別紙 4

報告番号	※　　第　　号

主　論　文　の　要　旨

論文題目　On a characterization of unbounded homogeneous domains with boundaries of light cone type

（光錐を境界にもつ非有界等質領域の特徴づけについて）

氏　　名　永田　義一

論　文　内　容　の　要　旨

この学位論文では非有界等質領域の正則自己同型群による特徴付けについて述べる．一般に複素多様体の正則自己同型群による特徴付け問題とは次のようにいえる．二つの複素多様体 M, N が与えられその自己同型群 $\mathrm{Aut}(M)$, $\mathrm{Aut}(N)$ が位相群として同型であるとき, M と N は双正則同値であるか？一般の複素多様体のクラスでは自己同型群は自明であるものも多くあり問題は肯定的ではないので, 意味をもつ場合としてユークリッド空間内の等質領域を考えることにする．

有界等質領域のクラスでは次に述べるように normal j-algebra というものを考えれば, 有界等質領域は自己同型群によって統制されている．まず, 有界領域の自己同型群は Lie 群であることが H. Cartan によって示されている．従って, 有界等質領域の自己同型群は Lie 群である．Piatetski-Shapiro によってこの Lie 環には normal j-algebra と呼ばれる部分 Lie 環を含むことが示され, また逆に任意の normal j-algebra は有界等質領域を与えることも示された [6]．これらの対応は一対一であるから, 有界等質領域は normal j-algebra によって特徴付けられているといえる．さらに既約な有界等質領域は，自己同型群から複素共役を除いて定まることも知られている [2].

しかし, 非有界等質領域ではこのような一般論はまだ存在しない．与えられた非有界等質領域の例に対して個別に調べられている．例えば $\mathbb{C}^n$ の特徴付けは Isaev [3] によって与えられた．その他にも巨大な自己同型群をもつ領域に対していくつかの肯定的な結果が得られている [1], [4], [5], etc.

この論文では次の非有界領域を考える:

$$D^{n,1} = \{(z_0, \cdots, z_n) \in \mathbb{C}^{n+1} : -|z_0|^2 + |z_1|^2 + \cdots + |z_n|^2 > 0\},$$

この領域には次の群が正則自己同型として作用する．

$$GU(n,1) = \{M \in GL(n+1,\mathbb{C}) : M^*JM = \nu(M)J, \text{for some } \nu(M) \in \mathbb{R}_{>0}\},$$

ここで $J = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & E_n \end{pmatrix}$. このことから $D^{n,1}$ は等質領域であることが分かる. そして自己同型群は $GU(n,1)$ であることが示される:

Theorem 0.1. $\mathrm{Aut}(D^{n,1}) = GU(n,1)$ *for* $n > 1$.

領域の特徴付け問題とは, このような自己同型群を持つのは $D^{n,1}$ だけであるかを問いている. この問題を, Stein 多様体に含まれる領域のクラスにおいて肯定的に解決した:

Theorem 0.2. *Let M be a connected complex manifold of dimension n+1 that is holomorphically separable and admits a smooth envelope of holomorphy. Assume that* $\mathrm{Aut}(M)$ *is isomorphic to* $\mathrm{Aut}(D^{n,1})$ *as topological groups. Then M is biholomorphic to* $D^{n,1}$.

この場合のように等質領域であれば自己同型群によって特徴付けられることが期待されるが, 一般にはそうではない. この論文では一つ反例を与える.

Theorem 0.3. *There exist domains in* $\mathbb{C}^n$, $n > 4$, *which are not biholomorphic equivalent, while its automorphism groups are isomorphic.*

参考文献

[1] J. Byun, A. Kodama, S. Shimizu, A group-theoretic characterization of the direct product of a ball and punctured planes. Tohoku Math. J. (2) **62** (2010), no. 4, 485-507.

[2] I. Dotti-Miatello, Complex structures on normal j-algebras. J. Pure Appl. Algebra **73** (1991), no. 3, 247-256.

[3] A. V. Isaev, Characterization of $\mathbb{C}^n$ by its automorphism group. Tr. Mat. Inst. Steklova **235** (2001), Anal. i Geom. Vopr. Kompleks. Analiza, 110-113; translation in Proc. Steklov Inst. Math. **235** 2001, no. 4 , 103-106.

[4] A. Kodama and S. Shimizu, A group-theoretic characterization of the space obtained by omitting the coordinate hyperplanes from the complex Euclidean space. Osaka J. Math. **41** (2004), no. 1, 85-95.

[5] A. Kodama and S. Shimizu, Standardization of certain compact group actions and the automorphism group of the complex Euclidean space. Complex Var. Elliptic Equ. **53** (2008), no. 3, 215-220.

[6] I. I. Pyateskii-Shapiro, Automorphic functions and the geometry of classical domains, Translated from the Russian, Gordon and Breach Science Publishers, 1969.