

# 論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※ 甲 第 号
------	---------

氏 名 CUNANAN Jayson Mesitas Baluyut

論 文 題 目

Wiener amalgam spaces and nonlinear evolution equations  
(ウィナーアマルガムと非線形発展方程式)

論文審査担当者

主 査 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 理学博士

山 上 滋

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 博士 (理学)

杉 本 充

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 博士 (理学)

稲 浜 譲

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 博士 (理学)

寺 澤 祐 高

## 論文審査の結果の要旨

Wiener amalgam 空間  $W_s^{p,q}$  とは, modulation 空間  $M_s^{p,q}$  などとともに, Feichtinger らにより比較的最近導入された関数空間の一種である. 偏微分方程式論における基本空間として通常よく用いられる Sobolev 空間  $L_s^p$  や Besov 空間  $B_s^{p,q}$  などとは異なり, 信号処理理論における時間周波数解析あるいは量子力学の考え方とも共通する, 変数とそのフーリエ変数を同時に取り扱うという特徴を持っており, 相空間解析との親和性も高い関数空間である.

このうち modulation 空間に関しては, 最近次々とその基本的性質が解明されてきている. 例えば, Sobolev 空間や Besov 空間との包含関係については Sugimoto-Tomita, Kobayashi-Sugimoto などにより完全に決定されている. また, unimodular Fourier multiplier  $e^{i|D|^\alpha}$  ( $\alpha \geq 0$ ) の modulation 空間上での有界性については, Bényi-Gröchenig-Okoudjou-Rogers, Miyachi-Nicola-Rivetti-Tabacco-Tomita によりその必要十分条件が与えられている. 特に,  $e^{i|D|^\alpha}$  ( $\alpha > 0$ ) は  $L_s^p$  ( $p \neq 2$ ) 上で有界ではないが,  $1 \leq \alpha \leq 2$  に対しては  $M_s^{p,q}$  上で有界となる. これは modulation 空間のもつ顕著な利点であり, この新しい関数空間の有用性が強く認識されるきっかけとなった成果のひとつである. さらにこの成果は,  $e^{i|D|^\alpha}$  が Schrödinger 方程式 ( $\alpha = 2$ ) や波動方程式 ( $\alpha = 1$ ) の初期値問題の解作用素として登場することから, 偏微分方程式論への応用の観点からも重要である. 実際 Wang らによる一連の研究をきっかけとして, modulation 空間を非線形偏微分方程式の解析に応用する研究も盛んに行われている.

一方, Wiener amalgam 空間は modulation 空間と類似の関数空間として定義されるが, その取り扱いが若干困難になることも相まって, これまでのところ基本的諸性質の解明や偏微分方程式論への応用に関する顕著な進展は見られていない. Cunanan 氏の学位論文はこのような状況を背景としたものであり, Wiener amalgam 空間論に対する基本的かつ重要な貢献として位置づけられるものである. その主たる成果は, 以下のとおりである:

第1の成果として,  $\alpha \geq 2$  に対して  $\mathbf{R}^n$  上での unimodular Fourier multiplier  $e^{i|D|^\alpha}$  が  $W_{s+k}^{p,q} - W_s^{p,q}$  有界であるためには,  $k > n(\alpha - 2)|1/p - 1/2| + n|1/p - 1/q|$  であれば十分であることを示した. 特に  $\alpha = 2$  の時には  $k > n|1/p - 1/q|$  が十分であるが, これは先行研究である Cordero-Nikola の結果であり, 今回の成果はこれをより一般の  $\alpha$  の場合へ拡張したことに相当している. さらに  $k \geq n(\alpha - 2)|1/p - 1/2| + n|1/p - 1/q|$  が必要なことも (一部の  $p, q$  を除いて) 示している. また,  $0 \leq \alpha \leq 1$  に対しては,  $k \geq 0$  が十分であることも示した. 因みに modulation 空間の場合には,  $e^{i|D|^\alpha}$  が  $M_{s+k}^{p,q} - M_s^{p,q}$  有界であるためには  $k \geq n(\max\{\alpha, 2\} - 2)|1/p - 1/2|$  が必要十分である事が先行研究により知られており, Wiener amalgam 空間の場合には “ $n|1/p - 1/q|$ ” の項が付け加わることになる. このことは, 類似の空間である modulation 空間と Wiener amalgam 空間との間には本質的に大きな違いがある事を表しており, やはり類似の空間である Besov 空間と Sobolev 空間との間にはありえない, 新しい現象の認識を与えている点は重要である.

第2の成果として, Wiener amalgam 空間と Sobolev 空間との包含関係を決定した. modulation 空間と Sobolev 空間との間の包含関係については, Kobayashi-Sugimoto により完全に決定されていたが, Wiener amalgam 空間の場合にはやはりこれとは異なる指数が登場することを見いだしている. この事実も modulation 空間と Wiener amalgam 空間との本質的な違いを表しており, これまで想像すらされていなかった驚くべき結果である.

## 論文審査の結果の要旨

このように、Cunanan 氏の学位論文は関数空間論およびその偏微分方程式論への応用に対する新しい知見を与えたものであり、学位論文として十分な内容を持つものである。第1の成果は副論文として J. Math. Anal. Appl. 誌において掲載されており、第2の成果も J. Funct. Anal. 誌において掲載されている。これらは共著論文となつてはいるが、Cunanan 氏の貢献はその論文としての成否に関わる重要な部分を含む、主要な箇所全てにわたっている。例えば第2の成果の証明には、第1の成果である unimodular Fourier multiplier の有界性が重要な役割を果たしているが、Cunanan 氏によるこの新規の着想こそが全面解決へのブレークスルーとなっている。

本学位申請に伴う公開学位審査セミナーは、2015年1月28日に行われ、学位申請内容の明快な説明と質問に対する的確な応対を通じて、申請者が博士の学位を取得するに足る高い学識を有することが確認された。

以上により、学位審査委員会は、申請者には博士（数理学）の学位が授与される資格があるものと判断する。