the density exceeds the critical value and the free flow state becomes unstable."

Shockwave traffic jam recreated for first time

PRINT | SEND | RSS FEEDS | SYNDICATE

00:01 04 March 2008
NewScientist.com news service
Max Glaskin

Traffic that grinds to a halt and then restarts for no apparent reason is one of the biggest causes of frustration for drivers. Now a team of Japanese researchers has recreated the phenomenon on a test-track for the first time.

The mathematical theory behind these so-called "shockwave" jams was developed more than 15 years ago using models that show jams appear from nowhere on roads carrying their maximum capacity of free-flowing traffic – typically triggered by a single driver slowing down.

After that first vehicle brakes, the driver behind must also slow, and a shockwave jam of bunching cars appears, travelling backwards through the traffic.

The theory has frequently been modelled in computer simulations, and seems to fit with observations of real traffic, but has never been recreated experimentally until now.

Creating congestion

Researchers from several Japanese universities managed the feat by putting 22 vehicles on a 230-metre single-lane circuit (see video).

They asked drivers to cruise steadily at 30 kilometres per hour, and at first the traffic moved freely. But small fluctuations soon appeared in distances between cars, breaking down the free flow, until finally a cluster of several vehicles was forced to stop completely for a moment.

That cluster spread backwards through the traffic like a shockwave. Every time a vehicle at the front of the cluster was able to escape at up to 40 km/h, another vehicle joined the back of the jam.

The shockwave jam travelled backwards through the ring of vehicles at roughly 20 km/h, which is the same as the speed of the shockwave jams observed on roads in real life, says lead researcher Yuki Sugiyama, a physicist in the department of complex systems at Nagoya University.

"Although the emerging jam in our experiment is small, its behaviour is not different from large ones on highways," he told **New Scientist**.

Showing it is possible to recreate shockwave jams is important if researchers are to find ways to prevent or control the phenomena, says Sugiyama.

Infuriating traffic jams that appear for no reason can be replicated on the test track (Footage courtesy Mathematical Society of traffic flow in Japan)
Watch the full-size video

Telegraph.co.uk 2008.3.4

NewScientist.com 2008.3.4

ナゴヤドームにおける渋滞形成実験
（2009/12）

②

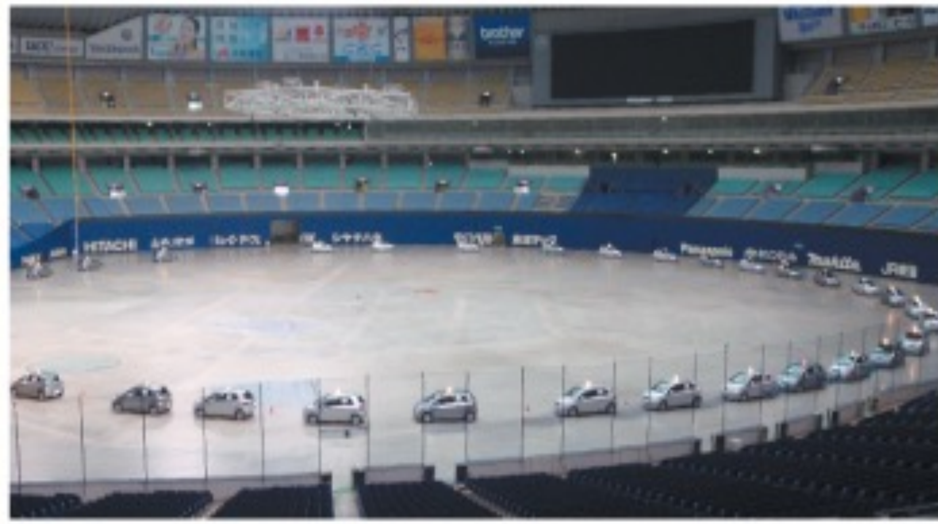
Lecture in
Santa Fe Institute

Symmetry Breaking,
（対称性の破れ）
Phase Transition
（相転移）
and
Non-Equilibrium Phenomena
（非平衡現象）

RESEARCH HIGHLIGHTS *Selections from the scientific literature*

warming in recent decades.
Nature Geosci. http://doi.org/p2b (2013)
For a longer story on this research,

①



PHYSICS

Traffic jams follow the laws of physics

Traffic congestion closely resembles the physics of phase transitions, such as when ice melts or a metal becomes superconducting.

Shin-ichi Tadaki at Saga University in Japan and his colleagues used a high-resolution laser scanner to track cars travelling around an empty indoor baseball stadium, then analysed those data as if they were studying phase transitions in a material. They found that above a critical density of cars, traffic flow became unstable and changed from free-flowing to a jam.

Scaled up, that density value fits with those seen on real-world motorways, the authors say.
New J. Phys. **15, 103034 (2013)**

Nature 2013.11.13

実験に参加した共同研究者のみなさん

- 福井稔、吉田立（中日本自動車短大）
- 菊池誠（大阪大）
- 只木進一（佐賀大）
- 中山章宏（名城大）
- 西成活裕（東京大）
- 湯川諭（大阪大）
- 柴田章博（つくば高エネルギー加速器機構）
- 石渡龍輔（東北大）
- 友枝明保（関西大）

サグ、トンネル、e.t.c.
何もなくても

渋滞発生は、
車両密度が臨界値を超えるだけで、
自然に起こる、物理現象である。

（非平衡系の相転移現象
多体系の協同現象）

衝突しないように安全に車が流れる状態
に自然に移行する。

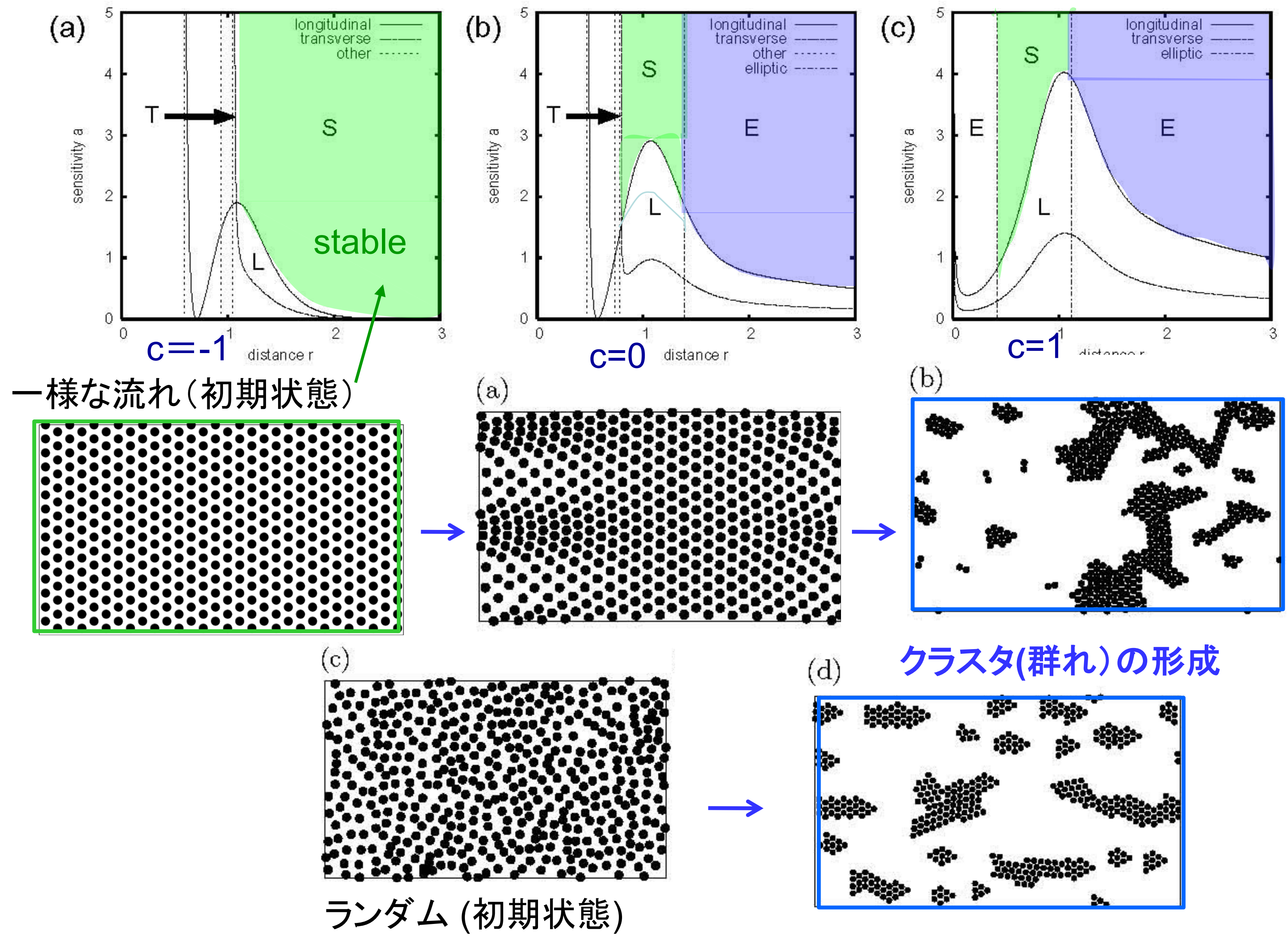
高次元系 d≧2の不安定性と形態形成

- 2-次元 OV モデル
- 高次元空間 における 粒子集団のモード
  - longitudinal mode（縦波）
  - transverse mode（横波）
  - elliptically polarized mode（楕円偏向波）

気体・液体・固体（連続体）

粉体（非対称相互作用粒子集団）の特徴

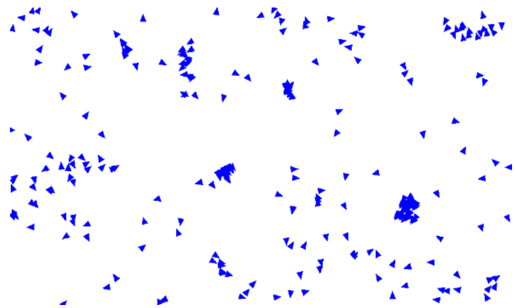
■群れ形成 ⬅ 引力が少しでもあると(c≠-1)一様流形態が不安定



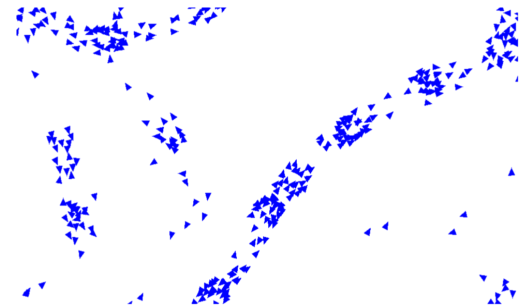
■ 発現した巨視的形体の多様性 & 形体のランダムドリフト運動

ある範囲内のすべての粒子と相互作用

a=5, c=1, N=100

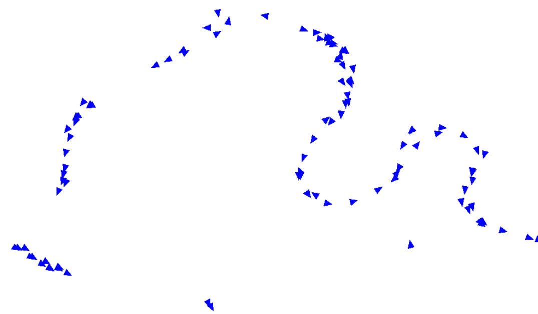


a=1.5, c=0, N=350

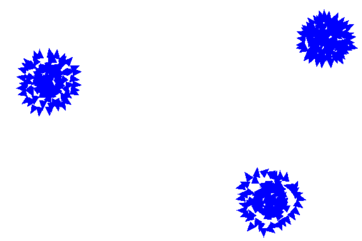


全方位最近接の粒子のみと相互作用

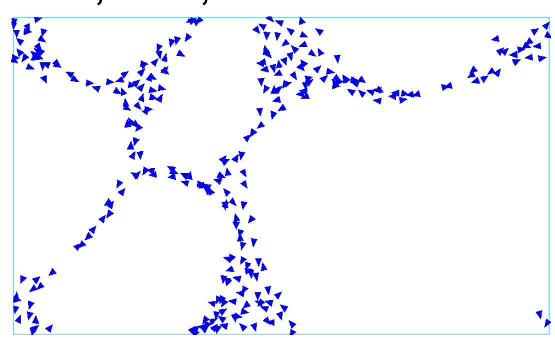
a=5, c=1, N=100



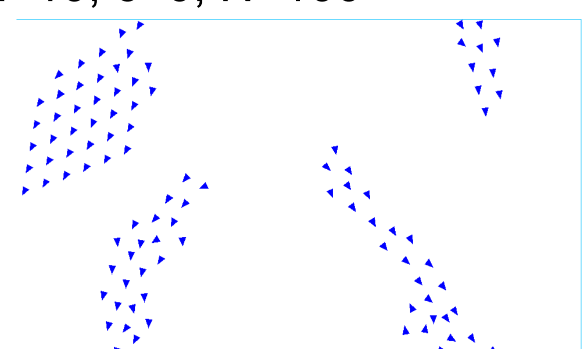
a=3, c=0, N=350



a=10, c=1, N=300



a=10, c=0, N=100



■ 自己駆動集団の動力学＝非対称相互作用による

“群れ形成、追従、排除”現象 ⇒ 少数の外部刺激により制御

・イワシの螺旋回遊
外部刺激＝外敵（鮫）

・羊の群れの誘導
外部刺激＝牧羊犬

・避難者集団
流れの制御・誘導

著作権の都合により
画像を削除しました

著作権の都合により
画像を削除しました

著作権の都合により
画像を削除しました

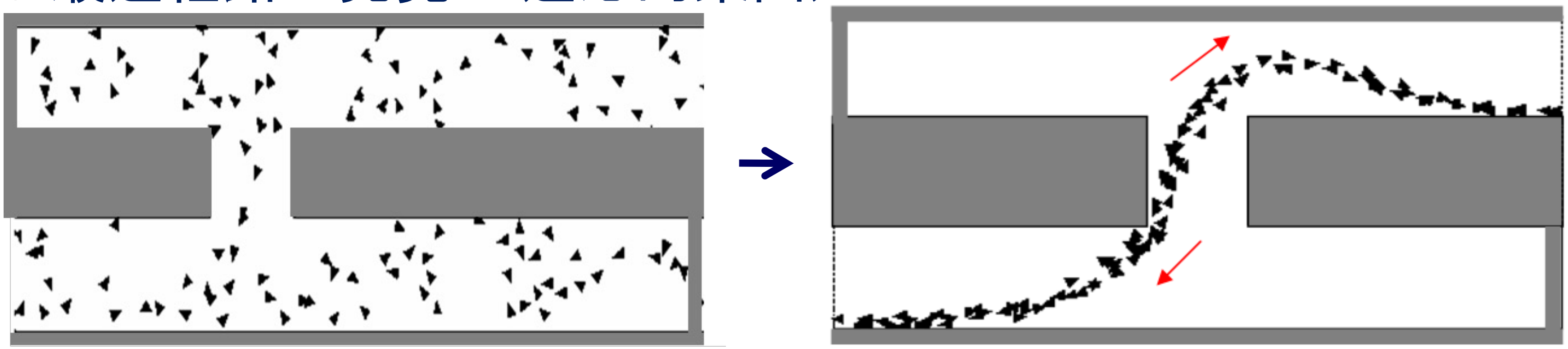
⇓

秩序制御の数理

- 集団秩序を創発するDynamical System
- 制御機構の解明

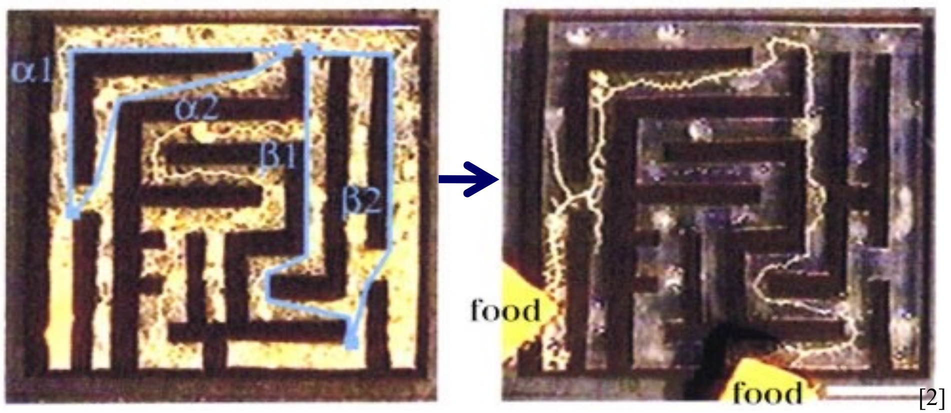
■ 自然界の集団運動の知的･適応的振る舞い）
を非対称散逸系（OV模型）でシミュレートする。

● 最適経路の発見:　適応的集団運動の例

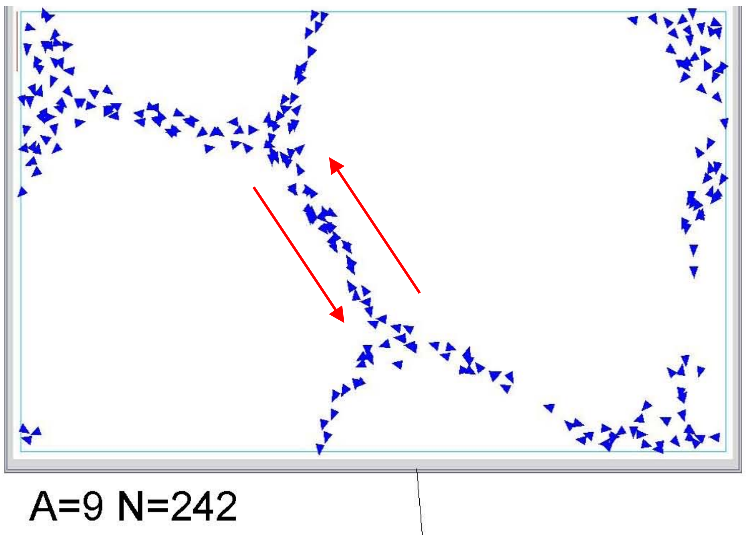


2d-OV粒子集団による計算

●“Trail”のパターン（シュタイナー問題の解）



粘菌による実験



A=9 N=242

中垣俊之教授（北海道大電子科学研究所所長）

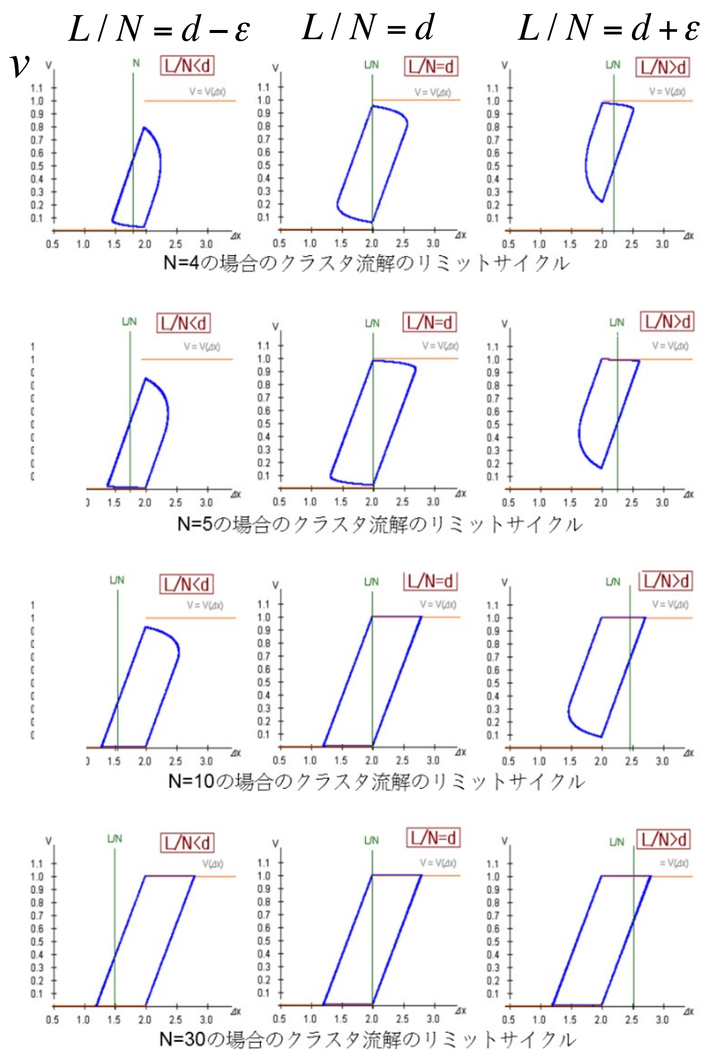
① マクロ形態（リミットサイクル）は、
なぜ粒子数・密度・境界条件、等に依らないか。
（少数自由度で既に無限系）

② マクロ形態のフレキシビリティ
（変形自由度・速い反応・適応的集団運動）
粒子数自由度が余剰な自由度になる。
→ 高い縮退性を持つ(内部）連続的対称性
⇔ゲージ対称性

③ OV系を例とする、
非平衡定常状態の“熱力学”の構築
（集団運動による動的マクロ形態）

３つは関連する。

①の答え： 粒子数N がある程度大きければ、
同一のLimit Cycle解（渋滞解）へ指数関数的に収束



$N \to \infty$

$e^{-Na\tau}$

$$\boxed{a\tau^* = 2\left(1 - e^{-a\tau^*}\right)}$$

(Sugiyama, Yamada, P.R.E55,7749(1996))

指数関数的に収束し粒子数*N*が数10程度で、密度*L/N*に依らず、*N*が無限大の場合と同一のself-dualのリミットサイクルを与える。 Tsumugi Ishida, Y.S. (Nagoya Univ.)

非対称散逸系 → 交通流

(自然渋滞との関係は)

台数の異なる渋滞で、車両密度に依らず、渋滞クラスタの後退速度などが同一である理由が解析的に示されたことになる。

階段関数OV模型は厳密に解ける!

② 運動クラスタ解の導出における対称化 と次元縮約の物理的意味　楕円関数soliton解

特徴的固有時間 τ 遅れて，相対的に同じ位置に1台次の車が来る。(t − n対称性)

$$\boxed{x_n(t+\tau) = x_{n+1}(t) - v_c\tau}$$

Vc : 運動クラスタの速度

N 粒子の自由度が、渋滞流では
特徴的時間の遅れ τ を介して、
実質1 粒子の運動に
縮約される。2N → 2 .

巨視的力学変数
(OV方程式の集団運動により非線形効果で導出された。)

③を目指して

Coarse Analysis

ミクロ変数の集団運動によるマクロ状態の変化
coarse変数で記述する。

データセット (N個の粒子)
in the phase space (x,v) at t , 2N- 次元 vector
⇒ モーメントのセット (N次までの多項式) for x,v　　e.g.) 1-d OV
⬇
マクロ状態の解 at 各 t in (Ψ1, Ψ2) space
（coarse変数による縮約された空間で見る。）

- Diffusion Map ・Eq.-free method
- Kantorovich metric space

e.g.）1-dOVの渋滞クラスタ形成
2-dOVの迷路探索
Optimal Transportation（最適輸送理論）
Wasserstein幾何の適用

マクロパタンの時間変化 : $P(t1) \to P(t2) \to P(t3) \to \quad\quad \to P(tn)$

"Affinity matrix"　２つのパタンの類似度Kr（P, P'）

$$B := \begin{bmatrix} Kr(P(t1), P(t1)) & Kr(P(t1), P(t2)) & \cdots & Kr(P(t1), P(tn)) \\ Kr(P(t2), P(t1)) & Kr(P(t2), P(t2)) & \cdots & Kr(P(t2), P(tn)) \\ & & \cdot & \\ Kr(P(tn), P(t1)) & Kr(P(tn), P(t2)) & \cdots & Kr(P(tn), P(tn)) \end{bmatrix}$$

⇩

"Wasserstein 空間" :　eigen vector : $\{ \Psi 1, \ \Psi 2, \ \cdots, \ \Psi r \}$　$r = \mathrm{rank}\, B$

eigen value　:　$\lambda 1 > \lambda 2 > \cdots > \lambda r$

マクロパタンの時間変化 :　$P(t1) \to P(t2) \to P(t3) \to \quad\quad \to P(tn)$

⇒ Wasserstein 空間の軌道:　$p1 \to p2 \to p3 \to \quad\quad \to pn$

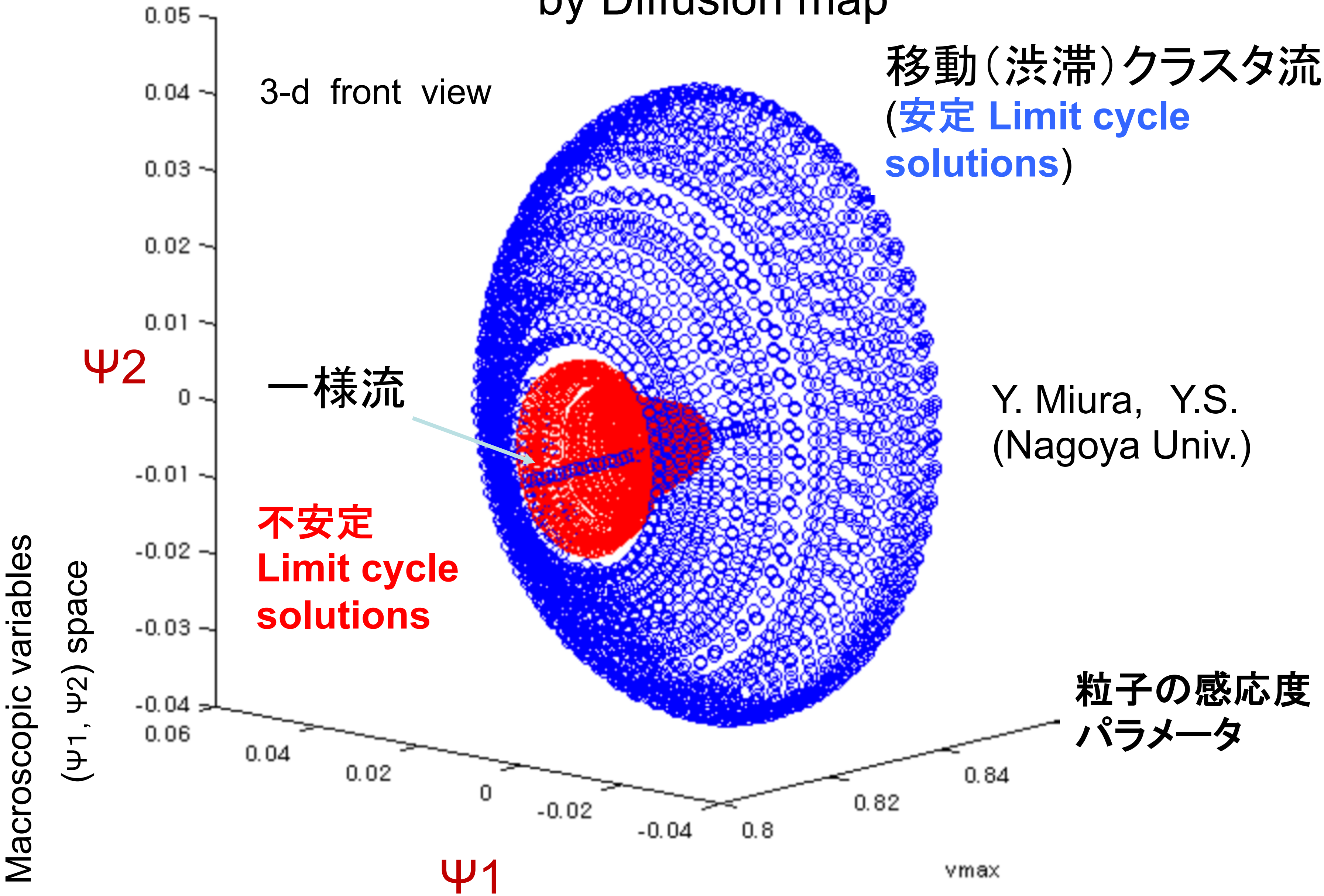
a pattern $P(ti) \Rightarrow c1\Psi 1 + c2\Psi 2 + \cdots$　: a vector in Wasserstein space

↓

$pi \in$ vector in Euclidean space $R^r \sim R^2$（2次元空間）

dimensionality reduction

Bi-stability as sub-critical Hopf 分岐 1-d OV model by Diffusion map

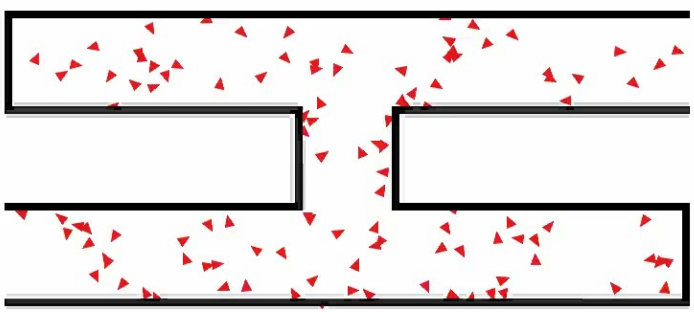


最適な安定パタンの規定するマクロ変数を探る

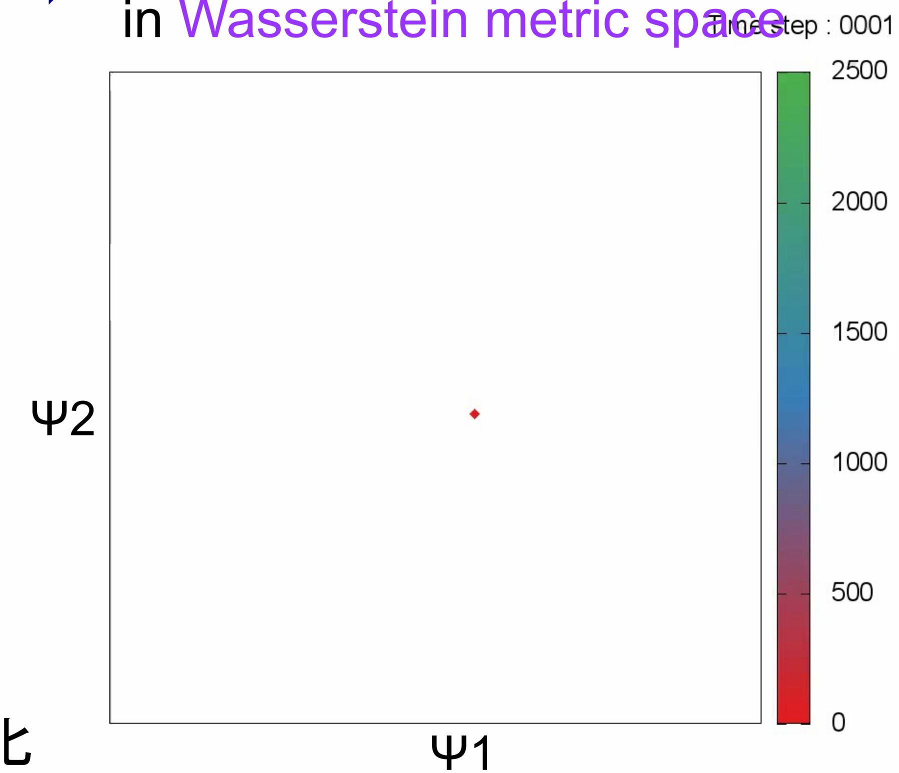
- e.g.) Simple な迷路 - R. Ishiwata , R. Kinukawa, Y.S.

集団運動のパタンの類似度を測ってマクロ形態の変化を調べる。

One pattern of particles in real space ⟷ One point in Wasserstein metric space



迷路内実空間における2D-OV particlesの流れ運動形態の変化



類似度空間（Wasserstein 計量空間）における軌道の変化

③の予想

2D-OV particlesの最適流動形態⇔迷路空間内の最短経路

⬆

集団運動形態の連続変形

最適流動形態 ⇔ 低次元 Wasserstein **計量空間**
の局所ポイント

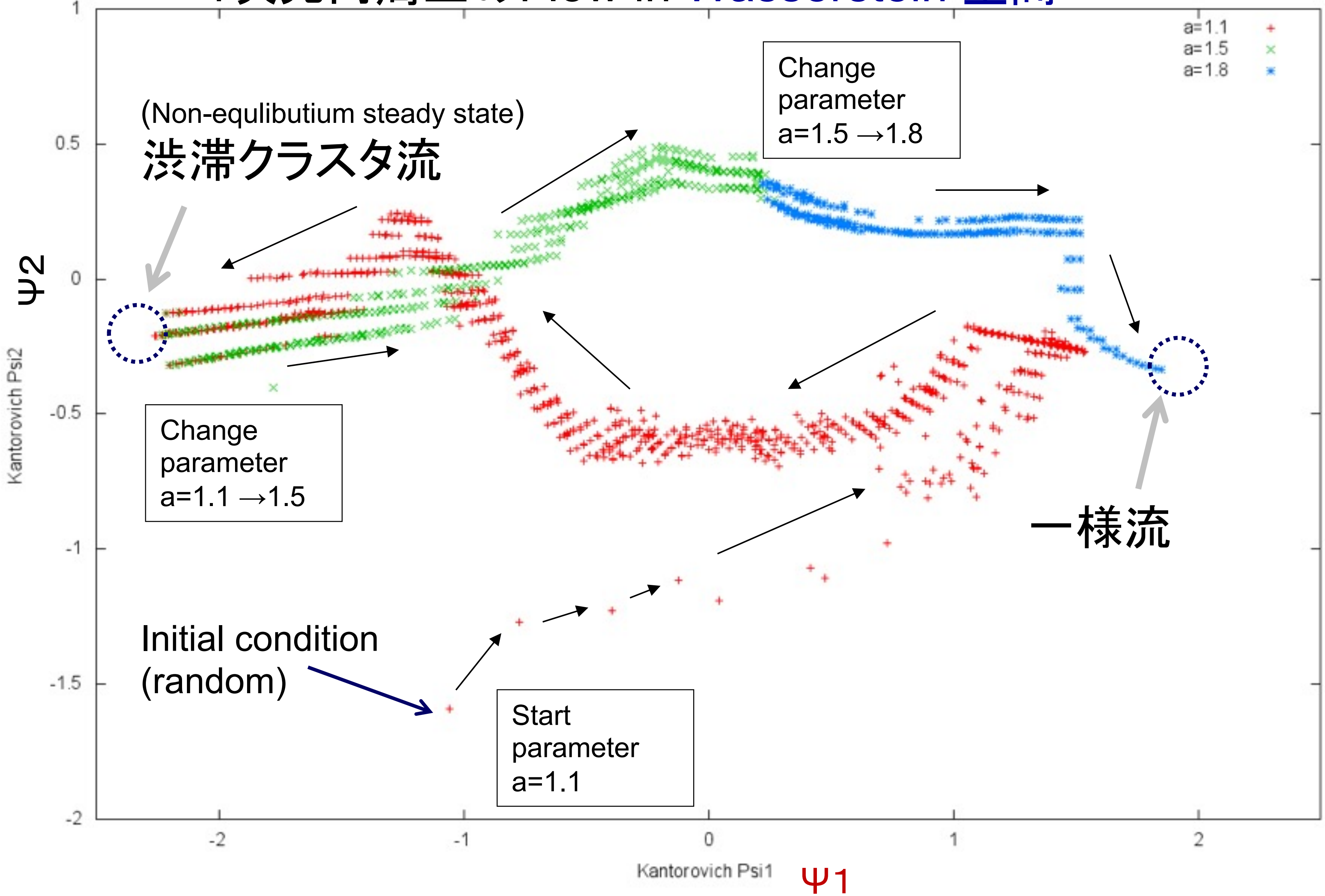
連続変形自由度＝高い縮退度の基底状態を持つ熱力学ポテンシャル
低次元Wasserstein **計量空間上に構成されている。**

⬆

少数の巨視的変数(coarse variables) Ψ1, Ψ2？

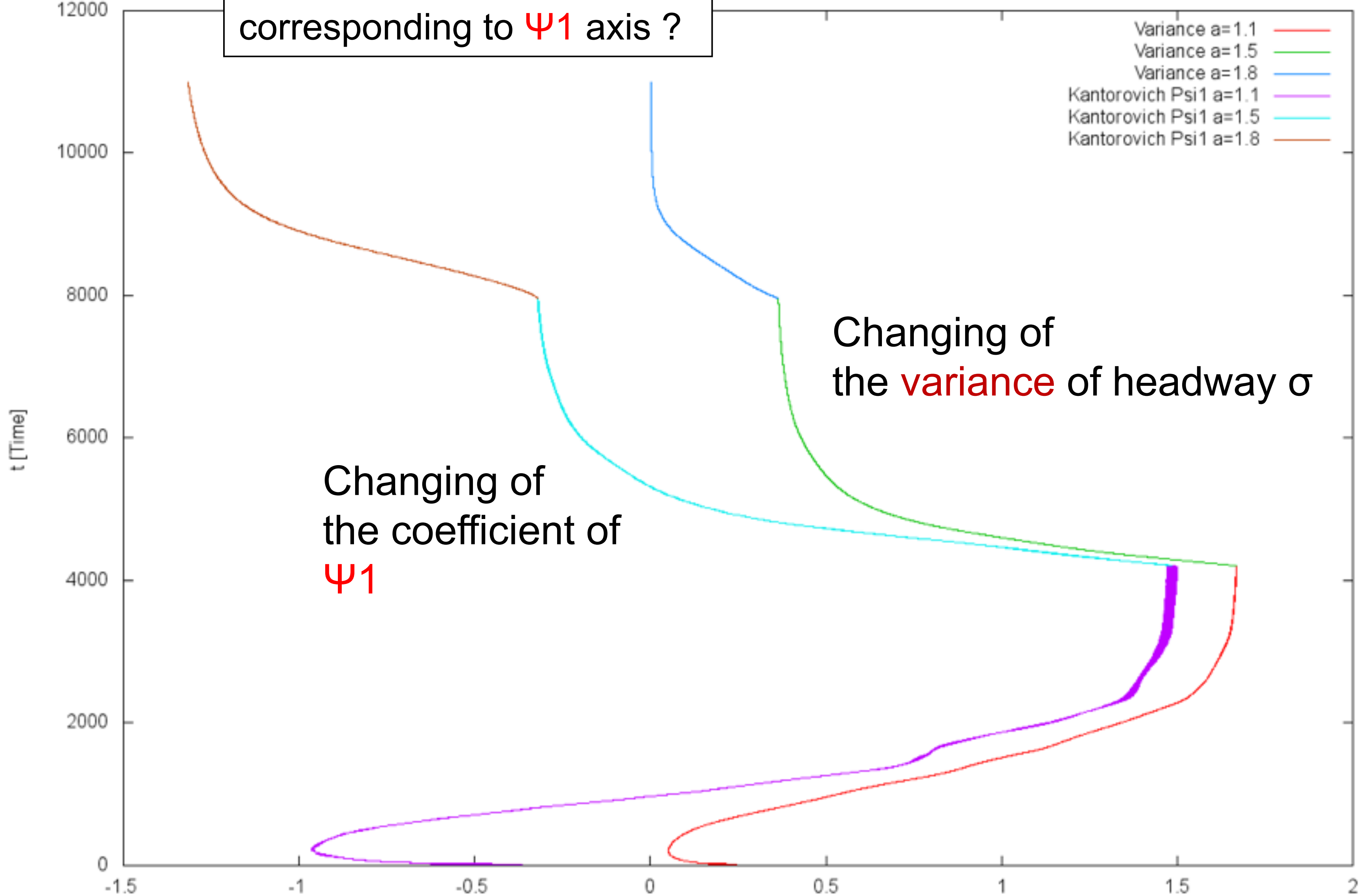
e.g.) 1-dOVの渋滞クラスタ形成
2-d OVの迷路探索 を踏まえて

1次元円周上のFlow in Wasserstein 空間



Ψ1 axis is important !

What variable is corresponding to Ψ1 axis ?



Changing of
the coefficient of
Ψ1

Changing of
the variance of headway σ