

2014年度 学位論文

ミュー粒子異常磁気モーメントを説明する
 $L_\mu - L_\tau$ ゲージ模型の現象論

猪狩 貴史

名古屋大学大学院 理学研究科
素粒子宇宙物理学専攻 素粒子論研究室

平成 27 年 2 月 16 日

概要

標準模型は素粒子現象に関する多くの実験事実を説明することができる優れた理論である。一方で暗黒物質の存在や階層性問題など標準模型では説明のつかない問題も知られており、新しい素粒子模型を構築、発見することは素粒子物理学における大きな目標である。本論文ではミュー粒子異常磁気モーメントの標準模型の予言値と実験による測定値のずれに着目した。ずれの大きさが電弱ゲージ粒子の寄与と同程度であるため、もしミュー粒子の異常磁気モーメントのずれを説明する新粒子が存在するならば、大型ハドロン衝突型加速器 (Large Hadron Collider, LHC) によって生成され得ることが期待される。本論文では新しい素粒子模型として、新たに $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ ゲージ相互作用を加えた $L_\mu-L_\tau$ ゲージ模型を考え、この模型に含まれる新しいゲージ粒子 (Z'' 粒子) の発見可能性や模型に含まれるパラメータ領域の制限について解析を行う。

まずミュー粒子異常磁気モーメントのずれと電弱精密測定よりゲージ結合定数 ($g_{Z''}$) と Z'' 粒子質量 ($m_{Z''}$) の好ましい領域を特定し、LHC 実験を想定した解析を行った。特に Z'' 粒子に感度のある過程 $pp \rightarrow 4\mu$, $pp \rightarrow 2\mu 2\tau$ について詳細なシミュレーションを行った。現在までに行われた $pp \rightarrow Z \rightarrow 4l$ 過程の実験結果から $g_{Z''} = 0.3$, $m_{Z''} = 60$ GeV の場合には既に排除されていることを示した。また $m_{Z''} \sim m_Z$ の場合に $L_\mu-L_\tau$ ゲージ模型に対してより感度があるカットを提案した。このカットによって $(g_{Z''}, m_{Z''}) = (0.3, 80$ GeV) の場合にも既に制限され始めていることを示した。さらに、重心エネルギー 14 TeV を想定した将来実験についても解析した。 $m_{Z''} \sim m_Z$ の場合、 Z 粒子の影響が大きくシグナルを捕えにくいですが、積分ルミノシティが 3000 fb^{-1} まで蓄積されれば、 $pp \rightarrow 4\mu$, $pp \rightarrow 2\mu 2\tau$ の両プロセスで $g_{Z''} = 0.3$, $m_{Z''} \leq 100$ GeV Z'' 粒子の存在を検証できることを示した。

また、ニュートリノトライデントプロダクション ($\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu \mu^+ \mu^- N$) が $L_\mu-L_\tau$ ゲージ模型に対して制限を与えるという最近の研究を受けて、その制限の弱い Z'' 粒子が軽い領域でも解析を行った。 Z'' 粒子が軽い場合にはゲージ場の運動項の混合が重要となる。本論文では例としてツリーレベルで運動項の混合が無い場合を考慮した。量子効果により有限な量を持つ運動項の混合に対してダークフォトン探索の制限を応用し、ミュー粒子の異常磁気モーメントのずれを説明するパラメータ領域を明らかにした。

以上から、本論文では $L_\mu-L_\tau$ ゲージ模型の広いパラメータ領域が検証可能であることを示し、ミュー粒子の異常磁気モーメントの標準模型予言値と測定値のずれという問題に対して間接的に解決できる可能性があることを明らかにした。

目次

第1章	序論	3
第2章	ミュオン粒子異常磁気モーメントの現状	7
2.1	場の理論における異常磁気モーメント	7
2.2	標準模型のミュオン粒子異常磁気モーメント	9
第3章	Z'' 模型	14
3.1	$L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性の導入	14
3.2	Z'' 模型の構造	16
3.3	運動項の混合 (kinetic mixing)	17
3.3.1	フォーマリズム	18
3.3.2	ダークフォトン模型の例	22
3.3.3	運動項の混合を含んだ場合の Z'' 模型の構造	25
3.3.4	高エネルギースケールでの Z'' 模型における運動項の混合の振る舞い	26
3.4	ニュートリノ質量	27
3.4.1	ニュートリノ混合と質量	27
3.4.2	バリオン非対称性のウォッシュアウト効果	28
第4章	ミュオン粒子異常磁気モーメントと電弱精密測定	32
4.1	Z'' 粒子のミュオン粒子異常磁気モーメントへの寄与	32
4.2	Z'' 粒子による電弱精密測定への影響	33
第5章	Z'' 模型の LHC 実験における現象論	40
5.1	LEP 実験と Tevatron 実験についての考察	40
5.2	LHC 実験シミュレーションの流れ	41
5.3	LHC 実験における現象論	42
5.3.1	$\sqrt{s} = 7 - 8$ TeV での 4 レプトンチャンネルの解析	42
5.3.2	$\sqrt{s} = 14$ TeV での 4 レプトンチャンネルの解析	49

第 6 章	ニュートリノトライデントプロダクションと運動項の混合を介した制限	57
6.1	ニュートリノトライデントプロダクションによる Z'' 模型への制限	57
6.2	運動項の混合から与えられる Z'' 模型への制限	62
第 7 章	まとめ	68
付 録 A	パッサリーノ-ヴェルトマン関数	71
付 録 B	標準模型のニュートリノトライデントプロダクション	73
B.1	V-A 理論での振幅計算	73
B.2	V-A 理論と標準模型との比較	76
付 録 C	位相空間積分	78
C.1	2 体の位相空間積分	78
C.2	3 体の位相空間積分	79

第1章 序論

1970年代に理論的に確立された標準模型は電弱スケールにおける多くの素粒子現象を説明する模型である。1995年にトップクォークが発見されて以来、標準模型に含まれる粒子として唯一未発見であったヒッグス粒子についても2012年7月4日に大型ハドロン衝突型加速器 (Large Hadron Collider, LHC) での ATLAS 実験, CMS 実験において発見の報告がなされた [1, 2]。現在でも発見されたヒッグス粒子に関する種々の性質については、誤差の大きい測定や感度が低く検出に至っていない測定があるのは事実であるが、いずれにせよ標準模型の予言と無矛盾であり、これをもって標準模型の立証がなされたと言える。

しかしながら標準模型は完全に自然を説明することができない理論であるということもわかっている。例えば、宇宙の観測より存在が示唆される暗黒物質は標準模型に含まれる素粒子とは性質が一致しない。また、標準模型のヒッグス粒子については125 GeV という質量を実現するためには裸の質量と量子補正との間に絶妙な調整が必要となるファインチューニング問題がある。素粒子論における大きな目標の一つは標準模型を超える新しい理論を確立し、これらの問題を解決することである。

標準模型を超える新しい理論の有力な候補としての最小超対称標準模型 (Minimal Supersymmetric Standard Model, MSSM) は長らく研究の対象となっている。MSSM の大きな魅力はファインチューニング問題を解決できる点にある。標準模型においてヒッグス粒子の質量に対する輻射補正は2次発散する。例えば標準模型のカットオフスケールが大統一理論のスケール $\Lambda_{\text{GUT}} \sim 10^{16}$ GeV にあるならば、125 GeV のヒッグス粒子を説明するためには裸の質量と2次発散する輻射補正との32桁のファインチューニングが必要になる。一方、MSSM においてはヒッグス粒子の輻射補正に最も寄与する標準模型のトップクォークに加え、そのスーパーパートナーであるスカラートップも寄与する。これにより標準模型の場合に含まれていた2次発散は打ち消し合い、残る発散の中で最大のものは対数発散となる。しかし対数発散する項は超対称性を破る質量の2乗に比例するため、スカラートップの質量が重ければ重いほどチューニングが必要になる。例えばLHC実験でのスカラートップの直接探査による質量の下限はおおよそ $m_{\tilde{t}} \gtrsim 600$ GeV であり、MSSM の、自然にファインチューニング問題を解決できるという魅力は薄れつつある。本論文ではファインチューニング問題を理論的な指導原理としてきた今までの新物理に対するアプローチとは異なり、標準模型では説明できない

$a_\mu^{\text{Exp}} [10^{-10}]$	$\delta a_\mu = a_\mu^{\text{Exp}} - a_\mu^{\text{SM}} [10^{-10}]$
11659208.9 ± 6.3	26.1 ± 8.0 (3.3σ) [7]
	31.6 ± 7.9 (4.0σ) [8]
	33.5 ± 8.2 (4.1σ) [9]
	28.3 ± 8.7 (3.3σ) [10]
	29.0 ± 9.0 (3.2σ) [11]
	28.7 ± 8.0 (3.6σ) [12]

表 1.1: ミュー粒子異常磁気モーメントの測定値 (a_μ^{Exp}) と各研究グループによって見積もられた標準模型予言値との差 (δa_μ) .

実験結果をより深く追及することで新物理のあり方を探ることを試みる. そこで本論文では標準模型で説明のついていないミュー粒子異常磁気モーメントのずれによって動機付けられた模型について考察する.

荷電レプトンの異常磁気モーメント $a_\ell = (g_\ell - 2)/2$ は素粒子の性質を示す非常に重要な物理量であり, 実験, 理論の双方で高い精度の測定, 計算が行われている. 特に, 電子の異常磁気モーメント (a_e) については測定値 [3] と量子電磁力学 (Quantum Electrodynamics, QED) の予言値 [4] が非常に高い精度で一致していることが知られている. 一方, ミュー粒子異常磁気モーメント (a_μ) については測定値 [3] と標準模型の予言値 [5–12] を比較すると $3 - 4\sigma$ 程度の差があると複数の研究グループから報告されている (表 1.1) .

このミュー粒子異常磁気モーメントのずれから示唆される可能性は3つある. 第一にミュー粒子異常磁気モーメントの測定に誤りがある可能性, 第二にミュー粒子異常磁気モーメントの計算において誤りがある可能性, 第三に標準模型を超えた新しい物理が寄与している可能性がある. 第一の可能性については2006年にブルックヘブン国立研究所で測定されて以来, 他の実験的検証はなされていないので, 日本の大強度陽子加速器施設 (Japan Proton Accelerator Research Complex, J-PARC) やフェルミ国立加速器研究所で計画されている将来実験で独立に追試されることが期待されている. 第二の可能性についてはミュー粒子の異常磁気モーメントに対して強い相互作用の寄与があり, ハドロン模型の仮定による不確かさが大きいという問題がある. これに対して本研究では未発見の新たな素粒子がミュー粒子異常磁気モーメントに寄与している可能性を追求する. 本研究の意義は現在行われている LHC 実験などでミュー粒子異常磁気モーメントのずれに関する新模型や新粒子の検証可能性を明らかにすることで3つある可能性を限定できることにある.

特に本論文で取り扱う模型は標準模型に新しくゲージ相互作用を加えた模型である. 新た

なフェルミ粒子やスカラー粒子を導入することで, 前述した MSSM や新たに湯川相互作用を加えることでミュー粒子異常磁気モーメントを説明する研究も多く行われている [13–15]. この上でゲージ相互作用を考慮する理由は素粒子物理学の歴史上, 模型構築の中で中心的な役割を担ってきたためである.

標準模型において, 電弱ゲージ粒子, W^\pm 粒子および Z 粒子のミュー粒子異常磁気モーメントへの寄与は $a_\mu^{\text{EW}} = (15.4 \pm 0.2) \times 10^{-10}$ と見積もられる [6]. この寄与は報告されているミュー粒子異常磁気モーメントの標準模型予言値と測定値の差と同じオーダーである. すなわち, 新しいゲージ相互作用の結合定数が $\mathcal{O}(1)$ であり, かつミュー粒子異常磁気モーメントのずれが新しいゲージ粒子の量子効果に起因すると仮定するならば, その粒子は電弱スケール $\mathcal{O}(100)\text{GeV}$ の比較的軽い質量領域に存在しているべきである. この質量領域は LHC 実験によって到達可能な領域であるため, LHC 実験におけるミュー粒子異常磁気モーメントのずれに基づく新模型, 新粒子の現象論は非常に興味深い.

このような比較的軽い新しいゲージ粒子の電子や軽いクォークとの結合は LEP 実験や Tevatron 実験, LHC 実験での加速器における直接探査によって非常に強く制限されている [16–21]. 本研究ではこの強い制限に無矛盾, かつミュー粒子異常磁気モーメントへの寄与するために, ミュー粒子とは結合するが電子やクォークには結合しないフレーバーに依存するようなゲージ相互作用を考える. このようなゲージ相互作用の候補として $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性 [22–28] がある. $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性は新たにフェルミ粒子を加えることなくアノマリーが相殺可能であり, さらに, このようなゲージ対称性の拡張は標準模型を最小限に拡張する模型となっており非常に興味深い. ここで L_μ および L_τ はそれぞれミューレプトン数とタウレプトン数である. この模型では標準模型に新しいゲージ粒子 (以下 Z'' 粒子と呼ぶ) が加わるが, 第2世代と第3世代のレプトンのみと結合を持つために, 加速器実験における直接探査からの制限は非常に弱くなる. 本論文では標準模型に $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性を新たに課した模型を Z'' 模型と呼称し, その詳細について議論していく.

ミュー粒子異常磁気モーメントを新たなゲージ相互作用によって説明できる別の可能性として, $B - L$ ゲージ相互作用のように各フレーバーについてユニバーサルに結合する場合が考えられる. この場合には直接探査の制限にかからないような非常に小さな結合定数である必要があり, かつミュー粒子異常磁気モーメントに十分な寄与をもたらすためにはゲージ粒子の質量は大変小さくなくてはならない. 具体的な模型としてはダークフォトン模型 [29–31] がある. ダークフォトン模型は標準模型に新たに $U(1)_D$ 対称性を課す模型である. この模型の特徴的な点はミュー粒子を含む全ての標準模型粒子に新たな $U(1)_D$ チャージを割り当てないことで新たなゲージ粒子であるダークフォトンとの直接的な結合を与えないところである. 標準模型粒子との結合は量子効果によって誘発される $U(1)_Y$ との運動項の混合を介してのみ与えられるため, ダークフォトンはミュー粒子に限らず電子や軽いクォークともユニバーサ

ルに結合するも, その結合は極めて小さくなる. ダークフォトン模型は現在もその制限について精力的な研究 [32, 33] が行われている注目すべき新物理模型の一つと言える. 本論文において考察する Z'' 模型についても質量が極めて小さい領域についてはゲージ場の運動項の混合は重要であり, ダークフォトン模型と類似した部分も多くある. これより本論文ではダークフォトン模型についての現状を概観し, ダークフォトン模型への制限を Z'' 模型に適用することで, 許される模型のパラメータ領域を明らかにする.

本論文の構成は以下の通りである. まず次章で Z'' 模型の動機付けとなっているミュー粒子異常磁気モーメントの現状について概観する. 次に第 3 章で標準模型に $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性を導入し, Z'' 模型を具体的に構成する. 第 4 章ではミューオン異常磁気モーメントを説明する Z'' 模型のパラメータ領域を明らかにする. また, ゲージ結合定数が $\mathcal{O}(1)$ であれば Z'' 粒子の質量が電弱スケールにあると予想されるため電弱精密測定に Z'' 粒子が影響する可能性がある. この理由から電弱精密測定と無矛盾なパラメータ領域についても明らかにする. 第 5 章では第 4 章で明らかにしたミューオン異常磁気モーメントと電弱精密測定に対して適合度の良いパラメータの組に対して LHC 実験でどのように観測されるかを調べる. 特に Z'' 粒子の探査に有用な 4μ チャンネルと $2\mu 2\tau$ チャンネルについて詳細なシミュレーションを行う. 第 6 章では Z'' 模型の検証に有用なニュートリノトライデントプロダクションについて議論し, その制限が緩い Z'' 粒子の質量とゲージ結合定数が小さな領域について運動項の混合を含んだ場合の解析, 議論を行う. 最後に第 7 章にて結論を述べて本論文をまとめる.

第2章 ミュー粒子異常磁気モーメントの現状

本論文で取り扱う Z'' 模型はミュー粒子異常磁気モーメントの実験による測定値と標準模型予言値のずれに動機付けられている. 本章では新しい模型を考える根底となっているミュー粒子異常磁気モーメントについて改めてその現状を確認する.

2.1 場の理論における異常磁気モーメント

場の理論においてフェルミ粒子の異常磁気モーメントがどのように与えられるか概観する. 図2.1のように摂動の高次を全て取り込んだ有効バーテックス Γ^μ によるフェルミ粒子 f と古典的な電磁場 (外場) A_μ^{cl} との相互作用を考える. このとき S 行列要素は

$$\langle p' | iT | p \rangle = i\mathcal{M}(2\pi)\delta(p^0 - p'^0) = -ie\bar{u}(p')\Gamma^\mu(p', p)u(p)\tilde{A}_\mu^{\text{cl}}(p' - p), \quad (2.1)$$

となる. ここで \tilde{A}^{cl} は A^{cl} にフーリエ変換を施した事を表す. 一般に Γ^μ はローレンツの足を持つ $p^\mu, p'^\mu, \gamma^\mu$ とフェルミ粒子の質量 m , 定数 e を含む. また, Γ^μ にパリティ保存を要請すると $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ あるいは γ^5 は含まれない.

ローレンツ変換に対して Γ^μ はベクトルとして変換されるため, Γ^μ の構造は

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu \cdot A + (p'^\mu + p^\mu) \cdot B + (p'^\mu - p^\mu) \cdot C, \quad (2.2)$$

という形で書き表せる. ここで係数 A と B, C に \not{p}' や \not{p} が含まれていたとしても, ディラック方程式 $\bar{u}(p')\not{p}' = \bar{u}(p')m$, $\not{p}u(p) = mu(p)$ によって m に置くことができる. また $p' \cdot p$ についても運動量保存則から $q^2 = -2(p' \cdot p - m^2)$ で表すことができる. すなわち係数 A, B, C は q^2 と m のみで表されることがわかる. さらにワード-高橋恒等式 $q \cdot \Gamma = 0$ より

$$q_\mu \bar{u}(p')\Gamma^\mu u(p) = (m - m)A + (m^2 - m^2)B + (p'^\mu - p^\mu)^2 C = 0, \quad (2.3)$$

となるため $C = 0$ と決まる. 加えてゴルドン恒等式 $\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) = \bar{u}(p') \left[\frac{p'^\mu + p^\mu}{2m} + \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m} \right] u(p)$ を用いることによって $p'^\mu + p^\mu$ を $\sigma^{\mu\nu} q_\nu$ に置くことができる.

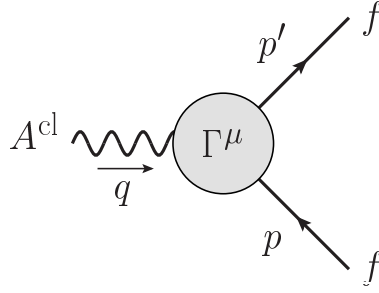


図 2.1: 摂動の高次を全て取り込んだ有効バーテックス Γ^μ によるフェルミ粒子 f と古典的な電磁場（外場） A_μ^{cl} との相互作用を表すファインマンダイアグラム.

以上の議論をまとめると有効バーテックス Γ^μ は形状因子 F_1 と F_2 を用いて

$$\Gamma^\mu(p', p) = \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m} F_2(q^2), \quad (2.4)$$

と表すことができる. ここで形状因子は q^2 を変数に持つ未知関数であるが, 摂動の最低次では $\Gamma^\mu = \gamma^\mu$ であるため形状因子は $F_1 = 1$, $F_2 = 0$ となる.

これらの形状因子と磁気モーメントとがどのように関連しているかを調べるために, ベクトルポテンシャルによる散乱を考える. すなわち $A_\mu^{\text{cl}} = (0, A^{\text{cli}})$ とすると散乱振幅は式 2.4 と式 2.1 より

$$i\mathcal{M} = ie\bar{u}(p') \left[\gamma^i F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{i\nu}q_\nu}{2m} F_2(q^2) \right] u(p) \tilde{A}^{\text{cli}}(\mathbf{q}), \quad (2.5)$$

と表すことができる. ここで非相対論的なフェルミ粒子の場合に $u(p)$ は 2 成分スピノール ξ を用いて

$$u(p) \simeq \sqrt{2} \begin{pmatrix} (1 - p^i \sigma^i / 2m) \xi \\ (1 + p^i \sigma^i / 2m) \xi \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

と近似できる. これより振幅は

$$i\mathcal{M}|_{q^2 \rightarrow 0} = -2ime\xi^{\dagger} \left(-\frac{1}{2m} \sigma^k [F_1(0) + F_2(0)] \right) \xi \left(-i\epsilon^{ijk} q^i \tilde{A}^{\text{clj}}(\mathbf{q}) \right), \quad (2.7)$$

となる. ここで $-i\epsilon^{ijk} q^i \tilde{A}^{\text{clj}}(\mathbf{q})$ は磁場 $B(\mathbf{x})$ をフーリエ変換したものに一致する. また \mathcal{M} はボルン近似の下でポテンシャルによるフェルミ粒子の散乱と解することができる. すなわち

$$V(\mathbf{x}) = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{x}), \quad (2.8)$$

と表せる. ここで $\boldsymbol{\mu}$ は

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{e}{m} [F_1(0) + F_2(0)] \boldsymbol{\xi}^\dagger \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2} \boldsymbol{\xi}, \quad (2.9)$$

であるが慣例的にフェルミ粒子のスピン \mathbf{s} とランダウの g 因子を用いて

$$\boldsymbol{\mu} = g_f \frac{e}{2m} \mathbf{s}, \quad (2.10)$$

と表現される. これよりランダウの g 因子は

$$g_f = 2 [F_1(0) + F_2(0)] = 2 + 2F_2(0), \quad (2.11)$$

というように形状因子によって表される. 異常磁気モーメントという場合には摂動の最低次からのずれを見るように,

$$a_f = \frac{g_f - 2}{2} = F_2(0), \quad (2.12)$$

と表される. すなわち摂動の任意の次数での異常磁気モーメントの計算はそのオーダーでの有効バーテックス Γ^μ を評価し形状因子 F_2 を求めることに対応する.

2.2 標準模型のミュー粒子異常磁気モーメント

新しい物理の探査において LHC 実験のように直接高いエネルギー領域にアプローチする方法は有用である. 一方, 高い精度の実験を行うことで標準模型の予言との差が確認できれば間接的な新しい物理の証拠となり得る. その高精度実験の代表的な例が電子の異常磁気モーメントとミュー粒子の異常磁気モーメントの測定である,

$$a_e^{\text{Exp}} = (11\,596\,521\,807.6 \pm 2.7) \times 10^{-13}, \quad (2.13)$$

$$a_\mu^{\text{Exp}} = (11\,659\,208.9 \pm 6.3) \times 10^{-10}. \quad (2.14)$$

例えば標準模型には含まれない新しい粒子が量子効果によって 1 ループレベルでフェルミ粒子の異常磁気モーメントに寄与するとき (図 2.2), その大きさは

$$\delta a_f^{\text{new}} \sim \frac{g_{\text{new}}^2}{16\pi^2} \frac{m_f^2}{m_{\text{new}}^2}, \quad (2.15)$$

と概算できる. ここで g_{new} は新しい粒子のフェルミ粒子に対する結合定数, m_f と m_{new} はそれぞれフェルミ粒子の質量と新しい粒子の質量である. もし g_{new} が $\mathcal{O}(1)$, m_{new} が $\mathcal{O}(1)$ TeV

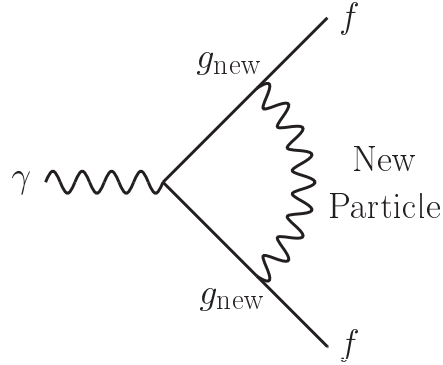


図 2.2: 新しい粒子が寄与するフェルミ粒子 f の異常磁気モーメントを表すファインマンダイアグラム.

の場合, 電子の異常磁気モーメントに対する寄与とミュー粒子の異常磁気モーメントに対する寄与はそれぞれ

$$\delta a_e^{new} \sim 10^{-15}, \quad \delta a_\mu^{new} \sim 10^{-10}, \quad (2.16)$$

と見積もられる. すなわち, このような新粒子の寄与を確認するためには現在の実験と同程度, あるいはそれ以上の精度で標準模型の計算がなされることが要求される. また電子とミュー粒子の質量の違いによってミュー粒子の異常磁気モーメントへの寄与は電子の異常磁気モーメントへの寄与よりも 5 桁程度大きくなることから, 新物理探索についてはミュー粒子の異常磁気モーメントの方が適している. 却って電子の異常磁気モーメントは電子が軽いため新物理の効果が小さく, 標準模型における寄与はほとんど光子のみであるため, 現代素粒子物理の基礎理論である QED の精密な検証に適しているといえる.

標準模型のミュー粒子の異常磁気モーメント $a_\mu(\text{SM})$ は光子と荷電レプトンの電子, ミュー粒子, タウ粒子が寄与する QED 部分 $a_\mu(\text{QED})$ と W^\pm 粒子や Z 粒子, ヒッグス粒子が寄与する部分 $a_\mu(\text{weak})$, ハドロンが寄与する部分 $a_\mu(\text{had.})$ に分けられる,

$$a_\mu(\text{SM}) = a_\mu(\text{QED}) + a_\mu(\text{weak}) + a_\mu(\text{had.}). \quad (2.17)$$

また, 図 2.3 に各部分の代表的なダイアグラムを示す.

これよりそれぞれの部分について概観していく. QED 部分は光子と荷電レプトンの寄与を含む. $a_\mu(\text{QED})$ の最低次はよく知られた光子が寄与するシュヴィンガー項 $\alpha/2\pi$ [34] である. ここで α は微細構造定数である. 現在このシュヴィンガー項から 5 ループまで計算が行われ

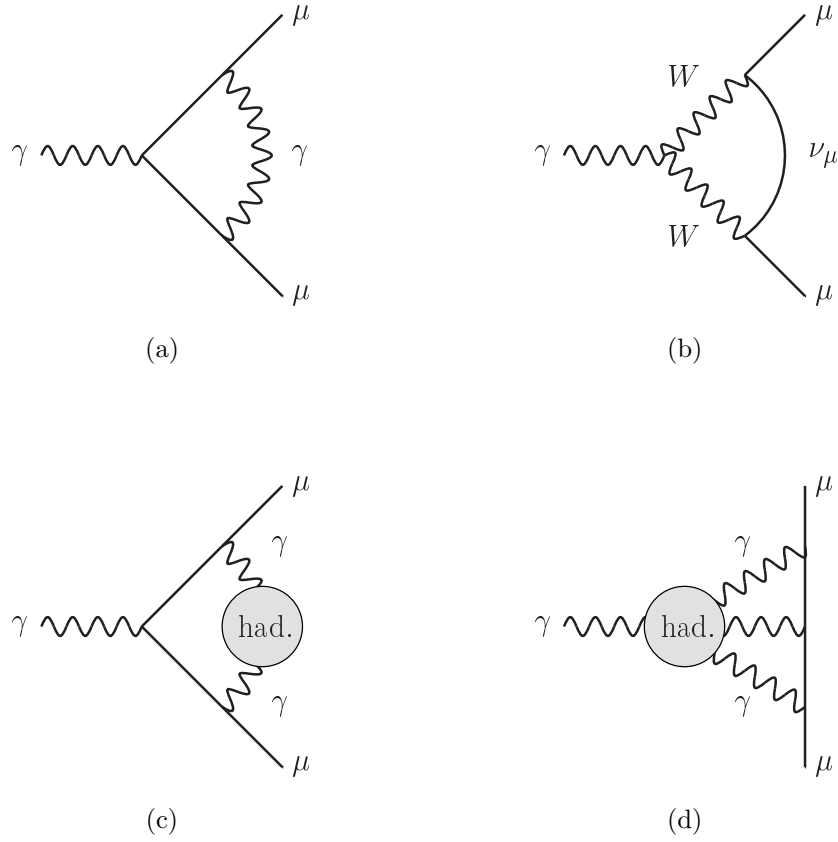


図 2.3: 標準模型のミュオン粒子の異常磁気モーメント $a_\mu(\text{SM})$ を構成するファインマンダイアグラムの代表例. 左上図 (a) は QED 部分 $a_\mu(\text{QED})$ の最低次 (シュヴィンガー項) を表す. 右上図 (b) は W^\pm 粒子が寄与する最低次を表す ($a_\mu(\text{weak})$ に含まれる). 左下図 (c) と右下図 (d) はハドロンが寄与するダイアグラム ($a_\mu(\text{had.})$ に含まれる). 特に左下図 (c) はハドロン真空偏極 (hadron vacuum polarization, HVP) を含み, 右下図 (d) は光光散乱 (light-by-light scattering, LBL) を含む.

ている [4, 5, 35–41],

$$\begin{aligned}
 a_\mu(\text{QED}) = & \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) + 0.765857425(17) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 + 24.05050996(32) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3 \\
 & + 130.8796(63) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^4 + 753.3(1.0) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^5 + \dots, \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

微細構造定数の値としてルビジウムの反跳速度から決められた

$$\alpha^{-1}(\text{Rb}) = 137.035999049(90), \quad (2.19)$$

を採用し [42, 43], $a_\mu(\text{QED})$ の値は

$$a_\mu(\text{QED}) \times 10^{11} = 116\,584\,718.95 \pm 0.08, \quad (2.20)$$

と求められている. ここで誤差は非常に小さく, 主たるものは α の不確かさに起因する.

次に W^\pm 粒子や Z 粒子, ヒッグス粒子が寄与する部分について概観していく. 先の $a_\mu(\text{QED})$ と大きく異なる点はループする粒子が W^\pm 粒子や Z 粒子, ヒッグス粒子であり, ミュー粒子と比べると非常に重い. このために, $a_\mu(\text{weak})$ は少なくとも $\frac{\alpha}{\pi} \frac{m_\mu^2}{m_W^2} \simeq 4 \times 10^{-9}$ で抑制される. 1ループのオーダーで $a_\mu(\text{weak})$ は [44–47]

$$\begin{aligned} a_\mu^{1\text{-loop}}(\text{weak}) &= \frac{G_F m_\mu^2}{8\sqrt{2}\pi^2} \left[\frac{5}{3} + \frac{1}{3}(1 - 4\sin^2\theta_W)^2 + \mathcal{O}\left(\frac{m_\mu^2}{m_W^2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_\mu^2}{m_H^2}\right) \right] \\ &= 194.8 \times 10^{-11}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

ここで m_μ と m_W, m_H はそれぞれミュー粒子と W^\pm 粒子, ヒッグス粒子の質量である. また, θ_W はワインバーグ角で $\sin^2\theta_W \simeq 0.223$, G_F はフェルミ定数で $G_F \simeq 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ である. より高次の項の2ループ補正は比較的大きな負の寄与であることが知られており [6, 48–54],

$$a_\mu^{2\text{-loop}}(\text{weak}) \times 10^{11} = -41.2 \pm 1.0, \quad (2.22)$$

と見積もられている. ここで誤差はクォークが三角形でループする寄与による. さらに3ループの寄与は対数で効くため, $\mathcal{O}(10^{-12})$ となり無視できることが知られている [55]. 1ループ, 2ループの寄与を足し合わせて W^\pm 粒子や Z 粒子, ヒッグス粒子が寄与する部分は

$$a_\mu(\text{weak}) \times 10^{11} = 153.6 \pm 1.0, \quad (2.23)$$

と求められている.

次にハドロンが寄与する部分について見ていく. 標準模型のミュー粒子の異常磁気モーメントの計算においてハドロンループは最も大きい理論誤差を与える. 現在, これらの効果は量子色力学 (Quantum Chromodynamics, QCD) の第一原理から計算されていない. 最低次 (α^2 のオーダー) でのハドロンの寄与は図 2.3(c) のハドロン真空偏極 (hadron vacuum polarization, HVP) の寄与である. 最低次の HVP の寄与 $a_\mu^{\text{LO}}(\text{HVP})$ は e^+e^- の散乱による断面積の測定から分散関係を用いて見積もられる [56],

$$a_\mu^{\text{LO}}(\text{HVP}) = \frac{1}{3} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \int_{m_\pi^2}^{\infty} ds \frac{K(s)}{s} \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{had.})(s)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)(s)}. \quad (2.24)$$

ここで $K(s)$ は QED カーネル関数 [57], $\sigma(e^+e^- \rightarrow X)(s)$ は重心エネルギー \sqrt{s} での $e^+e^- \rightarrow X$ の生成断面積を表す. 測定された断面積から最低次の HVP の寄与 $a_\mu^{\text{LO}}(\text{HVP})$ は,

$$a_\mu^{\text{LO}}(\text{HVP}) \times 10^{11} = 6\,923 \pm 42_{\text{Exp}} \pm 3_{\text{QCD}}, \quad (2.25)$$

と見積もられる [12]. 2つの誤差の内, 初めのは実験誤差によるものであり, 2つ目の誤差は QCD による誤差である. より高次の寄与 $a_\mu^{\text{NLO}}(\text{HVP})$ (α^3 のオーダー) は同様の $e^+e^- \rightarrow \text{had.}$ 断面積と分散関係から

$$a_\mu^{\text{NLO}}(\text{HVP}) \times 10^{11} = -98.4 \pm 0.6, \quad (2.26)$$

と見積もられている [58].

ハドロンが寄与する部分でも最も理論誤差の大きい寄与は図 2.3(d) のような光光散乱 (light-by-light scattering, LBL) によるものである. HVP と異なり観測量と関係付ける方法が無いため, 模型に依存する計算が行われている. ここでは複数の研究グループから報告された最近の結果を表 2.1 に列挙する.

$a_\mu(\text{LBL}) \times 10^{11}$	参考文献
105 ± 26	[58]
110 ± 40	[59]
136 ± 25	[60]

表 2.1: 各研究グループによって見積もられた LBL 過程のミュオン粒子の異常磁気モーメントへの寄与 $a_\mu(\text{LBL})$.

以上の寄与を足し合わせることによって標準模型のミュオン粒子の異常磁気モーメントは見積もられる (表 1.1). 各研究グループの差の大きな部分は LBL の寄与を見積もる際の模型が異なることによる. しかし各研究グループでそれぞれ値が異なるも, そろって 3σ 程度測定値とのずれがあることは標準模型を超える新しい素粒子模型を考えるのに十分な動機となる.

第3章 Z'' 模型

本章ではミューオンの異常磁気モーメントを説明する Z'' 模型についての詳細を述べる. まず標準模型にどのようにして $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性が導入されるかを議論したのち, 具体的にラグランジアンを構成する. 加えて, 右巻きニュートリノの取り扱いについても議論する.

3.1 $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性の導入

標準模型は $G_{\text{SM}} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ のゲージ対称性を持つゲージ理論である. 本研究ではミューオンの異常磁気モーメントを説明するために新しいゲージ対称性を導入し, 標準模型のゲージセクターを拡張する. 拡張するにあたり, ミューオンの異常磁気モーメントを説明するためには以下の条件を満たさねばならない.

条件 1 アノマリーが相殺される

条件 2 新しいゲージ粒子がミュー粒子と結合している

条件 3 新しいゲージ粒子の電子や軽いクォークとの結合は極めて小さい

条件 3 については加速器実験での直接探査における制限と無矛盾でなくてはならないためである.

まず条件 1 について考察する [61–63]. 新しく標準模型に $U(1)'$ ゲージ対称性を加える際, 全ての標準模型フェルミ粒子 f に対する $U(1)'$ チャージ z_f を表 3.1 のように割り当てると仮定する. なお以降の議論においては新たなフェルミ粒子は導入しないものとする.

アノマリーは完全対称な定数

$$D_{\alpha\beta\gamma} \equiv \text{tr}[\{T_\alpha, T_\beta\}T_\gamma], \quad (3.1)$$

に比例する. ここで T_α は各ゲージ群の表現であり, トレースはフェルミ粒子と反フェルミ粒子の空間を覆うように和をとるものである. アノマリーの相殺条件 $D_{\alpha\beta\gamma} = 0$ を具体的に書き

	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	$U(1)'$
$Q_{L,i}$	3	2	+1/6	z_{Q_i}
$(u_{R,i})^c$	$\bar{3}$	1	-2/3	$z_{u_i^c}$
$(d_{R,i})^c$	$\bar{3}$	1	+1/3	$z_{d_i^c}$
L_i	1	2	-1/2	z_{L_i}
$(e_{R,i})^c$	1	1	+1	$z_{e_i^c}$
$(\nu_{R,i})^c$	1	1	0	$z_{\nu_i^c}$

表 3.1: $U(1)'$ ゲージ対称性の下でのチャージの割り当て. なおフェルミ粒子については全て左巻きの基底での表記である.

下すと,

$$[SU(3)^2 U(1)'] : 0 = \sum_{i=1}^3 (2z_{Q_i} + z_{u_i^c} + z_{d_i^c}), \quad (3.2)$$

$$[SU(2)^2 U(1)'] : 0 = \sum_{i=1}^3 (3z_{Q_i} + z_{L_i}), \quad (3.3)$$

$$[U(1)_Y^2 U(1)'] : 0 = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{6} z_{Q_i} + \frac{4}{3} z_{u_i^c} + \frac{1}{3} z_{d_i^c} + \frac{1}{2} z_{L_i} + z_{e_i^c} \right), \quad (3.4)$$

$$[\text{global } U(1)'] : 0 = \sum_{i=1}^3 (6z_{Q_i} + 3z_{u_i^c} + 3z_{d_i^c} + 2z_{L_i} + z_{e_i^c} + z_{\nu_i^c}), \quad (3.5)$$

$$[U(1)^2 U(1)_Y] : 0 = \sum_{i=1}^3 (z_{Q_i}^2 - 2z_{u_i^c}^2 + z_{d_i^c}^2 - z_{L_i}^2 + z_{e_i^c}^2), \quad (3.6)$$

$$[U(1)^3] : 0 = \sum_{i=1}^3 (6z_{Q_i}^3 + 3z_{u_i^c}^3 + 3z_{d_i^c}^3 + 2z_{L_i}^3 + z_{e_i^c}^3 + z_{\nu_i^c}^3). \quad (3.7)$$

となる. これらの方程式は多くのフリーパラメータを含み, さらに非線形な方程式も存在し複雑であるため仮定を置いて連立方程式を解く. ここでは各チャージがバリオン数 B , 各フレーバーのレプトン数 $L_{e,\mu,\tau}$ の線形結合 $xB + y_1 L_e + y_2 L_\mu + y_3 L_\tau$ であることを仮定する. すなわち, チャージ z_f は

$$z_{Q_i} = -z_{u_i^c} = -z_{d_i^c} = xB = \frac{x}{3}, \quad (3.8)$$

$$z_{L_i} = -z_{e_i^c} = -z_{\nu_i^c} = y_i L_i = y_i, \quad (3.9)$$

x	y_1	y_2	y_3	$xB + y_1L_e + y_2L_\mu + y_3L_\tau$
1	-3	0	0	$B - 3L_e$ 対称性
1	0	-3	0	$B - 3L_\mu$ 対称性
1	0	0	-3	$B - 3L_\tau$ 対称性
0	1	-1	0	$L_e - L_\mu$ 対称性
0	1	0	-1	$L_e - L_\tau$ 対称性
0	0	1	-1	$L_\mu - L_\tau$ 対称性

表 3.2: アノマリーが相殺される $U(1)'$ ゲージ対称性のパターン. B はバリオン数, $L_{e,\mu,\tau}$ はそれぞれ第 1, 第 2, 第 3 世代のレプトン数を表す.

と表される. この仮定の下で各方程式を簡略化すると式 3.2, 3.5, 3.6, 3.7 は自明な結果となり, 式 3.3, 3.4 から非自明な関係として,

$$\sum_{i=1}^3 \left(3 \times \frac{x}{3} + y_i \right) = 3x + y_1 + y_2 + y_3 = 0, \quad (3.10)$$

というアノマリー相殺の条件が得られる. 条件式 3.10 よりアノマリーが相殺されるゲージ対称性の具体的なパターンを表 3.2 にまとめた.

以上の結果と条件 2 を併せて考えると, $B - L_\mu$ ゲージ対称性と $L_e - L_\mu$ ゲージ対称性, $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性が合致する. さらに条件 3 を鑑みると $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性のみが合致することがわかる.

3.2 Z'' 模型の構造

Z'' 模型のくりこみ可能なラグランジアンは次のように記述できる.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} - \frac{1}{4} Z''_{\mu\nu} Z''^{\mu\nu} - \frac{\sin \chi}{2} Z''_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_{Z''}^2 Z''_\mu Z''^\mu - g_{Z''} \sum_{i=\mu,\tau,\nu_\mu,\nu_\tau} Q_i'' \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i Z''_\mu, \quad (3.11)$$

ここで \mathcal{L}_{SM} は標準模型のラグランジアン, $g_{Z''}$ はゲージ結合定数であり Q_i'' はフェルミ粒子 i の $U(1)_{L_\mu - L_\tau}$ チャージである. 各粒子に対する Q_i'' の値は表 3.3 にまとめた. さらに Z'' 場のフィールドストレングスは $Z''_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu Z''_\nu - \partial_\nu Z''_\mu$, もとより標準模型に含まれている $U(1)_Y$ のフィールドストレングスを $B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ と定義する. $\sin \chi$ は標準模型の $U(1)_Y$ と新たに加えた $U(1)_{L_\mu - L_\tau}$ ゲージ場の運動項の混合を表すパラメータである. また, $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性は自発的に破れているものと仮定し, Z'' 粒子は質量 $m_{Z''}$ を持つものとする.

粒子	$(\nu_{\mu L}, \mu_L)$	$(\nu_{\tau L}, \tau_L)$	$(\mu_R)^c$	$(\tau_R)^c$	その他
$L_\mu - L_\nu$ チャージ	+1	-1	-1	+1	0

表 3.3: $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性の下でのチャージの割り当て. なおフェルミ粒子については全て左巻きの基底での表記である.

すなわち Z'' 模型は標準模型のパラメータを除くと, ゲージ結合定数 $g_{Z''}$ と Z'' 粒子の質量 $m_{Z''}$, 運動項の混合 $\sin \chi$ の 3 つのフリーパラメータのみで記述される.

一般に Z'' 粒子は他の中性ゲージ粒子である光子や Z 粒子と混合するため, $\sin \chi$ は有限な値を持つ. しかし大統一理論などのより高エネルギーの物理を考えたときに模型の $U(1)_Y$ あるいは $U(1)_{L_\mu - L_\tau}$ がより大きな群の破れに伴って誘発されるものと考えられる, このような $U(1)$ の混合は対称性によって禁じられ, 非常に小さな効果であると考えられる [26]. 以降 LHC 実験の現象論を議論するにあたり, この効果は無視できるものとして扱う. しかしながらダークフォトン模型や Z'' 模型でも $m_{Z''}$ が非常に小さな領域ではこの混合の効果が重要になる場合がある. これらは次セクションで詳細に議論していく.

3.3 運動項の混合 (kinetic mixing)

序章で述べたように, 新しいゲージ相互作用によってミュー粒子の異常磁気モーメントを説明する可能性の一つとしてダークフォトン模型を挙げた. ダークフォトン模型に含まれる新しいゲージ粒子, ダークフォトンはこの運動項の混合を通じてのみ標準模型粒子と結合する.

これより先の議論では, 新しくゲージ相互作用を標準模型に加えたときに運動項の混合の効果がどのように現れるかということを確認するため, ラグランジアンを立ててそのフォーマリズムを構築していく.

3.3.1 フォーマリズム

ここでは $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ に限らず一般に新しいゲージ相互作用として $U(1)'$ を導入して考察する. $U(1)_{\text{EM}}$ まで破れた模型のラグランジアンは,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \mathcal{L}_{Z'} + \mathcal{L}_{\text{mix}}, \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{SM}} = & -\frac{1}{4}\hat{B}_{\mu\nu}\hat{B}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\hat{W}_{\mu\nu}^a\hat{W}^{a\mu\nu} + \frac{1}{2}\hat{M}_Z^2\hat{Z}_\mu\hat{Z}^\mu \\ & - \hat{e} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \left(\frac{1}{\hat{c}_W} (Y_L^i P_L + Y_R^i P_R) \hat{B}_\mu + \frac{1}{\hat{s}_W} P_L T^a \cdot \hat{W}_\mu^a \right) \psi_i, \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\mathcal{L}_{Z'} = -\frac{1}{4}\hat{Z}'_{\mu\nu}\hat{Z}'^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\hat{M}_{Z'}^2\hat{Z}'_\mu\hat{Z}'^\mu - \frac{\hat{g}'}{2} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu (f_V^i - f_A^i \gamma^5) \psi_i \hat{Z}'_\mu, \quad (3.14)$$

$$\mathcal{L}_{\text{mix}} = -\frac{\sin \chi}{2}\hat{Z}'_{\mu\nu}\hat{B}^{\mu\nu} - \frac{\sin \kappa \cos \chi}{2}\hat{Z}'_{\mu\nu} \left(\partial^\mu \hat{W}^{3\nu} - \partial^\nu \hat{W}^{3\mu} \right) + \delta \hat{M}^2 \hat{Z}'_\mu \hat{Z}'^\mu, \quad (3.15)$$

と書き下すことができる. ただし簡潔のため標準模型のラグランジアン \mathcal{L}_{SM} は QCD 部分とスカラーポテンシャルについては省いた. ここで $\hat{B}_{\mu\nu}$ と $\hat{W}_{\mu\nu}^a$, $\hat{Z}'_{\mu\nu}$ はそれぞれ $U(1)_Y$ と $SU(2)_L$, $U(1)'$ のフィールドストレングスで \hat{B}_μ は $U(1)_Y$ に, \hat{W}_μ^a は $SU(2)_L$ に, \hat{Z}'_μ は $U(1)'$ に含まれるゲージ場である. また \hat{s}_W , \hat{c}_W はワインバーグ角を $\hat{\theta}_W$ を用いて $\sin \hat{\theta}_W$, $\cos \hat{\theta}_W$ で定義されるパラメータ, f_V^i , f_A^i は, それぞれ \hat{Z}' 場が結合するベクトルカレント, 軸性ベクトルカレントに対するチャージである.

ラグランジアンに含まれる項, $-\frac{\sin \kappa \cos \chi}{2}\hat{Z}'_{\mu\nu}(\partial^\mu \hat{W}^{3\nu} - \partial^\nu \hat{W}^{3\mu})$ は $SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)'$ の対称性を保つラグランジアンには現れない. この \hat{Z}' 場と \hat{W}^3 場の運動項の混合は $SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)' \rightarrow U(1)_{\text{EM}}$ まで対称性が破れたときに量子効果として現れ, 有限の寄与を与え得る. ここでは後の利便性のため, 運動項の混合をあらかじめ有効演算子としてラグランジアンに組み入れた.

まず \hat{B}_μ と \hat{W}_μ^3 , \hat{Z}'_μ について一般線型変換 (GL(3, \mathbb{R}) 変換) を施し, ゲージ場の運動項を対角化する,

$$\begin{pmatrix} \hat{B}_\mu \\ \hat{W}_\mu^3 \\ \hat{Z}'_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{\tan \chi}{\cos \kappa} \\ 0 & 1 & -\tan \kappa \\ 0 & 0 & \frac{1}{\cos \chi \cos \kappa} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \\ Z'_\mu \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

GL(3, \mathbb{R}) 変換後のラグランジアンはゲージ粒子の 3 点結合と 4 点結合, およびフェルミ粒子

とゲージ粒子との結合が修正され,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}Z'_{\mu\nu}Z'^{\mu\nu} \\
& + \frac{\hat{e} \tan \kappa}{2\hat{c}_W} \{ (W_\mu^2 Z'_\nu - W_\nu^2 Z'_\mu) W^{1\mu\nu} + (Z'_\mu W_\nu^1 - Z'_\nu W_\mu^1) W^{2\mu\nu} + (W_\mu^1 W_\nu^2 - W_\nu^1 W_\mu^2) Z'^{\mu\nu} \} \\
& - \frac{\hat{e}^2 \tan^2 \kappa}{4\hat{c}_W^2} \{ (W_\mu^2 Z'_\nu - W_\nu^2 Z'_\mu)^2 + (Z'_\mu W_\nu^1 - Z'_\nu W_\mu^1)^2 \} \\
& - \hat{e} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \left(\frac{1}{\hat{c}_W} (Y_L^i P_L + Y_R^i P_R) B_\mu + \frac{1}{\hat{s}_W} P_L T^a \cdot W_\mu^a \right) \psi_i \\
& + \hat{e} \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{1}{\hat{c}_W} (Y_L^i P_L + Y_R^i P_R) \psi_i Z'_\mu + \hat{e} \tan \kappa \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{1}{\hat{s}_W} P_L T_3^i \psi_i Z'_\mu \\
& - \frac{\hat{g}'}{2 \cos \chi \cos \kappa} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu (f_V^i - f_A^i \gamma^5) \psi_i Z'_\mu + \frac{\hat{M}_Z^2}{2} \begin{pmatrix} B_\mu & W_\mu^3 & Z'_\mu \end{pmatrix} R \begin{pmatrix} B^\mu \\ W^{3\mu} \\ Z'^\mu \end{pmatrix} \quad (3.17)
\end{aligned}$$

となる. ここで $\hat{M}_Z^2 R$ は中性ゲージ粒子の質量行列であり, $x' \equiv \hat{M}_{Z'}^2 / \hat{M}_Z^2$, $x_\delta \equiv \delta \hat{M}^2 / \hat{M}_Z^2$ としたときに

$$R = \begin{pmatrix} \hat{s}_W^2 & -\hat{c}_W \hat{s}_W & R_{13} \\ -\hat{c}_W \hat{s}_W & \hat{c}_W^2 & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

$$R_{13} = R_{31} = -\hat{s}_W^2 \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} + \hat{c}_W \hat{s}_W \tan \kappa - \frac{x_\delta \hat{s}_W}{\cos \chi \cos \kappa}, \quad (3.19)$$

$$R_{23} = R_{32} = \hat{c}_W \hat{s}_W \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} - \hat{c}_W^2 \tan \kappa + \frac{x_\delta \hat{c}_W}{\cos \chi \cos \kappa}, \quad (3.20)$$

$$R_{33} = -R_{13} \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} - R_{23} \tan \kappa + \frac{x_\delta}{\cos \chi \cos \kappa} \left(\hat{s}_W \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} - \hat{c}_W \tan \kappa \right) + \frac{x'}{\cos^2 \chi \cos^2 \kappa}, \quad (3.21)$$

と表される. ラグランジアンに含まれるハット付きのパラメータ \hat{e} 及び \hat{c}_W, \hat{s}_W とよく測定されている物理的な素電荷やワインバーグ角との関係を明らかにするために, 中性ゲージ粒子を物理的な基底に変換して質量行列を対角化する. 対角化は次の直交行列 O によってなされる,

$$O = \begin{pmatrix} \hat{c}_W & -\hat{s}_W & 0 \\ \hat{s}_W & \hat{c}_W & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{pmatrix}, \quad (3.22)$$

$$\begin{pmatrix} A^\mu \\ Z_1^\mu \\ Z_2^\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \xi & \sin \xi \\ 0 & -\sin \xi & \cos \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \\ Z'^\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \hat{c}_W & \hat{s}_W & 0 \\ -\hat{s}_W & \hat{c}_W & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^\mu \\ W^{3\mu} \\ Z'^\mu \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

対角化された質量行列の非対角成分がゼロという条件より混合角 ξ は

$$\tan 2\xi = \frac{2 \cos \chi \cos \kappa (\hat{s}_W \sin \chi - \hat{c}_W \cos \chi \sin \kappa + x_\delta)}{\cos^2 \chi \cos^2 \kappa + \{(\hat{s}_W \sin \chi - \hat{c}_W \cos \chi \sin \kappa)^2 + 2x_\delta(\hat{s}_W \sin \chi - \hat{c}_W \cos \chi \sin \kappa) + x'^2\}} \quad (3.24)$$

と求まり, 対角成分, すなわち Z_1 と Z_2 の質量がそれぞれ M_{Z_1} , M_{Z_2} であることからラグランジアンのパラメータ \hat{M}_Z と物理的なパラメータに以下の関係が成り立つことがわかる,

$$\hat{M}_Z^2 = M_{Z_1}^2 \left\{ 1 + \sin^2 \xi \left(\frac{M_{Z_2}^2}{M_{Z_1}^2} - 1 \right) \right\}. \quad (3.25)$$

物理的な基底である光子 A とフェルミ粒子との相互作用は

$$-\hat{e} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \{ (Y_L^i + T_3^i) P_L + Y_R^i P_R \} \psi_i A_\mu = -\hat{e} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu Q^i \psi_i A_\mu \quad (3.26)$$

と電荷 Q を用いて表される. これより \hat{e} は通常用いられる素電荷 $e = \sqrt{4\pi\alpha}$ と同一視することができ. また, Z_1 粒子を標準模型における Z 粒子とみなす場合に, ワインバーグ角は

$$s_W^2 c_W^2 = \frac{\pi\alpha(M_{Z_1})}{\sqrt{2}G_F M_{Z_1}^2} \quad (3.27)$$

と評価できる. これに加えてハット付のパラメータについて

$$\hat{s}_W^2 \hat{c}_W^2 = \frac{\pi\alpha(\hat{M}_Z)}{\sqrt{2}G_F \hat{M}_Z^2} \quad (3.28)$$

が成立するならば

$$s_W c_W M_{Z_1} = \hat{s}_W \hat{c}_W \hat{M}_Z \quad (3.29)$$

という恒等式が成り立つ. この恒等式と式 3.25 よりハット付のパラメータで記述されたラグランジアンを物理的なパラメータで表す. 中性ゲージ粒子の質量混合角 ξ が小さいと仮定し展開すると, Z_1 粒子とフェルミ粒子との相互作用は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z_1} = & - \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{e}{2s_W c_W} \left[1 + \frac{\xi^2}{2} \left(\frac{M_{Z_2}^2}{M_{Z_1}^2} + 1 \right) + \xi \left(s_W \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} - c_W \tan \kappa \right) \right] \\ & \times \{ (T_3^i - 2Q^i s_*^2 + \xi \tilde{f}_V^i) - (T_3^i + \xi \tilde{f}_A^i) \gamma^5 \} \psi_i Z_{1\mu}, \end{aligned} \quad (3.30)$$

となる. ここで, ラグランジアンに含まれるパラメータ $\tilde{f}_{V,A}^i$ と s_*^2 は以下で定義する.

$$\tilde{f}_{V,A}^i \equiv \frac{\hat{g}' s_W c_W}{e \cos \chi \cos \kappa} f_{V,A}^i, \quad (3.31)$$

$$s_*^2 \equiv s_W^2 + c_W^2 s_W \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} \xi + c_W s_W^2 \tan \kappa \xi - \frac{c_W^2 s_W^2}{c_W^2 - s_W^2} \left(\frac{M_{Z_2}^2}{M_{Z_2}^2} - 1 \right) \xi^2. \quad (3.32)$$

物理的なパラメータでラグランジアンを記述する際に Z_1 粒子を観測されている 91 GeV の中性ゲージ粒子と同一視した. この Z_1 粒子とフェルミ粒子の相互作用について模型に依存しない部分, すなわち $\hat{g}' \rightarrow 0$ としたときにペスキ-竹内の S, T, U パラメータを用いた有効ラグランジアン [64–69] のフォーマリズムで記述すると,

$$\mathcal{L}_{Z_1} = - \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{e}{2s_W c_W} \left(1 + \frac{\alpha T}{2} \right) \{ (T_3^i - 2Q^i s_*^2) - T_3^i \gamma^5 \}, \quad (3.33)$$

$$s_*^2 = s_W^2 + \frac{1}{c_W^2 - s_W^2} \left(\frac{1}{4} \alpha S - c_W^2 s_W^2 \alpha T \right), \quad (3.34)$$

と記述できる. すなわちツリーレベルの S, T パラメータは標準模型と比べ

$$\alpha S = 4\xi \left(c_W^2 s_W \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} - c_W s_W^2 \tan \kappa \right), \quad (3.35)$$

$$\alpha T = 2\xi \left(s_W \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} - c_W \tan \kappa \right) + \xi^2 \left(\frac{M_{Z_2}^2}{M_{Z_2}^2} - 1 \right), \quad (3.36)$$

の修正を受ける.

同様にして Z_2 粒子とフェルミ粒子との相互作用は

$$\mathcal{L}_{Z_2} = - \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{e}{2s_W c_W} \left[\tilde{f}_V^i + \tilde{s} (T_3^i - 2Q^i) \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} - \tilde{c} T_3^i \tan \kappa - (T_3^i - 2Q^i s_*^2) \xi \right. \\ \left. - \left\{ \tilde{f}_A^i + \tilde{s} T_3^i \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} - \tilde{c} T_3^i \tan \kappa - T_3^i \xi \right\} \gamma^5 \right] \psi_i Z_{2\mu}, \quad (3.37)$$

と表される. ここで, ラグランジアンに含まれるパラメータ \tilde{s} と \tilde{c} は前述の S および T を用いて,

$$(\tilde{s}, \tilde{c}) \equiv (s_W, c_W) + \frac{(s_W^3, c_W^3)}{c_W^2 - s_W^2} \left(\frac{1}{4c_W^2} \frac{s_{2W} \tan \chi \cos \kappa - 2c_W^2 \tan \kappa}{s_{2W} \tan \chi \cos \kappa - 2s_W^2 \tan \kappa} \alpha S - \frac{1}{2} \alpha T \right), \quad (3.38)$$

と定義される.

3.3.2 ダークフォトン模型の例

ダークフォトン模型は新しいゲージ相互作用によってミュー粒子の異常磁気モーメントを説明する模型としてよく知られている. ただし, $L_\mu - L_\tau$ ゲージ相互作用のように, 新しいゲージ粒子であるダークフォトンにはミュー粒子と直接結合しない. ダークフォトン模型は標準模型に新しく $U(1)_D$ 対称性を課すが, 標準模型粒子には $U(1)_D$ のチャージを割り当てず, ダークフォトンには $U(1)_Y$ との運動項の混合を介してのみ標準模型粒子と相互作用する. 原理的にこの運動項の混合が小さな理由はない. しかし, $U(1)_Y$ あるいは $U(1)_D$ がより大きな群から導かれるものと仮定すると, その対称性の下でのラグランジアンには $U(1)$ の運動項の混合は禁止される. これを踏まえて, ダークフォトン模型の運動項の混合は $\mathcal{O}(1)$ よりも十分に小さいものとして議論する.

ラグランジアンとミュー粒子異常磁気モーメント

前セクションで与えたラグランジアンを用いると, 上記の仮定は $\sin \chi \ll 1$ と表すことができる. 一方で $U(1)_D$ のゲージ場と \hat{W}^3 場の混合は 1 ループレベルの量子効果によってもたらされる. ループするフェルミ粒子と $U(1)_D$ のゲージ粒子との結合はおよそ $\sin \chi$ 程度となり, さらに 1 ループの抑制がかかるため $U(1)_D$ のゲージ場と \hat{W}^3 場の混合は無視できるほど小さくなる.

以上からダークフォトン模型のラグランジアンを改めて記述すると,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \mathcal{L}_{A_D} + \mathcal{L}_{\text{mix}}, \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{SM}} = & -\frac{1}{4} \hat{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \hat{W}_{\mu\nu}^a \hat{W}^{a\mu\nu} + \frac{1}{2} \hat{M}_Z^2 \hat{Z}_\mu \hat{Z}^\mu \\ & - \hat{e} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \left(\frac{1}{\hat{c}_W} (Y_L^i P_L + Y_R^i P_R) \hat{B}_\mu + \frac{1}{\hat{s}_W} P_L T^a \cdot \hat{W}_\mu^a \right) \psi_i, \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\mathcal{L}_{A_D} = -\frac{1}{4} \hat{A}_{D\mu\nu} \hat{A}_D^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \hat{M}_{A_D}^2 \hat{A}_{D\mu} \hat{A}_D^\mu, \quad (3.41)$$

$$\mathcal{L}_{\text{mix}} = -\frac{\sin \chi}{2} \hat{A}_{D\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} + \delta \hat{M}^2 \hat{A}_{D\mu} \hat{Z}^\mu, \quad (3.42)$$

と与えられる. ここで $\hat{A}_{D\mu}$ と $\hat{A}_{D\mu\nu}$ それぞれは $U(1)_D$ のゲージ場とフィールドストレングスである. 前セクションで議論したときと同様にして物理的なパラメータで相互作用を書き下す. 特にダークフォトン A_D とミュー粒子との結合は

$$\mathcal{L}_{A_D} = -\bar{\psi}_\mu \gamma^\mu \frac{e}{2s_W c_W} \left[\tilde{s}(T_3^\mu - 2Q^\mu) \tan \chi - (T_3^\mu - 2Q^\mu s_*^2) \xi - \{ \tilde{s} T_3^\mu \tan \chi - T_3^\mu \xi \} \gamma^5 \right] \psi_\mu A_{D\mu}, \quad (3.43)$$

と与えられる. ここで s_*^2 と \tilde{s} は

$$s_*^2 = s_W^2 + c_W^2 s_W \xi \tan \chi - \frac{c_W^2 s_W^2}{c_W^2 - s_W^2} \xi^2 \left(\frac{M_{A_D}^2}{M_Z^2} - 1 \right), \quad (3.44)$$

$$\tilde{s} = s_W - \frac{1}{2} \frac{s_W^3}{c_W^2 - s_W^2} \xi^2 \left(\frac{M_{A_D}^2}{M_Z^2} - 1 \right), \quad (3.45)$$

となる. ダークフォトン模型のパラメータはダークフォトンの質量 M_{A_D} と運動項の混合を表す χ , ゲージ粒子の質量混合角 ξ の3つである. 特に $U(1)_D$ を破るスカラー粒子が標準模型のチャージを持たず, かつ $SU(2)_L \times U(1)_Y$ を破るヒッグス粒子が $U(1)_D$ のチャージを持たなければ質量混合 $\delta\hat{M}$ は0となり, 質量混合角 ξ と運動項の混合を表す χ に以下の関係が付く.

$$\begin{aligned} \tan 2\xi &\simeq \frac{2\hat{s}_W \tan \chi}{1 - \hat{s}_W^2 \tan^2 \chi}, \\ \xi &\simeq s_W \sin \chi, \end{aligned} \quad (3.46)$$

ここで $\sin \chi \ll 1$ および $\hat{M}_{A_D}^2 \ll \hat{M}_Z^2$ とした. 以上よりダークフォトンとフェルミ粒子の相互作用は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{A_D} &= e c_W \sin \chi \bar{\psi}_i \gamma^\mu Q^i \psi_i A_{D\mu}, \\ &= e \epsilon J_{\text{EM}}^\mu A_{D\mu}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

と簡潔に表される. ここで ϵ は $c_W \sin \chi$ であり, 利便性のため以後ダークフォトン模型の運動項の混合を表すパラメータには ϵ を用いる. このとき, ミュー粒子異常磁気モーメントは

$$\delta a_\mu = \frac{\alpha}{2\pi} \epsilon^2 \int_0^1 dz \frac{2z(1-z)^2}{(1-z)^2 + \frac{m_{A_D}^2}{m_\mu^2} z}, \quad (3.48)$$

となる.

ダークフォトン模型への制限

ダークフォトンの質量が $m_{A_D} > 1 \text{ MeV} \sim 2m_e$ の場合, ダークフォトンは標準模型の荷電粒子など (例えば e^+e^- や $\mu^+\mu^-$, $\pi^+\pi^-$) に崩壊することができる. このようなダークフォトンは電子あるいは陽子を固定ターゲットに入射する実験や e^+e^- コライダー実験による直接探査などによって制限を受ける. 以下に代表的なダークフォトン探査実験の例を挙げる.

ビームダンプ実験

電子あるいは陽子のビームダンプ実験において、高強度のビームを固定ターゲットにダンプさせる実験はダークフォトンの弱い相互作用を探るために必要な高いルミノシティを作り出す。ターゲットの中でビーム内の粒子が散乱するとき、通常的光子が制動放射されるように、ダークフォトンも運動項の混合を介して放射される。よくブーストされたダークフォトンに入射ビームのエネルギーの多くを持ち去り、ビーム軸に対して小さな角度で前方に放出される。このため検出器は標準模型バックグラウンドを抑えるためにビーム方向前方に十分長くシールドされた状態で設置される。ダークフォトンが相互作用が弱いこのシールドを通り、荷電レプトンへと崩壊するとき検出される。このときダークフォトンの崩壊長は $\mathcal{O}(\text{cm} - \text{m})$ でなければ検出器の内部で崩壊しないため観測されない。このような崩壊長を持つダークフォトンは質量にして $2m_e - \mathcal{O}(100)$ MeV 程度で運動項の混合はとても小さい ($10^{-7} \lesssim \epsilon \lesssim 10^{-3}$)。すなわちこのパラメータ領域がビームダンプ実験におけるダークフォトン模型の探査領域となる。

電子-陽電子コライダー実験

Bファクトリーに代表されるような高いルミノシティの e^+e^- コライダー実験は世界各地で行われており、それぞれに異なる重心エネルギーで膨大な量のデータを供給し続けている。このような大量のデータは次のような過程でダークフォトン探査に活かされている。

- 光子と対で生成されたダークフォトンがレプトン対へと崩壊する過程 $e^+e^- \rightarrow \gamma A_D, A_D \rightarrow \ell^+\ell^-$ ($\ell = e, \mu$) [29].
- ダークフォトン模型に含まれる新しいスカラー粒子 h_D とダークフォトンが随伴生成する過程。この新しいスカラー粒子は標準模型におけるヒッグス機構のように $U(1)_D$ を破るために導入される。スカラー粒子がダークフォトンに崩壊できる場合 ($m_{h_D} \geq 2m_{A_D}$)、 $e^+e^- \rightarrow A_D h_D \rightarrow 3A_D, A_D \rightarrow \ell^+\ell^-, \pi^+\pi^-$ のイベントが生じる。一方でスカラー粒子がダークフォトンに崩壊できない場合には $e^+e^- \rightarrow A_D h_D \rightarrow \ell^+\ell^- + \text{消失エネルギー}$ のイベントが生じ得る。
- メソンの崩壊において輻射的にダークフォトンが生成される過程。ダークフォトンに伴うメソン崩壊の崩壊分岐比は e^2 で抑制される [70].

超新星爆発の観測による制限

超新星爆発の際に一度ダークフォトンのような相互作用の弱い粒子が生成されると、そのような粒子は超新星爆発のエネルギーを持ち去り冷却を早める。一方で超新星爆発のエネルギー損失は超新星爆発由来のニュートリノを観測することによって見積もられており、これによってダークフォトンの相互作用の強さと質量について制限が与えられる [71].

ダークフォトン模型に対するこれらの実験的制限をまとめたものを図 6.4 に示す。

3.3.3 運動項の混合を含んだ場合の Z'' 模型の構造

Z'' 模型の現象論を議論する際、運動項の混合については無視できるものとして取り扱うが、特に質量や結合定数が小さい領域については、ダークフォトン模型のように運動項の混合の効果が重要になり得る。

ゲージ場の運動項の混合を含めた Z'' 模型のラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \mathcal{L}_{Z''} + \mathcal{L}_{\text{mix}}, \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{SM}} = & -\frac{1}{4}\hat{B}_{\mu\nu}\hat{B}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\hat{W}_{\mu\nu}^a\hat{W}^{a\mu\nu} + \frac{1}{2}\hat{M}_Z^2\hat{Z}_\mu\hat{Z}^\mu \\ & - \hat{e} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \left(\frac{1}{\hat{c}_W} (Y_L^i P_L + Y_R^i P_R) \hat{B}_\mu + \frac{1}{\hat{s}_W} P_L T^a \cdot \hat{W}_\mu^a \right) \psi_i, \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\mathcal{L}_{Z''} = -\frac{1}{4}\hat{Z}''_{\mu\nu}\hat{Z}''^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\hat{m}_{Z''}^2\hat{Z}''_\mu\hat{Z}''^\mu - g_{Z''} \sum_i Q_i'' \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i \hat{Z}''_\mu, \quad (3.51)$$

$$\mathcal{L}_{\text{mix}} = -\frac{\sin \chi}{2}\hat{Z}''_{\mu\nu}\hat{B}^{\mu\nu} - \frac{\sin \kappa \cos \chi}{2}\hat{Z}''_{\mu\nu} \left(\partial^\mu \hat{W}^{3\nu} - \partial^\nu \hat{W}^{3\mu} \right), \quad (3.52)$$

と表される。ここで Q_i'' は $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ ゲージのチャージで表 3.3 の通りに割り当てられるものとする。また $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ を破るスカラー粒子は標準模型のチャージを持たないと仮定するため、ゲージ粒子の質量混合 $\delta\hat{M}^2\hat{Z}''_\mu\hat{Z}^\mu$ はラグランジアンに現れない。

セクション 3.3.1 と同様の手順でラグランジアンを物理的な基底、パラメータを用いて表現し直す。特に今後の解析で重要となるミュー粒子と Z'' 粒子の相互作用は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z''\bar{\mu}\mu} = & -\bar{\mu}\gamma^\mu \frac{e}{2s_W c_W} \left[\frac{2g_{Z''} s_W c_W}{e \cos \chi \cos \kappa} + \frac{3\tilde{s} \tan \chi}{2 \cos \kappa} + \frac{1}{2}\tilde{c} \tan \kappa - \left(2s_*^2 - \frac{1}{2} \right) \xi \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \left\{ -\frac{\tilde{s} \tan \chi}{\cos \kappa} + \tilde{c} \tan \kappa + \xi \right\} \gamma^5 \right] \mu Z''_\mu, \end{aligned} \quad (3.53)$$

と与えられる. ここで s_* および \tilde{s} , \tilde{c} はセクション 3.3.1 の式 3.34 と式 3.38 で定義されるパラメータである. また, 中性ゲージ粒子の質量混合角 ξ は $\hat{m}_{Z''} \ll \hat{M}_Z$ かつ χ , $\kappa \ll 1$ の場合には

$$\xi \simeq s_W \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} - c_W \tan \kappa, \quad (3.54)$$

というように運動項の混合で表される. すなわち, Z 粒子に比べて Z'' 粒子が軽く, 運動項の混合が十分小さい場合にミュオン粒子と Z'' 粒子の相互作用は

$$\mathcal{L}_{Z''\bar{\mu}\mu} \simeq -g_{Z''} \bar{\mu} \gamma^\mu \mu Z''_\mu - e (c_W \sin \chi + s_W \sin \kappa \cos \chi) \bar{\mu} \gamma^\mu \mu Z''_\mu, \quad (3.55)$$

となる.

3.3.4 高エネルギースケールでの Z'' 模型における運動項の混合の振る舞い

電弱スケールよりも高いスケールで $SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ の対称性が保存している場合, ラグランジアン (式 3.49-3.52) の \hat{M}_Z および $\hat{m}_{Z''}$, $\delta \hat{M}$, $\sin \kappa$ は全てゼロとなる. $U(1)_Y$, $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ に関する部分のみを書き下すと,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{U(1)} = & -\frac{1}{4} \hat{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \hat{Z}''_{\mu\nu} \hat{Z}''^{\mu\nu} - \frac{\sin \chi}{2} \hat{Z}''_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} \\ & - \frac{\hat{e}}{\hat{c}_W} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu (Y_L^i P_L + Y_R^i P_R) \hat{B}_\mu \psi_i - g_{Z''} \sum_i Q_i'' \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i \hat{Z}''_\mu, \end{aligned} \quad (3.56)$$

と表すことができる. $GL(2, \mathbb{R})$ 変換,

$$\begin{pmatrix} \hat{B}_\mu \\ \hat{Z}''_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\tan \chi \\ 0 & \frac{1}{\cos \chi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ Z''_\mu \end{pmatrix}, \quad (3.57)$$

を行いゲージ場の運動項を対角化すると, ラグランジアンは,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{U(1)} = & -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} Z''_{\mu\nu} Z''^{\mu\nu} - \frac{\hat{e}}{\hat{c}_W} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu (Y_L^i P_L + Y_R^i P_R) B_\mu \psi_i \\ & - \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \left[-\frac{\hat{e} \tan \chi}{\hat{c}_W} (Y_L^i P_L + Y_R^i P_R) + \frac{g_{Z''}}{\cos \chi} Q_i'' \right] \psi_i Z''_\mu, \end{aligned} \quad (3.58)$$

となる. 特に $\chi \ll 1$ の場合, Z'' 粒子とフェルミ粒子の相互作用は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z''\bar{\psi}\psi} = & - \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \left[-\frac{\hat{e} \sin \chi}{\hat{c}_W} (Y_L^i P_L + Y_R^i P_R) + g_{Z''} Q_i'' \right] \psi_i Z''_\mu \\ \equiv & - \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \left[g_{\text{mix}} (Y_L^i P_L + Y_R^i P_R) + g_{Z''} Q_i'' \right] \psi_i Z''_\mu, \end{aligned} \quad (3.59)$$

と近似できる. ここで g_{mix} は $-\frac{\hat{e}\sin\chi}{\hat{c}_W}$ である. またヒッグス粒子 H と $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ を破るスカラー粒子 σ は共変微分を通して B, Z'' 粒子と相互作用する,

$$\begin{aligned} & \left| \left(\partial_\mu - i \frac{\hat{e}}{\hat{c}_W} Y_H \hat{B}_\mu \right) H \right|^2 + \left| \left(\partial_\mu - i g_{Z''} Q''_s \hat{Z}_\mu'' \right) \sigma \right|^2 \\ & \simeq \left| \left(\partial_\mu - i \frac{\hat{e}}{\hat{c}_W} Y_H B_\mu - i g_{\text{mix}} Y_H Z''_\mu \right) H \right|^2 + \left| \left(\partial_\mu - i g_{Z''} Q''_s Z''_\mu \right) \sigma \right|^2 \end{aligned} \quad (3.60)$$

ここで Y_H はヒッグス粒子のハイパーチャージ, Q''_s は新しいスカラー粒子の $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ チャージを表す. ここでは運動項の混合がエネルギースケールの変化に対してどのように振る舞うかを調べるため, この g_{mix} に対する 1 ループくりこみ群方程式を計算する [26, 72–75]. 1 ループくりこみ群方程式はゲージ場の波動関数くりこみを計算することにより求められ,

$$\frac{dg_{\text{mix}}}{dt} = \frac{g_{\text{mix}}}{16\pi^2} \frac{1}{3} \left[\sum_i 2 \{ (Y_L^i)^2 + (Y_R^i)^2 \} \left(\frac{\hat{e}^2}{c_W^2} + g_{\text{mix}}^2 \right) + Y_H^2 \frac{\hat{e}^2}{c_W^2} + \left(\sum_i 2Q''_i{}^2 + Q''_s{}^2 \right) g_{Z''}^2 \right], \quad (3.61)$$

となる. ここで t はくりこみスケールを μ , 参照スケールを μ_0 としたときに $t \equiv \ln(\mu/\mu_0)$ で定義される. $g_{\text{mix}} = 0$ 近傍でのくりこみ群方程式は

$$\frac{dg_{\text{mix}}}{dt} = \frac{g_{\text{mix}}}{16\pi^2} \frac{1}{3} \left[\left\{ \sum_i 2 (Y_L^{i2} + Y_R^{i2}) + Y_H^2 \right\} \frac{\hat{e}^2}{c_W^2} + \left(\sum_i 2Q''_i{}^2 + Q''_s{}^2 \right) g_{Z''}^2 + \mathcal{O}(g_{\text{mix}}^2) \right], \quad (3.62)$$

となるため, 高エネルギーで運動項の混合がゼロであれば低エネルギースケールまでゼロのままフローする.

3.4 ニュートリノ質量

このセクションでは, $L_\mu - L_\tau$ ゲージ理論におけるニュートリノ混合と質量について議論していく. 初めに 3 つの右巻きニュートリノを用いて観測されているニュートリノ混合が説明できることを示す. 次に初期宇宙におけるバリオン非対称性のウォッシュアウト効果によって, 右巻きニュートリノの質量に上限が与えられることを示す.

3.4.1 ニュートリノ混合と質量

観測されているニュートリノ混合を説明するために, 標準模型に 3 つの右巻きニュートリノ ν_{iR} ($i = e, \mu, \tau$) を加える. ここで右巻きニュートリノはそれぞれ $0, +1, -1$ の $L_\mu - L_\tau$ チャー

ジを持つとする。さらに $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性はヒッグス粒子とは異なる $L_\mu - L_\tau$ チャージ +1 を持つ新たなスカラー場 σ の凝縮によって破られると仮定する。

以上を含めた各粒子への $L_\mu - L_\tau$ チャージの割り当てを表 3.4 にまとめる。

粒子	L_1	L_2	L_3	$(e_R)^c$	$(\mu_R)^c$	$(\tau_R)^c$	$(\nu_{eR})^c$	$(\nu_{\mu R})^c$	$(\nu_{\tau R})^c$	σ	その他
$L_\mu - L_\tau$ チャージ	0	+1	-1	0	-1	+1	0	-1	+1	+1	0

表 3.4: $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性の下でのチャージの割り当て。なおフェルミ粒子については全て左巻きの基底での表記である。

このようなチャージの割り当てを仮定することで、くりこみ可能なラグランジアン、特にレプトンの湯川結合と質量に関する部分については次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & H^c (y_e L_1 (e_R)^c + y_\mu L_2 (\mu_R)^c + y_\tau L_3 (\tau_R)^c) + H (\lambda_1 L_1 (\nu_{eR})^c + \lambda_2 L_2 (\nu_{\mu R})^c + \lambda_3 L_3 (\nu_{\tau R})^c) \\ & + M_{ee} \nu_{eR} \nu_{eR} + M_{\mu\tau} \nu_{\mu R} \nu_{\tau R} + \lambda'_{e\mu} \sigma^\dagger \nu_{eR} \nu_{\mu R} + \lambda'_{e\tau} \sigma \nu_{eR} \nu_{\tau R} + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (3.63)$$

ここで、 y_e , y_μ , y_τ は荷電レプトンの湯川結合定数であり、ニュートリノ質量とは関係しない。ニュートリノ質量は別の湯川結合定数 λ_i ($i = 1, 2, 3$) と $\lambda'_{e\mu}$, $\lambda'_{e\tau}$, さらにマヨラナ質量 M_{ee} , $M_{\mu\tau}$ によって決定される。

ニュートリノ質量項は右巻きと左巻きの間で対角になっており、世代間の混合は無い。すなわちニュートリノ混合は右巻きニュートリノが混ざることによって得られる。もし、マヨラナ質量 M_{ee} , $M_{\mu\tau}$, $\lambda'_{e\mu} \langle \sigma \rangle$ と $\lambda'_{e\tau} \langle \sigma \rangle$ が同じオーダーであれば、シーソー機構 [76] が観測されているものと同程度のオーダーでニュートリノ混合をもたらす。シーソー機構より、パラメータの間には

$$(\Delta m^2)^{1/2} \sim \frac{\lambda^2 v^2}{M} \sim 10^{-12} - 10^{-11} \text{ GeV}, \quad (3.64)$$

という関係が付く。ここで、 $v \simeq 174$ は標準模型のヒッグス場の真空期待値、 Δm^2 は左巻きニュートリノの二乗質量の差である。また、 λ は λ_i ($i = 1, 2, 3$) を、 M は M_{ee} , $M_{\mu\tau}$, $\lambda'_{e\mu} \langle \sigma \rangle$ および $\lambda'_{e\tau} \langle \sigma \rangle$ をまとめて表す記号である。

3.4.2 バリオン非対称性のウォッシュアウト効果

式 3.63 によって与えられる相互作用はレプトンの対称性を破る。一方で、 $B + L$ 対称性はカイラルアノマリーによって破られる。この効果によるバリオン数の変化は初期宇宙で有限温度のスファレロン過程によって頻繁に起こる [77]。したがって、もし両者の効果が同時に働

くならばバリオン非対称性がウォッシュアウトされてしまう。このようなウォッシュアウトが起こりえない条件をこれから導いていく。

まず第一に, スファレロン過程は電弱スケールよりも高い温度でのみ働く。すなわち, バリオン非対称性が電弱スケールよりも低い温度で生成されるならば, ウォッシュアウトは起こらない。これよりバリオン非対称性は電弱スケールよりも高い温度で生成されると仮定して, 式 3.63 にあるパラメータに関する制限を計算する。

ここではウォッシュアウトが引き起こされないような2つの可能性について考察する。

1. λ_i が小さい場合
2. M_{ee} と $M_{\mu\tau}$ が小さい場合

もし2つの条件のどちらかが満たされれば, レプトン数は実質的に保存される。よって両者の内どちらか弱い条件を選べばウォッシュアウトは起こらない。これよりこの2つの場合について詳細に議論していく。

可能性 1. λ_i が小さい場合

$\lambda_i = 0$ の極限では, 各フレーバーに対するレプトン対称性は回復する。すなわち λ_i による相互作用が効果的でない場合, バリオン非対称性のウォッシュアウトは起こらない。最も効果の高い相互作用を図 3.1 に示す。この過程の反応率は

$$\langle\sigma nv\rangle \simeq \frac{\lambda_i^2 y_t^2}{8\pi} T, \quad (3.65)$$

と見積もられる。ここで σ と n , v , y_t はそれぞれ, この反応の断面積と関係する粒子の数密度, 関係する粒子の速度, トップクォークの湯川結合定数である。また, $\langle\cdots\rangle$ は熱平均を表す。 $T \gtrsim 10^2$ GeV に対して反応率がハッブルスケールよりも小さいと要求することから

$$\lambda_i \lesssim 10^{-7}. \quad (3.66)$$

という上限が得られる。

可能性 2. M_{ee} と $M_{\mu\tau}$ が小さい場合

もしマヨラナ質量が無ければ $L_e - L_\mu - L_\tau$ 対称性は回復する。マヨラナ質量によって対称性の破れを引き起こす最も効果のある相互作用を図 3.2 に示す。この過程の反応率は

$$\langle\sigma nv\rangle \sim \frac{g'^4}{8\pi} M, \quad (3.67)$$

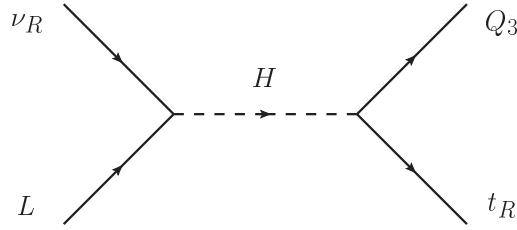


図 3.1: λ によるレプトン数を破る相互作用を示したファインマンダイアグラム.

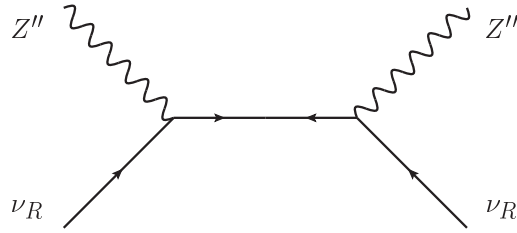


図 3.2: レプトン数を破る相互作用を示したファインマンダイアグラム.

と見積もられる. λ_i が小さい場合と同様に $T \gtrsim 10^2$ GeV でこの反応率がハッブルスケールよりも小さいならば,

$$M \lesssim 10^{-11} \text{ GeV} \left(\frac{g'}{0.3} \right)^{-4}, \quad (3.68)$$

とマヨラナ質量に対する上限値が得られる.

関係式 3.64 より, 条件式 3.68 は条件式 3.66 よりも厳しいことがわかる. したがってウォッシュアウトが起こらないためには条件式 3.66 を満たせば十分である. 関係式 3.64 が成り立つ下で, ウォッシュアウトが起こらない条件は

$$\begin{aligned} \lambda_i &\lesssim 10^{-7}, \\ M_{ee}, M_{\mu\tau} &\lesssim 10^1 \text{ GeV}, \\ \lambda'_{e\mu}, \lambda'_{e\tau} &\lesssim 10^{-1} \frac{\langle \sigma \rangle}{100 \text{ GeV}}, \end{aligned} \quad (3.69)$$

と導くことができる.

右巻きニュートリノが軽く, また, 弱く結合していることから, これらが長寿命であるかどうかを考える必要がある. もし右巻きニュートリノが長寿命であればビッグバン元素合成が成り立たなくなる可能性がある. 最も重要となる崩壊チャンネルは図 3.3 のようなダイアグラムで表される. ここでスカラー粒子 σ は右巻きニュートリノよりも重いと仮定することで, $N \rightarrow \sigma\nu$ の崩壊を起こさないようにする.

図 3.3 の過程の崩壊幅は

$$\Gamma \simeq \frac{M}{128\pi^3} \frac{M^2}{v^2} \lambda^2, \quad (3.70)$$

となる. 右巻きニュートリノの崩壊は

$$T \sim 0.1 \text{ GeV} \frac{\lambda}{10^{-7}} \left(\frac{M}{10 \text{ GeV}} \right)^{3/2}, \quad (3.71)$$

の温度に近くになるとき頻繁に起こる. これより右巻きニュートリノはビッグバン元素合成より前に崩壊し, 影響しない.

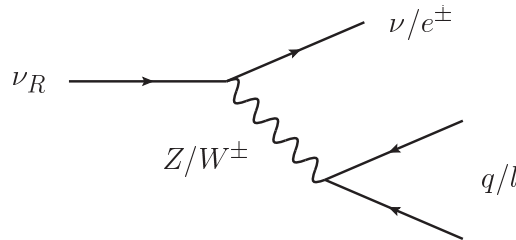


図 3.3: 右巻きニュートリノの崩壊を表すファインマンダイアグラム. 図中の q/l はクォークまたはレプトンを表す.

上記で議論したように, もし右巻きニュートリノが十分に軽い場合, Z'' 粒子が $\nu_{\ell R} \bar{\nu}_{\ell R}$ ($\ell = \mu, \tau$) への崩壊モードが開く. すなわち, Z'' 粒子の崩壊分岐比 $BR(Z'' \rightarrow \mu^+ \mu^- / \tau^+ \tau^-)$ はそれぞれ 1/4 程度となる. 一方で Z'' 粒子が崩壊できないほど右巻きニュートリノが重い場合, 崩壊分岐比 $BR(Z'' \rightarrow \mu^+ \mu^- / \tau^+ \tau^-)$ はそれぞれ 1/3 程度となる. 加速器実験において Z'' 粒子のシグナルを観測するには荷電レプトンである μ と τ が重要であるが, 右巻きニュートリノが十分に軽い場合には $\mu^+ \mu^-$, $\tau^+ \tau^-$ への分岐比が小さくなるために Z'' 粒子の観測はより困難と言える. 5 章で LHC 実験の現象論について議論していくが, より保守的な立場をとるために Z'' 模型の右巻きニュートリノは十分に軽いと仮定する. また 6 章では右巻きニュートリノによって極端に議論が変わることは無いので, 簡単のために左巻きニュートリノのみを導入して議論を進めていく.

第4章 ミュー粒子異常磁気モーメントと電弱精密測定

本章ではミュー粒子異常磁気モーメントと電弱精密測定の結果を満足する Z'' 模型のパラメータ領域を明らかにする.

4.1 Z'' 粒子のミュー粒子異常磁気モーメントへの寄与

表 3.3 に見られるように, Z'' 粒子は $L_\mu - L_\tau$ ゲージ相互作用を通じてミュー粒子と相互作用する. すなわち Z'' 模型では標準模型におけるミュー粒子異常磁気モーメントに対して, 新たに Z'' 粒子の寄与が加わる. リーディングオーダーでは図 4.1 のダイアグラムで表され, これより 1 ループの有効バーテックス $\delta\Gamma^\mu$ は以下のように計算される,

$$\begin{aligned} & \bar{u}(p')\delta\Gamma^\mu(p', p)u(p) \\ &= \bar{u}(p') \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{-i}{(p-k)^2 - m_{Z''}^2 + i\epsilon} \left\{ g_{\nu\rho} - \frac{(p-k)_\nu(p-k)_\rho}{(p-k)^2 - \xi m_{Z''}^2} (1-\xi) \right\} \\ & \quad (-ig_{Z''}\gamma^\nu) \frac{i(\not{k}' + m_\mu)}{k'^2 - m_\mu^2 + i\epsilon} \gamma^\mu \frac{i(\not{k} + m_\mu)}{k^2 - m_\mu^2 + i\epsilon} (-ig_{Z''}\gamma^\rho) u(p). \end{aligned} \quad (4.1)$$

ここで m_μ と $m_{Z''}$ はそれぞれミュー粒子の質量と Z'' 粒子の質量を表す. また, 各粒子の運動量は図 4.1 に示す通りである. 式 4.1 では Z'' 粒子のプロパゲーターを R_ξ ゲージに置いた. ここでゲージの形に依らない $g_{\nu\rho}$ の項についてのみ $\frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m_\mu}$ の係数である形状因子 F_2 を求めると

$$F_2(q^2 = 0) = \frac{g_{Z''}^2}{8\pi^2} \int_0^1 dz \frac{2z(1-z)^2}{(1-z)^2 + z\frac{m_{Z''}^2}{m_\mu^2}} \quad (4.2)$$

となる. また, ゲージの取り方に依存する $-\frac{(p-k)_\nu(p-k)_\rho}{(p-k)^2 - \xi m_{Z''}^2} (1-\xi)$ の項についても同様に $F_2(q^2 = 0)$ を計算するとゼロとなる. R_ξ ゲージにおける ξ は南部-ゴールドストーン粒子がどれほどゲージ粒子に吸収されているかを表すパラメータである. すなわちこのゲージの取り方に依存する

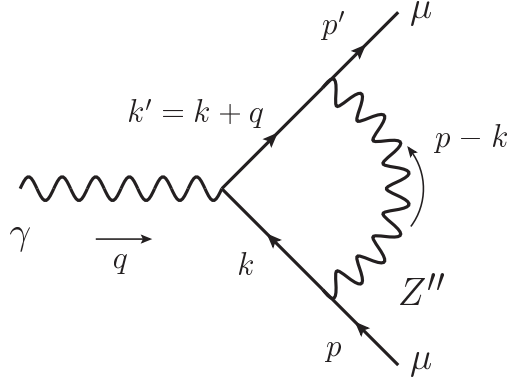


図 4.1: Z'' 粒子が寄与するミュオン異常磁気モーメントのファインマンダイアグラム.

項の寄与がゼロであるということは南部-ゴールドストーン粒子の寄与が無いことを示唆するものであり, これは Z'' 模型のラグランジアン, 式 3.11 から ツリーレベルでミュオン粒子と南部-ゴールドストーン粒子が結合する演算子が存在しないことから明らかである. すなわち, Z'' 粒子が寄与するミュオン異常磁気モーメント δa_μ は

$$\delta a_\mu = \frac{g_{Z''}^2}{8\pi^2} \int_0^1 dz \frac{2z(1-z)^2}{(1-z)^2 + z \frac{m_{Z''}^2}{m_\mu^2}}, \quad (4.3)$$

と表される. Z'' 粒子の質量が極端に小さい場合には,

$$\delta a_\mu \simeq \frac{g_{Z''}^2}{8\pi^2} \quad (m_{Z''} \ll m_\mu), \quad (4.4)$$

となり, これは QED の場合によく知られたシュヴィンガー項 $e^2/8\pi^2$ と同様になる. また, ミュオン粒子に比べ Z'' 粒子が重い場合には,

$$\delta a_\mu \simeq \frac{g_{Z''}^2}{12\pi^2} \frac{m_\mu^2}{m_{Z''}^2} \quad (m_{Z''} \gg m_\mu) \quad (4.5)$$

$$\simeq 2 \times 10^{-9} \left(\frac{g_{Z''}^2}{0.5} \right) \left(\frac{100 \text{ GeV}}{m_{Z''}} \right)^2, \quad (4.6)$$

が得られる [24]. 図 4.2 には新しいミュオン異常磁気モーメント δa_μ に対する Z'' 模型の 2 つのパラメータ依存性を示した. 以上より $g_{Z''} = \mathcal{O}(1)$ かつ $m_{Z''} = \mathcal{O}(100)$ GeV の Z'' 粒子は測定されているミュオン異常磁気モーメントの 3σ のずれを相殺することができる.

4.2 Z'' 粒子による電弱精密測定への影響

ミュオン異常磁気モーメントの場合と同様に, Z'' 粒子は第 2, 第 3 世代のレプトン (l, ν_l) と結合し, $Z''\bar{l}l$ や $W^+l\nu_l$ のバーテックスに寄与する. これらのバーテックスへの補正を通じ

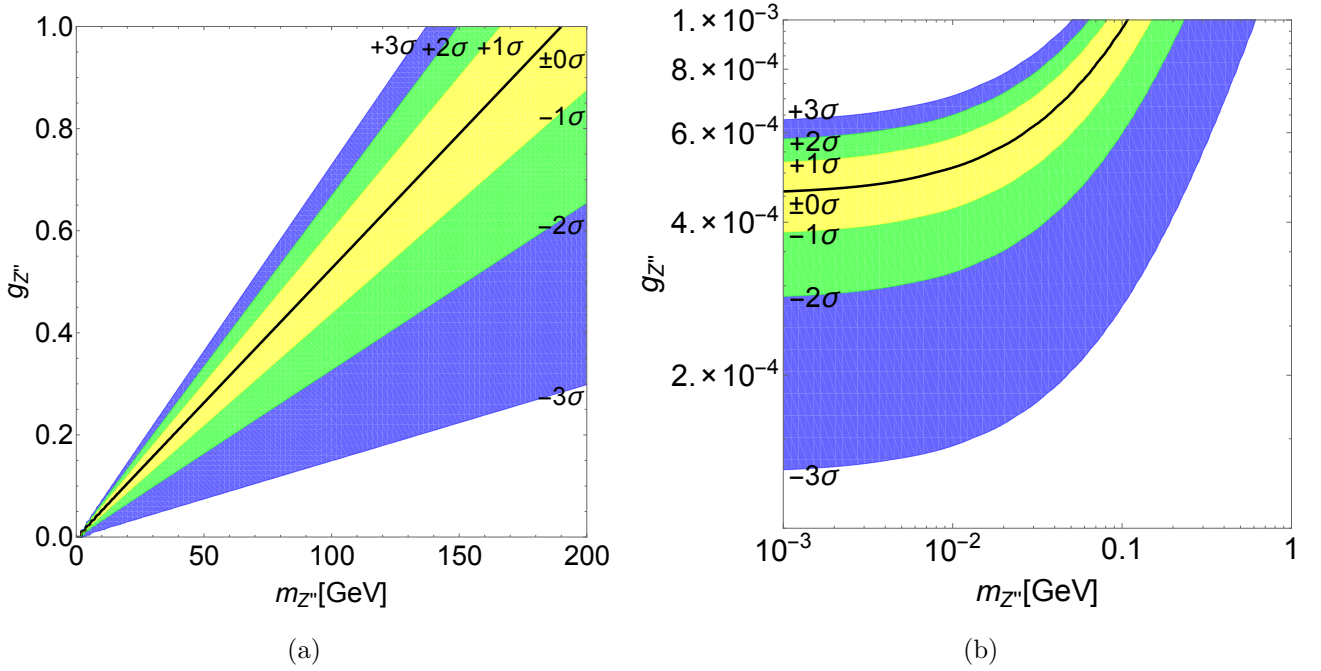


図 4.2: ミュー粒子異常磁気モーメントを説明する $(m_{Z''}, g_{Z''})$ のパラメータ領域. 右図は Z'' 粒子がミュー粒子よりも軽い領域について拡大した図. ここで標準模型のミュー粒子異常磁気モーメントについては [7] の値を採用した.

て電弱精密測定に Z'' 粒子が影響を及ぼす. $Z''\bar{f}f$ の有効バーテックスを次のように表す,

$$\frac{ig}{c_W}\gamma_\mu\left(g_L^f P_L + g_R^f P_R\right). \quad (4.7)$$

ここで $g_{L,R}^f$ は

$$g_L^f = (T_f^3 - Q_f s_W^2)(1 + \Delta), \quad g_R^f = -Q_f s_W^2(1 + \Delta), \quad (4.8)$$

と 1 ループ補正をパラメータ化した Δ によって定義される. また, g は弱い相互作用の結合定数, c_W はワインバーグ角 θ_W の余弦 ($\cos\theta_W$), $P_{L,R}$ は射影演算子で $P_{L,R} = (1 \mp \gamma^5)/2$ と定義される. さらに, T_f^3 , Q_f はそれぞれフェルミ粒子 f の弱アイソスピンの第 3 成分と電荷を表す. Δ は第 2, 第 3 世代のレプトン $f (= \mu, \tau, \nu_\mu, \nu_\tau)$ の質量を無視する極限では

$$\Delta = \Delta^{(1)} + \delta Z, \quad (4.9)$$

$$\Delta^{(1)} = -\frac{g_{Z''}^2}{8\pi^2} \text{Re} \left[q^2 \{C_0 + C_{11} + C_{23} - C_{22}\} - 2(1 - \epsilon)^2 C_{24} \right] (Z'', f, f; p, q), \quad (4.10)$$

$$\delta Z = -\frac{g_{Z''}^2}{8\pi^2} (1 - \epsilon)(B_0 + B_1)(Z'', f; p^2 = m_f^2), \quad (4.11)$$

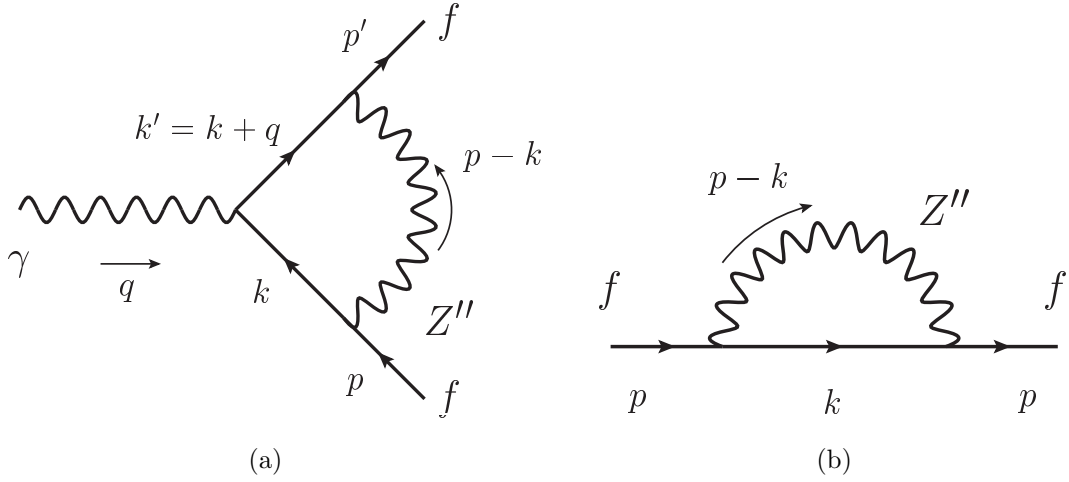


図 4.3: 1 ループレベルでの Z'' 粒子の Δ への寄与. 左図はバーテックス補正 $\Delta^{(1)}$, 右図はレプトンの波動関数に対する補正を表すファインマンダイアグラム.

として得られる [78]. ここで $\Delta^{(1)}$ は 1 ループのバーテックス補正 (図 4.3(a)) であり, δZ はレプトンの波動関数くりこみ (図 4.3(b)) から得られる相殺項である. また, C_{XX} と B_X はパッサリーノ-ヴェルトマン関数であり, 付録 A に詳細を載せた.

式 4.10, 4.11 より Δ の具体的な表式は,

$$\Delta(q^2) = -\frac{g_{Z''}^2}{8\pi^2} \left[\frac{7}{4} + \delta + \left(\delta + \frac{3}{2} \right) \log \delta + (1 + \delta)^2 \left\{ \text{Li}_2 \left(\frac{\delta}{1 + \delta} \right) + \frac{1}{2} \log^2 \left(\frac{\delta}{1 + \delta} \right) - \frac{\pi^2}{6} \right\} \right], \quad (4.12)$$

と得られる. ここで δ は Z'' 粒子の質量と Z 粒子の入射運動量の比 $m_{Z''}^2/q^2$ であり, Li_2 は $\text{Li}_2(x) \equiv -\int_0^x dt \frac{\ln(1-t)}{t}$ と定義される二重対数関数である.

図 4.4 は Z 粒子質量の極 ($q^2 = m_Z^2$) におけるバーテックス補正 Δ の数値を $(m_{Z''}, g_{Z''})$ 平面上に描画した図である. 具体例としてバーテックス補正は $m_{Z''} = 60 \text{ GeV}$, $g_{Z''} = 0.3$ の場合 $\Delta(m_Z^2) = 7.6 \times 10^{-4}$, $m_{Z''} = 80 \text{ GeV}$, $g_{Z''} = 0.3$ の場合 $\Delta(m_Z^2) = 6.7 \times 10^{-4}$ と見積られる.

同様にして, Z'' 粒子の寄与する $W^+l\bar{\nu}_l$ バーテックス ($l = \mu, \tau$) の 1 ループ補正 (図 4.5) を計算することができる. $W^+l\bar{\nu}_l$ の有効バーテックスを次のように表す,

$$\frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma_\mu k_L^l P_L. \quad (4.13)$$

ここで k_L^l は 1 ループのバーテックス補正をパラメータ化した Δ_W を用いて

$$k_L^l = 1 + \Delta_W, \quad (4.14)$$

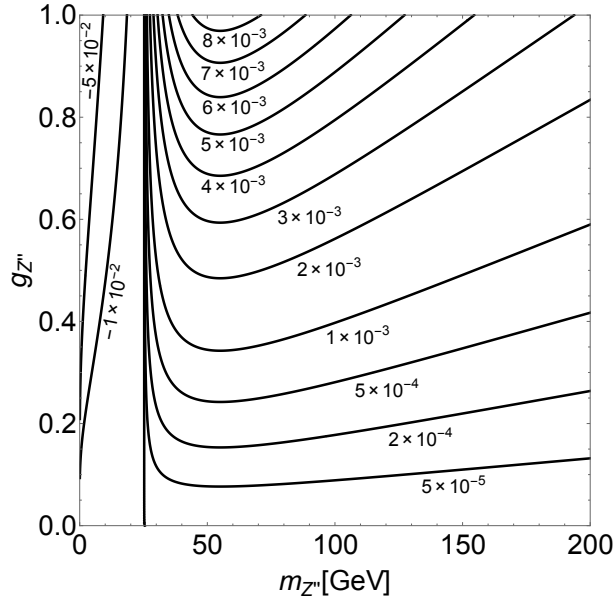


図 4.4: $(m_{Z'}, g_{Z'})$ 平面上での Z 粒子質量の極 ($q^2 = m_Z^2$) におけるバーテックス補正 Δ .

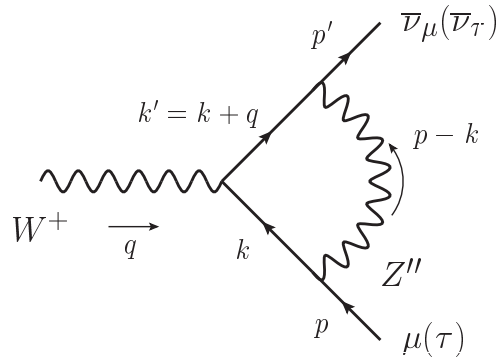


図 4.5: 1 ループレベルでの Z'' 粒子の $W^+l-\bar{\nu}_l$ バーテックス補正 Δ_W への寄与.

と表される. 図 4.3, 4.5 から明らかなように, レプトン, $\mu(\tau)$ と $\nu_\mu(\nu_\tau)$ の質量が無視できるならば $Z\bar{l}l$ と $W^+l-\bar{\nu}_l$ への Z'' 粒子による 1 ループバーテックス補正は完全に等しく, $\Delta = \Delta_W$ となる.

レプトンの質量が無視でき, W 粒子の入射運動が Z 粒子の質量と等しい場合, Δ_W は図 4.4 の値をとる. Δ_W が有限の値になる場合にはミュー粒子の崩壊への影響が懸念される. ミュー粒子の崩壊は精度よく測られ, 素粒子物理学において重要な物理量であるフェルミ定数を決定することに用いられる. すなわち, ミュー粒子の崩壊過程に影響があるかというのは極めて重要な問題となる. $\mu \rightarrow e\nu_\mu\bar{\nu}_e$ の過程には $W^+l-\bar{\nu}_l$ バーテックス補正を通じて, Z'' 粒子が図 4.6 のように寄与する. しかしながら, ミュー粒子の崩壊において中間状態にある仮想 W 粒子に

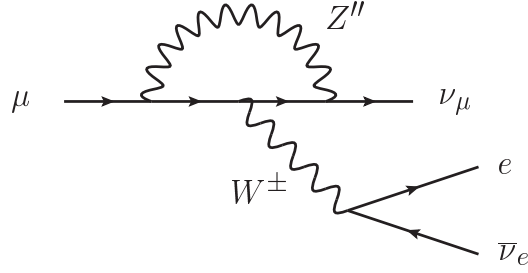


図 4.6: $\mu \rightarrow e\nu_\mu\bar{\nu}_e$ に寄与する Z'' 粒子. $W^+l\bar{\nu}_l$ バーテックス補正を通じて 1 ループレベルで寄与する.

よる運動量の伝播は Z'' 粒子の質量に比べて無視できると考えられる. 式 4.12 について q^2 の 0 をとる極限を考えると, $\lim_{q^2 \rightarrow 0} \Delta(q^2) = 0$ となるため, ミュー粒子の崩壊過程より Z'' 粒子の効果はデカップルすることがわかる.

計算した電弱精密測定に関する種々の値は表 4.1 にまとめた. なお, 計算する上では参考文献 [79–81] の公式を採用した. 実験データと無矛盾なパラメータ空間を調べるために, m_t と m_h , $\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}$, α_s をインプットパラメータとしてカイ二乗検定を行う. χ^2 は,

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \left(\frac{O_i^{\text{Exp}} - O_i^{\text{Model}}}{\sigma_i^{\text{Exp}}} \right) (\rho^{-1})_{ij} \left(\frac{O_j^{\text{Exp}} - O_j^{\text{Model}}}{\sigma_j^{\text{Exp}}} \right), \quad (4.15)$$

で定義される. ここで, O^{Exp} は実験で測定された中央値, σ^{Exp} は 1σ の誤差, ρ は測定値の相関係数行列である [3, 7, 82]. また, O^{Model} は理論によって予測される値である. 表 4.1 には標準模型と Z'' 模型の参照点 $m_{Z''} = (60, 80)$ GeV と $g_{Z''} = 0.3$ のそれぞれにおいて最も適合する値を示した.

$m_{Z''} = \mathcal{O}(100)$ GeV, $g_{Z''} = \mathcal{O}(1)$ のパラメータ領域では, Z'' 粒子は $\bar{l}l$ ($l = \mu, \tau, \nu_\mu, \nu_\tau$) へ崩壊する Z 粒子の部分崩壊幅 Γ_l を増幅させる効果がある. しかしながら, Z 粒子の全崩壊幅 Γ_Z はハドロンモードへの部分崩壊幅 Γ_{had} が支配的であるため著しく増加することは無い. 同様に, W 粒子の全崩壊幅への Z'' 粒子の影響も無視できる. 一方で, $\sigma_h^0 = \frac{12\pi}{m_Z^2} \frac{\Gamma_{ee}\Gamma_{\text{had}}}{\Gamma_Z^2}$ は Γ_{ee} が相対的に減少するために Z'' 粒子の影響があらわになる. $R_\mu = \frac{\Gamma_{\text{had}}}{\Gamma_{\mu\mu}}$ についても $\Gamma_{\mu\mu}$ のへ効果が直接影響するため著しい変化が現れる. 表 4.1 で見受けられるように, σ_h^0 の測定値は標準模型の値よりも大きい. これに Z'' 粒子の寄与が加わる結果, σ_h^0 に対する適合度は悪くなる. 同じように, R_μ の測定値も標準模型の値より小さい. Z'' 粒子の効果は R_μ を下げる方向に働いたため結果として適合度は悪くなる. 以上の結果から, 電弱精密測定に対して Z'' 粒子による大きなバーテックス補正は好まれない.

図 4.7 は $m_{Z''}$ と $g_{Z''}$ の関数としての Z'' 模型の χ^2 の値である. 図 4.7 から見られるようにミュー粒子の異常磁気モーメントと電弱精密測定から好まれるパラメータ領域は小さなゲー

ジ結合定数 $g_{Z''} < 0.4$ かつ比較的小さな質量 $m_{Z''} < 100$ GeV の領域であることがわかる.

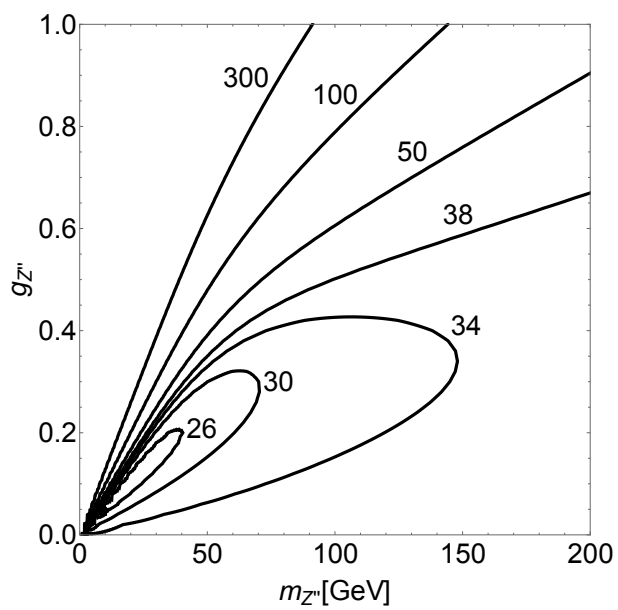


図 4.7: $(m_{Z''}, g_{Z''})$ 平面での χ^2 の値.

	測定値	標準模型	pull	Z'' 模型	pull	Z'' 模型	pull
$\Gamma_Z(\text{GeV})$	2.4952(23)	2.4953	-0.06	2.4961	-0.4	2.4960	-0.3
σ_h^0 (nb)	41.541(37)	41.480	1.7	41.454	2.3	41.457	2.3
R_e	20.804(50)	20.739	1.3	20.739	1.3	20.739	1.3
R_μ	20.785(33)	20.739	1.4	20.708	2.3	20.712	2.2
R_τ	20.764(45)	20.787	-0.5	20.755	0.2	20.759	0.1
$A_{\text{FB}}^{0,e}$	0.0145(25)	0.0162	-0.7	0.0162	-0.7	0.0162	-0.7
$A_{\text{FB}}^{0,\mu}$	0.0169(13)	0.0162	0.5	0.0162	0.5	0.0162	0.5
$A_{\text{FB}}^{0,\tau}$	0.0188(17)	0.0162	1.5	0.0162	1.5	0.0162	1.5
τ pol.:							
A_τ	0.1439(43)	0.1472	-0.8	0.1472	-0.8	0.1472	-0.8
A_e	0.1498(49)	0.1472	0.5	0.1472	0.5	0.1472	0.5
b, c quarks:							
R_b	0.21629(66)	0.21579	0.8	0.21579	0.8	0.21578	0.8
R_c	0.1721(30)	0.1722	-0.05	0.1722	-0.05	0.1722	-0.05
$A_{\text{FB}}^{0,b}$	0.0992(16)	0.1032	-2.5	0.1032	-2.5	0.1032	-2.5
$A_{\text{FB}}^{0,c}$	0.0707(35)	0.0737	-0.9	0.0737	-0.9	0.0737	-0.9
A_b	0.923(20)	0.935	-0.6	0.935	-0.6	0.935	-0.6
A_c	0.670(27)	0.668	0.08	0.668	0.08	0.668	0.08
SLD:							
A_e	0.1516(21)	0.1472	2.1	0.1472	2.1	0.1472	2.1
A_μ	0.142(15)	0.1472	-0.3	0.1472	-0.3	0.1472	-0.3
A_τ	0.136(15)	0.1472	-0.7	0.1472	-0.7	0.1472	-0.7
W boson:							
M_W (GeV)	80.385(15)	80.362	1.5	80.362	1.5	80.362	1.5
Γ_W (GeV)	2.085(42)	2.091	-0.1	2.091	-0.2	2.091	-0.2
muon g-2:							
$\delta a_\mu(10^{-9})$	2.61(0.80)	0	3.3	2.36	1.1	1.33	1.1
Inputs							
$\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}(M_Z^2)$	0.02763(14)	0.02760	0.2	0.02760	0.2	0.027560	0.2
$\alpha_s(M_Z)$	0.1184(7)	0.1184	0.0	0.1184	0.0	0.1184	0.0
m_t (GeV)	173.1(0.9)	173.7	-0.6	173.7	-0.6	173.7	-0.6
m_h (GeV)	125.9 (0.4)	125.9	0	125.9	0	125.9	0
$m_{Z''}$ (GeV)	-	-	-	60	-	80	-
$g_{Z''}$	-	-	-	0.3	-	0.3	-
$\chi^2/(\text{d.o.f})$		35.1/(22)		29.2/(22)		31.0/(22)	

表 4.1: 電弱精密測定に関する測定値と理論予測. M_W , Γ_W , m_t を除く実験データは参考文献 [82] から, m_h は参考文献 [3], δa_μ と $\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}$ は参考文献 [7] の値を取り扱った. ここでは標準模型と Z'' 模型の参照点 $m_{Z''} = (60, 80)$ GeV と $g_{Z''} = 0.3$ において最も適合する値を示す.

第5章 Z'' 模型のLHC実験における現象論

この章ではLHC実験における Z'' 模型の現象論について考察する。まずLHC実験についての解析を行う前に、LHC以前のLEP実験とTevatron実験について議論する。以上を踏まえ、どのような流れで解析していくか、という流れを確認してからLHC実験の現象論を議論していく。具体的には、LHC実験の現在の結果と将来実験を想定し、現在 Z'' 模型にどのような制限が与えられているか、あるいは Z'' 粒子が将来発見される可能性があるかということについて調べる。なおLHC実験での詳細なシミュレーションを行うにあたり、前章で明らかにしたミュー粒子の異常磁気モーメントと電弱精密測定を満足するようなパラメータ領域から参照点を複数選び解析する。

5.1 LEP実験とTevatron実験についての考察

比較的に軽い Z'' 粒子は e^+e^- や $p\bar{p}$, pp の衝突させて生成することができる。 Z'' 粒子の崩壊を含むこれらの事象について典型的なダイアグラムを図5.1に挙げる。

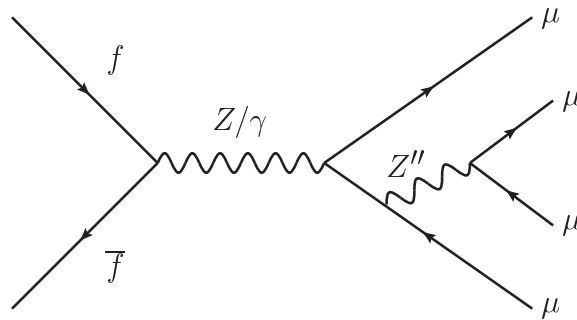


図 5.1: ツリーレベルでの典型的な Z'' 粒子生成過程を表すファインマンダイアグラム。

Z'' 粒子は μ と τ, ν_μ, ν_τ にのみ結合するため、その効果によって終状態は特徴的になる。表5.1に Z'' 粒子が寄与する終状態について、そのパターンを列挙する。とりわけて注目することは、 e^\pm を含む4レプトンモードには影響し得ないということである。

終状態	Z'' 粒子の効果
$4\mu, 4\tau, 2\mu 2\tau, 2\mu + E_{T,\text{miss}}, 2\tau + E_{T,\text{miss}}$	有
$4e, 2e2\mu, 2e2\tau, 2e + E_{T,\text{miss}}$	無

表 5.1: 4 レプトンの終状態での Z'' 粒子の効果の有無. ビーム軸垂直方向の消失エネルギー (Missing transverse energy), $E_{T,\text{miss}}$ は終状態にニュートリノを含むことにより生じる.

LHC 実験での現象論を議論していく前に, まず LEP1 実験からの制限 [24] について考察する. ALEPH 実験は Z 粒子共鳴における 4 つのフェルミ粒子を持つ終状態についての研究成果を挙げている [83]. ALEPH 実験は重心エネルギー $\sqrt{s} = 88 - 95$ GeV で 79 pb^{-1} の積分ルミノシティに相当するデータ (ハドロンに崩壊する Z 粒子が 200 万個生成されるほどのデータ量) を収集, 解析した. これより 4μ チャンネルについては, 標準模型の 20 ± 0.6 イベントという予言に対して, 20 イベントを観測している. 一方で Z'' 粒子の寄与するイベント数は $g_{Z''} = 0.3$, $m_{Z''} = (30, 40, 50, 60)$ GeV の場合に, それぞれ (24, 7.8, 2.2, 0.5) イベントと見積られる (ただし, 事象選別のためのカットの効果は無視している). すなわち, LEP1 実験からは $m_{Z''} > 50$ GeV の領域は制限されないと結論付けられる. さらに図 4.7 で好まれる $m_{Z''}$ の領域, 質量 50 – 150 GeV に対して結合定数 $g_{Z''} = 0.3$, は LEP1 実験のデータと無矛盾なままであると言える.

表 5.2 に LEP2 実験と Tevatron 実験, LHC 実験での典型的な過程の断面積を標準模型, 並びに $m_{Z''} = 80$ GeV かつ $g_{Z''} = 0.3$ と固定したときの Z'' 模型のそれぞれの場合について列挙する. 表 5.2 からわかるように, LEP2 実験と Tevatron 実験での断面積が小さいために LEP1 実験から得られた以上の強い制限は無い.

一方で, 4μ の終状態は, 重心エネルギーが 7-8 TeV, 積分ルミノシティが $\int dtL = 25 \text{ fb}^{-1}$ での LHC 実験で既に観測されており, 標準模型と Z'' 模型の断面積の差が数 fb であっても測定可能になってきている [24]. $2\mu 2\tau$ モードについてはタウ粒子と特定する効率が低いために, 現状のデータから Z'' 模型に制限を付けることは困難である. しかしながら重心エネルギー $\sqrt{s} = 14$ TeV, 積分ルミノシティ $\int dtL = 300 - 3000 \text{ fb}^{-1}$ まで将来の LHC 実験が到達するのであれば検証できる可能性がある.

5.2 LHC 実験シミュレーションの流れ

5.3 章では 4 つの参照点 $m_{Z''} = 60$ と 80, 90, 100 GeV ($g_{Z''} = 0.3$) のシグナルについて調べていく. より詳細なシミュレーションをするために Z'' 粒子のシグナルのみを独立して生成

実験と過程	断面積 [fb]		
	標準模型	Z'' 模型 ($m_{Z''} = 80$ GeV, $g_{Z''} = 0.3$)	
LEP2 ($\sqrt{s} = 200$ GeV) $e^+e^- \rightarrow 4\mu$	3.8	3.8	
Tevatron ($\sqrt{s} = 1.96$ TeV) $p\bar{p} \rightarrow 4\mu$	3.4	3.6	
LHC ($\sqrt{s} = 8$ TeV)	$pp \rightarrow 4\mu$	14	15
	$pp \rightarrow 2\mu 2\tau$	29	30
LHC ($\sqrt{s} = 14$ TeV)	$pp \rightarrow 4\mu$	27	28
	$pp \rightarrow 2\mu 2\tau$	57	59

表 5.2: Z'' 粒子が寄与する典型的な過程の断面積. ここで事象選別のカットとしてレプトン l , ($l = \mu$ と τ) のビーム軸垂直方向の運動量 $p_{T,l}$ について $p_{T,l} > 5$ GeV を課した. 加えて終状態のレプトン対で組んだ不変質量 m_{l-l^+} に $m_{l-l^+} > 5$ GeV を要求した. なお Z'' 模型に対する断面積は $m_{Z''} = 80$ GeV かつ $g_{Z''} = 0.3$ に対応する値である.

させず, 標準模型粒子およびそれらの粒子との干渉の効果を含めてシミュレーションする. まず素過程 (パートンレベル) での計算には Calchep-3.4 [84] を用いて計算を行う. 得られたパートンレベルの事象はハドロン化させるため Pythia-6.4.25 [85] に接続させる. 次にハドロンレベルで生成した事象が検出器の中でどのように捉えられるか, 検出器の効果を実シミュレートするために Delphes-2.0.5 [86] を用いる.

5.3 LHC 実験における現象論

5.3.1 $\sqrt{s} = 7 - 8$ TeV での 4レプトンチャンネルの解析

ATLAS 実験 [87, 88] と CMS 実験 [89] の両実験は重心エネルギー $\sqrt{s} = 7 - 8$ TeV での Z 粒子の 4 つのレプトンへの崩壊を測定している. これらは軽い Z'' 粒子に感度のある測定である. はじめに, ATLAS 実験のデータから Z'' 粒子の存在がどの程度強く制限されるかを考える. なお CMS 実験 [89] は重心エネルギー $\sqrt{s} = 7$ TeV で ATLAS 実験と同様の解析を行っているが, ATLAS 実験では重心エネルギー $\sqrt{s} = 7$ TeV で積分ルミノシティ 4.6 fb^{-1} のデータと $\sqrt{s} = 8$ TeV で 20.7 fb^{-1} のデータが基になっており, CMS 実験に比べてデータ量が多い. これを踏まえて ATLAS 実験の解析 [87] に絞って議論していく. ATLAS 実験の解析では Z 粒子共鳴における 4レプトン生成, $e^+e^-e^+e^-$ ($4e$) と $\mu^+\mu^-\mu^+\mu^-$ (4μ), $e^+e^-\mu^+\mu^-$ ($2e2\mu$) を探査している. この探査における事象選別のカットを以下にまとめる.

1. 4つの分離したレプトンを要求する. 2つのレプトン対は互いに反対の電荷, 同じフレーバーであり, $p_{T,\mu} > 4 \text{ GeV}$ かつ $|\eta_\mu| < 2.7$ ($p_{T,e} > 7 \text{ GeV}$ かつ $|\eta_e| < 2.47$) を満たす.
2. レプトンは運動量の高い順に $p_{T,\ell} > 20, 15, 8 \text{ GeV}$ を満たす. もし3番目に運動量の高いレプトンが電子の場合は $p_{T,e_3} > 10 \text{ GeV}$ を要求する.
3. 4つのレプトンは互いに $\Delta R_{\ell\ell} > 0.1$ 離れているものとする.
4. 同じフレーバーかつ反対の電荷のレプトン対で不変質量を組んだとき, $m_{l+l^-} > 5 \text{ GeV}$ を満たす.
5. 同じフレーバーかつ反対の電荷のレプトン対で不変質量を組んだ場合に Z 質量に最も近い組を m_{12} , 残りの組を m_{34} と定義するとき, $m_{12} > 20 \text{ GeV}$ かつ $m_{34} > 5 \text{ GeV}$ を満たす.
6. 4つのレプトンで構成した不変質量は m_Z の領域, $80 \text{ GeV} < m_{4l} < 100 \text{ GeV}$ を満たす.

ATLAS 実験の結果と本論で行うシミュレーションを比較する際には K 因子やアクセプタンス, エフィシエンシーを調整する必要がある. ここではそれぞれのチャンネル ($4e$ と $2e2\mu$, 4μ) で規格化因子を導入することで調整を行う. 規格化因子は標準模型のリーディングオーダーでのシミュレーションを行い, その結果が ATLAS 実験の発表している標準模型期待値 (表 5.3, 参考文献 [87] の表 4 より引用) と合致するように決める. ATLAS 実験の標準模型期待値はリーディングオーダーの次のオーダー (Next-to-Leading-Order, NLO) まで含めたモンテカルロプログラム POWHEG [90] とアクセプタンスを盛り込んだデータより得られている. 以上により決められた規格化因子は Z'' 模型に対しても同様に用いる.

図 5.2 には2つのレプトン対で構成した不変質量 m_{12} と m_{34} の分布を標準模型と $g_{Z''} = 0.3$ かつ $m_{Z''} = 60 \text{ GeV}$ (図 5.2(a)) または $m_{Z''} = 80 \text{ GeV}$ (図 5.2(b)) に固定したときの Z'' 模型についてそれぞれ示す. なお本セクションの $\sqrt{s} = 7 - 8 \text{ TeV}$ での解析は全て $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ で積分ルミノシティ 4.6 fb^{-1} , $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ で 20.7 fb^{-1} を組み合わせて行っている. また, 種々のプロット, ヒストグラムについては全チャンネル ($4e$ と $2e2\mu$, 4μ) を足し上げている. これによって ATLAS 実験の結果, 参考文献 [87] の図 3(e) と 3(f) と直接比較することができる.

$g_{Z''} = 0.3$, $m_{Z''} = 60 \text{ GeV}$ の Z'' 模型については m_{12} 分布において測定値に比べ $m_{12} \simeq m_{Z''}$ 周辺に過剰なシグナルが見受けられる. これはオンシェル Z'' 粒子の崩壊 $Z'' \rightarrow \ell^+\ell^-$ を含んだ $Z \rightarrow Z''\ell^+\ell^-$ によるシグナルである. また m_{34} 分布においても $m_Z - m_{Z''}$ に対応する $m_{34} = 20 - 30 \text{ GeV}$ 近傍に, m_{12} 分布に比べ小さいが過剰なシグナルがあることがわかる. 一方で $m_{Z''} = 80$ の場合には測定値や標準模型に比べて有意な偏りは見られない. 表 5.4 は種々の模型に対する $51 \text{ GeV} \leq m_{12} \leq 81 \text{ GeV}$, $3 \text{ GeV} \leq m_{34} \leq 48 \text{ GeV}$ の範囲でのイベント数の

重心エネルギー (\sqrt{s})	チャンネル	標準模型期待値
7TeV	$eeee$	1.8
	$ee\mu\mu$	7.9
	$\mu\mu ee$	3.3
	$\mu\mu\mu\mu$	11
8TeV	$eeee$	15
	$ee\mu\mu$	43
	$\mu\mu ee$	20
	$\mu\mu\mu\mu$	67

表 5.3: ATLAS 実験が発表している $Z \rightarrow 4\ell$ 探査における標準模型期待値. 標準模型期待値はモンテカルロシミュレーションによって見積もられたシグナルイベントとバックグラウンドの総和. 参考文献 [87] の表 4 より引用.

期待値をまとめたものである. ここで $g_{Z''} = 0.3$, $m_{Z''} = 60$ GeV の Z'' 模型の期待値を $N_{Z'',60}$, $g_{Z''} = 0.3$, $m_{Z''} = 80$ GeV の Z'' 模型の期待値を $N_{Z'',80}$, 標準模型の期待値を N_{SM} とした. また統計的有意性を表す $\sigma_{Z''}$ は $(N_{Z''} - N_{\text{SM}})/\sqrt{N_{\text{SM}}}$ と定義し, 標準模型と比較した際の偏差を表に示す. $m_{Z''} = 60$ GeV の場合, $\sigma_{Z'',60}$ の値は $m_{12} = 57 - 63$ GeV の領域でおよそ 5.1, $m_{34} = 18 - 33$ GeV の領域でおよそ 4.1 となり標準模型と比べて明らかな差異がある. それとは別に $\sigma_{Z'',80}$ は全ての m_{12} と m_{34} の領域で 1 を上回ることは無いほど小さく, 統計的有意性は無い.

$\sigma_{Z''}$ とは別に, 模型の適合度を測るために χ^2 を導入する. χ^2 は,

$$\chi^2 = \sum_i \left(\frac{N_{th}^i - N_{\text{DATA}}^i}{\sigma_i} \right)^2, \quad (5.1)$$

と定義される. ここで N_{th}^i は i 番目のビンに含まれる標準模型または Z'' 模型のイベント数の期待値で, N_{DATA}^i と σ_i はそれぞれ測定されたイベント数とそれに伴う統計誤差である. これらは ATLAS 実験 [87] の値を採用した. 表 5.5 に標準模型と Z'' 模型の m_{12} 分布と m_{34} 分布に対する χ^2 の値をまとめる.

ここでは χ^2 を計算するにあたり m_{12} 分布については 19 のビン, m_{34} 分布については 14 のビンを用いた. すなわち χ^2 の自由度 (degree of freedom, d.o.f) は m_{12} 分布については 19, m_{34} 分布については 14 となる. $m_{Z''} = 60$ GeV の Z'' 模型について χ^2 は m_{12} 分布と m_{34} 分布の両者とも標準模型よりも値が大きく, よく適合してるとは言えない. 両分布の $\chi^2/(\text{d.o.f})$ の合計は $73.7/(33)$ となり, 分布が統計的な揺らぎで説明できる確率は 6.1×10^{-5} となる. 一方

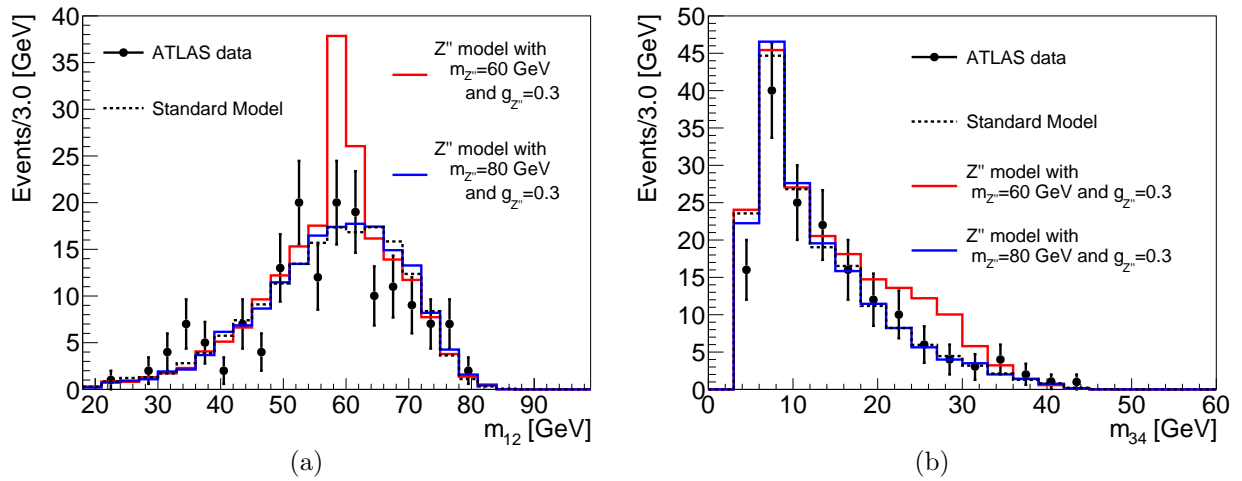


図 5.2: 標準模型 (破線) と $g_{Z''} = 0.3$ かつ $m_{Z''} = 60$ GeV (赤色の実線) または 80 GeV (青色の実線) の場合の Z'' 模型における m_{12} と m_{34} の分布. 終状態の 4 レプトンのフレーバーについては全てのチャンネル ($4e$ と $2e2\mu$, 4μ) を合計した. ヒストグラム及びプロットは $\sqrt{s} = 7$ TeV で積分ルミノシティが 4.6 fb^{-1} のデータと $\sqrt{s} = 8$ TeV で積分ルミノシティ 20.7 fb^{-1} のデータを合わせた結果である.

で標準模型について同様の確率を算出すると 0.19 と求まる.

m_{12} 分布と m_{34} 分布より, ATLAS 実験の解析によって $g_{Z''} = 0.3$ かつ $m_{Z''} = 60$ GeV の Z'' 模型はすでに排除されていると結論付けられる. これは $g_{Z''} = 0.3$ かつ $m_{Z''} = 60$ GeV の場合にはあまりに明瞭な Z'' 粒子の効果が現れたためである. ゲージ結合定数 $g_{Z''}$ の値を変えた場合にも, 同様の方法で制限を見積もることが可能である. 一方で, $m_{Z''} = 80$ GeV の Z'' 模型の χ^2 は標準模型の場合と比べても大差はない. $m_{Z''} = 80$ GeV の Z'' 模型での χ^2 の合計は $\chi^2/(\text{d.o.f}) = 40.6$ となり, これに相応する統計的な揺らぎで分布を説明できる確率は 0.17 と求まる. すなわち, 現状の ATLAS 実験の解析では $g_{Z''} = 0.3$ かつ $m_{Z''} = 80$ GeV の Z'' 模型に対しては感度が無いと結論付けられる.

もし 4μ チャンネルのみを見ることができれば, Z'' 粒子がミュー粒子のみと結合することから標準模型と Z'' 模型との差はより明確になると考えられる. しかしながら ATLAS 実験から各レプトンで区別された結果は提供されておらず, 実際に測られたデータと比較して模型に対する制限を論じることはできない. 表 5.6 に標準模型および $m_{Z''} = 60$ GeV の Z'' 模型それぞれの場合に $51 \text{ GeV} \leq m_{12} \leq 69 \text{ GeV}$ の領域で期待される 4μ イベントのイベント数を列挙する. 表 5.4 と比べると明らかなように, $m_{12} = (57, 63) \text{ GeV}$ の領域で統計的有意性 $\sigma_{Z'',60}$ が著しく増大することがわかる.

	N_{SM}	$N_{Z'',60}$	$\sigma_{Z'',60}$	$N_{Z'',80}$	$\sigma_{Z'',80}$	
m_{12}	(51, 57) GeV	29.1	32.8	0.7	29.9	0.1
	(57, 63) GeV	34.2	63.9	5.1	35.1	0.2
	(63, 69) GeV	33.2	30.1	-0.5	32.3	-0.2
	(69, 75) GeV	20.7	19.5	-0.3	21.5	0.2
	(75, 81) GeV	4.7	5.2	0.2	5.9	0.5
m_{34}	(3,18) GeV	130.6	135.2	0.4	131.8	0.1
	(18,33) GeV	33.0	56.4	4.1	32.8	-0.0
	(33,48) GeV	4.5	5.4	0.4	4.3	-0.1

表 5.4: m_{12} と m_{34} の領域毎のイベント数. 結果は ATLAS 実験 [87] と同様に $\sqrt{s} = 7$ TeV で積分ルミノシティー 4.6 fb^{-1} , $\sqrt{s} = 8$ TeV で 20.7 fb^{-1} のイベント数, 全てのチャンネル ($4e$ と $2e2\mu$, 4μ) のイベント数の総和である. ここで N_{SM} と $N_{Z'',60}$ ($N_{Z'',80}$) はそれぞれ標準模型期待値と $m_{Z''} = 60$ GeV (80 GeV) の場合の Z'' 模型期待値である. また $\sigma_{Z''} = (N_{Z''} - N_{\text{SM}})/\sqrt{N_{\text{SM}}}$ は統計的な有意性を示す指標である.

	標準模型	Z'' 模型 ($m_{Z''} = 60$ GeV)	Z'' 模型 ($m_{Z''} = 80$ GeV)
m_{12} 分布の $\chi^2/(\text{d.o.f})$	33.1/(19)	47.1/(19)	34.1/(19)
m_{34} 分布の $\chi^2/(\text{d.o.f})$	6.9/(14)	26.6/(14)	6.5/(14)

表 5.5: 標準模型と $g_{Z''} = 0.3$, $m_{Z''} = 60, 80$ GeV の Z'' 模型における m_{12} 分布と m_{34} 分布の χ^2 .

$m_{Z''} = 80$ GeV の場合には, Z'' 模型は ATLAS 実験から制限を受けない. Z'' 粒子の質量が Z 粒子に比べて同程度あるいは大きい場合, すなわち $m_{Z''} \simeq m_Z$ あるいは $m_{Z''} > m_Z$ という場合にシグナルイベントで支配的な過程は, オフシェルな Z 粒子が図 5.1 のような s チャンネルで伝播するものである. これによって ATLAS 実験の Z 粒子の 4 レプトンへの崩壊の測定はより重い Z'' 粒子に対して感度を失う.

ATLAS 実験の Z'' 粒子に対する感度をより明らかにするために, 4μ チャンネルについて一連の事象選別カットを順番に適用する際に Z'' 模型のイベント数と標準模型のイベント数との比, $N_{Z'',60}/N_{\text{SM}}$ と $N_{Z'',80}/N_{\text{SM}}$ がどのように変化するかを表 5.7 に示す. なおそれぞれのカットは前述した 1 – 6 のカットに対応するものであるが, カット 1 に対しては互いに反対の電荷を持つあらゆる組のミュオン粒子対について $m_{\mu^+\mu^-} > 4$ GeV を新たに要求した. $m_{Z''} = 60$ GeV の Z'' 模型におけるシグナルの感度はカットを掛ける毎に増幅する. しかし $m_{Z''} = 80$

4 μ チャンネル		N_{SM}	$N_{Z'',60}$	$\sigma_{Z'',60}$
m_{12}	(51, 57) GeV	13.4	17.1	1.0
	(57, 63) GeV	17.4	47.3	7.2
	(63, 69) GeV	17.5	14.1	-0.8

表 5.6: 各 m_{12} の領域で期待される 4 μ イベントのイベント数. 標準模型の場合に期待されるイベント数を N_{SM} , $m_{Z''} = 60$ GeV の Z'' 模型の場合に期待されるイベント数を $N_{Z''}$ とする. また $\sigma_{Z''} = (N_{Z''} - N_{\text{SM}})/\sqrt{N_{\text{SM}}}$ は統計的有意性を示す指標である.

GeV の Z'' 模型において 6 番目のカットを掛けた後にはシグナルの感度は減少する. これは多くの $m_{Z''} = 80$ GeV のシグナルイベントの多くがオフシェル領域の Z 粒子によってもたらされるためである. 結果として ATLAS 実験の解析は重い Z'' 粒子に直接的な感度が無い.

Z'' 粒子に対する感度を上げるために, ATLAS 実験の解析で用いられているものより特化したカットを提示する. p_T と η , ΔR に関するカット 1–4 に加えて,

5' $m_{4l} > m_Z + 10$ GeV かつヒッグス粒子の質量領域を排除する, $|m_{4l} - m_h| > 10$ GeV を要求する.

6' $|m_{34} - m_Z| > 5$ GeV を要求する.

シグナルイベントの多くがオフシェル Z 粒子の s チャンネルを介するため, カット 5' はオンシェル Z 粒子の寄与を排除する役割を持つ. またヒッグス粒子の質量に関するカットは $H \rightarrow 4l$ の寄与を抑える効果がある. カット 6' は標準模型バックグラウンドでもある ZZ 生成過程 (図 5.3) を排除するためのカットである. ZZ 生成過程の場合 m_{12} だけでなく m_{34} も m_Z に近づくために $|m_{34} - m_Z| > 5$ GeV を要求する. 一方で, Z'' 粒子のシグナルイベントに

カット	$N_{Z'',60}/N_{\text{SM}}$	$N_{Z'',80}/N_{\text{SM}}$
1. 4 μ イベントの要求	1.21	1.02
2-3. $p_{T,\mu}$ カットと $\Delta R_{\mu,\mu}$ カット	1.26	1.04
4-5. $m_{\mu\mu}$ カット	1.28	1.05
6. $80 \text{ GeV} \leq m_{4\mu} \leq 100 \text{ GeV}$	1.38	0.99

表 5.7: 順に事象選別カットを掛けたときの Z'' 模型のイベント数と標準模型のイベント数との比.

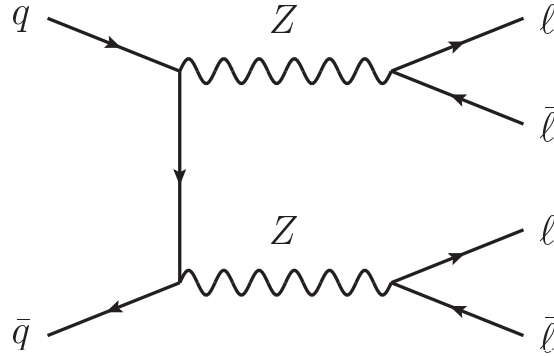


図 5.3: バックグラウンドである ZZ 生成過程を表すファインマンダイアグラム.

において m_{12} は $m_{Z''}$ となる傾向があるが, m_{34} は特定の値に集中することは無い. したがって, Z'' 粒子のシグナルを多く残しつつ ZZ バックグラウンドを効果的に取り除くことができる.

Z'' 模型に特化したカットを施した後の 4μ チャンネルにおける m_{12} の分布を, $m_{Z''} = 80, 90, 100$ GeV の場合についてそれぞれ図 5.4 に示す. 上記の 3 つの全ての場合で $m_{12} = m_{Z''}$ に標準模型に比べて過剰なシグナルが現れることが期待される. 表 5.8 には各 m_{12} の領域での期待されるイベント数の標準模型との比 $N_{Z''}/N_{\text{SM}}$ とそれに伴う統計的有意性を示す.

$m_{Z''} = 80$ GeV と 100 GeV の場合, 比 $N_{Z''}/N_{\text{SM}}$ はそれぞれ 3.1, 5.1 と大きくなる. $m_{12} \sim m_{Z''}$ に対して, 標準模型の期待されるイベント数 N_{SM} はとても少ない. よって以前に定義した σ は統計的有意性を表すには不適である. そこで, $m_{Z''} - 3$ GeV $< m_{12} < m_{Z''} + 3$ GeV のビンに対するイベント数 $N_{Z''}$ を平均とするポアソン分布に基づいて統計的有意性を推定する. 平均が N_{SM} のポアソン分布の最頻値を $N_{\text{SM}}^{\text{mode}}$ とすると, 上記のビンにおいて $N_{Z''}$ を平均とするポアソン分布で $N \leq N_{\text{SM}}^{\text{mode}}$ のイベント数となる確率 p は $m_{Z''} = 80$ GeV の場合に 1.5×10^{-2} となり, $m_{Z''} = 100$ GeV の場合に 0.07 となる.¹ イベント数の比 $N_{Z''}/N_{\text{SM}}$ がとても大きくなるため, 重心エネルギーが 14 TeV の LHC 実験では Z'' 粒子の証拠が得られると予想される. また, m_{12} の代わりにミュー粒子対の不変質量が $m_{Z''}$ に近づくという仮説を用いて, これらの統計的有意性が改善されるかを確かめた. しかし, シグナル領域の標準模型のバックグラウンドも同時に増幅するために統計的有意性は改善しない.

$m_{Z''} = 90$ GeV の場合に図 5.4 (b) を見ると, m_{12} の分布において標準模型の Z 粒子のピークに重なるように小さな過剰が存在する. ただし標準模型の Z 粒子のピークと重なってしまうために, 統計的有意性は 1 よりも小さい.

¹一方で, N_{SM} を平均とするポアソン分布において $N \geq N_{\text{SM}}^{\text{mode}}$ となる確率は $m_{Z''} = 80$ GeV の場合に 4.7×10^{-3} , $m_{Z''} = 100$ GeV の場合に 0.096 となる.

$m_{Z''} = 80 \text{ GeV}$	N_{SM}	$N_{Z''}$	$N_{Z''}/N_{\text{SM}}$	Z'' 模型において $N < N_{\text{SM}}^{\text{mode}}$ となる確率
(71,77) GeV	2.0	2.5	1.2	–
m_{12} (77,83) GeV	3.1	9.5	3.1	1.5×10^{-2}
(83,89) GeV	13.2	13.5	1.0	–
$m_{Z''} = 90 \text{ GeV}$	N_{SM}	$N_{Z''}$	$N_{Z''}/N_{\text{SM}}$	$\sigma_{Z''}$
(81,87) GeV	7.5	6.9	0.9	–
m_{12} (87,93) GeV	45.7	51.4	1.1	0.9
(93,99) GeV	9.6	9.4	1.0	–
$m_{Z''} = 100 \text{ GeV}$	N_{SM}	$N_{Z''}$	$N_{Z''}/N_{\text{SM}}$	Z'' 模型において $N < N_{\text{SM}}^{\text{mode}}$ となる確率
(91,97) GeV	27.4	29.2	1.1	–
m_{12} (97,103) GeV	2.4	5.8	2.5	0.07
(103,109) GeV	0.9	1.0	1.1	–

表 5.8: 標準模型及び $m_{Z''} = 80, 90, 100 \text{ GeV}$ の Z'' 模型について, Z'' 模型に特化したカットを施した後の 4μ チャンネルにおける各 m_{12} の領域のイベント数期待値. $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ で積分ルミノシティー 4.6 fb^{-1} のデータと $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ で 20.7 fb^{-1} のデータを合わせた場合を想定する.

5.3.2 $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ での 4レプトン チャンネルの解析

前セクションでは, $m_{Z''} > 80 \text{ GeV}$ の重い Z'' 粒子が重心エネルギー $\sqrt{s} = 7 - 8 \text{ TeV}$ の LHC 実験のデータからは, 積分ルミノシティーが限られているがために, 制限されない事を明らかにした. このセクションでは, 重心エネルギーが $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ かつ積分ルミノシティーが 300 fb^{-1} と 3000 fb^{-1} の LHC 実験を想定する. Z'' 粒子が $m_{Z''} = 60 \text{ GeV}$ の場合はすでに制限されることが判明したため, このセクションでは $g_{Z''} = 0.3$ かつ $m_{Z''} = 80, 90, 100 \text{ GeV}$ の参照点について解析する. また, 重心エネルギー $\sqrt{s} = 7 - 8 \text{ TeV}$ の場合の解析と異なり, 断面積への規格化を行わずにリーディングオーダーのみの議論を行う. Delphes-2.0.5 を用いた検出器のシミュレーションについては, $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ での実験のトリガー [91] として表 5.9 にまとめた条件を組み入れて実行する. さらに Z'' 粒子がタウ粒子にも結合することから, 前のセクションで行った 4μ チャンネルの議論に加えてタウ粒子を含んだ $2\mu 2\tau$ や 4τ のチャンネルについても議論を行う.

トリガー	p_T の閾値
単一ミュオン粒子	$p_T^\mu > 25 \text{ GeV}$
単一タウジェット	$p_T^\tau > 150 \text{ GeV}$
2つのミュオン粒子	$p_T^{\mu_1} > 13 \text{ GeV}, p_T^{\mu_2} > 13 \text{ GeV}$
ミュオン粒子とタウジェット	$p_T^\mu > 15 \text{ GeV}, p_T^\tau > 40 \text{ GeV}$

表 5.9: 重心エネルギー $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ での解析におけるトリガーの条件 [91].

$pp \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$ 過程の解析

もし $pp \rightarrow 4\mu$ チャンネルに Z'' 粒子が寄与しているならば, Z'' 模型の断面積やイベント数は $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ の場合と比較して $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ の場合の方が大きくなる. そのため, m_{12} 分布において Z 粒子の質量の近傍にある Z'' 粒子のシグナルによる過剰が確認できるはずである. $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ の解析でも前のセクションで提示した重い Z'' 粒子に特化したカットを適用する.

図 5.5 に標準模型および $m_{Z''} = 80$ と $90, 100 \text{ GeV}$ の Z'' 模型に対するミュオン粒子対の不変質量 m_{12} の分布を示す. なお積分ルミノシティーについては 300 fb^{-1} を仮定した. 重心エネルギーが $\sqrt{s} = 7-8 \text{ TeV}$ の場合と比較すると, $m_{Z''} = 80 \text{ GeV}$ と 100 GeV の Z'' 模型の場合, シグナル領域 $m_{12} \simeq m_{Z''}$ の過剰はより明確になる. Z 粒子のピークと重なる $m_{Z''} = 90 \text{ GeV}$ の場合についても $m_{12} \simeq m_{Z''}$ の領域にある過剰は統計的に有意であると言える. 表 5.10 に $m_{12} \simeq m_{Z''}$ 近傍のイベント数を標準模型の場合 N_{SM} と Z'' 模型の場合 $N_{Z''}$ について列挙する. さらにそれらの比 $N_{Z''}/N_{\text{SM}}$ と統計的有意性 $\sigma_{Z''}$ についても示す. $m_{Z''} = 80$ と 100 GeV の場合, それぞれの統計的有意性 $\sigma_{Z'',80}$ と $\sigma_{Z'',100}$ は 5 を超える. $m_{Z''} = 90 \text{ GeV}$ の場合についても $\sigma_{Z'',90} \sim 3$ となる. すなわち, もし積分ルミノシティーが $1000-3000 \text{ fb}^{-1}$ と期待されるハイルミノシティー LHC (high luminosity LHC, HL-LHC) 実験でもバックグラウンドの割合やカットが同等であるならば, $m_{Z''} \leq 100 \text{ GeV}$ の領域全体において検証可能と言える.

$pp \rightarrow \mu^+ \mu^- \tau^+ \tau^-$ 過程の解析

Z'' 模型では模型に含まれる Z'' 粒子は第 2, 第 3 世代のレプトンと結合する. この特徴を検証するために, 4μ チャンネル以外のパターンについても解析する必要がある. 興味深い過程の一つが $2\mu 2\tau$ プロセスである. このチャンネルについて詳しく調べるために, $Z \rightarrow \tau^+ \tau^-$ チャンネルについての ATLAS 実験や CMS 実験のデータ [86] を再現するようなハドロン化するタウ粒子のタグ付けに関するアルゴリズムを Delphes に加える.

$m_{Z''} = 80 \text{ GeV}$	N_{SM}	$N_{Z''}$	$N_{Z''}/N_{\text{SM}}$	$\sigma_{Z''}$
(71, 77) GeV	16.2	23.8	1.5	1.9
m_{12} (77, 83) GeV	30.7	94.7	3.1	11.6
(83, 89) GeV	130.8	133.3	1.0	0.2
$m_{Z''} = 90 \text{ GeV}$	N_{SM}	$N_{Z''}$	$N_{Z''}/N_{\text{SM}}$	$\sigma_{Z''}$
(81, 87) GeV	67.6	72.1	1.1	0.5
m_{12} (87, 93) GeV	445.3	515.7	1.2	3.3
(93, 99) GeV	93.3	100.9	1.1	0.8
$m_{Z''} = 100 \text{ GeV}$	N_{SM}	$N_{Z''}$	$N_{Z''}/N_{\text{SM}}$	$\sigma_{Z''}$
(91, 97) GeV	268.2	280.4	1.1	0.7
m_{12} (97, 103) GeV	24.3	57.8	2.4	6.8
(103, 109) GeV	10.1	11.0	1.1	0.3

表 5.10: 重い Z'' 粒子に特化したカットを施した後, 重心エネルギー $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$, 積分ルミノシティ $\int dt L = 300 \text{ fb}^{-1}$ の場合に m_{12} の領域毎に期待される 4μ チャンネルのイベント数. 標準模型の場合に期待されるイベント数を N_{SM} , Z'' 模型の場合に期待されるイベント数を $N_{Z''}$ とする.

この $2\mu 2\tau$ チャンネルについては次のカットを要求する.

1. ハドロンに崩壊するタウ粒子に限り, $p_{T,\tau} > 20 \text{ GeV}$ と $|\eta_\tau| < 2.3$ を満たす 2 つの τ ジェットを要求する.
2. $p_{T,\mu} > 10 \text{ GeV}$ and $|\eta_\mu| < 2.7$, $\Delta R > 0.1$ を満たす互いに反対の電荷を持つ 2 つのミュー粒子を要求する.
3. 2 つのタウ粒子について不変質量が $m_{\tau\tau} > 120 \text{ GeV}$ であることを要求する. ここではタウ粒子の崩壊によるニュートリノがタウジェット方向に平行であると仮定し, タウ粒子の運動量を再構成するためにコリニア近似を採用する.

1 番目と 2 番目のカットは 2μ と 2τ を含む事象を選別するための要請である. 3 番目のカットは標準模型の ZZ バックグラウンドを効率的に排除する. なぜならば, 一度ミュー粒子対の不変質量に対して $m_{\mu\mu} \sim m_{Z''}$ を要求すると, 2 つのタウ粒子について不変質量が $m_{\tau\tau} \sim m_Z$ あるいは $m_{Z''}$ であってもシグナルの行列要素は増幅しないためである. 一方で標準模型の ZZ バックグラウンドにおいては $m_{\mu\mu}$ と $m_{\tau\tau}$ の両者が m_Z となる領域で増幅される. これよ

$m_{Z''} = 80 \text{ GeV}$	N_{SM}	$N_{Z''}$	$N_{Z''}/N_{\text{SM}}$	Z'' 粒子発見に必要な積分ルミノシティー (fb^{-1})
(71, 77) GeV	0.3	0.9	3.1	> 500
$m_{\mu\mu}$ (77, 83) GeV	0.6	4.8	8.2	
(83, 89) GeV	1.5	1.4	1.0	
$m_{Z''} = 90 \text{ GeV}$	N_{SM}	$N_{Z''}$	$N_{Z''}/N_{\text{SM}}$	Z'' 粒子発見に必要な積分ルミノシティー (fb^{-1})
(81, 87) GeV	0.8	1.3	1.7	> 2900
$m_{\mu\mu}$ (87, 93) GeV	5.0	8.4	1.7	
(93, 99) GeV	1.1	1.3	1.2	
$m_{Z''} = 100 \text{ GeV}$	N_{SM}	$N_{Z''}$	$N_{Z''}/N_{\text{SM}}$	Z'' 粒子発見に必要な積分ルミノシティー (fb^{-1})
(91, 97) GeV	3.0	3.7	1.3	> 730
$m_{\mu\mu}$ (97, 103) GeV	0.3	2.9	11.8	
(103, 109) GeV	0.07	0.2	2.9	

表 5.11: $2\mu 2\tau$ チャンネルにおける標準模型と $m_{Z''} = 80, 90, 100 \text{ GeV}$ の Z'' 模型での各 $m_{\mu\mu}$ の領域毎のイベント数. 重心エネルギー $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$, 積分ルミノシティー $\int dtL = 300 \text{ fb}^{-1}$ を仮定した.

り, コリニアア近似によるタウ粒子の再構成はタウ粒子対の不変質量から Z'' 粒子の質量を再現するという点については十分でないが, 標準模型のバックグラウンドを取り除くことには有用であると言える.

4μ チャンネルにおいては, 取り得るミュー粒子の組みが2通りある. そこで Z'' 粒子の探索には主として最も m_Z に近いレプトン対の不変質量 m_{12} を用いた. 対照的に, $2\mu 2\tau$ チャンネルはこのような組み合わせの問題が無い. 図 5.6 では重心エネルギー $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ での ($m_{\mu\mu}$) の分布を示す. ここで標準模型は破線, $m_{Z''} = 80, 90, 100 \text{ GeV}$ の Z'' 模型をそれぞれ青色, 紫色, 緑色のヒストグラムでその分布を表す. また, 積分ルミノシティーについては 300 fb^{-1} を仮定した.

表 5.11 に $m_{\mu\mu} \simeq m_{Z''}$ の領域でのイベント数を示す. Z'' 模型から期待されるイベント数を $N_{Z''}$, 標準模型から期待されるイベント数を N_{SM} とする. これに加え, 比 $N_{Z''}/N_{\text{SM}}$ と統計的有意性から Z'' 粒子発見に必要な積分ルミノシティーの見積もりを示す. ここで Z'' 粒子発見に必要な積分ルミノシティーは N_{SM} を平均値とするポアソン分布に対して, シグナルを含み得る $m_{Z''} - 3 \text{ GeV} \leq m_{\mu\mu} \leq m_{Z''} + 3 \text{ GeV}$ のビンでイベント数が $N > N_{Z''}$ となる確率が 10^{-5} より小さくなる時の積分ルミノシティーとして定義する.

$m_{Z''} = 80 \text{ GeV}$ および 100 GeV の場合に比 $N_{Z''}/N_{\text{SM}}$ は, $m_{\mu\mu}$ が $m_{Z''}$ 近傍の領域で十分

に大きい. $m_{Z''} = 80$ GeV の場合については積分ルミノシティーが 300 fb^{-1} 以下で Z'' 粒子の効果が観測される可能性がある. $m_{Z''} = 100$ GeV の場合, 積分ルミノシティーが 300 fb^{-1} ではシグナルイベントの数が少ないが, より多くのデータを収集できる HL-LHC 実験でのイベント数の増加が期待できる. 対して $m_{Z''} = 90$ GeV の場合, その比は約 1.7 程度に留まる. $m_{Z''} = 90$ GeV の場合には統計的有意性も小さいが, HL-LHC 実験でレプトンやタウジェットのアクセプタンスが変わることなく積分ルミノシティーで 3000 fb^{-1} 程度までデータが収集することができれば, 十分にそのシグナルを観測することができる.

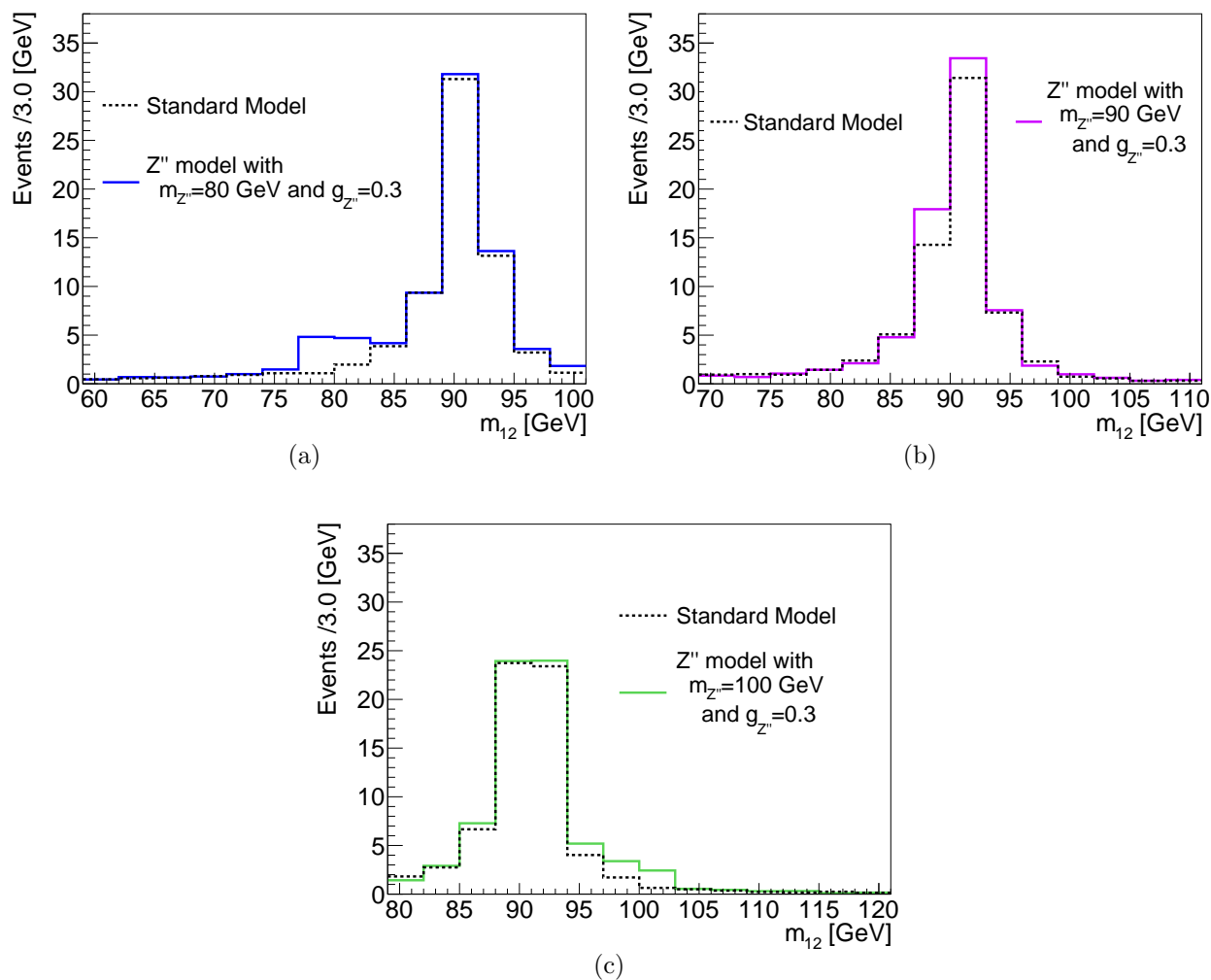


図 5.4: $pp \rightarrow 4\mu$ における Z'' 模型に特化したカットを施した後のレプトン対の不変質量 m_{l_2} の分布. 標準模型の場合を破線, $m_{Z''} = 80$ GeV の Z'' 模型の場合を青色の実線, $m_{Z''} = 90$ GeV の場合を紫色の実線, $m_{Z''} = 100$ GeV の場合を緑色の実線で表す. $\sqrt{s} = 7$ TeV で積分ルミノシティ 4.6 fb^{-1} のデータと $\sqrt{s} = 8$ TeV で 20.7 fb^{-1} のデータを合わせた場合を想定する.

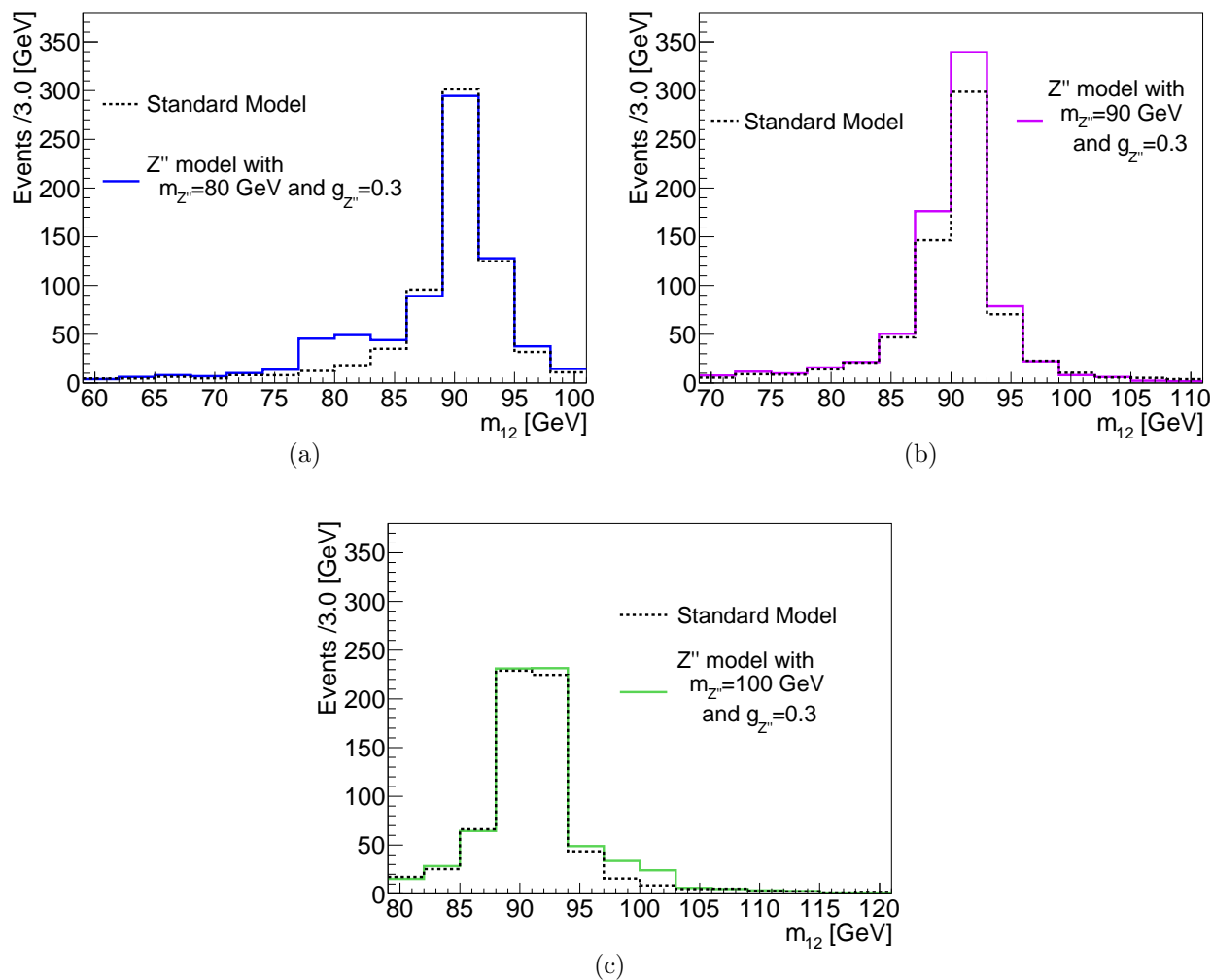


図 5.5: 重い Z'' 粒子に特化したカットを施した後の重心エネルギー $\sqrt{s} = 14$ TeV での 4μ チャンネルにおける m_{12} の分布. 標準模型は破線, $m_{Z''} = 80, 90, 100$ GeV の Z'' 模型をそれぞれ青色, 紫色, 緑色のヒストグラムで表す. また, 積分ルミノシティーについては 300 fb^{-1} を仮定した.

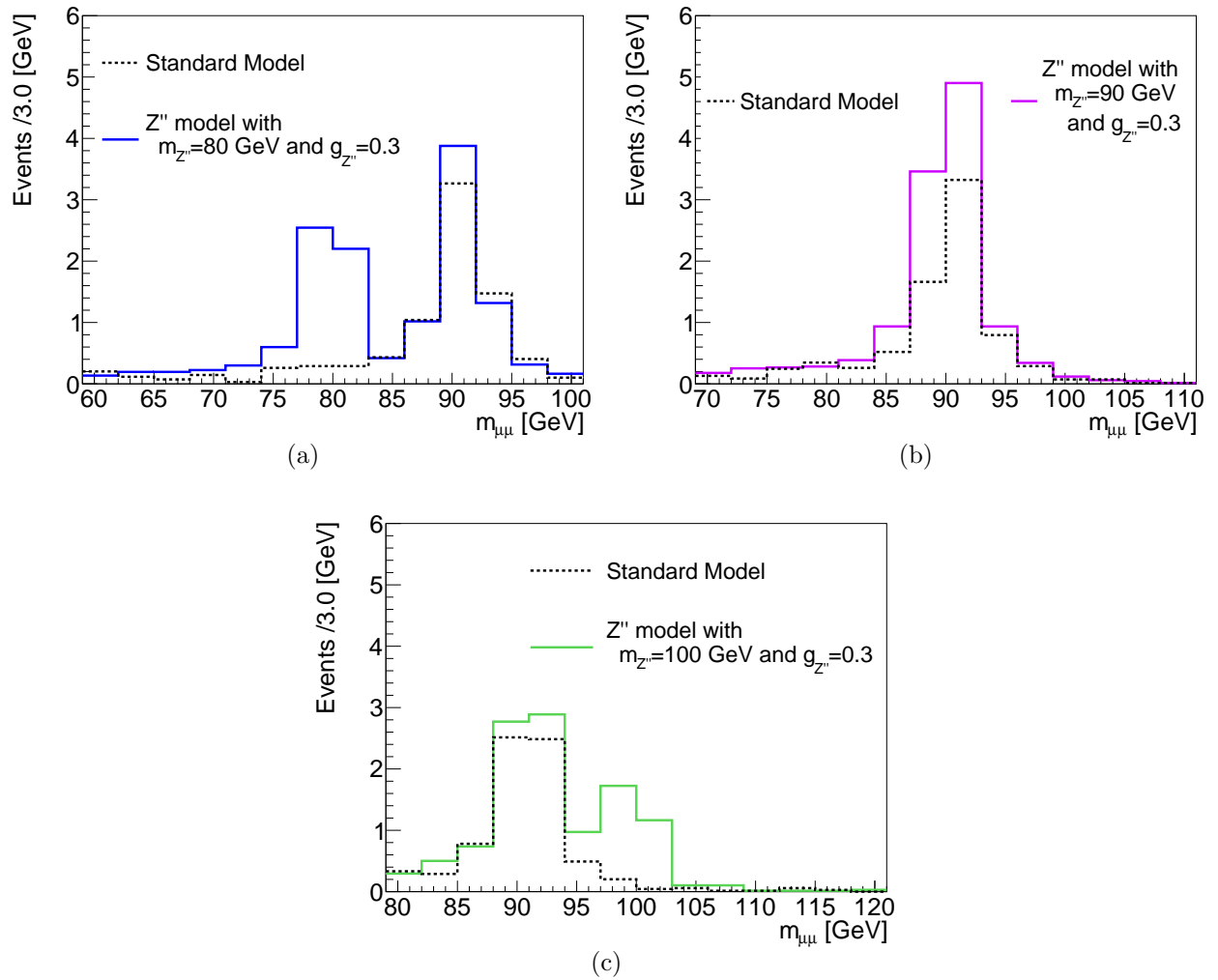


図 5.6: 重心エネルギー $\sqrt{s} = 14$ TeV での $2\mu 2\tau$ チャンネルにおける $(m_{\mu\mu})$ の分布. 標準模型は破線, $m_{Z'} = 80, 90, 100$ GeV の Z' 模型をそれぞれ青色, 紫色, 緑色のヒストグラムで表す. また, 積分ルミノシティについては 300 fb^{-1} を仮定した.

第6章 ニュートリノトライデントプロダクションと運動項の混合を介した制限

本章では Z'' 模型の制限として有用なニュートリノトライデントプロダクション (Neutrino Trident Production) について考察する. ニュートリノトライデントプロダクションとは重い原子核とニュートリノが反応し, 終状態に3つのレプトンを生成する過程である. Z'' 模型では図 6.1 ようにして Z'' 粒子が伝播する事でニュートリノトライデントプロダクションに影響を与え得る. このようにミューニュートリノが入射し, 終状態にミュー粒子対が生成されるニュートリノトライデントプロダクションは実験で観測されており, 誤差の範囲で標準模型と無矛盾であると報告されている [92–95]. すなわち Z'' 粒子の寄与を見積もることができれば, Z'' 模型のパラメータに制限を与えることができる [96, 97].

後に示すように, このニュートリノトライデントプロダクションによる制限を積極的に考慮すると, ミュー粒子異常磁気モーメントを説明する Z'' 模型のパラメータ領域は質量や結合定数の小さな領域に限られる. 本章の後半では, この領域に感度のある運動項の混合による効果を取り入れた解析を行う.

6.1 ニュートリノトライデントプロダクションによる Z'' 模型への制限

Z'' 模型に含まれる Z'' 粒子はミュー粒子やミューニュートリノと結合するため, 図 6.1 のようにしてニュートリノトライデントプロダクションに寄与する. V-A 理論や標準模型の場合 (付録 B) と同じようにして, Z'' 模型でのベクトルカレントと軸性ベクトルカレントを見積もる. 運動量 k を持つ Z'' 粒子が寄与するフェルミ粒子の4点相互作用は

$$\Delta\mathcal{L}_{Z''} = \frac{g_{Z''}^2}{k^2 - m_{Z''}^2} \bar{\mu}\gamma_{\mu}\mu \bar{\nu}\gamma^{\mu}(1 - \gamma^5)\nu, \quad (6.1)$$

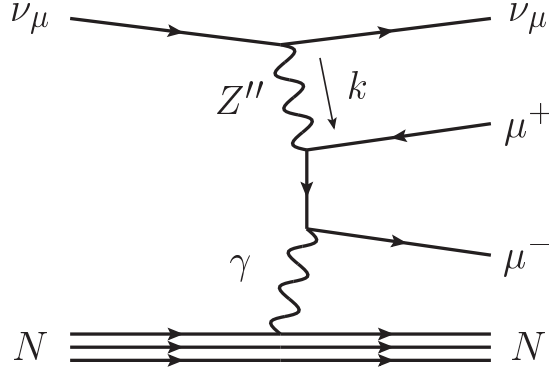


図 6.1: Z'' 粒子が寄与するニュートリノトライデントプロダクションのファインマンダイアグラム.

と表される. 標準模型の電弱ゲージ粒子による寄与 (式 B.9) と合わせて, Z'' 模型におけるフェルミ粒子の 4 点相互作用は

$$\Delta\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\mu} \gamma_\mu \left(C_V - C_V^{(Z'')} \frac{m_{Z''}^2}{k^2 - m_{Z''}^2} - C_A \gamma^5 \right) \mu \bar{\nu} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu, \quad (6.2)$$

となる. ここで $C_V^{(Z'')}$ は $\frac{1}{\sqrt{2}G_F} \frac{g_{Z''}^2}{m_{Z''}^2}$ である.

V-A 理論と標準模型の場合には $C_V C_A$ に比例する項が無視できて

$$|\mathcal{M}_{\text{SM}}|^2 \simeq |\mathcal{M}_{\text{V-A}}|^2 \times \frac{1}{2} (C_V^2 + C_A^2), \quad (6.3)$$

が成り立つ. Z'' 模型の場合には上記の式 6.3 の C_V を

$$C_V \rightarrow C_V - C_V^{(Z'')} \frac{m_{Z''}^2}{k^2 - m_{Z''}^2}, \quad (6.4)$$

と置き換えることで Z'' 模型におけるニュートリノトライデントプロダクションの確率振幅を得ることができる. すなわち

$$|\mathcal{M}_{\text{SM}+Z''}|^2 \simeq |\mathcal{M}_{\text{V-A}}|^2 \times \frac{1}{2} \left[C_V^2 + C_A^2 - 2C_V C_V^{(Z'')} \frac{m_{Z''}^2}{k^2 - m_{Z''}^2} + \left(C_V^{(Z'')} \frac{m_{Z''}^2}{k^2 - m_{Z''}^2} \right)^2 \right], \quad (6.5)$$

を得る. 特に Z'' 粒子が電弱ゲージ粒子のように比較的大きな質量 ($m_{Z''} \gg \sqrt{s}$) を持つ場合には Z'' 粒子の運動量 k を無視して良い近似となる. よって位相空間積分を実行した後の断面

積は V-A 理論や標準模型と係数のみ異なるだけで

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{SM}+Z''} &\simeq \frac{1}{2} \left[\left(C_V + C_V^{(Z'')} \right)^2 + C_A^2 \right] \sigma_{\text{V-A}} \\ &\simeq \frac{1}{2} \left[1 + \left(1 + 4 \sin^2 \theta_W + \frac{\sqrt{2} g_{Z''}^2}{G_F m_{Z''}^2} \right)^2 \right] \frac{2G_F^2 \alpha s}{9\pi^2} \left[\ln \left(\frac{s}{m_\mu^2} \right) - \frac{19}{6} \right],\end{aligned}\quad (6.6)$$

となる. さらに, 標準模型と比較すると

$$\frac{\sigma_{\text{SM}+Z''}}{\sigma_{\text{SM}}} \simeq \frac{1 + \left(1 + 4 \sin^2 \theta_W + \frac{\sqrt{2} g_{Z''}^2}{G_F m_{Z''}^2} \right)^2}{1 + (1 + 4 \sin^2 \theta_W)^2},\quad (6.7)$$

となる. ここに記した $\sigma_{\text{SM}+Z''}$ および σ_{SM} は原子核の情報を含まない素過程 $\nu_\mu \gamma \rightarrow \nu_\mu \mu^+ \mu^-$ の断面積であり, 実験結果と比較する際には式 B.1 のような積分を行う必要がある. しかし, $\sigma_{\text{SM}+Z''}$ と σ_{SM} の s , q^2 の依存性は全く同じになるため, 原子核の情報を取り入れる積分を行った後も式 6.7 の関係は変わらない.

ニュートリノトライデントプロダクションは複数のニュートリノビーム実験において測定されている. CHARM-II 実験 [92] は平均 20 GeV のニュートリノビームをガラスのターゲットに入射させる実験で, CCFR 実験 [93] は平均 160 GeV のニュートリノビームを鉄のターゲットに入射させる実験である. また NuTeV 実験 [95] は平均 125 GeV のニュートリノビームをスチールのターゲットに入射させる実験である. これらの実験で得られたニュートリノトライデントプロダクションの断面積は標準模型と比較して

$$\sigma_{\text{CHARM-II}}/\sigma_{\text{SM}} = 1.58 \pm 0.57,\quad (6.8)$$

$$\sigma_{\text{CCFR}}/\sigma_{\text{SM}} = 0.82 \pm 0.28,\quad (6.9)$$

$$\sigma_{\text{NuTeV}}/\sigma_{\text{SM}} = 0.72^{+1.73}_{-0.72},\quad (6.10)$$

と報告されている. 図 6.2(a) はニュートリノトライデントプロダクションを測定する実験から得られた Z'' 模型のパラメータへの制限を示すものである. 式 6.7 より, Z'' 模型は標準模型に比べてニュートリノトライデントプロダクションの断面積が必ず大きくなる. そのため CCFR 実験が最も強い制限を与える. $m_{Z''} \gtrsim 5$ GeV ではミュー粒子の異常磁気モーメントを $\pm 2\sigma$ で説明できる領域は 95% C.L. で CCFR 実験で排除, CHARM-II 実験でも説明できる領域は少なく, NuTeV 実験ではミュー粒子の異常磁気モーメントを $\pm 1\sigma$ で説明できる領域が 95% C.L. で排除される. これよりニュートリノトライデントプロダクションの測定が Z'' 模型の検証にとって非常に強力な手段であることがわかる. さらに, Z'' 模型におけるニュートリノトライデントプロダクションの断面積の $m_{Z''}$ 依存性に注目すると $m_{Z''}$ の 2 次で Z'' 粒子が

デカップルすることがわかる. このデカップリングの様子は Z'' 粒子が寄与するミュー粒子異常磁気モーメントについても同様になる. 図 6.2(a) においてニュートリノトライデントプロダクションによる制限を表す線とミュー粒子異常磁気モーメントを説明する線が平行しているのはこのためであり, $m_{Z''} > 500$ GeV の領域についても様相は変わらない.

次に Z'' 粒子が軽い ($m_{Z''} \ll \sqrt{s}$) 場合について議論する. Z'' 模型の断面積 $\sigma_{\text{SM}+Z''}$ は W^\pm 粒子と Z 粒子の寄与する部分 ($C_V^2 + C_A^2$ に比例する項) σ_{SM} と Z'' 粒子のみが寄与する部分 ($C_V^{(Z'')2}$ に比例する項) $\sigma_{Z''}$, さらにそれらが干渉する部分 ($C_V C_V^{(Z'')}$ に比例する項) σ_{inter} の和で表すことができる,

$$\sigma_{\text{SM}+Z''} = \sigma_{\text{SM}} + \sigma_{Z''} + \sigma_{\text{inter}}. \quad (6.11)$$

W. Altmannshofer 達 [97] によると, Z'' 粒子が重い場合に無視していた運動量 k も含めて計算すると干渉部分の断面積は

$$\sigma_{\text{inter}} \simeq \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{g_{Z''}^2 C_V \alpha}{3\pi^2} \ln^2 \frac{s}{m_\mu^2}, \quad (6.12)$$

となる. ここでは $m_\mu \ll \sqrt{s}$ として最も寄与の大きい対数部分 $\ln^2 \frac{s}{m_\mu^2}$ のみをとるという近似 (リーディング対数近似) を行っている. また Z'' 粒子のみが寄与する断面積は, $m_\mu \ll m_{Z''} \ll \sqrt{s}$ のときリーディング対数近似をとって

$$\sigma_{Z''} \simeq \frac{1}{m_{Z''}^2} \frac{g_{Z''}^4 \alpha}{6\pi^2} \ln \frac{m_{Z''}^2}{m_\mu^2}, \quad (6.13)$$

となり, $m_{Z''} \ll m_\mu \ll \sqrt{s}$ の場合には

$$\sigma_{Z''} \simeq \frac{1}{m_\mu^2} \frac{7g_{Z''}^4 \alpha}{72\pi^2} \ln \frac{m_\mu^2}{m_{Z''}^2}, \quad (6.14)$$

となる.

図 6.2(b) に Z'' 粒子が軽い場合の制限を示す. Z'' 粒子が軽い場合には $m_{Z''}$ 依存性是对数の中にしか現れないため, Z'' 粒子が重い場合に比べると Z'' 模型に対するニュートリノトライデントプロダクションの感度は低くなる. 数値計算の結果, より積極的に CCFR 実験の値を採用すると, ミュー粒子の異常磁気モーメントを説明することができる Z'' 模型のパラメータ領域は $m_{Z''} \lesssim 400$ MeV, $g_{Z''} \lesssim 2 \times 10^{-3}$ に制限されることがわかる.

ニュートリノトライデントプロダクションの測定は Z'' 模型の検証において非常に強力な手段であるが, 最も保守的な立場をとるならばミュー粒子の異常磁気モーメントを $\pm 2\sigma$ 以内で説明できるパラメータ領域は残る. ニュートリノトライデントプロダクションを測る実験

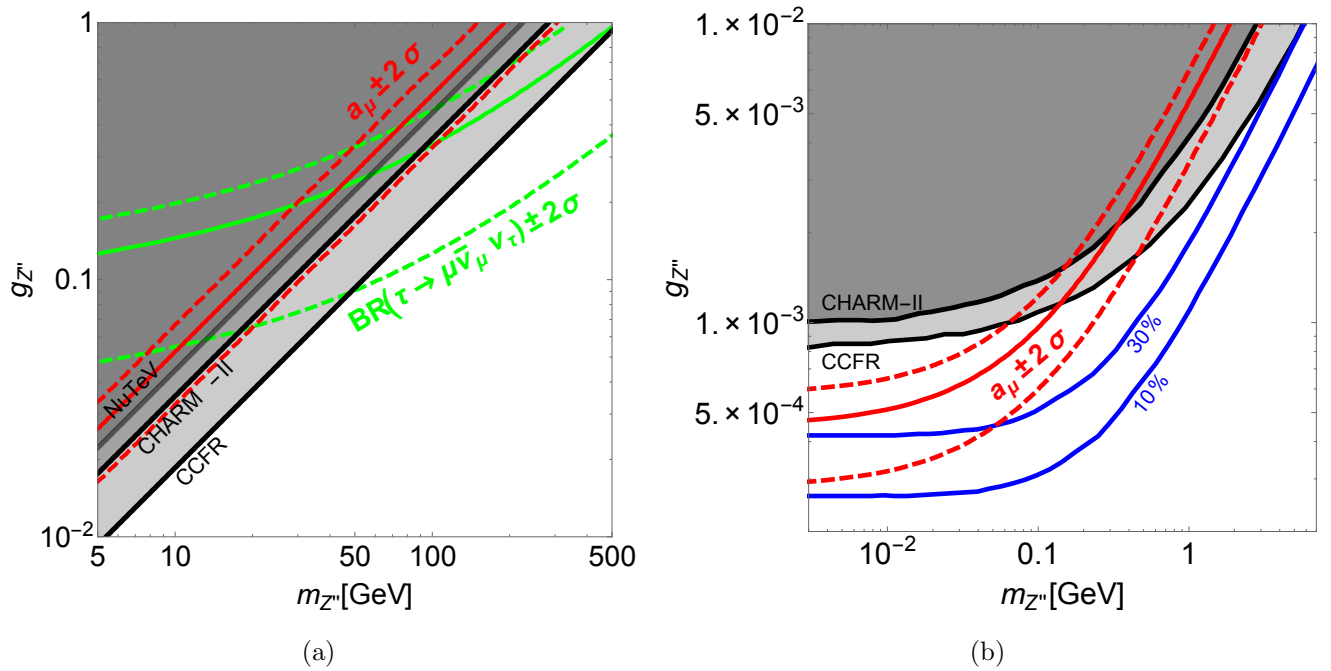


図 6.2: ニュートリノトライデントプロダクションによる Z'' 模型のパラメータへの制限. 黒色の実線で囲まれた領域が CHARM-II 実験, CCFR 実験, NuTeV 実験によって 95% C.L. で制限される領域. また赤色の実線はミュー粒子異常磁気モーメントを 0σ で説明する領域を示し, 破線は $\pm 2\sigma$ で説明する領域を示す. 右図 (a) は Z'' 粒子が重い場合, 左図 (b) は Z'' 粒子が軽い場合. 右図 (a) の緑色の実線と破線はそれぞれ $\text{BR}(\tau \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)$ を 0σ と $\pm 2\sigma$ で説明する領域を示す. 左図 (b) の青色の実線は 5 GeV のニュートリノビームをアルゴンのターゲットに入射させる実験を想定した場合に, ニュートリノトライデントプロダクションの断面積が 30% および 10% の精度で測られたときの制限. ここで左図 (b) のニュートリノトライデントプロダクションの断面積の数値的な計算結果については参考文献 [97] の図 3 より引用した.

としては最も新しい NuTeV 実験¹ で標準模型と V-A 理論を区別できない程度の誤差があるため, 今後もニュートリノトライデントプロダクションを測る他の実験が必要であると考えられる. また, タウ粒子の $\tau \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ という崩壊プロセスにおいて実験値と標準模型予言値には 2σ 程度のずれがあると報告されており, Z'' 模型において同様のプロセスは Z'' , W 粒子のボックスダイアグラムを通じて標準模型からずれ得る [96]. 図 6.2(a) に実験で測られている

¹NuTeV 実験で初めに公開された結果 [94] は後に出版された論文の結果 [95] と大きく異なる.

$$\sigma_{\text{NuTeV}}/\sigma_{\text{SM}} = 0.67 \pm 0.27 \quad [94], \quad (6.15)$$

$$\sigma_{\text{NuTeV}}/\sigma_{\text{SM}} = 0.72_{-0.72}^{+1.73} \quad [95]. \quad (6.16)$$

二つの結果の差はバックグラウンドの取り扱いが変更されたことによる.

$\tau \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ の崩壊分岐比により好まれる Z'' 模型のパラメータ領域をニュートリノトライデントプロダクション, ミュー粒子の異常磁気モーメントと合わせて示した. 図 6.2(a) に示されるように $\text{BR}(\tau \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)$ の好む Z'' 模型のパラメータ領域はミュー粒子の異常磁気モーメントを説明できる領域と重なる部分がある. このような理由からもニュートリノトライデントプロダクション実験による制限については, 今後の実験によってどのように制限領域が推移していくか注目していく必要がある. また Z'' 模型の検証という意味ではニュートリノトライデントプロダクション以外にも他の検証方法が求められるため, 5 章で議論したような LHC 実験による直接的な検証は有意義であるといえる.

6.2 運動項の混合から与えられる Z'' 模型への制限

3 章では Z'' 模型に含まれる運動項の混合について, そのフォーマリズムや特性について取り上げた. 改めて, 運動項の混合を含む Z'' 模型のラグランジアンを以下に書き下す.

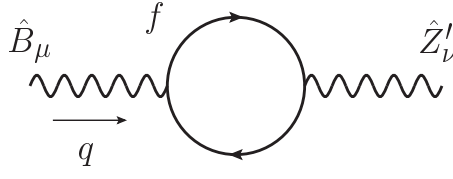
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \mathcal{L}_{Z''} + \mathcal{L}_{\text{mix}}, \quad (6.17)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{SM}} = & -\frac{1}{4} \hat{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \hat{W}_{\mu\nu}^a \hat{W}^{a\mu\nu} + \frac{1}{2} \hat{M}_Z^2 \hat{Z}_\mu \hat{Z}^\mu \\ & - \hat{e} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \left(\frac{1}{\hat{c}_W} (Y_L^i P_L + Y_R^i P_R) \hat{B}_\mu + \frac{1}{\hat{s}_W} P_L T^a \cdot \hat{W}_\mu^a \right) \psi_i, \end{aligned} \quad (6.18)$$

$$\mathcal{L}_{Z''} = -\frac{1}{4} \hat{Z}''_{\mu\nu} \hat{Z}''^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \hat{m}_{Z''}^2 \hat{Z}''_\mu \hat{Z}''^\mu - g_{Z''} \sum_i Q_i'' \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i \hat{Z}''_\mu, \quad (6.19)$$

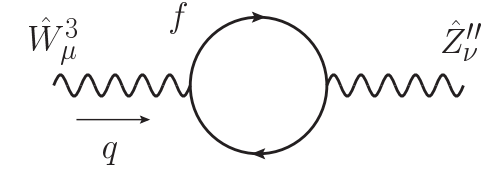
$$\mathcal{L}_{\text{mix}} = -\frac{\sin \chi}{2} \hat{Z}''_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} - \frac{\sin \kappa \cos \chi}{2} \hat{Z}''_{\mu\nu} \left(\partial^\mu \hat{W}^{3\nu} - \partial^\nu \hat{W}^{3\mu} \right). \quad (6.20)$$

セクション 3.3.4 では, この運動項の混合 χ について, ツリーレベルでゼロであることが自然であるようなことをサポートする性質があった. しかし量子効果を考える場合には, たとえツリーレベルで χ がゼロであっても電弱対称性の破れに伴い 1 ループで有限な量が出る. これより高エネルギーで χ が 0 であるという仮定の下で $U(1)_{\text{EM}}$ まで破れた Z'' 模型を考える. このとき運動項の混合 $\sin \chi$ あるいは $\sin \kappa$ の有限項はゲージ粒子の 2 点関数を計算することによって求められる. 図 6.3 に $\sin \chi$ と $\sin \kappa$ の有限項を与えるファインマンダイアグラムを示す.



$$= i(g^{\mu\nu}q^2 - q^\mu q^\nu)\Pi_f^{BZ''}(q^2)$$

(a)



$$= i(g^{\mu\nu}q^2 - q^\mu q^\nu)\Pi_f^{W^3Z''}(q^2)$$

(b)

図 6.3: ゲージ場の運動項の混合に寄与する 1 ループ 2 点関数のファインマンダイアグラム. 左図 6.3(a) が \hat{B} と \hat{Z}'' の運動項の混合 $\sin \chi$ に寄与する. 右図 6.3(b) が \hat{W}^3 と \hat{Z}'' の運動項の混合 $\sin \kappa \cos \chi$ に寄与する.

これよりそれぞれの運動項の混合は

$$\begin{aligned} \sin \chi &= \sum_{f=\mu,\tau,\nu_\mu,\nu_\tau} \Pi_f^{BZ''}(0) \\ &= \frac{egZ''}{48\pi^2 c_W} \left\{ 3 \ln \frac{m_\tau^2}{m_\mu^2} + \sum_{i=1}^3 (U_{i\mu}^* U_{\mu i} - U_{i\tau}^* U_{\tau i}) \ln \frac{m_{\nu_i}^2}{\mu^2} \right\} \left[1 - \frac{s_W^2}{c_W^2 - s_W^2} \frac{\xi^2}{2} \left(\frac{m_{Z''}^2}{m_Z^2} - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned} \sin \kappa \cos \chi &= \sum_{f=\mu,\tau,\nu_\mu,\nu_\tau} \Pi_f^{W^3Z''}(0) \\ &= \frac{egZ''}{48\pi^2 s_W} \left\{ \ln \frac{m_\tau^2}{m_\mu^2} + \sum_{i=1}^3 (U_{i\mu}^* U_{\mu i} - U_{i\tau}^* U_{\tau i}) \ln \frac{m_{\nu_i}^2}{\mu^2} \right\} \left[1 - \frac{s_W^2}{c_W^2 - s_W^2} \frac{\xi^2}{2} \left(\frac{m_{Z''}^2}{m_Z^2} - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (6.22)$$

となる. ここで行列 U は以下で定義されるニュートリノ混合を表す牧-中川-坂田行列 (MNS 行列) である.

$$\nu_{\ell L} = \sum_{i=1}^3 U_{\ell i} \nu_{iL}, \quad (\ell = e, \mu, \tau, \quad i = 1, 2, 3), \quad (6.23)$$

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \times \text{diag}(1, e^{i\frac{\alpha_{21}}{2}}, e^{i\frac{\alpha_{31}}{2}}). \quad (6.24)$$

ここでニュートリノの添え字 ℓ と i はそれぞれフレーバー固有状態と質量固有状態を表す. また MNS 行列に含まれる c_{jk} と s_{jk} はそれぞれ $\cos \theta_{jk}$ と $\sin \theta_{jk}$ を表す. これより 2 点関数に対

してニュートリノが寄与する部分は

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^3 (U_{i\mu}^* U_{\mu i} - U_{i\tau}^* U_{\tau i}) \ln \frac{m_{\nu_i}^2}{\mu^2} \\
&= (\sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin \theta_{13} \cos \delta + \sin \theta_{12}^2 \cos 2\theta_{23} + \sin \theta_{12}^2 \sin \theta_{13}^2 \cos 2\theta_{23}) \ln \frac{m_{\nu_1}^2}{m_{\nu_2}^2} \\
&\quad + \sin \theta_{13}^2 \cos 2\theta_{23} \ln \frac{m_{\nu_1}^2}{m_{\nu_3}^2} + \cos 2\theta_{23} \ln \frac{m_{\nu_2}^2}{m_{\nu_3}^2}
\end{aligned} \tag{6.25}$$

と表される. ここでニュートリノ質量については, その階層性について通常階層 (normal hierarchical) , $m_{\nu_1} (\equiv m_{\text{light}}) \ll m_{\nu_2} < m_{\nu_3}$ を考慮する場合には

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^3 (U_{i\mu}^* U_{\mu i} - U_{i\tau}^* U_{\tau i}) \ln \frac{m_{\nu_i}^2}{\mu^2} \\
&\simeq (\sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin \theta_{13} \cos \delta + \sin \theta_{12}^2 \cos 2\theta_{23} + \sin \theta_{12}^2 \sin \theta_{13}^2 \cos 2\theta_{23}) \ln \frac{m_{\text{light}}^2}{\Delta m_{\odot}^2} \\
&\quad + \sin \theta_{13}^2 \cos 2\theta_{23} \ln \frac{m_{\text{light}}^2}{|\Delta m_A^2|} + \cos 2\theta_{23} \ln \frac{m_{\odot}^2}{|\Delta m_A^2|},
\end{aligned} \tag{6.26}$$

となり逆階層 (inverted hierarchical) , $m_{\nu_3} (\equiv m_{\text{light}}) \ll m_{\nu_1} < m_{\nu_2}$ の場合には

$$\sum_{i=1}^3 (U_{i\mu}^* U_{\mu i} - U_{i\tau}^* U_{\tau i}) \ln \frac{m_{\nu_i}^2}{\mu^2} \simeq (1 + \sin \theta_{13}^2) \cos 2\theta_{23} \ln \frac{|\Delta m_A^2|}{m_{\text{light}}^2}, \tag{6.27}$$

およびすべてのニュートリノがほとんど縮退している場合には

$$\sum_{i=1}^3 (U_{i\mu}^* U_{\mu i} - U_{i\tau}^* U_{\tau i}) \ln \frac{m_{\nu_i}^2}{\mu^2} \simeq 0, \tag{6.28}$$

となる. ここで Δm_{\odot}^2 と $|\Delta m_A^2|$ は太陽ニュートリノおよび大気ニュートリノ振動実験から測定されるニュートリノの2乗質量差である. これより $\sum_{i=1}^3 (U_{i\mu}^* U_{\mu i} - U_{i\tau}^* U_{\tau i}) \ln \frac{m_{\nu_i}^2}{\mu^2}$ の中で m_{light} のみが決定されないパラメータとして残る. ニュートリノの寄与が荷電レプトンの寄与と同程度であるための m_{light} を見積ると,

$$\ln \frac{\Delta m^2}{m_{\text{light}}^2} \sim \mathcal{O}(10 - 100) \Rightarrow m_{\text{light}} \sim 10^{-5} - 10^{-50} \text{ eV}, \tag{6.29}$$

と大変軽いニュートリノが必要であることがわかる. これは荷電レプトンには右巻きの粒子の寄与があるため, 式6.29のような対数質量比よりも, その前にかかる係数が支配的になるためである. これより議論を進めていく際, ニュートリノは全て縮退しているとする. また ξ に

については $\xi \simeq s_W \frac{\tan \chi}{\cos \kappa} - c_W \tan \kappa$ の近似が良く成り立つため、運動項の混合が小さい場合には ξ^2 に比例するを無視して良い近似となる。

運動項の混合が $g_{Z''}$ や $m_{Z''}$ の関数であるため、セクション 3.3.2 で与えられる運動項の混合の実験的制限が $g_{Z''}$ や $m_{Z''}$ への制限に焼直すことができる。 $g_{Z''}$ や $m_{Z''}$ への制限を議論するためにダークフォトン模型の運動項の混合と Z'' 模型の運動項の混合との対応付けを行う。 \hat{Z}'' と \hat{W}^3 の運動項の混合を $-\frac{\sin \kappa \cos \chi}{2} = -\frac{\sin \kappa'}{2}$ とするとき、以下のような $GL(2, \mathbb{R})$ 変換を行うことで、この混合を解く。

$$\begin{pmatrix} \hat{W}_\mu^3 \\ \hat{Z}_\mu'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\tan \kappa' \\ 0 & \frac{1}{\cos \kappa'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{W}_\mu^3 \\ \tilde{Z}_\mu'' \end{pmatrix}. \quad (6.30)$$

$GL(2, \mathbb{R})$ 変換を施した後のゲージ粒子の運動項は、

$$\mathcal{L}_{\text{kin}} = -\frac{1}{4} \tilde{B}_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \tilde{W}_{\mu\nu}^a \tilde{W}^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} \tilde{Z}''_{\mu\nu} \tilde{Z}''^{\mu\nu} - \frac{\sin \chi}{2 \cos \kappa'} \tilde{B}_{\mu\nu} \tilde{Z}''^{\mu\nu}, \quad (6.31)$$

となり、 \tilde{B} と \tilde{Z}'' の運動項の混合に \hat{Z}'' と \hat{W}^3 の運動項の混合を押し付けられる。すなわちダークフォトン模型の運動項の混合とは

$$\begin{array}{ccc} \text{ダークフォトン模型} & & Z'' \text{模型} \\ \epsilon & \longleftrightarrow & \frac{\sin \chi}{\sqrt{1 - \sin^2 \kappa \cos^2 \chi}} c_W \end{array} \quad (6.32)$$

という対応付けがなされる。改めて、この運動項の混合 $\sin \chi c_W / \sqrt{1 - \sin^2 \kappa \cos^2 \chi}$ を $\epsilon_{Z''}$ と置く。ゲージ結合定数 $g_{Z''}$ は上記の $\epsilon_{Z''}$ を用いて、

$$g_{Z''} = \frac{48\pi^2 s_W}{e} \left(\ln \frac{m_\tau^2}{m_\mu^2} \right)^{-1} \frac{\epsilon_{Z''}}{\sqrt{9s_W^2 + \epsilon_{Z''}^2}} \simeq \frac{16\pi^2}{e} \left(\ln \frac{m_\tau^2}{m_\mu^2} \right)^{-1} \epsilon_{Z''} \quad (6.33)$$

と表すことができる。 Z'' 粒子が寄与するミュー粒子異常磁気モーメントは運動項の混合を含めた場合の Z'' 粒子とミュー粒子の相互作用、式 3.55 より

$$\delta a_\mu = \frac{1}{8\pi^2} [g_{Z''} + e(c_W \sin \chi + s_W \sin \kappa \cos \chi)]^2 \int_0^1 dz \frac{2z(1-z)^2}{(1-z)^2 + z \frac{m_{Z''}^2}{m_\mu^2}} \quad (6.34)$$

と導かれる. さらに関係式 6.33 から $\epsilon_{Z''}$ と $m_{Z''}$ の関数として

$$\begin{aligned}
\delta a_\mu &= \frac{1}{8\pi^2} [g_{Z''} + e(c_W \sin \chi + s_W \sin \kappa \cos \chi)]^2 \int_0^1 dz \frac{2z(1-z)^2}{(1-z)^2 + z \frac{m_{Z''}^2}{m_\mu^2}} \\
&\simeq \frac{g_{Z''}^2}{8\pi^2} \left(1 + \frac{\alpha}{3\pi} \ln \frac{m_\tau^2}{m_\mu^2}\right)^2 \int_0^1 dz \frac{2z(1-z)^2}{(1-z)^2 + z \frac{m_{Z''}^2}{m_\mu^2}} \\
&\simeq \frac{8\pi}{\alpha} \epsilon_{Z''}^2 \left[\left(\ln \frac{m_\tau^2}{m_\mu^2}\right)^{-1} + \frac{\alpha}{3\pi} \right]^2 \int_0^1 dz \frac{2z(1-z)^2}{(1-z)^2 + z \frac{m_{Z''}^2}{m_\mu^2}}, \tag{6.35}
\end{aligned}$$

で与えられる. ここで直接 Z'' 粒子が寄与する部分と運動項の混合を介して寄与する部分を比較すると, 運動項の混合を介して寄与する部分は α のオーダーだけ小さいため無視することができる

$$\delta a_\mu \simeq \frac{8\pi}{\alpha} \epsilon_{Z''}^2 \left(\ln \frac{m_\tau^2}{m_\mu^2}\right)^{-2} \int_0^1 dz \frac{2z(1-z)^2}{(1-z)^2 + z \frac{m_{Z''}^2}{m_\mu^2}}, \tag{6.36}$$

となり, Z'' 粒子が寄与するミュー粒子異常磁気モーメントを見積もることができる.

ダークフォトン模型に与えられている制限 (セクション 3.3.2) を応用することで, ミュー粒子異常磁気モーメントを説明する Z'' 模型に対する制限を見積もる. 図 6.4 にのダークフォトン模型への制限と対応付くように, Z'' 模型でミュー粒子異常磁気モーメントを説明することができる領域を合わせて示す.

一般に, ツリーレベルの運動項の混合と量子効果による運動項の混合への寄与がファインチューニングによって相殺されない場合には, このようにしてダークフォトン模型の運動項の混合が応用し, Z'' 模型のパラメータに制限を付けることができる.

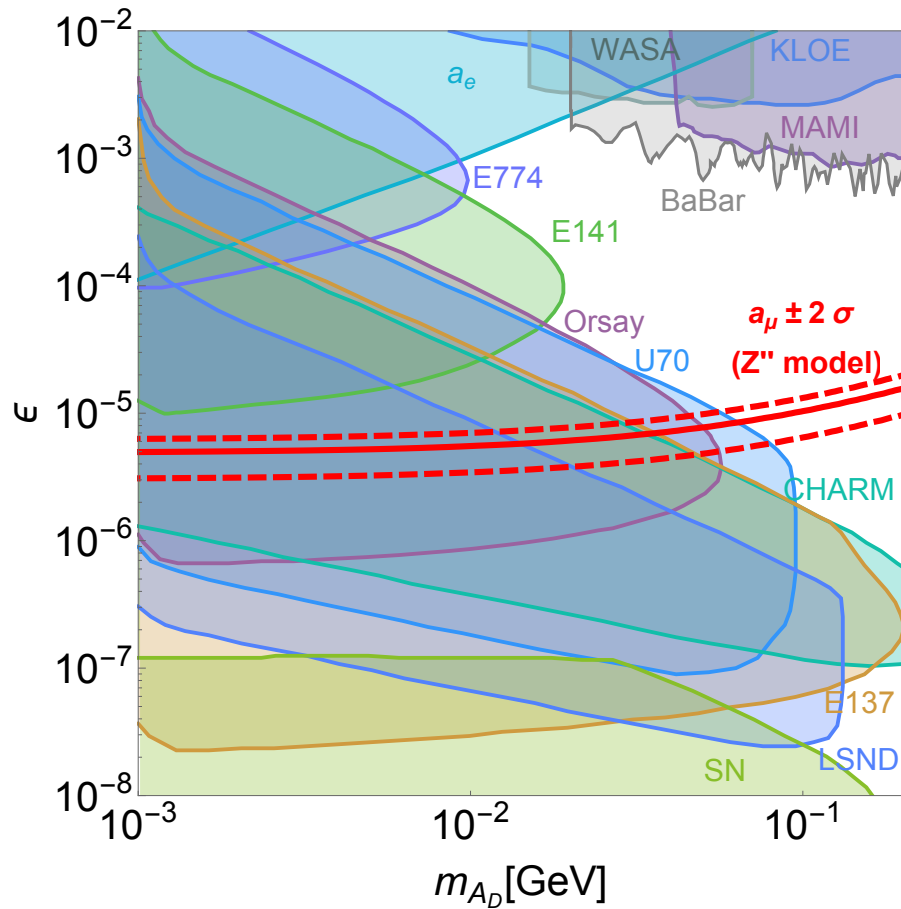


図 6.4:

説明 A: ダークフォトン模型において (m_{A_D}, ϵ) 平面で現在までの実験で制限されている領域. 各色の実線で囲まれ塗りつぶされた領域は現在までに制限されているパラメータ領域である. 順に, KLOE と BaBar は電子-陽電子コライダー実験による制限 [98–101]. WASA は $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ の測定による制限 [102]. MAMI は電子ビームを固定ターゲットに入射させる実験による制限 [103]. E137 と E141, E774, LSND, CHARM, Orsay, U70 はビームダンプ実験による制限 [71, 104–113]. a_e は電子の異常磁気モーメントによる制限 [32]. SN は超新星爆発の観測に基づく制限 [71, 114, 115]. なお図の作成に当たっては参考文献 [101] の図 4 と参考文献 [116] の図 6, 参考文献 [117] の図 17 のデータを参照した.

説明 B: ダークフォトン模型のパラメータ (m_{A_D}, ϵ) を $(m_{Z''}, \epsilon_{Z''})$ に読み替えた場合に, Z'' 模型において実験で制限されている領域とミュー粒子の異常磁気モーメントを説明できる領域. 赤色の実線はミュー粒子異常磁気モーメントを $\pm 0\sigma$ で説明でき, 赤色の破線はミュー粒子異常磁気モーメントを $\pm 2\sigma$ で説明できるパラメータ領域.

第7章 まとめ

本章では論文のまとめとして本研究の結論や今後の課題について述べる.

本論文ではミュー粒子の異常磁気モーメントの標準模型予言値と実験の測定値にずれがあることに着目し, そのずれを説明し得る, 標準模型に新たに $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ を課した Z'' 模型について現象論的な解析と議論を行った. Z'' 模型は標準模型に新たに $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ ゲージ対称性を課す模型で, 新しいフェルミ粒子を導入することなく標準模型の最小限の拡張する模型としてアノマリーを相殺することができる. このような拡張は $B - 3L_i, L_i - L_j$ ($i = e, \mu, \tau$) をゲージ化することで実現できるが, $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性以外の他の候補ではこれまでに行われた電子-陽電子衝突型加速器実験やハドロン衝突型加速器実験による強い制限を回避することができない. また右巻きニュートリノを導入することにより, 実際に観測されているニュートリノ混合やニュートリノの微小質量を説明し得る. さらに運動項の混合についてはくりこみ群方程式の解より高エネルギースケールでゼロならば, 低エネルギーまでゼロのままフローし, 量子効果による小さな有限項を持つといった特徴のある非常に興味深い模型である. Z'' 模型に含まれる Z'' 粒子は第2, 第3世代のレプトンのみと結合するという特徴から, LHC 実験のミュー粒子を含んだチャンネルによる Z'' 粒子の直接探査による検証が期待される. 本論文の目的はミュー粒子異常磁気モーメントを説明する Z'' 模型のパラメータ領域を明らかにし, この領域が現在までの実験でどの程度制限されているかということと, 将来実験での検証可能性について解析することであった.

Z'' 模型での新しいゲージ結合定数が $g_{Z''} \sim 1$ のとき, ミュー粒子異常磁気モーメントのずれを説明するためには Z'' 粒子の質量 $m_{Z''}$ は電弱スケールにあるべきだとわかった. このようなミュー粒子異常磁気モーメントのずれを説明する電弱スケールの Z'' 粒子は同様に Zff ($f = \mu, \tau, \nu_\mu, \nu_\tau$) や $W\mu\nu_\mu, W\tau\nu_\tau$ に影響を与え得るため, まず電弱精密測定と無矛盾なパラメータ領域を明らかにした. 電弱精密測定の制限を考慮する際, ミュー粒子異常磁気モーメントを含む22の観測量について解析した. 特に Z'' 粒子の質量や結合定数が大きい場合には $Z\mu\mu, Z\tau\tau$ バーテックスに対する補正が大きくなるために, σ_h^0 や R_μ という量が標準模型よりもフィットが悪くなる. 以上のような解析により明らかにされた電弱精密測定に良く適合するパラメータ領域から $g_{Z''} = 0.3, m_{Z''} = (60, 80, 90, 100)$ GeV の4点を選びLHC実験における Z'' 模型の現象論を議論した.

Z'' 粒子が Z 粒子よりも軽い場合, Z 粒子が Z'' 粒子に崩壊できるため, Z'' 模型は $Z \rightarrow 4\mu$ に寄与する. したがって ATLAS 実験における Z 粒子の 4 レプトン ($4e, 4\mu, 2e2\mu$) への崩壊の測定を綿密に確認した. 特に本論文で取り扱うような質量領域は標準模型の電弱ゲージ粒子のによる背景事象が大きい. すなわち単なるシグナルイベントの断面積を算出するだけでは検証可能性を論じることができないため, 素過程をハドロン化することや検出器シミュレーション, 事象選別のためのカット等を考慮した詳細な解析を行った. これにより ATLAS 実験の m_{12}, m_{34} の解析結果から, すでに $m_{Z''} = 60$ GeV の Z'' 模型では, 統計的揺らぎによって測定されたイベント分布を説明できる確率が 6.1×10^{-5} となり排除されていると結論付けた. ATLAS 実験の解析は Z'' 粒子の質量が約 80 GeV よりも重いときには感度が低い. そこでこのような重い Z'' 粒子に感度のある解析を $pp \rightarrow 4\mu$ チャンネルにおいて提案した. 重心エネルギーが $\sqrt{s} = 7-8$ TeV のデータにこの解析を適用したところ, $m_{Z''} = 80$ GeV と $m_{Z''} = 100$ GeV の場合に感度を持つことが示された. 特に $m_{Z''} = 80$ GeV の場合には, 現在のデータ量で, 標準模型と Z'' 模型では $N < N_{\text{SM}}^{\text{mode}}$ となる確率が 1.5×10^{-2} となる統計的に有意な差がある. そのため, 実際のデータを用いた解析がなされれば十分に制限を与えることができる. LEP1 実験で行われた $Z \rightarrow 4\mu$ の測定による制限が $g_{Z''} = 0.3, m_{Z''} = 50$ GeV までであったことを振り返ると, Z'' 模型に対して, LHC 実験は現在のデータで既に LEP1 実験を上回る感度を持っている.

さらに重心エネルギー $\sqrt{s} = 14$ TeV, 積分ルミノシティー 300 fb^{-1} の LHC 実験でも, 4μ チャンネルにおいて, $m_{Z''} = 80, 100$ GeV の場合に m_{12} 分布で Z'' 粒子の質量領域で標準模型と比べてそれぞれ $11.6\sigma, 6.8\sigma$ の有意なピークを持つため, シグナルを観測するには十分であることが示された. また, Z 粒子によるイベントのために観測し難い $m_{Z''} = 90$ GeV の場合においても積分ルミノシティーが 3000 fb^{-1} で標準模型に比べて 10σ 以上の有意なピークを持つため, Z'' 模型の検証が可能であることが示された. したがって, 4μ を終状態に持つ現在の LHC 実験のデータと将来の LHC 実験のデータは, ミュー粒子の異常磁気モーメントに関する Z'' 模型の広いパラメータ空間を探索する好機となる.

Z'' 模型を確かめるために, 4μ の終状態における Z'' 粒子の効果だけでなく, $2\mu 2\tau$ のようにタウ粒子を終状態に含むようなチャンネルについても観測する必要がある. これは Z'' 粒子が第 2, 第 3 世代のレプトンにのみ結合するという特徴を検証するためである. Z'' 模型がミュー粒子の異常磁気モーメントを説明できるパラメータ領域, $g_{Z''} = 0.3, m_{Z''} = (80, 90, 100)$ GeV に対して, 重心エネルギーが $\sqrt{s} = 14$ TeV, 積分ルミノシティーがそれぞれ $(500, 2900, 730) \text{ fb}^{-1}$ の LHC 実験のデータから $2\mu 2\tau$ の終状態で $Z''\tau^+\tau^-$ 相互作用を調べられることが示された. 以上から LHC の将来実験はミュー粒子の異常磁気モーメントのずれを説明できる新しい物理を検証するために重要な役割を担っていると言える.

本論文の $2\mu 2\tau$ プロセスの解析ではハドロニックに崩壊するタウ粒子を取り扱った. 今後

の進展としてレプトンに崩壊するタウ粒子も含めて解析することができれば、より感度を高められる可能性があり、タウ粒子対の不変質量についても本論文ではコリニア近似を用いたが、さらに分解能の高いタウ粒子による Z'' 粒子質量の再構成が実現できれば、より少ないデータ量で Z'' 模型の検証をすることができるだろう。

今後 LHC 実験の解析では特に消失エネルギーを含んだプロセス, $2\mu + E_{T,\text{miss}}$ や $2\tau + E_{T,\text{miss}}$ の解析を行っていく必要がある。本論文では 4μ , $2\mu 2\tau$ プロセスの解析により, LHC 実験にて Z'' 粒子と第2, 第3世代の荷電レプトンとの結合を確認し得ることを示した。消失エネルギーを含むプロセスの解析は Z'' 粒子と第2, 第3世代のニュートリノとの結合を明らかにするためである。消失エネルギーを含んだプロセスの解析は $W^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$, $\tau^- \bar{\nu}_\tau$ による背景事象の影響や, 消失エネルギーそのものによる Z'' 粒子の質量測定の困難さなどが予想されるが, LHC 実験にて Z'' 粒子を同定するためには欠かせない解析である。

スカラー粒子に関する解析についても研究の余地が残されている。本論文では Z'' 粒子に質量を与える新しいスカラー粒子については重いと仮定することで, LHC 実験に対する解析に影響しないとした。しかし, このようなスカラー粒子はヒッグスとの混合を通じて, ヒッグス粒子の物理に影響を及ぼす可能性がある。実際に LHC 実験ではヒッグス粒子に関する測定や解析が精力的に行われているため, Z'' 模型の検証にはこのようなスカラー粒子の間接的な影響をヒッグス粒子の物理から探るといったアプローチも考えられる。

LHC 実験での検証以外に W. Altmannshofer らの研究 [97] によると Z'' 模型はニュートリノトライデントプロダクションによる制限を受ける。CHARM-II 実験と CCFR 実験の測定結果と Z'' 模型におけるニュートリノトライデントプロダクションの断面積の比較から, ミュー粒子の異常磁気モーメントを説明するパラメータ領域が制限される。しかし CHARM-II 実験と CCFR 実験の中心値のずれや, 後に行われた最新の NuTeV 実験がその結果を確認することができていないため, ニュートリノトライデントプロダクションの測定結果については議論の下にあり, これを決着づけるような更なる実験的検証が望まれる。また, ニュートリノトライデントプロダクションは Z'' 粒子の質量が軽いほどその感度が低くなる。このような小さい $m_{Z''}$ の領域では運動項の混合が重要になることに着目し, 解析によって1ループ量子効果で誘発される運動項の混合への有限な寄与と Z'' 模型のパラメータとの相関を示した。運動項の混合に対する制限とミュー粒子の異常磁気モーメントのずれを $\pm 2\sigma$ の範囲で説明するパラメータ領域を合わせて考慮した結果, Z'' 模型のパラメータである Z'' 粒子の質量に下限, $m_{Z''} \gtrsim 60 \text{ MeV}$ ($\epsilon_{Z''} \gtrsim 6 \times 10^{-6}$) を与えられることを示した。

以上から, ミュー粒子の異常磁気モーメントを説明する Z'' 模型の広いパラメータ領域が検証可能であるため, ミュー粒子の異常磁気モーメントの標準模型予言値と実験による測定値のずれという現在の素粒子物理学における問題に対して間接的にアプローチし, 解決できる可能性があると結論付ける。

付録A パッサリーノ-ヴェルトマン関数

パッサリーノ-ヴェルトマン関数 [118] は以下で定義される。

$$A(A) = 16\pi^2 \mu^{2\epsilon} \int \frac{d^n k}{i(2\pi)^n} \frac{1}{k^2 - m_A^2 + i\epsilon}, \quad (\text{A.1})$$

$$B_0(A, B; p) = 16\pi^2 \mu^{2\epsilon} \int \frac{d^n k}{i(2\pi)^n} \frac{1}{[k^2 - m_A^2 + i\epsilon][(k+p)^2 - m_B^2 + i\epsilon]},$$

$$\begin{aligned} p^\mu B_1(A, B; p) &= 16\pi^2 \mu^{2\epsilon} \int \frac{d^n k}{i(2\pi)^n} \frac{k^\mu}{[k^2 - m_A^2 + i\epsilon][(k+p)^2 - m_B^2 + i\epsilon]}, \\ p^\mu p^\nu B_{21}(A, B; p) + g^{\mu\nu} B_{22}(A, B; p) \\ &= 16\pi^2 \mu^{2\epsilon} \int \frac{d^n k}{i(2\pi)^n} \frac{k^\mu k^\nu}{[k^2 - m_A^2 + i\epsilon][(k+p)^2 - m_B^2 + i\epsilon]}, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} &C_0(A, B, C; p_1, p_2) \\ &= 16\pi^2 \mu^{2\epsilon} \int \frac{d^n k}{i(2\pi)^n} \frac{1}{[k^2 - m_A^2 + i\epsilon][(k+p_1)^2 - m_B^2 + i\epsilon][(k+p_1+p_2)^2 - m_C^2 + i\epsilon]}, \\ &(p_1^\mu C_{11} + p_2^\mu C_{12})(A, B, C; p_1, p_2) \\ &= 16\pi^2 \mu^{2\epsilon} \int \frac{d^n k}{i(2\pi)^n} \frac{k^\mu}{[k^2 - m_A^2 + i\epsilon][(k+p_1)^2 - m_B^2 + i\epsilon][(k+p_1+p_2)^2 - m_C^2 + i\epsilon]}, \\ &\{(p_1^\mu p_1^\nu C_{21} + p_2^\mu p_2^\nu C_{22} + (p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu) C_{23} + g^{\mu\nu} C_{24}\}(A, B, C; p_1, p_2) \\ &= 16\pi^2 \mu^{2\epsilon} \int \frac{d^n k}{i(2\pi)^n} \frac{k^\mu k^\nu}{[k^2 - m_A^2 + i\epsilon][(k+p_1)^2 - m_B^2 + i\epsilon][(k+p_1+p_2)^2 - m_C^2 + i\epsilon]}, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

ここでは $4 - 2\epsilon$ 次元で次元正則化を行い、 μ はくりこみスケールである。

さらに具体的な表式を以下に挙げる.

$$A(m^2) = m^2 \left(\frac{1}{\Delta} + 1 - \log \frac{m^2}{\mu^2} \right), \quad (\text{A.4})$$

$$B_0(A, B; p) = \frac{1}{\Delta} - \int_0^1 dx \log \frac{m_A^2(1-x) + m_B^2 x - p^2 x(1-x) - i\epsilon}{\mu^2}, \quad (\text{A.5})$$

$$B_1(A, B; p) = -\frac{1}{2\Delta} + \int_0^1 dx x \log \frac{m_A^2(1-x) + m_B^2 x - p^2 x(1-x) - i\epsilon}{\mu^2}, \quad (\text{A.6})$$

$$B_{21}(A, B; p) = \frac{1}{3\Delta} - \int_0^1 dx x^2 \log \frac{m_A^2(1-x) + m_B^2 x - p^2 x(1-x) - i\epsilon}{\mu^2}, \quad (\text{A.7})$$

$$B_{22}(A, B; p) = \frac{1}{4} \left(m_A^2 + m_B^2 - \frac{p^2}{3} \right) \left(\frac{1}{\Delta} + 1 \right) - \frac{1}{2} \int_0^1 dx \{ m_A^2(1-x) + m_B^2 x - p^2 x(1-x) \} \log \frac{m_A^2(1-x) + m_B^2 x - p^2 x(1-x) - i\epsilon}{\mu^2}, \quad (\text{A.8})$$

ここで $\frac{1}{\Delta}$ は $\frac{1}{\epsilon} - \gamma + \log 4\pi$ である.

付録B 標準模型のニュートリノトライデントプロダクション

標準模型においてニュートリノトライデントプロダクションを表すリーディングオーダーのファインマンダイアグラムは図B.1のように描ける. ニュートリノトライデントプロダクションは媒介するゲージ粒子の干渉を含むため, その測定によって弱いゲージ相互作用の理論を検証することができる. 解析的に議論できるように, ここでは等価光子近似 (equivalent photon approximation, EPA) [119,120] を用いて計算する. 原子核と作用する光子は中間状態で通常オンシェルに無いが, 等価光子近似では原子核が十分重いいため作用する光子は質量ゼロの実光子として取り扱う. すなわちこの近似の下では, 原子核を除く素過程の断面積 $\sigma(\nu_\mu\gamma \rightarrow \nu_\mu\mu^+\mu^-)$ を求めた後に原子核がどの程度の仮想光子を放出するかという確率 $P(s, q^2)$ を用いてニュートリノトライデントプロダクション全体の断面積が

$$\sigma(\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu N \mu^+ \mu^-) = \int \sigma(\nu_\mu \gamma \rightarrow \nu_\mu \mu^+ \mu^-) P(s, q^2), \quad (\text{B.1})$$

と記述される. ここで s は始状態のニュートリノと光子の重心系におけるエネルギーの2乗であり, q は原子核との間で交換される光子の運動量を表す.

B.1 V-A 理論での振幅計算

まず W^\pm 粒子のみが作用する V-A 理論を考え, 後に標準模型と比較することでニュートリノトライデントプロダクションにおける媒介するゲージ粒子の干渉の効果を見る. 図B.2は原子核を除いた素過程のファインマンダイアグラムである. なお解析の際に用いる各粒子の運動量は図B.2に与えた. 相互作用を担う W^\pm 粒子は移行運動量に比べて非常に重いため, フェルミ定数 G_F を用いたフェルミ粒子の4点有効相互作用として良い近似となる. このときの有効ラグランジアンはフィルツ変換を施した後に

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\mu} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) \mu \nu \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu, \quad (\text{B.2})$$

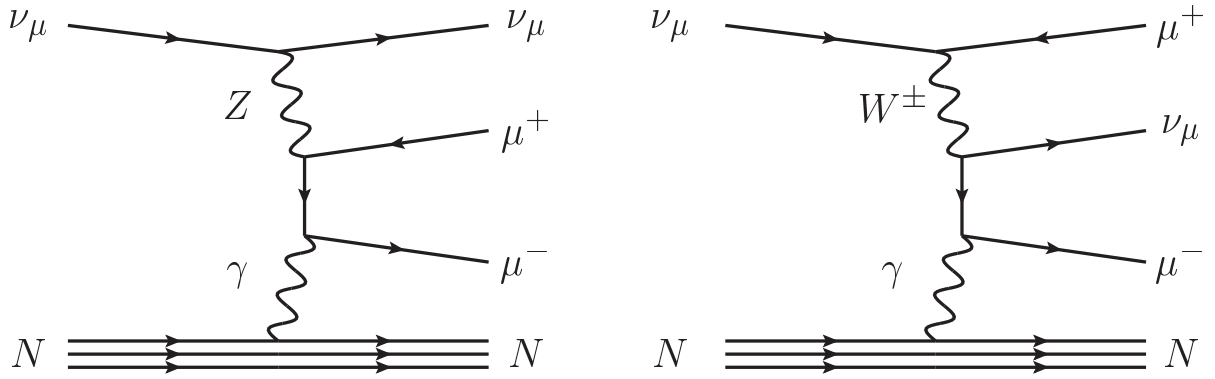


図 B.1: 標準模型におけるニュートリノトライデントプロダクションのファインマンダイアグラム.

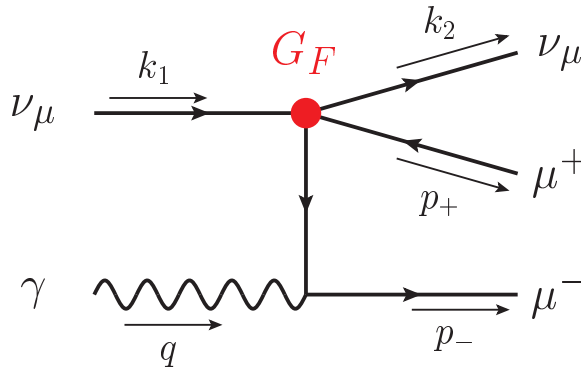


図 B.2: ニュートリノトライデントプロダクション中の $\nu_\mu\gamma \rightarrow \nu_\mu\mu^+\mu^-$ のファインマンダイアグラム. 弱い相互作用を担うゲージ粒子は移行運動量に比べて非常に重いため, フェルミ定数 G_F を用いたフェルミ粒子の4点有効相互作用として良い近似となる.

となる. $\nu_\mu\gamma \rightarrow \nu_\mu\mu^+\mu^-$ の微分断面積は

$$d\sigma_{V-A} = \frac{1}{2s} d\Phi_3 \left(\frac{1}{2} \sum_{\text{spin}} |\mathcal{M}_{V-A}|^2 \right) \frac{G_F^2 e^2}{2}, \quad (\text{B.3})$$

と与えられる. ここで \mathcal{M}_{V-A} は確率振幅であり, $\frac{1}{2} \sum_{\text{spin}}$ の $1/2$ は入射光子の偏向についての平均, 総和記号は終状態の粒子のスピンの和を表す. また3体の位相空間積分 $d\Phi_3$ は

$$d\Phi_3 = \frac{1}{2} \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{dt}{2s} \frac{d\ell}{2\pi} v \frac{d\Omega'}{4\pi}, \quad (\text{B.4})$$

と表される (具体的な積分要素の導出はCに載せる). ここで ℓ は2つのミュオン粒子対の不変質量の2乗 $\ell = (p_+ + p_-)^2$, Ω' は座標をミュオン粒子対の重心系に取ったときにミュオン粒子が掃

く立体角, v は同上の座標でのミュー粒子の速さで $v = \sqrt{1 - 4m_\mu^2/\ell}$, また t は $t \equiv 2(k_1 - k_2) \cdot q$ で定義されるパラメータである. V-A 理論の有効ラグランジアン, 式 B.2 より振幅 \mathcal{M}_{V-A} を求める. 実験の入射ニュートリノビームのエネルギー E_ν が $\mathcal{O}(10 - 100)$ GeV であると想定するならば, ミュー粒子の質量は無視できて

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{\text{spin}} |\mathcal{M}_{V-A}|^2 \simeq 128 & \left[\frac{(k_1 \cdot p_+)(q \cdot k_2)(q \cdot p_-)}{(q \cdot p_-)^2} + \frac{(k_2 \cdot p_-)(q \cdot k_1)(q \cdot p_+)}{(q \cdot p_+)^2} \right. \\ & + \frac{2(k_1 \cdot p_+)(k_2 \cdot p_-)(p_+ \cdot p_-)}{(q \cdot p_-)(q \cdot p_+)} - \frac{(k_2 \cdot p_-)(p_+ \cdot p_-)(q \cdot k_1)}{(q \cdot p_-)(q \cdot p_+)} \\ & - \frac{(k_1 \cdot p_+)(p_+ \cdot p_-)(q \cdot k_2)}{(q \cdot p_-)(q \cdot p_+)} - \frac{(k_1 \cdot p_+)(k_2 \cdot p_-)(q \cdot p_-)}{(q \cdot p_-)(q \cdot p_+)} \\ & + \frac{(k_1 \cdot p_+)(k_2 \cdot p_+)(q \cdot p_-)}{(q \cdot p_-)(q \cdot p_+)} + \frac{(k_1 \cdot p_-)(k_2 \cdot p_-)(q \cdot p_+)}{(q \cdot p_-)(q \cdot p_+)} \\ & \left. - \frac{(k_1 \cdot p_+)(k_2 \cdot p_-)(q \cdot p_+)}{(q \cdot p_-)(q \cdot p_+)} \right], \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

となる. 位相空間積分を実行するにあたり, 座標を次のようにとる (図 B.3) .

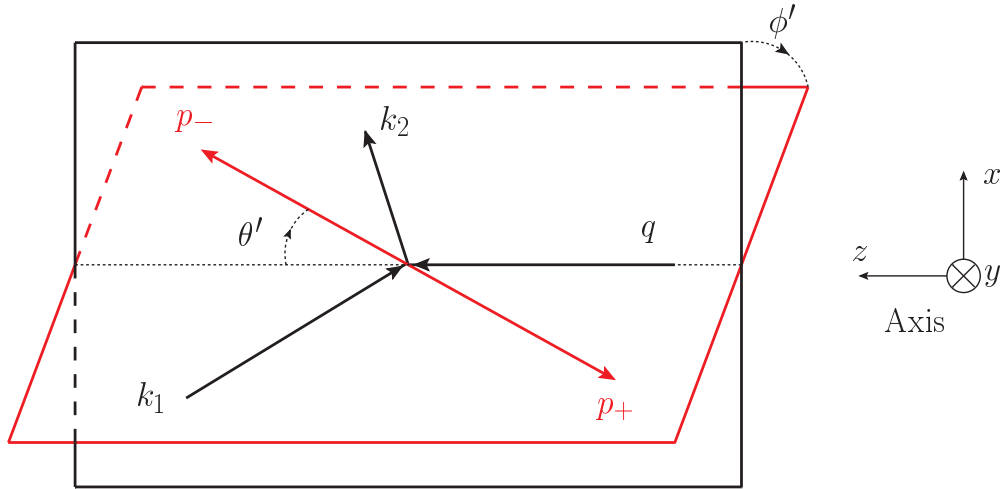


図 B.3: 位相空間積分を実行する際に設定した座標.

$$\text{始状態} \left\{ \begin{array}{l} q = \left(\frac{t}{2\sqrt{\ell}}, 0, 0, \frac{t}{2\sqrt{\ell}} \right) \\ k_1 = \left(\frac{s+\ell-t}{2\sqrt{\ell}}, \frac{\sqrt{4s\ell(s-t)(t-\ell)}}{2t\sqrt{\ell}}, 0, \frac{-2s\ell+t(s+\ell)-t^2}{2\sqrt{\ell}} \right), \end{array} \right. \quad (\text{B.6})$$

$$\text{終状態} \left\{ \begin{array}{l} k_2 = \left(\frac{s-\ell}{2\sqrt{\ell}}, \frac{\sqrt{4s\ell(s-t)(t-\ell)}}{2t\sqrt{\ell}}, 0, \frac{-2s\ell+t(s+\ell)}{2\sqrt{\ell}} \right) \\ p_- = \left(\frac{\sqrt{\ell}}{2}, \frac{\sqrt{\ell}}{2}v \sin \theta' \cos \phi', \frac{\sqrt{\ell}}{2}v \sin \theta' \sin \phi', \frac{\sqrt{\ell}}{2}v \cos \theta' \right) \\ p_+ = \left(\frac{\sqrt{\ell}}{2}, -\frac{\sqrt{\ell}}{2}v \sin \theta' \cos \phi', -\frac{\sqrt{\ell}}{2}v \sin \theta' \sin \phi', -\frac{\sqrt{\ell}}{2}v \cos \theta' \right). \end{array} \right. \quad (\text{B.7})$$

積分を実行した後、ミュー粒子の質量が入射粒子の重心エネルギーよりも十分に小さいという近似で、全断面積は

$$\sigma_{V-A} \simeq \frac{2G_F^2 \alpha s}{9\pi^2} \left[\ln \left(\frac{s}{m_\mu^2} \right) - \frac{19}{6} \right], \quad (\text{B.8})$$

として得られる。

B.2 V-A 理論と標準模型との比較

V-A 理論と同様にして、フェルミ粒子の4点有効相互作用は

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\mu} \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma^5) \mu \nu \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu, \quad (\text{B.9})$$

となる。ここで C_V , C_A はワインバーグ角 θ_W を用いて、

$$C_V = \frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, \quad C_A = \frac{1}{2}, \quad (\text{B.10})$$

と書ける。

標準模型の全断面積 σ_{SM} はベクトルカレントの寄与 σ_V と軸性ベクトルカレントの寄与 σ_A 、さらに両者の干渉項からの寄与 σ_{VA} の和として

$$\sigma_{\text{SM}} = C_V^2 \sigma_V + C_A^2 \sigma_A + C_V C_A \sigma_{VA}, \quad (\text{B.11})$$

と表すことができる. ここでベクトルカレントの寄与と軸性ベクトルカレントの寄与は等しく, 干渉項の寄与はこれらに比べておよそ2桁ほど小さくなる [121]. V-A 理論の場合, $C_V = C_A = 1$ であったことを考慮すると,

$$\sigma_{VA} \ll \sigma_V = \sigma_A \simeq \frac{\sigma_{V-A}}{2}, \quad (\text{B.12})$$

の関係が成り立つ. すなわち, 標準模型の全断面積 σ_{SM} は V-A 理論の断面積に比例して,

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{SM}} &\simeq \frac{1}{2}(C_V^2 + C_A^2)\sigma_{V-A} \\ &\simeq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} + 2 \sin^2 \theta_W + 4 \sin^4 \theta_W \right) \frac{2G_F^2 \alpha s}{9\pi^2} \left[\ln \left(\frac{s}{m_\mu^2} \right) - \frac{19}{6} \right], \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

と得られる. ここから Z 粒子と W^\pm 粒子の干渉の効果を評価するために, Z 粒子と W^\pm 粒子の両方を含んだ標準模型と W^\pm 粒子のみを含んだ V-A 理論の断面積の比を取ると

$$\frac{\sigma_{\text{SM}}}{\sigma_{V-A}} \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} + 2 \sin^2 \theta_W + 4 \sin^4 \theta_W \right) \simeq 0.6, \quad (\text{B.14})$$

となり, 標準模型のニュートリノトライデントプロダクションは干渉の効果で V-A 理論に比べて約 40% 減少することがわかる. このような大きな差は実験で十分に検証できる可能性があるため, ニュートリノトライデントプロダクションの断面積の測定は弱い相互作用の良い検証となる.

付録C 位相空間積分

6章, 付録Bのニュートリノトライデントプロダクションでは終状態が3体の過程を取り扱う。付録Cでは計算に必要な位相空間積分についてまとめる。

C.1 2体の位相空間積分

3体の位相空間積分は2体の位相空間積分を用いて記述できる。3体の位相空間積分を取り扱う前に2体の位相空間積分についてまとめておく。終状態の粒子 i ($i = 1, 2$)の質量を m_i , 運動量を p_i とする。また, 始状態の運動量の総和を q , 重心系におけるエネルギーを \sqrt{s} とする。すなわち運動量保存則から

$$s = q^2 = (p_1^2 + p_2^2), \quad (\text{C.1})$$

が成り立つ。このときの位相空間積分要素 $d\Phi_2(p_1, p_2)$ は

$$\begin{aligned} d\Phi_2(p_1, p_2) &= \frac{d\mathbf{p}_1^3}{2p_1^0(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{p}_2^3}{2p_2^0(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q - p_1 - p_2) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{d\mathbf{p}_1^3}{2p_1^0} d^4p_2 \delta(p_2^2 - m_2^2) \theta(p_2^0) \delta^{(4)}(q - p_1 - p_2) \\ &= \frac{1}{8\pi^2} |\mathbf{p}_1| dp_1^0 d\Omega_1 \delta((q - p_1)^2 - m_2^2) \theta(q^0 - p_1^0), \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

となり1粒子のエネルギー積分と角度積分まで簡約できる。ここで $q = (\sqrt{s}, 0, 0, 0)$ となる重心系に座標を取ると, 式C.2は

$$\begin{aligned} d\Phi_2(p_1, p_2) &= \frac{1}{8\pi^2} |\mathbf{p}_1| dp_1^0 d\Omega_1 \frac{1}{2\sqrt{s}} \delta\left(p_1^0 - \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s}}\right) \theta(\sqrt{s} - p_1^0) \\ &= \frac{\bar{\beta}}{32\pi^2} d\Omega_1, \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

となる。ここで $\bar{\beta}$ は,

$$\bar{\beta} = \sqrt{1 - \frac{2(m_1^2 + m_2^2)}{s} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{s^2}}, \quad (\text{C.4})$$

で定義される。

C.2 3体の位相空間積分

粒子や運動量などの設定については付録 B と同様の構成であるとする. 3 体の位相空間積分要素 $d\Phi_3$ は 2 体の位相空間積分要素 $d\Phi_2$ を用いて

$$d\Phi_3 = \frac{d\ell}{2\pi} d\Phi_2(k_2, p) d\Phi_2(p_+, p_-), \quad (\text{C.5})$$

と表すことができる. ここで 2 体の位相空間積分については前セクションの結果, 式 C.3 から

$$d\Phi_2(p_+, p_-) = \frac{1}{8\pi} v \frac{d\Omega'}{4\pi}, \quad (\text{C.6})$$

および

$$\begin{aligned} d\Phi_2(k_2, p) &= \frac{s-l}{s} \frac{d\Omega_2}{32\pi^2} \\ &= \frac{s-l}{s} \frac{d \cos \theta_2}{16\pi} \\ &= \frac{1}{16\pi} \frac{s-l}{s} \frac{d \cos \theta_2}{dt} dt \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{dt}{2s}, \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

と求めることができる. ここで Ω_2 は k_2 の掃く立体角であり, θ_2 は k_2 と z 軸のなす角である. 以上の結果をまとめると 3 体の位相空間積分要素は

$$d\Phi_3 = \frac{1}{2} \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{dt}{2s} \frac{d\ell}{2\pi} v \frac{d\Omega'}{4\pi}, \quad (\text{C.8})$$

の形に簡約される.

謝辞

本論文は名古屋大学大学院素粒子論研究室（E研）在籍中に行った研究成果をまとめたものである。博士前期課程より5年にわたり指導をして下さいました戸部和弘先生には大変お世話になりました。深く感謝申し上げます。また、本論文の中核を担う研究において共同研究者である張ヶ谷圭介氏、野尻美保子氏、竹内道久氏に有意義な議論、指導頂きましたことに御礼申し上げます。名古屋大学の同期として共に物理を学んだ、岩崎優美さん、久米川翔太君、白井徳仁君、高山健一君、豊里友太君、中松昌弘君、Florian Beye君、新居慶太君、野澤晋作君、比田勝翔君、若山晃治君に感謝いたします。最後に、進学を認めてくれた両親と兄弟、祖母に感謝します。

参考文献

- [1] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 1 (2012) [arXiv:1207.7214 [hep-ex]].
- [2] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 30 (2012) [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].
- [3] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Chin. Phys. C **38**, 090001 (2014).
- [4] T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita and M. Nio, Phys. Rev. Lett. **109**, 111807 (2012) [arXiv:1205.5368 [hep-ph]].
- [5] T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita and M. Nio, Phys. Rev. Lett. **109**, 111808 (2012) [arXiv:1205.5370 [hep-ph]].
- [6] A. Czarnecki, W. J. Marciano and A. Vainshtein, Phys. Rev. D **67**, 073006 (2003) [Erratum-ibid. D **73**, 119901 (2006)].
- [7] K. Hagiwara, R. Liao, A. D. Martin, D. Nomura and T. Teubner, J. Phys. G **38**, 085003 (2011) [arXiv:1105.3149 [hep-ph]].
- [8] T. Teubner, K. Hagiwara, R. Liao, A. D. Martin and D. Nomura, Chin. Phys. C **34**, 728 (2010) [arXiv:1001.5401 [hep-ph]].
- [9] M. Benayoun, P. David, L. DelBuono and F. Jegerlehner, Eur. Phys. J. C **72**, 1848 (2012) [arXiv:1106.1315 [hep-ph]].
- [10] F. Jegerlehner and R. Szafron, Eur. Phys. J. C **71**, 1632 (2011) [arXiv:1101.2872 [hep-ph]].
- [11] F. Jegerlehner and A. Nyffeler, Phys. Rept. **477**, 1 (2009) [arXiv:0902.3360 [hep-ph]].
- [12] M. Davier, A. Hoecker, B. Malaescu and Z. Zhang, Eur. Phys. J. C **71**, 1515 (2011) [Erratum-ibid. C **72**, 1874 (2012)].

- [13] T. Moroi, Phys. Rev. D **53**, 6565 (1996) [Erratum-ibid. D **56**, 4424 (1997)].
- [14] For example, see T. Hambye, K. Kannike, E. Ma and M. Raidal, Phys. Rev. D **75**, 095003 (2007) [hep-ph/0609228];
- [15] S. Kanemitsu and K. Tobe, Phys. Rev. D **86**, 095025 (2012) [arXiv:1207.1313 [hep-ph]].
- [16] G. Abbiendi *et al.* [OPAL Collaboration], Eur. Phys. J. C **33**, 173 (2004) [hep-ex/0309053].
- [17] J. Abdallah *et al.* [DELPHI Collaboration], Eur. Phys. J. C **45**, 589 (2006) [hep-ex/0512012].
- [18] T. Aaltonen *et al.* [CDF Collaboration], Phys. Rev. Lett. **102**, 091805 (2009) [arXiv:0811.0053 [hep-ex]].
- [19] V. M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], Phys. Lett. B **695**, 88 (2011).
- [20] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], JHEP **1211**, 138 (2012) [arXiv:1209.2535 [hep-ex]].
- [21] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **720**, 63 (2013) [arXiv:1212.6175 [hep-ex]].
- [22] X. -G. He, G. C. Joshi, H. Lew and R. R. Volkas, Phys. Rev. D **44**, 2118 (1991).
- [23] S. Baek, N. G. Deshpande, X. G. He and P. Ko, Phys. Rev. D **64**, 055006 (2001) [hep-ph/0104141].
- [24] E. Ma, D. P. Roy and S. Roy, Phys. Lett. B **525**, 101 (2002) [hep-ph/0110146].
- [25] S. Baek and P. Ko, JCAP **0910**, 011 (2009) [arXiv:0811.1646 [hep-ph]].
- [26] E. Salvioni, A. Strumia, G. Villadoro and F. Zwirner, JHEP **1003**, 010 (2010).
- [27] J. Heck and W. Rodejohann, Phys. Rev. D **84**, 075007 (2011) [arXiv:1107.5238 [hep-ph]].
- [28] W. -Z. Feng, P. Nath and G. Peim, Phys. Rev. D **85**, 115016 (2012) [arXiv:1204.5752 [hep-ph]].

- [29] P. Fayet, Phys. Rev. D **75**, 115017 (2007) [hep-ph/0702176 [HEP-PH]].
- [30] M. Pospelov, Phys. Rev. D **80**, 095002 (2009) [arXiv:0811.1030 [hep-ph]].
- [31] S. N. Gninenko and N. V. Krasnikov, Phys. Lett. B **513**, 119 (2001) [hep-ph/0102222].
- [32] M. Endo, K. Hamaguchi and G. Mishima, Phys. Rev. D **86**, 095029 (2012) [arXiv:1209.2558 [hep-ph]].
- [33] H. Davoudiasl, H. -S. Lee and W. J. Marciano, Phys. Rev. D **86**, 095009 (2012) [arXiv:1208.2973 [hep-ph]].
- [34] J. S. Schwinger, Phys. Rev. **73**, 416 (1948).
- [35] T. Kinoshita and M. Nio, Phys. Rev. D **70**, 113001 (2004) [hep-ph/0402206].
- [36] M. Passera, J. Phys. G **31**, R75 (2005) [hep-ph/0411168].
- [37] T. Kinoshita, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **144**, 206 (2005).
- [38] T. Kinoshita and M. Nio, Phys. Rev. D **73**, 013003 (2006) [hep-ph/0507249].
- [39] T. Kinoshita and M. Nio, Phys. Rev. D **73**, 053007 (2006) [hep-ph/0512330].
- [40] A. L. Kataev, hep-ph/0602098.
- [41] T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita and M. Nio, Phys. Rev. Lett. **99**, 110406 (2007) [arXiv:0706.3496 [hep-ph]].
- [42] P. J. Mohr, B. N. Taylor and D. B. Newell, Rev. Mod. Phys. **84**, 1527 (2012) [arXiv:1203.5425 [physics.atom-ph]].
- [43] R. Bouchendira, P. Clade, S. Guellati-Khelifa, F. Nez and F. Biraben, Phys. Rev. Lett. **106**, 080801 (2011) [arXiv:1012.3627 [physics.atom-ph]].
- [44] R. Jackiw and S. Weinberg, Phys. Rev. D **5**, 2396 (1972).
- [45] G. Altarelli, N. Cabibbo and L. Maiani, Phys. Lett. B **40**, 415 (1972).
- [46] I. Bars and M. Yoshimura, Phys. Rev. D **6**, 374 (1972).
- [47] K. Fujikawa, B. W. Lee and A. I. Sanda, Phys. Rev. D **6**, 2923 (1972).

- [48] T. V. Kukhto, E. A. Kuraev, Z. K. Silagadze and A. Schiller, Nucl. Phys. B **371**, 567 (1992).
- [49] S. Peris, M. Perrottet and E. de Rafael, Phys. Lett. B **355**, 523 (1995) [hep-ph/9505405].
- [50] A. Czarnecki, B. Krause and W. J. Marciano, Phys. Rev. D **52**, 2619 (1995) [hep-ph/9506256].
- [51] A. Czarnecki, B. Krause and W. J. Marciano, Phys. Rev. Lett. **76**, 3267 (1996) [hep-ph/9512369].
- [52] T. Gribouk and A. Czarnecki, Phys. Rev. D **72**, 053016 (2005) [hep-ph/0509205].
- [53] S. Heinemeyer, D. Stockinger and G. Weiglein, Nucl. Phys. B **699**, 103 (2004) [hep-ph/0405255].
- [54] C. Gnendiger, D. Stockinger and H. Stockinger-Kim, Phys. Rev. D **88**, no. 5, 053005 (2013) [arXiv:1306.5546 [hep-ph]].
- [55] G. Degrassi and G. F. Giudice, Phys. Rev. D **58**, 053007 (1998) [hep-ph/9803384].
- [56] M. Gourdin and E. De Rafael, Nucl. Phys. B **10**, 667 (1969).
- [57] S. J. Brodsky and E. De Rafael, Phys. Rev. **168**, 1620 (1968).
- [58] J. Prades, E. de Rafael and A. Vainshtein, (Advanced series on directions in high energy physics. 20) [arXiv:0901.0306 [hep-ph]].
- [59] J. Bijnens and J. Prades, Mod. Phys. Lett. A **22**, 767 (2007) [hep-ph/0702170 [HEP-PH]].
- [60] K. Melnikov and A. Vainshtein, Phys. Rev. D **70**, 113006 (2004) [hep-ph/0312226].
- [61] X. G. He, G. C. Joshi, H. Lew and R. R. Volkas, Phys. Rev. D **43**, 22 (1991).
- [62] M. C. Chen, A. de Gouvea and B. A. Dobrescu, Phys. Rev. D **75**, 055009 (2007) [hep-ph/0612017].
- [63] J. Y. Liu, Y. Tang and Y. L. Wu, J. Phys. G **39**, 055003 (2012) [arXiv:1108.5012 [hep-ph]].

- [64] G. Altarelli, R. Casalbuoni, D. Dominici, F. Feruglio and R. Gatto, *Mod. Phys. Lett. A* **5**, 495 (1990).
- [65] C. P. Burgess, S. Godfrey, H. Konig, D. London and I. Maksymyk, *Phys. Rev. D* **49**, 6115 (1994) [hep-ph/9312291].
- [66] M. E. Peskin and T. Takeuchi, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 964 (1990).
- [67] G. Altarelli and R. Barbieri, *Phys. Lett. B* **253**, 161 (1991).
- [68] B. Holdom and J. Terning, *Phys. Lett. B* **247**, 88 (1990).
- [69] M. Golden and L. Randall, *Nucl. Phys. B* **361**, 3 (1991).
- [70] M. Reece and L. T. Wang, *JHEP* **0907**, 051 (2009) [arXiv:0904.1743 [hep-ph]].
- [71] J. D. Bjorken, R. Essig, P. Schuster and N. Toro, *Phys. Rev. D* **80**, 075018 (2009) [arXiv:0906.0580 [hep-ph]].
- [72] F. del Aguila, G. D. Coughlan and M. Quiros, *Nucl. Phys. B* **307**, 633 (1988) [Erratum-*ibid.* B **312**, 751 (1989)].
- [73] T. G. Rizzo, *Phys. Rev. D* **59**, 015020 (1998) [hep-ph/9806397].
- [74] T. Appelquist, B. A. Dobrescu and A. R. Hopper, *Phys. Rev. D* **68**, 035012 (2003) [hep-ph/0212073].
- [75] E. Salvioni, G. Villadoro and F. Zwirner, *JHEP* **0911**, 068 (2009) [arXiv:0909.1320 [hep-ph]].
- [76] T. Yanagida, in “Proceedings of the Workshop on Unified Theory and Baryon Number of the Universe,” eds; O. Sawada and A. Sugamoto (KEK, 1979) p.95; M. Gell- Mann, P. Ramond and R. Slansky, in “Supergravity,” eds.; P. van Nieuwenhuizen and D. Freedman (North Holland, Amsterdam, 1979). See also P. Minkowski, *Phys. Lett.* **B67**, 421 (1977).
- [77] V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, *Phys. Lett. B* **155**, 36 (1985).
- [78] C. D. Carone and H. Murayama, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3122 (1995) [hep-ph/9411256]; *Phys. Rev.* **D52**, 484 (1995) [hep-ph/9504393].

- [79] G. -C. Cho *et al.*, JHEP **1111**, 068 (2011) [arXiv:1104.1769].
- [80] G. -C. Cho and K. Hagiwara, Nucl. Phys. B **574**, 623 (2000) [hep-ph/9912260].
- [81] K. Hagiwara *et al.*, Z. Phys. C **64**, 559 (1994) [Erratum-ibid. C **68**, 352 (1995)] [hep-ph/9409380].
- [82] S. Schael *et al.* [ALEPH and DELPHI and L3 and OPAL and SLD and LEP Electroweak Working Group and SLD Electroweak Group and SLD Heavy Flavour Group Collaborations], Phys. Rept. **427**, 257 (2006) [hep-ex/0509008].
- [83] D. Buskulic *et al.* [ALEPH Collaboration], Z. Phys. C **66**, 3 (1995).
- [84] A. Belyaev, N. D. Christensen and A. Pukhov, Comput. Phys. Commun. **184**, 1729 (2013) [arXiv:1207.6082 [hep-ph]].
- [85] T. Sjostrand, S. Mrenna and P. Z. Skands, JHEP **0605**, 026 (2006) [hep-ph/0603175].
- [86] S. Ovin, X. Rouby and V. Lemaitre, arXiv:0903.2225 [hep-ph].
- [87] ATLAS Collaboration, “ATLAS measurements of the 7 and 8 TeV cross sections for $Z \rightarrow 4l$ in pp collisions”, ATLAS-CONF-2013-055 (May 27, 2013).
- [88] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **112**, 231806 (2014) [arXiv:1403.5657 [hep-ex]].
- [89] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], JHEP **1212**, 034 (2012) [arXiv:1210.3844 [hep-ex]].
- [90] P. Nason, JHEP **0411**, 040 (2004); S. Frixione, P. Nason and C. Oleari, JHEP **0711**, 070 (2007); S. Alioli, P. Nason, C. Oleari and E. Re, JHEP **1006**, 043 (2010); T. Melia, P. Nason, R. Rontsch and G. Zanderighi, JHEP **1111**, 078 (2011).
- [91] K. Nakamura, talk at “Summer camp on ILC accelerator and physics/detectors 2013”, Toyama, Japan, July 2013.
- [92] D. Geiregat *et al.* [CHARM-II Collaboration], Phys. Lett. B **245**, 271 (1990).
- [93] S. R. Mishra *et al.* [CCFR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **66**, 3117 (1991).

- [94] T. Adams *et al.* [NuTeV Collaboration], In *Vancouver 1998, High energy physics, vol. 1* 631-634 [hep-ex/9811012].
- [95] T. Adams *et al.* [NuTeV Collaboration], Phys. Rev. D **61**, 092001 (2000) [hep-ex/9909041].
- [96] W. Altmannshofer, S. Gori, M. Pospelov and I. Yavin, Phys. Rev. D **89**, 095033 (2014) [arXiv:1403.1269 [hep-ph]].
- [97] W. Altmannshofer, S. Gori, M. Pospelov and I. Yavin, Phys. Rev. Lett. **113**, 091801 (2014) [arXiv:1406.2332 [hep-ph]].
- [98] F. Archilli, D. Babusci, D. Badoni, I. Balwierz, G. Bencivenni, C. Bini, C. Bloise and V. Bocci *et al.*, Phys. Lett. B **706**, 251 (2012) [arXiv:1110.0411 [hep-ex]].
- [99] D. Babusci *et al.* [KLOE-2 Collaboration], Phys. Lett. B **720**, 111 (2013) [arXiv:1210.3927 [hep-ex]].
- [100] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], Phys. Rev. Lett. **103**, 081803 (2009) [arXiv:0905.4539 [hep-ex]].
- [101] J. P. Lees *et al.* [BaBar Collaboration], Phys. Rev. Lett. **113**, no. 20, 201801 (2014) [arXiv:1406.2980 [hep-ex]].
- [102] P. Adlarson *et al.* [WASA-at-COSY Collaboration], Phys. Lett. B **726**, 187 (2013) [arXiv:1304.0671 [hep-ex]].
- [103] H. Merkel *et al.* [A1 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **106**, 251802 (2011) [arXiv:1101.4091 [nucl-ex]].
- [104] J. D. Bjorken, S. Ecklund, W. R. Nelson, A. Abashian, C. Church, B. Lu, L. W. Mo and T. A. Nunamaker *et al.*, Phys. Rev. D **38**, 3375 (1988).
- [105] E. M. Riordan, M. W. Krasny, K. Lang, P. De Barbaro, A. Bodek, S. Dasu, N. Varelas and X. Wang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **59**, 755 (1987).
- [106] A. Bross, M. Crisler, S. H. Pordes, J. Volk, S. Errede and J. Wrbanek, Phys. Rev. Lett. **67**, 2942 (1991).
- [107] M. Davier and H. Nguyen Ngoc, Phys. Lett. B **229**, 150 (1989).

- [108] J. Blumlein and J. Brunner, Phys. Lett. B **731**, 320 (2014) [arXiv:1311.3870 [hep-ph]].
- [109] S. N. Gninenko, Phys. Lett. B **713**, 244 (2012) [arXiv:1204.3583 [hep-ph]].
- [110] F. Bergsma *et al.* [CHARM Collaboration], Phys. Lett. B **166**, 473 (1986).
- [111] R. Essig, R. Harnik, J. Kaplan and N. Toro, Phys. Rev. D **82**, 113008 (2010) [arXiv:1008.0636 [hep-ph]].
- [112] B. Batell, M. Pospelov and A. Ritz, Phys. Rev. D **80**, 095024 (2009) [arXiv:0906.5614 [hep-ph]].
- [113] C. Athanassopoulos *et al.* [LSND Collaboration], Phys. Rev. C **58**, 2489 (1998) [nucl-ex/9706006].
- [114] J. B. Dent, F. Ferrer and L. M. Krauss, arXiv:1201.2683 [astro-ph.CO]. [131]
- [115] H. K. Dreiner, J. F. Fortin, C. Hanhart and L. Ubaldi, Phys. Rev. D **89**, 105015 (2014) [arXiv:1310.3826 [hep-ph]].
- [116] R. Essig, J. A. Jaros, W. Wester, P. H. Adrian, S. Andreas, T. Averett, O. Baker and B. Batell *et al.*, arXiv:1311.0029 [hep-ph].
- [117] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], JHEP11(2014)088 [arXiv:1409.0746 [hep-ex]].
- [118] G. 't Hooft and M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. B **153**, 365 (1979); G. Passarino and M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. B **160**, 151 (1979).
- [119] C. F. von Weizsacker, Z. Phys. **88**, 612 (1934).
- [120] E. J. Williams, Phys. Rev. **45**, 729 (1934).
- [121] R. W. Brown, R. H. Hobbs, J. Smith and N. Stanko, Phys. Rev. D **6**, 3273 (1972).