

モートの形状による磁束排除効果依存性の数値解析

溝口 翔太[†] 井上 真澄[†] 藤巻 朗[†]

[†]名古屋大学大学院量子工学専攻 〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町

E-mail: [†]syota_mizo@super.nuqe.nagoya-u.ac.jp

あらまし 本研究では時間依存 Ginzburg-Landau (TDGL) 方程式を数値解析することにより、モートを形成した超伝導薄膜におけるボルテックスの振る舞いを明らかにすることを目指す。ここでは外部磁場 0 のときの超伝導転移後超伝導グランドプレーンにおいて、熱揺らぎにより生成されたボルテックスのモートへの排斥軌道、速度、加速度の形状依存性について調査を行った。今回のシミュレーションではモートの形状を破線状にしたものと、細長形状のモートで磁束排除効果の比較を行った。破線状のモートでは細長いモートよりも磁束排除効果が低下する現象が確認できた。また磁束排除効果の低下がボルテックスの境界面での歪みに関係していることを確認した。

キーワード ボルテックス, SFQ, 磁束排除, 超伝導薄膜, TDGL, モート

Study on the moat shape dependence of the flux exclusion effect by numerical analysis

Shota MIZOGUCHI[†] Masumi INOUE[†] Akira FUJIMAKI[†]

[†]Department of Quantum Engineering, Nagoya University Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, Aichi, 464-8603 Japan

E-mail: [†]syota_mizo@super.nuqe.nagoya-u.ac.jp

Abstract We examine the behavior of vortices in superconducting thin films next to moats by numerical analysis using the time-dependent Ginzburg-Landau (TDGL) equation. In particular, we investigated the trajectory, velocity and acceleration of vortices in superconducting thin films after the transition to superconductors. In this report, we compare the vortex exclusion effect of the broken-lines type moats and the continuous moat ones. The vortex exclusion effect of the broken-lines moat is smaller than the continuous moat ones. The strain of vortex which in the boundary moat causes those results.

Keyword vortex, SFQ, flux exclusion, superconducting thin films, TDGL, moat

1. はじめに

半導体集積回路は配線による動作の遅延、発熱などの問題により高集積化が困難となってきた。単一磁束量子 (SFQ) 回路は、高速動作性、低消費電力性の特徴を持つデジタル回路であり、半導体集積回路に代わる次世代のデバイスの一つとして期待されている。

SFQ 回路はこれまでに Nb/Al-AIO_x/Nb ジョセフソン接合を 10,995 個用いたマイクロプロセッサ等が動作実証されている[1]。今後 SFQ 回路の技術応用に向けて、更なる大規模化が必要不可欠となる。SFQ 回路の設計にあたり、ジョセフソン接合の臨界電流が回路の動作を決定づけるため、その値の制御が非常に重要である。よって臨界電流を設計値より低下させてしまう磁束トラップ[2]は大きな問題となる。

SFQ 回路は外部磁場に弱いいため、高い透磁率の金属

を磁気シールドとして用い、その中で SFQ 回路を動作させている。多くの場合、二重あるいは三重の磁気シールドが用いられ、それにより磁束密度を約 40~50dB 低減させることが可能となる。この環境下では、残留磁場は約 0.1~1μT となる。しかし、数 mm 角の SFQ 回路のチップにおいては、磁気シールドを用いても約 1000 本の磁束量子が残るため、更に約 -50dB 程度の磁場環境が必要となる。更なる磁束トラップを抑制する手法として超伝導グランドプレーン上にモート(溝)を設けて、そこに残留磁束を捕捉することでジョセフソン接合上から排除する方法がある。モートのサイズは実験的に細長い形状にすることでより効果的な磁束排除が行えることが示されている[3][4]。しかし、今後 SFQ 回路が高集積化していくにあたりモートのサイズや配置にも制限がうまれてくることが予想される。その様な状況下でモートのサイズを最適化し、より小さ

いモートサイズで回路動作に問題のない程度磁束排除が行えるモデルの確立が求められる。

モートのサイズや配置を定量的に評価した例は少ない。そこで我々のグループでは数値計算により超伝導薄膜上での磁束の挙動を解析し、磁束が超伝導薄膜上からモートに排除される際の軌道、加速度を用いて定量的な評価を行うことを目指す。本稿では破線状のモートによる磁束排除効果の検討を行った。

2. 時間依存 Ginzburg-Landau 方程式

超伝導の動力学は TDGL 方程式により記述できる。この方程式は、GL 理論における秩序変数の空間と時間依存性を記述した微分方程式である。TDGL 方程式は Hu と Thompson[5]により規格化された。

計算を容易化するため、以前の報告[6]と同様に秩序変数と、スカラー・ポテンシャル、ベクトル・ポテンシャルについてゲージ変換を行い、スカラー・ポテンシャルがゼロとなるゲージを採用する。更にそれらの式の無次元化を行う。

数値計算は二次元格子上で単純差分法を用いて行った。以前と同様にベクトルポテンシャルを格子間で定義されるリンク変数と呼ばれる格子点の計算を格子間の計算に置き換える手法[7]を用いて書き換えを行った式を(1)に示す。ベクトルポテンシャル A 、秩序変数 ψ 、リンク変数 U 、正の定数 a 、磁場侵入長とコヒーレンス長の比 κ を用いて式は記述されている。

$$U^x = \exp(i\delta x A_x)$$

$$\frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial t} = \frac{1}{12} \left[\left(1 - |\psi_{i,j}|^2 \right) \psi_{i,j} + \left(\frac{U^{*x}_{i,j} \psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + U^{x_{i-1,j}} \psi_{i-1,j}}{dx^2} + \frac{U^{*y}_{i,j} \psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + U^{y_{i,j-1}} \psi_{i,j-1}}{dy^2} \right) \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial U^x_{i,j}}{\partial t} = \text{Re} \left[\psi_{i,j} \psi_{i+1,j}^* U^x_{i,j} \right] - \kappa^2 a^2 \left\{ \frac{U^x_{i,j} U^y_{i+1,j} U^{*x}_{i,j+1} U^{*y}_{i,j} U^x_{i,j} U^{*y}_{i+1,j-1} U^{*x}_{i,j-1} U^y_{i,j-1} - 1}{dy^2} \right\}$$

これからの議論では、二次元の第二種超伝導体 ($\kappa > 1/\sqrt{2}$) の薄膜について行う。外部磁場は x - y 平面におかれた超伝導体に対して垂直な z 軸方向に加える。我々は、 z 軸方向の物理量の変化が不変な場合に関心があるため、物理量の空間変化は x と y 座標のみに依存する。このような状況は、物理的には超伝導体の厚さがコヒーレンス長 ξ よりも大きく、磁場侵入長 λ よりも小さい場合に対応する。

3. シミュレーションモデル

シミュレーションモデルの安定性の都合上、格子間隔と時間間隔はシミュレーション毎に異なる。今回は複数のシミュレーションを行い、比較を行ったのでそれぞれのパラメータはシミュレーションごとに記す。シミュレーションの物理的な大きさは $l = \xi/a$ と規格化

されている。秩序変数は複素数であるため、複素変数を用いて計算した。また Nb を想定して $\kappa = 2$ に固定した。また $a = 1$ とした。

ここで Nb を例に挙げて、今回のシミュレーションサイズの物理的な大きさを検討してみる。このシミュレーションにおいて温度 T は臨界温度 T_c 近傍において一定であることより、 $T = 0.99T_c$ と仮定する。また、Nb 超伝導材料が純粋な材料であると仮定すると、温度 $0[\text{K}]$ 及び $T[\text{K}]$ におけるコヒーレンス長 ξ 、磁場侵入長 λ は、表 1 のように求められる。

表 1. 純粋な Nb における ξ と λ の関係[8]
(但し、Nb の臨界温度 $T_c = 9.2[\text{K}]$ とする)

	$T[\text{K}]$	
	0	$0.99T_c$
$\xi[\text{nm}]$	40	296
$\lambda[\text{nm}]$	85	601
κ	2.13	2.03

したがって、 $\kappa = 2$ の場合のシミュレーションが比較的 Nb に近い状況であると考えられる。

境界条件は以前と同様に[6]、 x, y 軸方向に周期境界条件を用いた。薄膜の内部に自由境界条件で囲んだ長方形の空洞を作り、それをモートと仮定した。自由境界条件は電流が境界を横切らないことを保証する以下の(2)式を適用した。

$$\left(\frac{a}{i} \nabla - \frac{A}{a} \right) \psi \Big|_n = 0, \quad (2)$$

ここで、添え字の n は境界に対して垂直を意味する。ベクトル・ポテンシャルに関しては、

$$\nabla \times A = H_e \quad (10)$$

のように、境界上でベクトル・ポテンシャルの回転が外部磁場 H_e に等しいとする。磁場は z 軸方向に加えるため、 $H_e = h_e(x, y) \hat{z}$ となる。ここで、 \hat{z} は z 軸方向の単位ベクトルである。モートまわりの境界条件で 0 となる

$$\nabla \times A = 0 \quad (11)$$

を用いている。

秩序変数の初期値は、 y 軸方向の境界上で実数部と虚数部ともに 0 かつ、それ以外の格子点において実数部と虚数部それぞれ母集団の平均が 0、標準偏差が 0.05 の正規分布となるような異なる擬似乱数列を用いる。これにより、TDGL 方程式を時間発展させると磁束量子がランダムに生成される様子が観測される。ただし、本稿ではボルテックスがモートから受ける力を考察したいため、1 個生成される場合のみについてシミュレーションを行った。ボルテックスが複数個生成されるとボルテックス間の相互作用があることより、その振る舞いが複雑になるためである。ベクトル・ポテンシャルの初期値は、 $A = (A_x, A_y) = (0, 0)$ とした。上述の境界条件より、本稿では図 1、図 2 に示すような超伝導薄膜を仮定してシミュレーションを行う。また、今回のシミュレーションモデルは、十分小さい磁場環境だが、熱揺らぎによりボルテックスが生成される状況に相当する。

図 1 のシミュレーションモデルではモート同士の間隔が磁束排除にどのように影響するのかを議論する。図 2 ではモートの長さが磁束排除効果にどのように影響するのかを議論する。

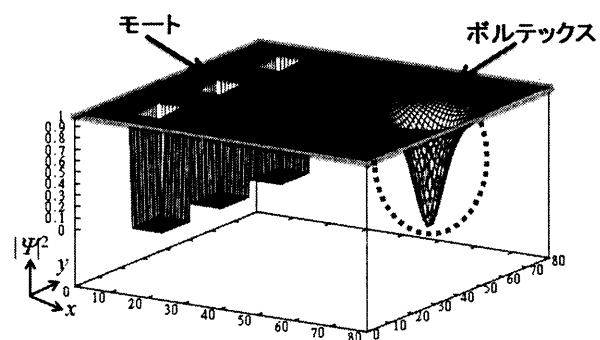


図 1, 破線状のモートのシミュレーションモデル
黒色で囲まれた部分がモートを示し、図中には 3 個のモートが存在する。

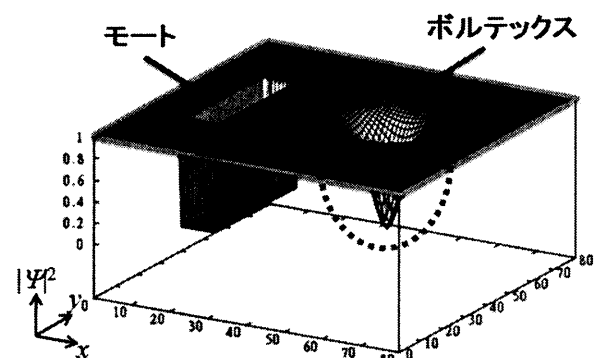


図 2, 細長いモートのシミュレーションモデル
黒線で囲まれた部分がモートを示し、図中には 1 個のモートが存在する。

4. シミュレーション結果と考察

まず、モートの間隔と磁束排除効果の因果性を調べる為に下記のモデルで TDGL 方程式を数値解析して、ボルテックスの軌道、速度、加速度を求めた。表 1 にシミュレーションのパラメータを示す。今回のシミュレーションでは全体のサイズを統一した。図 3 にシミュレーションモデルの概略図を示す。図 3 における左の図が破線状のモートの概略図。右の図が破線状にしていないモデルである。モートの長さに関しては破線状にしている関係で 2 グリッド分の違いがあるが、細長いモートで 40 グリッド、破線状にしているモートで 42 グリッドとなっている。2 グリッド分の違いはあるがこれは実際のサイズでは 0.6ξ に相当する長さで、磁束排除効果に大きな影響を及ぼさない長さである。

表 2, シミュレーションパラメータ

	①	②	③
シミュレーションサイズ	80×80		
物理サイズ	24ξ×24ξ		
空間の刻み幅 Δx, Δy	0.3, 0.3		
モートサイズ	10×14	10×40	
モートの数	3 個	1 個	
モートの間隔	12	6	無し
時間の刻み幅 Δt	0.001		

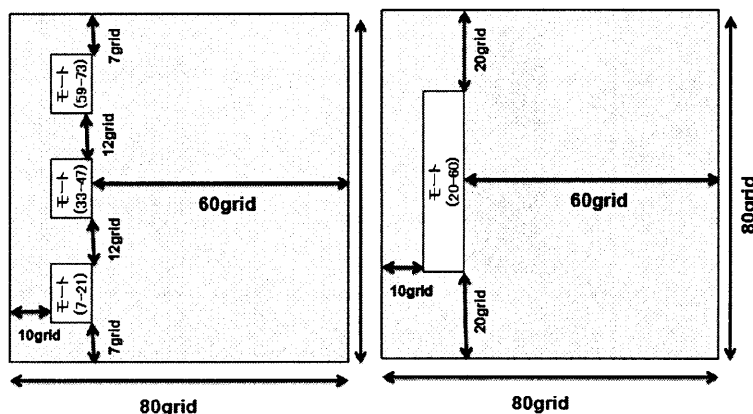


図 3, シミュレーションモデル概略図
左図が表 1 の①, 右図が表 1 の③に対応する。

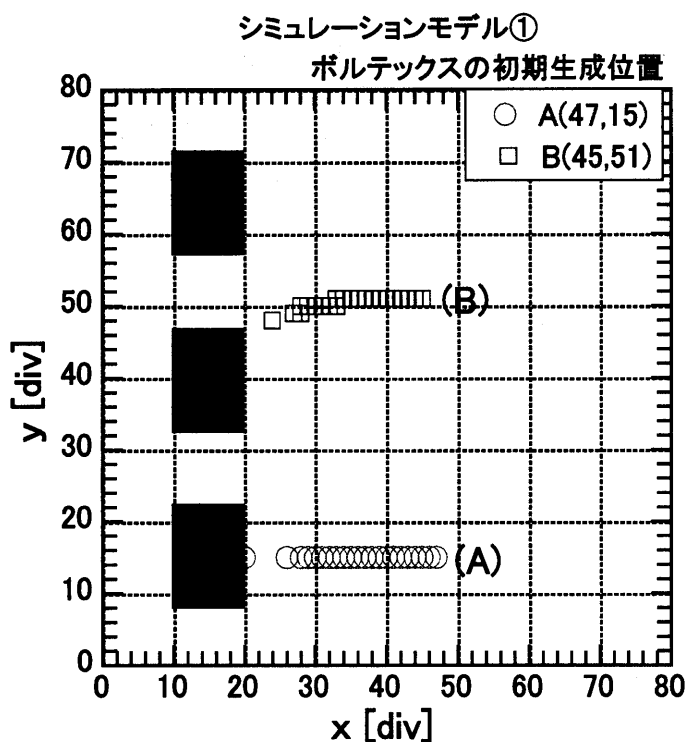


図 4, シミュレーションモデル①におけるボルテックスの排斥軌道. 図中黒塗り部がモータを示す. 右上にある座標がボルテックスの初期生成位置を示す.

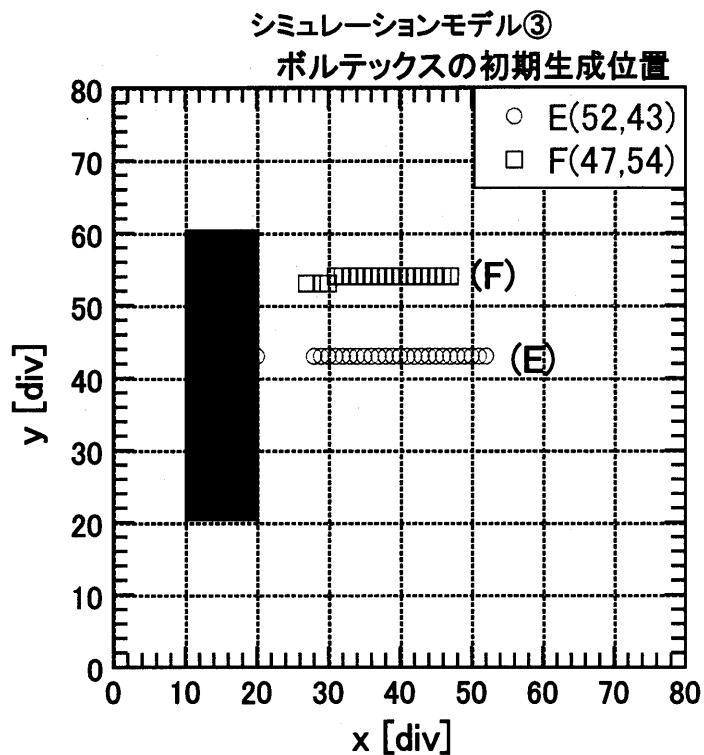


図 6, シミュレーションモデル③におけるボルテックスの排斥軌道. 図中黒塗り部がモータを示す. 右上にある座標がボルテックスの初期生成位置を示す.

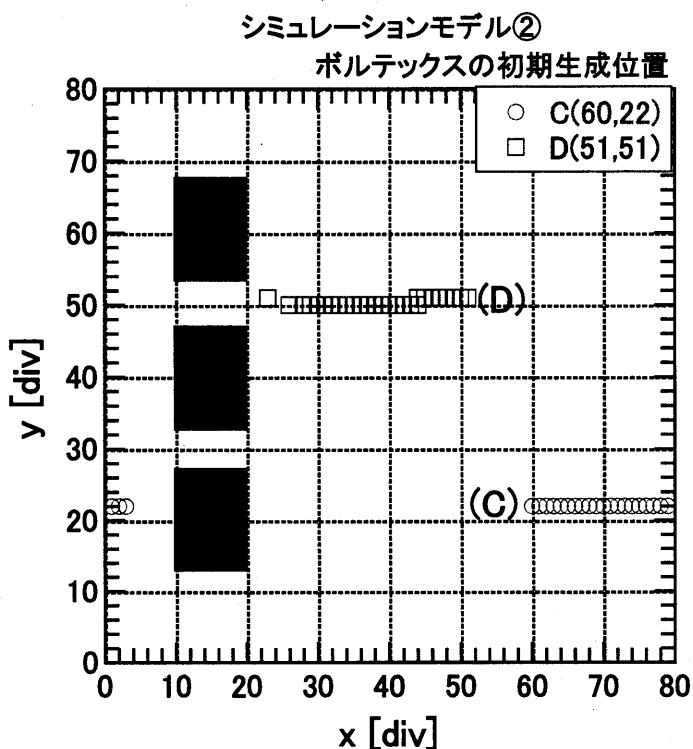


図 5, シミュレーションモデル②におけるボルテックスの排斥軌道. 図中黒塗り部がモータを示す. 右上にある座標がボルテックスの初期生成位置を示す.

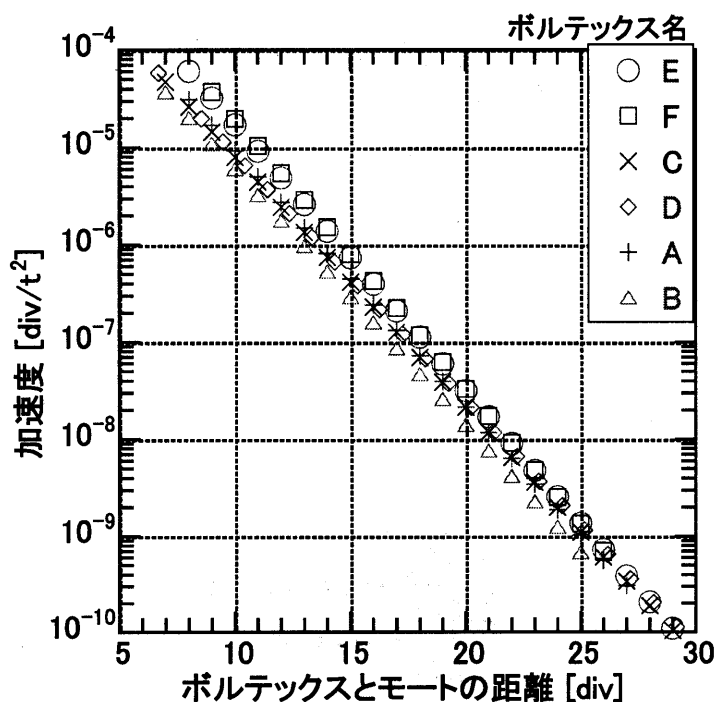


図 7. 各モデルにおける排斥加速度. 横軸がボルテックスとモータのグリッド単位での距離を表し, 縦軸が加速度を表す. 右上に書いてあるボルテックス名は図 4~図 6 の図中に示したボルテックス名を示す. 尚ボルテックス名はモータからの距離が 25 グリッドの場合での加速度の大きい順に並べてある.

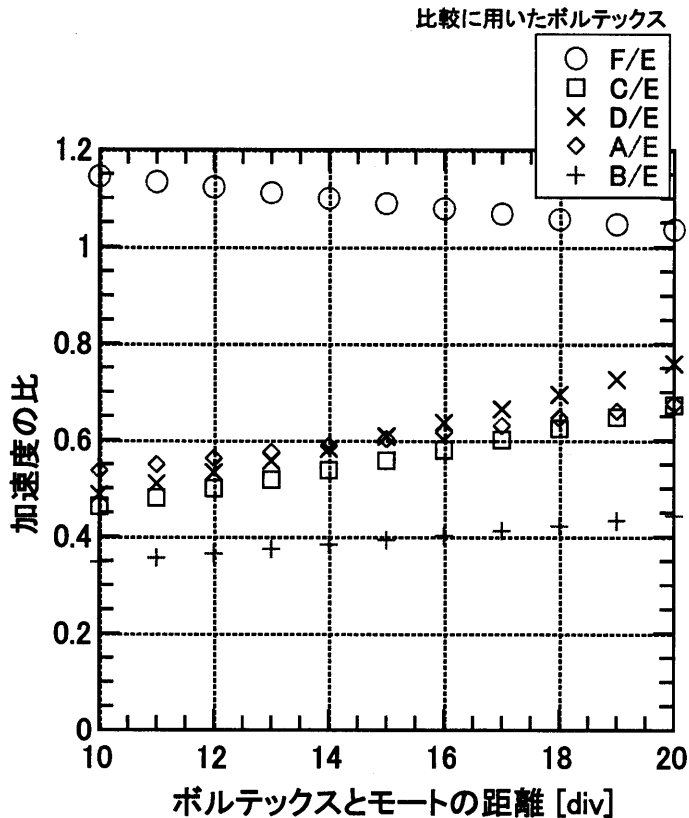


図 8. 図 6 のシミュレーションモデル③の初期生成位置(47,54)のボルテックス E の排斥加速度と他のボルテックスの排斥加速度の比較. 右上に比較に用いたボルテックスを示す.

図 4, 5, 6 にそれぞれのシミュレーションモデルの排斥軌道を示し, 図 7 に図 4, 5, 6 で示したボルテックスの排斥加速度まとめた. 図 8 では図 6 の一つの細長いモートのモデルで初期生成位置が(52,43)のボルテックスの加速度を基準にしてそれぞれのボルテックスの排斥加速度を比べたものである.

図 7 を見ると破線の形状をしたモートに向かうボルテックスの加速度が細長いモートに向かうボルテックスの加速度に対して低下していることがわかる. ボルテックスの境界面での歪みがボルテックスの円を左右を非対称にすることで境界に向かい排除されていると考えられる. これらから, モートを破線状にしたことによりモート間にギャップが生まれ, ギャップ部分でボルテックスが歪まなくなり, その分だけ排除効果が低下したものと考えられる. 図 9, 10, 11 に各シミュレーションモデルでの磁場の等強度線図を示す. 図 9 は図 4 のボルテックス B, 図 10 は図 5 のボルテックス D, 図 11 は図 6 のボルテックス E の磁束の等強度線図である. これらの図を見ると, モートのギャップ部分でボルテックスの歪みが少ないことがわかる. 特に図 9, 10 で比べると顕著で, 図 9 はギャップが 12 グリッドであるのに対して, 図 10 はギャップが 6 グリッドとなってい

るが, ギャップの大きい図 9 のボルテックスの方がギャップ部分でボルテックスが歪んでいないことがわかる. これらのボルテックスの排斥加速度を図 8 にて確認すると大きい順に $E > D > B$ となっておりボルテックスの歪みが大きい方がボルテックスの排斥加速度が大きくなっていることが確認できた.

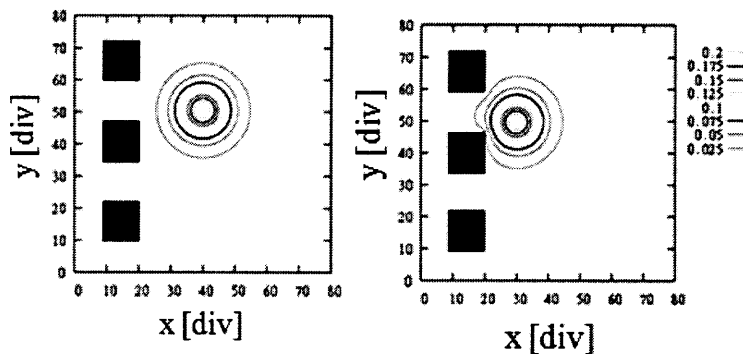


図 9. シミュレーションモデル①の B のボルテックスの磁束密度の等強度線図. ボルテックスとモートの距離は左図では 20 グリッド. 右図で 10 グリッド. 図中黒塗り部がモート.

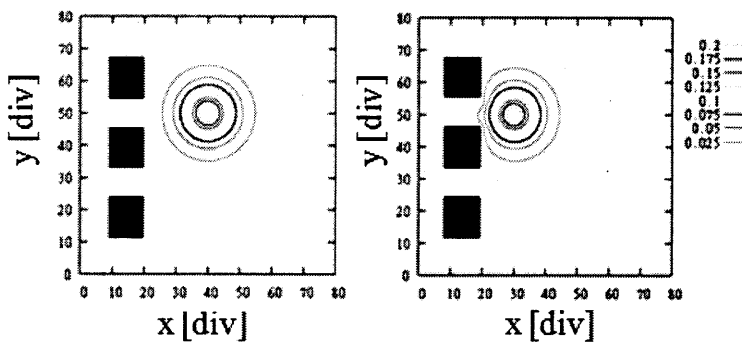


図 10. シミュレーションモデル②の D のボルテックスの磁束密度の等強度線図. ボルテックスとモートの距離は左図で 20 グリッド. 右図では 10 グリッド. 図中黒塗り部がモート.

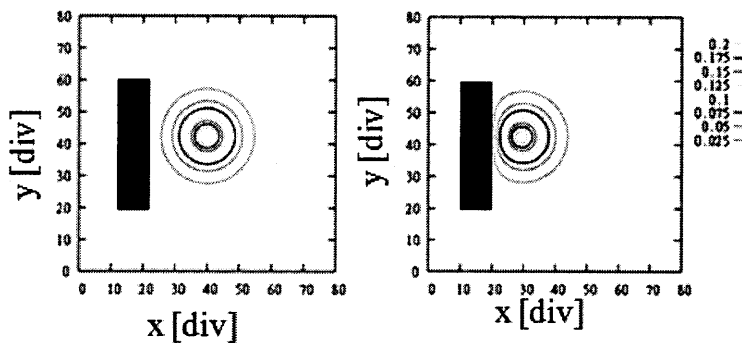


図 11. シミュレーションモデル③の E のボルテックスの磁束密度の等強度線図. ボルテックスとモートの距離は左図では 20 グリッド. 右図では 10 グリッド. 図中黒塗り部がモート.

5. むすび

我々は TDGL 方程式を用いて、ボルテックスがモートまで排斥される過程を解析した。特に今回のシミュレーションモデルでは薄膜内部にモートを複数個設けモート同士の間隔のボルテックスの排除効果に及ぼす影響について検討した。

モート同士の間隔が大きくなることにより自由境界面であるモート周りでボルテックスの歪みが小さくなり磁束排除効果が弱くなることが確認できた。

今後はボルテックスの排斥時間等にも着目をして、モート間のギャップが磁束排除効果にどの程度影響がでるのかを解析する。回路にバイアス電流を供給する際に細長いモートがあることで各接合に均一に電流が供給されないなどの問題があるが、それらの問題を解決するために、モートを破線状にしてモート間からバイアス電流を流すことが求められている。そのために、モートを破線状にしつつも一定の磁束排除効果が得られるモートの形状、配置について提案を行っていく。

謝辞

本研究の一部は科学研究費基盤研究(B)(課題番号 23360152)により行われた。

文 献

- [1] Y. Yamanashi, M. Tanaka, A. Akimoto, H. Park, Y. Kamiya, N. Irie, N. Yoshikawa, A. Fujimaki, H. Terai, and Y. Hashimoto, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 17, no. 2, pp. 474-477, (2007).
- [2] Y. Plyakov, S. Narayana, and V. Semenov, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 17, no.2 pp. 520-525, (2007).
- [3] 永沢秀一, 沼田秀昭, 田原修一, 信学技法 SCE96-30 (1997).
- [4] K. Suzuki, H. Suzuki, S. Adachi, T. Utagawa, U. Kawabe, K. Tanabe, Physica C, vol. 378-381, pp1301-1305 (2002).
- [5] C. R. Hu, and R. S. Thompson, Phys. Rev. B, vol.6, pp. 110-120 (1972).
- [6] 溝口翔太, 伊藤大, 井上真澄, 藤巻朗, 信学技報 SCE2012-23 (2012).
- [7] R. Kato, Y. Enomoto, and S. Maekawa, The American Physical Society, vol. 47, no. 13, pp. 8016-8024 (1993).
- [8] C. Poole, Jr, H. Farach, R. Creswick, R. Prozorov, "Superconductivity", Academic Press (2007).