

心理物理的尺度構成の基礎について*

村上 隆

心理現象を数量的にあらわすという意味での心理測定は、今や心理学のほぼ全領域に適用範囲を広げつつある。しかし、余りに性急で安易な“測定”が行なわれる一方、その“測定”結果には研究者自身も余り信頼感をもたない、というのが現状のように思われる。心理学のようないわゆる“ソフト・サイエンス”的領域において、これはやむをえぬことかもしれない。しかしながら、たとえある限られた領域に関してであれ、心理測定の根柢にまで立ち戻って、ある程度徹底した考察を行なってみると無意味ではないと思われる。

本論文は、心理物理的尺度構成（psychophysical scaling）の領域における心理測定の確固たる基礎づけの可能性を検討するものである。まず、現在の心理物理的尺度構成法の概要を述べた後、一担物理的測定の基礎について論ずる。ある種の物理量が、先行する量に依ることなく特定の定性的関係から導出され、それが公理論の形で基礎づけられることを述べる。次に、心理測定が、物理的測定とは異なる原理によりつつやはり公理論的に取り扱われうることをみる。しかしながら、心理測定の公理は、物理的測定のそれとはやや異なる地位にあることを論じ、最後に、心理物理的尺度構成を、先行する量に依らず、定性的な関係から導出される形で行なうための方法を提案する。

1. 心理物理的尺度構成法

本論文において考察の対象とする心理物理的尺度構成とは、以下のようなものに限定される。まず、測定の対象となる属性は、ある特定の刺激によってひきおこされる刺激の強度の主観的印象であり、具体的には、“明るさ”、“音の大きさ”、“(知覚された)重さ”といったものである。これらの属性を感覚強度と呼ぶことにしよう。感覚強度は、対応する刺激の物理量を一次元的に変化させると、それに応じて一次元的に変化する“量的”印象である

と考えることができる。单一の刺激からは、快一不快といった感情その他、感覚強度とは別の多様な印象が生じうる。しかしながら、これらは比較的容易に感覚強度と分離することができる、と通常は考えられる。また感覚強度それ自体も、背景刺激、先行経験等によって問題となる单一の刺激のみによっては一意的に定まらない可能性もある。しかしここでは、当該の刺激以外の条件は可能な限り統制することにより、刺激の物理量によってそれに対応する心理量（感覚強度）が一意的に決定されると仮定できるような場面を考える。

この前提の下で、尺度構成とは、ある特定の刺激 s に対する感覚強度（の尺度値） $f(s)$ を位置づけることができるよう、刺激の物理量とは独立に定義された、心理量の 1 次元的連続体をつくることである。これは 1 次元の心理物理的尺度構成と呼ぶことができよう。刺激には比較的確実に測定可能な物理量が付随しているから、それを刺激そのものと同一視し、他方、主観的印象としての感覚強度が測定され得たとすれば、結局問題は図 1 のような対応関係の確立というところに帰する。更に可能ならば 2 つの連続体を関係づける関数の形が決定できればよい。このような関数を心理物理的関数（psychophysical function）と言う。

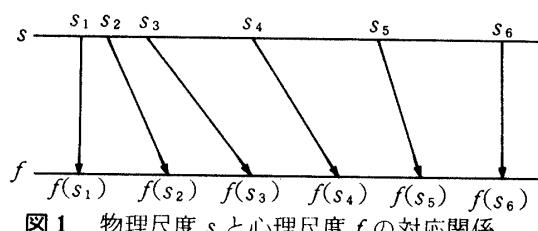


図 1 物理尺度 s と心理尺度 f の対応関係

尺度構成（scaling）は、このような連続体をつくる、という意味で文字通り物差し（scale）作りにあたる。一方、測定という用語は、常識的には尺度構成の後に、任意の対象にこの物差しをあてて、その対象の当該の属性の量を決定すること、と言えよう。（身長や体重の測定とは、長さや重さの妥当な物理的尺度の存在を前提としており、IQの測定は、標準化された知能検査の存在

* 本論文における数値計算は、名古屋大学大型計算機センターの FACOM 230-75 によった。

心理物理的尺度構成の基礎について

を前提としている。) しかしながら、心理学研究において“測定”は、尺度構成の部分まで含めて言うことが多いようである。本論文で扱うのは、この意味での測定のうちの尺度構成の部分である。

2. 心理物理的尺度構成における直接法と間接法

これまでに提案され利用されている尺度構成の方法は極めて多様である。伝統的に、これらは直接法と間接法に分類される(中谷, 1969)。ここでもそれに従い、それぞれの既要と問題点について述べる。

尺度構成の考え方としてより素朴なのは、歴史的には後から出現してきた直接法であろう。これは被験者に、主観的印象を数値の形で反応させ、これをそのまま尺度値とみなそうというものである。このような乱暴なやり方によても、一応安定した結果が得られることが知られるにつれ(Stevens, 1957), これは実験心理学の多くの分野で用いられるようになった。しかしながら、直接法に関しては、結果の安定性(信頼性)よりは、結果の妥当性が問題にされる必要がある。

直接法による尺度構成における被験者の内的過程には明らかに、2つの段階が区別される。すなわち、刺激に対する主観的印象の形成の段階(以下第1段階と呼ぶ)及び主観的印象に対する数値の割り当ての段階(以下第2段階と呼ぶ。)である。尺度構成の本来の目的は、この第1段階からの出力 $f(s)$ を得ることである。しかしながら直接法で観察可能なのは、第2段階の出力 $r = g\{f(s)\}$ であり、 r をそのまま尺度値とみなしうるためには、 g は恒等関数、または少くとも1次関数でなければならぬ。これはかなり楽天的な仮定と言わなければならないであろう。一般的には、 g はせいぜい単調関数と仮定できるにすぎない(図2)。

なお直接法は、カテゴリ評定法とマグニチュード推定法に代表される2つのクラスに更に分けることができる。カテゴリ評定法では、普通単独で提示される刺激を、比較的少数の整数を用いて評定する。マグニチュード推定法は、一定の標準刺激の感覚強度に対する系列刺激の感覚強度を比の形で、被験者に報告させるものである。

感覚測定の初期において、人間を計測器としてここまで信頼することはできないと考えられたのは当然であろう。Fechnerは、人間が弁別できる刺激の最小の差異、 jnd が感覚強度の単位と考えた。すなわち、刺激 s に対する jnd を Δs とするとき、 $f(s + \Delta s) - f(s)$ が s によらず一定値となるように $f(s)$ を決める、という考え方である。この間接法は、人間の能力をせいぜい比較器の段階におさえながら、感覚強度を測定しようとするとい

う意味で手堅い方法と言えよう。

Fechnerは周知のように、 Δs を s の関数としてあらわしたWeber関数(Weberの法則は、それが1次関数であるという特殊な場合にあたる。)の逆数を積分して f を求めた。しかし、 Δs そのものは必ずしも決定論的に定まるわけではない。そこで次のFullerton-Cattellの原理、“等しい頻度で認められた差異は、心理学的には等しい。”は、Fechnerの原理の一般化である。比較判断の法則(Thurstone, 1927)は、(結果的に)この原理にもとづく一種の間接法である。

間接法に対する批判は、図2の第2段階に相当する過程を検証不可能な仮定でおきかえていることに向けられる。 jnd に対応する感覚強度の差が s の大きさにかかわらず一定であるという仮定やFullerton-Cattellの原理を、経験的に検証する手段は存在しないからである。また、 jnd またはそれに相当する人間の判断の変動性、すなわち誤差にすぎぬものを測定の基礎においていることに対する批判もある(Stevens, 1961)。

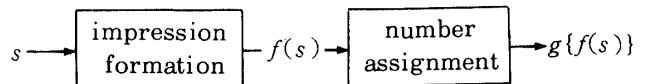


図2 心理物理的尺度構成における2つの段階

直接法と間接法が明確に対立するようになったのは、2つの方法による結果が一致しないからである。直接法では多くの感覚連続体において、心理物理的関数として

$$f(s) = ks^n \quad (k > 0, n > 0 \text{ は定数}) \quad (1)$$

というべき関数が得られ、他方、間接法では、

$$f(s) = a \log s + b \quad (a > 0, b \text{ は定数}) \quad (2)$$

という対数関数が得られる。

本来、同一の条件における感覚強度は、測定方法に依らず同一である筈である。にもかかわらずこのような不一致を生ずることは、心理物理的測定法の妥当性に根本的な疑問をいただかせる。この問題には本論文ではこれ以上触れないが(詳しくは村上, 1974参照)これは、心理測定をより原理的なところに立ちもどって議論する一つの原動力となったのである。

3. 数と量

常識的見方において、数と量はほぼ同義語のように使われている。しかしながら、測定の問題を少し厳密に考えようとするなら、これらは明確に区別しておく必要がある。これらの間のやや厳密な関係については次節で述べるが、ここではひとまず、数が経験的世界とは独立な

観念の体系として存在するのに対し、量は経験的世界に属する概念である、ということにとどめよう。

論理学、数学と、経験科学とを峻別するのは論理実証主義哲学の根本原理であった。測定の問題にまつわる種々の困難を回避するには、この区別に従っておくことが有用である。

さて、このように2つの世界を分離すると、測定とは経験的世界の対象のある属性に関する量の集合 A （以後簡単のため、対象自体とその量を区別して書き分けることはしない。）から、数の集合 X への写像 f を定めるに帰着する。 X は通常実数（の部分集合）であると考えられる。 f は量を領域とし、 X を値としてとる関数、すなわち $X = f(A)$ である。 f は量を数値に変換するいわば物差し（scale）であり、 A の個々の要素 a に対する $f(a)$ を尺度値（scale value）と呼ぶ。

ここでもし、 f が完全な一対一対応を与えるとすれば、量は一義的に数によってあらわされたことになる。実数の集合には、順序関係、及び和と積という内部演算、更に連続性という3種の構造が付随しており、単なる無限集合ではない。もし量が写像 f を通じて実数と一対一に対応するとすれば、量それ自体も実数と同じ構造をもつことになる。これによって経験的事実を数学的に表現することが可能になり、経験的世界の法則を数式を用いて探究することができるようになる。すなわち、一応純粹に思考の産物である実数が（その構造を含めて）経験的世界のモデルとなるわけである。逆に測定を可能にするためには、量が実数と同一の構造をもつことが、経験的に確認される必要がある。

長さや重さのような物理量が実数と対応することは、通常全く自明のことと考えられているために、上記のようなことが改めて意識されることはない。しかしながら、量を実数と対応させる過程を再現してみると、心理測定にとって得るところが大きいであろう。

4. 物理量の測定の公理

前述のように、長さや重さのような物理量の測定に関して、我々は通常疑問をもつことは少ない。長さや重さの尺度（物差し）は既に確立しており、我々は対象にそれをあててみると、容易に（ある精度の範囲で）測定を行なうことができると考えている。それでは、我々が安心してこれらの物差しを使うことのできる原理は何であろうか。

キャンベル（1979）は、測定可能な対象がもっていかなければならない性質を加法性（additivity）であるとする。ジャガイモの袋が2つあるとき、2つの袋のジャガイモを合わせて1つの袋につめこんだとすると、その袋

の重さは先の2つの袋の重さの和であると考えられる。このとき重さという特性は加法性をもつ、というわけである。これに対して、ジャガイモの“うまさ”は、2つの袋を合わせたからといって、もとの袋のジャガイモの“うまさ”的な和になるわけではない。キャンベルに従えば、この“うまさ”的な量は測定可能ではない。この、加法性を測定可能性と同一視する議論は、キャンベル自身も狭すぎるものであることを認めているが（例えば温度のように加法的でなくて測定可能な量はいくらもある）、物理量の尺度構成の過程をみるには好都合である。なお、加法性をもつ量を外延（extensive）量、もたない量を内包（intensive）量という。*

加法性を前提として量と数を対応させる過程を示そう。例として重さをとりあげる。量の数的表現を基礎づけようとするのであるから、既に何らかの意味で数的に表現された量を前提にするわけにはいかない。測定装置としてはてんびんを用いる。てんびんには比較器としての機能、すなわち定量的というよりは定性的な性質だけしかない。すなわち、物体 a を一方の皿に、物体 b を他方の皿に乗せたとき、2つの物体のどちらがより重いか、または2つの物体の重さは等しいか、ということだけを知ることができる。もちろんこれだけでは、単に物体の重さを順序づけることしかできない。しかし重さが加法性をもつという前提によって更に先に進むことができる。ここでは次の2つが基本である（Krantz et al, 1971）。

- (i) $a \geq b \implies w(a) \geq w(b)$
- (ii) $w(a \circ b) = w(a) + w(b)$

ここで a, b は、物体 a, b の重さ（まだ数ではあらわされていない）、 $w(a), w(b)$ は数値的に表現された重さの“尺度値”をあらわす。 $a \geq b$ は、 a が b より軽くない、すなわちてんびんの物体 a を乗せた皿が下がるか、またはつりあうことの意味するものとする。 $A \implies B$ は、“ A ならば B である”，を示す。また $a \circ b$ は2つの物体 a, b の連結（concatenation）操作、すなわち、 a, b をあわせたものの重さを示すものとする。 $\geq, =, +$ は通常の代表的な意味で用いられる。性質 (ii) が加法性の表現であることは言うまでもないであろう。

任意の物体の重さ a が数値 $w(a)$ であらわされるためには、経験的事実である \geq と、ある種の性質をもたなければならぬ。てんびんが勝手に上り下りするような気まぐれな世界においては、測定（尺度構成）は不可能である。(i), (ii) を満足するような w を決定するこ

* 内包量は、例えば密度のように、2つの外延量の比の形で得られる場合が多い。

心理物理的尺度構成の基礎について

とができるために、 \geq と。が満足すべき条件は公理の形に定式化することができる。それらを \geq と。が実際に満足することが経験的に実証されたとき、重さは数学的世界の実数と完全に対応づけられることになる。この意味で測定は経験科学の対象である。

ここでは、Krantz, et al. (1971)による外延量測定のための公理をやや厳密でない形で述べる。これらの公理の大部分はギリシャ時代に端を発するものである。(田村, 1978にはより古典的な定式化がある。) まず、

公理 1. $a \geq b$ または、 $b \geq a$ のうちどちらか少くとも一方が成立する。

このとき、 \geq は連結的であると呼ばれる。 $a \geq b$ 、かつ $b \geq a$ のとき $a \sim b$ とかくことにする。これは a, b がつりあうことと解釈される。 $a \sim a$ であることはこの公理から言える。 $a \geq b$ であって $a \sim b$ でないとき $a > b$ とかく。 \leq は \geq の逆で、これも以後自由に用いる。

公理 2. $a \geq b$, かつ $b \geq c$ ならば $a \geq c$

これは、 \geq が推移的であること、すなわち 3 すくみの事態が生じないことを主張している。

以上 2 つの公理が成り立つときは弱順序 (weak order) と呼ばれるが、このとき (i) を満足するように w を決定することは直観的に明らかであろう。すなわち、物体をてんびんで順次比較して重さの順に並べることができるとから、その順に適当な実数をわり当てていけばよいわけである。ただし w の任意の単調増加変換 w' もまた (i) を満足するであろう。例えば、 $a > b \sim c > d$ のとき、 $w(a) = 3$, $w(b) = w(c) = 2$, $w(d) = 1$ とすることもできるし、 $w(a) = 100$, $w(b) = w(c) = 1$, $w(d) = 0.001$ でもよい。公理 1 と 2 だけでは、測定はこの水準にしか達しない。Stevens (1951) の言う順序尺度 (ordinal scale) は、このようなものである。より水準の高い尺度に到達するには連結操作。についての公理を追加する必要がある。

公理 3. $a \geq b$ ならば、 $a \circ c \geq b \circ c$

公理 4. $a \geq b$ ならば、 $c \circ a \geq c \circ b$

てんびんの両方の皿に同じ重さのものを加えても、てんびんの傾く方向は変わらない。このとき連結の順序は問わない。

公理 5. $(a \circ b) \circ c \sim a \circ (b \circ c)$

連結操作。は結合的である。この意味は改めて述べるまでもないであろう。

公理 6. $a \circ b > a$

これは、すべての物体の重さが正であることを言っている。

以上の公理は、 w の存在のために原則的に経験的なテストが可能なものであるが、次の 2 つの公理は w の存在

のためには必ずしも必要でない、証明のためのやや技術的なものである。

公理 7. $a > b$ ならば、 $a \geq b \circ c$ となるような c が存在する。

a と b がつり合わないとき、軽い方の物体に連結してそちらの方がより重くはならない (程度に軽い) 物体 c が存在する。

公理 8. (アルキメデスの公理) $a > b$ のとき、 $nb > a$ となるような整数 n が存在する。ただし、 na とは $1a = a$, $na = (n-1)a \circ a$ と再帰的に定義されるものである。

これは、いかに軽い物体でも、それを有限個連結することによって、どんな重い物体よりも重くすることができますことを主張するものである。

これだけのことが成立していれば、常識的な意味での数値的な (Stevens 流に言えば比率尺度の) 重さの測定が可能になる。実際的には、何らかの任意に分割可能な物質を用いて、適当な (軽い) 単位 u をとり、等間隔の標準系列、 $u, 2u, 3u, \dots$ をつくっておく。(公理 1 ~ 7 によってこれは可能である。) これらの重さは、(ii) に従って、 $w(u)$ を単位として $w(2u) = 2w(u)$, $w(3u) = 3w(u)$, …… となる (文字通り尺度構成 \nearrow)。任意の物体 a について、 $a \geq (n-1)u$, かつ $nu \geq a$ となるような n を見出せば、(このような n は公理 8 によって必ず存在する。) a の重さの尺度値 $w(a)$ は、 $(n-1)w(u) \leq w(a) \leq nw(u)$ の範囲にある。すなわち、 $n-1 \leq w(a)/w(u) \leq n$ である。このような 2 つの量の比を求めることが“測定する”ということの意味である(田村, 1978)。精度を上げるためにには、単位 u をなるべく小さくすればよい。数学的には、 $ma \sim nu$ となるような m , n が見出せば、 $w(a)/w(u)$ は有理数 n/m として求められ、更にそのような m, n が見出せない ($w(a)/w(u)$ が有理数でない) ときにも、極限操作によってこの比は実数の範囲で完全に定まるこことになる。

ところで実数と完全に一対一に対応するのは、 $w(a)$ そのものではなく、比 $w(a)/w(u)$ である。 $w(a)$ そのものは、単位のとり方によって異なった値をとる。ただし、 w と、 w とは単位の違う w' との間には、 $w' = \alpha w (\alpha > 0)$ の関係があるはずである。(kg であらわしても、ポンド、貫であらわしても量そのものは同じ。) これが、Stevens (1951) の比率尺度 (ratio scale) の意味である。 $w' = \alpha w$ という変換は、量としての性質をえるものではなく、許容変換 (admissible transformation) と呼ばれる。

上記の手続きにおいて \geq と。以外のいかなる操作にも、また長さその他先行する量の測定にも訴えなかった

ことは重要である（ただし 6 節の注参照）。

公理 1～8 は、ある意味で極めて当り前のことばかりのように見える。しかしながら、これらが経験的世界に属する（検証を要する）事実であることは強調しておく必要がある。（実際、腕の長さが等しくないてんびんでは、幾つかの公理は成立しなくなる。）

また一方では、公理は経験的世界の抽象であり、経験的世界において完全には成立しないことにも注意する必要がある。腕の長さの完全に等しいてんびんを作ることは不可能であり、いくらでも分解しうるような物質も現実には存在しない。また \geq の判定も実際には微妙な問題である。

しかしながら、これらの公理の（近似的な）成立が、意識されることはないまでも、暗黙のうちに了解されていることが、物理量の測定が信頼するに足るものとみなされる一つの根拠となっていることは確かであると思われる。すなわち、我々は重さを測るのにこのような面倒な操作はしないが、必要ならば常にこの操作にもどって、はかりの目盛を検査する（calibrate）ことができるからである。

5. 心理物理学的尺度構成の基本パラダイム

物理量の測定から、心理量の測定に目を転じてみると、心理量にはキャンベルの意味での加法性をもつような量はほとんど見当らないことに気付く。一般的に言って、心理的には、外延量よりも内包量（強度）の方がより直接的である。その意味で心理測定は、内包量を先行する外延量なしに測定する試みであると言ってよいのではないかと思われる。

Suppes & Zinnes (1963) は、量の分類として、外延量—内包量よりも、基本 (fundamental) 量—誘導 (derived) 量の方が適切であるとしている。基本量とは先行する何らの量もなしに測定可能な量を指し、誘導量は基本量から何らかの演算を通じて導かれる量を指す。その意味で、心理物理学的尺度構成は、外延量ではない基本量を求める試みであると言えよう。

物理量における加法性（連結操作）にかわって心理測定の基礎となるのは、2つの量の類似度 (similarity) または（その逆の）相違度 (dissimilarity) である。例えば、Fechner 流の間接法において、jnd が測定の単位に使われたが、これは2つの刺激の相違度に基づくものである。また、直接法の1種であるマグニチュード推定法においても、標準刺激と系列刺激との比較が基礎となっていた。カテゴリ評定においては、通常单一の刺激が呈示され、比較刺激が存在しないが、それでも被験者の内部に形成される何らかの reference point (例えば Hel-

son, 1964 の意味での adaptation level など) が判断の基準として機能していると考えるのが自然であろう。

事実、人間にとて絶対判断より比較判断の方がはるかに容易であり、かつ安定している。そこで尺度構成にあたっても、2つの刺激に対する尺度値の差を基本にとるのが自然である (Shepard, 1978)。この節では、2つの刺激 s, t に対する尺度値の差 $d(s, t)$ が比率尺度の意味で得られたと仮定して、そのとき一次元の尺度 $f(s)$ が存在するための条件を検討しよう。*

さて、 d は、

$$d(s, t) = f(s) - f(t) \quad (3)$$

であると仮定しよう。 (3) からは、3つの刺激、 s, t, u に対して、

$$d(s, u) = d(s, t) + d(t, u) \quad (4)$$

が導かれる。ところが、逆に (4) からは (3) が導かれるのである。このことは、 (4) で $d(s, u) = f(s), d(t, u) = f(t)$ とおけば、 (3) に等しいことからわかる。これは任意の刺激（今の場合 u ）を尺度の原点として $f(u) = 0$ と置いたことに等しい。かくして、 (4) は、相違度が数値的に与えられた場合に、一次元の尺度が存在するための必要十分条件であることがわかる。

具体的な操作としては、測定に用いられる N 個の刺激のすべての組み合わせについて d を求め、刺激のすべての3つ組について (4) の関係が（近似的に）成立していることを認めれば、一次元尺度 f の存在が認められることになる。実際のデータでは誤差があるから、尺度値の近似値を次の式、

$$f(s) = \frac{1}{2N} \sum_t \{d(s, t) - d(t, s)\} \quad (5)$$

で求め、これを、 (3) の右辺に代入して、左辺と一致するかどうかを調べればよい。これは、一対比較法において内的整合性のテスト、と呼ばれているものである。要するに、 (3) は一般の一対比較法における基本仮定（印東, 1976）であり、 (5) はデータが完備な（すべての刺激の組み合わせについて d が求められている）場合の尺度値の最小2乗解なのである。

一対比較法は、一般に尺度構成の方法としては極めて手間のかかるものであるが、このように尺度の存在を経験的にテストできるから、心理測定の1つの基本型であると言えよう。 d を求める方法としては、2つの感覚強

* f に先行する量として d の存在を仮定する。この意味でこの節で扱うのは、基本量ではなく誘導量としての f である。

度の差を数的に評定させるいわゆる Scheffé の一対比較法（直接法）と、刺激 s が t より大と判断される確率、 $\pi(s, t)$ を、正規逆変換して d の値とする比較判断の法則 Case V がその典型である。いずれの場合も、(4)の関係をテストすることによって、その依って立つ仮定の成否が知られるわけである。カテゴリー評定法や、マグニチュード推定法にはこのチェック機構がなく、無条件でその結果を尺度値とみなすことは極めて危険である。

次に、尺度 f の性質について調べてみよう。 $f' = f + \beta$ (β は定数) という変換を行なった f' も (3) を満足する。これは (4) から (3) を導く過程で、原点を任意に置くことができたことに対応する。これと、 d が、 $d' = \alpha d$ ($\alpha > 0$) を許容変換とする比率尺度であることを併せて、結局 f は、 $f' = \alpha f + \beta$ ($\alpha > 0$ と β は定数) を許容変換とする間隔尺度（interval scale）であることもわかる。なお、(4) は Sincov の関数方程式と呼ばれており、その一般解が (3) である（Aczél, 1966）。

ところで、直接法のうちマグニチュード推定法等は、相違度を比の形で求めようとする。 $r(s, t)$ を 2 つの感覚強度の比に対応する数値とすると、

$$r(s, t) = f(s)/f(t) \quad (6)$$

と仮定される。このとき、(3), (4) と類比的に、

$$r(s, u) = r(s, t)r(t, u) \quad (7)$$

は、(6) と同値である。これは、(6), (7) と両辺の対数をとれば (3), (4) に帰着することからわかる。 r の対数をとることによって後の扱いは d の場合と全く同様にできる。（尺度値 f は指数変換でもどせばよい。）

Ekman (1959) の比推定法は、一対比較法の形で r を求めるやり方（直接法）である。間接法でも B. T. L. モデル（中谷, 1969）では $r(s, t) = \pi(s, t)/(1 - \pi(s, t))$ として、この形になっている。この場合、同一のデータから、(3) と (7) の 2 種の尺度ができることになる。どちらを選ぶべきかは、間接法の範囲では決められない。

(6) の f の尺度の性質については論争がある（Shepard, 1978）。 $f' = \alpha f$ ($\alpha > 0$) が f の許容変換であることは確かであるが、 r は 2 つの量の比であるから許容変換ではなく、結果的に f は比率尺度となる、というのが Stevens の考え方である。間隔尺度よりも比率尺度の方が原点が一意的に定まっている分だけ水準が高いと考えられるから、もしそうなら、差にもとづく方法（カテゴリー尺度）よりも比にもとづく方法（マグニチュード尺度）の方がすぐれていることになる。しかしながら $r' = r^r$ ($r > 0$) も、(7) を満足する。これが r の許容変換であるとすると、 f は $f' = \alpha f^r$ ($\alpha > 0, r > 0$ は定数) を許容変換とする、対数

間隔尺度（logarithmic interval scale）ということになる。その場合には、どちらの方法もほぼ同程度の水準の尺度を生み出すにすぎないことになる。差にもとづく方法では原点を、比にもとづく方法では適切なベキ r をそれぞれ他の情報によって決めない限り、比率尺度には到達できない。

この節では、相違度が既に数的に与えられている場合について論じた。次節では、相違度に数値をわりあてるための原理を考察しよう。

6. 心理測定の公理

物理的測定において、てんびんによる比較という単純な（定性的な）操作にもとづく公理化がなされたのと同様に、心理測定に関しても相違度の大小比較のみにもとづく公理化がなされうる。このような試みは、1950 年代から始まり、Suppes & Zinnes (1963) に一応の成果がまとめられた後、Krantz, et al. (1971) でほぼ完成の域に達した。

尺度値 f は、大小比較との関係でどのように定められるべきであろうか。まず、2 刺激の単純な比較から考える。 $s \geq t$ を、刺激 s の感覚強度を t のそれより大と被験者が判断したことを示すとしよう。このとき、尺度 f は

$$(i)' \quad s \geq t \implies f(s) \geq f(t)$$

を満足するように定められる必要がある。 $(i)'$ は物理的測定の (i) と同型であり、これだけでは感覚強度は順序尺度にしかならない。

次に 2 つの刺激 s と t の感覚強度の相違度（まだ数値であらわされていない量）を、 $s \ominus t$ とかくことにしよう。 $(s \ominus t)$ とかくときは、常に $s > t$ とする。そこで、任意の 4 つの刺激 s, t, s', t' について、 f は、

$$(ii)' \quad s \ominus t \geq_d s' \ominus t' \implies f(s) - f(t) \geq f(s') - f(t')$$

を満足するように決まればよい。 $s \ominus t \geq_d s' \ominus t'$ は、被験者が、相違度 $s \ominus t$ を $s' \ominus t'$ より大と判断したことを示すものとする。

$(i)', (ii)'$ の 2 つの条件をみたすような f が存在するための Krantz, et al. (1971) の公理系を、再びやや厳密でない形で述べておこう。

公理 1. \geq は弱順序である。

公理 2. \geq_d は弱順序である。

すなわち、 \geq も \geq_d もともに物理的測定における公理 1 と公理 2 を満足するということである。なお、以下においては、前述のように $s \ominus t$ とかかれるときには、 $s > t$ が成立していることを前提とする。

公理3' $s > t$ かつ $t > u \implies s \ominus u \geq_d s \ominus t, t \ominus u$
これも図3にみられるように当然の要請であろう。

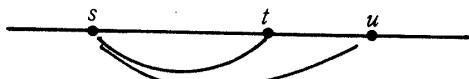


図3 公理3

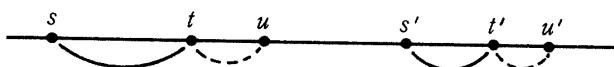


図4 公理4

公理4' $s \ominus t \geq_d s' \ominus t'$ かつ $t \ominus u \geq_d t' \ominus u'$
 $\implies s \ominus t \geq_d s' \ominus u'$

これは図4に示すような関係である。以上は(ii)'を成立させるための必要条件である。例えば公理4'は、

$$\begin{aligned} f(s) - f(t) &\geq f(s') - f(t') \\ +) \quad f(t) - f(u) &\geq f(t') - f(u') \\ f(s) - f(u) &\geq f(s') - f(u') \end{aligned}$$

でなければならないことからきているわけである。あと2つの公理は、物理量の測定の公理7, 8と同様の技術的要請で、

公理5' $s \ominus t >_d u \ominus w$ のとき、 $s \ominus w' \sim_d u \ominus w \sim_d w'' \ominus t$ となるような w', w'' が存在する。

公理6' (アルキメデスの公理) $s_1 < s_2 < \dots < s_i < \dots$ という列があり $s_{i+1} \ominus s_i \sim_d s_2 \ominus s_1$ とする。このとき任意の w', w'' に対して $s_n \ominus s_1 \geq_d w' \ominus w''$ となるような n が存在する。

このとき、 $s > t > n$ であるような3つの刺激に対し、

$$d^*(s \ominus u) = d^*(s \ominus t) + d^*(t \ominus u) \quad (8)$$

を満足するような d^* が存在することが証明される。図3に見られるように、 $s \ominus u$ は、2つの相違度 $s \ominus t$ と $t \ominus u$ を連結したものに相当するから、(8)は結局物理的測定における条件(ii)と同等である。実際、(8)の証明も、公理1'～6'を、公理1～8に帰着させる形をとっている。もちろん d^* は比率尺度となる。

ところで、(8)は本質的に(4)と同形である。そこで、

$$d^*(s \ominus t) = f(s) - f(t) \quad (9)$$

という形で f の存在がいえる。 f が間隔尺度であることはあきらかであろう。

なお、以上の過程では被験者が \ominus を感覚強度の差にもとづいて判定していると仮定したが、前節の間接法の場合と同様に、このことは検証可能ではない。 \ominus を比にもとづいて判断しているとすれば、(ii)'は次の(ii)"に変えら

れなければならない。

$$(ii)" \quad s \ominus t \geq_d s' \ominus t' \implies f(s)/f(t) \geq f(s')/f(t')$$

この場合公理1'～6'は何ら変更される必要はない。(ii)"の f の対数が(ii)'の f と一致することは明らかである。*

7. 心理測定における公理論の位置

公理1'～6'により、心理物理的尺度構成が、形式的には物理的外延量と同様の基本量の測定となることを示されたことは一応評価されるとしても、これが実際の尺度構成過程に対してどのような意味をもつのであろうか。このことを考えるためには、測定の公理それ自体のもつ意味に立ちもどる必要がある。まず、これに関する2つの観点を示そう。

- 1) 測定の公理は自明な事実であり、それから（必ずしも自明とは言えない）測定可能性が導かれることに意義がある。

公理を自明の事柄であるとする見方は、既に数学では棄てられている。例えば、ユークリッド幾何学において自明とみなされていた平行線公理を否定して、非ユークリッド幾何学が出現したからである。しかし、測定は経験科学に属するから、この見方もあながち否定はできないと思われる。外延量の測定の公理について言えば、改めて経験的に検証する必要がない程度に自明な公理1～8から、尺度の存在を証明することは、測定に対する信

* 前節及びこの部分で、相違度を比に対応させるか差に対応させるか、という問題にこだわってきたのは、これが、2つの心理物理関数(1), (2)の対立と関連しているからである。間接法の場合、Weberの法則が成立しているという条件の下で、(3)からは対数関数が導かれ、(6)からはベキ関数が導かれる。このあたりが、きちんと定義されないままに、(1)と(2)の対立はいたずらに混乱してきたくらいがある。ところで、物理的な重さに関しても、公理1～8はそのままで、加法性ではなく“乗法性”を満足するような重さ、すなわち $w(a \cdot b) = w(a) \cdot w(b)$ となるような尺度 w を定義することもできる。何故我々はこの定義、すなわち“2つの物体を連結したものの重さは、それぞれの物体の重さの積になる。”をとらないのであろうか。これに対しては、重さ以外の量である長さにもとづいて、“体積が和になるから。”という答しかないよう筆者には思われる。この答はただちに、“ではなぜ長さは今あるように決まったか？”という間に導かれる。これには、“それが我々の長さの直観に一致するから。”とでも答える以外なさうだ。いずれにしても、他の量を援用しない限り比か差かを決める手段はないのである。それとともに物理量の測定がうまくいく理由は、長さの測定がうまくいくからだ、ということも確かに思う。

心理物理的尺度構成の基礎について

頼感を増すうえで意義があると認めざるを得ないであろう。

2) 公理は、実際の測定手続きを与える。

外延量の測定の公理において、尺度の存在を証明する際、標準系列の生成という測定手続きが示された。

これら2つの観点について、心理測定の公理系は、いずれもあてはまらないようと思われる。まず1)について考えよう。前節の公理 $1'$ と $3'$ は、心理物理的尺度構成の場合、単に物理量の大きい刺激に対する感覚強度は大きい、という当然の主張にすぎない。しかし、公理 $2'$ 、 $4'$ については、必ずしも当然とは言いきれない。事実、それらを経験的に確かめようとした研究が存在する。

Schneider, Parker & Stein (1974) は、1200 Hz, 50 ~ 104 dB の10種類の音を刺激とし、これらを4つずつ組にして呈示して、 \geq_d の判断を求めていた。その結果、公理 $2'$ の推移律を満足しなかったのは5ケースにすぎず、また公理 $4'$ については、1889ケース中30ケースがあてはまらなかったにすぎないと言った。Schneiderらは、この結果から公理 $2'$ と $4'$ がほぼ成立するとしている。しかしこのような研究が存在すること自体、公理 $2'$ と $4'$ が研究者によっても自明とは見なされていないことを証明している。

2)の観点についても公理の述べるところは少ない。公理 $6'$ にあるような、 $s_{i+1} \ominus s_i \sim_d s_2 \ominus s_1$ となるような標準系列 $s_1 < s_2 < \dots < s_i < \dots$ をつくり、 $d(s_2 \ominus s_1)$ を単位に、 $f(s_1)$ を原点にして、 $f(s_2), f(s_3), \dots$ を等間隔に決定していくことがせいぜいである。これは、実用に耐える尺度構成法とは思われない。

そこで、心理測定の公理について、次のような見解があらわされることになる (Krantz, 1974)。

3) 公理は、 \geq_d のような定性的関係だけの検証によって、尺度の（原理的）な存在を保障する。

これは、公理を経験的に検証した Schneider らの研究を正当化するものである。彼等のデータはただちに尺度構成には導かれない（尺度値の算出は次節のノンメトリック尺度構成によっている）が、公理が満足されていることによって少くとも尺度が存在することだけはわかる、というわけである。しかしながら、この見解には少くとも2つの難点がある。

もう一度 Schneider らの研究にもどってみよう。彼らが公理を検証するためにとり得た方法は、公理が満足されない場合の数を数えることでしかなかった。彼らの結果が、本質的な公理の不成立を示しているのか、あるいは単なる誤差範囲の問題であるのかを、判断することはできない。公理は決定論的に定式化されており統計的モデルにはなっていないからである (Falmagne, 1976)。

もう一つの難点は更に重大である。我々が実験に用いられた有限個の刺激にもとづいて検証できるのは公理 $1' \sim 4'$ だけである。ところが、有限個の刺激に対して、これらの公理だけでは、尺度の存在の十分条件にはならないのである。実際、公理 $1' \sim 4'$ を満足しているにもかかわらず尺度化可能でない例をつくることができる。更に、刺激の数が有限の場合、尺度の存在条件を全称命題の形で公理化することはできない、ということさえ知られている (Scott & Suppes, 1958)。要するにデータが公理を満足していることは、尺度の存在の保障にすらならないのである。

こうしてみると、公理論が心理測定に対してもつ意味は必ずしも明らかでない。少くとも実際のデータから尺度構成を行なうためには、ほとんど無価値であると言わなければならないだろう。しかしながら、(ii)'の定式化が、心理物理的尺度構成に関する極めて魅力的なモデルであることも否定しがたい。

8. ノンメトリック尺度構成

相違度 $s \ominus t$ の単なる大小比較から、(3)を満足するような尺度値の差 d を比較尺度で導くことが6節以降の目標であった。しかし、心理測定の公理は必ずしもその目標に到達する手段として適切なものとは言えなかった。しかし5節において述べたような、一対比較法（確率、

$\pi(s, t)$ による間接法にせよ、Scheffé 流の直接評定によるにせよ）において得られる d が比率尺度で、かつ(4)を満足する、というのは余りにも強い要求である。 d はせいぜい順序尺度として、間隔尺度としての尺度 f を求めることはできないだろうか。

この要求を満たすために、ノンメトリック多次元尺度構成法を応用することができる。この方法については、既に成書も多数刊行されており（例えば高根, 1980），詳細は省略する。この方法の一次元尺度への応用は，Klemmer & Shrimpton (1963) に始まる。

この方法は、 d のあらかじめ指定されない単調変換が、(3)を満足する、すなわち

$$\mu\{d(s, t)\} = f(s) - f(t) \quad (\mu \text{ は単調増加}) \quad (10)$$

と仮定するものである。 $d' = \mu(d)$ が、(4)を満足するとは言うまでもない。(10)が、

$$d(s, t) \leq d(s', t') \iff f(s) - f(t) \leq f(s') - f(t') \quad (11)$$

と等価であることは明らかであろう。この(11)は、相違度が数値として与えられていることを除けば(ii)'と同じである。ノンメトリック尺度構成は、(11)を最大限に満足する

ように、 f を定めるものである。 μ の形はどうでもよいから、間接法の場合 π をそのまま(11)の d と置きかえることができる。すなわち、この方法によれば、直接法の評定値は単なる順序尺度でよい。図2に即して言えば、被験者が、第1段階の2つの出力 $f(s), f(t)$ に対して、第2段階において、 $d(s,t) = g\{f(s)-f(t)\}$ のような変換をして、 d の評定値としたとしても；この g が単調増加関数であれば、 f の形が復元できることを意味している。間接法の場合 π から d への変換は、あらかじめ決めてなくてもよい（分布型 free）ことになる。

計算方法は、概略以下のようにする。まず f に適当な初期値を \hat{f}_0 を与え、 $\hat{d}_0(s,t) = \hat{f}_0(s) - \hat{f}_0(t)$ により \hat{d}_0 を求める。この \hat{d}_0 を、本来の d の順序関係に従って並べかえたものを、（データが完備ならば）(5)の右辺に代入して、 f の第一段階の近似値 \hat{f}_1 とする。以下これを収束するまで反復する。（実際には、もう少し面倒な問題がある。これはあくまでも基本的な筋道だけである。）この方法の心理物理的尺度構成への応用については村上（1974）参照。

ところで、単に順序尺度にすぎない d から、どうして間隔尺度の f が求められるのだろうか、という素朴な疑問が生ずる。一応の答えとして、（ μ によって変換された） d は、(4)を満足しなければならないから、というのがある。しかし、(11)のような単なる不等号の関係から、そのような d が一意的に決まるのであろうか。実際上、ノンメトリック尺度構成の解 f は一意的に定まることが多いが、それは実際のデータが(11)を完全には満足しない場合が多いからである。(11)を満足する程度を示す、ストレスという基準があるが、それは実際のデータにおいては0にはなりえない場合が多い。ストレスが0にならない場合には、ストレスを最小にする f は多くの場合一意的である。（証明はできないが経験的に。）換言すれば、ノンメトリック尺度構成法は、データが(11)を満足するという意味で完全には尺度構成可能ではないが故に、尺度値を定めることができる、という逆説も成り立つようと思われる。(11)が満足されない程度が誤差の範囲かどうか、という判断も、現状では不可能である。

単なる相違度の順序が、有限個の尺度値を、どの程度数的に規定することができるか、という疑問に答えるには別な方法が必要である。

9. 不等式による定式化

(ii)"によって定義される尺度は、 $f(s)$ に関する一次不等式の解となる。ここでは \geq_d によって定義される不等式を直接解くという形で尺度値を求める試みについて述べる。それによって、前節の、順序関係が尺度値をどの

程度数値として一意的に規定できるか、という疑問にある程度答えることができるが、それ以外にもこの方法のメリットは大きい。

まず、順序判断 \geq と \geq_d について、公理 1' 2' に含まれていた連結性の条件（4節の公理1）をはずし>または \geq_d と確実に判断できない場合は（～でなく）“判定不能”というカテゴリーに入れることにしよう。そこで、尺度の満たすべき条件は、

$$(i)" s > t \implies f(s) > f(t) \\ (ii)" s \oplus t >_d s' \oplus t' \implies f(s) - f(t) > f(s') - f(t')$$

となる。判定不能に対しては、不等号の向きは不定のままとする。

弁別閾以上（supraliminal）に異なる N 個の刺激、 $s_1 < s_2 < \dots < s_i < \dots < s_N$ を問題にするとき、(i)"の成立は前提にしてよいと考えられるから、以下においては、 $f(s_1) < f(s_2) < \dots < f(s_i) < \dots < f(s_N)$ として議論を進める。これらの尺度値を要素とする N 次元のベクトルを、 $\mathbf{f}' = (f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_N)$ とすると($f(s_i)$ を f_i とかいた)，(ii)"全体は、

$$A\mathbf{f} > \mathbf{o} \quad (12)$$

という線形不等式を定義することになる。 \mathbf{o} はゼロベクトルである。この \mathbf{f} は（存在するとすれば、）一意的には定まらず、複数のベクトル $\mathbf{f}_\alpha (\alpha = 1, \dots, K)$ の正1次結合、

$$\mathbf{f} = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \mathbf{f}_{\alpha} \quad (\lambda_{\alpha} > 0) \quad (13)$$

の形で与えられる。ここで λ_{α} は任意だから、 \mathbf{f} は無限個存在することになる。

(ii)"によって定義される尺度が、どの程度数として一意的に定まるかを見るには、 \mathbf{f}_{α} の中で、 f_i の最小値と最大値を調べればよい。村上（1977, a）は、 $f_1 = 0, f_N = 1$ と固定（ f はせいぜい間隔尺度だから、これは許容変換の範囲内である。）したうえで、 f_i の最小値と最大値を線形計画法によって求めることを提案した。あらかじめ定められた f を、差の大小関係 \geq_d のみによってどの程度再現できるかを、これによって調べてみると、 N がある程度大きく、もとの f の要素間の間隔が著しく異ならない限り、かなりよい一意性が得られることがわかる（図5）。数値実験の結果によれば、尺度値の区間は刺激の数 N のほぼ -2 乗のオーダーで縮少する。

尺度値をこのように不等式の解として求めるやり方は Tversky & Zivian (1966) その他の例がある。しかしながら、いずれも他の最適化条件を含めることにより、解を一意的に決めてしまっている。データのあらわしている

心理物理的尺度構成の基礎について

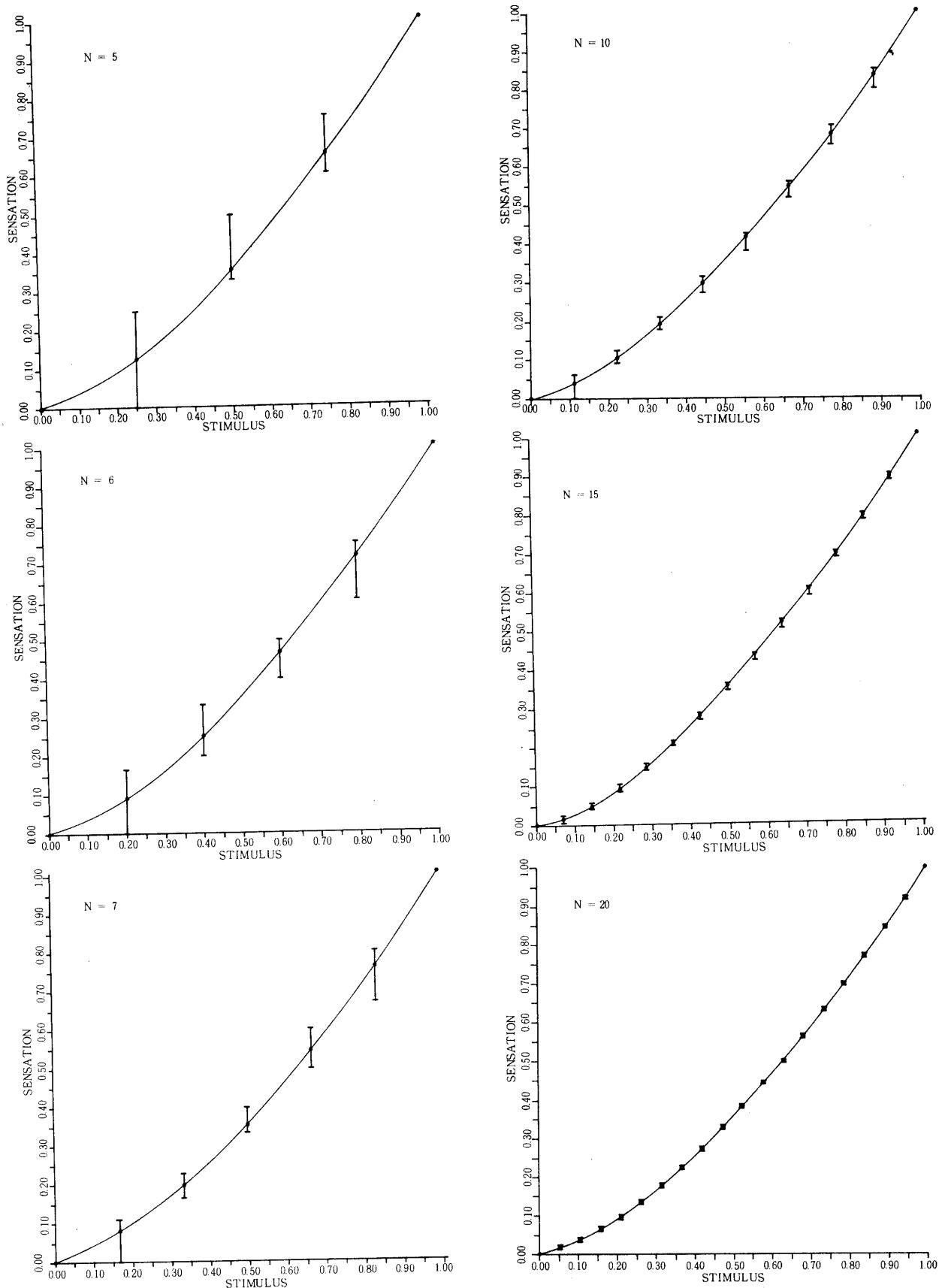


図5 差の大小関係のみによって復元された関数 $f(s) = s^{1.5}$ 。 $0 \leq s \leq 1$ とし、 $s_i (i = 1, \dots, N)$ は $s_1 = 0, s_N = 1$ で残りは等間隔としてある。・は真の値。方法の詳細は村上（1977 a）参照。

ものを純粹にとり出すためには、解はむしろ区間として求める方が良いであろう。

実際のデータに適用する場合、 \succ_d の判定には統計的基準をもち込むことができる。尺度が存在するか否かの判定は、不等式が不能になるかどうかでできる。この点で、この方法は尺度化可能性のテストのためにも、公理が充足されないケースの数をカウントするよりも優れたやり方であると考えられる。村上(1977,b)は、差の評定値に対してこの方法を適用し、尺度化の方法としても一応の実用性を確認している。

10. 差の直接比較による尺度構成

たとえ順序的な方法によるとしても、従来の直接法と間接法にはやはり問題が多い。直接法では、反応に数値を使う点にどうしても疑問が残る。絶対判断が、相対判断よりも信頼性が低いのは、人間の記憶の限界によると考えられる(Shepard, 1978)。差の評定 d はほぼ同時表示される 2 つの刺激を対象としての評定だから比較判断とも言えるが、相対度を単位として考えれば一種の絶対判断と言わなければならない。その意味で相対度を順序づけるための方法としては、必ずしも信頼性が高いとは思えない。相対度を 1 次元的に順序づけるためには、かなり時間的に離れた 2 つの反応の比較が行なわれなければならないが、人間の数的反応が順序尺度の水準でも長期にわたって安定しているという保障はない。更に、数的反応には種々の非単調なゆがみが入ることが知られており(Poulton, 1968)，差の評定値を順存尺度とみなすことすら実際には疑問なしとしない。間接法では、判断の変動性を測定の単位にすることの正当性は依然問題であるし、実用的には、 $\pi(s, t) = 0$ または 1 にならない程度に刺激が近接していなければならぬ等、制約が多い。

そこで，“被験者は、感覚強度を単に順序づけることができるのみならず、その間の差異についても判断を行なうことができる。”という直接法の基本仮定の一部は認めつつ、反応の様式としては直接法のように差異を数的に判断するのではなく、 \geq_d という大小判断のみにとどめるという立場がありうる。これが感覚強度を基本量として尺度化する、すなわち図 2 の第 1 段階の出力に近いものを求めるための最適な方法であるとするのは、一応理にかなっているように思われる。すると、測定の実験手続きとしては、Schneider et al. (1974) 流に、4 つの刺激をほぼ同時表示して、 \geq_d の判断を求ることになる。これを差の直接比較(direct comparison of difference)と呼ぶ。これらの判断全体から得られる不等式を解くことによって、尺度値を求めることができよう。これが心理量を基本量として定義した(ii)' に最も忠実なや

り方であると見ることができよう。

しかしながら、この方法を実用化しようとすると多くの問題にぶつかる。一つには試行数が膨大なものになってしまうことである。実際、 $f(s_1) < f(s_2) < \dots < f(s_N)$ を前提にしたとしても、比較すべき相対度の対は、 $s_i, s_{i+1}, \dots, s_{i+m}$ となる。他方、そのため \geq_d の判断を 1 回しか行なわないとすれば、結局不等式系は不能となり、尺度値は求まらないことになってしまうであろう。そこで、より少数の試行ですむような方法を考える必要がある。

次の 2 つの関係、 $s \ominus t \geq_d t \ominus u$ 及び $t \ominus u \geq_d u \ominus w$ が成立すると仮定しよう。このとき、 $s \ominus u \geq_d t \ominus w$ でなければならない。なぜなら、

$$\begin{aligned} f(s) - f(t) &\geq f(t) - f(u) \\ +) \quad f(t) - f(u) &\geq f(u) - f(w) \\ f(s) - f(u) &\geq f(t) - f(w) \end{aligned}$$

だからである。だから(尺度の存在を仮定すれば)最初の 2 つの関係が成立している限り、3 番目の関係について改めて判断させる必要はない。このように既に得られた \geq_d 関係から決定しうる場合についての試行を省略することにより、試行数を大幅に減らすことができるのみならず、不等式系が矛盾することも回避できる。

具体的な手続きは次のようにすればよい(村上, 1978)。尺度値の差の大小関係の順序づけを行なうわけであるが、考えやすくするために中点の順序づけに置きかえる。2 つの尺度値の中点 $\{f(s_i) + f(s_j)\}/2$ を $\langle i, j \rangle$ とかく($i \leq j$ とする。 $\langle i, i+m \rangle$ ($i = 1, \dots, N-m, m$ は $N-1$ 以下の正または 0 の整数) を m 次の中点と呼ぶ。尺度値 $f(s_i)$ 自身は $\langle i, i \rangle$ とかき 0 次の中点とする。

$$\langle i, l \rangle \leq \langle j, k \rangle \Leftrightarrow f(s_i) - f(s_l) \leq f(s_k) - f(s_j) \quad (14)$$

により尺度値の差の大小関係と、中点の大小関係は完全に一対一対応する。すべての中点の順序が決まれば、 \geq_d は、すべての相対度の対の間で定まったことになる。

村上(1978)では、低次の中点から順に位置を決定してゆく。 $\langle i, i \rangle < \langle i, i+1 \rangle < \langle i+1, i+1 \rangle$ であることは明らかだから、0 次と 1 次の中点の順序はあらかじめ定まっている。2 次の中点 $\langle i, i+2 \rangle$ については、 $\langle i+1, i+1 \rangle$ との大小関係のみが問題で、1 回の判断によって 1 次以下の中点の間での位置を定めることができる。3 次以上の中点については、それ以下の中点の位置によって制約が加わるから、どの相対度の対の間で判断を求めるべきかは、それ以前の結果によって異なってくる。

このためにORDMET 法(McClelland & Coombs, 1975)が用いられる。ORDMET 法は、(12)の不等式の解

心理物理的尺度構成の基礎について

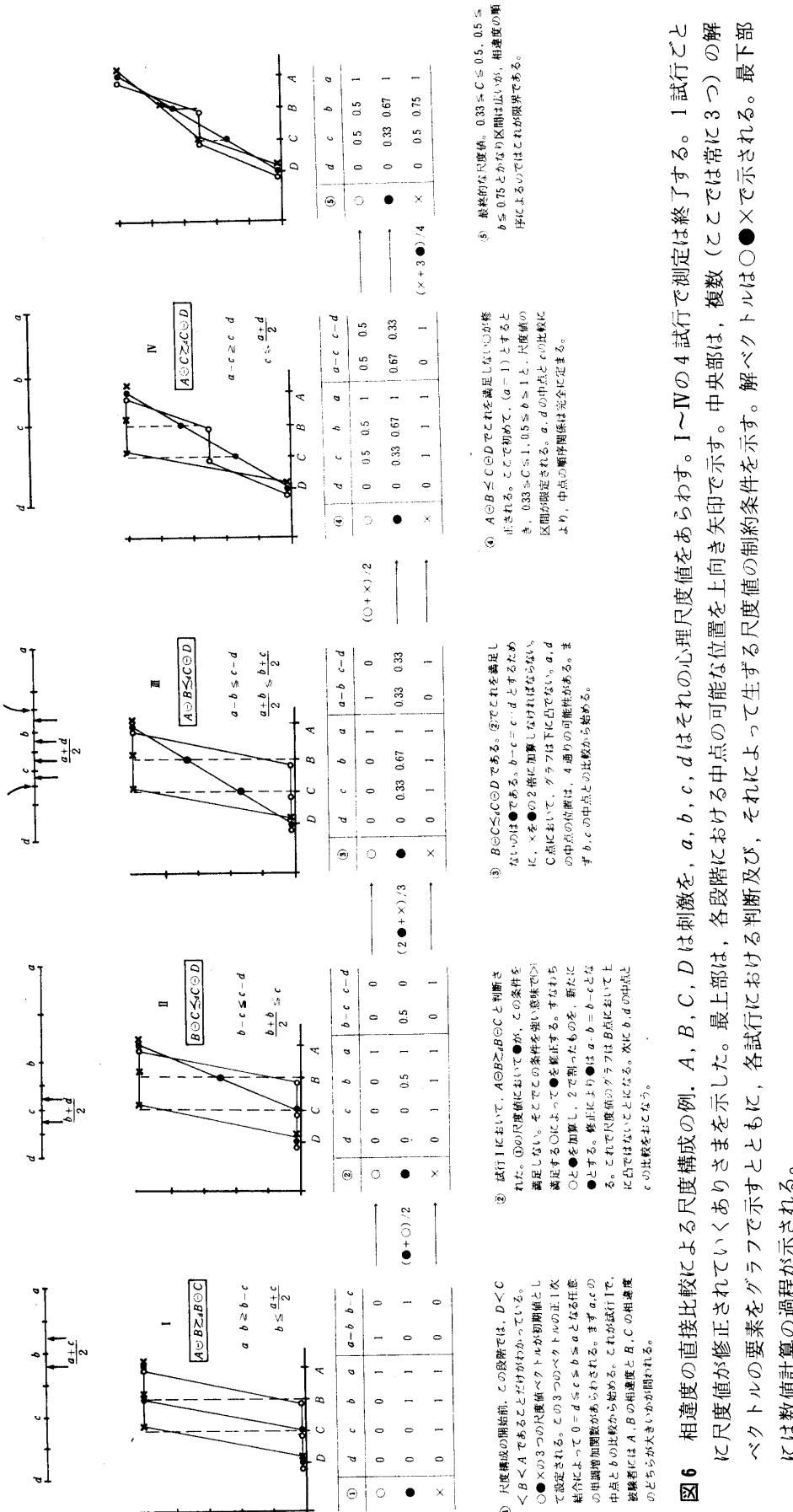


図 6 相対度の直接比較による尺度構成の例. A, B, C, D は刺激を、 a, b, c, d はそれの心理尺度値をあらわす。I～Vの4試行で測定は終了する。1試行ごとに尺度値が修正されていくありさまで示した。最上部は、各段階における中点の可能な位置を上向き矢印で示す。中央部は、複数(ここでは常に3つ)の解ベクトルの要素をグラフで示すとともに、各試行における判断及び、それによって生ずる尺度値の制約条件を示す。解ベクトルは○●×で示される。最下部には数値計算の過程が示される。

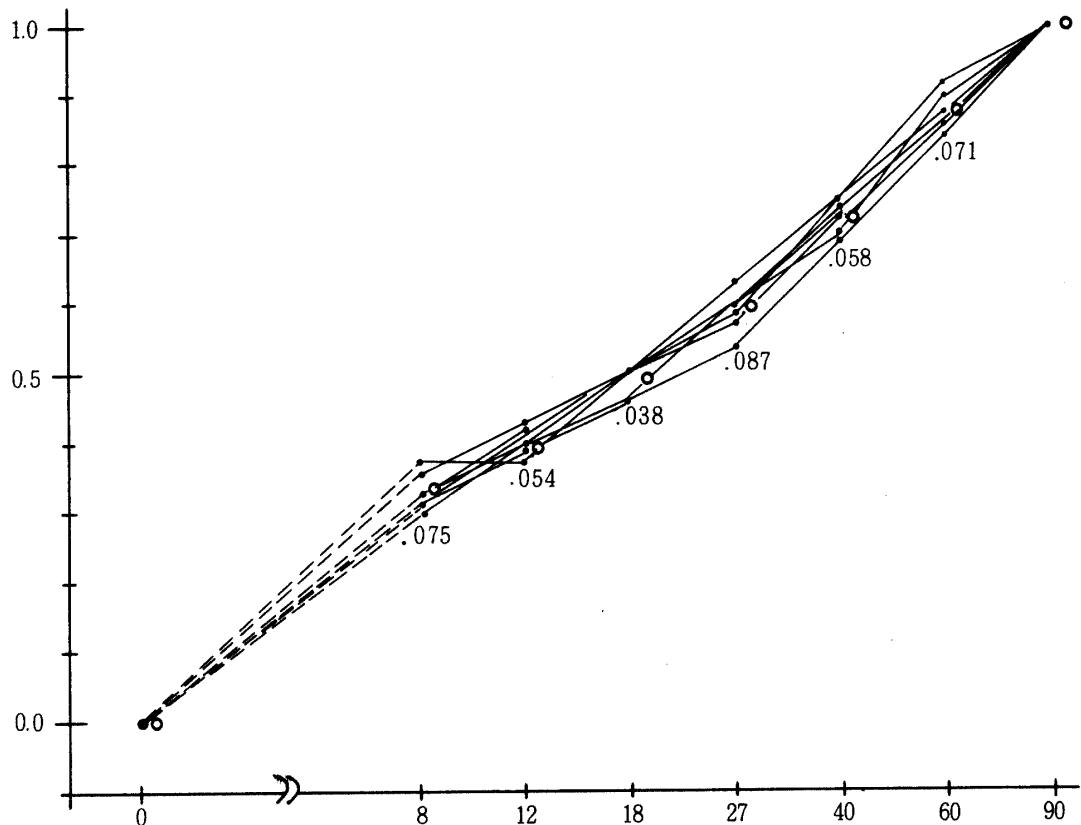


図7 相違度の直接比較による尺度構成の一例。刺激は正方形中の点の数（横軸－対数）。解（尺度値）は7種で・で示される。図中の数字は、尺度値の区間の幅である。○は、*max-min r²*解（McClelland & Coombs, 1975）で、解全体を最もよく代表するとされている。

$f_\alpha (\alpha = 1, \dots, K)$ をすべて求めるためのアルゴリズムである。各試行ごとに、そこまでの \geq_d 関係による不等式の解がすべて求めてあれば、次に位置を決定すべき中点の可能な（先行する \geq_d と矛盾しない）位置がわかるから、それによって次の試行で表示すべき相違度の対を決めることができる。

$N = 4$ の場合についての尺度構成の過程が図6に示されている。 N が大となるにつれて計算過程はぼう大なものとなるから、村上（1979）では、大型計算機の端末装置を用いて実験が行なわれた。結果の一例を図7に示す。

村上（1980）は、同時に表示される刺激の数を3に減らした、いわゆる3つ組法事態にこの方法を適用しようとするものである。 $s > t > u$ であるような3刺激を組にして表示し、中央の刺激 t が s と u のどちらに近いかを問うことになる。この場合試行数は更に減ずるが、尺度値の区間は更に広がることにならざるを得ない。

この方法における問題点は、尺度の存在に関するテストが行ない得ないことである。全くデタラメな反応から

も、ともかく一つの尺度が構成できてしまうのである。この点については現在のところ、同じ条件で測定を復してみる以外に対策がない。

11. 結論

本論文では、心理学的尺度構成法を、先行する数的表現を仮定しない、基本量として感覚強度を測定することと規定し、それに到達するための試みを示した。これは心理測定に、物理量の測定に匹敵するだけの信頼感を与えるとする試みであるとも言えよう。このことは要するに、被験者に対して過重な期待（直接法）を課さず、数値割当ての過程に検証不能な仮定をもちこむ（間接法）こともしないような、尺度化の手続きを考えることに尽きると考えられる。

2つの感覚強度の相違度の大小判断 \geq_d 特に3つ組法による判断は、感覚強度を単なる順序以上の“量的な”ものとして尺度化するための、最低限の要求であろう。相違度の連結操作として、心理量の測定が物理的外延量

心理物理的尺度構成の基礎について

の測定と同一の形式で把えられることを示したのは公理論の貢献である。しかしながら、心理測定の公理は、物理量の場合と同様な“基礎”としての機能を果たすものとは思われない。心理測定に対しては、より測定操作そのものに密着した、数値解法的な“手法”が必要であるように思われる。

9, 10節で述べた筆者の試みは、完成されたものでなく、なお検討されるべき点が多いが、基本的な方向としては正しいものであると信ずる。相違度の直接比較は、通常の直接法と比べて被験者にはやや重い負担となるかもしれない。しかし、カテゴリー評定法等の判断が、比較的楽になし得るのは、それらが結局単なる感覚強度の順序の判断にすぎないからであると考えられる。尺度値の差についての情報獲得には、やはり相違度の直接比較が最も負担の少いものであると思われる。

なお、本論文は、心理物理的尺度構成法は、常に相違度の直接比較にもとづかねばならない、などと主張するものではない。我々が物理的重さの測定に、てんびんよりも能率的なばね秤りのような測定装置を用いるように、多くの研究においてはより簡便で能率的な方法（多分直接法）が用いられるべきである。ただ、そのような簡便法の calibration のための、より基本的な手続きが存在しなければならないと主張したのである。

更に、より一般的な心理測定に対して、本論文の考察があてはまるとも考えていない。質問紙調査等で測定の対象となる量は、相関分析の適用を考えた場合でも、実質的に順序尺度で十分な場合が多いと考えられる。そのような場合についてはまた別種の考察が必要である。ただし純技術的には、心理物理的尺度構成における幾つかの技法のうちに、一般の測定に対しても役立つものもあると思われる。

文 献

Aczél, J. 1966 *Lectures on functional equations and their applications*. New York: Academic Press.

キャンベル（森一夫訳）1979 科学とは何か？ 法律文化社 (Campbell, N. 1953 *What is science?* New York: Dover.)

Falmagne, J.C. 1976 Random Conjoint Measurement and Loudness Summation. *Psychological Review*, 83, 65 – 79.

Helson, H. 1964 *Adaptation-level theory*. New York: Harper & Row.

印東太郎 1977 識別・比較・選択（印東太郎（編）心理測定・学習理論 森北出版）

Klemmer, E.T., & Shrimpton, N. 1963 Preference scaling via a modification of Shepard's proximity analysis method. *Human Factors*, 5, 163 – 168.

Krantz, D.H. 1974 Measurement theory and qualitative laws in Psychophysics. (In D.H. Krantz, R.C. Atkinson, R.D. Luce, & P. Suppes (Eds.) *Contemporary developments in mathematical Psychology*, San Francisco: Freeman.

Krantz, D.H., Luce, R.D., Suppes, P., & Tversky, A. 1971 *Foundations of Measurement*. New York: Academic Press.

McClelland, G.H., & Coombs, C.H. 1975 ORDMET: A general algorithm for constructing all numerical solutions to ordered metric structures. *Psychometrika*, 40, 269 – 290.

村上 隆 1974 順序情報にもとづく重さの尺度構成と心理物理的関数 心理学研究, 45, 1 – 8.

村上 隆 1977 a 順序距離尺度の数値的表現と一意性特性について 名古屋大学教育学部紀要——教育心理学科——, 24, 43—53.

村上 隆 1977 b 差の順序判断による一次元尺度の一意性 日本心理学会第41回大会発表論文集 260—261

村上 隆 1978 Ordered metric scale 構成のための一方法 日本心理学会第42回大会発表論文集 222—223.

村上 隆 1979 電算機端末を用いた差の直接比較による尺度構成法 日本心理学会第43回大会発表論文集 27.

村上 隆 1980 3つ組法による Ordered metric scale の特性 日本心理学会第44回大会発表論文集 26.

中谷和夫 1969 尺度構成法 (田中良久 (編) 計量心理学 東京大学出版会)

Poulton 1968 The New Psychophysics: Six models for magnitude estimation. *Psychological Bulletin*, 69, 1 – 19.

Schneider, B., Parker, S., & Stein, D. 1974 The measurement of loudness using direct comparisons of sensory intervals. *Journal of Mathematical Psychology*, 11, 259 – 273.

Scott, D., & Suppes, P. 1958 Foundational aspects of theories of measurement. *Journal of Symbolic Logic*, 23, 113 – 128.

Shepard, R.N. 1978 On the status of “direct” psychophysical measurement. In C.W. Savage (Ed.), *Perception and cognition issues in the foundations of psychology*. Minneapolis: University of Minnesota Press.

Stevens, S.S. 1951 Mathematics, measurement and psychophysics. In S.S. Stevens (Ed.), *Handbook of Experi-*

原 著

- mental Psychology.* New York: Wiley.
- Stevens, S.S. 1957 On the psychophysical law. *Psychological Review*, **64**, 153 – 181.
- Stevens, S.S. 1961 Toward a resolution of the Fechner-Thurstone legacy. *Psychometrika*, **26**, 35 – 47.
- Suppes, P., & Zinnes, J.L. 1963 Basic measurement theory. In R.D. Luce, R.R. Bush, & E. Galanter (Eds.) *Handbook of mathematical Psychology, I.* New York: Wiley.
- 高根芳雄 1980 多次元尺度法 東京大学出版会
- 田村二郎 1978 量と数の理論 日本評論社
- Thurstone, L.L. 1927 A law of comparative judgment. *Psychological Review*, **34**, 273 – 286.
- Tversky, A., & Zivian, A. 1966 A computer program for additivity analysis. *Behavioral Science*, **11**, 78 – 79.

(1980年7月31日 受稿)

ON THE BASIS FOR THE PSYCHOPHYSICAL SCALING

Takashi MURAKAMI

This study is an attempt to establish a logically sound and practically useful scaling model which gives the numerical descriptions of unidimensional perceptual attributes, such as brightness, loudness or heaviness.

Traditionally, two major classes of procedures are distinguished in psychophysical scaling methods: direct methods such as magnitude estimation or category ratings, and indirect methods such as Fechnerian scaling or paired comparison method processed according to Thurstone's law of comparative judgment. Both classes have some shortcomings respectively. Direct methods are liable to be distorted by many bias sources inherent in the number assigning behavior of subjects. Indirect methods presuppose the untestable assumptions to determine the scale values, such as discriminant process. We sought more valid scaling model which is free from the defects of traditional methods.

The standpoint of this study, which is a compromise between direct and indirect methods, is that a human subject can indicate not only which of two sensory impressions appears greater (brighter, louder or heavier), but also which of two sensory intervals greater. More concretely, it is assumed that a subject can respond which of pairs of stimuli is more dissimilar with respect to the attribute being scaled when a pair of pairs of stimuli (s, t) and (u, w) is presented, but is not assumed that he can evaluate the size of dissimilarities numerically. In our framework, therefore, the most recommendable scaling method is based on the ordering of sensory intervals.

From the theoretical viewpoint, a psychological attribute should be measured fundamentally at first. "Fundamental" means not to involve the previous numerical representations, and a psychophysical scale as a fundamental measurement should be established through the qualitative, not quantitative, operations. The method based on the ordering of sensation intervals fulfills the requirement. Practically, ordinal judgment of two intervals is relatively easy and is expected to be free from contextual effects of judgmental bias. Moreover, it can be applied to series of stimuli spacing supraliminally and requires no untestable assumptions.

Since orderings or intervals define a system of linear inequalities, we can easily solve the scale values through ORDMET (McClelland & Coombs) or linear programming algorithm. Using the linear programming, it is demonstrated that these procedures based on merely ordinal information produce the approximate interval scales when relatively large number of stimuli are used.

This method of direct comparison of intervals have two weakness. One is that the number of trials is liable to be too large, the other is that the judgmental error causes system of linear inequalities to be inconsistent in most empirical situations. To settle these problems, an interactive method using the high speed computer is proposed.