

高レイノルズ数円管乱流における
統計量の普遍性に関する実験的研究

名古屋大学 大学院 工学研究科

エネルギー理工学専攻

和田 裕貴

目次

第1章 序論	1
1.1. はじめに	1
1.2. 壁乱流研究	2
1.3. 円管乱流における実験的研究	6
1.4. 本研究の目的	7
1.5. 論文の構成	9
第2章 実験条件と基本的な計測結果	12
2.1. 実験設備	12
2.1.1. 設備概要	12
2.1.2. 測定部	12
2.2. 計測手法	13
2.2.1. 流速計測方法	13
2.2.2. 移動方法および計測位置	14
2.2.3. 計測条件	15
2.2.4. 摩擦速度の算出	15
2.3. 計測結果の検証方法	16
2.3.1. 断面流速分布	16
2.3.2. 流速積分値に基づく流量と参照流量との比較	16
2.4. 補正方法	16
2.4.1. 時間平均統計量の補正方法	16
2.4.2. 空間座標の補正方法	18
2.5. 流れ場の妥当性および補正結果	21
2.5.1. 断面流速分布	21
2.5.2. 測定流速の妥当性	21
2.5.3. 時間平均統計量補正結果	22
2.5.4. 空間座標補正結果	24
2.5.5. 計測時のサンプル数	24
2.6. 流速分布計測結果	26
2.6.1. 平均流速値	26
2.6.2. 乱流強度	28
2.6.3. 歪度と尖度	29
2.6.4. 直接数値計算結果との比較	30

2.7. まとめ	32
第3章 高レイノルズ数円管乱流における平均速度分布型	33
3.1. はじめに	33
3.2. 解析方法	34
3.2.1. Fractional Difference	34
3.2.2. 既存の平均速度分布型	34
3.2.3. 外層スケージング	36
3.2.4. 対数則およびべき乗則の評価方法	37
3.3. 平均速度分布型の検証結果	39
3.3.1. 既存の平均速度分布型との比較	39
3.3.2. 外層スケージング	42
3.3.3. 速度分布型の適用	44
3.3.4. 先行研究データとの比較	54
3.4. まとめ	58
第4章 高レイノルズ数円管乱流における高次統計量	59
4.1. はじめに	59
4.2. 解析方法および補正方法	60
4.2.1. 解析方法	60
4.2.2. LDV 計測における空間分解能の影響	63
4.3. 解析結果	65
4.3.1. 乱流強度の対数直線関係	65
4.3.2. 偶数次モーメント	71
4.3.3. 外層の第2ピークに関する検証	73
4.3.4. 内層ピーク値のレイノルズ数依存性	80
4.3.5. 先行研究データとの比較	81
4.4. まとめ	83
第5章 円管乱流におけるパワースペクトル分布	84
5.1. はじめに	84
5.2. 解析方法	86
5.2.1. LDV 計測データのフーリエ変換方法	86
5.2.2. LDV 計測における時系列信号	87
5.2.3. Amplitude Modulation	88
5.3. 解析結果	92

5.3.1.	AE モデルの-1 乗スペクトルの検証	92
5.3.2.	大規模構造の特徴と内層領域への影響	100
5.4.	まとめ	106
第 6 章	円管乱流における確率密度関数	107
6.1.	はじめに	107
6.2.	解析方法	107
6.2.1.	KL ダイバージェンス	107
6.2.2.	PDF 不変領域の判定方法	108
6.3.	解析結果	110
6.3.1.	確率密度関数型のレイノルズ数依存性	110
6.3.2.	PDF 不変領域	112
6.3.3.	PDF 不変領域と速度分布型との対応	117
6.3.4.	PDF 不変領域と高次統計量	123
6.4.	まとめ	129
第 7 章	壁乱流における統計量の特徴と渦構造	130
7.1.	円管乱流における統計量の特徴と渦構造	130
7.1.1.	平均速度分布型	130
7.1.2.	乱流強度分布型	131
7.1.3.	渦構造	133
7.2.	壁乱流における境界条件の違いと渦構造	134
7.2.1.	乱流境界層	134
7.2.2.	円管乱流	137
7.2.3.	円管乱流と乱流境界層における渦構造	138
7.3.	まとめ	140
第 8 章	結論	141
付録 A	LDV 計測における空間分解能の影響の補正法	144
参考文献		159
研究業績		164
謝辞		166

目次

第 1 章

- 図 1-1 平均速度分布2
- 図 1-2 円管乱流実験と数値計算でのレイノルズ数範囲と粘性長さ8

第 2 章

- 図 2-1 配管とトラバース装置の概略図13
- 図 2-2 測定部の流れ方向断面の概略図13
- 図 2-3 トラバース装置14
- 図 2-4 流速分布計測時のトラバース座標と焦点位置19
- 図 2-5 レーザーの焦点位置と計測体積の重心20
- 図 2-6 断面計測結果の等高線図 ($Re_\tau = 20700$)20
- 図 2-7 流速分布の積分値と秤量法による流量測定結果の比較21
- 図 2-8 粒子速度補正結果 (平均値 ($Re_\tau = 7970$))22
- 図 2-9 粒子速度補正結果 (変動速度の標準偏差 ($Re_\tau = 7970$))22
- 図 2-10 粒子速度補正結果 (確率密度関数 ($Re_\tau = 7970$))23
- 図 2-11 対角計測時の測定点24
- 図 2-12 対角計測における屈折の補正結果25
- 図 2-13 管壁との干渉の補正結果 ($Re_\tau = 14400$)25
- 図 2-14 計測条件ごとのサンプル数26
- 図 2-15 平均速度分布 (外層変数で無次元化)27
- 図 2-16 平均速度分布 (内層変数で無次元化)27
- 図 2-17 乱流強度分布 (内層変数で無次元化)28
- 図 2-18 乱流強度分布 (横軸を外層変数で無次元化)29
- 図 2-19 歪度のレイノルズ数依存性29
- 図 2-20 尖度のレイノルズ数依存性30
- 図 2-21 直接数値計算結果との比較 (平均速度)31
- 図 2-22 直接数値計算結果との比較 (乱流強度)31

第 3 章

- 図 3-1 Barenblatt のべき乗則に対する FD 39
- 図 3-2 Afzal のべき乗則に対する FD 40
- 図 3-3 Wosnik らの対数則に対する FD 41
- 図 3-4 McKeon らのべき乗則に対する FD 42

図 3-5	McKeon らの対数則に対する FD	42
図 3-6	速度欠損分布	43
図 3-7	ZS スケーリング	43
図 3-8	べき乗則における指標関数分布 (べき指数)	44
図 3-9	べき乗則における指標関数分布 (係数 C)	44
図 3-10	対数則における指標関数分布 (勾配)	45
図 3-11	対数則における指標関数分布 (切片)	46
図 3-12	Wosnik らの対数則 ($a^+=10$) における指標関数分布 (切片)	47
図 3-13	Wosnik らの対数則 ($a^+=10$) における FD	47
図 3-14	速度欠損分布 ($Re_\tau > 6000$)	48
図 3-15	速度欠損分布の対数則における指標関数分布 (勾配) ($Re_\tau > 6000$)	49
図 3-16	速度欠損分布の対数則における指標関数分布 (切片) ($Re_\tau > 6000$)	49
図 3-17	速度欠損分布の対数則における指標関数分布 (切片) ($Re_\tau < 6000$)	50
図 3-18	本計測結果の満たす平均速度分布型	50
図 3-19	オーバーラップ領域全体および内層側にべき乗則を適用した際の FD	52
図 3-20	べき乗則の係数のレイノルズ数依存性 (摩擦レイノルズ数)	52
図 3-21	べき乗則の係数のレイノルズ数依存性 (バルクレイノルズ数)	53
図 3-22	べき乗則の係数の近似曲線との差異分布	53
図 3-23	McKeon らの計測結果との比較	55
図 3-24	Hultmark らの計測結果との比較	56

第 4 章

図 4-1	Diagnostic plot の概略図	62
図 4-2	乱流強度分布 (計測生データ)	65
図 4-3	乱流強度分布 (補正結果)	66
図 4-4	平均速度分布における対数直線関係を満たす範囲	67
図 4-5	乱流強度分布における対数直線関係の指標関数	67
図 4-6	乱流強度の対数直線関係のレイノルズ数依存性	68
図 4-7	乱流強度の勾配分布	69
図 4-8	乱流強度の対数直線近似時の切片分布	69
図 4-9	乱流強度分布における対数直線関係を満たす範囲	70
図 4-10	偶数次モーメントにおける対数直線関係 ($Re_\tau = 14400$)	72
図 4-11	偶数次モーメントの対数直線近似勾配のレイノルズ数依存性	72
図 4-12	DP のレイノルズ数依存性	73
図 4-13	Alfredsson らのスケーリング結果	74
図 4-14	Alfredsson らのスケーリングにおける勾配分布	74

図 4-15	Alfredsson らのスケーリングの成立範囲	75
図 4-16	Alfredsson らのスケーリングにおける係数値のレイノルズ数依存性	76
図 4-17	DP における式 (4-6-b) の極大値のレイノルズ数依存性	78
図 4-18	DP の成立範囲の下限位置と式 (4-6-b) の極大値の変化	78
図 4-19	外層領域の乱流強度分布の再構成結果と計測値補正結果との比較	79
図 4-20	内層ピーク値のレイノルズ数依存性	80
図 4-21	先行研究結果との乱流強度の比較	82

第 5 章

図 5-1	AE モデルにおける -1 乗スペクトル概念図	84
図 5-2	フーリエ変換時の補間数の違い ($Re_\tau=7970$, $y^+=1400$)	86
図 5-3	計測体積内における粒子の通過位置の例	87
図 5-4	AM 解析フローチャート	90
図 5-5	AM 解析時の代表的な速度信号 ($Re_\tau=1000$, $y^+=10$, $U=0.15$ m/s)	91
図 5-6	パワースペクトル分布 ($Re_\tau=2150$)	92
図 5-7	パワースペクトル分布 ($Re_\tau=7970$)	93
図 5-8	PMS 分布 ($Re_\tau=2150$)	93
図 5-9	PMS 分布 ($Re_\tau=7970$)	94
図 5-10	PMS 分布 ($Re_\tau=7970$, $95 < y^+ < 265$)	95
図 5-11	-1 乗スペクトル領域における乱流強度分布 ($Re_\tau=2150$)	96
図 5-12	-1 乗スペクトル領域における乱流強度分布 ($Re_\tau=7970$)	97
図 5-13	乱流強度の対数直線関係の成立域における パワースペクトル分布 ($Re_\tau=20700$)	98
図 5-14	乱流強度の対数直線関係の成立域を含む 外層領域における PMS 分布 ($Re_\tau=20700$)	98
図 5-15	外層領域における -1 乗スペクトルを構成する大規模構造の模式図	99
図 5-16	PMS 等値面 ($Re_\tau=1010$)	100
図 5-17	PMS 等値面 ($Re_\tau=2540$)	101
図 5-18	PMS 等値面 ($Re_\tau=10800$)	101
図 5-19	外層領域における大規模構造のピーク値の変移 ($Re_\tau=20700$)	102
図 5-20	大規模構造のエネルギー保有ピーク位置の壁からの距離依存性	103
図 5-21	PMS 等高線図における大規模構造のピーク位置 ($Re_\tau=20700$)	103
図 5-22	AM 相関係数のレイノルズ数依存性	104
図 5-23	AM 相関係数のゼロクロス位置のレイノルズ数依存性	105

第 6 章

図 6-1	KLD 等高線図 ($Re_\tau=14400$)	109
図 6-2	KLD 等高線図における極小領域の閾値依存性 ($Re_\tau=14400$)	109
図 6-3	円管乱流における確率密度関数	112
図 6-4	標準正規分布に対する KLD 分布 (縦軸対数)	112
図 6-5	標準正規分布に対する KLD 分布 (縦軸線形)	113
図 6-6	KLD 等高線図と PDF 不変領域 ($Re_\tau=1790$)	114
図 6-7	KLD 等高線図と PDF 不変領域 ($Re_\tau=7970$)	114
図 6-8	KLD 等高線図と PDF 不変領域 ($Re_\tau=14400$)	115
図 6-9	外層側の PDF 不変領域のレイノルズ数依存性	116
図 6-10	内層側の PDF 不変領域のレイノルズ数依存性	117
図 6-11	平均速度分布における PDF 不変領域	118
図 6-12	指標関数分布における PDF 不変領域	118
図 6-13	PDF 不変領域と平均速度におけるべき乗則および対数則の成立範囲	119
図 6-14	乱流強度分布における PDF 不変領域の対応 ($Re_\tau=14400$)	120
図 6-15	乱流強度の勾配分布 ($1010 < Re_\tau < 20700$)	121
図 6-16	PDF 不変領域と乱流強度の対数近似可能領域と有理式近似可能領域	122
図 6-17	4 次モーメントの近似結果 ($Re_\tau=14400$)	126
図 6-18	尖度分布近似結果の係数値分布	127
図 6-19	近似結果の誤差分布	127
図 6-20	尖度のレイノルズ数依存性	128

第 7 章

図 7-1	乱流境界層における平均速度分布の指標関数分布 ($Re_\tau=1400$)	135
図 7-2	乱流境界層における対数則の指標関数 Ξ 分布	136
図 7-3	円管乱流における対数則の指標関数 Ξ 分布	137

主な記号

本論文で使用する座標系と主な記号を示す.

x' : 円管外の計測系における流れ方向座標

y' : 円管外の計測系における流れ方向に垂直な水平面方向座標

z' : 円管外の計測系における鉛直方向座標

r : 管中心からの半径方向座標 ($r = \sqrt{y'^2 + z'^2}$)

R : 配管半径

D : 配管直径

x : 配管内における流れ方向座標

y : 壁垂直方向距離 ($y=R-r$)

u : 瞬時速度の流れ方向成分

U : 流れ方向速度成分の平均値

u' : 流れ方向速度成分の変動値

u_{rms} : 流れ方向速度成分の標準偏差

U_b : 断面平均流速

Q : 流量

u_τ : 摩擦速度

λ : 管摩擦係数

ν : 動粘性係数

l_* : 粘性長さ ($l_* = \nu / u_\tau$)

δ : 境界層厚さ

$(u_{rms}^+)^2$: 乱流強度

上付き添え字 $+$: 内層スケールでの無次元化 (速度スケール: u_τ , 長さスケール: l_*)

Re_b : バルクレイノルズ数 ($Re_b = U_b D / \nu$)

Re_τ : 摩擦レイノルズ数 ($Re_\tau = u_\tau R / \nu$ もしくは $Re_\tau = u_\tau \delta / \nu$)

λ_L : レーザー光の波長

f_L : 集光レンズの焦点距離

D_L : 集光レンズに入射するレーザー光の口径

G : 時間平均統計量算出時の重さ関数

s : 確率密度関数における状態変数 ($s = (u - U) / u_{rms}$)

$p(s)$: 状態変数 s に対する確率密度

κ : 平均速度分布における対数則のカルマン定数

B : 平均速度分布における対数則の切片係数

γ : 平均速度分布におけるべき乗則のべき指数
 c : 平均速度分布におけるべき乗則の係数
 a^+ : Wosnik らの対数則における加算項
 Ξ : 平均速度における対数則の指標関数 (勾配)
 Ψ : 平均速度における対数則の指標関数 (切片)
 Γ : 平均速度におけるべき乗則の指標関数 (べき指数)
 C : 平均速度におけるべき乗則の指標関数 (係数)
 Ξ_o : 速度欠損則における対数則の指標関数 (勾配)
 Ψ_o : 速度欠損則における対数則の指標関数 (切片)
 A_p : $2p$ 次モーメントの対数直線関係の勾配係数
 B_p : $2p$ 次モーメントの対数直線関係の切片係数
 Ξ_p : $2p$ 次モーメントの対数直線関係の指標関数 (勾配)
 Ψ_p : $2p$ 次モーメントの対数直線関係の指標関数 (切片)
 a : Alfredsson らのスケーリングにおける勾配係数
 b : Alfredsson らのスケーリングにおける切片係数
 f : 時系列信号をフーリエ変換した際の周波数
 k : 流れ方向速度成分から得られる波数 ($k=2\pi f / U$)
 λ_x : 流れ方向速度成分から得られる波長 ($\lambda_x=2\pi / k$)
 $E(f)$: 周波数 f に対するパワースペクトル密度
 $E(k)$: 波数 k に対するパワースペクトル密度
 u_S : 流れ方向速度成分の小スケール成分
 u_L : 流れ方向速度成分の大スケール成分
 u^* : 時系列信号をヒルベルト変換して得られた信号
 u_E : 流れ方向速度成分の小スケール変動の包絡線
 u_{EL} : 流れ方向速度成分の小スケール変動の包絡線の大スケール成分
 R_{AM} : AM 相関係数

第1章 序論

本論文は、高レイノルズ数円管乱流における流速分布をレーザードップラー流速計で計測したデータに基づいて、平均速度を含む乱流統計量の特徴についての議論を中心にまとめた。本章ではまず、研究背景を示し、先行研究のレビューを行う。その後、本研究分野の研究の進捗を踏まえて本論文の目的を述べ、論文の構成を示す。

1.1. はじめに

流体が工学的に応用される場合、その流れの大半は乱流となり、必然的に壁との境界を有する。そのため、壁面と境界を有する乱流である壁乱流は、工学的応用上重要な流れ場となる。壁乱流は流体中を進行する物体表面に生じる摩擦抵抗に深く関係しており、物体近くの流れの解明は、抵抗低減などの省エネルギー化につながる。流体の運動はナビエ・ストークス方程式によって記述されるが、未だに解析的に解くことができていない。そのため、もっとも基本的な統計量である流速の平均値の理論解も存在せず、実験あるいは数値計算によってしか得ることができない。以上のことから、壁乱流をはじめとする流体力学に関する研究は100年以上続いており、今なお盛んに研究が行われている。

壁乱流は、流れが壁と接するため、壁面での流速はゼロになる。流速ゼロとなる壁と、壁から遠く離れた主流域とが影響しあうことで、連続的に速度が変化する特徴的な平均速度分布を示す。ここで、壁からの影響が及ぶ範囲を内層、主流の影響が及ぶ範囲を外層と呼ぶ。図1-1は壁乱流における平均速度分布の概略図（円管流）を表す。図1-1(a)は横軸と縦軸にはそれぞれ、無次元流速と無次元距離をとる。ここで、平均流速 U は主流速度 U_0 で、壁面からの垂直方向距離 y は円管半径 R で無次元化される。また、図1-1(b)は縦軸と横軸にはそれぞれ、式(1-1-a, b)に定義される無次元流速と無次元距離をとる。

$$U^+ = U/u_\tau, \quad y^+ = u_\tau y/\nu \quad (1-1-a, b)$$

ここで、 u_τ は摩擦速度と呼ばれ、壁面せん断応力 τ_w から次元解析によって求まる速度 ($\tau_w = \rho u_\tau^2$)、 ν は流体の動粘性係数を表す。これ以降、上付き添え字 $+$ は式(1-1-a, b)で定義される内層変数（摩擦速度と動粘性係数）での無次元化を表す。図中の色分けされた速度領域は、壁近くから順にそれぞれ粘性底層、バッファー層、オーバーラップ領域（対数領域として知られる）、後流域と呼ばれる。その中でも、オーバーラップ領域は内層と外層の影響がともに及び、レイノルズ数に伴ってその領域を拡大する関係となる。ここで、本研究における高レイノルズ数とは、図1-1(b)中の赤色で示されるオーバーラップ領域において対数関係

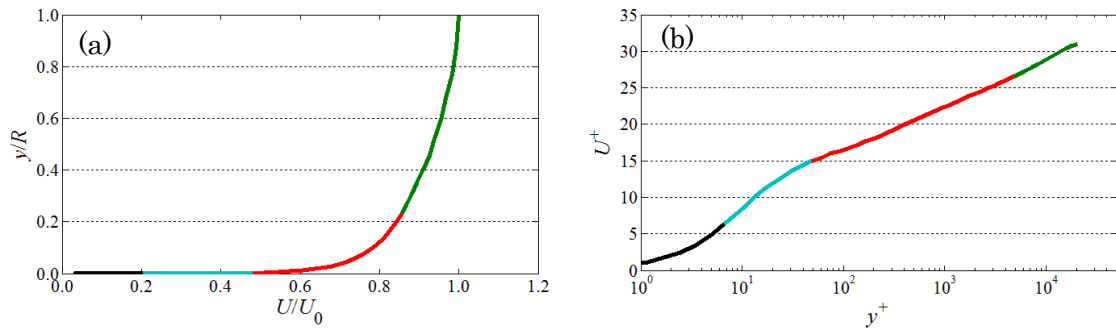


図 1-1 平均速度分布. (a) 外層変数での無次元化, (b) 内層変数での無次元化, 黒色：粘性底層, 水色：バッファ層, 赤色：オーバーラップ領域, 緑色：後流域.

が現れるレイノルズ数を想定する. レイノルズ数の異なる平均速度分布を内層変数で無次元化することで, 内層領域 (粘性底層からオーバーラップ領域まで) の分布が重なる. この関係を平均速度分布は内層変数でスケールされるという. 乱流統計量におけるスケールリング則を用いることで, 実験や数値計算で実現できない非常に高いレイノルズ数での統計量の分布型を得ることができ, 乱流現象を統計的に予測することが可能となる.

1.2. 壁乱流研究

乱流研究は, Reynolds による円管実験における乱流遷移の観察 (Reynolds, 1883) に始まる. その後, 1904 年に Prandtl (Prandtl, 1904) が境界層理論を確立してから, 壁乱流の研究が活発に行われてきた. 壁乱流における流れ場は, 粘性が支配的となる内層領域と, 慣性が支配的となる外層領域という, 2つの層によって構成され, 2つの層の間には両層の影響を受けるオーバーラップ領域が存在する. 一方で, 内層と外層以外に中間層という 3層構造の考え方もある (Afzal and Bush, 1985, Sreenivasan and Sahay, 1997). ここでは, もっとも一般的に受け入れられている 2層構造に着目し, 平均速度スケールリングに関するこれまでの研究のレビューをする.

Kármán (Kármán, 1930) は壁近くの内層領域を壁法則, 外層領域を速度欠損則での記述を提案した. 内層と外層それぞれの領域で成立する両法則に基づけば, レイノルズ数が変化しても相似形の平均速度分布を示す. そして, 両スケールリングがともに成立する領域がオーバーラップ領域として定義される. オーバーラップ領域の分布型は, 古典的には対数則が提案されている. 対数則はそれぞれ, 混合距離 (Prandtl, 1925) や漸近解析 (Millikan, 1938) を用いて導出された. それに伴い, 比較的低いレイノルズ数の実験において, 平均速度分布における対数法則の成立が多く研究者によって報告された (Purtell, et al., 1981, Erm, 1991, Klewicki and Falco, 1990, Osaka, et al., 1998). 一方で, Barenblatt (Barenblatt, 1993) や Afzal (Afzal, 2001) は独自の理論に基づき, オーバーラップ領域の分布型がべき乗則となること

を報告している。また、George & Castillo (George and Castillo, 1997) は境界層流れにおいて Asymptotic Invariance Principle (AIP) を用いた解析によって、べき乗則の成立を示した。一方で Wosnik ら (Wosnik, et al., 2000) はチャンネルおよび円管では、境界層と外層で主となる速度が主流速度ではなく摩擦速度になるという考察から、オーバーラップ領域において対数則が成立することを示した。

オーバーラップ領域の記述については、カルマン定数 (対数則の勾配係数の逆数) が普遍定数になるという簡潔さから、対数則の成立が広く受け入れられる傾向にあった。多くの研究者や教科書 (Landau and Lifshitz, 1959, Hinze, 1975, Monin and Yaglom, 1971) において、対数領域は $50 < y^+ < 100$ から始まり、カルマン定数は流れ場によらない普遍定数 (約 0.41) であると長らく考えられてきた。近年発行された書籍 (Pope, 2000, Davidson, 2004, Herbert, 2004) でも、カルマン定数は 0.40 あるいは 0.41 であるとし、その対数則に従う領域の開始点 y^+ が 40~50 以上としている。しかしながら、これらの知見はいずれもレイノルズ数が比較的小さい場合 (摩擦レイノルズ数 $Re_\tau < 3000$, ここで $Re_\tau = u_\tau \delta / \nu$, δ は境界層厚さ, チャンネル半幅, 円管半径に相当) の実験データに基づいて得られた結果であった。

Zagarola & Smits (Zagarola and Smits, 1998) は、Princeton 大学の円管実験装置 (以降、Superpipe と呼ぶ) において、非常に高いレイノルズ数 ($1000 < Re_\tau < 500000$) での実験を行った。彼らはその測定結果に基づいて、対数則は $y^+ > 600$ から始まり、その内層側はべき乗則が成立することを示した。さらに、内層速度スケーリングだけでなく、外層速度スケーリングについても新たな知見を示した。外層速度スケーリングには、摩擦速度を用いる Kármán の速度欠損則が最も一般的である。それに対して Zagarola & Smits は、円管断面平均流速と中心流速を用いた、ZS スケーリングと呼ばれる手法を提案し、摩擦速度を用いた場合よりも、スケーリングの精度が良好であることを報告した。その後の McKeon ら (McKeon, et al., 2004) のピトー管の空間分解能を向上させた計測結果においても、Zagarola & Smits と同様の傾向が報告されたが、対数則におけるカルマン定数は 0.42 と報告された。境界層では、Österlund ら (Österlund, et al., 2000) は高いレイノルズ数 ($1000 < Re_\tau < 9000$) の高精度な実験データを用いて対数則は $y^+ > 200$ で成立し、その際のカルマン定数は 0.384 となることを示した。チャンネル流れでは、Zanoun & Nagib (Zanoun and Nagib, 2003) によって、高いレイノルズ数 ($700 < Re_\tau < 5000$) において対数則の成立が検証され、カルマン定数が 0.37 となることが報告された。

Nagib & Chauhan (Nagib and Chauhan, 2008) は上記の計測結果を主に用いて、壁乱流においてカルマン定数が普遍定数とならない可能性があることを示した。また、Bailey ら (Bailey, et al., 2014) は Superpipe における計測結果 (Zagarola and Smits, 1998, McKeon, et al., 2004, Morrison, et al., 2004, Bailey, et al., 2010, Vallikivi and Smits, 2014, Hultmark, et al., 2012, 2013, Vallikivi, 2014) を用いて、カルマン定数の推定を行い、 0.40 ± 0.02 を示した。上述のように、高レイノルズ数の壁乱流において成立する対数則のカルマン定数については、その値が普遍的なものかどうか明らかになっておらず、これらの議論は今なお続けられている。

壁乱流の研究で注目されるのは、円管乱流の内層速度分布型にべき乗則と対数則がそれぞれ整理する領域が存在することである。内層と外層を考えた際のオーバーラップの概念では一つの分布型が適用されることから、高レイノルズ数の円管乱流においては、平均速度分布型に影響を及ぼすような乱流構造の存在が予想される。乱流構造の解釈のためには、平均速度のスケーリングに関する議論だけでは十分でない。そのため、より高次の統計量に関する議論が活発に行われている。

高次の統計量としてまず注目するのは、2次の統計量である乱流強度（速度の変動成分の2乗平均値を摩擦速度の2乗で除した値）に関する議論である。壁乱流では壁面近く（ $y^+=15$ ）で乱流強度が極大値（以降、内層ピークと呼ぶ）をとることが知られている。乱流強度分布についても、平均速度と同様に摩擦速度を用いたスケーリングが試みられてきた。内層ピーク値のレイノルズ数依存性については Mochizuki & Nieuwstadt (Mochizuki and Nieuwstadt, 1996) により調べられ、流れ場やレイノルズ数によりばらつきはあるが一定値になることが報告された。近年では、より大きなレイノルズ数の範囲にわたる計測データに基づいて、乱流境界層における内層ピーク値はレイノルズ数とともに増加する傾向が報告された (Hutchins and Marusic, 2007)。

内層領域の乱流強度に関しては、計測プローブとして広く利用される熱線流速計の空間分解能の影響も議論されている。熱線流速計による計測では、レイノルズ数の増加とともに乱れのスケールが小さくなることから、壁面近くの小さなスケールの変動を正確に計測できなくなり、乱流強度を過小評価することが知られている。その補正方法 (Marusic and Kunkel, 2003, Segalini, et al., 2011) がいくつか提案されているが、いずれも補助的なパラメータを用いた統計量の補正であり、時系列信号を直接補正する方法は提案されていない。壁近くの乱流強度を過小評価することから、熱線の空間分解能の影響によって、外層領域に二つ目の極大値（以降、外層の第2ピークと呼ぶ）が確認されることも示された (Hutchins, et al., 2009)。一方で、Alfredsson ら (Alfredsson, et al., 2011) は、平均速度と乱流強度を結びつける新たなスケーリング則を提案し、低レイノルズ数における計測データを用いて、高レイノルズ数において外層の第2ピークが現れることを推測した。

以上の乱流強度に関する研究から、平均速度で成立した摩擦速度でのスケーリングのように、乱流強度分布では単純なスケーリング則を見出すことが難しく、今なお適切なスケーリング則は見つかっていない。そのため、乱流強度分布のモデル化が試みられてきている。

Marusic & Kunkel (Marusic and Kunkel, 2003) は、Townsend の Attached Eddy (以降、AE と略記) 仮説 (Townsend, 1976) に基づいて考察される、乱流強度を片対数プロットした際に直線近似可能となる関係 (以降、対数直線関係と呼ぶ) となることを用いたモデルを示した。ここで、AE 仮説は相似的な渦構造を仮定することによって、統計量を記述しようという試みであり、統計量を考察するための足掛かりの一つである。乱流強度の対数直線関係は、レイノルズ数が十分に大きい大気境界層 (Kunkel and Marusic, 2006) や Superpipe における計測データ (Hultmark, et al., 2012) で確認されている。さらに、平均速度分布における対数領

域と乱流強度の対数直線関係との対応についても報告 (Marusic, et al., 2013) されており, 両者の関連付けが行われている. しかしながら, 高レイノルズ数における実験データが多くないことから, それらの対応に関する議論は十分に進められていない. 次に乱流中の渦構造と統計量との関連付けに関する議論についてまとめる.

乱流強度の対数直線関係については, Perry & Chong (Perry and Chong, 1982) の AE 仮説から考察される AE モデルにおける -1 乗スペクトルを用いた議論が行われている. 高レイノルズ数における -1 乗スペクトルの成立については, 乱流境界層では Nickels ら (Nickel, et al., 2005) が, 円管乱流については Rosenberg ら (Rosenberg, et al., 2013) による報告がある. 彼らは, 低レイノルズ数条件 ($Re_\tau < 3000$) については AE モデルの -1 乗スペクトルの関係が成立するものの, 高レイノルズ数条件 ($Re_\tau > 20000$) では成立せず, -1 乗とは異なるスケールを提案している. これまでのところ, 乱流強度の対数直線関係と -1 乗スペクトルとの関係については, 明確な結論は出されていない.

乱流中の渦構造に関して, 外層領域において大きなエネルギーを保有する大規模構造に関する議論がある. 壁乱流では, 壁面で流速がゼロになることから, 特徴的な渦構造を持つことが知られている. 渦構造の考察は, Kline ら (Kline, et al., 1967) や Townsend (Townsend, 1976) によって行われた. 多くの壁乱流実験では熱線流速計が用いられるが, 乱流中の渦がそのスケールに対してどれだけエネルギーを保有するかを判断するために Pre-Multiplied Spectrum (以降, PMS と略記) が用いられる. Kim & Adrian (Kim and Adrian, 1999) は, エネルギーを保有する周波数域が大きく分けて二つ存在することを示し, それぞれ Large Scale Motion (以降, LSM と略記) と Very Large Scale Motion (以降, VLSM と略記) と呼ばれた. Monty ら (Monty, et al., 2009) は, 境界層, チャネル, 円管における PMS の等値面を示し, 外層領域に大規模なエネルギー保有域が存在することを示した. さらに, 外層の大きなスケールの変動が, 壁近くの運動に対して振幅および周波数変調の効果があることが報告 (Mathis, et al., 2009) されている. また, 外層の大スケールの変動から壁面せん断応力の変動成分を見積もるモデルも提案されている (Marusic, et al., 2011). 近年では, PIV などの空間内の流速分布を取得する技術の進歩や, コンピュータの性能の向上に伴う数値計算の発達により, 渦構造の可視化による理解が行われている.

最後に, 確率密度関数 (以降, PDF と略記) を用いた研究をまとめる. PDF はすべてのモーメントを含むため, 乱流統計量の総合的な影響を考察できる. Tsuji & Nakamura (Tsuji and Nakamura, 1999) は, 比較的低レイノルズ数において PDF が壁からの距離に対して不変となる関係を見つけた. PDF が変化しないということは, 速度変動を構成する渦構造が相似性を有することを意味し, 乱流構造の解釈につながる. 彼らはさらに, PDF が不変となる関係から, 乱流強度分布を有理式で近似することで平均速度分布において対数則を導出した. Lindgren ら (Lindgren, et al., 2004) は, Österlund (Österlund, 2000) の高レイノルズ数境界層データを用いて PDF の不変領域と対数領域との対応を報告した. また, 近年では Zhou & Klewichi (Zhou and Klewichi, 2015) らが, 高レイノルズ数 ($1000 < Re_\tau < 20000$) 乱流境界層

データにおいて、PDF の不変領域を調べている。しかしながら、PDF の不変性に関する研究は、乱流境界層データへの適用例が多く、円管やチャンネル流れの実験データへの適用例がない。

以上に示したように、壁乱流における統計的性質の研究は、レイノルズ数によらず乱流境界層におけるものが多い。一方、高レイノルズ数円管乱流においては、現在計画中の CICLoPE (Talamelli, et al., 2009) や計測が始められた CoLaPipe (König, et al., 2014) がある。ただし、高レイノルズ数計測データを用いた議論は、Princeton 大学に設置されている Superpipe (詳細は後述) を用いて計測されたデータ以外では行われていない。

1.3. 円管乱流における実験的研究

円管乱流は、流体の輸送において非常に広範囲に利用されており、日常生活においてその重要度は高い。今日では、工場や発電プラントをはじめ、上下水道およびガスの輸送において多大な貢献をしている。本節では、円管乱流における実験的研究を中心にレビューを行う。

円管乱流における実験的研究は Stanton (Stanton, 1911) により円管内速度分布が計測され、Nikuradse (Nikuradse, 1932) により管摩擦係数が系統的に計測された。それらをさきがけにして、熱線流速計により Laufer (Laufer, 1954), Morrison & Kronauer (Morrison and Kronauer, 1969) および Perry & Abell (Perry and Abell, 1975) は円管乱流における渦構造やスケーリング則について報告している。Durst ら (Durst, et al., 1995) や Toonder & Nieuwstadt (Toonder and Nieuwstadt, 1997) はレーザードップラー流速計を用いて壁面近傍までの流速分布を計測した結果を報告している。

円管乱流における革新的な実験は Princeton 大学における Superpipe と呼ばれる円管乱流実験である (Zagarola and Smits, 1998)。Superpipe は空気を用いた実験であるが、高レイノルズ数を実現するために、実験設備は配管を大きく囲うように圧力容器が設けられ、容器内を高圧に保つことで流体の動粘度を下げる工夫がされた。その実験結果が 1998 年に発表され、高レイノルズ数実験の先駆けとなった。その後も Superpipe を用いた計測が行われており、McKeon ら (McKeon, et al., 2004) によって Zagarola & Smits の計測よりも空間分解能の優れたピトー管での計測が行われた。近年では Hultmark ら (Hultmark, et al., 2010) によってナノスケール熱線流速計を用いた計測が行われている。しかしながら、円管乱流において Superpipe のレイノルズ数に匹敵する実験は、試験段階のものを除くと著者の知る限り行われていない。そのため、高レイノルズ数円管乱流における平均速度および乱流強度といった基本的な統計量の普遍的性質については、Superpipe のデータに基づいた結果でしかなく、一般的な円管乱流で成立するかどうか定かではない。現在、CICLoPE での計測が計画 (Talamelli, et al., 2009) であり、そちらの動向にも注目される。

管摩擦係数については、Nikuradse (Nikuradse, 1932) による、滑面および粗面の体系的な計測が行われた。近年では、Zagarola & Smits (Zagarola and Smit, 1998)、その後に McKeon

ら (McKeon, et al., 2005) によって、管摩擦係数の関係式が提案された。また、Swanson ら (Swanson, et al., 2002) は液体ヘリウムや様々なガスを用いて広範囲のレイノルズ数条件で実験を行った。一方で、古市と寺尾 (古市, 寺尾, 2013) は水流試験設備において、Superpipe に匹敵するレイノルズ数において管摩擦係数を計測した結果、低レイノルズ数では Superpipe と一致するが、高レイノルズ数域では両者の差異が顕著となり、Prandtl の式に対する差異の符号が逆となることを報告した。これまでは、Superpipe のレイノルズ数に匹敵する実験が行われていなかったため、Superpipe の計測データを検証することもできなかった。古市と寺尾の実験により、Superpipe の管摩擦係数の結果を比較検討が可能となったことは、円管乱流研究における大きな成果であると考えられる。

1.4. 本研究の目的

円管乱流は、現代のエネルギー社会での流体輸送において多岐にわたって用いられている。例えば、発電プラントなどにおいてはレイノルズ数が非常に高くなり、配管内の流速分布や摩擦係数の解明は、安全性を確保するために重要な役割を果たす。円管乱流は工学的応用上、極めて基本的な流れ場であるにも関わらず、その乱流統計量の普遍性は未だに明らかになっていない。壁乱流での統計量の普遍性を議論するためには、内層変数である摩擦速度の算出精度が重要となる。内部流れに分類される円管流やチャンネル流れでは、圧力勾配に基づいて摩擦速度が算出できる。また、円管はチャンネルよりも流れ場の対称性に優れることから、統計量の普遍性に関する議論は円管乱流に適すると判断される。近年では数値計算技術の向上によって、直接数値計算が可能なレイノルズ数が上昇しつつあるが (円管乱流では $Re_{\tau} \approx 2000$ (Chin, et al., 2014)), 実用レベルに比べてまだ低い。そのため、高レイノルズ数における円管乱流場の統計量の特徴づけは、実験計測に頼らざるを得ない。

高レイノルズ数円管乱流の計測データは Superpipe を利用するケースが多く、円管乱流での統計量の特徴に関する議論や、異なる試験設備での検討が十分に行われていない。そのため、もっとも基本的な平均速度分布についても、普遍性を有するのかが明らかになっていない。具体的には、オーバーラップ領域における分布型、対数領域が現れるために必要なレイノルズ数、対数領域の範囲などである。高次モーメントについても、2次モーメントである乱流強度の内層ピーク値のレイノルズ数依存性、偶数次モーメントにおける外層領域の対数直線関係、外層における第2ピークの存在が挙げられる。乱流構造に関しては、流れ方向速度成分のパワースペクトルが AE モデルの -1 乗スペクトル分布を示すかどうか、大規模構造の壁近くへの影響、流れ方向速度成分の確率密度関数の不変性などが挙げられる。上記の問題のいくつかは、近年の研究課題に挙げられており (Marusic, et al., 2010, Kim, 2012), より詳細な議論が必要とされている。

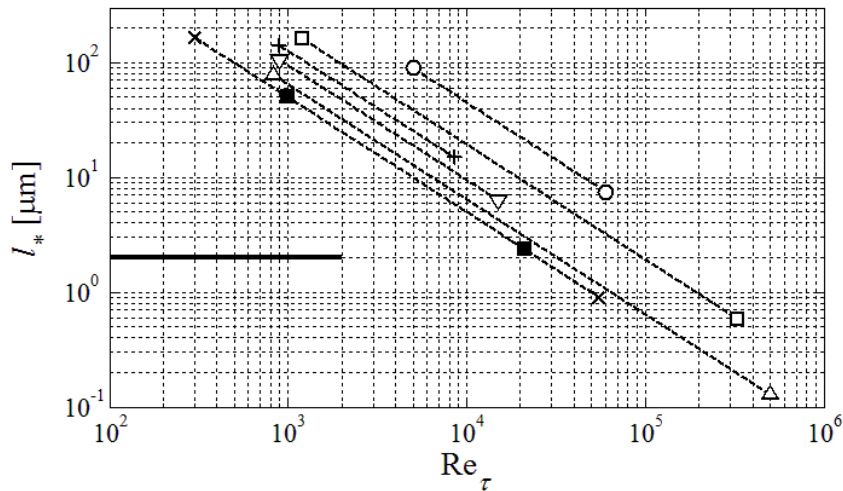


図 1-2 円管乱流実験と数値計算でのレイノルズ数範囲と粘性長さ. 実線：直接数値計算，破線：実験，■：本研究 ($D=0.10$ m)，○：CICLoPE ($D=0.90$ m)，△：Superpipe ($D=0.129$ m)，▽：CoLaPipe ($D=0.19$ m)，+：Laufer ($D=0.254$ m)，×：Nikuradse ($D=0.10$ m)，□：古市と寺尾 ($D=0.387$ m) .

Superpipe に匹敵するレイノルズ数での円管実験は，産総研の古市と寺尾の水流試験（古市，寺尾，2013）が挙げられる．彼らは静的秤量法によって精度よく計測された流量から管摩擦係数を算出しており，Superpipe の結果とは異なるレイノルズ数に対する傾向を報告した．上記の報告から，産総研の試験設備における円管乱流の平均速度などの統計量の分布型は，Superpipe の計測データとは異なることが予想される．つまり，産総研の水流試験設備での円管乱流における統計量の特徴を調べ，Superpipe の計測結果と対比させることで，円管乱流における統計量の普遍性を明らかにすることが可能となる．

これまでの高レイノルズ数円管乱流実験では，ピトー管や熱線流速計といった測定流速値が測定体積で空間平均されてしまう手法が用いられてきている．そのため，流れ場内の乱れのスケールに対して，熱線などの測定体積が十分小さくなるような工夫が必要となる．Talamelli ら（Talamelli, et al., 2009）は，熱線の測定体積を小さくすることには限界があることから，実験装置を大きくすることで，同一のレイノルズ数での乱流のスケールが相対的に大きくなるような工夫をしている．これまで行われてきた円管乱流実験，試験段階のCICLoPE および直接数値計算で実施された（実施予定を含む）レイノルズ数範囲と粘性長さ l_* ($l_* = \nu / u_\tau$) の関係を図 1-2 に示す．図中には，本研究で行った産総研での実験データも含めている．産総研での計測では，Superpipe よりも粘性長さが小さくなることから，測定値が測定体積で空間平均されるような測定手法では測定値の精度の向上が見込めない．そのため，測定される瞬時の流速値が空間平均されない流速測定手法を用いる必要がある．

そこで本研究では産総研との共同研究として，古市と寺尾の水流試験設備の一部を用い

て、レーザードップラー流速計 (LDV) を用いて流れ方向速度の計測を行った。LDV は非接触流速測定法であることから流れ場を乱すことがなく、LDV で計測される瞬時の流速値は測定体積で空間平均されない。以上から、本計測における流速測定精度は Superpipe を上回ると考えられる。また、流量計測精度は摩擦速度による無次元化分布の精度に直結するため、静的秤量法で得られた流量に基づいて摩擦速度を算出した。さらに、Superpipe, CICLoPE および CoLaPipe が気流実験であるのに対し、本計測は水流実験であることから、作動流体の異なる条件における統計量の普遍性の検証にも重要な役割を果たすことが期待される。本論文では、先行研究よりも精度の高い流速・流量計測結果に基づいて、高レイノルズ数円管乱流における統計量の普遍的性質を明らかにし、壁乱流における研究課題について考察することを目的としている。

上述の研究目的を達成するために、本研究ではまず、円管乱流における平均速度分布型について調べる。平均速度分布型においては特徴的な分布が得られるが、その背景にはより高次の統計量や乱流中の渦構造の寄与が考えられる。そこで平均速度だけでなく、高次の統計量である乱流強度やパワースペクトルおよび確率密度関数の特徴を調べることにより、特徴的な平均速度分布型が得られる背景を調べる。その過程で、高次統計量の特徴づけなども並行して行う。最後に、平均速度および高次統計量の特徴的な分布型の対応から、乱流中の渦構造の寄与について考察する。また、壁乱流で課題に挙げられている、乱流強度の内層ピーク値のレイノルズ数依存性、外層の第 2 ピークの存在、流れ場の境界条件の違いによる対数領域の特徴の変化に関して、各章で得られた結果を総合して考察する。

1.5. 論文の構成

本論文では、高レイノルズ数円管乱流の実験データに基づいて、円管乱流における流れ方向速度成分の統計量の特徴づけ、壁乱流で提案されているパワースペクトルと確率密度関数に基づくモデルおよび仮説の検証として以下の 5 つの項目について報告する。また、本論文の各章は著者らの既報 (和田他, 2015a, Furuichi, et al., 2015, 和田他, 2015b) を中心にまとめており、2 章から 3 章は文献 (和田他, 2015a, Furuichi, et al., 2015)、4 章から 6 章は文献 (和田他, 2015b) の内容に対応する。

- ・ 本実験の詳細と基本的な統計量
 - 第 2 章 実験条件と基本的な計測結果
- ・ 円管乱流における統計量の分布型に関する研究
 - 第 3 章 高レイノルズ数円管乱流における平均速度分布型
 - 第 4 章 高レイノルズ数円管乱流における高次統計量
- ・ 円管乱流における渦構造に関する研究
 - 第 5 章 円管乱流におけるパワースペクトル分布
 - 第 6 章 円管乱流における確率密度関数

- ・壁乱流研究における未解決問題に対する本計測結果を用いた考察

第7章 壁乱流における統計量の特徴と渦構造

- ・LDVにおける空間分解能の影響の補正法

付録A LDV計測における空間分解能の影響の補正法

第2章 実験条件と基本的な計測結果

高レイノルズ数円管乱流実験を行った試験設備と計測条件について詳述する。基本的な統計量の計算方法や補正方法を示し、本実験設備で計測された速度信号に基づく乱流統計量を示し、本計測の測定精度を確認する。また、乱流統計量の詳細な議論を行う前に、基本的な統計量のレイノルズ数依存性の評価や、直接数値計算における結果との比較を行う。

第3章 高レイノルズ数円管乱流における平均速度分布型

本章では、計測された平均速度分布をこれまでに提案されてきている平均速度分布型と比較し、速度分布型の相違点を明らかにする。従来提案された円管乱流の平均速度分布型は **Superpipe** の計測結果に基づいて得られていることから、本実験結果が満たす速度分布型とその成立範囲を明らかにし、先行研究における報告と対比させることで、円管乱流における普遍的な平均速度分布型について考察する。同時に、外層速度スケージングの適用から、対数領域が明確に現れるレイノルズ数を示す。また、**Superpipe** におけるピトー管と熱線流速計での計測結果と比較し、分布型の違いを考察する。

第4章 高レイノルズ数円管乱流における高次統計量

本章では、乱流強度分布における外層の対数直線関係、外層の第2ピークおよび内層ピーク値のレイノルズ数依存性、および偶数次モーメントにおける対数直線関係について議論する。外層の対数直線関係については、平均速度の対数領域との対応関係を示し、偶数次モーメントにおける対数直線関係についても調査する。外層の第2ピークについては、**Alfredsson** らのスケージングを用いて、外層の第2ピークが現れ始めるレイノルズ数を推測する。付録に示す LDV 計測における空間分解能の影響を補正した乱流強度分布を用いて、内層ピーク値のレイノルズ数依存性を調べる。最後に、**Superpipe** における熱線流速計での計測結果と比較し、分布型の違いが何に起因するのか考察する。

第5章 円管乱流におけるパワースペクトル分布

本章では、**Townsend** の **Attached Eddy (AE)** 仮説に基づく **Perry** らの AE モデルにおける -1 乗スペクトルに注目し、 -1 乗スペクトルの成立範囲と乱流強度の対数直線関係との対応について調べる。また、**PMS** を用いて、外層領域でエネルギーを保有する大規模構造について調べる。外層と内層との相互作用として、**Amplitude Modulation** 解析を行い、乱流境界層における解析結果と比較し、考察する。

第6章 円管乱流における確率密度関数

本章では円管乱流における確率密度関数 (PDF) 型の壁からの距離に対する変化を評価し, PDF の不変領域の存在について調べる. そして, 平均速度分布や高次統計量における分布型との対応関係について調査する. また, 偶数次モーメントにおける分布型について, 確率密度関数型が不変となる関係を用いて考察する.

第7章 壁乱流における統計量の特徴と渦構造

本章では, 前章までの結果を総合することで, 近年注目される研究課題に対する見解を示す. また, 乱流境界層の計測データから得られる知見を考慮することで, 壁乱流における平均速度分布型に共通する普遍性について考察する. さらに, 流れ場の境界条件の違いに基づいて, 円管乱流と乱流境界層における対数領域の違いについて考察する. 同時に, 平均速度分布型と高次統計量や渦構造の特徴との対応関係から, 壁乱流におけるオーバーラップ領域のレイノルズ数に対する構造の変化について考察する.

付録 A LDV 計測における空間分解能の影響の補正法

LDV 計測における空間分解能の影響を考察し, 測定原理に基づいて確率密度関数の真値を推測する. 推測された確率密度関数に基づいて乱流強度分布の補正法を示す. また, 本計測における空間分解能の影響が平均速度に対してどの程度影響を及ぼすのかを評価する.

第2章 実験条件と基本的な計測結果

本章では、本論文で用いる計測データを取得するための実験が行われた設備および計測手法について述べる。そして、実験施設における計測データの妥当性を確かめる。

2.1. 実験設備

2.1.1. 設備概要

本実験は産業技術総合研究所、計量標準総合センター（以下、産総研）における実流試験設備を用いて行われた。この実流試験設備により日本の流量の国家計量標準が提供されている。この設備における水流は、地上 30 m のオーバーフローヘッドタンクから供給される。オーバーフロー水位は ± 2 mm 以内にてコントロールされており、流量の変動は 0.2 % 程度の非常に安定した流れが実現される。本試験においては静的秤量法により流量計測が行われる。5 t の秤量タンクとダイバータを用い、0.038 % の拡張不確かさ ($k=2$, k は包含係数であり、これ以降の拡張不確かさはすべて $k=2$ であるものとする) で流量を計測することが可能である。本設備の詳細については文献 (Furuichi, et al., 2009) を参照していただき、設備の概略を以下に述べる。

本実験に使用したのは内径 100.6 mm の配管である。配管はステンレス製であり、管壁は研磨処理された滑面で、平均粗度は約 0.8 μm である。100.6 mm 配管となつてから測定部までは 11 m, 配管直径に対する比率は $110 D$ あり、流入条件の影響が残らない十分な距離がとられている。この実験設備で実現可能な最大流量は 300 m^3/h であり、100.6 mm 配管におけるバルクレイノルズ数 ($\text{Re}_b = U_b D / \nu$, D : 配管直径, U_b : 断面平均流速) に換算すると約 10^6 となる。

2.1.2. 測定部

本実験では、非接触計測の手法の一つであるレーザードップラー流速計 (以降, LDV と略記) を用いて流速の測定を行った。図 2-1 に示す計測システムの概略図からわかるように、測定部にはウォータジャケットを有したウィンドウチャンバーが取り付けられた。測定部の流れ方向断面図を図 2-2 に示す。測定部配管には、SHOTT 社製のホウケイ酸ガラス (DURAN®ガラス) を用いた。測定部となるガラス管の寸法は、実測値に基づいて内径 100 mm, 外径 110 mm である。配管と測定部には 0.6 mm の内径差があるが、接続部が滑らかなようになるように、上流部においてテーパ加工が施された。のぞき窓には測定部配管と同一材質の厚さ 15 mm のガラスを用いた。また、測定部における下流のガラス管と配管の接続部には溝が加工してあり、ウォータジャケット内に配管内の水を流入させることで、ガラス管内外の圧力を一定に保つ役割がある。

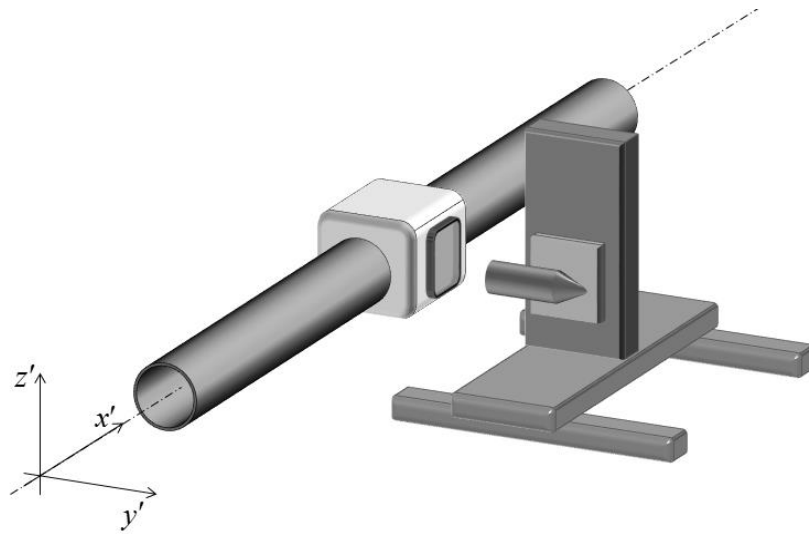


図 2-1 配管とトラバース装置の概略図

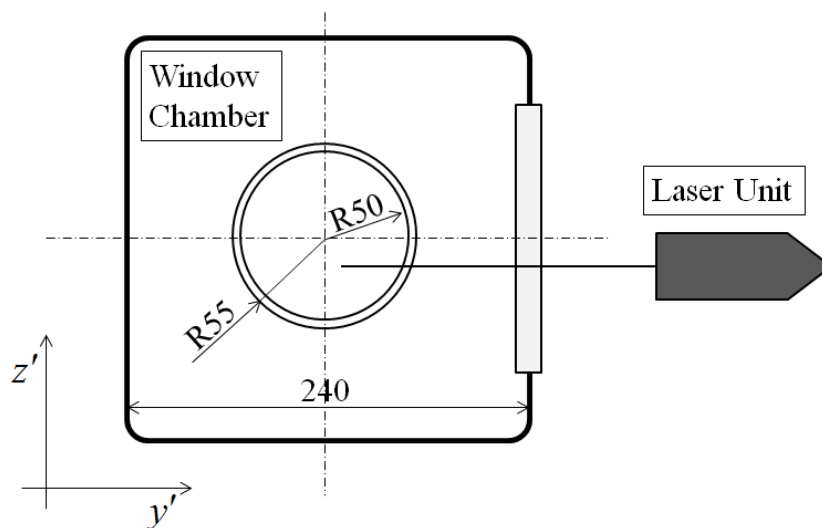


図 2-2 測定部の流れ方向断面の概略図

2.2. 計測手法

2.2.1. 流速計測方法

本実験における流速計測には DANTEC 社製レーザードップラー流速計 (BSA Flow Software Version 4.10) を用いた。計測速度成分は主流方向の 1 成分のみである。レーザー光の波長 λ_L は 514.5 nm, 集光レンズに入射するレーザーの口径 D_L は 2.2 mm, その時のビーム間隔は 38.998 mm であり, 集光レンズの焦点距離 f_L は 160 mm である。本計測では 40 MHz の周波数シフトを施し, 負の流速値も計測可能である。LDV における計測領域は楕円体となり, 形成される楕円体の最短軸長は $4\lambda_L f_L / \pi D_L$ で与えられる。本条件において, 水

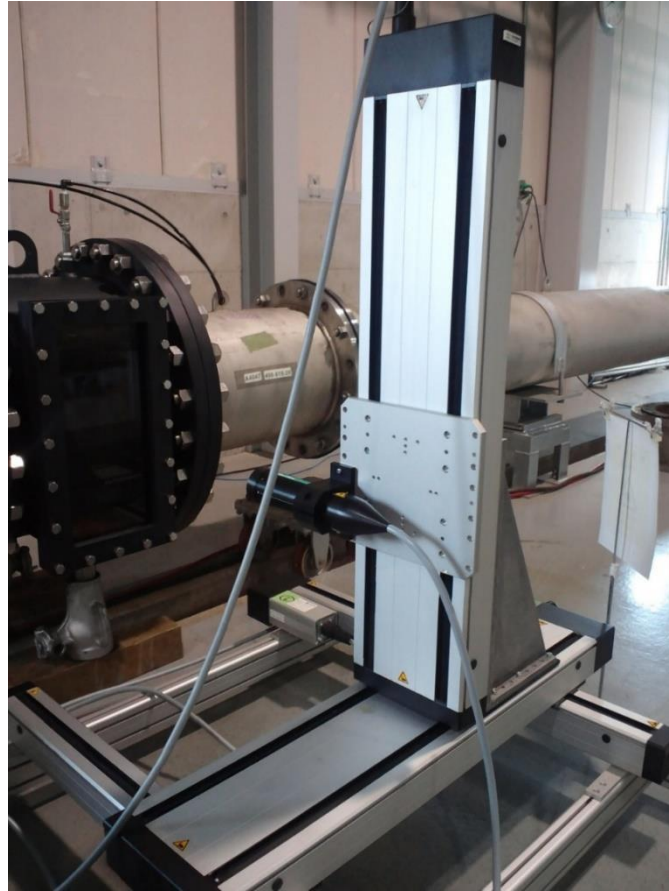


図 2-3 トラバース装置

中における計測体積は最短軸長が $47.6 \mu\text{m}$ 、最長軸長が $524.9 \mu\text{m}$ の楕円体となる。ここで、計測体積の楕円体の長手方向はレーザーの入射方向と一致する。

LDV 計測にはトレーサ粒子が必要となるが、本実験では既存の粒子を混入させたのではなく、水中に存在する錆を含む浮遊物のうち $1 \mu\text{m}$ のフィルターを通過したものを使用した。そのため、本計測におけるトレーサ粒子は流れに追従できているものと判断される。

2.2.2. 移動方法および計測位置

計測位置の移動には、図 2-3 に示す 3 次元に移動可能なトラバース装置を用いた。このトラバース装置の移動分解能は $1/160 [\text{mm/pulse}]$ である。LDV による本試験の計測位置は配管中心から下側を計測した。これはウォータージャケット内部に配管内の水を流入させる構造となっているため、測定ガラス管外部の上面に散乱粒子が堆積するためである。また、鉛直軸上のトラバースでは壁面近傍に LDV の焦点を調節することが困難であること、光学的に計測困難となる点が複数あることから、計測時の移動軸は鉛直軸から約 15.5 度傾けた。その結果、壁面近傍までの計測が可能となった。測定点数は壁面から中心までを対数表示で等間隔に 53 点、中心から対角方向に 2 点を含めた計 55 点において流速を測定した。

2.2.3. 計測条件

計測は、表 2-1 に示す 11 の流量条件で行った。本実験の予備試験としてサンプリング数と測定時間によって平均値と変動値の収束について調べたところ、測定時間にはあまり影響されず、サンプリング数が 1000 点を超えると平均および変動値が収束値に近づくことが確認された。そこで各測定位置での測定時間はデータレートとの兼ね合いから任意に変更した（データレートが非常に低い場合（ $\sim 10 \text{ s}^{-1}$ ）には数百点であるが、比較的低いデータレート（ $\sim 100 \text{ s}^{-1}$ ）においても、2000～5000 点程度は確保した）。データレートが高くなる場合においては測定時間を最低でも 60 秒確保して計測した。データレートは壁面近傍（ $y^+ < 10$ ）を除いて 100～10000 Hz の条件で計測することができた。その結果として 1 条件を計測するのに要した時間は 2 時間程度、その間の水温変化は最大で 0.4 °C 程度であった。したがって、実験中の水温変化はほとんど無視できるものとし、物性値等は計測時間内の平均値を用いた。

2.2.4. 摩擦速度の算出

壁乱流における内層変数での無次元化には摩擦速度 u_τ が極めて重要なパラメータとなる。本研究では式 (2-1) に示すように、摩擦速度は管摩擦係数 λ を用いて算出した。

$$u_\tau = U_b \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \quad (2-1)$$

また、管摩擦係数は、同実験設備における実験 (Furuichi, et al., 2015) から得られた式 (2-2) を用いて算出した。

表 2-1 計測条件

No.	$Q[\text{m}^3/\text{h}]$	Re_b	Re_τ
1	10.7	3.8×10^4	1010
2	20.5	7.3×10^4	1790
3	25.1	8.9×10^4	2150
4	30.0	1.1×10^5	2540
5	41.4	1.5×10^5	3390
6	52.0	1.9×10^5	4160
7	78.3	2.8×10^5	6030
8	107.0	3.9×10^5	7970
9	149.9	5.4×10^5	10800
10	209.9	7.5×10^5	14400
11	301.1	1.1×10^6	20700

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.092 \log_{10}(\text{Re}_b \sqrt{\lambda}) - 1.176 \quad (2-2)$$

ここで、式 (2-2) の係数値の算出に用いられた管摩擦係数の計測における標準不確かさは 0.50% と推定され、式 (2-2) の標準不確かさは管摩擦係数の計測における不確かさを合成すると 0.68% と推定されている。また、 U_b の標準不確かさは文献 (古市, 寺尾, 2013) から 0.2% とされる。以上および式 (2-1) から摩擦速度の不確かさは 0.79% と推定される。

2.3. 計測結果の検証方法

2.3.1. 断面流速分布

円管流において、完全に発達した安定した流れが実現できているならば、断面の流速分布における流速値の等高線図は同心円状に広がらなければならない。本研究では、流れ場の妥当性を確かめるため、断面平均流速および変動値の標準偏差の等高線図において同心円状の分布の成否を確認する。断面流速分布の計測は、半径方向に 10、周方向に 24 分割した 240 点、および中心点を含む全 241 点で行った。各点での計測は最大 15 秒間行い、15 秒経過する前に 10 万サンプルに到達した場合はその時点で切り上げ、最小の計測時間は 7.7 秒であった。

2.3.2. 流速積分値に基づく流量と参照流量との比較

LDV によって計測された速度が正確な値であるかどうかを調べるために、流速分布を積分することで流量 Q を算出し、静的秤量法を用いた流量計測から得られた参照流量と比較する。流速分布の積分方法は式 (2-3) で定義する。

$$Q = \sum_{i=1}^{n-1} \pi(r_{i+1}^2 - r_i^2)(U_i + U_{i+1})/2 \quad (2-3)$$

ここで U_i は位置 r_i での平均流速、添え字 i は円管中心から壁面に向かって 1, 2, 3, ..., $n-1$, n (円管片断面における測定点は 53 点であり、壁面での流速をゼロとするので、 $n=54$ となる) で与えられ、壁面での流速は 0 m/s とした。

2.4. 補正方法

2.4.1. 時間平均統計量の補正方法

LDV で計測される流速は、トレーサ粒子が計測体積内を通過するときのみに検出される。すなわち計測体積内への粒子の侵入頻度に違いがあった場合には、その影響を補正しなけ

れば、計測体積を置いた座標における真の統計量は得られない。Nakao ら (Nakao, et al., 1987) は空間体積内への粒子の侵入頻度は、個別の粒子の移動速度に比例するとして、平均速度および高次の時間平均統計量に対して加重平均をとる手法 (式 (2-4), (2-5)) を提案した。2.5.3.で補正前後の対比を行うが、補正なし結果は式 (2-4) および式 (2-5) における重み $G = \mathbf{1}$ とした場合の計算値となる。

$$U = \frac{\sum_i^N u_i \times G_i}{\sum_i^N G_i} \quad (2-4)$$

$$u_{rms} = \left[\frac{\sum_i^N (u_i - U)^2 \times G_i}{\sum_i^N G_i} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2-5)$$

ここで、 u_i と G_i は離散化された測定時刻 t_i における瞬時速度と重さ関数である (ここで、 N は計測点ごとのサンプリングデータの総数である)。また、 u_{rms} は速度変動の標準偏差を表す。流れ方向速度 1 成分のみの計測の場合の重さ関数は式 (2-6) で与えられる。

$$G_i = 1/|u_i| \quad (2-6)$$

3 次以上の統計量についても同様にして、式 (2-7) で表される加重平均を計算することで得られる。

$$\overline{u'^n} = \frac{\sum_i^N (u_i - U)^n \times G_i}{\sum_i^N G_i} \quad (2-7)$$

ここで、 u' は瞬時速度 u_i から平均速度 U を引いた変動成分を表す。確率密度関数についても、個々の粒子の侵入頻度を加味することで、状態変数 u に対応する確率密度 $p(u)$ は式 (2-8) で修正される。

$$p(u_i) = p_f(u_i) \times G_i / \sum_i^N G_i \quad (2-8)$$

$$s_i = (u_i - U) / u_{rms} \quad (2-9)$$

ここで、右辺の下付き添え字 f は粒子の侵入頻度を加味する前の確率密度を表す。ここで注意することは、確率密度関数算出時の bin size の区切り方は、式 (2-5) および式 (2-6) から得られる平均値と標準偏差を使わなければならないことである。そうしないと、平均速度と標準偏差で無次元化した式 (2-9) では、本来とは異なる分布となるためである。本論文において扱う確率密度関数の状態変数は 2 つあり、速度の次元を持つ u_i と平均値と標準偏差で無次元化した s_i (式 (2-9)) があることに注意されたい。

2.4.2. 空間座標の補正方法

LDV の計測では非接触の計測法であるため、トラバースの座標と円管内座標を対応付ける必要がある。本実験における計測座標系は図 2-1 および図 2-2 に示すように、鉛直上向きを z' 方向、レーザーの入射する水平方向を正として y' 方向、流れ方向を正として x' 方向とし、円管中心を原点に取った。円管内座標には円筒座標系を採用し、壁を原点とした半径方向の座標 (壁面からの距離) を y ($=R-r$, $r=\sqrt{y'^2+z'^2}$) とし、流れ方向を x と定義する。

Toonder & Nieuwstadt の水流円管実験 (Toonder and Nieuwstadt, 1997) では、円管部分における屈折の影響を排除するために、測定部の円管を水の屈折率に近い FEP という材質にすることで壁面近傍までの測定を可能としている。しかしながら、本実験の測定部はガラス製となっているため、屈折の影響を考慮し、計測データに基づいて管内の測定座標を正確に補正する必要がある。本項では、(1)管中心、(2)レーザーの焦点位置、(3)計測体積における計測重心、以上の 3 つの項目について、その定義方法を述べる。

(1) 円管中心

まず、計測座標原点となる円管中心を見積もる必要がある。円管中心を推定するために、配管断面すなわち $y'z'$ 面での流速分布を測定し、流速が最大となる位置を配管の中心とした。実際には、最大流速点は計測点の間隔に依存するため、以下の推定方法により管中心を決定した。

- (a) 配管断面を放射状に計測点 (半径方向に 10 分割、周方向に 24 分割および中心を含めた計 241 点) を取り、各点における平均流速を計測する。
- (b) 各半径軸上に 0.1 m/s 刻みの流速点を内挿して求める。
- (c) 等流速点に円をフィッティングすることでその中心の座標を求める。
- (d) 各円の中心座標の平均値を配管中心とする。

(2) レーザーの焦点位置

LDV はレーザー光の配管壁における屈折により焦点を結ぶ位置がトラバースさせた座標とは異なる。本節では LDV のレーザー光が真に焦点を結ぶ位置の推定法について述べる。推定に当たり、以下のことを仮定する。

- (a) レーザー光の焦点を結ぶ位置は、口径を無限小とした場合に算出される位置とする。

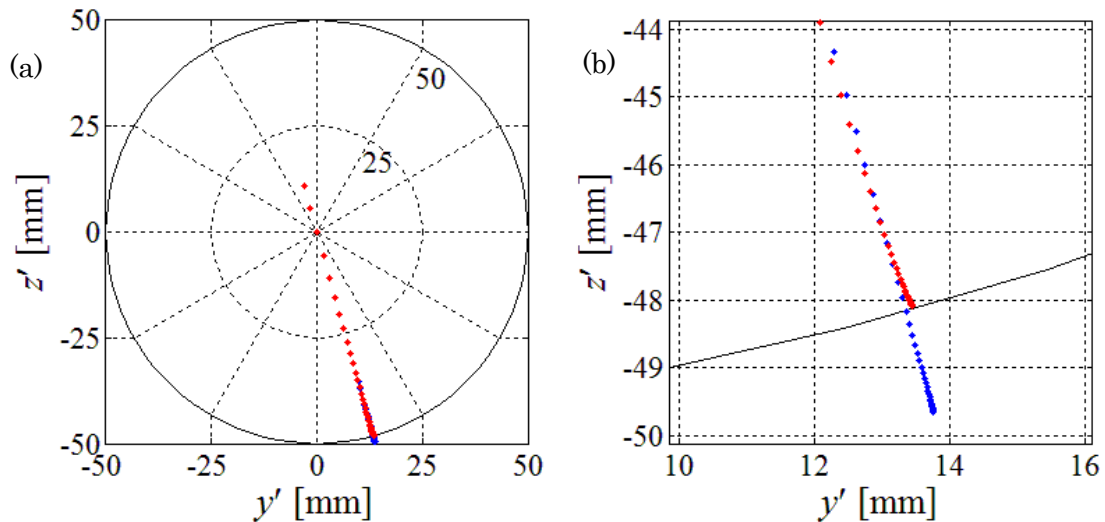


図 2-4 流速分布計測時のトラバース座標と焦点位置. (a) 配管全体図, (b) 壁面近傍拡大図, 赤色：屈折の影響を考慮した場合, 青色：屈折の影響を考慮しない場合.

- (b) 水の屈折率は温度 20 °Cにおいて 1.3333 とし, 1 °Cの増減に伴い屈折率が 0.0001 増減するものとする.
- (c) ガラス管の微小な歪みは無視できるものとし, 内径 100 mm, 外径 110 mm とする.
- (d) ガラス管およびウォータージャケットののぞき窓に使用したガラスの屈折率は波長 514.5 nm に対して, 1.4751 とする.
- (e) 空気の屈折率は 1.000292 の固定値とする.

上記の仮定に従って, 測定部ガラス管でのレーザー光の屈折を計算することで, トラバース装置の座標からレーザー光の焦点位置を推定した結果を図 2-4(a), (b)に示す. 図中の青点・印がトラバース装置の座標系での移動位置, 赤点・印は円管部分での屈折を考慮した場合の焦点位置を表す. 図 2-4 から明らかなように, 壁面近傍においてトラバース装置の座標系での移動位置は円管壁を通り越していることがわかる. 円管部での屈折を考慮した場合, すべての測定点が円管内に収まっている. また, 壁から離れた位置においても屈折の影響が現れていることが確認できる.

検証のための計測として, 円管中心で対称となるトラバース位置を設定して流速分布を計測し, 屈折の影響を加味することで円管の手前側と奥側での流速分布が一致するかどうかを調べる.

(3) 計測体積における計測重心

LDV の計測体積はレーザー光の焦点位置を中心とした楕円体を形成する. 壁面近傍の計測ではこの計測体積が壁面と干渉することが想定されるため, 壁面近傍での壁からの距離をレーザー光の焦点位置ではなく円管内にある計測体積の重心として評価する必要がある.

ここで、以下のことが成り立つものとする。

- (a) 計測領域である楕円体はレーザー光の焦点位置を中心にして形成されるものとする。
- (b) 計測領域は流れ方向への厚みを見無視し、配管断面内の楕円形とする。

上記に従って壁面近傍の計測領域の例を図 2-5 に示す。図は配管断面を流れ方向に向かって見た状態である。図中の実線は円管の壁面を表し、実線の上側が配管内、下側が配管の外領域を表す。破線で示される楕円が計測領域であり、●印はレーザー光の焦点位置、●印は円管内に含まれる計測領域の重心を示し、幾何計算により算出された計測位置である。

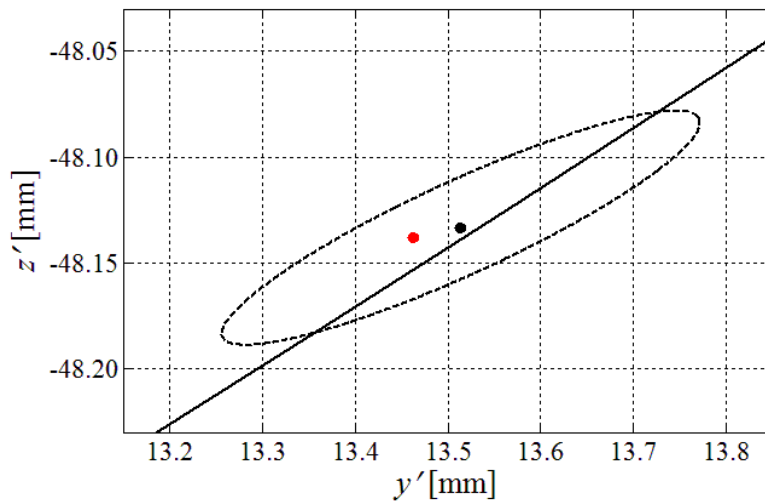


図 2-5 レーザーの焦点位置と計測体積の重心。実線：管壁，破線：計測体積，●：レーザー焦点位置，●：管内に入る計測体積の重心。

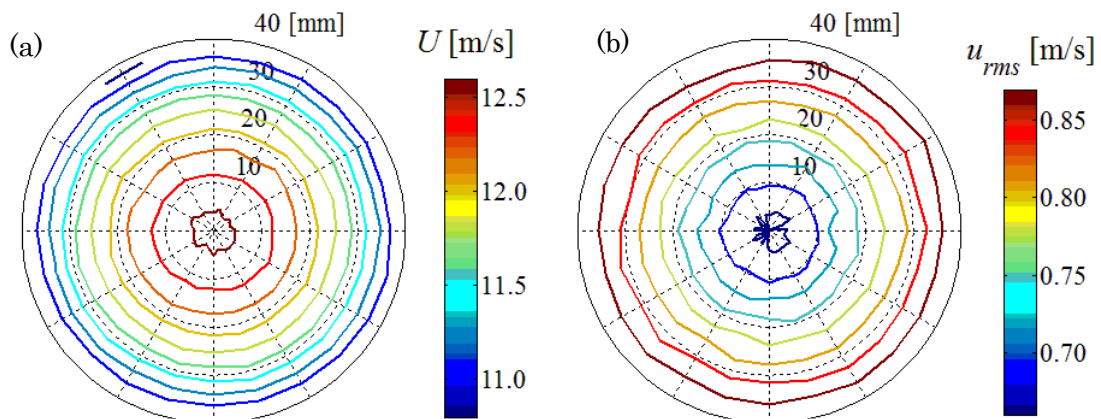


図 2-6 断面計測結果の等高線図 ($Re_\tau = 20700$)。 (a) 平均流速， (b) 変動の標準偏差。

2.5. 流れ場の妥当性および補正結果

2.5.1. 断面流速分布

$Re_{\tau}=20700$ の条件で計測された平均流速および変動の標準偏差の等高線プロットを図 2-6(a), (b)にそれぞれ示す. 図中の等高線の間隔は, 平均流速では 0.2 m/s , 標準偏差では 0.03 m/s 刻みとなっており, 数字は円管中心からの距離[mm]を表す. もし, 流れ場に乱流構造と無関係な大きな変動(試験設備が原因となる変動)が存在した場合, 変動の時間スケールに対して十分に長い時間計測をしなければ同心円状の分布傾向を示さなくなる. 本計測では, 各測定位置で最大でも 15 秒 という短い時間での計測にも関わらず, 図 2-6 に示す両分布は原点を中心に同心円状の等高線がプロットされている. これは, 流速の 1 次および 2 次の統計量が安定している, すなわち流れ場には乱流構造と無関係な変動が存在しないことを意味する. 本計測部が配管部よりも内径が 0.6 mm 小さくテーパ処理をして接続しているが, この段差が流れ場に影響を与えていないと判断される. 以上のことから本実験における流れ場は, 十分に発達した円管乱流として妥当な流速分布を提供するものと判断する.

2.5.2. 測定流速の妥当性

図 2-7 には式 (2-3) を用いて算出された流量 Q と静的秤量法によって測定された参照流量 Q_{ref} からの偏差を百分率で示す. ここで, 流速計測自体の拡張不確かさを 0.2% と見積もった時の流速分布から流量を算出した際の拡張不確かさ 0.93% をエラーバーとして図中に示す. 流量の偏差にはレイノルズ数の依存性はみられず, 偏差の平均は -0.45% で, ばらつきの幅は 1% 程度に収まることがわかる. 産総研での流量計測における拡張不確かさが 0.2% であること, 流速分布から算出される流量が不確かさの範囲内で参照流量と一致することを考慮すると, 今回測定された流速計測の拡張不確かさ 0.2% は妥当であると判断でき

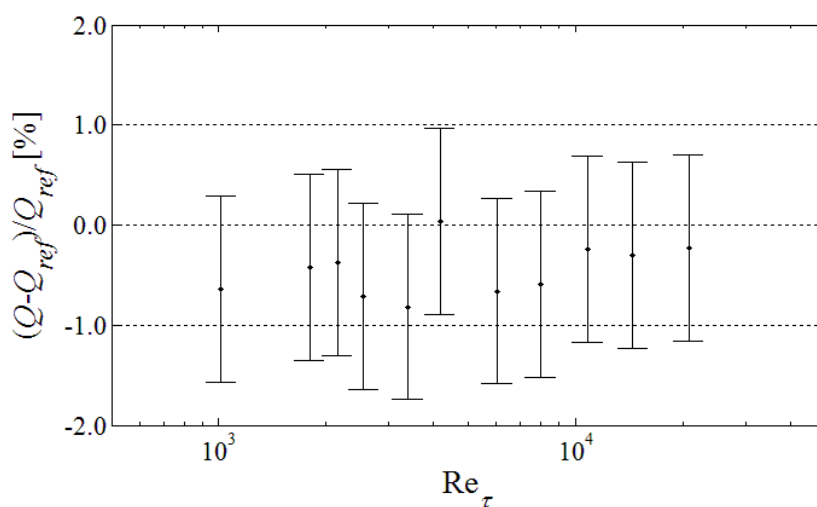


図 2-7 流速分布の積分値と秤量法による流量測定結果の比較

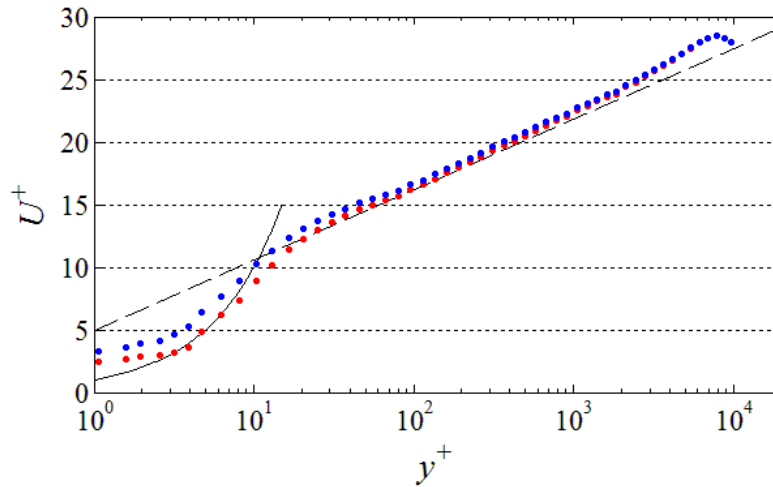


図 2-8 粒子速度補正結果 (平均値 ($Re_\tau=7970$)). ● : 単純平均値, ● : 粒子速度による補正結果, 実線 : $U^+=y^+$, 破線 : 対数則 ($\kappa=0.41, B=5.0$).

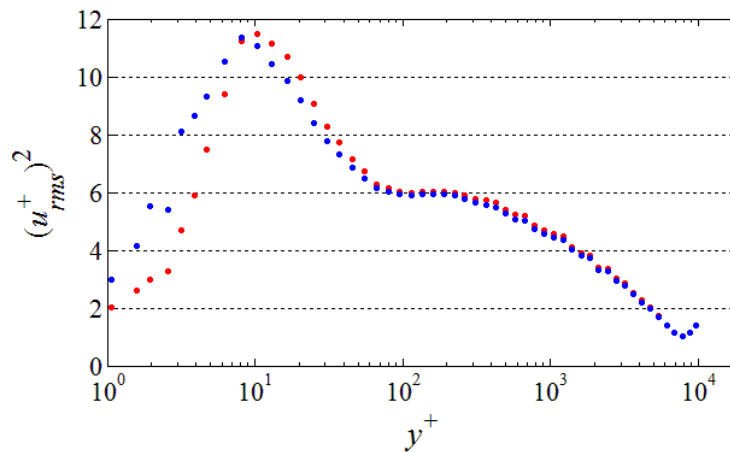


図 2-9 粒子速度補正結果 (変動速度の標準偏差 ($Re_\tau=7970$)). ● : 単純平均値, ● : 粒子速度による補正結果.

る. このことから, LDV での流速測定精度が高いことがわかる. 本計測では壁面近傍の流速変化の大きい領域を細かく測定しているため, 流速分布を積分して得られる流量と参照流量とが良好に一致したと考えられる.

2.5.3. 時間平均統計量補正結果

2.4.1 項で述べた時間平均統計量の補正結果についてまとめる. 図 2-8 に内層変数で無次元化した平均速度分布 ($Re_\tau=7970$) の補正前と補正後のプロットを示す. 補正法からも明らかのように, LDV ではトレーサ粒子の速度が大きければ大きいほど侵入頻度が増す. そ

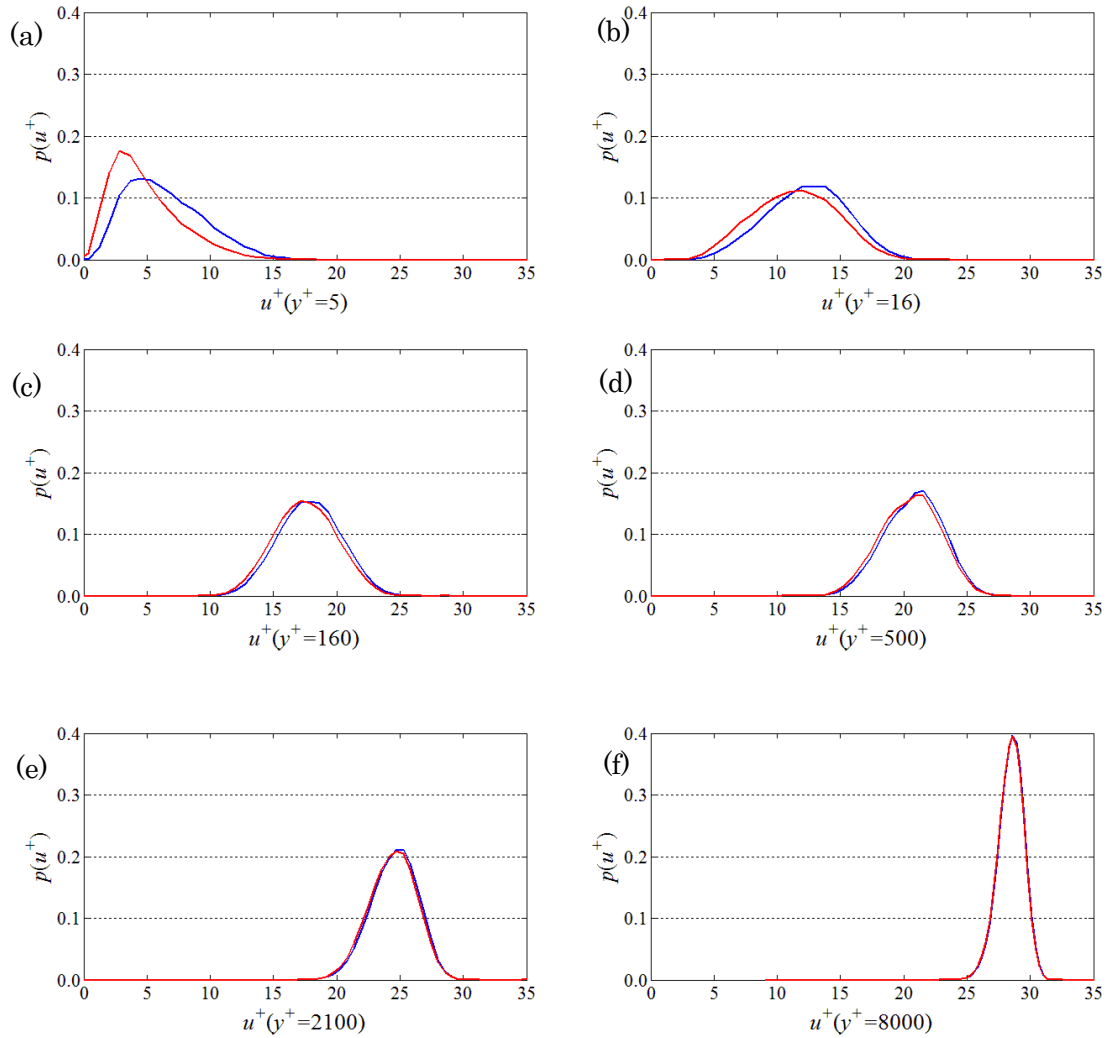


図 2-10 粒子速度補正結果（確率密度関数 ($Re_\tau=7970$))（青色：補正前，赤色：補正後）.
 (a) $y^+=5$, (b) $y^+=16$, (c) $y^+=160$, (d) $y^+=500$, (e) $y^+=2100$, (f) $y^+=8000$.

のため，単純平均した結果は，補正結果よりも大きな流速値を示す．また，図 2-9 には内層変数で無次元化した乱流強度分布を示す． $y^+ \geq 10$ の範囲では補正後の分布は補正前よりも大きな値をとり， $y^+ < 10$ の範囲では補正前の分布が大きな値をとることがわかる．これに伴い，壁面近傍のピーク位置にも違いが生じた．これは，壁面近傍 ($y^+ < 10$) では流速値が非常に低く，トレーサ粒子の侵入頻度に伴う補正の影響が大きくなることに起因する．

2.4.1 項で示したように，トレーサ粒子の侵入頻度に基づく補正は，すべてのモーメントを含む確率密度関数に対しても適用される．図 2-10 に代表的な壁からの位置 ($y^+=5$, $y^+=16$, $y^+=160$, $y^+=500$, $y^+=2100$, $y^+=8000$) における確率密度関数を示す．青色が補正前，赤色が補正後である．上述したように，流速の小さな粒子の侵入頻度ほど補正量が大きくなるため，補正後の確率密度関数の最頻値は低流速側にシフトし，壁近くほど大きく変化する結果となった．補正の影響は，レイノルズ数によらずに同一の傾向が得られた．

2.5.4. 空間座標補正結果

(1) ガラス管部分における屈折の補正結果

補正結果の検証実験時の計測位置を図 2-11 に示す。青、緑、赤のプロットはそれぞれ計測軸が鉛直に対して約 7.5 度、15.5 度、22.5 度傾斜している。ガラス管部分における屈折の補正結果を図 2-12 に示す。上段、中段、下段の図はそれぞれ計測軸が鉛直に対して 7.5 度、15.5 度、22.5 度傾いた座標での計測結果を表し、左側は補正前、右側は補正後の平均速度分布を表す。図中の赤色のプロットは図 2-11 における下半分の計測値、青色のプロットは上半分のプロットを示しており、中心位置で折り返してプロットしてある。図中の実線および破線は、粘性法則 ($U^+=y^+$) および対数則 ($U^+=1/\kappa \cdot \log y^+ + B$, $\kappa=0.41$, $B=5.0$) を表す。すべての傾斜角に対して、補正前のプロットはまったく一致しない。一方で、補正後のプロットでは測定部の下半分と上半分における分布が良好に一致する結果となった。以上のことから、ガラス管部分における屈折の影響、すなわちレーザーの焦点位置の算出は、適切に行われたと判断される。

(2) 計測体積と管壁との干渉の補正結果

図 2-13 に $Re_\tau=14400$ の平均速度分布の壁面近傍を拡大したプロットを示す。図中の・印は測定体積と壁面との干渉を考慮しない結果、○印は補正した結果である。図から明らかなように、壁面のごく近傍では測定体積が壁面に干渉することで、計測位置はレーザーの焦点位置からずれ、粘性底層を記述する実線 ($U^+=y^+$) に対して過大評価する。一方、補正後の分布では粘性底層を記述する曲線に滑らかに接続しており、補正が適切に行われたと判断できる。

2.5.5. 計測時のサンプル数

LDV では、トレーサ粒子が計測体積に侵入した時のみ流速値が得られるため、計測ごとにサンプル数が異なる。計測したい時の流速情報を逐一取得可能な熱線計測とは異なり、限

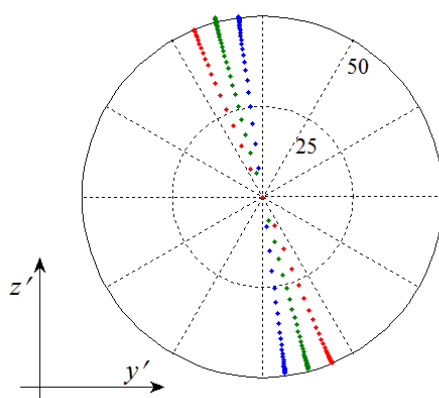


図 2-11 対角計測時の測定点 (青色 : 7.5 度, 緑色 : 15.5 度, 赤色 : 22.5 度)

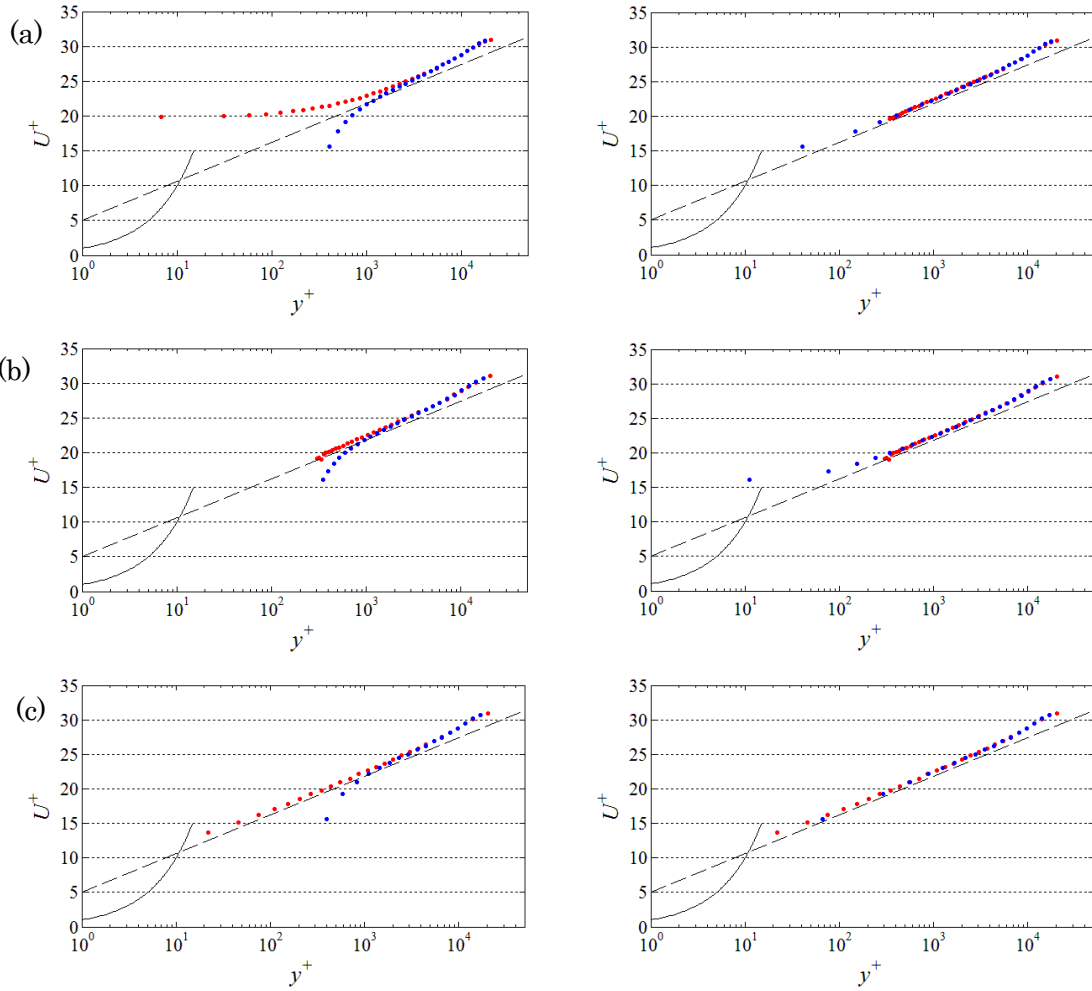


図 2-12 対角計測における屈折の補正結果 (左側：補正前，右側：補正後)．傾斜角 (a) 7.5 度，(b) 15.5 度，(c) 22.5 度，●：円管中心から手前側，●：円管中心から奥側，実線： $U^+=y^+$ ，破線：対数則 ($\kappa=0.41$, $B=5.0$)．

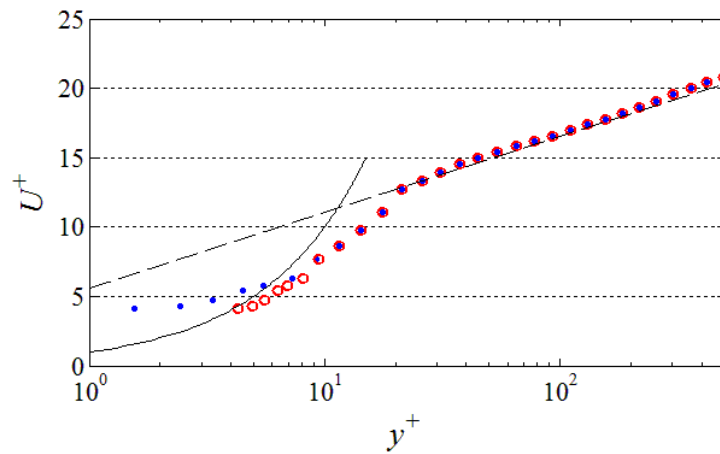


図 2-13 管壁との干渉の補正結果 ($Re_\tau=14400$)．●：補正前，○：補正後，実線： $U^+=y^+$ ，破線：対数則 ($\kappa=0.41$, $B=5.0$)．

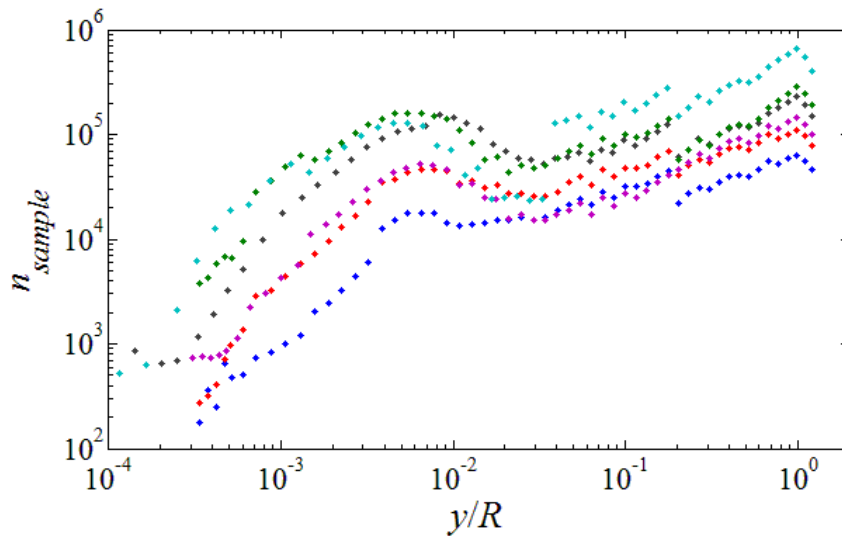


図 2-14 計測条件ごとのサンプル数. 青色 : $Re_\tau=1010$, 赤色 : $Re_\tau=2150$, 紫色 : $Re_\tau=3390$, 黒色 : $Re_\tau=6030$, 緑色 : $Re_\tau=10800$, 水色 : $Re_\tau=20700$.

られた計測時間内に得られるサンプル数に限りがあり，統計量に影響を及ぼすことが懸念される．すなわち，LDV における計測データの信頼性の指標の一つとして，サンプル数を把握する必要がある．そこで，各計測におけるサンプル数を図 2-14 に示す．

LDV 計測では，一般的には流速値が上昇するほど，計測体積へのトレーサ粒子の侵入頻度が増加するため，レイノルズ数が増加するにつれてサンプル数が増加する． $y/R > 0.2$ においてサンプル数の大きな減少が確認されるが，外層領域ではデータレートが高いため計測時間を一律に 1 分間に設定したためである．サンプル数の壁面からの距離に対する傾向は，いずれのレイノルズ数においても定性的に等しい結果となった．これは，計測座標に依存して粒子の検出頻度がほぼ確定されていると判断できる．本実験における計測では，壁面近傍を除いておおむね 1 万点以上のサンプル数が確保されており，統計的に十分なデータが取得できたと判断される．

2.6. 流速分布計測結果

2.6.1. 平均流速値

外層変数で無次元化した平均流速と壁からの距離の線形プロットを図 2-14 に示す．図中の色分けされたプロットはレイノルズ数の違いを表し，プロットが右下に行くほどレイノルズ数が高くなる．レイノルズ数が増加するにつれ，壁面近くの流速が中心流速に対して相対的に上昇することがわかる．また，流速はいずれも滑らかな分布を示し，レイノルズ数に対する流速の変化傾向が適切に現れる結果となった．

壁乱流で最も注目される特徴の一つである壁法則を視認しやすい，摩擦速度で無次元化

した壁からの距離と平均流速値の対数-線形プロットを図 2-16 に示す。図中の実線および破線は、粘性法則 ($U^+=y^+$) および対数則 ($\kappa=0.41, B=5.0$) をそれぞれ表す。いずれの分布も壁面近く ($y^+ < 200$) においては、粘性底層および対数則と良好な一致を示す。また、レイノルズ数が増加するにつれて、平均速度分布における対数直線領域が拡大することが

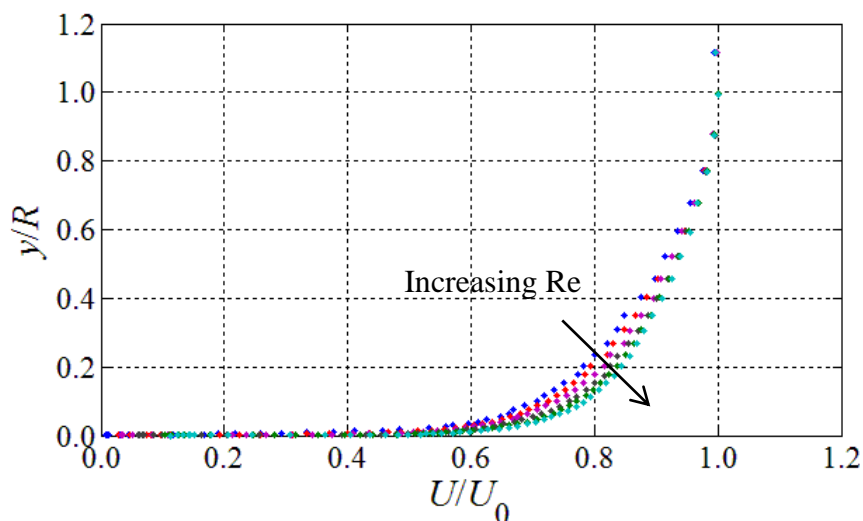


図 2-15 平均速度分布 (外層変数で無次元化). 青色 : $Re_\tau=1010$, 赤色 : $Re_\tau=2150$, 紫色 : $Re_\tau=3390$, 黒色 : $Re_\tau=6030$, 緑色 : $Re_\tau=10800$, 水色 : $Re_\tau=20700$.

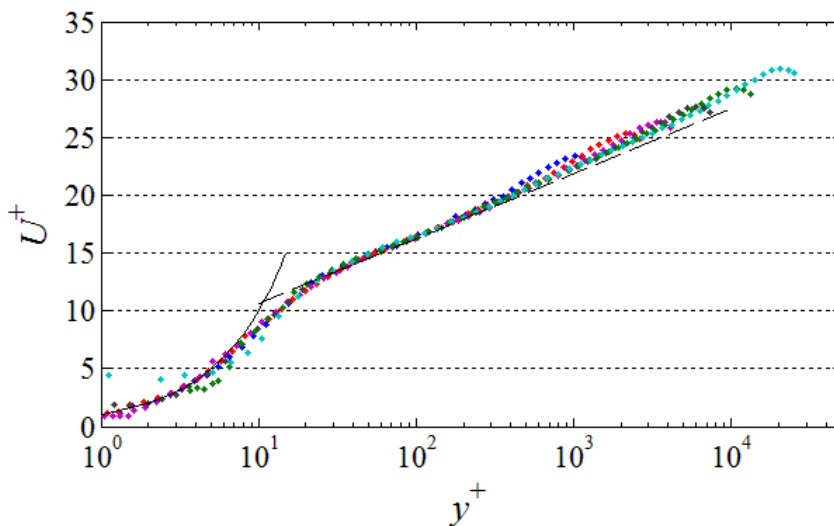


図 2-16 平均速度分布 (内層変数で無次元化). 青色 : $Re_\tau=1010$, 赤色 : $Re_\tau=2150$, 紫色 : $Re_\tau=3390$, 黒色 : $Re_\tau=6030$, 緑色 : $Re_\tau=10800$, 水色 : $Re_\tau=20700$, 実線 : $U^+=y^+$, 破線 : 対数則 ($\kappa=0.41, B=5.0$).

わかる。ここで、対数直線関係の勾配が図中の破線と異なるが、本章では計測結果の傾向を判断することが目的であるため、詳細な議論は行わない（第3章で詳述）。

2.6.2. 乱流強度

図 2-17 に内層変数で無次元化した乱流強度分布を示す。図中のプロットのレイノルズ数は図 2-16 の平均速度分布と共通である。レイノルズ数が増加するにつれて分布が外層領域に拡大することがわかる。また、 $y^+=15$ の壁面近傍におけるピーク値に注目すると、レイノルズ数とともに増加する傾向が確認される。ただし、LDV では空間分解能が悪化すると乱流強度を過大評価するため、図 2-17 における分布傾向からは、内層ピーク値のレイノルズ数依存性について正確な判断はできない。LDV における空間分解能の影響の考察は付録 A で行い、内層ピーク値のレイノルズ数依存性については第 4 章で議論する。

図 2-18 に壁からの距離を外層変数 R で無次元化した乱流強度分布を示す。ここで、 $y/R < 0.3$ の領域（図中の影領域）に注目すると、レイノルズ数の増加に伴って図中の黒色破線とほぼ同じ傾きを有する分布領域が拡大する。外層領域におけるスケールングがおおむね成立することが確認できた。詳細については 4 章でまとめ、偶数次の高次モーメントの結果もあわせて議論する。

以上のことから、本計測結果における乱流強度分布は空間分解能の影響を加味しなければならぬが、外層領域ではレイノルズ数の増加に伴う変化は、壁乱流において現れる典型的な分布傾向が確認された。このことから、本計測結果は円管乱流における乱流強度分布について詳細に議論することが可能と判断される。

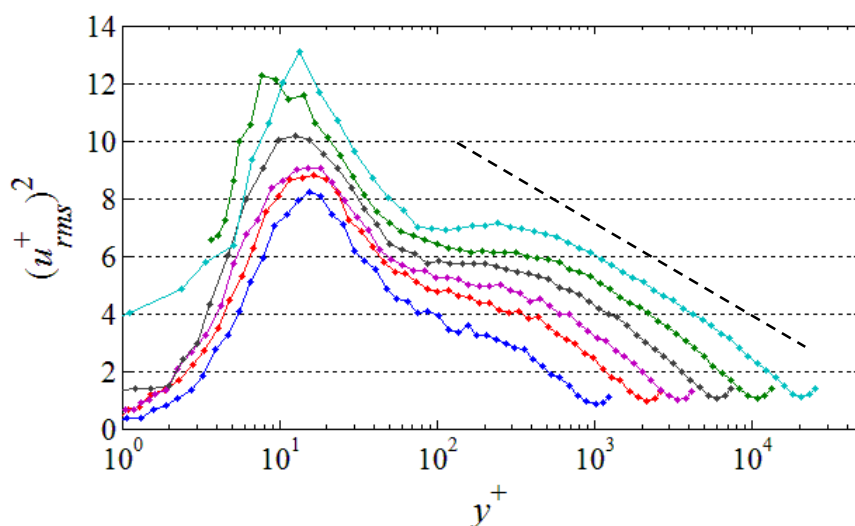


図 2-17 乱流強度分布（内層変数で無次元化）。青色： $Re_\tau=1010$ ，赤色： $Re_\tau=2150$ ，紫色： $Re_\tau=3390$ ，黒色： $Re_\tau=6030$ ，緑色： $Re_\tau=10800$ ，水色： $Re_\tau=20700$ ，破線：対数直線関係の例。

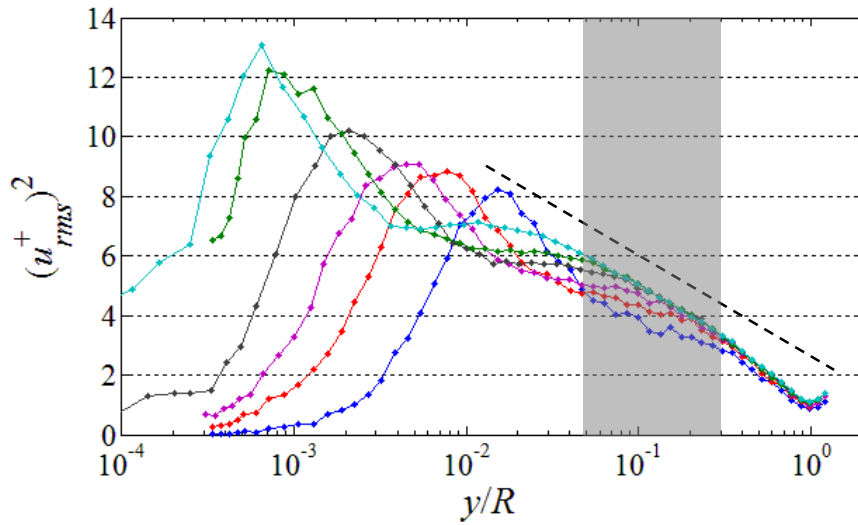


図 2-18 乱流強度分布 (横軸を外層変数で無次元化). 青色 : $Re_\tau=1010$, 赤色 : $Re_\tau=2150$, 紫色 : $Re_\tau=3390$, 黒色 : $Re_\tau=6030$, 緑色 : $Re_\tau=10800$, 水色 : $Re_\tau=20700$, 破線 : 対数直線関係の例.

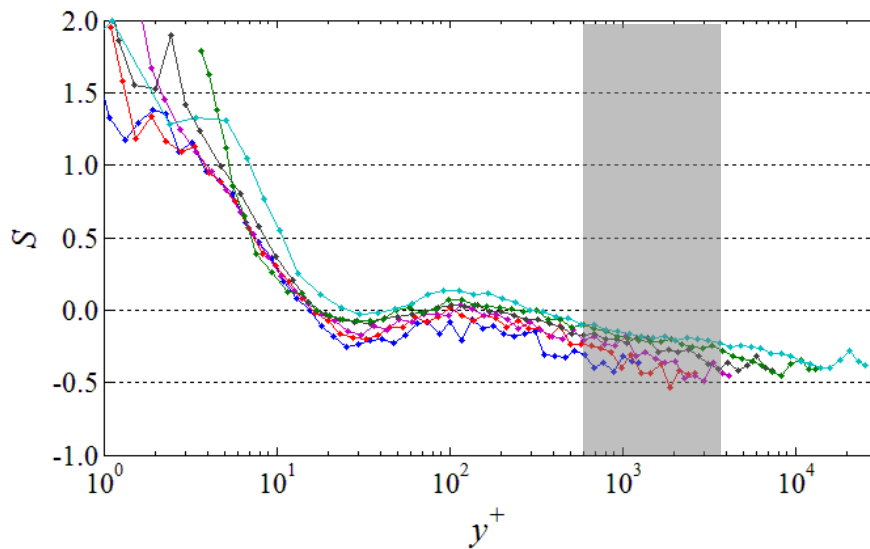


図 2-19 歪度のレイノルズ数依存性. 青色 : $Re_\tau=1010$, 赤色 : $Re_\tau=2150$, 紫色 : $Re_\tau=3390$, 黒色 : $Re_\tau=6030$, 緑色 : $Re_\tau=10800$, 水色 : $Re_\tau=20700$.

2.6.3. 歪度と尖度

図 2-19 および 2-20 に, 本計測結果における歪度と尖度 (式 (2-7) における $n=3$ および 4 を u_{rms} で無次元化した値) のプロット結果を示す. 横軸には内層変数で無次元化した壁からの距離を採用した. 図からわかるように, $y^+ < 100$ の内層領域では, すべての計測結果が

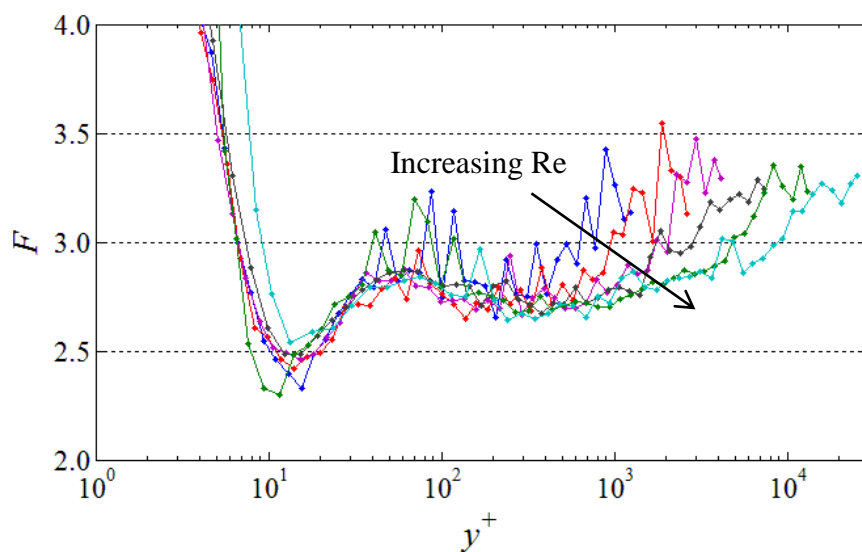


図 2-20 尖度のレイノルズ数依存性. 青色 : $Re_\tau=1010$, 赤色 : $Re_\tau=2150$, 紫色 : $Re_\tau=3390$, 黒色 : $Re_\tau=6030$, 緑色 : $Re_\tau=10800$, 水色 : $Re_\tau=20700$.

おおむね重なる傾向が確認される. ただし, 壁面近傍 ($y^+ < 5$) では, サンプル数が少ないことから, 統計量が十分に平均されず, ばらつきが大きくなる. 歪度と尖度は, 乱流強度の平方根である変動速度の標準偏差で無次元化されるため, 空間分解能の影響をおおむね無視することができる. これにより, 内層領域で良好にスケールリングされる結果が得られたと考えられる.

尖度分布はレイノルズ数が低い条件では, 計測時間及びサンプル数の影響によってばらつきが大きくなる傾向がみられる. レイノルズ数が高い条件においては, 歪度は $y^+ > 600$ から -0.2 程度の一定傾向を示す領域 (図中の影領域) が拡大することが確認される. 一方で, 尖度についてはレイノルズ数の増加に伴い, $y^+ > 100$ に位置する極小値が外層側に移動する. ある程度レイノルズ数が大きくなる ($Re_\tau > 6000$) と極小値は $y^+ = 400$ 程度で変化せず, それよりも外層側の分布がレイノルズ数に伴って延長される. これは, レイノルズ数がある程度大きくなると, 内層領域の高次統計量があまり変化しなくなることを意味する. 内層領域での一致や, レイノルズ数に伴う分布傾向の変化が確認できることから, 本計測結果は高次モーメントの議論が可能なデータと判断される. 詳細は第 4 章および第 6 章で議論する.

2.6.4. 直接数値計算結果との比較

図 2-21 に本計測結果における $Re_\tau=1010$ および $Re_\tau=2150$ での平均速度分布を●印および●印で示す. 図中の実線は粘性底層を表す $U^+=y^+$ を表し, 破線は $\kappa=0.41$, $B=5.0$ の対数則を表す. 赤色実線で El Khoury ら (El Khoury, et al., 2013) の $Re_\tau=1000$ における DNS の結果, 青色実線で Chin (Chin, 2011) の $Re_\tau=2000$ における DNS の結果を示す. 本計測結果は

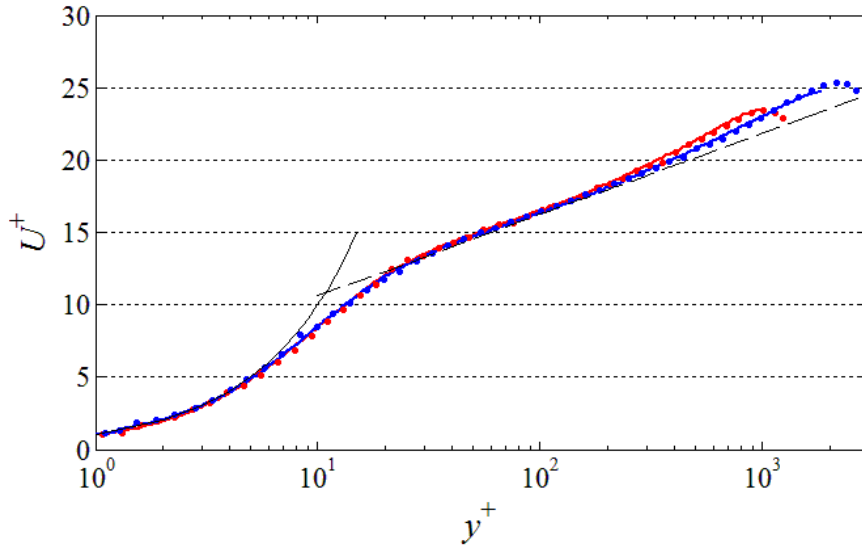


図 2-21 直接数値計算結果との比較 (平均速度). ● : 本計測結果 ($Re_\tau=1010$), ● : 本計測結果 ($Re_\tau=2150$), 赤色実線 : DNS 結果 ($Re_\tau=1000$, El Khoury, et al., 2013), 青色実線 : DNS 結果 ($Re_\tau=2000$, Chin, et al., 2014), 実線 : $U^+=y^+$, 破線 : 対数則 ($\kappa=0.41$, $B=5.0$).

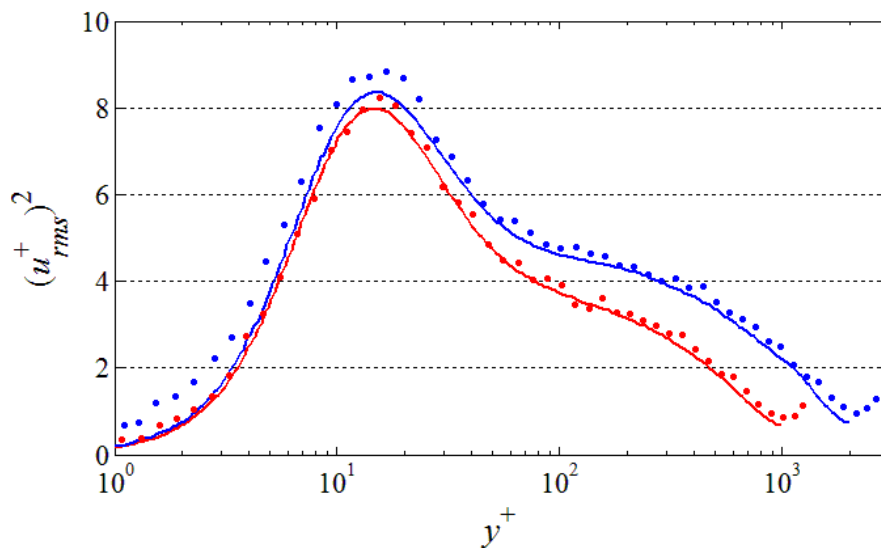


図 2-22 直接数値計算結果との比較 (乱流強度). ● : 本計測結果 ($Re_\tau=1010$), ● : 本計測結果 ($Re_\tau=2150$), 赤色実線 : DNS 結果 ($Re_\tau=1000$, El Khoury, et al., 2013), 青色実線 : DNS 結果 ($Re_\tau=2000$, Chin, 2011).

DNS の結果よりもレイノルズ数がわずかに大きいことから、後流域の分布傾向に差異が生じるが、粘性底層を含む内層領域では極めて良好な一致を示す。図 2-22 に乱流強度分布を示す。図中の記号は図 2-21 の平均速度分布と同様である。平均速度分布と同様に、壁面近傍から主流域にかけて、計測結果と DNS 結果の分布傾向は良好に一致する結果となった。

計測結果と直接数値計算結果との比較から、本計測は円管乱流の計測として乱流統計量の特徴を十分に議論可能と判断される。

2.7. まとめ

高レイノルズ数円管乱流における LDV 計測結果において以下の結論を得た。

- (1) 本計測における最大レイノルズ数 ($Re_r=20700$) 条件での流れ方向断面計測において、平均速度および変動速度の標準偏差の等高線図は同心円状の分布を示し、配管内の流速分布が偏りのない流れ場であることが確認された。配管内の壁面からの距離に対する流速分布計測結果を積分して得られる流量は、静的秤量法によって得られた参照流量値と計測誤差範囲内で一致したことから、流速測定精度が高いと判断された。
- (2) 円管中心を通り対角側までの管内流速分布を計測した結果は、ガラス管部における屈折の影響を補正することで、中心軸に対して対称な速度分布となり、空間座標系の補正が適切であることが確認された。計測体積の壁面との干渉を補正することで、壁面近傍における流速分布が粘性底層と滑らかに接続する分布が得られた。以上から、円管内の測定座標が適切に補正されていると判断された。
- (3) 平均速度、乱流強度、歪度および尖度といった基本的な統計量は、壁乱流における典型的なレイノルズ数依存性を示し、それぞれについてより詳細な議論が可能と判断された。直接数値計算結果と比較した結果、平均速度および乱流強度は壁面近傍から管中心まで極めて良好な一致を示した。

第3章 高レイノルズ数円管乱流における平均速度分布型

3.1. はじめに

壁乱流の平均速度分布では、オーバーラップという概念を用いて平均速度分布型の導出が行われてきた。一般的には、壁（内層）と主流（外層）の影響をともに受ける領域として、べき乗則（式 (3-1)）あるいは対数則（式 (3-2)）の成立が知られている。

$$U^+ = c(y^+)^\gamma \quad (3-1)$$

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \log(y^+) + B \quad (3-2)$$

ここで $U^+ = U/u_\tau$, $y^+ = u_\tau y/\nu$, u_τ は摩擦速度, ν は動粘性係数を表し, γ , c , κ , B はそれぞれべき乗則および対数則の係数である。Zagarola & Smits および McKeon らは円管乱流におけるオーバーラップ領域ではべき乗則および対数則がそれぞれ成立する領域があることを報告している。Nagib & Chauhan (Nagib and Chauhan, 2008) は境界層, チャンネルそして円管において成立する対数則の係数を評価する中で, Superpipe における計測データを用いている。理論的なアプローチとして, Afzal (Afzal, 2001) が提案しているべき乗則, Wosnik ら (Wosnik, et al., 2000) が示している対数則の係数の決定にも同様に Superpipe の実験データが用いられている。以上に示したように, 解析および理論で用いられる高レイノルズ数円管乱流の計測値は, Superpipe における実験データに依存している。壁乱流では流速分布の無次元化に摩擦速度を用いることから, 壁面せん断応力に関わる管摩擦係数 λ が重要なパラメータとなる。Zagarola & Smits は λ の測定も行っているが, λ の正確な算出には流量の計測が重要となる。しかしながら, 彼らの実験体系は高圧力条件下であるため, 汎用の流量計などでの流量計測が難しく, 計測された速度分布を積分することで流量を算出している。古市と寺尾 (古市, 寺尾, 2013) は産業技術総合研究所, 計量標準総合センター (以下, 産総研) における高レイノルズ数実流試験設備 (Hi-Reff) および実流試験設備 (中流量用) を用いて, 高精度な流量計測に基づいて管摩擦係数を算出したところ, 配管径 D と断面平均流速 U_b に基づくバルクレイノルズ数 ($Re_b = U_b D / \nu$) が $Re_b = 10^5$ 程度までは McKeon らの結果とほぼ同一の傾向を示すものの, それ以上のレイノルズ数になると McKeon らよりも小さな値をとり, Prandtl の式との差異の符号が逆となる結果を示す結果が得られた。これは, 産総研の円管乱流設備における流速分布が先行研究結果と異なる可能性を示唆する。

そこで本章では, 産総研の実流試験設備における LDV 計測結果を用いて, 円管乱流における平均速度分布型について詳細に調べることを目的としている。具体的には, 既存のスケーリング則を適用することで計測データの客観的な評価を行い, 本実験結果が従う速度分

布型を示す。高レイノルズ数円管乱流における平均速度分布型は、**Superpipe** のデータに基づいて示されたものしかない。そのため、本計測結果と先行研究結果とを対比させることで、円管乱流の平均速度分布型における普遍性として、何があるのかを明らかにする。さらに本計測結果を基に、理論的に導かれた既存の速度分布型の係数値を算出し、既存速度分布型の妥当性を確認する。

3.2. 解析方法

3.2.1. Fractional Difference

本実験で得られたデータと既存の速度分布型を比較するための評価方法に、**Fractional Difference** (以下、*FD* と略記) を用いる。*FD* はある速度分布型と実験値との差異を評価するために用いられる (Buschmann and Gad-el-Hak, 2003, Buschmann and God-el-Hak, 2007)。この手法における差異は、べき乗則については式 (3-3)、対数則については式 (3-4) に示す百分率の形をとり、速度分布型が一致する場合は $FD=0$ となる。

$$FD = \frac{\log(y_{\text{exp}}^+) - \log(U_{\text{exp}}^+ / c) / \gamma}{\log(y_{\text{exp}}^+)} \times 100 \quad (3-3)$$

$$FD = \frac{\log(y_{\text{exp}}^+) - \kappa(U_{\text{exp}}^+ - B)}{\log(y_{\text{exp}}^+)} \times 100 \quad (3-4)$$

ここで、式 (3-3)、(3-4) 中の係数値は、比較する速度分布型において各研究者により提案されている数値を用いる。下付きの **exp** は実験による計測値を表す。

3.2.2. 既存の平均速度分布型

本実験で得られた平均速度の計測結果をこれまでに提案されている速度分布型に適用する。まず、適用する速度分布型について簡単に示すとともに、比較する際に重要となる項目について述べる。内層速度分布型については **Barenblatt** のべき乗則 (Barenblatt, 1993)、**Afzal** のべき乗則 (Afzal, 2001)、**Wosnik** らの対数則 (Wosnik, et al., 2000)、**McKeon** らのべき乗則と対数則 (McKeon, et al., 2004) を適用する。以下にそれぞれの平均速度分布型について概要を示す。

(1) Barenblatt のべき乗則

Barenblatt はせん断流に対して次元解析に基づいて速度分布型を示した。主流方向速度の壁垂直方向勾配が、5つのパラメータ (壁からの距離、流体の密度、動粘度、壁面せん断応力、流れ場の大きさに基づく長さ) によって支配的に影響を受けるものとした。パラメータ

が 0 または無限大の極値をとるときに閾数値が有限の極値を有するという **complete similarity** の仮定では、平均速度分布として対数則が得られる。一方で同一条件において閾数値が有限の極値を持たないという **incomplete similarity** では、速度勾配が壁からの距離とレイノルズ数の関数で表され、べき乗則が得られる。また、導出の過程においてオーバーラップ領域という概念を含んでおらず、内層スケーリングのみに基づいている。さらに、べき乗則の曲線群が描く包絡線が対数則となることを示している。実験データの評価に用いるべき乗則の係数は、Nikuradse の実験データを解析した結果得られたレイノルズ数依存性の関係式 (3-5-a, b) を用いる。式中のレイノルズ数は Barenblatt によって明確に示されていないが、本論文では断面平均流速に基づくバルクレイノルズ数 Re_b とした。

$$\gamma = \frac{3}{2 \log(Re_b)}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{3}} \log(Re_b) + \frac{5}{2} \quad (3-5-a, b)$$

(2) Afzal のべき乗則

Afzal はべき乗則が壁法則と欠損則でそれぞれ成立するものとし、二つの速度分布型が滑らかに接続されるために両法則の勾配が等しくなることと、両法則の係数の比が一定となることを仮定することから係数のレイノルズ数依存性を求めた。Afzal のべき乗則は壁法則と欠損則でスケーリングされる領域が重なるオーバーラップ領域を対象としており、両法則が成立する範囲はレイノルズ数の増加に伴って拡大する。また、Afzal はべき乗則に基づく摩擦法則と対数則に基づく摩擦法則を組み合わせることでべき乗則の係数と対数則の係数を関連づけており、Afzal のべき乗則は対数則を含んだ広い領域で成立するものと考えられる。べき乗則の関係式は Barenblatt の提案した式 (3-5-a, b) と同じ形 (ただし、レイノルズ数の定義が異なる) をとる。本実験データの評価に用いる Afzal のべき乗則の係数については、Afzal ら (Afzal, et al., 2007) が McKeon (McKeon, 2003) の円管データを用いて求めた式 (3-6-a, b) を用いる。

$$\gamma = \frac{1.1}{\log(Re_\tau)}, \quad c = 0.85 \log(Re_\tau) + 2.6 \quad (3-6-a, b)$$

(3) Wosnik らの対数則

Wosnik らは、George & Castillo (George and Castillo, 1997) が乱流境界層で行ったレイノルズ方程式と Asymptotic Invariance Principle (AIP) を用いた理論的な解析を、チャンネルおよび円管流れに適用した。解析過程において、内層と外層のスケーリングが成り立つものとし、二つのスケーリングが成立するオーバーラップ領域を考えている。オーバーラップ領域において両スケーリング則の勾配が等しくなるものとし、結果としてその勾配が $1/\kappa$ となり、対数則が導かれた。Wosnik らの対数則において最も特徴的なのは、George & Castillo が乱流

境界層における議論で用いた, Mesolayer の概念を導入したことにある. それにより, 壁からの距離が式 (3-7) の $y^+ + a^+$ の形をとり, $a^+ = -8$ が報告された. この値は, Zagarola & Smits (Zagarola and Smits, 1998) の円管における実験データおよび Moser ら (Moser, et al., 1999) のチャンネルにおける DNS データなどを用いて求められている. この速度分布型は, Oberlack (Oberlack, 2001) がリー群の解析から求めた速度分布型と同一である. また, Wosnik らの対数則におけるカルマン定数は, レイノルズ数依存性を持つ式 (3-8) の形が提案されている. Wosnik らは Zagarola & Smits の円管データに式 (3-8) を適用して係数値を求め, 切片係数 B は 5.60 を報告した. 実験データとの比較には式 (3-7), (3-8) および $B=5.60$ を用いる. 式 (3-7) に対する FD は式 (3-9) で定義される.

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \log(y^+ + a^+) + B \quad (3-7)$$

$$\frac{1}{\kappa(\text{Re}_\tau)} - \frac{1}{0.447} = -\frac{0.441 \times (-0.668)}{[\log(\text{Re}_\tau)]^{(1+0.441)}} \quad (3-8)$$

$$FD = \frac{\log(y_{\text{exp}}^+ + a^+) - \kappa(U_{\text{exp}}^+ - B)}{\log(y_{\text{exp}}^+ + a^+)} \times 100 \quad (3-9)$$

(4) McKeon らのべき乗則と対数則

Zagarola & Smits (Zagarola and Smits, 1998) および McKeon ら (McKeon, et al., 2004) は平均速度分布においてべき乗則と対数則がそれぞれ成立する領域があると主張している. 壁に近い領域 ($50 < y^+ < 300$) においてべき乗則が, 壁から遠い領域 ($y^+ > 600$) においては対数則がそれぞれ成立し, それらの係数はレイノルズ数に依存しないことを実験データに基づき報告している. Zagarola & Smits および McKeon らはともにピトー管によって流速計測を行い, McKeon らは先行研究よりも空間分解能を向上させた計測を行った. そこで本計測データとの比較には, McKeon らによって示された係数を用いた. 係数値はそれぞれ, べき乗則が $\gamma=0.142$, $c=8.48$, 対数則が $\kappa=0.421$, $B=5.60$ となる.

3.2.3. 外層スケージング

(1) 速度欠損則

外層スケージングとしてもっとも一般的なものに速度欠損則が挙げられる. 速度欠損則は, 壁からの距離を外層スケールである R で無次元化し, 平均速度は中心速度 U_0 と平均速度 U の差を摩擦速度 u_τ で無次元化することで得られるスケージング則であり, 式 (3-10) で表される.

$$\frac{U_0 - U}{u_\tau} = f_o\left(\frac{y}{R}\right) \quad (3-10)$$

ここで f_o は外層速度分布型を表す関数を意味し、内層スケーリング時と同様にべき乗則や対数則が提案されてきている。

(2) Zagarola & Smits (ZS) スケーリング

ZS スケーリングは Zagarola & Smits によって提案された経験的なスケーリング則であり、平均速度の無次元化には摩擦速度ではなく、中心流速と断面平均流速の差を用いた式 (3-11) となる。

$$ZS = \frac{U_0 - U}{U_0 - U_b} = f_{ZS}\left(\frac{y}{R}\right) \quad (3-11)$$

ここで、 f_{ZS} は ZS スケーリングにおける分布型を表し、Zagarola & Smits は対数則の形を提案している。中心速度と断面平均速度の差は、壁面近傍での速度低下に起因するため、摩擦速度と同等の意味を持つと考えられる。Zagarola & Smits は、自らの実験データでは速度欠損則よりも、ZS スケーリングの方が良好な重なりを持つことを示した。

本実験は高レイノルズ数の円管乱流実験であるため、速度欠損則と ZS スケーリングを適用する。両者のスケーリングを比較することで、外層スケーリングに適切な速度スケールを検証する。

3.2.4. 対数則およびべき乗則の評価方法

既存のスケーリング則との比較を行うことに加えて、本実験結果で成立する対数則とべき乗則の係数を示す。本章ではレイノルズ数の条件ごとの評価は行わず、すべての条件における内層領域 ($y < 0.2R$) の平均速度分布をアンサンブル平均した結果を用いて評価を行う。ここで、内層領域に限定してアンサンブル平均する理由は、内層速度分布型が普遍的であると仮定することで、円管乱流における普遍的な速度分布型を議論するためである。また、内層領域の上限位置は、本計測結果での後流域よりも内層側になることを確認している。以下に対数則とべき乗則の係数を算出する方法を示す。

(1) べき乗則

- (a) べき乗則の定数の推定には、べき乗則における指標関数 Γ : 式 (3-12-a) を定義し、この関数が一定値を示す領域をべき乗則に従う領域とする。
- (b) その領域における指標関数の平均値をべき乗則におけるべき指数 γ とする。
- (c) 係数 c については、べき乗領域における指標関数 C : 式 (3-12-b) の平均値とする。

$$\Gamma = \frac{y^+}{U^+} \frac{dU^+}{dy^+}, \quad C = U^+(y^+)^{-\gamma} \quad (3-12-a, b)$$

(2) 対数則

- (a) 内層変数で無次元化された平均速度分布を用いて、指標関数 Ξ : 式 (3-13-a) を計算し、一定値を示す領域を対数則に従う領域と定義する。
- (b) 対数則に従う領域における指標関数の平均値の逆数をカルマン定数 κ とする。
- (c) 式 (3-13-b) で定義される Ψ を壁からの距離 y に対してプロットし、対数領域における平均値を切片定数 B とする。

$$\Xi = y^+ \frac{dU^+}{dy^+}, \quad \Psi = U^+ - \frac{1}{\kappa} \log(y^+) \quad (3-13-a, b)$$

ここで、式 (3-12-a), (3-13-a) における各微分項は任意の点における前後 2 点ずつを含む計 5 点を直線近似した際の傾きとした。そのため、対数則およびべき乗則の成立範囲の判定には、微分処理を含まない式 (3-12-b), (3-13-b) の指標関数を用いる。そのため、式 (3-12-a), (3-13-a) の一定領域よりも内層側と外層側にそれぞれ 2 計測点ずつ広がる。

(3) Wosnik らの対数則

壁面からの無次元距離に対する加算項 a^+ の決定には、対数やべき乗則の決定に用いた内層領域でアンサンブル平均された速度分布を用いる。Wosnik らの対数則の成立範囲は、Wosnik らが Zagarola & Smits のデータへの適用結果に基づけば、べき乗則の外層領域から対数領域にわたる領域となる。本解析ではそれらの領域において最小二乗近似することで a^+ を求める。

(4) 速度欠損則における対数則

内層変数で無次元化された平均速度における対数則と、速度欠損則における対数則は中心流速を介して結び付けられる。第 4 章においてこれらの関係を用いた考察を行うため、本章においても速度欠損則における対数則について詳細に調べる。

内層変数による無次元化と同様に、速度欠損則において成立する対数則の判定には、外層領域 ($y^+ > 300$) でアンサンブル平均した流速分布を用いる。また、アンサンブル平均に用いるレイノルズ数の条件は $Re_\tau > 6000$ の 5 条件とした。その理由は高レイノルズ数において、速度欠損則の重なりが良好になるためであり、その検証は後述する。

速度欠損則における対数則のカルマン定数は、オーバーラップの概念に基づけば内層変数での無次元化で得られる値と一致する。ただし、確認のために勾配についても指標関数を

定義する．対数則の勾配と切片に関する指標関数をそれぞれ式 (3-14-a) および (3-14-b) に定義する．二つの指標関数が一定傾向を示す領域を速度欠損則における対数則が成立する領域と定義する．

$$\Xi_o = \frac{d(U_o^+ - U^+)}{d(\log[y/R])}, \quad \Psi_o = U_o^+ - U^+ + \frac{1}{\kappa} \log(y/R) \quad (3-14-a, b)$$

3.3. 平均速度分布型の検証結果

3.3.1. 既存の平均速度分布型との比較

(1) Barenblatt のべき乗則

図 3-1 に Barenblatt のべき乗則と本実験データとの FD 分布を示す．高レイノルズ数条件 ($Re_\tau > 6000$) の $y^+ > 1000$ の外層領域では $FD=0.5$ の範囲 (図中の黒色破線) でおおむね一定傾向を示す．一方で低レイノルズ数条件では, $y^+ > 1000$ の範囲は後流域となることから一定傾向は示さず, 分布傾向が異なる．ただし, いずれのレイノルズ数においても図中の赤色破線に沿う分布傾向となることがわかる．これはべき乗則の係数が本計測分布に対して適切でないため, $FD=0$ で一定傾向を示さないものと判断される．

(2) Afzal のべき乗則

図 3-2 に Afzal のべき乗則と本計測データとの FD を示す．Barenblatt のべき乗則とは分布傾向が異なり, レイノルズ数の増加に伴って $FD=0$ からの差異が増加する．つまり, Afzal

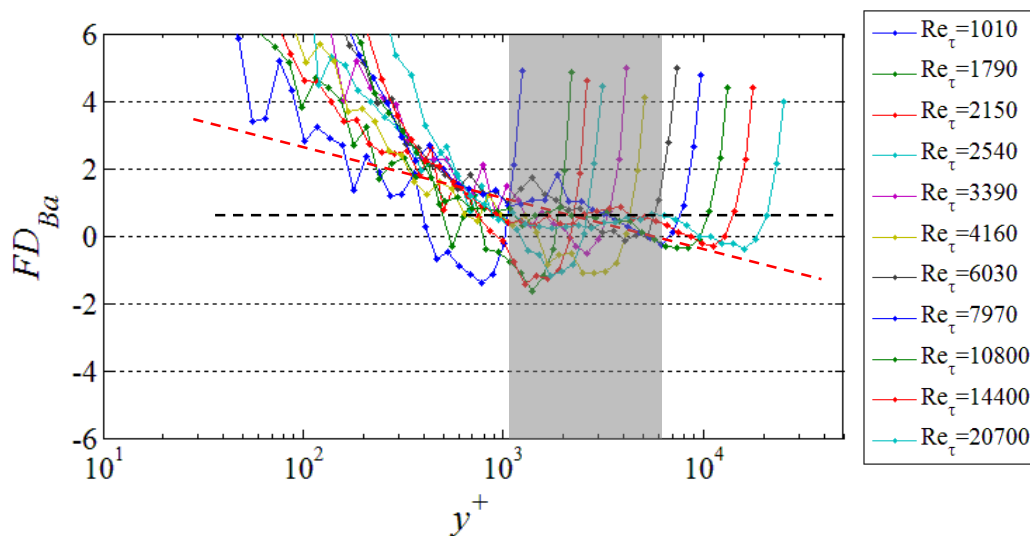


図 3-1 Barenblatt のべき乗則に対する FD

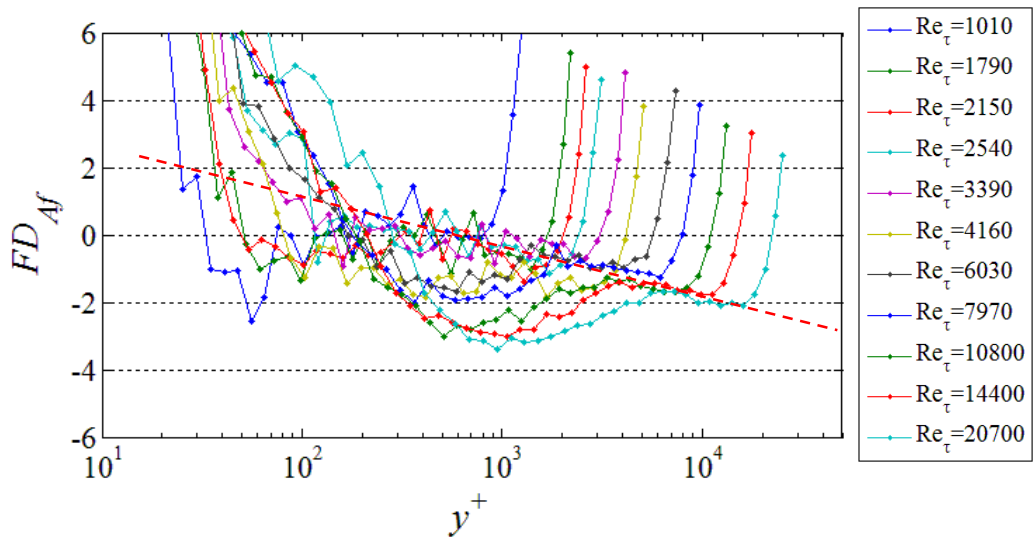


図 3-2 Afzal のべき乗則に対する FD

のべき乗則における係数のレイノルズ数依存性は、広範囲にわたるべき乗則として適していないと判断される。一方で各計測条件の後流域に注目すると、図中の赤色破線で表されるように一つの直線状に分布する傾向がある。これは Afzal のべき乗則のレイノルズ数依存性が、後流域の分布に対するべき乗則の記述に適していると判断される。

Barenblatt と Afzal のべき乗則は、どちらもレイノルズ数に対する式の形は同じであるが、 FD の分布傾向に違いが認められた。両者の違いはレイノルズ数の定義に起因しており、Barenblatt は断面平均流速に基づくバルクレイノルズ数、一方で Afzal は摩擦レイノルズ数を用いている。バルクレイノルズ数に基づくべき乗則に対する FD 分布が、オーバーラップ領域の広い範囲で 1 つの直線上に重なることから、オーバーラップ領域の広い範囲の記述には Barenblatt の係数式が適すると判断される。一方で、Afzal のべき乗則は後流域の速度分布をべき乗則で記述する場合に、良好なレイノルズ数依存性を示すと判断される。オーバーラップ領域の広範囲におけるべき乗則の適用および、レイノルズ数の関数としての係数値の議論は 3.3.3 項で行う。

(3) Wosnik らの対数則

図 3-3 に本実験結果と Wosnik らの対数則とを比較した FD 値の分布を示す。Wosnik らの対数則とは明らかに一致しないことがわかる。ただし、すべてのレイノルズ数においてほぼ一つの直線となる領域 ($y^+ > 200$, 図中の影領域) が確認される。このことから Wosnik らの示した対数則の係数とは異なり、本実験データが従う対数則の定数 (κ および B) が存在することが推測される。しかし、式 (3-7) における a^+ の効果を図 3-3 から判断することは極めて難しい。そこで、式 (3-7) の適用については、3.3.3.(3) で再吟味する。

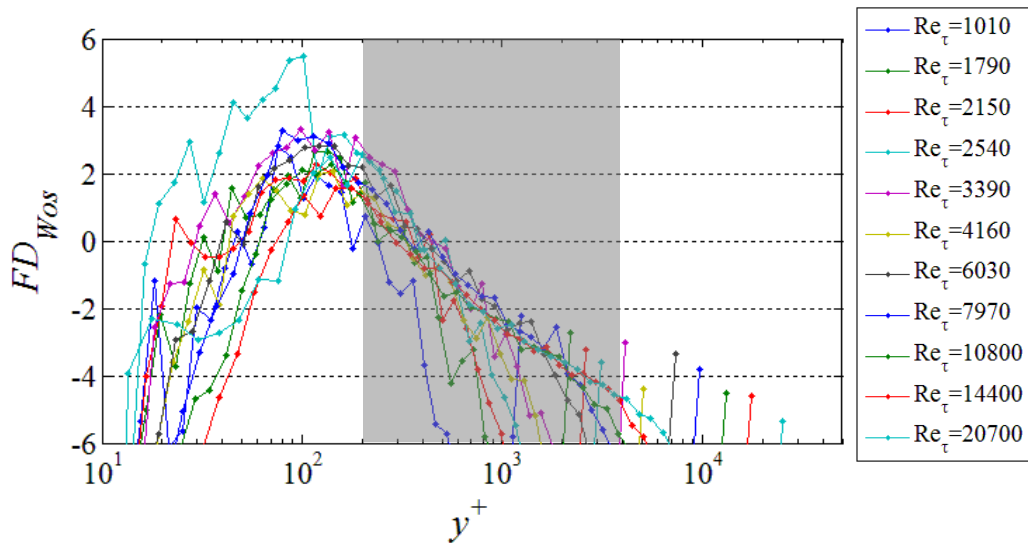


図 3-3 Wosnik らの対数則に対する FD

(4) McKeon らのべき乗則と対数則

図 3-4 および図 3-5 に McKeon らのべき乗則および対数則と実験結果とを比較した FD 値のプロットを示す。図 3-4 のべき乗則に対する FD のプロットを見ると、 $0 < FD < -2$ の範囲（図中の影領域）で一定値をとる傾向がある。これは本計測結果が満たすべき乗則の定数が、McKeon らのべき乗則の定数とは一致しないものの、McKeon らが示したべき乗則の成立する範囲 ($50 < y^+ < 300$) とほぼ一致している。これは、本実験結果において成立するべき乗則の適切な係数値 (γ および c) が存在し、べき乗則の成立範囲が McKeon らと整合する可能性があるかと推測される。

一方、対数則に対する FD を示した図 3-5 を見ると、本計測結果は McKeon らの対数則とは異なる傾向にある。ただし、分布がほぼ一つの直線（図中の影領域）となる領域が確認される。さらに、良好な直線に重なる領域はおおよそ $y^+ > 600$ であり、McKeon らの示した対数則が成立する領域とほぼ一致する。

以上の結果から、本実験結果は既存の平均速度分布型として提案されているいずれの係数値でも良好に記述できないと判断される。これは、既存の速度分布型が、Zagarola & Smits や McKeon らの計測データに基づいて係数値が決定されているためであり、本計測結果と先行研究結果における平均速度分布型が異なることを意味する。先行研究データとの直接の比較は 3.3.4.で行い、違いが現れる要因についても考察する。先行研究結果との直接比較する前に、本計測データにおける速度分布型を明らかにする必要がある。そこで 3.3.3 項において、本実験結果に対してべき乗則および対数則を適用し、それらの成立範囲と係数値について調べる。

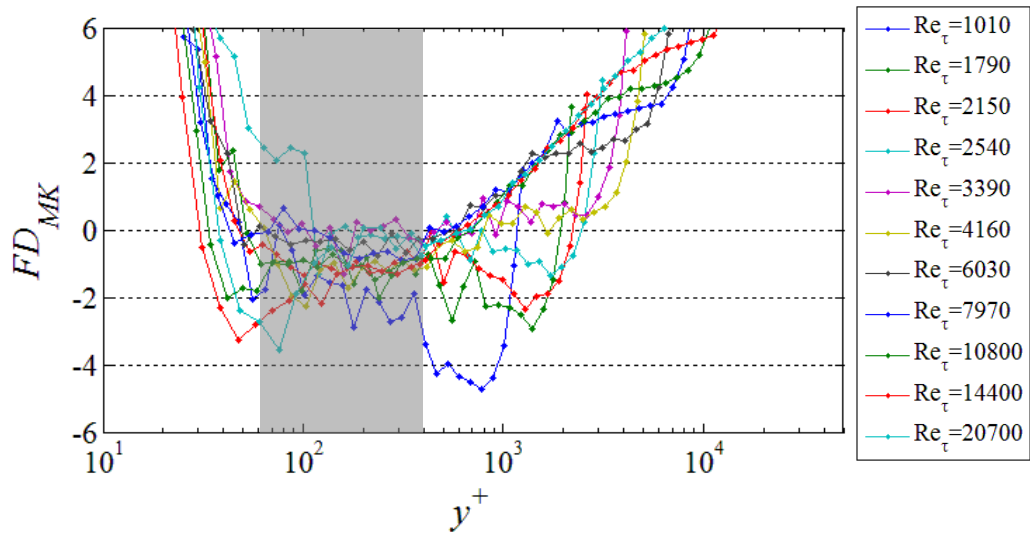


図 3-4 McKeon らのべき乗則に対する FD

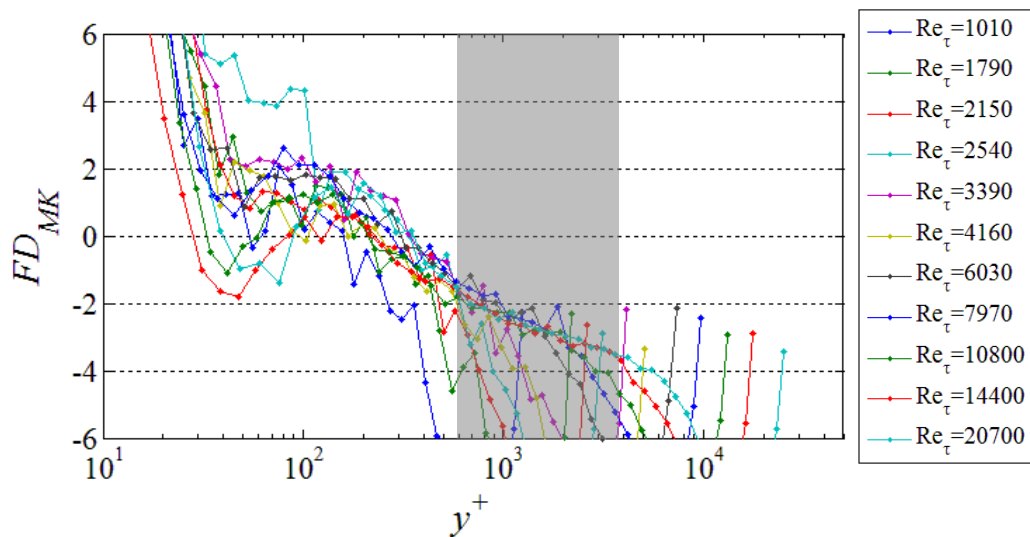


図 3-5 McKeon らの対数則に対する FD

3.3.2. 外層スケーリング

(1) 速度欠損則

図 3-6 に速度欠損分布を示す。レイノルズ数によらず、一つの曲線としてプロットされるように見える。しかしながら、図中の $y/R < 0.3$ (影領域) に注目すると、低レイノルズ数 ($Re_\tau < 6000$) の分布の差異が確認される。これは、外層スケーリングに適する速度スケールがレイノルズ数によって変化する可能性を示唆している。レイノルズ数の違いによる速度欠損則の成立については 3.3.3.(4) で詳述する。

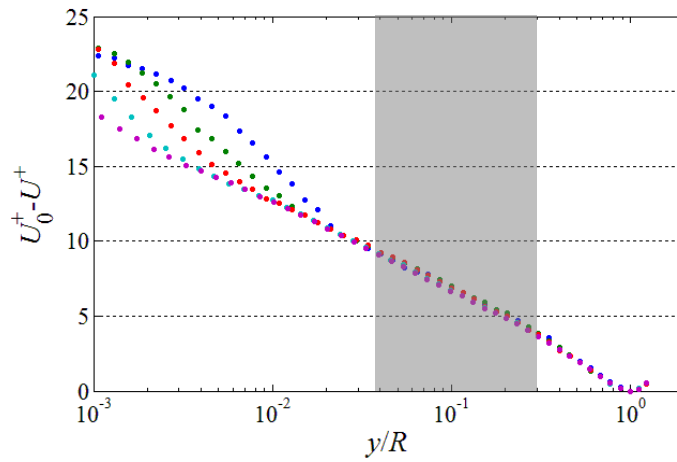


図 3-6 速度欠損分布. 青色 : $Re_\tau=1010$, 緑色 : $Re_\tau=2150$, 赤色 : $Re_\tau=4160$, 水色 : $Re_\tau=7970$, 紫色 : $Re_\tau=14400$.

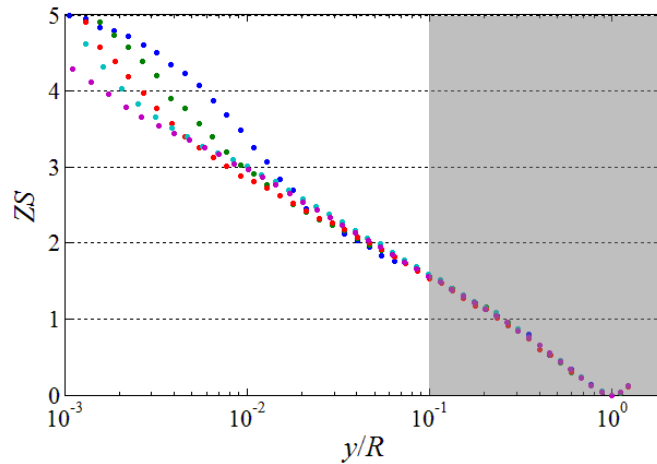


図 3-7 ZS スケーリング. 青色 : $Re_\tau=1010$, 緑色 : $Re_\tau=2150$, 赤色 : $Re_\tau=4160$, 水色 : $Re_\tau=7970$, 紫色 : $Re_\tau=14400$.

(2) ZS スケーリング

図 3-7 に ZS スケーリングの結果を示す. Zagalora & Smits によれば, 速度欠損則よりも ZS スケーリングの方が, 分布の重なり具合が良好であることが示されている. 外層領域 ($y/R > 0.1$) のみに着目すれば, 一つの分布に重なることがわかる. しかしながら, 内層領域を含む全体的な分布の重なり具合の観点からは, レイノルズ数が増加するにつれて分布間の差異が大きくなる.

内層と外層スケーリングのオーバーラップという観点から, 高いレイノルズ数で一つの

分布に重なる傾向を示す, 速度欠損則の方が外層スケーリングには適すると判断される. ただし, 後流域に限ったスケーリングとしては, ZS スケーリングの方が優れると判断される.

3.3.3. 速度分布型の適用

(1) べき乗則

図 3-8 にべき乗則の指標関数 Γ および C の分布を示す. 図中の○印が内層領域 ($y/R < 0.2$) でアンサンブル平均された速度分布に基づく指標関数を表し, 色違いの分布がレイノルズ

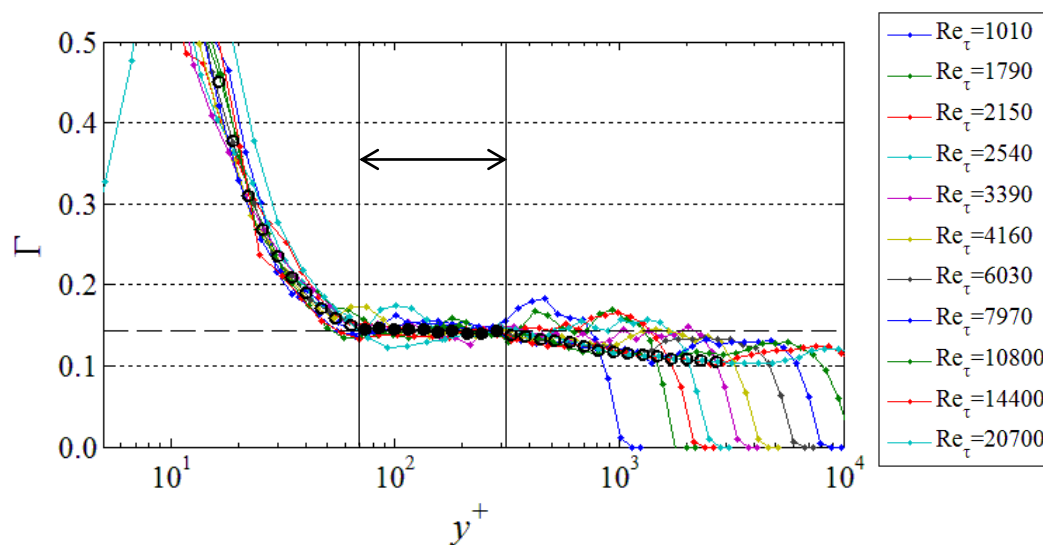


図 3-8 べき乗則における指標関数分布 (べき指数). ○: アンサンブル平均結果, ●: べき乗則に従う領域 (図中の矢印の範囲).

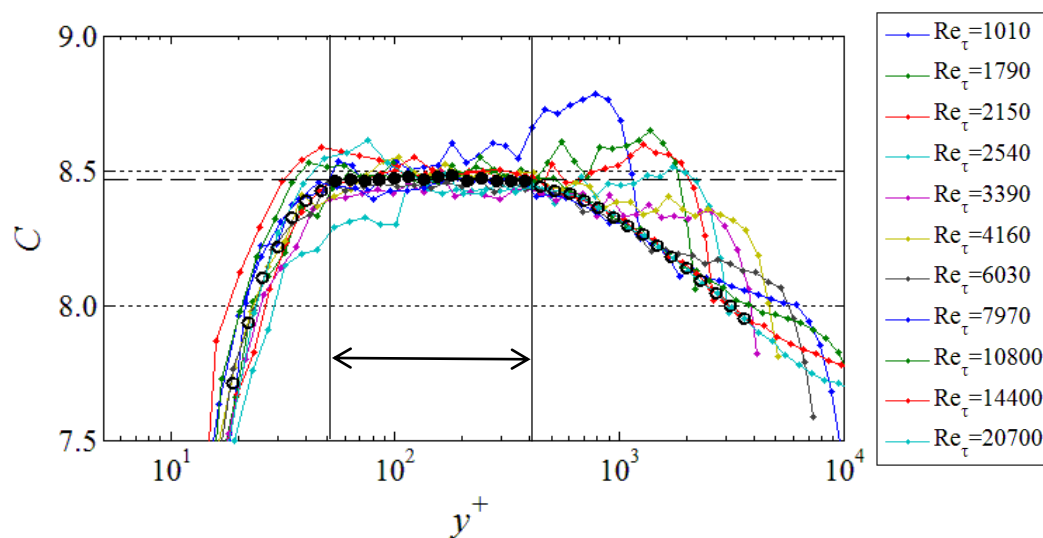


図 3-9 べき乗則における指標関数分布 (係数). ○: アンサンブル平均結果, ●: べき乗則に従う領域 (図中の矢印の範囲).

数毎の計測データを示す。●印で表される領域が、指標関数が一定となる領域（本研究では、一定値からの差異が単調に増加する傾向を示すまでの領域）であり、図中の破線はその領域での平均値を表す。●印のプロットと図中の破線は良好に一致しており平均値は $\gamma=0.145$, $c=8.41$ となった。べき乗則の定数に関して McKeon らは $\gamma=0.142$, $c=8.48$ を報告しており、ほぼ一致する結果といえる。本計測結果から得られたべき乗則は式 (3-15) で与えられ、その成立範囲は $50 < y^+ < 400$ と判断される。

$$U^+ = 8.41(y^+)^{0.145} \quad (3-15)$$

(2) 対数則

図 3-10 は対数則の指標関数 Ξ を示す。図中の●印は、 Ξ がおよそ一定値をとり対数則が成立すると判断される領域である。この領域の平均値の逆数をカルマン定数とすると、 $\kappa=0.383$ が得られる。さらにこの κ を用いて切片定数を見積もるため、式 (3-13-b) の Ψ 分布を図 3-11 に示す。図中の対数則を満たすと判断される領域で Ψ はほぼ一定値をとることがわかる。図 3-10 の指標関数の一定領域よりも Ψ の一定領域が広がっていることが確認されるが、これは指標関数の計算には微分を計算しているため、微分を行わない分布では前後 2 点ずつその領域は拡大する。この領域の平均値を切片定数とすると、その値は $B=4.38$ となった。McKeon らの報告した対数則の定数値は $\kappa=0.421$, $B=5.60$ であり、同一データを用いた Nagib & Chauhan (Nagib and Chauhan, 2008) の解析結果は、 $\kappa=0.41$, $B=5.0$ となることが示されている。つまり、本実験結果が満たす対数則の係数は先行研究とは異なる。本計測結果が満たす対数則は式 (3-16) で表され、その成立範囲は $y^+ > 600$ と判断される。

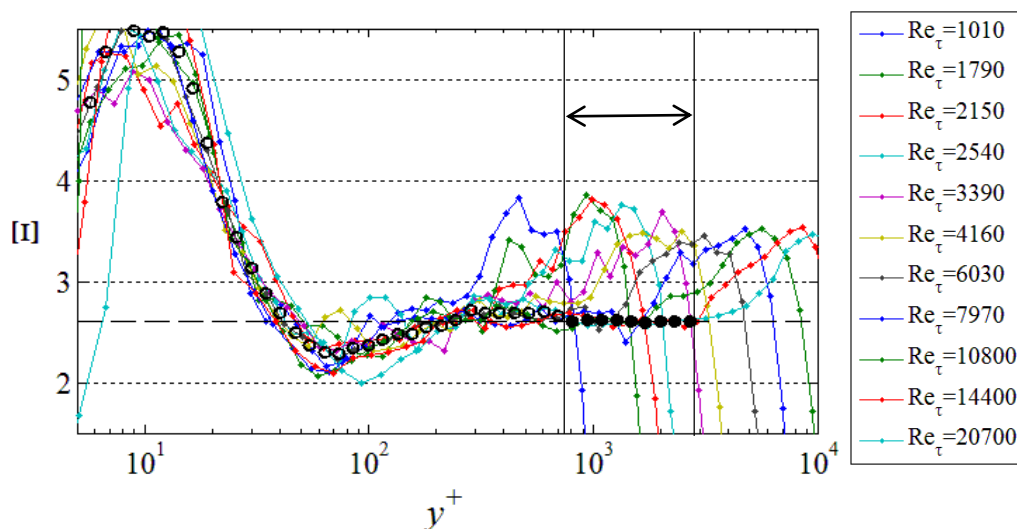


図 3-10 対数則における指標関数分布（勾配）。○：アンサンブル平均結果，●：対数則に従う領域（図中の矢印の範囲）。

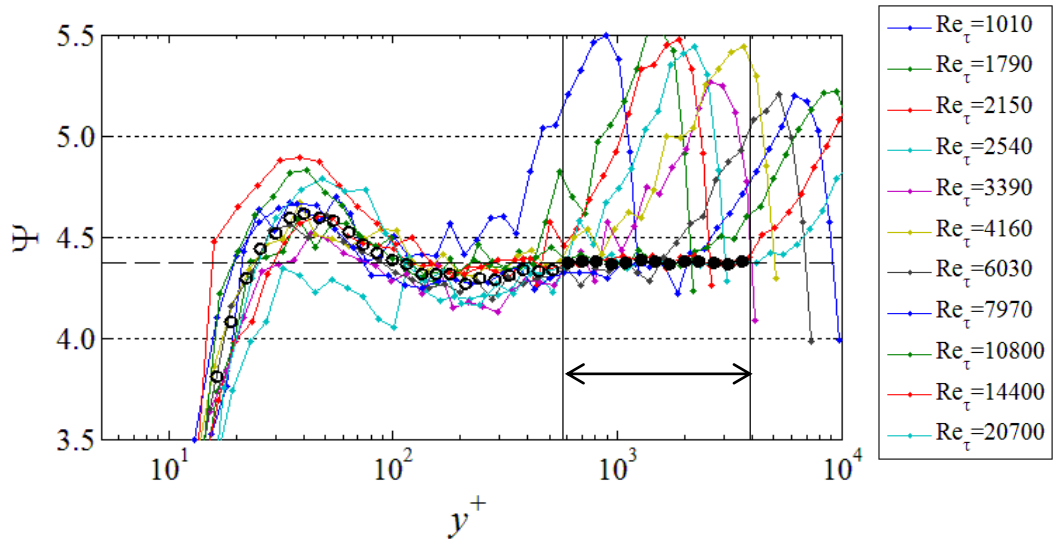


図 3-11 対数則における指標関数分布 (切片) . ○ : アンサンブル平均結果, ● : 対数則に従う領域 (図中の矢印の範囲) .

$$U^+ = \frac{1}{0.383} \log(y^+) + 4.38 \quad (3-16)$$

(3) Wosnik らの対数則

図 3-11 からわかるように, 本実験結果は対数領域の内層側でべき乗則が成立する関係上, 本計測結果の流速が対数則よりも小さくなる. これは, Wosnik らの示す Mesolayer が存在することと関連している. そこで本実験結果が満たす式 (3-7) における係数 a^+ を最小二乗法により算出した結果, $a^+ = -10$ を得た. これは Wosnik らの報告にある $a^+ = -8$ と近い結果である. 図 3-12 に Wosnik らの対数則における Ψ の分布を示す. 図中のプロットは(1)および(2)と同じく, ○印は内層領域でアンサンブル平均された分布である. 図中の●印は $a^+ = -10$ を満たす領域を示している. ここで対数則の定数は(2)で求めた値 $\kappa = 0.383$, $B = 4.38$ を用いた. 図 3-11 と図 3-12 を比べてわかるように, ●印の領域は Ψ が一定値を示すことがわかる. また, 個々のプロットを見てもわかるように, $y^+ > 200$ の領域でほぼ一定値を示す. 合わせて, $\kappa = 0.383$, $B = 4.38$, $a^+ = -10$ を用いた Wosnik らの対数則に対する FD のプロットを図 3-13 に示す. レイノルズ数が低い場合については $FD = 0$ からの差異が大きいものの, 高レイノルズ数域に関してはおおむね 0 の領域が広がることがわかる. 以上より, Wosnik らの対数則の形 ($a^+ = -10$) は, 通常対数則 ($a^+ = 0$) よりも内層側までの記述が可能となる. 本計測結果に基づくと, $y^+ > 200$ の範囲において式 (3-17) を得た.

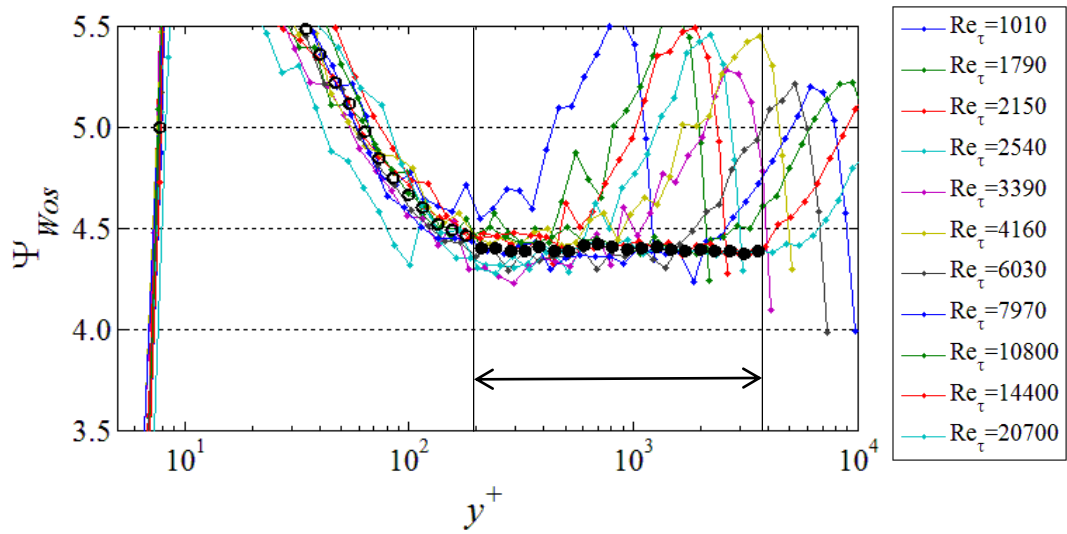


図 3-12 Wosnik らの対数則 ($a^+ = -10$) における指標関数分布 (切片) . ○ : アンサンブル平均結果, ● : Wosnik らの対数則に従う領域 (図中の矢印の範囲) .

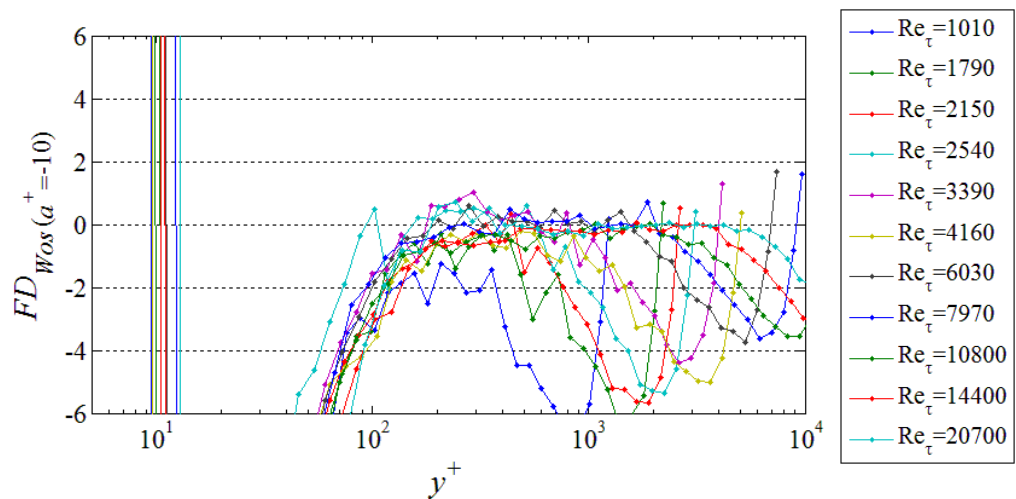


図 3-13 Wosnik らの対数則 ($a^+ = -10$) における FD

$$U^+ = \frac{1}{0.383} \log(y^+ - 10) + 4.38 \quad (3-17)$$

(4) 速度欠損則

本計測結果におけるオーバーラップ領域の外層側は対数則が適することから、速度欠損則において成立する対数則を求めることは価値がある。3.3.2 項で示したように、速度欠損則はレイノルズ数が増加することで分布の重なりが良好になる。そのため、速度欠損則にお

ける対数則の係数の算出には $Re_\tau > 6000$ の高レイノルズ数条件である 5 つの分布を用いる。図 3-14 に高レイノルズ数における速度欠損分布と、外層領域 ($y^+ > 300$) においてアンサンブル平均された速度欠損分布を示し、図中の○印がアンサンブル平均分布を示す。元のデータ同士の重なり具合が良好であるため、アンサンブル平均結果と元のデータの分布は良好に重なる。

図 3-15 に指標関数 Ξ_o の分布を示す。元データの指標関数 Ξ_o がそれぞれよく重なることが確認される。図中の●印は後に示す指標関数 Ψ_o の分布から決定される対数則の成立領域を表し、黒色破線は内層速度分布において得られたカルマン定数 ($\kappa=0.383$) の逆数の負の値を示す。図中の破線と勾配分布の一定領域が良好に一致することから、内層および外層の速度分布のいずれから、対数則のカルマン定数は共通の値が得られることがわかる。

対数則の切片係数を決定するために、図 3-16 に指標関数 Ψ_o の分布を示す。図中の●印は指標関数が一定傾向を示す領域を表し、黒色破線はその領域での平均値を表す。●印の分布と黒色破線が良好に一致することが確認でき、 $B_o=0.662$ を得た。図 3-17 には、低レイノルズ数条件における Ψ_o を示す。しかしながら、高レイノルズ数におけるアンサンブル平均結果に対して、明らかに異なる分布傾向を示す。これは、高レイノルズ数において明確に確認できる対数則が低レイノルズ数時には定義されないことを意味する。すなわち、円管乱流における対数則は $Re_\tau > 6000$ であれば適用可能であると判断される。本計測結果が満たす速度欠損則における対数則は $y/R < 0.25$ の範囲で式 (3-18) が得られた。

$$\frac{U_0 - U}{u_\tau} = -\frac{1}{0.383} \log(y/R) + 0.662 \quad (3-18)$$

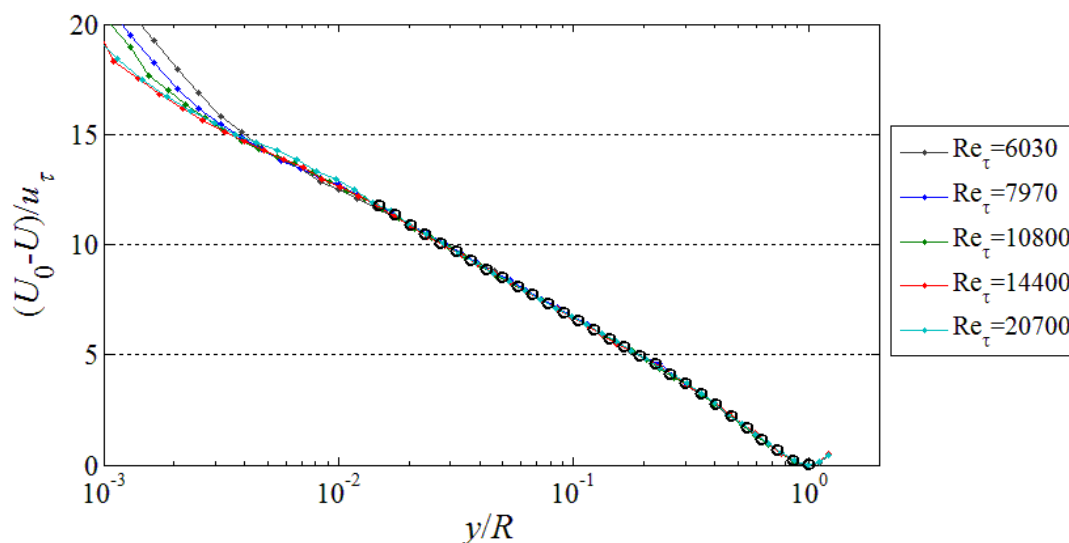


図 3-14 速度欠損分布 ($Re_\tau > 6000$) . ○ : アンサンブル平均結果.

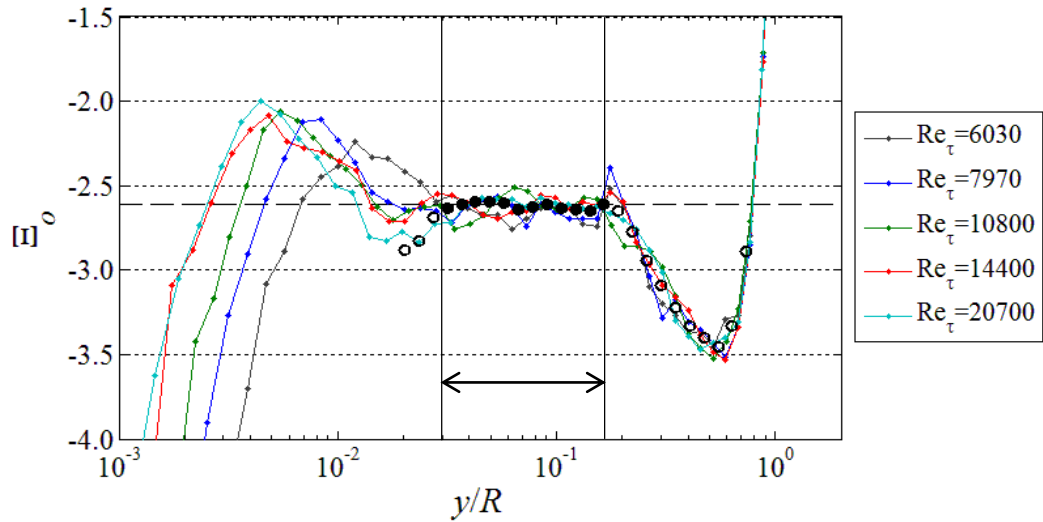


図 3-15 速度欠損分布の対数則における指標関数分布（勾配） ($Re_\tau > 6000$) . \circ : アンサンブル平均結果, \bullet : 対数則に従う領域 (図中の矢印の範囲), 破線 : 内層速度分布の対数則の勾配の負値.

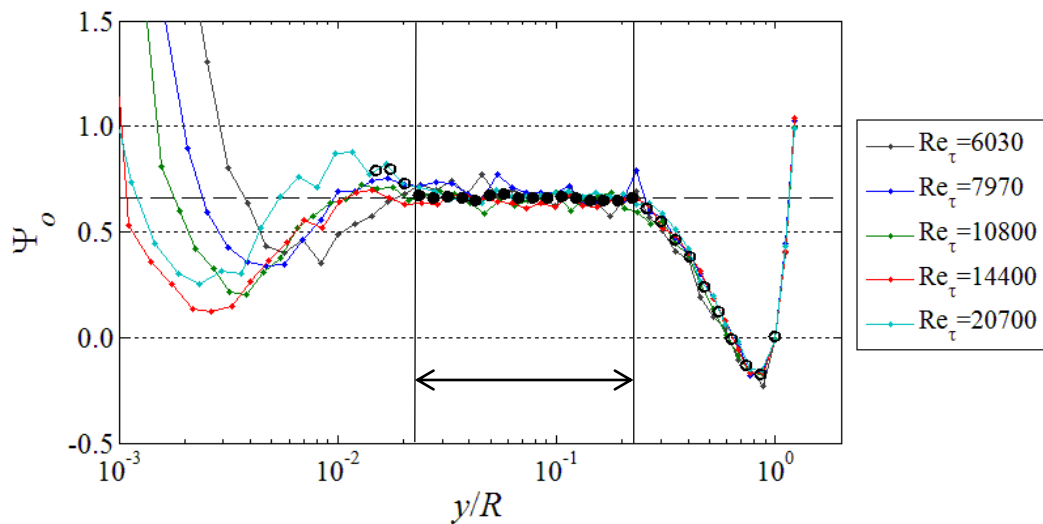


図 3-16 速度欠損分布の対数則における指標関数分布（切片） ($Re_\tau > 6000$) . \circ : アンサンブル平均結果, \bullet : 対数則に従う領域 (図中の矢印の範囲), 破線 : 対数則に従う領域における指標関数の平均値.

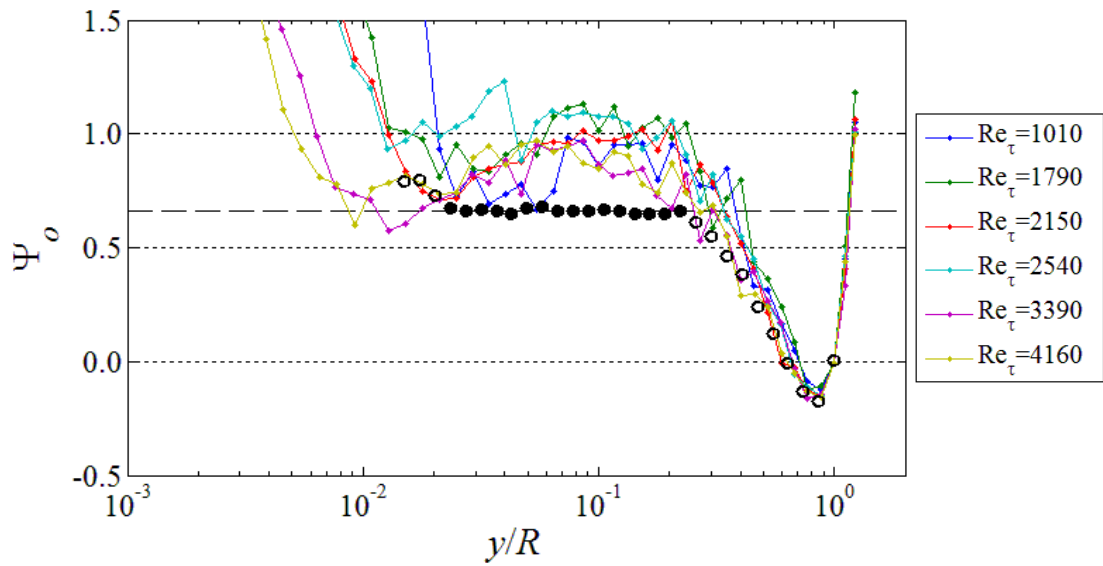


図 3-17 速度欠損分布の対数則における指標関数分布 (切片) ($Re_\tau < 6000$) . \circ : アンサンブル平均結果 ($Re_\tau > 6000$), \bullet : 対数則に従う領域 ($Re_\tau > 6000$), 破線 : 対数則に従う領域における指標関数の平均値 ($Re_\tau > 6000$) .

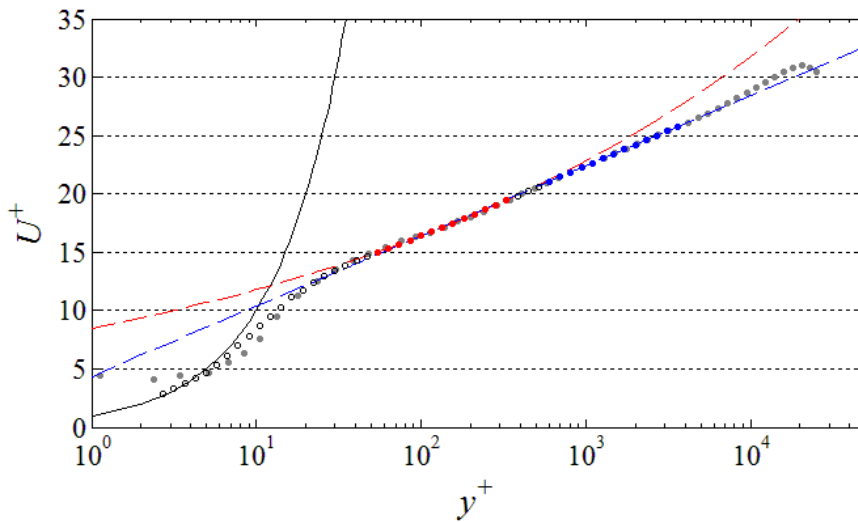


図 3-18 本計測結果の満たす平均速度分布型 . \bullet : $Re_\tau = 20700$ での計測値, \circ : 内層領域でのアンサンブル平均値, \bullet : べき乗則の成立域, \bullet : 対数則の成立域, 実線 : $U^+ = y^+$, 赤色破線 : べき乗則 ($\gamma = 0.145, c = 8.41$), 青色破線 : 対数則 ($\kappa = 0.383, B = 4.38$)

(5) 本計測結果の満たす平均速度分布型

本実験結果が満たす平均速度分布型についてまとめる。上述してきたように、オーバーラップ領域の大部分を記述する Barenblatt や Afzal のべき乗則は本実験結果との差異を評価した時、 $FD=0$ で一定となる傾向はみられなかった。一方で、Zagarola & Smits や McKeon らの示すようなオーバーラップ領域の内層側のべき乗則、外層側の対数則に対しては、 $FD=0$ を示さないものの、一つの分布型に重なる傾向が確認された。本計測結果から、オーバーラップ領域の平均速度分布型として、 $50 < y^+ < 400$ ではべき乗則を満たし、その外層領域 ($600 < y^+$) では対数則を満たす結果が得られた。べき乗則および対数則の係数はそれぞれ、 $\gamma=0.145$, $c=8.41$ および $\kappa=0.383$, $B=4.38$ が得られ、Wosnik らの式 (3-17) により $y^+ > 200$ の広い範囲を記述でき、 $a^+ = -10$ と見積もられた。図 3-18 に内層領域でアンサンブル平均した平均速度を○印、 $Re_\tau=20700$ における計測結果を●印でプロットした結果を示す。図中の実線は粘性底層、赤色破線はべき乗則 ($\gamma=0.145$, $c=8.41$)、青色破線は対数則 ($\kappa=0.383$, $B=4.38$) を表し、それぞれの破線の色に対応する●および●印は、べき乗則および対数則に従う領域を表す。

本計測結果では、先行研究 (Zagarola and Smits, 1998, McKeon, et al., 2004) で報告された平均速度分布との特徴として、内層側はべき乗則、外層側では対数則が成立する関係となった。このことから、高レイノルズ数円管乱流における平均速度分布型の普遍性は、べき乗則と対数則が共存する関係になることと判断される。内層と外層のオーバーラップという概念からは、一つのべき乗則あるいは対数則が導出されることを考慮すると、二つの分布型が共存する関係の背景には、より高次の統計量や乱流構造による影響があると推測される。

(6) 広範囲にわたるべき乗則

既存の速度分布型として挙げた Barenblatt や Afzal のべき乗則は、Zagarola & Smits (Zagarola and Smits, 1998) の計測データにおけるオーバーラップ領域の広い範囲に適用した結果である。そこで、本計測結果におけるオーバーラップ領域の広い範囲にべき乗則を適用し、本計測結果から得られるべき乗則の係数のレイノルズ数依存性を求める。また、オーバーラップ領域の広い範囲に対してべき乗則を適用することの妥当性についても検討する。

図 3-19(a)には、各レイノルズ数条件でのオーバーラップ領域の広い範囲 ($y^+=50$ に始まり、後流域まで) をべき乗則で近似した際の FD の分布を、(b)には項目(1)で決定したべき乗則 (式 (3-15)) に対する FD の分布を示す。図 3-19(b)では、適用したべき乗則の係数が $50 < y^+ < 300$ の範囲に対するフィッティングによって決定されたことから、同一範囲でほぼすべてのレイノルズ数のプロットが $FD=0$ で重なる分布傾向を示す。一方で図 3-19(a)では、レイノルズ数が低い場合には $FD=0$ 周辺でフラットな分布傾向を示すが、レイノルズ数が高くなるとその分布は $FD=0$ に対して交差するような傾向を示す。これは、項目(5)に示したように、本計測結果のオーバーラップ領域は、レイノルズ数が大きくなると外層側では対数則に従う領域が現れるため、べき乗則を広い範囲に適用するとオーバーラップ領域全体

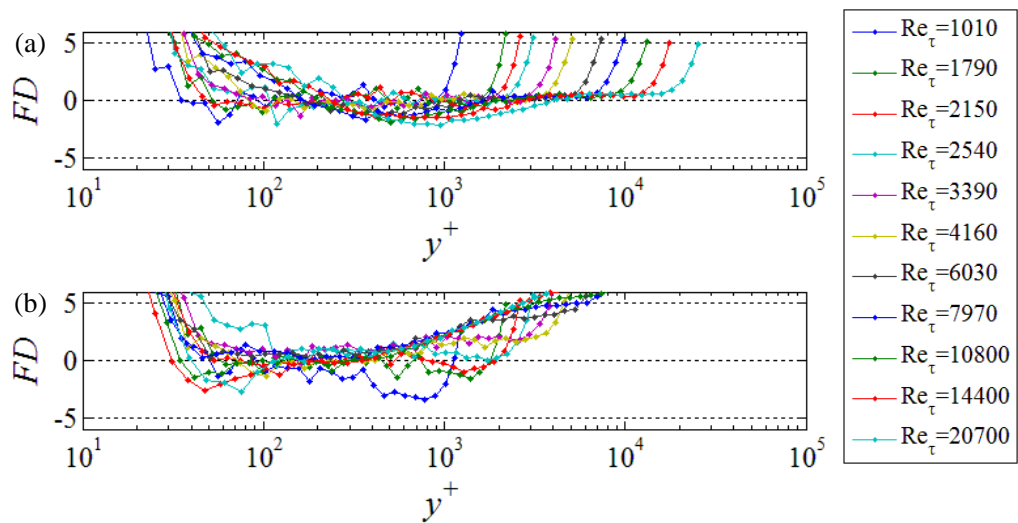


図 3-19 オーバーラップ領域全体および内層側にべき乗則を適用した際の FD . (a) オーバーラップ領域全体に適用, (b) 内層領域 ($50 < y^+ < 300$) に適用.

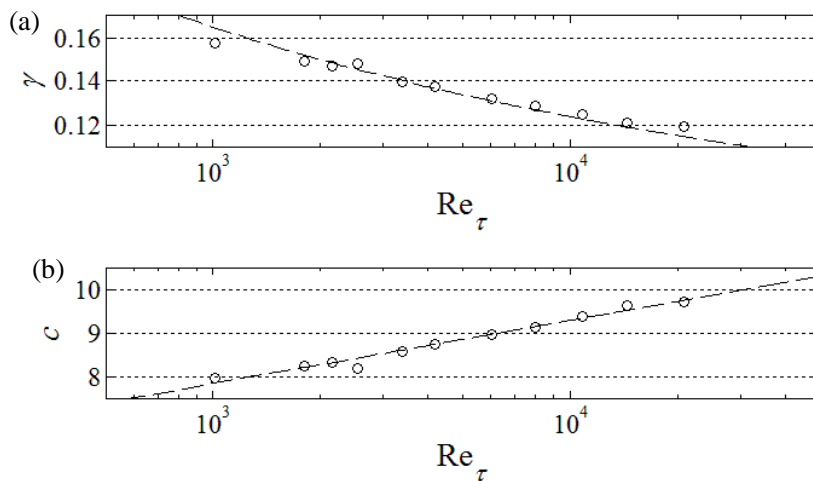


図 3-20 べき乗則の係数のレイノルズ数依存性 (摩擦レイノルズ数). (a) べき指標 γ , (b) 係数 c , 破線: 式 (3-19-a,b).

の分布がべき乗則に従わなくなると考えられる. つまり, 本計測結果に基づけば, 高レイノルズ数の円管乱流において, オーバーラップ領域の広い範囲を一つのべき乗則で記述することは適切でないと判断される. ただし, 大まかな速度分布の記述という観点からは, 広い範囲を一つの分布型で記述可能なべき乗則は有用なものと判断できる.

続いて, オーバーラップ領域の広い範囲に対してべき乗則を適用した際の係数値のレイノルズ数依存性について調べた. これは, Barenblatt と Afzal とで係数値のレイノルズ数依存性の式は同形であるが, そのレイノルズ数の定義が異なるため, 摩擦レイノルズ数とバル

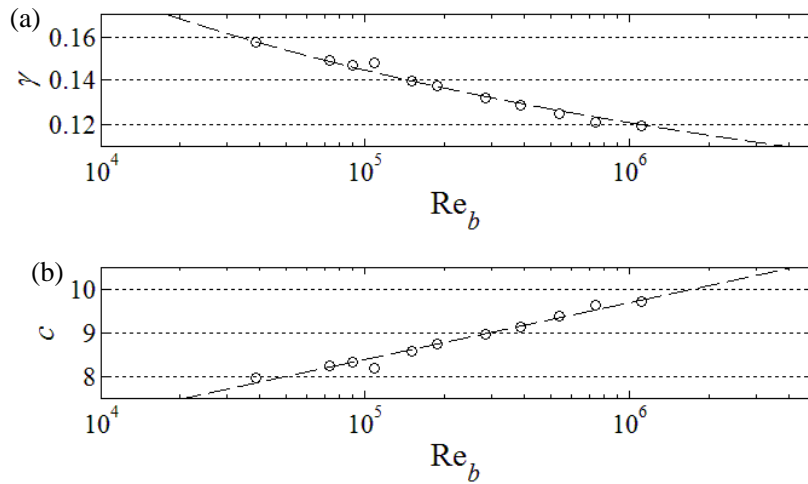


図 3-21 ベキ乗則の係数のレイノルズ数依存性 (バルクレイノルズ数) . (a) ベキ指標 γ , (b) 係数 c , 破線 : 式 (3-20-a,b) .

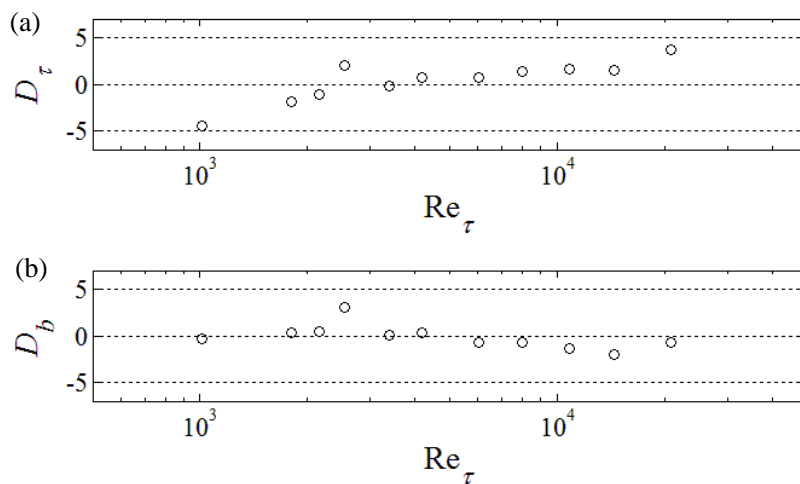


図 3-22 ベキ乗則の係数の近似曲線との差異分布. (a) 式 (3-21-a), (b) 式 (3-21-b) .

クレイノルズ数とで, どちらを用いた方がレイノルズ数依存性を良好に記述可能か調べるためである. 図 3-20 と 3-21 は, 摩擦レイノルズ数とバルクレイノルズ数それぞれに対して係数値 γ を(a), c を(b)にプロットした結果を示す. 図中の破線はそれぞれ式 (3-19-a,b) および式 (3-20-a,b) を表す.

$$\gamma_\tau = \frac{1.14}{\log(Re_\tau)}, \quad c_\tau = 0.630 \log(Re_\tau) + 3.49 \quad (3-19-a, b)$$

$$\gamma_b = \frac{1.67}{\log(\text{Re}_b)}, \quad c_b = 0.566 \log(\text{Re}_b) + 1.87 \quad (3-20-a, b)$$

係数 c に関するプロットでは両者に大きな差異が見られないことから、係数 γ について詳細に調べる。近似曲線と○印のプロットの差異を評価するために、式 (3-21-a, b) で定義される近似曲線に対する差異 D_τ および D_b を用いる。

$$D_\tau = \frac{\gamma - \gamma_\tau}{\gamma_\tau} \times 100, \quad D_b = \frac{\gamma - \gamma_b}{\gamma_b} \times 100 \quad (3-21-a, b)$$

図 3-22 には横軸を摩擦レイノルズ数で統一した際の差異 D_τ および D_b の分布を示す。下付き添え字の τ は摩擦レイノルズ数 (図 3-22(a))、 b はバルクレイノルズ数 (図 3-22(b)) にそれぞれ対応する。図から明らかなように、 D_τ はレイノルズ数に対して依存性を有するのに対して、 D_b はおおむね 0 周辺でフラットな分布傾向を示す結果となった。以上のことから、オーバーラップ領域の広い範囲に対してべき乗測を適用した際の係数値のレイノルズ数依存性は、バルクレイノルズ数の関数で表される式 (3-20-a, b) による記述のほうが適切と判断される。

3.3.4. 先行研究データとの比較

高レイノルズ数の円管乱流データは、Princeton 大学の Superpipe のデータが最もよく知られており、多くの解析で用いられてきている。本計測データは、Superpipe と比較可能な高レイノルズ数を達成しているため、先行研究データとの比較を行う。また、Superpipe のデータには 1998 年の Zagarola&Smits のピトー管計測、2004 年の McKeon らによるピトー管計測、Hultmark らによるナノスケール熱線流速計による計測データがある。いずれの計測データも Princeton 大学の web ページ (<https://www.princeton.edu/mae/people/faculty/smits/homepage/data-1/>) より入手可能なデータを用いた。ピトー管計測データについては、Zagarola & Smits における空間分解能 (ピトー管径 $d_p=0.9$ mm) よりも優れた、McKeon らのデータ ($d_p=0.3$ mm) についてのみ比較する。

(1) McKeon らのデータとの比較

比較する際の条件は、低レイノルズ数条件として、本計測結果 : $\text{Re}_\tau=1790$, McKeon ら : $\text{Re}_\tau=1820$, 高レイノルズ数条件として、本計測結果 : $\text{Re}_\tau=20700$, McKeon ら : $\text{Re}_\tau=19700$ とした。

図 3-23(a)に内層変数で無次元化した、低レイノルズ数条件における壁からの距離に対する平均速度の片対数プロットを示す。今後の比較におけるプロットの違いはすべて共通で、●印が本計測結果、●印は McKeon ら (McKeon, et al., 2004) の計測データを表し、図中の破

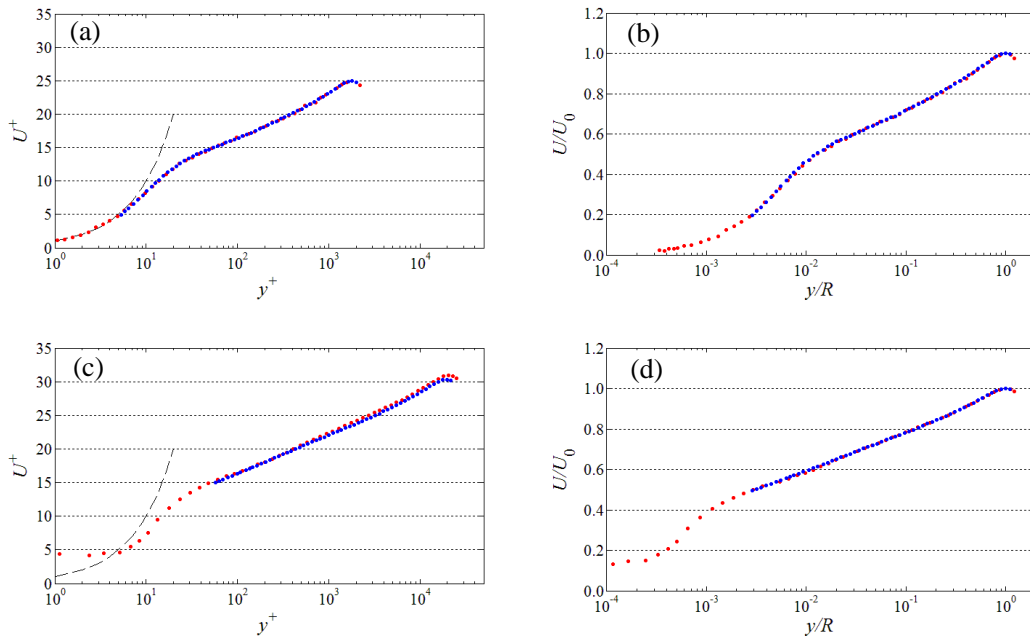


図 3-23 McKeon らの計測結果との比較. (a) $Re_\tau \doteq 2000$ (内層変数表示), (b) $Re_\tau \doteq 2000$ (外層変数表示), (c) $Re_\tau \doteq 20000$ (内層変数表示), (d) $Re_\tau \doteq 20000$ (外層変数表示), ●: 本計測結果, ●: McKeon らの計測結果.

線は粘性底層を表す関係式 ($U^+ = y^+$) を表す. 図 3-23(a)に示す低レイノルズ数における内層変数で無次元化された流速分布は, ほぼ一致する結果となった. 次に管摩擦係数の影響を排除した, 流速測定結果を純粹に比較するために外層変数 (中心速度および管半径) で無次元化した片対数プロットを図 3-23(b)に示す. 内層変数で無次元化した平均速度分布が一致することから, 外層変数での無次元化結果も一致する結果となった. このことから, レイノルズ数が低い場合, 本計測結果と McKeon らのピトー管計測結果では, 流速測定結果に違いはなく, 両者の流速測定結果はともに正しい値を示していると考えられる.

高レイノルズ数条件における内層変数で無次元化した平均速度分布を図 3-23(c)に示す. $y^+ > 500$ の領域での差異が大きくなることが確認される. 比較したレイノルズ数はバルクレイノルズ数表記で約 10^6 であり, 先行研究 (古市, 寺尾, 2013) に基づけば, 両者の管摩擦係数には約 4% の差異がある. そのため, 内層変数で無次元化した平均速度分布では, 両者の差異が顕著となる結果が得られたと考えられる. 一方で, 本計測結果でべき乗則が成立する $y^+ < 300$ 程度では, 両者の平均速度分布は重なる傾向にある. 一つの計測結果の中で, 差異が大きい部分と重なる部分が存在することは, 両者の分布が, 管摩擦係数のみの違いにより説明できないことを意味する. 管摩擦係数の影響を排除した場合の平均速度分布型を比較するために, 外層変数である中心流速および管半径で無次元化する. 図 3-23(d)に横軸に壁からの距離, 縦軸に平均速度をとった片対数プロットを示す. 内層変数での無次元化と異なり, 外層領域で分布がきれいに重なることが確認される. 一方で, $y/R = 0.01$ 程度におい

て、McKeon らの流速値は、本計測結果よりも大きな値をとる。

高レイノルズ数で認められた差異は、低レイノルズ数では確認されなかったため、レイノルズ数が上昇したことにより、本計測結果と先行研究結果のいずれか、もしくはいずれも誤差が大きくなったことが考えられる。しかしながら、本計測で用いた LDV の手法では、十分な統計平均を施していれば、平均流速値を過小評価することは起こり得ない。また、本計測結果の内層領域の平均速度分布形状は、レイノルズ数の変化による影響をほとんど受けていない。以上および流れ場の条件が同じであるとすれば、高レイノルズ数に関する McKeon らの計測データとの違いは、流速の計測手法の違いにあると考えられる。その要因には、ピトー管計測における空間分解能の影響や、流れ場にピトー管を挿入したことにより、壁近くの計測時に流れを乱した可能性が考えられる。一方、低レイノルズ数については、いずれの計測データも極めて良好に一致することから、互いの計測データの信頼性が高いと判断される。

(2) Hultmark らのデータとの比較

比較する際の条件は、低レイノルズ数条件として、本計測結果： $Re_\tau=1790$ ，Hultmark ら： $Re_\tau=1980$ ，高レイノルズ数条件として、本計測結果： $Re_\tau=20700$ ，Hultmark ら： $Re_\tau=20200$ とした。

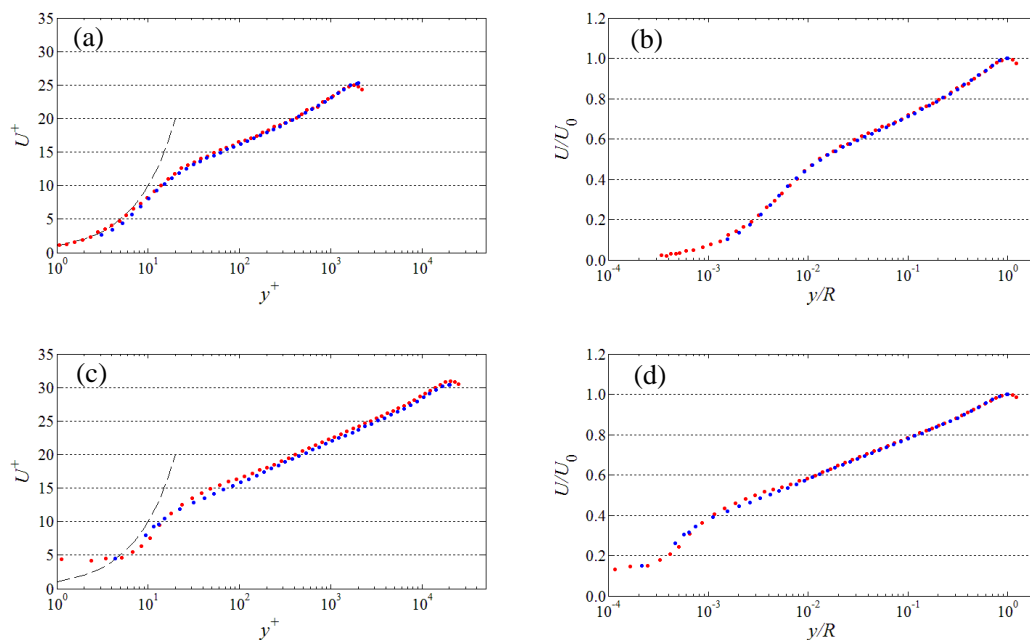


図 3-24 Hultmark らの計測結果との比較. (a) $Re_\tau \approx 2000$ (内層変数表示), (b) $Re_\tau \approx 2000$ (外層変数表示), (c) $Re_\tau \approx 20000$ (内層変数表示), (d) $Re_\tau \approx 2000$ (外層変数表示), \bullet : 本計測結果, \bullet : McKeon らの計測結果.

図 3-24(a)に内層変数で無次元化した、低レイノルズ数条件における壁からの距離に対する平均速度の片対数プロットを示す。McKeon らのデータとは異なり、レイノルズ数が低い場合でも両者のプロットに差異が生じることがわかる。一方で、流速値のみを比較するために外層変数での無次元化プロットを図 3-24(b)に示す。内層変数で無次元化した平均速度分布とは異なり、流速値自体はほぼ一致することがわかる。このことから、Hultmark らの用いた管摩擦係数は、低レイノルズ数においても産総研における管摩擦係数よりもわずかに大きな値が用いられていると推測される。それにより内層変数表示のプロットに差異が生じたと考えられる。

高レイノルズ数条件における内層変数で無次元化された図 3-24(c)を見ると、Hultmark らの測定結果の方が全体的に小さな値をとることがわかる。これは管摩擦係数が異なることが主な要因であると考えられる。一方で、外層変数で無次元化された図 3-24(d)を見ると、外層領域ではおおむね一致するが、対数領域の勾配がわずかに異なることがわかる。さらに内層側では、Hultmark らの計測値が大きく下回ることが確認される。LDV 計測では、空間分解能の影響により、壁面近傍 ($y^+ < 15$) において平均値を誤評価することが考えられるが、本計測条件における $20 < y^+ < 100$ の範囲では平均速度を過大評価するとは考えにくい（付録 A 参照）。また、Hultmark らの NSTAP と呼ばれるナノスケール熱線流速計は、測定プローブ自体が非常に小さいことから、受感部以外の発熱の影響が計測値に影響を及ぼしている可能性がある。低レイノルズ数においてもわずかながら差異が生じることを考慮すると、Hultmark らのデータとの差異の原因は、ナノスケール熱線流速計測における問題である可能性が高いと判断される。

(3) Superpipe データとの比較結果のまとめ

Superpipe の計測データと比較した結果、低レイノルズ数域においては、McKeon らのピトー管計測結果と流速の実値としては良好な一致を示した。一方で、高レイノルズ数域では、流れ場内にピトー管を挿入することの影響および、ピトー管での流速計測における空間分解能の影響により、壁面近傍において差異が生じる結果となった。空間分解能の影響をおおむね無視できる低レイノルズ数条件において、本計測結果と McKeon らのピトー管計測データとがよく一致することは、互いのデータの信頼性を高めることになると判断される。高レイノルズ数での差異は、ピトー管での接触計測や空間分解能の影響として理解することが妥当であり、本計測結果は低レイノルズ数から高レイノルズ数にわたり高い信頼性を有すると判断される。一方、Hultmark らの計測結果は、低レイノルズ数においても本計測結果および McKeon らのピトー管計測結果と差異が大きいことから、彼らの測定法の妥当性に疑問が残る。

3.4. まとめ

高レイノルズ数円管乱流における平均速度分布型について、既存の分布型との対比、本計測結果の満たす速度分布型の検証、先行研究データとの比較を行い、以下の結果を得た。

- (1) 本計測結果は、従来示されてきた平均速度分布型のどれともよい一致を示さなかった。**Barenblatt** や **Afzal** の示すべき乗則を平均速度分布の広い範囲に適用した結果、べき指数と係数値はレイノルズ数依存性を示し、その傾向はバルクレイノルズ数による関係式と良好に一致する。
- (2) オーバーラップ領域にべき乗則と対数則を適用した結果、両者をそれぞれ満たす領域が存在することがわかり、先行研究と整合する結果を得た。平均速度分布におけるべき乗則は $50 < y^+ < 400$ 程度で $\gamma=0.145$, $c=8.41$ を、対数則は $y^+ > 600$ で、 $\kappa=0.383$, $B=4.38$ を得た。**Wosnik** らの対数則を適用した結果、 $y^+ > 200$ の範囲で $a^+ = -10$ が得られ、先行研究結果の示す -8 とおおむね整合する結果を得た。
- (3) 速度欠損則と **ZS** スケーリングを適用した結果、高レイノルズ数条件における分布の重なり具合は速度欠損則のほうが優れると判断された。速度欠損則において対数則を適用した結果、勾配値は内層における対数則と一致し、切片は $B_0=0.662$ を得た。速度欠損則において得られた対数則と良好に一致するのは、 $Re_\tau > 6000$ のデータのみであることから、平均速度における対数領域は $Re_\tau > 6000$ の条件で現れる。また、 $Re_\tau < 6000$ のデータは速度欠損分布で得られた対数則と異なる分布を示した。
- (4) **McKeon** らのピトー管による計測結果と比較した結果、低レイノルズ数で良好に一致し、高レイノルズ数では壁近くの領域で差異が確認された。**Hultmark** らのナノスケール熱線流速計による計測結果と比較した結果、低レイノルズ数においても差異が存在し、レイノルズ数が高い条件ではその差異が拡大した。先行研究結果との差異の要因は、流速測定手法の違いによるものと推測された。

第4章 高レイノルズ数円管乱流における高次統計量

4.1. はじめに

壁乱流における普遍的な流速分布として、第3章に述べたような平均速度分布に関する研究が現在まで広く行われてきている。一方で、2次の統計量である乱流強度分布に関する研究は1990年代から活発になった。多くの議論が行われているのは、乱流強度の内層ピーク値のレイノルズ数依存性 (Hutchins and Marusic, 2007)、外層の第2ピークの存在 (Alfredson, et al., 2011)、外層領域における乱流強度および偶数次モーメントの対数直線関係 (Meneveau and Marusic, 2013) が挙げられる。

乱流強度の内層ピーク値のレイノルズ数依存性に関しては、1990年頃より詳細な議論が行われている (Mochizuki and Nieuwstadt, 1996)。比較的高いレイノルズ数での室内実験や大気境界層 (Kunkel and Marusic, 2006) の計測が行われ、より高いレイノルズ数域までの依存性が調べられた (Hutchins and Marusic, 2009)。多くの実験は熱線計測に基づくものであったため、空間分解能の影響により、ピーク値が過小評価されることが明らかとなった。それに合わせて、熱線計測における空間分解能の補正方法 (Segalini, et al., 2011) や、乱流強度分布のモデル化などが活発に行われるようになった。

その中でも Marusic & Kunkel (Marusic and Kunkel, 2003) は、乱流強度分布について内層側と外層側で二つの分布形態を仮定することで、乱流強度全体の分布のモデル化を行った。そのモデルは、内層側が内層ピーク値のレイノルズ数依存性に基づいて増加し、外層側は後に示す乱流強度の対数直線関係に従って延長されるものであった。ただし、熱線計測における空間分解能の悪いデータに基づいてしまうと、内層ピークがレイノルズ数依存性を示さないことが観察されてしまうことから、熱線計測時の空間分解能の取り扱いには注意が必要となる。

空間分解能の悪化に伴う乱流強度の内層ピーク値の過小評価に関連して、外層領域に現れる第2ピークに関する議論も行われてきた。ただ、レイノルズ数の増大に伴う空間分解能の低下から、計測された第2ピークが擬似的なピークであるとの報告 (Hutchins, et al., 2009) があり、第2ピークは存在しないと考えられていた。その中で Alfredsson ら (Alfredsson, et al., 2011) は、Diagnostic plot という彼ら独自のプロットを行い、レイノルズ数が増加すると第2ピークは現れることを主張した。実際に、近年の高レイノルズ数における高分解能の計測手法において第2ピークは確認されつつある。しかしながら、第2ピークの現れるレイノルズ数が摩擦レイノルズ数で数万以上であるため、室内実験での実現が難しい。そのため、第2ピークに関する議論は、今後のさらなる高レイノルズ数実験に期待される。

外層における乱流強度の対数直線関係に関連して、偶数次のモーメントにおいても対数直線関係が同様に現れることが報告され (Meneveau and Marusic, 2013)、それらの領域が平

均速度の対数領域と対応するとの報告がある (Marusic, et al., 2012). 彼らはその対応関係を, Attached Eddy (以降, AE と略記) 仮説に基づいた AE モデルをよりどころにすることで, 説明を行っている. AE モデルについては第 5 章でそれらの検証を踏まえ, 詳述する.

以上の研究は, 多くの場合乱流境界層での実験結果に基づいており, 同じ壁乱流に分類される内部流れである, 円管, チャネル流れにおいて成立するかどうかは, いまだに明らかではない. 円管乱流の高レイノルズ数実験データとして, 唯一 Superpipe の結果が挙げられる. Hultmark ら (Hultmark, et al., 2012) は NSTAP と呼ばれるナノスケール熱線流速計 (受感部幅 60 μm , Vallikivi and Smits, 2014) を用い, 圧力制御された気流円管内での計測結果を示した. 彼らは, 円管乱流における乱流強度の内層ピーク値はレイノルズ数によらないことを示している. しかしながら, 彼らの計測は非常に小さな計測プローブであり, 熱線計測の必要条件が真に満たされているかどうか (受感部の金属線のみが加熱するかどうか, 直径と受感部幅のアスペクト比が適切かどうか) が明らかでない. そのため, 乱流強度のような, 計測方法によってその値が過小評価されかねない統計量については, 正確さに疑問が残る.

本章では, Superpipe の計測データに対して, より精度の高いデータ取得を目指した LDV 計測データをもとに, 円管乱流における上述の統計量の特徴について調査した結果を報告する.

4.2. 解析方法および補正方法

4.2.1. 解析方法

(1) 平均速度分布における対数領域

本章では, 各計測条件下における平均速度の対数領域と, 高次統計量の対数直線関係の対応関係を調べるため, 平均速度分布における対数直線関係の成立をレイノルズ数ごとに改めて判定する必要がある.

平均速度分布から対数直線関係を判断するためには, その勾配を用いた指標関数 Ξ (式 (4-1-a)) が用いられる. 関数 Ξ が一定値を示す領域が対数直線領域となるが, Ξ は離散データに対しての微分操作を行うため, 微分処理をしない関数 Ψ (式 (4-1-b)) を組み合わせる. 本章では, レイノルズ数に伴う対数領域の変化を調べ, 式 (4-1-a) および式 (4-1-b) がともに一定となる領域を対数領域として定義する.

$$\Xi = y^+ \frac{dU^+}{dy^+}, \quad \Psi = U^+ - \frac{1}{\kappa} \log(y^+) \quad (4-1-a, b)$$

平均速度分布における対数領域の開始点 y_s と終止点 y_e について, Marusic ら (Marusic, et al., 2013) は式 (4-2-a, b) を, Österlund ら (Österlund, et al., 2000) は境界層において終止点

は式 (4-2-b) と同じで、開始点がレイノルズ数によらず $y_s^+ = 200$ を提案している。

$$y_s^+ = 3\sqrt{\text{Re}_\tau}, \quad y_e^+ = 0.15 \text{Re}_\tau \quad (4-2-a, b)$$

(2) 乱流強度の対数直線関係

乱流強度における対数直線関係は、Townsend (Townsend, 1976) の Attached Eddy 仮説に基づいた半経験式として導かれており、その対数直線関係は円管においては次式で示される。

$$\left(u_{rms}^+\right)^2 = B_1 - A_1 \log(y/R) \quad (4-3)$$

ここで定数 A_1 は Townsend-Perry 定数と呼ばれる。 u_{rms} は速度変動の標準偏差、 y は壁面からの距離、 R は円管半径である。式 (4-3) の関係は、いくつかの高レイノルズ数実験結果において成立することが報告されている (Marusic, et al., 2013, Hultmark, et al., 2013)。しかしながら、対数直線関係成立の判定方法については明確に示されていない。そこで本論文では乱流強度分布の対数直線関係を判断するための方法を示す。乱流強度の対数直線関係を判断するために、指標関数 (式 (4-4-a)) および切片 (式 (4-4-b)) のプロットを用いる。

$$\Xi_1 = \frac{d(u_{rms}^+)^2}{d \log(y/R)}, \quad \Psi_1 = (u_{rms}^+)^2 + A_1 \log(y/R) \quad (4-4-a, b)$$

乱流強度は2次のモーメントであるが、Meneveau & Marusic (Meneveau and Marusic, 2013) は偶数次の高次のモーメントにおいても式 (4-5) に示す対数直線関係を満たす領域があることを示している。

$$\left(\overline{u'^{2p}}\right)^{1/p} = B_p - A_p \log(y/R) \quad (4-5)$$

ここで、 u' は速度の変動成分、上付き $-$ は時間平均、 p は自然数とし、 $p=1$ は式 (4-3) と一致する。本論文では $p=3$ (6次モーメント) までを対象とし、円管乱流における式 (4-5) の成立範囲および勾配係数 A_p のレイノルズ数依存性について調べる。一方で、奇数次モーメントについては、明確な対数関係が実験的に確認されないことや負の値をとることなど、現時点ではその扱いが難しいため、本論文では議論の対象としない。

(3) 外層の第2ピークに関する議論

Alfredsson ら (Alfredsson, et al., 2011) は, $U(y)/U_0$ ($U(y)$: 位置 y における平均流速, U_0 : 中心流速) に対する $u_{rms}(y)/U_0$ のプロットを diagnostic plot (以下, DP と略記する) として定義した. DP の特徴は摩擦速度および壁からの距離を必要としないことである. また, Alfredsson らにより DP を変形した $U(y)/U_0$ に対する $u_{rms}(y)/U(y)$ のプロットにおいて線形の関係式 (4-6-a) が示されている. 式 (4-6-a) を DP の形に変形すると式 (4-6-b) が得られ, 図 4-1 の実線で示すような放物線を描く. このことから, DP において式 (4-6-b) を満たす領域が式 (4-6-b) の極大値よりも内層に達した場合 (図中の○で示される成立範囲の下限位置が放物線に沿って内層側に移動) には, 乱流強度分布の外層側にピークが観測されることになる. Alfredsson らは, 自らの計測データを用いて, レイノルズ数の増加とともに, 図中の黒色実線と一致する領域が図 4-1 の左側へと広がり, 成立範囲が式 (4-6-a) の極大値を超えると推測している. 外層のピークは計測時の空間分解能の悪化により内層側の乱流強度を過小評価することに伴って現れることが報告 (Hutchins, et al., 2007) されていたが, Alfredsson ら (Alfredsson, et al., 2012) は空間分解能によらず高レイノルズ数条件において現れる関係であると主張している.

Hultmark らの報告 (Hultmark, et al., 2012) では, レイノルズ数 $Re_\tau \approx 20000$ の実験データにおいて外層のピークが確認されることから, 本実験結果における外層のピークの有無を確認し, 具体的にどの程度のレイノルズ数で現れるかを見積もる. 上述の第2ピークの存在を確かめるために, DP における式 (4-6-b) の成立範囲を見積もる. 成立範囲は, 線形関係である式 (4-6-a) の勾配関数として式 (4-7) を定義し, その値が一定値を示す領域とする.

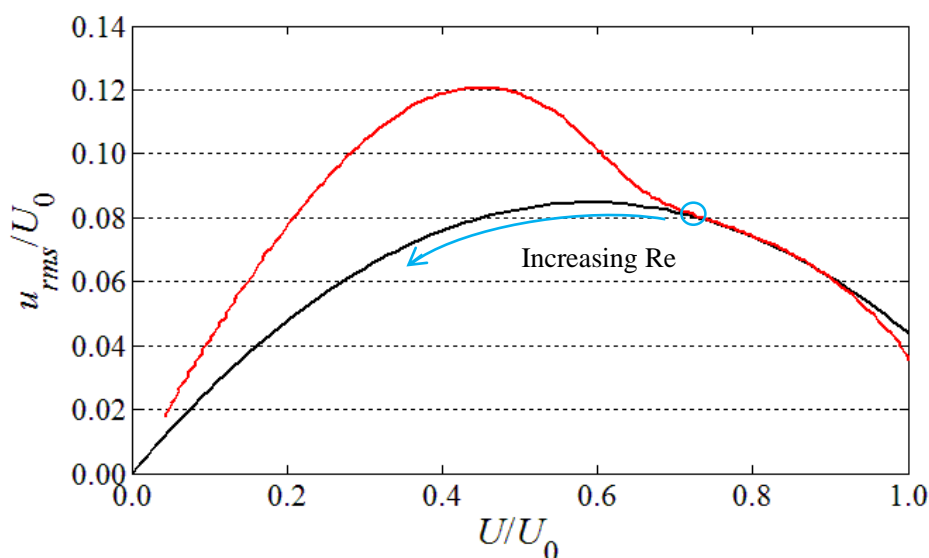


図 4-1 Diagnostic plot の概略図. 黒色実線: 式 (4-6-a), 赤色実線: El Khoury らの DNS データ ($Re_\tau = 1000$), ○: DP の成立領域の下限位置.

$$u_{rms}/U = aU/U_0 + b, \quad u_{rms}/U_0 = a(U/U_0)^2 + b(U/U_0) \quad (4-6-a, b)$$

$$a = \frac{d(u_{rms}/U)}{d(U/U_0)} \quad (4-7)$$

(4) 内層ピーク値のレイノルズ数依存性

乱流強度分布の内層のピーク値については先行研究においてレイノルズ数の関数として表現されている。乱流境界層において Hutchins & Marusic (Hutchins and Marusic, 2007) は大気乱流境界層のデータを含めた内層のピーク値のレイノルズ数依存性を経験式として式 (4-8) を示した。また、そののちに Hutchins ら (Hutchins, et al., 2009) は先の式 (4-8) はレイノルズ数依存性を過大評価しているとして、式 (4-9) を新たに示した。Hultmark ら (Hultmark, et al., 2010) は円管乱流では乱流境界層とは異なり、レイノルズ数が増加しても乱流強度の内層のピーク値が増加しないことを示した。一方で、Örlü & Alfredson (Örlü and Alfredsson, 2013) は自身の円管乱流実験および DNS データを用いて $Re_\tau < 3000$ の条件において内層のピーク値がレイノルズ数の増加に伴って増加することを示し、 $Re_\tau > 3000$ の実験データの必要性を指摘している。本実験におけるレイノルズ数条件は Re_τ が 1000~20000 であり、十分に高いレイノルズ数の範囲において、乱流強度の内層のピーク値に関して議論が可能である。しかしながら、本実験は流速測定手法に LDV を用いているため、レイノルズ数の増加に伴って測定体積が粘性長さに対して大きくなり、乱流強度に対する空間分解能の影響が顕著となる。そこで本研究では、空間分解能の影響の新たな補正法 (付録 A 参照) を適用することで、内層ピーク値のレイノルズ数依存性に関する議論を可能とした。

$$\left(u_{rms}^+\right)_{peak}^2 = 1.036 + 0.965 \log(Re_\tau) \quad (4-8)$$

$$\left(u_{rms}^+\right)_{peak}^2 = 4.837 + 1.075 \log_{10}(Re_\tau) \quad (4-9)$$

4.2.2. LDV 計測における空間分解能の影響

壁乱流実験の計測は熱線流速計によるものが大半を占めており、熱線計測における空間分解能の流速測定値への影響については多くの文献が存在する。一方で、本研究で扱う計測データは LDV によるものであると同時に、本研究のような高レイノルズ数条件において LDV 計測が行われた研究は前例がない。本節の主題は、乱流研究の基礎と深く関わるため、熱線計測との相違を明らかにする必要がある。そこで、熱線計測 (I 形プローブ) と LDV に

おける空間分解能の影響の違いについて述べる。

(1) 熱線計測における空間分解能の影響

熱線計測における空間分解能の影響は、受感部が流れに対して直角に、壁面に対して平行に設置されていることを前提とすると、その受感部長さのみが関係する。受感部を小さな検査体積の集合とみなした際に、各検査要素における瞬時の流速値が受感部の幅の範囲内で平均化された流速値を出力として得ることになる。流れ方向速度変動は幅方向（壁乱流を2次元流とらえた場合の対称方向）にも変化することから、あらゆる波数帯域において受感部長さの範囲内で速度が平均化される影響として、波数成分の振幅が小さくなり、乱流強度（平均値以外のすべての時間平均統計量）が過小評価される。この影響は、壁面近傍 ($y^+=15$) における乱流強度のピーク値の減少として広く理解されており、空間分解能の補正法がいくつかの観点から提案されている。

これまで、乱流強度が過小評価されることに焦点を当てた補正法として、Hutchins & Marusic (Hutchins and Marusic, 2007) らは、多くの実験データを集積し、レイノルズ数、受感部幅、乱流強度の内層ピーク値の関数形を提案した。それにより、計測結果をその関数形に適用することで補正できる。ただし、この補正方法は、熱線計測において真に空間分解能の影響を補正しておらず、熱線での測定流速を補正するものではない。一方で、Segalini ら (Segalini, et al., 2011) は、空間分解能の異なる熱線での計測結果から、内層ピーク値の過小評価分を見積もった。上記のいずれも熱線計測における測定原理から補正するのではなく、いくつかの引数を要する関数として補正するものである。本論文では、熱線計測の原理に基づく具体的な補正法を提示しないが、LDV 計測における空間分解能の影響との対比として熱線計測における空間分解能の影響の説明とする。計測結果の補正方法として最も重要なことは、用いた測定手法で起こり得る現象の逆算を行い、一つの計測データのみから補正することである。

(2) LDV における空間分解能の影響

LDV における空間分解能の影響は、熱線計測とは根本的に異なる。これは、熱線計測は逐一流速が計測できるのに対して、LDV は検査体積内にトレーサ粒子が侵入した時のみしか流速値が得られない、すなわち LDV 計測は確率の概念が加わる。一方で、LDV で計測される流速値自体は、理想状態（計測体積における干涉縞の間隔が一定）においては原理的に、過大評価も過小評価もされない真の流速値となる。熱線計測では、壁垂直方向の空間分解能は受感部に使用する金属線の直径（多くの場合 $5\ \mu\text{m}$ 以下）であり、通常無視することが可能である。その代わりに、幅方向への広がり（直径の 200 倍程度）が流速値に影響する。一方 LDV では、統計量が変化しない幅方向の広がりについては、同じ垂直方向距離に位置している限り、十分に時間平均された統計量には影響が及ばない。ただし、統計量が変化する壁垂直方向への広がりには、計測可能な速度変動幅が広がることになる。それにより、無限

小の計測体積で計測される速度変動よりも変動幅の広い速度を観測することになり、平均値を含む時間平均統計量すべてに影響が及ぶ。詳細な説明は付録 A で行う。本実験では壁垂直方向に約 $50 \mu\text{m}$ 、幅方向に $500 \mu\text{m}$ の計測体積を有する。上記の熱線計測と比較すると、壁垂直方向の受感部幅は 10 倍以上になり、計測結果に影響を及ぼすことは容易に想像できる。

LDV における空間分解能の補正方法は、Durst ら (Durst, et al., 1995) の補正方法が挙げられるのみで、それ以外には見当たらない。Durst らの補正方法は、平均流速値が計測体積および粒子の検出頻度としてのレーザー光度分布に基づく積分形で表される。しかしながら、彼らの補正方法は、LDV において重要となる粒子の侵入頻度がトレーサ粒子の流速に依存することが考慮されていない。この点で、LDV 計測における補正法として彼らの方法を適用せず、著者独自の補正法を提案した (付録 A 参照)。

4.3. 解析結果

4.3.1. 乱流強度の対数直線関係

図 4-2 に内層変数で無次元化した乱流強度分布を示す。図中に示す計測条件は $Re_\tau=1010$, 2150 , 4160 , 7970 , 14400 の 5 条件である。いずれの条件においても壁面近傍 $y^+=15$ 付近に存在するピークを確認することができ、壁面近くまで計測できていることがわかる。また、図中には、 $Re_\tau=1000$ (El Khoury, et al., 2013) と $Re_\tau=2000$ (Chin, 2011) の DNS 結果をそれ

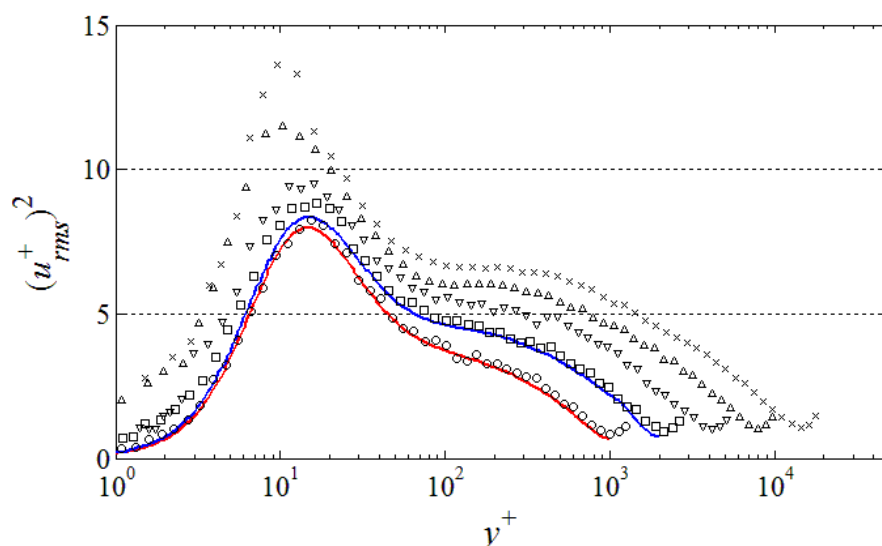


図 4-2 乱流強度分布 (計測生データ)。○ : $Re_\tau=1010$, □ : $Re_\tau=2150$, ▽ : $Re_\tau=4160$, △ : $Re_\tau=7970$, × : 14400 , 赤色実線 : El Khoury らの DNS 結果 ($Re_\tau=1000$), 青色実線 : Chin の DNS 結果 ($Re_\tau=2000$)。

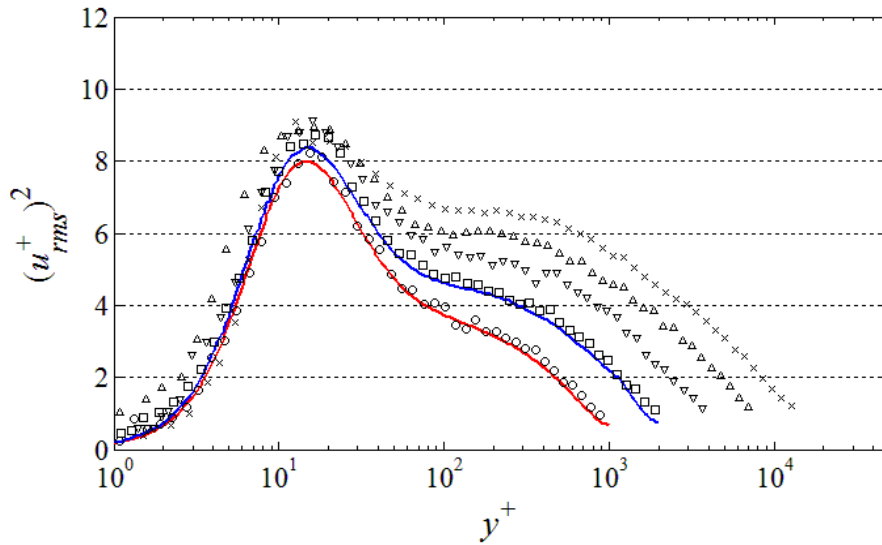


図 4-3 乱流強度分布（補正結果）. \circ : $Re_\tau=1010$, \square : $Re_\tau=2150$, ∇ : $Re_\tau=4160$, \triangle : $Re_\tau=7970$, \times : 14400, 赤色実線 : El Khoury らの DNS 結果 ($Re_\tau=1000$), 青色実線 : Chin の DNS 結果 ($Re_\tau=2000$).

ぞれ赤色と青色実線で示しており，同一レイノルズ数の実験値とは壁近くから円管中心まで極めて良好に一致する．壁面近傍のピークを見ると，レイノルズ数の増加に伴ってピーク位置が変化し，ピーク値も外層領域での増加傾向に比べて過剰に大きくなる傾向がみられる．これは LDV の空間分解能による影響と判断される．

ここで，付録 A の LDV における空間分解能の影響の考察から，分解能の影響を排除した乱流強度分布を図 4-3 に示す．図中のプロットは図 4-2 と同一である．両図を比べて明らかのように，高レイノルズ数における内層ピーク位置は $y^+=15$ に近づき，ピーク値も小さくなったことが確認できる（詳細は付録 A に記述）．また，本節で主に議論する外層領域の分布は，空間分解能の補正前後で変化しないことがわかる．以上の比較から，本節で主に議論する外層領域の乱流強度分布は空間分解能の影響を無視できると判断される．

本項では，乱流強度の対数直線関係と，平均速度における対数領域との関係についても検証するため，平均速度の対数直線関係の成立範囲について明らかにする．対数領域は，図 3-10 および図 3-11 においてレイノルズ数ごとに判定を行った．内層変数で無次元化した対数領域の開始点と終止点を，レイノルズ数に対してプロットした結果を図 4-4 に示す．図中の二つの実線は式 (4-2-a) および式 (4-2-b) を表す．本計測結果における対数領域の開始点は式 (4-2-a) とほぼ一致する傾向が見られた．一方で，終止点については式 (4-2-b) よりも壁から離れた関係となり，本計測データにおける対数領域の開始点と終止点は式 (4-10-a) (式 (4-2-a) と同一) および式 (4-10-b) (図中の破線) で良好に近似される結果となった．

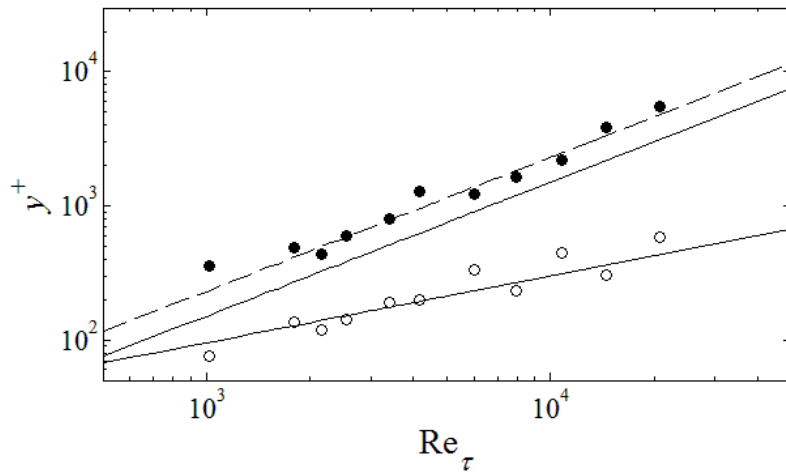


図 4-4 平均速度分布における対数直線関係を満たす範囲. ○: 開始点, ●: 終了点, 実線 (下, 上): 式 (4-2-a, b), 破線: 式 (4-10-b).

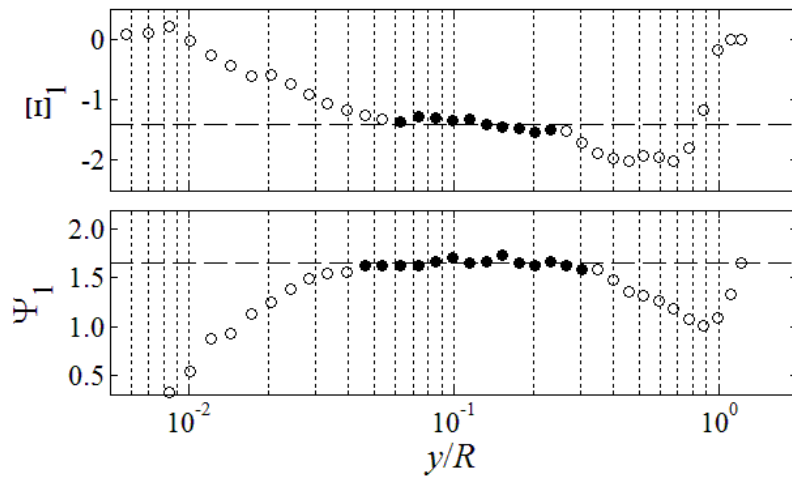


図 4-5 乱流強度分布における対数直線関係の指標関数. (a) 指標関数 Ξ_1 , (b) 指標関数 Ψ_1 , ○: 全計測点, ●: 対数直線関係の成立範囲, 破線: ●印における指標関数の平均値.

$$y_{sM}^+ = 3\sqrt{\text{Re}_\tau}, \quad y_{eM}^+ = 0.23 \text{Re}_\tau, \quad (4-10-a, b)$$

領域の判定には各研究者の主観が入り込むため, 少なからず差異が生じる. 本論文では, 統計量の特徴的性質との対応関係を調べるために領域を定義したに過ぎず, これらの違いが本研究結果に与える影響は無視できるものと判断する.

ここで、乱流強度の対数直線関係（式 (4-3)）における勾配と切片について調べる。乱流強度分布における対数直線関係はレイノルズ数が十分に大きい場合に観測されることが知られている。そのため、先行研究（Marusic, et al., 2013, Hultmark, et al., 2013）との式 (4-3) の係数値 (A_1 , B_1) の直接的な対比は、本研究における最高レイノルズ数 ($Re_\tau=20700$) のデータについてのみ検討する。図 4-5 (a) に Ξ_1 (式 (4-4-a)), 図 4-5 (b) に Ψ_1 (式 (4-4-b)) のプロットを示す。図中の●印は対数直線関係となる領域を、破線は●印の平均値を示す。●印の領域では Ξ_1 がおよそ一定値を示すことがわかる。ここで、 Ξ_1 が一定となる領域の方が、 Ψ_1 が一定となる領域より狭くなっているが、これは微分操作を行っている（中心点と前後 2 点ずつを含めた計 5 点に基づいている）ためである。 Ξ_1 および Ψ_1 が一定となる領域の平均値から、勾配係数 $A_1 = 1.44$, 切片係数 $B_1 = 1.65$ を得た。先行研究における係数値はそれぞれ、Marusic ら（Marusic, et al., 2013）は Princeton の円管データ（Hultmark, et al., 2012）を用いて $A_1=1.23$, $B_1=1.56$ を、Hultmark ら（Hultmark, et al., 2013）は $A_1=1.24$, $B_1=1.48$ を報告している。本実験結果で得られた勾配係数および切片係数はともに、先行研究に比べて大きな値をとった。係数値の違いについては、Hultmark らの計測結果との比較の際に検討する。本計測結果に対して対数直線関係を適用して得られた関係を式 (4-11) に示す。

$$\left(u_{rms}^+\right)^2 = 1.65 - 1.44 \log(y/R) \quad (4-11)$$

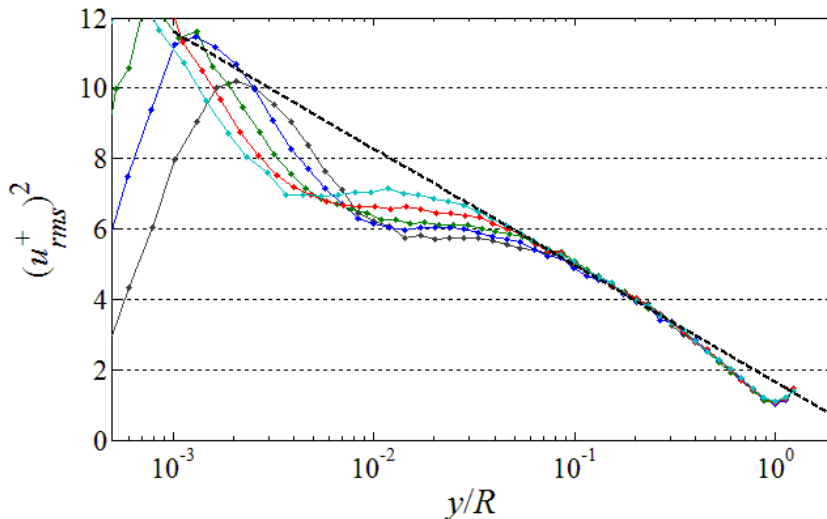


図 4-6 乱流強度の対数直線関係のレイノルズ数依存性. 黒色: $Re_\tau=6030$, 青色: $Re_\tau=7970$, 緑色: $Re_\tau=10800$, 赤色: $Re_\tau=14400$, 水色: $Re_\tau=20700$, 破線: 式 (4-11).

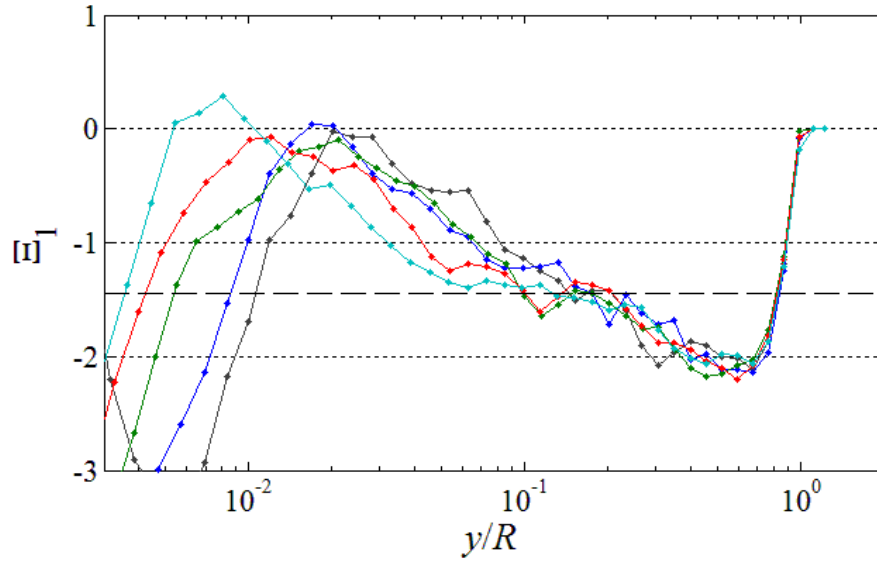


図 4-7 乱流強度の勾配分布. 黒色 : $Re_\tau=6030$, 青色 : $Re_\tau=7970$, 緑色 : $Re_\tau=10800$, 赤色 : $Re_\tau=14400$, 水色 : $Re_\tau=20700$, 破線 : $\Xi_1 = -1.44$.

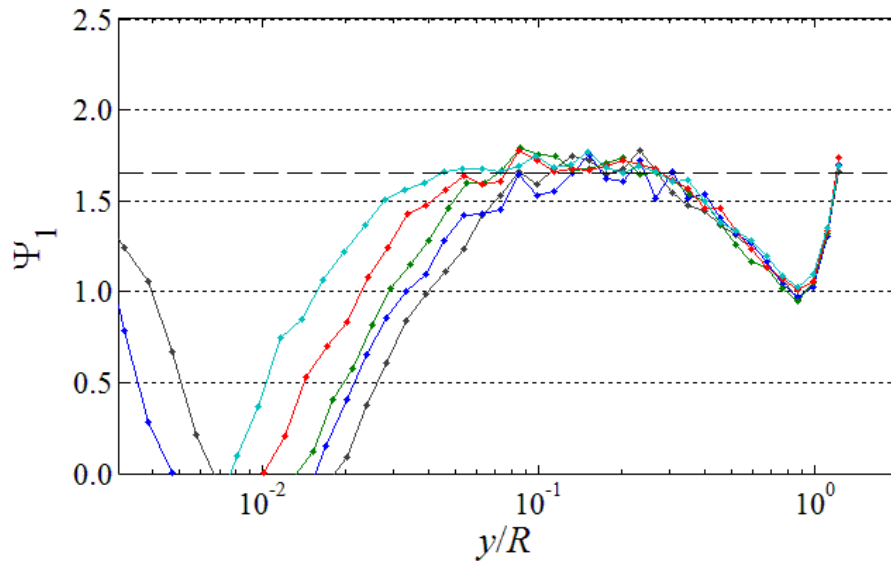


図 4-8 乱流強度の対数直線近似時の切片分布. 黒色 : $Re_\tau=6030$, 青色 : $Re_\tau=7970$, 緑色 : $Re_\tau=10800$, 赤色 : $Re_\tau=14400$, 水色 : $Re_\tau=20700$, 破線 : $\Psi_1 = 1.65$.

図 4-6 には、本計測結果における高レイノルズ数条件 5 つ (3 章において対数領域が明確に現れる $Re_\tau > 6000$) の結果を横軸に y/R をとったプロットを示す。図中の破線は式 (4-11) を表し、色の違いはレイノルズ数の違いを表す。図からわかるように、レイノルズ数の増加とともに破線に従う領域が内層側に拡大する傾向が見て取れる。これは、先行研究 (Hultmark, et al., 2010) においても確認される関係であることから、円管乱流においても、平板乱流境界層と同様の外層における乱流強度の対数直線関係が成立するものと判断される。すなわち、円管乱流の外層領域の乱流強度分布として対数直線関係が成立することが、Superpipe および本計測結果から支持される結果となった。

外層領域における乱流強度の対数直線関係の指標関数 (式 (4-4-a) および式 (4-4-b)) のレイノルズ数に対する分布傾向を調べる。図 4-7 に勾配分布を、図 4-8 に切片の分布を示す。図 4-7 および図 4-8 における図中の破線は、式 (4-11) の勾配値と切片を表す。図 4-7 および図 4-8 をみると、平均速度分布における対数関係ほどの一定傾向は示さないことがわかる。しかしながら、レイノルズ数の増加に伴い、勾配分布では勾配の変化が緩やかになり、切片分布では、破線と重なる領域が拡大することがわかる。このことから、乱流強度分布における対数直線関係は、平均速度分布における対数則の成立ほど明確な関係ではないが、レイノルズ数とともにその範囲を拡大する関係があるものと判断される。さらにレイノルズ数が高くなることで対数直線関係が明確に現れるかどうか、対数関係の係数値はレイノルズ数によらずに普遍的となるのかについては、今後のさらなる高レイノルズ数での計測などで得られる実験結果を用いた適切な解析に期待される。

続いて、乱流強度の対数直線関係 (式 (4-3)) が成立する範囲のレイノルズ数依存性について調べる。本実験におけるすべての条件に対して式 (4-3) を適用し、対数直線関係が成

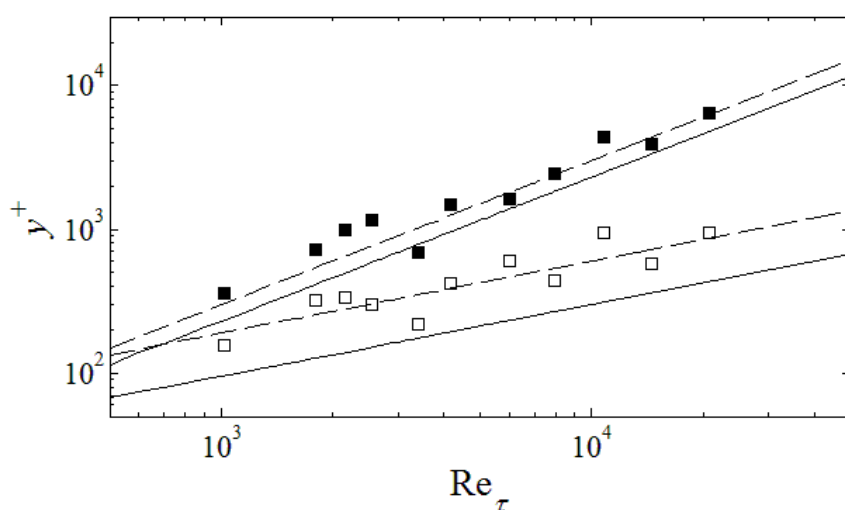


図 4-9 乱流強度分布における対数直線関係を満たす範囲。□: 開始点, ■: 終止点, 実線 (下, 上): 式 (4-10-a, b), 破線 (下, 上): 式 (4-12-a, b)。

立する領域の開始点と終止点をレイノルズ数に対してプロットした結果を図 4-9 に示す。ここでは、すべてのレイノルズ数に対する依存性を検証するため、レイノルズ数が低い条件においても対数直線関係を近似的に適用した。図中の□は開始点、■は終止点を表し、実線は先に得られた対数領域の開始点と終止点（式 (4-10-a, b)）を表す。明確に対数領域が現れないレイノルズ数が低い範囲（ $Re_\tau < 6000$ ）では、対数直線関係が近似的な適用であるため、プロットのばらつきが大きくなる。乱流強度の対数直線関係の終止点については式 (4-10-b) よりも大きくなり、開始点は式 (4-10-a) よりも壁から大きく離れた位置となる。本実験における乱流強度の対数直線部の開始点と終止点はそれぞれ式 (4-12-a, b) で近似される。

$$y_{st}^+ = 6\sqrt{Re_\tau}, \quad y_{et}^+ = 0.30 Re_\tau \quad (4-12-a, b)$$

本実験結果に基づくと乱流強度の対数関係は平均速度の対数領域と大部分で重なるが、両者は完全に一致せず、対数領域よりも外層側に現れることがわかる。また、乱流強度における対数直線関係の成立範囲については、Meneveau&Marusic (Meneveau and Marusic, 2013) が偶数次モーメントの対数直線領域として $y^+ > 400$ および $y/\delta < 0.3$ を報告している。先行研究は乱流境界層に基づく議論であるが、乱流強度の対数直線関係の成立範囲の終止点は整合する結果となった。一方、開始点について先行研究では $y^+ > 400$ の一定値が示されているが、本研究ではレイノルズ数に依存する関係が得られた。これは、本解析においては広いレイノルズ数域を対象とすることで、レイノルズ数依存性が考慮されたことを意味する。

4.3.2. 偶数次モーメント

本項では、偶数次の高次モーメントにおける対数直線関係について調べる。図 4-10 に $Re_\tau = 14400$ における $p=1, 2, 3$ とした偶数次モーメントを○, △, □印、式 (4-12-a, b) で定義される対数直線部を図中の●, ▲, ■印でそれぞれ示した。また、図中の破線はそれぞれの対数直線部のプロットを対数直線で近似した結果を表す。図からわかるように、3つの偶数次モーメントにおける対数直線部は直線性を有しており、対数直線での近似が良好に行われていることがわかる。表 4-1 に各計測条件において算出された勾配係数 A_p を示す。図 4-11 は係数 A_p のレイノルズ数依存性を示す。図中のプロットは、次数が上がるにつれてばらつきが大きくなる傾向がある。また、すべての次数における勾配係数はレイノルズ数とともに増加する傾向を示す。Zhou & Klewicki (Zhou and Klewicki, 2015) は乱流境界層実験データを用いて同様の解析をしており、勾配係数がレイノルズ数とともに増加する結果を示している。また、その傾向は $Re_\tau = 5000$ 程度を境にしてレイノルズ数に対する勾配が小さくなることも述べられている。本実験結果と比較すると、レイノルズ数に対する増加傾向は一致しており、 $Re_\tau < 5000$ ではレイノルズ数依存性が強いが、 $Re_\tau > 5000$ ではその性質が弱くなることが確認される。Zhou & Klewicki の報告は、本実験結果とほぼ同一のレイノルズ数域であ

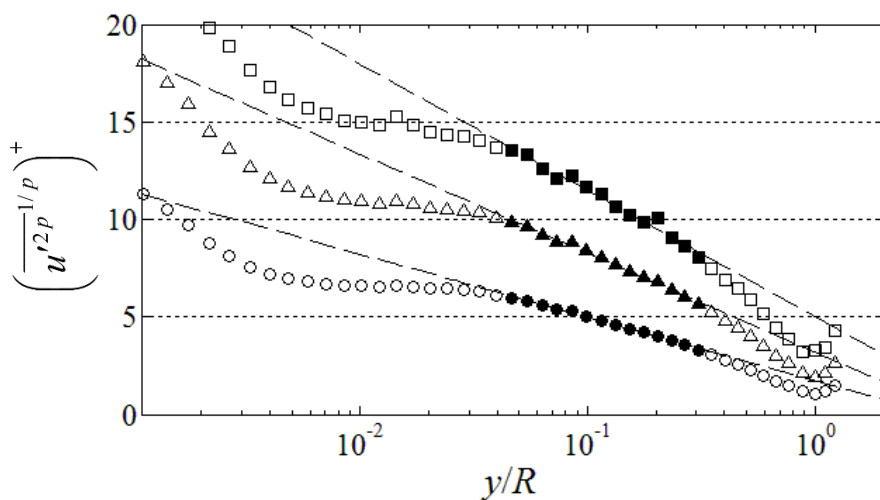


図 4-10 偶数次モーメントにおける対数直線関係 ($Re_\tau = 14400$). \circ : 2次モーメント, Δ : 4次モーメント, \square : 6次モーメント, \bullet , \blacktriangle , \blacksquare : 式 (4-10-a, b) の範囲, 破線: 対数近似曲線.

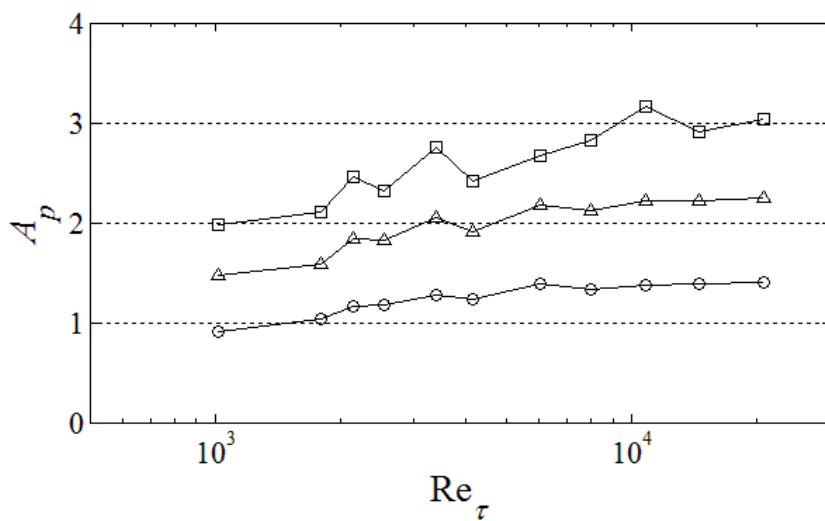


図 4-11 偶数次モーメントの対数直線近似勾配のレイノルズ数依存性. \circ : 2次モーメント, Δ : 4次モーメント, \square : 6次モーメント.

表 4-1 偶数次モーメントの対数直線近似における勾配値

Re_τ	1010	1790	2150	2540	3390	4160	6030	7970	10800	14400	20700
A_1	0.92	1.05	1.17	1.18	1.31	1.24	1.41	1.36	1.41	1.42	1.44
A_2	1.48	1.60	1.87	1.81	2.13	1.91	2.16	2.15	2.23	2.23	2.29
A_3	2.01	2.19	2.57	2.30	3.21	2.41	2.31	2.90	3.06	2.90	3.08

り、勾配係数の値は異なるが、レイノルズ数依存性が乱流境界層と円管乱流とで似通っていることは興味深い。高レイノルズ数における勾配係数の漸近的ふるまいについては、本計測条件よりも高いレイノルズ数での実験的研究が必要と考えられる。

4.3.3. 外層の第2ピークに関する検証

Alfredsson ら (Alfredsson, et al., 2011) は、Diagnostic Plot (以下、DP と略記) と呼ばれる平均速度と速度変動の標準偏差の分布において、外層領域に第2ピークの存在を示した。本項では、彼らの示した関係式を検証し、高レイノルズ数において第2ピークが現れるのか、具体的にどの程度のレイノルズ数で現れるかを推測する。

はじめに Alfredsson らの提案する DP の分布傾向について調べる。図 4-12 にすべての計測条件における DP を示す。レイノルズ数の増加に伴い、図中の左側にみられるこぶ状の分布が、横軸左側にシフトする傾向がみられる。また、平均流速が中心流速に近い領域では、レイノルズ数が増加するにつれ、下側にシフトする傾向がみられる。少なくとも、レイノルズ数に依存せずにスケーリングされることはない。

図 4-12 の結果に対して Alfredsson らの手法 (式 (4-6-b)) に基づくスケーリングを行い、図 4-13 にその結果を示す。図中の破線は Alfredsson らが示した式 (4-6-a) の係数 $a = -0.243$, $b = 0.286$, の直線である。本実験結果は Alfredsson らの示した直線におおむね従うことがうかがえ、レイノルズ数の増加に伴って破線と重なる領域が拡大する。しかしながら、レイノルズ数の増加に伴って破線と重なる領域の勾配が微小に変化する。そこで、本スケーリングの成立する領域および勾配について検討する。

Alfredsson らのスケーリングの勾配分布 (式 (4-7)) を図 4-14 に示す。いずれのレイノル

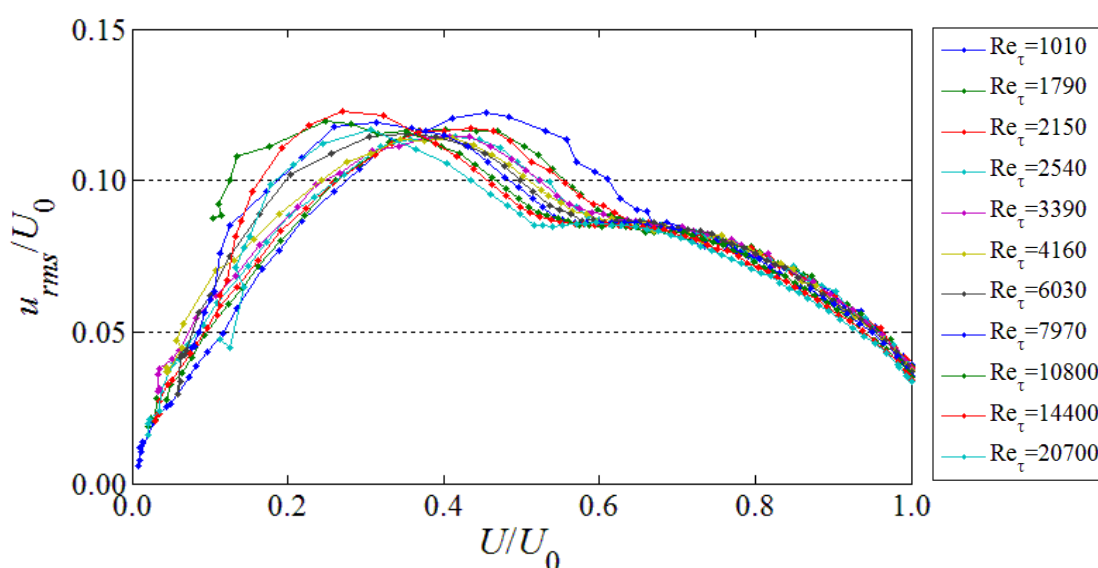


図 4-12 DP のレイノルズ数依存性

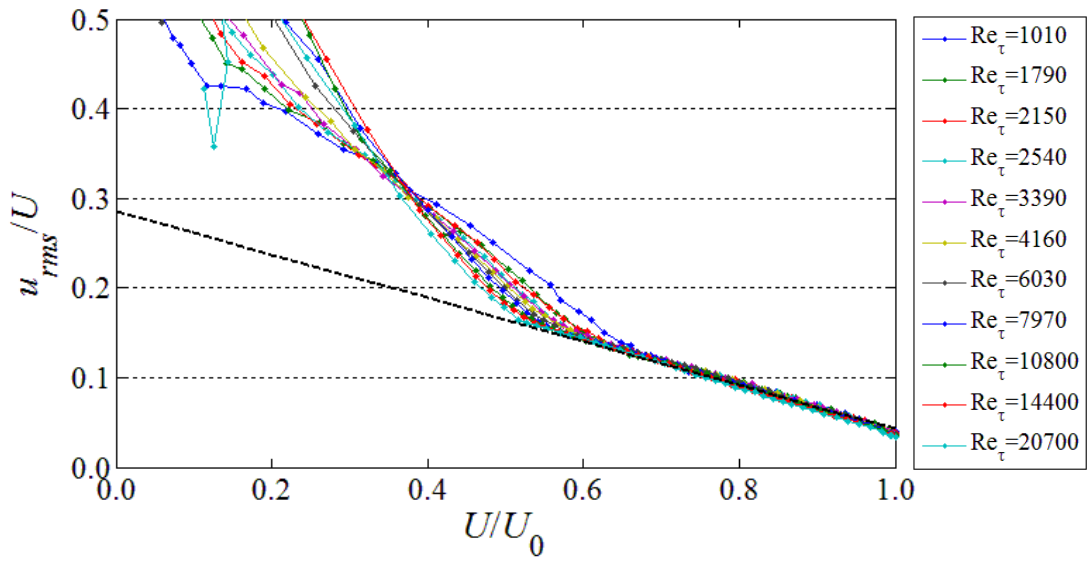


図 4-13 Alfredsson らのスケーリング結果. 破線 : 式 (4-6-a) ($a = -0.243$, $b = 0.286$).

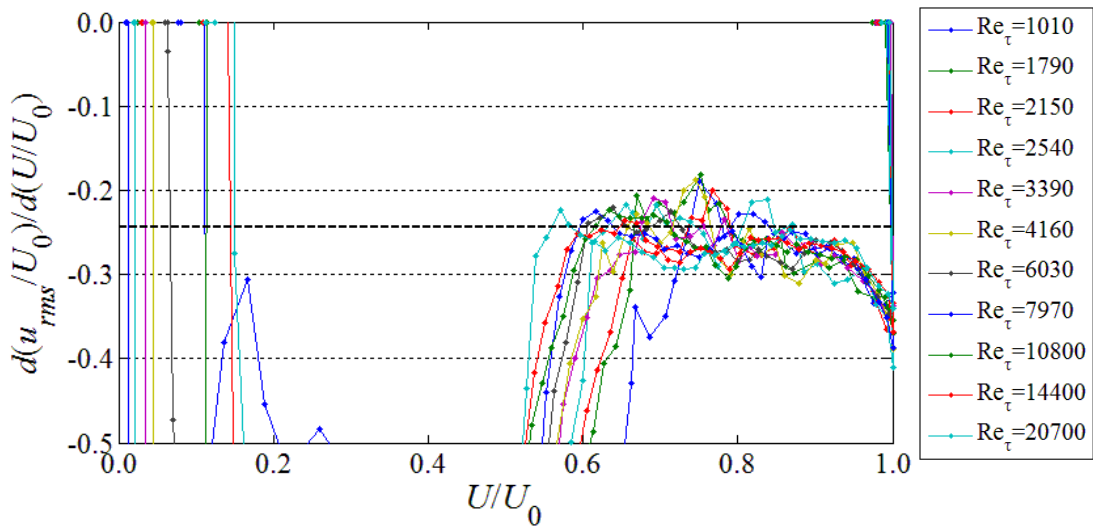


図 4-14 Alfredsson らのスケーリングにおける勾配分布. 破線 : $a = -0.243$.

ズ数においても勾配がおおよそ一定となる領域が存在しており，レイノルズ数の増加に伴ってその領域を広げる傾向がある．これらの勾配のおおよそ一定となる領域の開始点と終止点を求め，それぞれをレイノルズ数に対してプロットした結果を図 4-15 に示す．図中の○印と●印はそれぞれ Alfredsson らのスケーリングの成立範囲の開始点と終止点を表し，実線は式 (4-10-a, b) の平均速度の対数領域の範囲を表す．本スケーリングの成立する範囲については，開始点はレイノルズ数にほとんど依存せず，終止点はレイノルズ数に対して比例

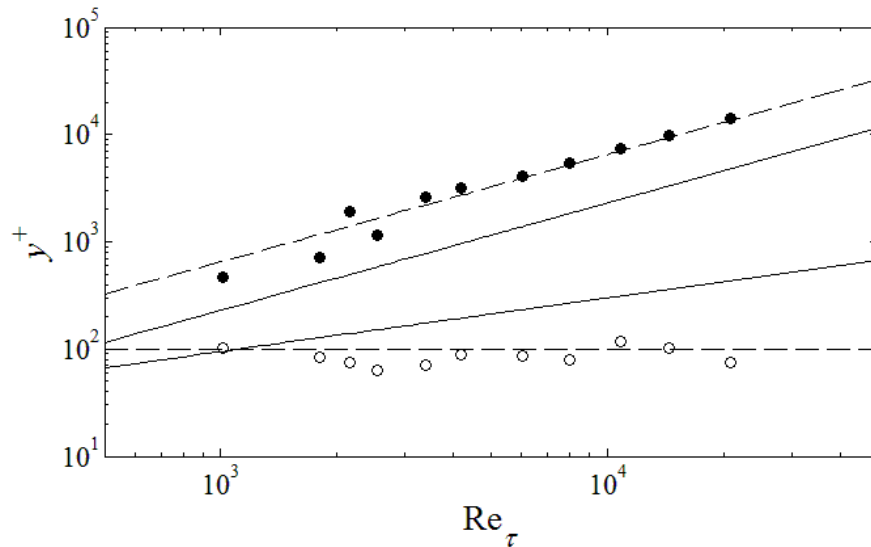


図 4-15 Alfredsson らのスケーリングの成立範囲. ○ : スケーリング成立範囲の開始点, ● : スケーリング成立範囲の終止点, 実線 : 式 (4-10-a, b), 破線 : 式 (4-13-a, b).

的な関係となり, 両者は式 (4-13-a, b) で良好に近似される. 開始点については, 先行研究 (Alfredsson, et al., 2011) において, $y^+ = 120$ 程度が開始点であることが述べられており, 本実験結果とおおむね一致する結果となった. 図 4-15 の実線と破線の関係から, Alfredsson らのスケーリングは平均速度分布における対数領域を完全に含んだ広い領域にわたって成立することが確認でき, 平均速度と乱流強度の間のスケーリングであることから, 対数領域と乱流強度の対数直線関係について, より詳細な議論が可能となる.

$$y_{sA}^+ = 100, \quad y_{eA}^+ = 0.65 \text{Re}_\tau \quad (4-13-a, b)$$

先に図 4-13 の破線と実験結果とがレイノルズ数の増加に伴って差異が生じることを述べた. それに関連して, ここでは Alfredsson らのスケーリング則における係数値のレイノルズ数に対する傾向について検討する. 本スケーリング則の成立範囲を式 (4-13-a, b) で定義し, その領域を直線近似した際の勾配係数および切片係数を式 (4-6-a, b) における係数値とする. 本実験結果から得られた勾配係数および切片係数をレイノルズ数に対してプロットした結果を図 4-16 に示す. 図中の○印は本実験から得られた係数値, 実線は Alfredsson らの提案した定数値, 破線は, a については低レイノルズ数条件の 4 点を除いたプロットに対して対数直線近似した式 (4-14), b についてはおよそ一定値を示すことから, a の近似範囲における平均値 (0.303) を示す.

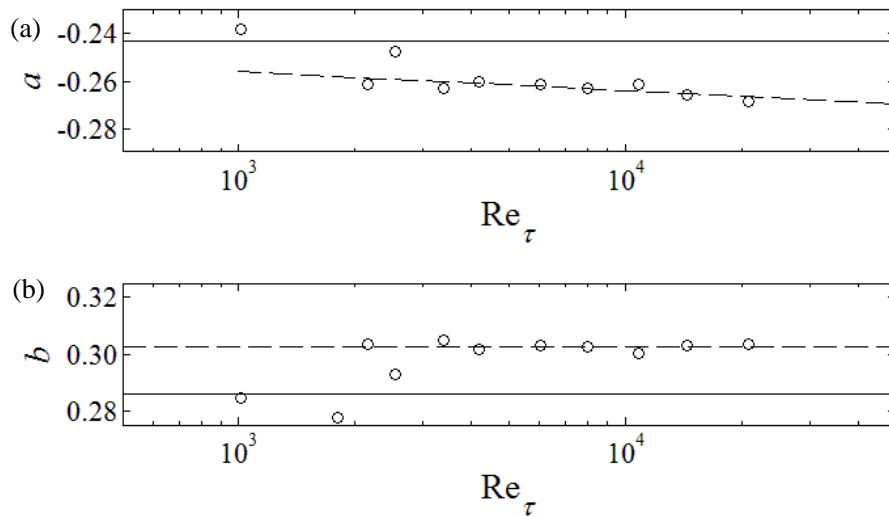


図 4-16 Alfredsson らのスケーリングにおける係数値のレイノルズ数依存性. (a) 式 (4-6-a) の勾配係数 a , (b) 式 (4-6-a) の切片係数 b , 実線 : $a = -0.243$, $b = 0.286$, 破線 : 式 (4-14), $b = 0.303$.

$$a = -0.006044 \log(Re_\tau) - 0.2060 \quad (4-14)$$

$Re_\tau < 2000$ の低レイノルズ数条件における係数値は先行研究で示された定数値である実線とよく一致する結果となった. これは Alfredsson らの報告は, 比較的低いレイノルズ数におけるデータにおける結果であることと整合する. しかしながら, それ以上の高レイノルズ数となると両係数ともに絶対値が増加する傾向がみられる. 本実験結果に基づけば, Alfredsson らのスケーリング則における勾配係数は一定ではなく, レイノルズ数とともに変化するものと判断される. これは, 外層領域の平均速度と乱流強度との対応関係がレイノルズ数の増加に伴って変化する, すなわち乱流構造に違いが生じることを示唆している.

これまでに, Alfredsson らの放物線の関係式の勾配係数 a がレイノルズ数に依存することが確認された. これにより, 勾配係数を定数で扱っていた場合よりも, 第 2 ピークが現れるレイノルズ数は変化すると考えられる. 放物線の関係式のレイノルズ数による変化を図 4-17 に示す. 図中の灰色破線はレイノルズ数の条件 (5000, 10000, 20000, 50000, 100000) による違いを表しており, 下側にシフトするほどレイノルズ数大きい. また, 灰色破線で示される放物線の極大点を●印でプロットした. 図からわかるように, 勾配係数 a がレイノルズ数依存性を有することから, レイノルズ数の増加に伴い極大位置が左側にシフトする. つまり, レイノルズ数の増加に伴う, 式 (4-6-a) に従う領域の下限における U/U_0 の値を算出することにより, 第 2 ピークの現れるレイノルズ数が見積もられる.

乱流強度分布において第 2 ピークが出現するためには, 式 (4-6-b) の放物線の極大値を

とる位置よりも式 (4-6-a, b) の成立する範囲の下限值が小さくならなければならない。そこで、式 (4-6-a, b) のスケーリング則の成立する U/U_0 の下限値を、先に得られた、 $y^+=100$ とし、本実験結果に基づく放物線の関係式 (レイノルズ数依存性を有する場合)、Alfredsson らの提案した定数値の場合とで、第 2 ピークの現れるレイノルズ数を見積もる。

ここで、各レイノルズ数条件における、Alfredsson らの関係式の成立範囲の下限值が取る U/U_0 の値の算出方法について説明する。成立範囲の下限值を $y^+=100$ の一定値とすることから、内層の速度分布はレイノルズ数によらず普遍的なものとする、 U^+ も一定の約 16.5 となる。レイノルズ数の増加に伴う U_0^+ の増加傾向がわかれば、 U/U_0 を見積もることができる。中心流速のレイノルズ数依存性については、内層変数で無次元化した際の対数則 (式 (3-16)) と速度欠損則における対数則 (式 (3-18)) を組み合わせることによって得られる。両式を用いて以下に示す式変形を行う。結果として、レイノルズ数に伴う中心流速の増加傾向は式 (4-15) として得られる。

$$\begin{aligned} \frac{U_0}{u_\tau} &= \frac{U_0 - U}{u_\tau} + \frac{U}{u_\tau} = \left(-\frac{1}{0.383} \log \frac{y}{R} + 0.662 \right) + \left(\frac{1}{0.383} \log \frac{u_\tau y}{\nu} + 4.38 \right) \\ &= \frac{1}{0.383} \log \left(\frac{u_\tau y}{\nu} \cdot \frac{R}{y} \right) + 5.04 \\ &= \frac{1}{0.383} \log(\text{Re}_\tau) + 5.04 \end{aligned} \quad (4-15)$$

上記の中心流速の関係式に、 $y^+=100$ (Alfredsson らのスケーリング成立の下限位置) における内層変数で無次元化された平均流速 $U^+=16.5$ を代入すると、 U/U_0 の下限値のレイノルズ数依存性として式 (4-16) が得られる。

$$\frac{U}{U_0} = \frac{16.5}{\frac{1}{0.383} \log(\text{Re}_\tau) + 5.04} \quad (4-16)$$

式 (4-6-a, b) の係数に基づく DP の近似曲線が極大値をとるときの U/U_0 を○印、Alfredsson らの示した定数値から得られる値を△印、式 (4-13-a, b) に基づく U/U_0 の下限値を●印、レイノルズ数に対してプロットした結果を図 4-18 に示す。図からそれぞれの交点を読み取ると、Alfredsson らの定数値を用いた場合は $\text{Re}_\tau=7000$ 程度、本実験結果のレイノルズ数依存

性を加味した場合は約 9000 となった. 本実験条件において Re_τ が 9000 を超えるものは 3 条件ある. ここで, 改めて高レイノルズ数 3 条件の乱流強度分布を確認する. ここで, 乱流強度分布における空間分解能の影響の補正結果は, レイノルズ数の増加 (空間分解能の低下)

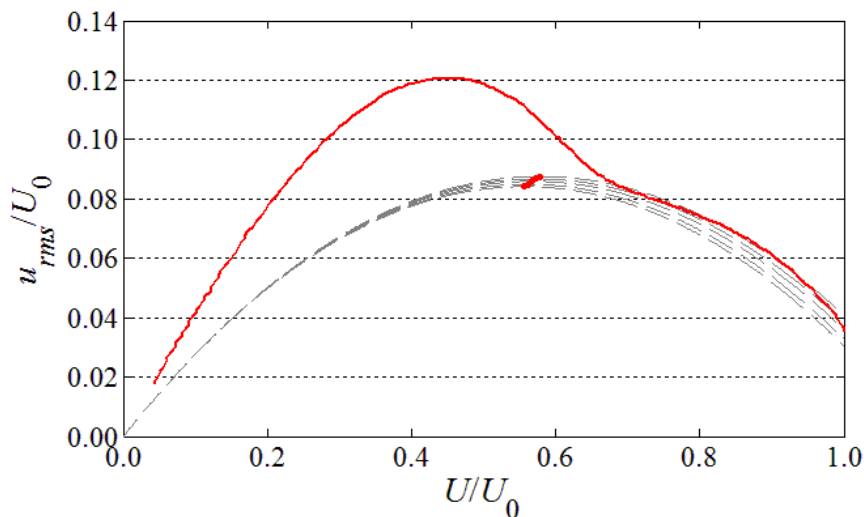


図 4-17 DP における式 (4-6-b) の極大値のレイノルズ数依存性. 赤色実線: El Khoury らの DNS 結果, ●: 式 (4-6-b) の極大値, 破線: 式 (4-14) に基づく式 (4-6-b) のレイノルズ数依存性.

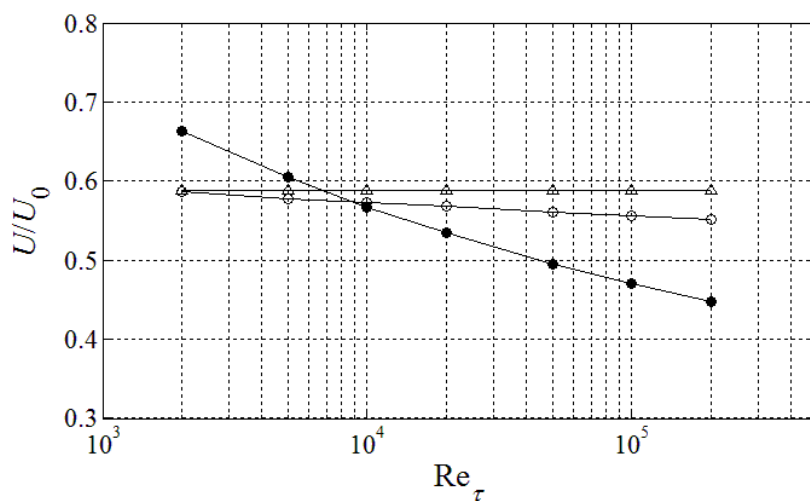


図 4-18 DP の成立範囲の下限位置と式 (4-6-b) の極大値の変化. ●: DP の成立範囲の下限位置, ○: 式 (4-6-b) の極大位置 (式 (4-14), $b=0.303$), Δ: 式 (4-6-b) の極大位置 ($a=-0.243$, $b=0.286$).

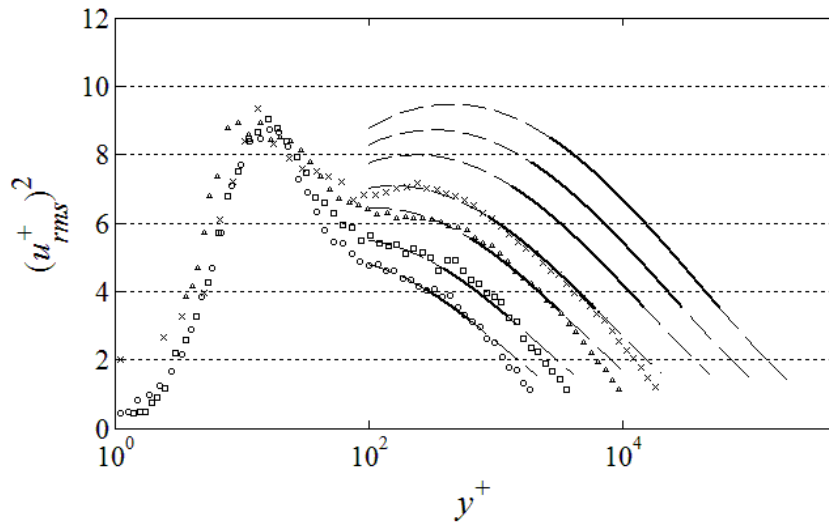


図 4-19 外層領域の乱流強度分布の再構成結果と計測値補正結果との比較. \circ : $Re_\tau=1010$, \square : $Re_\tau=2150$, ∇ : $Re_\tau=4160$, Δ : $Re_\tau=10800$, \times : 20700, 破線: 乱流強度分布の再構成結果, 実線: 対数直線関係の成立範囲 (式 (4-11-a, b)).

に伴い, その精度が低下する. ただし, 第 2 ピークの現れる位置では過大評価されないことが確認できているため, ここでは補正後のプロットのみを用いて検証する. 図 4-19 に $Re_\tau=10800$, 20700 の乱流強度分布を Δ および \times 印で示す. $Re_\tau=20700$ において上に凸の分布形状が確認される. 一方で, $Re_\tau=10800$ については確認できない. これは DP における放物線の極大値に到達するレイノルズ数が $Re_\tau \approx 9000$ であることから, 明確な第 2 ピークとはならないものと推測される. 本計測結果に基づけば, 外層の第 2 ピークが明確に確認されるためには, $Re_\tau=20000$ 程度が一つの目安となると考えられる. また, Hultmark らの計測結果でも $Re_\tau=20000$ において第 2 ピークが見られることから, 先行研究データとも整合すると判断される.

Alfredsson らのスケージングは平均速度分布における対数領域よりも広い範囲で成立することがわかった. そこで, 平均速度分布において対数則と, DP の分布形状が放物線になる関係を用いて, 乱流強度分布の推測を行い, 実験結果との整合性を調べる. Alfredsson らのスケージング則: 式 (4-6-a), 本計測結果の平均速度の $y^+ > 200$ を記述可能な Wosnik らの対数則 (式 (3-17)) および式 (4-15) を用いて, 乱流強度分布を再構成する. ここで, 推測するレイノルズ数は $Re_\tau=2150, 4160, 10800, 20700, 50000, 1 \times 10^5, 2 \times 10^5$ とする.

図 4-19 に乱流強度分布の再構成結果と本実験における計測結果を示す. 図中の $\circ, \square, \nabla, \Delta, \times$ 印はそれぞれ $Re_\tau=1010, 2150, 4160, 10800, 20700$ の実験結果を表し, 実線および点線は乱流強度の再構成結果であり, 実線部分是对数直線関係の成立する範囲 (式 (4-12-a, b)) を表す. 図中の分布から, 実験結果と対数直線領域において良好な一致を示す. 本計測条件よりも大きなレイノルズ数における再構成結果を示すが, 式 (4-6) および式 (3-17) が成立

すると仮定すると、外層のピークが明確に現れることが推測される。

外層の第2ピークが現れることの要因については、5章におけるスペクトル解析結果を踏まえて、7章において考察する。

4.3.4. 内層ピーク値のレイノルズ数依存性

本項では、空間分解能の影響を補正した乱流強度分布を用いて、円管乱流における内層領域の乱流強度分布の特徴について議論する。

空間分解能の影響を補正した乱流強度分布から求めた内層のピーク値を、レイノルズ数に対してプロットした結果を図4-20に示す。ここで、 $Re_\tau = 20700$ の内層領域の乱流強度については空間分解能の影響が非常に大きく、付録Aに示す補正手順では妥当な真値が推測できなかったため、図中には示していない。図中の●印は実際に計測した過大評価された結果、●印は補正結果である。図から、 $Re_\tau > 2000$ 程度からピーク値が過大評価されていたことがわかる。また、過大評価の割合はレイノルズ数の増加（空間分解能の悪化）に伴って急激に増大することがわかる。補正結果のピーク値はレイノルズ数の増加に伴っておおむね対数直線的に変化する傾向がみられる。図中の実線は、補正結果に対して対数直線近似した式(4-17)を表す。

$$(u_{rms}^+)_{peak}^2 = 5.65 + 0.386 \log(Re_\tau) \quad (4-17)$$

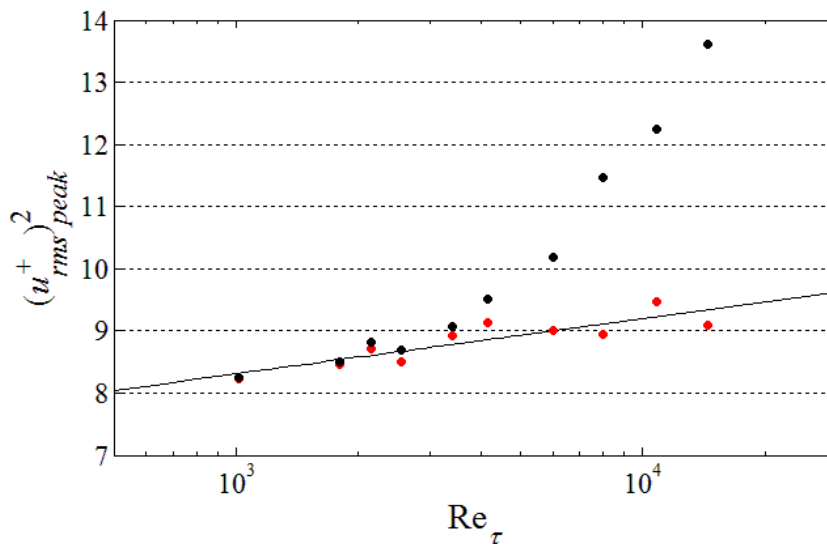


図4-20 内層ピーク値のレイノルズ数依存性。●：生データ，●：補正結果，実線：式(4-17)。

ここで、 $Re_\tau=5000$ 程度を境に分布傾向が変化するように見受けられる。 $Re_\tau < 5000$ では明らかなレイノルズ数依存性を示すものの、それ以上では一定値を示すようにも見える。Hultmark ら (Hultmark, et al., 2010) は円管乱流実験においてナノスケール熱線流速計を用いて乱流強度の内層ピークについて報告しており、レイノルズ数が増加しても内層のピーク値が変化しないという結果を示しており、その一定値は 9.1 と、本解析結果とほぼ一致する。ただし、本解析における高レイノルズ数条件では、計測された内層領域の乱流強度分布にはばらつきが生じるため、補正結果の不確かさが大きい可能性がある。

本計測結果に基づけば、円管乱流における乱流強度の内層ピーク値は、少なくとも $Re_\tau < 5000$ の範囲ではレイノルズ数依存性を示す。より高いレイノルズ数におけるピーク値の正確な分布傾向を調べるためには、より空間解像度の優れた計測が必要と考えられ、今後の高レイノルズ数実験に期待される。

4.3.5. 先行研究データとの比較

図 4-21(a)に $Re_\tau=2000$ における本計測結果と Hultmark らの計測結果を示す。図中の●印が本計測結果であり、●印は Hultmark らの結果を示す。本計測結果はばらつきが大きいものの、両者の分布はおおむね一致すると判断される。ここで、管摩擦係数の違いを排除したプロットとして、主流速度で無次元化した、平均速度と標準偏差の分布を図 4-21(b)に示す。このプロットは、平均速度がある値を持つときの変動速度の標準偏差を表す分布であり、平均速度と標準偏差との対応関係を見ることができる。つまり、このプロットにおいて差異が生じることは管摩擦係数の影響ではなく、流速測定法の違いによる影響と考えることができる。図 4-21(b)をみると、流速の大きな領域においてわずかに差異が確認できる。ただし、3 章での平均速度分布の比較と、図 4-21(a)における乱流強度分布の比較結果がおおむね一致することから、この違いは本計測における低レイノルズ数条件でのばらつきの影響と判断される。

図 4-21(c)に $Re_\tau=20000$ における結果を示す。図中のプロットは図 4-21(a)と同じである。図から明らかなように、本計測結果が全体的に大きな値をとる。これは低レイノルズ数条件と同様に、摩擦速度の違いが一つの要因と考えられるが、摩擦速度の違いを排除したプロットを図 4-21(d)に示す。 $U/U_0 > 0.6$ の範囲において、Hultmark らの結果が過小評価することがわかる。過小評価と断言する理由は、4.2.2 項で述べたように、本計測は LDV での計測であり、計測される速度の瞬時値が正確であること、および差異の生じる流速域においては空間分解能の影響が及ばないためである。

この違いは、4.3.1 項で述べた外層領域で確認される乱流強度の対数直線関係の勾配と切片の違いと結びつけることができる。先行研究における乱流強度の過小評価は、管摩擦係数の違いと、計測手法の違いによる正確な速度変動をとらえきれていないことが原因と予想される。図 4-21(d)のプロットの差異はおおむね定数分の差異が生じており、計測手法の違いによって変動の標準偏差が異なると考えられる。つまり、計測手法の違いの影響は、対

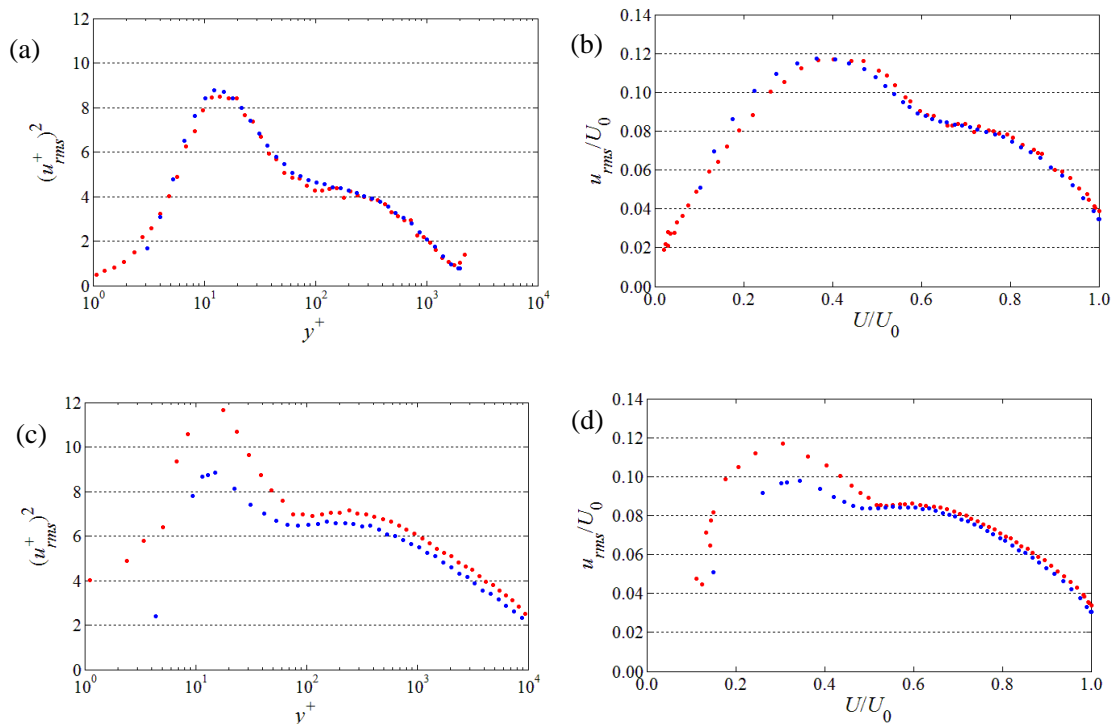


図 4-21 先行研究結果との乱流強度の比較. (a) 乱流強度分布 ($Re_\tau \doteq 2000$), (b) DP ($Re_\tau \doteq 2000$), (c) 乱流強度分布 ($Re_\tau \doteq 20000$), (d) DP ($Re_\tau \doteq 20000$), ● : 本計測結果, ● : Hultmark らの結果.

数直線関係の勾配値には影響せず、切片のみに影響する。一方、管摩擦係数の違いは、乱流強度を一定の割合で減少させるため、高い値ほど減少幅が大きくなる。乱流強度は変動の標準偏差の 2 乗であるため、標準偏差における定数分の差異は値が大きいほど、乱流強度の増加分が上昇する。つまり、上記の二つの違いによって乱流強度分布で成立する対数直線関係における勾配と切片は、先行研究と異なる結果が得られたと結論づけられる。以上の議論は、**Superpipe** とは異なる試験設備で行った初めての高レイノルズ数乱流円管実験であり、比較結果については検証の余地がある。以上の結論が正しいかどうかは、今後行われる高レイノルズ数実験における計測結果と合わせて、改めて検証されると考えられる。

今後行われる実験では、管摩擦係数、すなわち摩擦速度の高精度測定、さらには測定プローブが流れ場に入る影響および空間分解能の影響を十分に加味した議論を期待する。

本章では高次統計量のうち、主に 2 次の乱流強度について議論を行い、その特徴について考察した。5 章においては、スペクトル解析を行うことで、乱流中の渦構造を考察し、統計量との関係について議論する。

4.4. まとめ

高レイノルズ数円管乱流における流速測定精度の高い LDV 計測結果に基づいて、乱流強度および高次の偶数次モーメントについて調査した結果、以下の結論を得た。

- (1) 外層領域における乱流強度の対数直線関係の成立範囲を調べたところ、平均速度における対数領域と重なりを持ち、平均速度の対数領域の外層側に乱流強度の対数直線関係が現れる。乱流強度の対数直線関係の勾配値 A_1 はレイノルズ数に対して増加する傾向を示し、 $Re_\tau > 6000$ 程度で 1.44 に漸近する傾向を示した。高次の偶数次モーメントの対数直線関係についても調べた結果、先行研究結果と同様に、乱流強度の対数直線関係を満たす領域で、おおむね対数直線関係を満たす結果を得た。
- (2) DP スケーリングの成立を調べたところ、レイノルズ数の増加に伴い勾配値が変化する結果を得た。それに伴い、第 2 ピークが現れることの期待されるレイノルズ数は従来よりも大きくなり、 $Re_\tau > 9000$ と推測された。平均速度における対数則および DP スケーリングの成立を仮定し、乱流強度の外層領域の分布を推測した結果、本計測結果とおおむね整合する結果を得た。同時に、より高いレイノルズ数における分布を推測した結果、外層にはおおむね対数直線関係を満たす領域が確認され、外層の第 2 ピークが明確に確認された。
- (3) 乱流強度の内層ピーク値のレイノルズ数依存性について、LDV 計測における新たな空間分解能の補正法を用いて議論した結果、先行研究とは異なるレイノルズ数依存性を示す結果を得た。ただし、空間分解能の影響の補正に伴い、乱流強度分布のばらつきが大きくなるため、空間分解能の優れた計測結果が必要となる。
- (4) Hultmark らの先行研究結果と比較した結果、本計測結果は低レイノルズ数ではおおむね一致するが、高レイノルズ数では大きな値を得た。差異の原因は、摩擦速度と計測手法による変動速度の測定精度の違いが考えられ、これらの違いにより、外層領域の乱流強度分布で成立する対数直線関係の勾配と切片は、先行研究における報告と異なる結果が得られたと推測される。

第5章 円管乱流におけるパワースペクトル分布

5.1. はじめに

4章で議論した乱流強度の対数直線関係は Townsend の Attached Eddy (以下, AE と略記する) 仮説に基づいて Perry & Chong (Perry and Chong, 1982) が提案したモデルを用いることで導出できる. 本章では AE モデルと乱流強度の対数直線関係との関係について計測結果をもとに調査した結果を報告する. 合わせて周波数解析の一つである Amplitude Modulation (以下, AM と略記) の解析を行い, 内層と外層の相互作用の影響を調べる.

AE モデルでは, 壁と接している渦 (AE) の存在確率が壁からの距離に反比例的に変化するような渦の階層を仮定している. これに基づくと, ある壁からの距離における速度変動は, その壁からの距離以上のスケールを有する AE と, AE 以外の渦の寄与によって構成される. AE モデルでは複数の階層からの渦運動の乱流強度への寄与の総和として, 流れ方向速度成分のパワースペクトルが波数 k に対して -1 乗となる関係が得られることが議論されている (以降, この関係を満たすスペクトルを -1 乗スペクトルと呼ぶ). このモデルを模式的に図 5-1 に示した. ここで, 本研究で扱うパワースペクトル $E(k)$ は流れ方向速度成分の流れ方向の波数成分のみを扱う. スペクトルには波数 k が乗じてあり, -1 乗領域では一定となる. 点線, 破線, 一点鎖線, 実線の順に壁からの距離が大きくなることを想定している. ここで, 壁面から遠ざかることで, 壁高さよりも小さな AE が速度変動に寄与しないことから, パワースペクトルの -1 乗を満たす波数域が減少する. -1 乗スペクトルを波数 a/R から b/y (a, b は定数) まで積分することにより, 式 (5-1) で表される乱流強度の対数直線関係が導かれる.

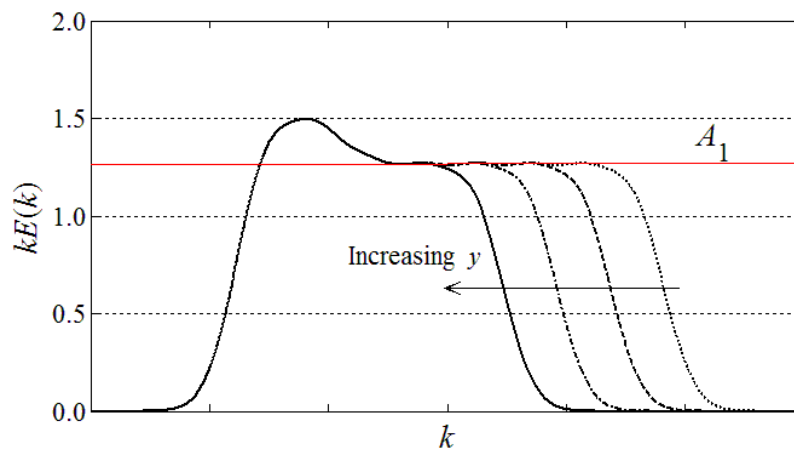


図 5-1 AE モデルにおける -1 乗スペクトル概念図

$$\left(u_{ms}^+\right)^2 = -A_1 \log(y/R) + B_1 \quad (5-1)$$

ここで、パワースペクトルと波数の積のプロットにおけるフラット領域の一定値は Townsend-Perry 定数と呼ばれ、対数直線関係の勾配 (A_1 , 式 (5-1)) と一致する (積分値が乱流強度の実値となる場合)。パワースペクトルは多くの場合、両対数グラフに描かれる。しかしながら、両対数グラフでは各周波数成分の乱流強度への寄与がわかりづらい。そこで、近年の研究 (Monty, et al., 2009) では Pre-Multiplied Spectra (以下, PMS と略記する) が用いられている。PMS は式 (5-2) に定義され、式 (5-3) に示すように横軸を対数プロットした時の面積が乱流強度の半値と一致する。

$$\text{PMS} = kE(k) \quad (5-2)$$

$$\left(u_{ms}^+\right)^2 = 2 \int_0^\infty E(k) dk = 2 \int_0^\infty kE(k) d(\log k) \quad (5-3)$$

ここで、PMS はパワースペクトルと波数 k の積であるため、その一定値領域が AE モデルに基づくパワースペクトルの -1 乗と一致する。これまで、 -1 乗スペクトルの関係の成立については、いくつか報告 (Nickels, et al., 2005) (Calaf, et al., 2013) があるものの、乱流強度の対数直線関係との相互関係についての議論が行われていない。また、Rosenberg ら (Rosenberg, et al., 2013) は -1 乗スペクトルの成否から乱流強度の対数直線関係について考察を行っているが、乱流強度の対数直線関係が成立する領域におけるパワースペクトルに関して議論されていない。

時間平均した統計量と渦の構造を結びつけることは、統計量の普遍性が何に起因するのかを考察するために重要となる。しかしながら先行研究を踏まえても、乱流強度の対数関係とパワースペクトルの -1 乗の関係の整合性について十分な検討がされているとはいえない。そこで、本論文では乱流強度が対数直線関係を示す領域において、パワースペクトルの壁からの距離依存性について調べることにより、乱流強度の対数直線関係の理解として AE モデルが妥当かどうかを検証する。また、Kim & Adrian (Kim and Adrian, 1999) の報告にある Large Scale Motion (LSM) や Very Large Scale Motion (VLSM) といった、流れ場の代表長さである円管半径よりも大きなスケールの構造との関係についても考察する。同時に、AM 解析を通して、外層の大規模構造が壁面近くに与える影響を考察する。

5.2 解析方法

5.2.1. LDV 計測データのフーリエ変換方法

パワースペクトルは、速度信号をフーリエ変換して得られる周波数成分の振幅の 2 乗であるエネルギー密度関数である。本解析におけるパワースペクトルの積分値は、速度信号の変動強度の半値と一致する。ここで、LDV で得られる速度信号は時間的に等間隔ではないため、生データの状態でフーリエ変換することが困難である。そこで、計測時の平均周波数の 4 倍の周波数で等間隔なデータを生成（実験値を内挿して補間）し、そのデータを用いてフーリエ変換を行った。パワースペクトルの算出には 4096 点のデータごとに区切り、時間的に等間隔な生成データ総数： N に対して、 $4096 \times n \leq N$ (n は整数) を満たす n 個のデータ列のアンサンブル平均値として求めた。等間隔のデータ生成時、補間操作のパワースペクトルへの影響は、補間数が増えることにより高周波数成分が延長され、アンサンブル平均の数が増加することにより分布が滑らかになる。図 5-2 に等間隔データの生成条件として、元データの 1 倍（青色）および 4 倍（赤色）とした際の $Re_\tau=7970$, $y^+=1400$ における PMS 分布を示す。図からわかるように、アンサンブル平均数が増加したことでスペクトルのばらつきが減少した。また、補間操作によって 800 Hz 以上の高周波数側が延長されるが、本章で議論する -1 乗スペクトルに関係する領域 (1~100 Hz) に影響はなく、本論文での議論においては無視する。

計測データは時系列信号であることから、テイラーの凍結乱流仮説を用い、各測定位置における平均速度を移流速度とすることで、時間から空間のデータへの変換を行う。テイラーの凍結乱流仮説の適用については、Del Álamo & Jiménez (Del Álamo and Jiménez, 2009) がス

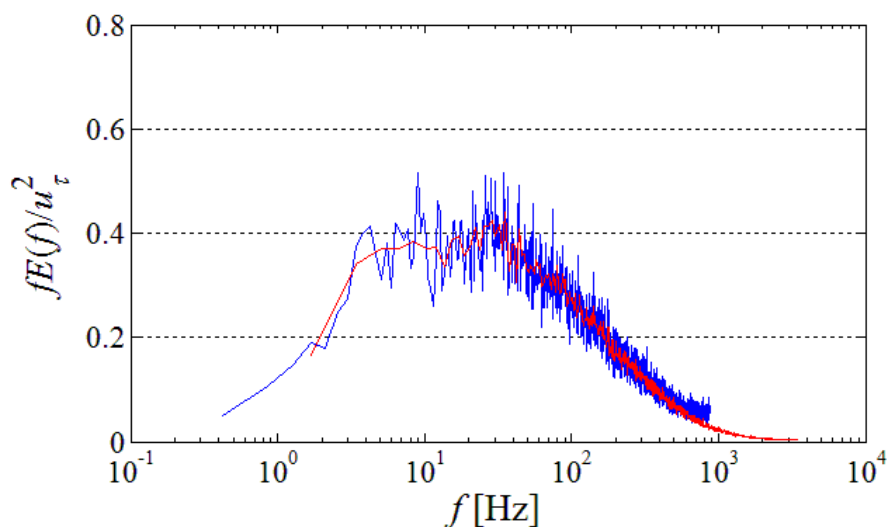


図 5-2 フーリエ変換時の補間数の違い ($Re_\tau=7970$, $y^+=1400$)。青線：補間数=サンプル数，赤線：補間数=4×サンプル数。

ペクトルの過大評価を指摘している。ただし、ピーク値の過大評価は比較的小さいことが報告されている (Rosenberg, et al., 2013)。そこで、本論文では Rosenberg らの報告に従って、テイラーの凍結乱流仮説を用いることの影響はないものとする。

5.2.2. LDV 計測における時系列信号

LDV で計測される時系列の速度信号は、熱線流速計で得られる時系列信号とは性質が異なる。2 章および 4 章でも述べたように、LDV では計測体積内に粒子が侵入した時のみ流速値が得られる。図 5-3 に LDV の計測体積の模式図を示す。図中の粒子 A が計測体積内に侵入した後、粒子 B が侵入した場合を考える。この時、侵入した粒子の計測体積内における位置は完全に一致することは通常考えられない。すなわち、厳密には同一位置における時系列の流速を測定していることにはならない。これは、レイノルズ数が大きくなり、測定位置における平均的な乱れのスケールが、計測体積よりも小さくなった場合、非常に大きな影響がある。4 章における時間平均統計量の補正が必要になるのも、計測体積よりも乱れのスケールが小さくなることが影響する。ただし、時間平均統計量が変化しない周方向への空間分解能の影響はほぼ無視できる。しかしながら、時系列の速度信号として解析する場合、周方向への計測体積の広がり、同一位置の速度変化を追えないことから致命的な影響がある。レイノルズ数が小さい場合には、図中の粒子 A および B の通過する位置は、慣性よりも粘性が支配的である限り、流速の絶対値は異なるものの変動の相関値が高くなることが期待される。しかしながら、レイノルズ数が増加すると、乱れが増大し、粒子 A と B の間隔よりも小さな渦が多く現れる。すると、粒子 A と B の間の速度相関関係が崩れ、粒子 A と B の通過する位置では異なる流速を示す。それに伴い、空間分解能の悪い LDV 計測では、計測された流速信号を同一位置における時系列信号として扱うことが困難となる。

時系列信号として扱えないデータ、すなわち計測体積が乱れのスケールよりも大きくなる場合（付録 A で示す空間分解能の影響が及ぶ場合）のパワースペクトルについては議論の対象としない。高レイノルズ数では、平均速度における対数領域を含む外層領域のパワースペクトル分布についてのみ議論の対象とする。これは、パワースペクトル分布と乱流強度の対数直線関係との対応を中心に議論する本章では、議論を行う上で影響のない制約と判断される。

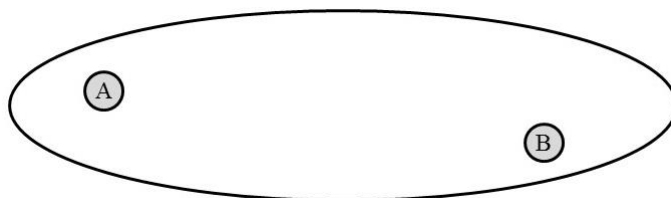


図 5-3 計測体積内における粒子の通過位置の例。楕円：計測体積，○印にアルファベット：トレーサ粒子の通過位置の例。

5.2.3. Amplitude Modulation

Amplitude Modulation (AM) は、ラジオの伝送方式と同じく、信号の重ね合わせの効果を考察している。詳細は Mathis らの論文 (Mathis, et al., 2009) を参照していただき、基本的な解析方法と、その意味合いについて説明する。AM 解析は周波数解析の性質を有しており、小スケールと大スケールの相互作用の影響を調べるために用いられる。本章では、円管乱流における小スケールと大スケールの相互作用について明らかにするため、AM 解析を行う。

(1) AM 解析の概要

AM 解析は、外層の大きなスケールの変動が壁面近くの小さなスケールの変動に与える影響を調べるための手法として理解される。内層と外層の相互作用は、内層の構造は外層の大規模変動の影響を受け、外層の大規模構造の影響が壁面近くまでおよぶ、Foot print と呼ばれる関係があると考えられている。Mathis ら (Mathis, et al., 2013) は、壁面近傍に設置した I 形熱線プローブと外層で移動可能な I 形熱線プローブの 2 本の同時計測に基づき、外層と内層の大規模な変動構造が相関関係にあること、およびその構造の傾斜角を報告した。これに基づいて、外層の速度変動を用いて壁近くの変動構造を予測するモデルについても報告している。

AM 解析を I 形熱線プローブ 1 つの計測で適用するための方法は、Mathis らにより詳細に調べられている。先の 2 本の熱線プローブを用いた解析結果に基づけば、壁近くの小規模な変動に内在する大規模なスケールの変動は、外層の大きなスケールと相関を持っていると考えられる。この考え方に基づいて、1 つのプローブでの時系列信号に対して AM 相関係数を算出することができる。

(2) AM 相関係数の算出方法

図 5-4 に AM 相関係数算出までのフローチャートを示す。各手順において得られる信号の代表例を図 5-5 に示し、必要事項の説明を行う。

(a) 時系列信号における大小スケールの分離

大小スケールの分離は、フーリエ変換後の周波数空間において、閾値 f_{th} を設定する。閾値よりも大きいあるいは小さい周波数成分を 0 にすることで、閾値よりも大きな、あるいは小さな周波数成分のみを逆フーリエ変換して、小スケールおよび大スケールの速度変動成分が得られる。スケールを分離するための閾値については、Mathis らの論文で調べられており、テイラーの凍結乱流仮説における時間から空間への変換として、局所の平均速度 $U(y)$ を移流速度として用い、閾値を δ (円管では配管半径、チャンネルでは半幅、境界層では境界層厚さ) およびその半値、2 倍値などを用いて、閾値の影響について調べている。結果として、 δ に近い (桁が変わらない程度) 値を閾値とすれば、結果に大きな差異は見られないことが述べられていることから、本研究における周波数の閾値 f_{th} は式 (5-3) とする。

$$f_{th}(y) = U(y) / \delta \quad (5-3)$$

(b) 小スケールにおける包絡線の算出

小スケールの速度変動の振幅変化の波形を得るために、先行研究では小スケール変動の包絡線を用いている。包絡線の算出にはヒルベルト変換を用いた。

ヒルベルト変換は、フーリエ変換後の（周）波数空間において、正の波数成分の位相を 90° 遅らせ、負の波数成分の位相を 90° 早める操作を表す。複素表示において位相 90° の移動は虚数単位 i の積あるいは除 ($-i$ の積) として与えられる。ここでヒルベルト変換結果を $H(f)$ とし、変換前のフーリエ変換結果を $U_f(f)$ とすると、ヒルベルト変換は以下の式で表される。

$$H(f) = -i \cdot \text{step}(f) U_f(f) \quad (5-4)$$

$$\text{step}(f) = \begin{cases} -1 (f > 0) \\ 0 (f = 0) \\ 1 (f < 0) \end{cases} \quad (5-5)$$

波数空間での操作を終えた $H(f)$ を逆フーリエ変換することで、速度信号 u のヒルベルト変換後の信号 u^* が得られる。包絡線 u_E はヒルベルト変換を用いた以下の式で与えられる。

$$u_E = \text{abs}(u + i \cdot u^*) \quad (5-6)$$

ここで abs は絶対値を返す関数である。

(b) で求めた包絡線において、(a) における周波数の閾値を用いて、大スケール変動を取り出す。その大スケール変動と、(a) で分離した大スケール変動との相関値を求めた結果が AM 相関係数となる。

(3) AM 相関係数の意味合い

先に述べた AM 相関係数の算出方法で簡単に触れたが、小スケール変動の包絡線は、小スケール変動の強度とほぼ等価となる。その例として、変動速度の 3 乗平均である歪度について、速度変動を大小スケールに分離することで、歪度への寄与割合を計算できる。歪度における速度変動の大小スケール分離は式 (5-7) に表す。

$$\overline{u^3} = \overline{(u_S + u_L)^3} = \overline{u_S^3 + 3u_S^2 u_L + 3u_S u_L^2 + u_L^3} = \overline{u_S^3} + \overline{3u_S^2 u_L} + \overline{3u_S u_L^2} + \overline{u_L^3} \quad (5-7)$$

ここで u_L と u_S は, (2)の(a)で分離された変動速度の大スケールと小スケール成分である. 上式のように, 歪度は変動速度の大小スケールの変動成分ごとに, 4つの寄与項に分離される. この中で, Mathis ら (Mathis, et al., 2011) は AM 相関係数と式 (5-7) の第2項がほぼ同一の分布傾向を示すことを報告した. これは単純に, 小スケール変動の包絡線は, 近似的に小スケール変動の強度で表されることを意味し, 包絡線の意味合いからも小スケール変動の振幅値と等価であることは理解に難しくない.

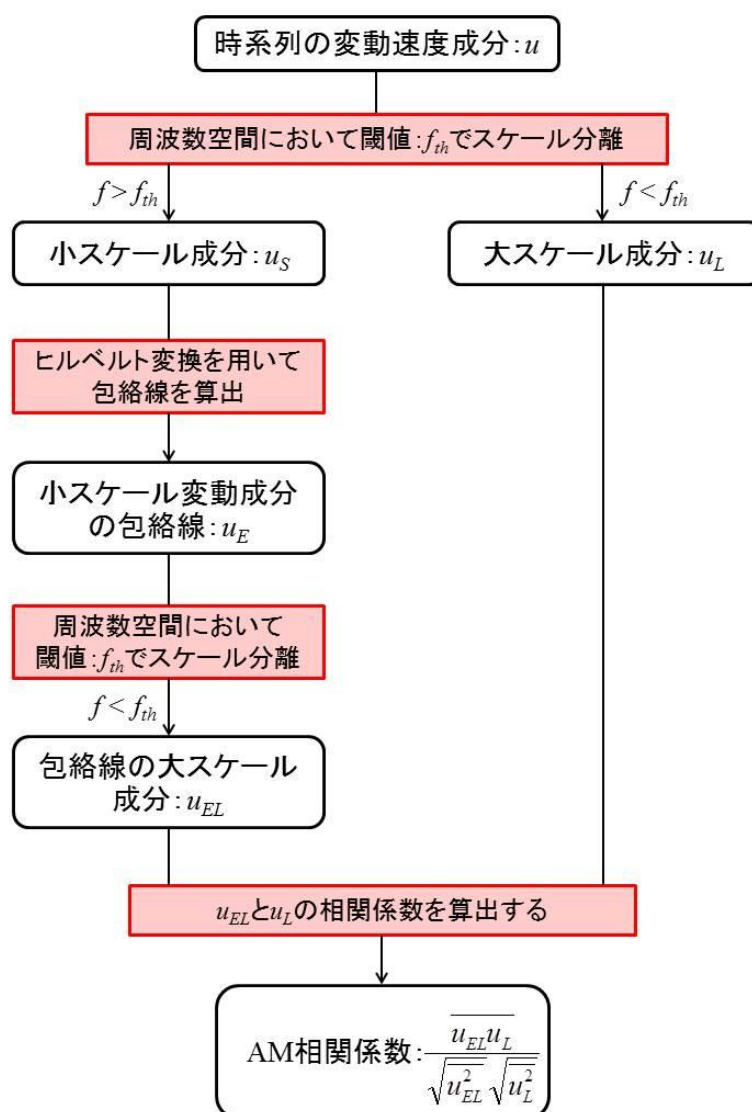


図 5-4 AM 解析フローチャート

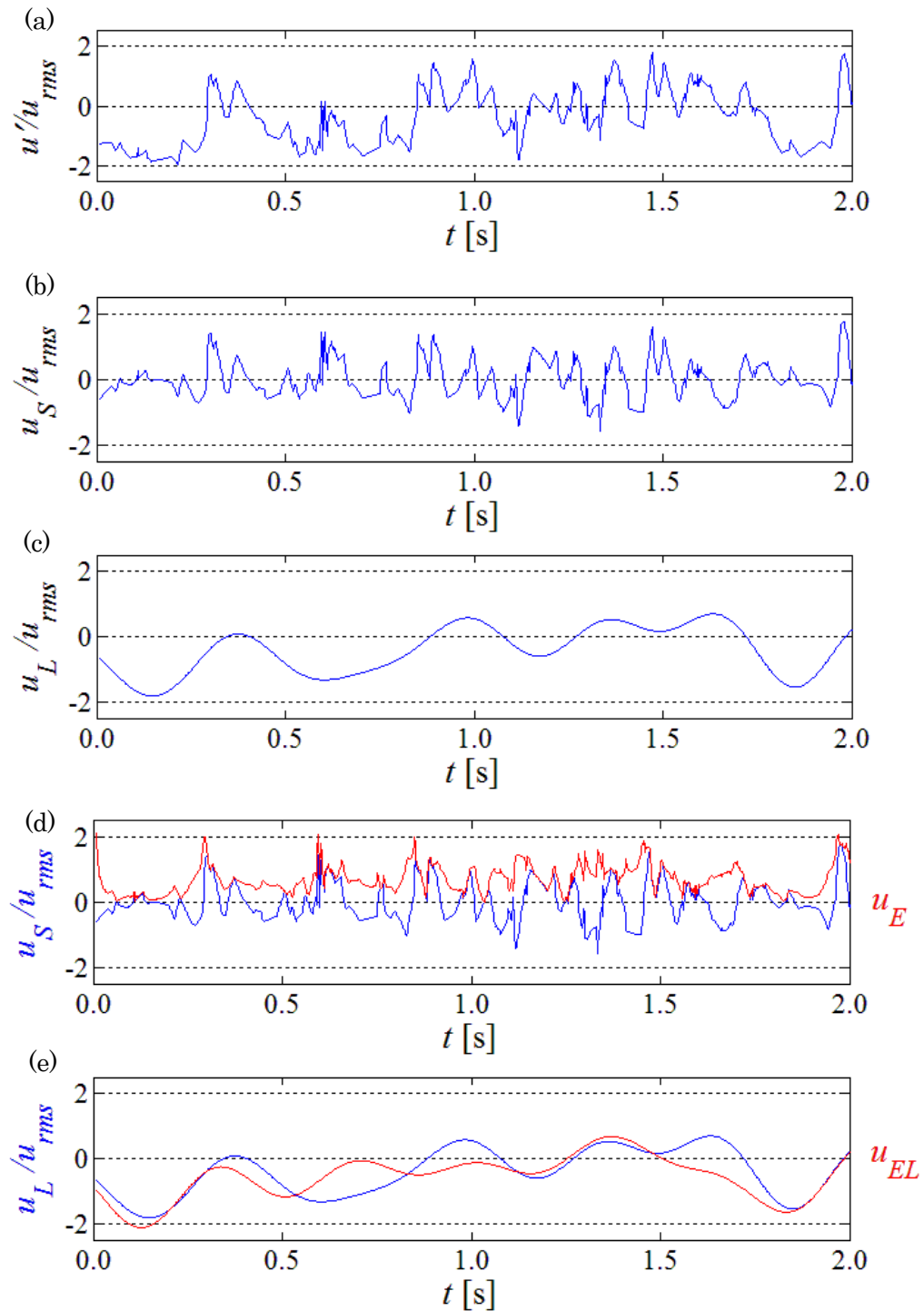


図 5-5 AM 解析時の代表的な速度信号 ($Re_\tau=1000$, $y^+=10$, $U=0.15$ m/s) . (a) 変動速度, (b) 小スケール変動成分, (c) 大スケール変動成分, (d) 小スケール変動成分 (青線) と包絡線 (赤線), (e) 大スケール変動成分 (青線) と小スケール変動の包絡線の大スケール成分 (赤線) .

上に述べたように、AM 相関係数は局所の速度変動における大スケール変動と小スケールの有するエネルギーの変動との相関値となる。すなわち、大きなスケールの変動に対する、小さな乱れの強度がどのように変化するかを意味する。本論文では、AM 相関係数のレイノルズ数に対する分布傾向を調べることで、内層と外層の相互作用について調べ、内層領域の乱流強度への影響についても考察する。

5.3. 解析結果

5.3.1. AE モデルの -1 乗スペクトルの検証

(1) -1 乗スペクトルの成立領域と乱流強度分布

Perry らや Rosenberg らにより、円管乱流において -1 乗スペクトルが成立することが報告されている。 -1 乗スペクトルの成立する壁からの距離は $y^+=200$ 程度と、壁面に近い領域となることが知られている。また、Rosenberg らによれば比較的レイノルズ数が低い場合 ($Re_\tau \approx 2000$) に -1 乗スペクトルが確認されている。そこで本項目では、 $Re_\tau=2150$ および 7970 において壁からの距離、 $y/R \doteq 0.046, 0.063, 0.085, 0.115$ ($Re_\tau=2150 : y^+=100 \sim 250$, $Re_\tau=7970 : y^+=350 \sim 900$) におけるパワースペクトルの分布型を調べる。ここで、調べる壁からの距離は Rosenberg らの報告にある壁からの距離を参考にした。

図 5-6 および図 5-7 に $Re_\tau=2150, 7970$ におけるパワースペクトル分布を両対数表示したプロットを示す。横軸は、波数 k を測定位置 y で無次元化し、縦軸も同様に測定位置 y での無次元化を行った。図中の実線および破線は -1 乗則および $-5/3$ 乗則を表す。プロットの色はそれぞれ青色、緑色、赤色、水色の順に、壁からの距離が大きくなる。いずれのレイノ

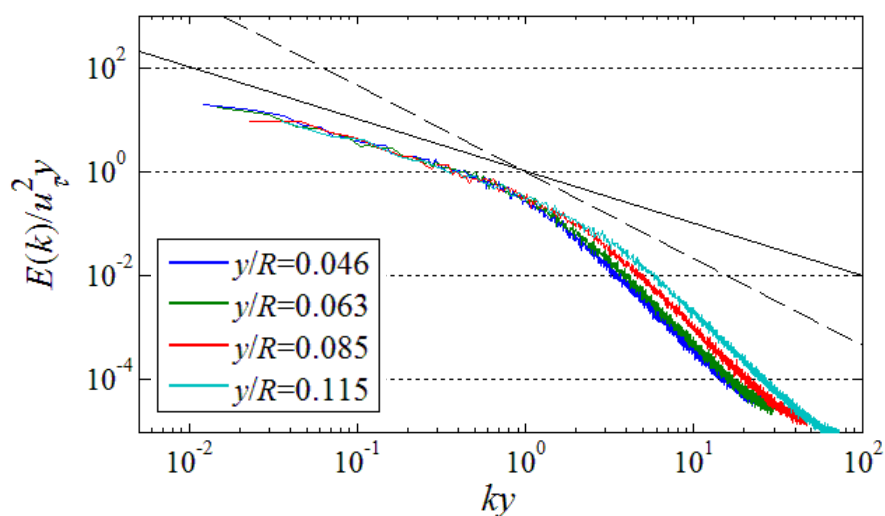


図 5-6 パワースペクトル分布 ($Re_\tau=2150$) . ($y/R \doteq 0.046$: 青色, 0.063 : 緑色, 0.085 : 赤色, 0.115 : 水色, 実線 : -1 乗, 破線 : $-5/3$ 乗) .

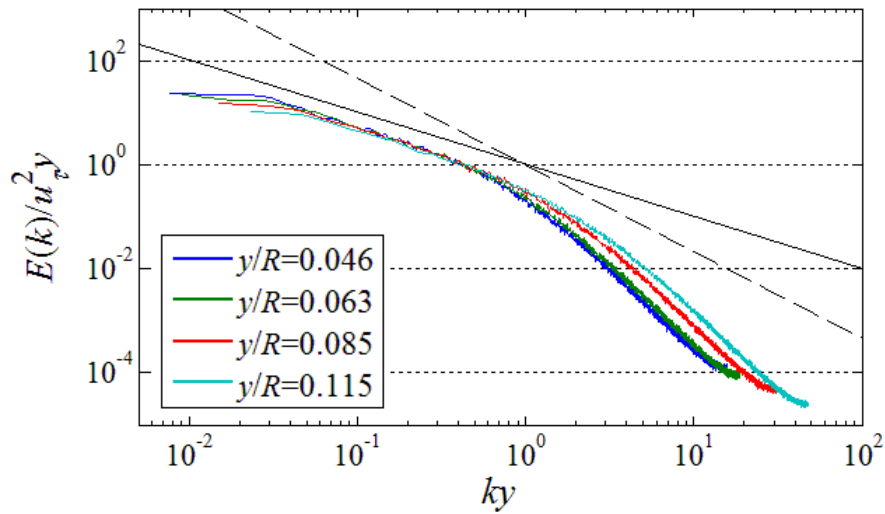


図 5-7 パワースペクトル分布 ($Re_\tau=7970$) . ($y/R=0.046$: 青色, 0.063 : 緑色, 0.085 : 赤色, 0.115 : 水色, 実線 : -1 乗, 破線 : $-5/3$ 乗) .

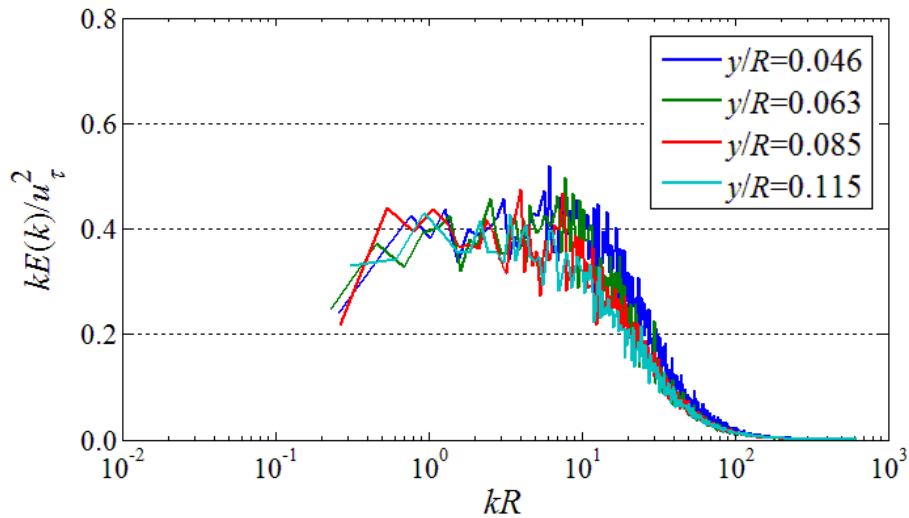


図 5-8 PMS 分布 ($Re_\tau=2150$) . ($y/R=0.046$: 青色, 0.063 : 緑色, 0.085 : 赤色, 0.115 : 水色) .

ルズ数においても、実線の -1 乗則と同じ勾配を持つ領域が存在することがわかる。一方で $-5/3$ 乗則については、その関係の成立の判定方法は曖昧なことが多く、少なくとも本計測結果では、 $-5/3$ の関係を維持する領域は確認できなかった。

-1 乗スペクトルの関係をより詳細に調べるため、図 5-8 にパワースペクトルと波数の積で表される PMS のプロットを示す。横軸は波数 k を配管半径 R で無次元化している。 $Re_\tau=$

2150 では、比較対象とした壁からの位置すべてにおいて、AE モデルで示された -1 乗スペクトルの関係が成立すると判断される。さらに、Rosenberg らにより示される結果と同じく、壁面から遠ざかるにつれ $kR=10$ 付近の分布が下側に移動する傾向を示す。一方で図 5-9 の $Re_\tau=7970$ では、Rosenberg らにより示されたように、壁面から遠ざかるにつれ、エネルギー保有領域全体の強度が減少することがわかる。強度の減少が顕著となるのは主に高波数域となることも、先行研究と傾向が一致する。

ここで、 $Re_\tau=7970$ の $y^+=95\sim 265$ の範囲（図 5-7 における内層変数表示位置 $100 < y^+ < 250$ とほぼ同位置）における PMS 分布を図 5-10 に示す。図中の分布はいずれも近似的に一定値を示す領域を有し、その強度はほぼ一致する。しかしながら、低レイノルズ数における -1 乗スペクトルの壁からの距離に対する変化とは異なり、壁から遠ざかるにつれてエネルギー保有波数域全体が高波数側から低波数側に移動する傾向がみられる。これは、壁面近くでは小さなスケールがエネルギーの大半を担っていたのに対し、壁から遠ざかることで大きなスケールがエネルギーを保有することと整合するものと判断される。

以上をまとめると次のことが言える。高レイノルズ数条件では、管径に対してより小さなスケールがエネルギーを保有するため、小さなスケールから大きなスケールへのシフトがより広い波数域で行われる。一方で低レイノルズ数条件では、 $y^+>100$ の領域においてエネルギーを保有する波数域が小スケール側から大スケール側にシフトするものの、エネルギーを保有できるスケールの幅が高レイノルズ数に比べて狭い。そのため、高レイノルズ数条件よりも壁面近くでエネルギーを保有するスケールが相対的に大きく、エネルギーを保有する波数域の変化が現れず、小さなスケールの保有するエネルギーが減少する。それによって、壁から遠ざかることで小スケールにおけるエネルギー強度のみが減少する関係が現れたものと考えられる。

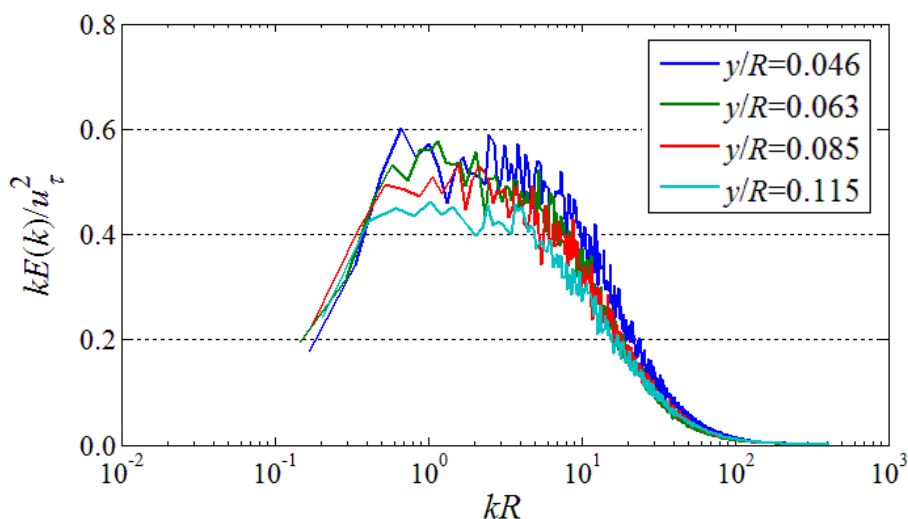


図 5-9 PMS 分布 ($Re_\tau=7970$) . ($y/R=0.046$: 青色, 0.063 : 緑色, 0.085 : 赤色, 0.115 : 水色) .

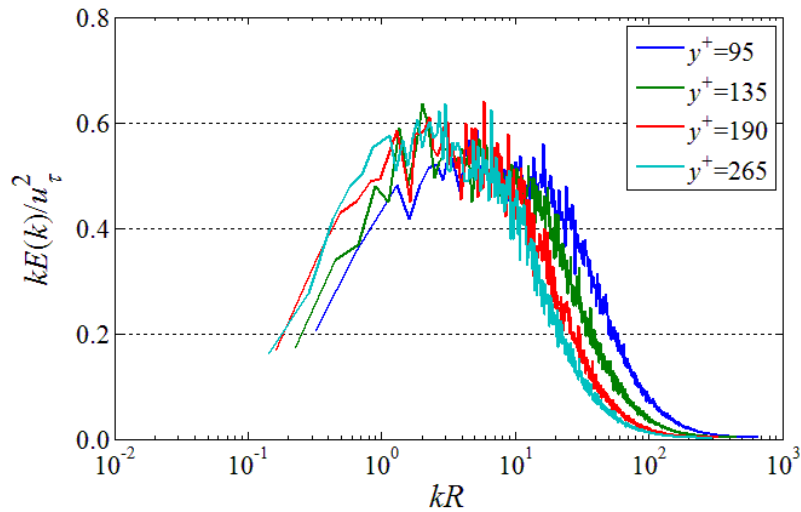


図 5-10 PMS 分布 ($Re_\tau=7970$, $95 < y^+ < 265$) . ($y^+=95$: 青色, 135 : 緑色, 190 : 赤色, 265 : 水色) .

以上のことから、本計測結果におけるパワースペクトル分布の壁からの距離の増加に対する変化傾向は、Rosenberg らの報告と一致すると判断される。レイノルズ数が低い場合 ($Re_\tau=2150$) の壁近く ($100 < y^+ < 250$, $0.04 < y/R < 0.1$) で確認される -1 乗スペクトルは、 $Re_\tau=7970$ における $0.04 < y/R < 0.1$ では確認できず、 $100 < y^+ < 250$ で近似的に -1 乗を満たすスペクトルが確認された。これは、AE が壁から発達することから、AE に基づくスペクトルは内層変数での無次元化位置で、相似形の渦構造を持つと考えられる。すなわち、外層領域で現れる対数直線関係との関連性は薄いものと考えられる。

(2) -1 乗スペクトル成立域における乱流強度分布

ここで、 -1 乗スペクトルの成立と乱流強度の対数直線関係の成立について確認する。図 5-11 に $Re_\tau=2150$ における乱流強度分布を \circ 印で示す。図中の \bullet 印は -1 乗スペクトルの成立領域を表す。 \bullet 印の領域は、先に示したように、AE モデルの -1 乗スペクトルの関係を満たすことから、乱流強度分布で対数直線関係が成立することが期待される。図中の破線は、図 5-8 の -1 乗領域の一定値 0.4 の 2 倍値 (本論文におけるパワースペクトルは両サイドスペクトルの片側のみを表示しているため) の勾配 0.8 を用いた式 (5-7) を示す。ここで、切片は \bullet 印と一致する値を選んだ。図からもわかるように、低レイノルズ数では、AE モデルにおける -1 乗スペクトルが成立し、その領域における乱流強度分布は式 (5-7) の対数直線関係が成立すると判断される。

$$\left(u_{ms}^+\right)^2 = -0.8 \log(y/R) + 2.5 \quad (5-7)$$

同様に、 $Re_\tau=7970$ の乱流強度分布を図 5-12 に示す。図中の印は図 5-11 と同一である。ただし、この条件における外層位置 ($y/R=0.045\sim 0.115$) では、AE モデルの -1 乗スペクトルの関係が確認されなかったため、対数直線関係の勾配値がスペクトル分布からは求まらない。ここでは、4 章における $Re_\tau=7970$ での乱流強度の対数直線関係の勾配値から求めた式 (5-8) を用いた。対数直線関係の破線と、●印は部分的に一致することがわかる。このレイノルズ数では外層領域において、破線の対数直線関係と一致する領域が明確に存在する。しかしながら、●印のスペクトル分布は -1 乗スペクトルの関係とはならず、スペクトルを調べた壁からの位置 ($y/R=0.045\sim 0.115$) と対数直線関係の成立範囲が偶然一致したに過ぎず、AE モデルとは関係がないものと判断される。

$$\left(u_{rms}^+\right)^2 = -1.36 \log(y/R) + 1.68 \quad (5-8)$$

低レイノルズ数条件 ($Re_\tau=2150$) においては、壁近くの領域 ($y^+=100\sim 250$) で -1 乗スペクトルが確認され、その領域では乱流強度分布はおおむね対数直線関係を満たす。一方、レイノルズ数が高い条件 ($Re_\tau=7970$) では、 -1 乗スペクトルの関係を確認することはできなかった。これは Rosenberg らの報告と一致し、Perry らによって報告された -1 乗スペクトルが、レイノルズ数が低い条件で観測されたこととも整合する。外層領域における乱流強度の対数直線関係 (Marusic, et al., 2013, Hultmark, et al., 2013) は、高レイノルズ数で明確に現れることが知られている。しかしながら、高レイノルズ数におけるパワースペクトルは、低レイノルズ数で確認される -1 乗スペクトルの関係を示さず、 -1 乗スペクトルに似て異なる分布傾向を示す。これは、レイノルズ数が増加したことにより外層領域に現れる大規模な構造が、 -1 乗スペクトルの関係に影響を与えたと考えられる。

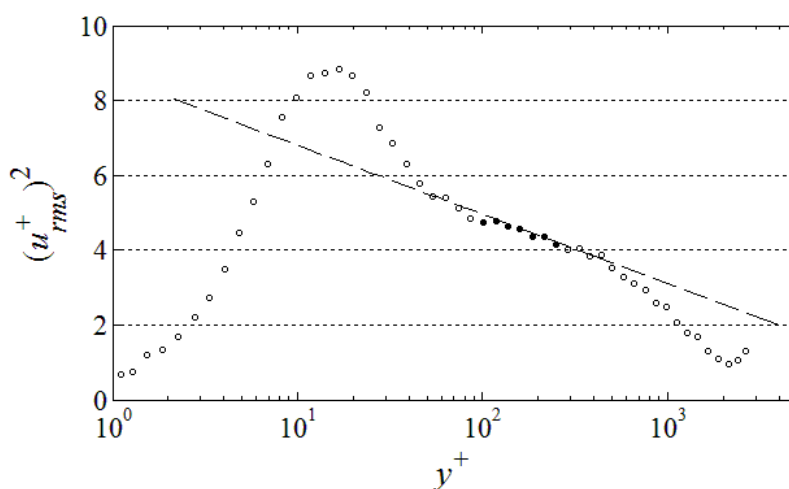


図 5-11 -1 乗スペクトル領域における乱流強度分布 ($Re_\tau=2150$) . ○ : 全計測点, ● : $y/R=0.045\sim 0.115$, 破線 : 式 (5-7) .

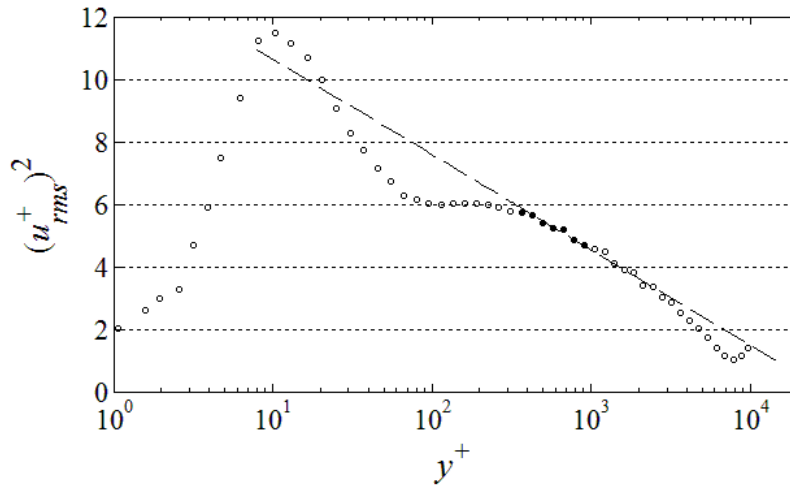


図 5-12 -1 乗スペクトル領域における乱流強度分布 ($Re_\tau=7970$) . \circ : 全計測点, \bullet : $y/R=0.045\sim 0.115$, 破線 : 式 (5-8) .

(3) 乱流強度の対数直線関係成立域におけるパワースペクトル型

本項目では, 乱流強度の対数直線関係が成立する領域におけるパワースペクトルの特徴についてまとめる.

図 5-13 に $Re_\tau=20700$ で得られたパワースペクトルを壁からの距離 y を用いて無次元した結果を示す. プロットの色の違いは壁からの距離, $y^+=1100, 2000, 3600, 6300$ の違いに対応する. また, 図中の実線は -1 乗則を, 破線は $-5/3$ 乗則をそれぞれ表す. 本実験結果からは $-5/3$ 乗則に従う領域はほとんど見られないが, -1 乗則の実線とほぼ同じ勾配を持つ領域が存在することが確認できる. より詳細に検証するために, 図 5-14 に -1 乗の領域が一定値を示す PMS の分布を示す. ここで, 先行研究との対比のために, 式 (5-9) に従って波長 λ_x を定義する.

$$\lambda_x = 2\pi/k \tag{5-9}$$

色の違いは図 5-13 と同一であり, $y^+=10000, 20000$ のプロットを加えた. 乱流強度への寄与割合の大きい横軸の範囲 $10^4 < \lambda_x^+ < 10^6$ に注目する. $y^+=1100$ (青色のプロット) では, 上に凸の放物線状の分布型となることがわかり, このスペクトル分布は一定領域 (-1 乗領域) を有するとは判断できない. $y^+=2000$ (緑色のプロット) では, $\lambda_x^+=10^5$ 程度で一定傾向を示す. さらに壁から離れた $y^+=3600$ (赤色のプロット) および 6300 (水色) を見ると, $\lambda_x^+\approx 5\times 10^4$ と $\lambda_x^+\approx 3\times 10^5$ に二つのピークを持つことがわかる. この二つのピークは先行研究 (Monty, et al., 2009) でも示されている大規模構造と判断され, 二つの大規模構造の寄与によって近似的に -1 乗の関係を作り出していると考えられる. 大規模構造は, ピークを有す

る波長域の大小によって LSM と VLISM に分類され、本計測結果における $\lambda_x^+ = 4 \sim 6 \times 10^4$ が LSM に、 $\lambda_x^+ = 2 \sim 3 \times 10^5$ が VLISM に対応する。しかしながら、その一定値は Townsend-Perry 定数の 0.64（本解析における PMS の積分値は乱流強度の半値であるため、1.28 の半値である 0.64 となる）よりも小さく、図 5-1 に示すような壁からの距離に対して -1 乗領域が減少する傾向は見られない。さらに壁から遠ざかる位置 $y^+ = 6300$ （水色のプロット）では VLISM の寄与割合が LSM よりも小さくなるのがわかる。円管中心付近になると VLISM が非常に弱くなり LSM が主に乱流強度に寄与することがわかる。

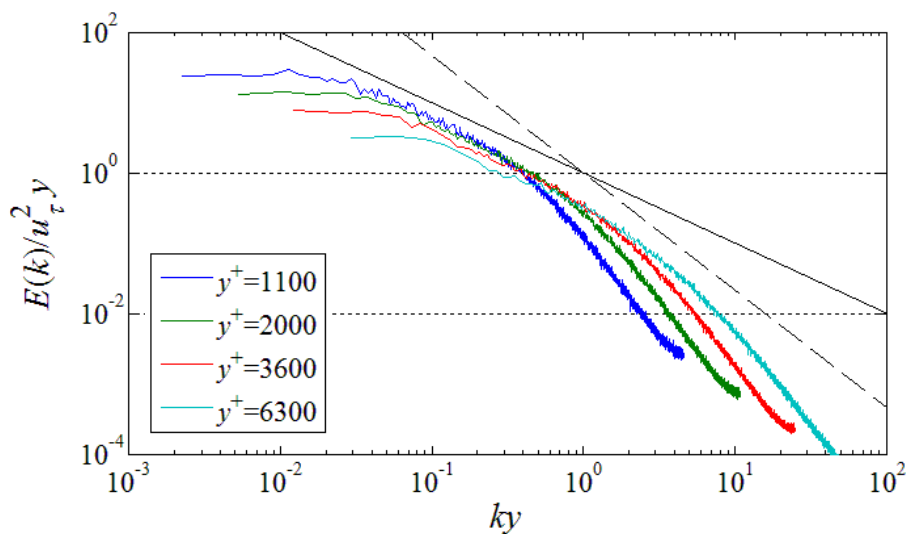


図 5-13 乱流強度の対数直線関係の成立域におけるパワースペクトル分布 ($Re_\tau = 20700$) .
 ($y^+ = 1100$: 青色, 2000 : 緑色, 3600 : 赤色, 6300 : 水色, 実線 : -1 乗, 破線 : $-5/3$ 乗) .

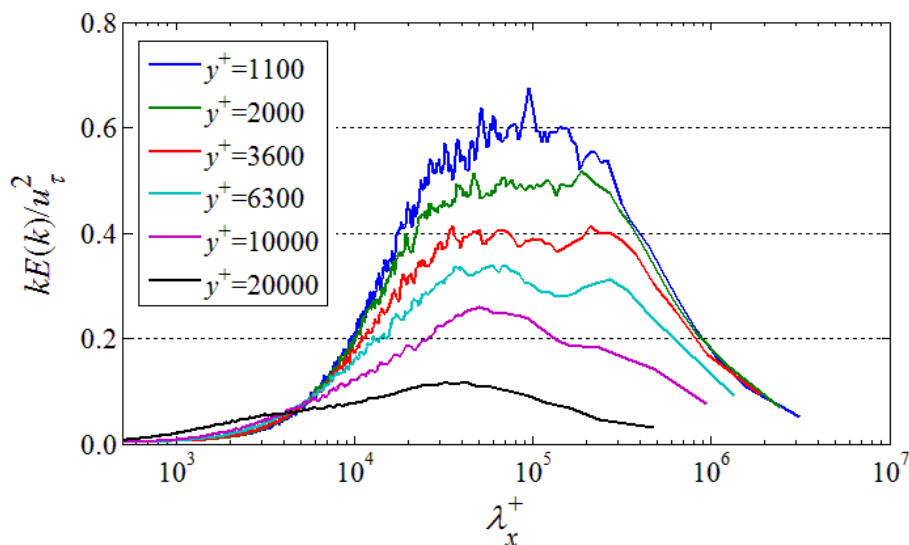


図 5-14 乱流強度の対数直線関係の成立域を含む外層領域における PMS 分布 ($Re_\tau = 20700$) .
 ($y^+ = 1100$: 青色, 2000 : 緑色, 3600 : 赤色, 6300 : 水色, 10000 : 紫色, 20000 : 黒色) .

これまでに示したように、乱流強度の対数直線関係が成立する領域では、近似的に -1 乗スペクトルの関係が成立することが示された。ここでは、外層領域で近似的に成立する -1 乗スペクトルについて考察する。図 5-15 は、Adrian らの考え方を適用した場合、近似的に成立する -1 乗スペクトルの概念図を示す。図中の黒色実線と黒色破線の分布は外層領域で支配的となる LSM と VLISM を模擬している。図中の LSM と VLISM 分布の足し合わせにより、図中の赤色実線で表されるような -1 乗スペクトルが構成されると考えられる。すなわち、外層領域の乱流変動は主に LSM と VLISM によって構成されると判断される。仮に、外層領域において AE モデルで示される -1 乗スペクトルが成立したとすると、壁からの距離が増加した場合に LSM と VLISM の波数帯域（PMS 分布でピークとなる波長）が近づくことになる。しかしながら、本計測結果からは、壁からの距離が増加することで、LSM と VLISM の波数域は遠ざかる関係となる。これは Monty らが示した PMS 等値面における LSM および VLISM の特徴と整合する（詳細は後の 5.3.2 項で示す）。図 5-14 の PMS 分布を見る限り、壁から遠ざかるにつれて、エネルギーを保有する波数域はあまり変化せず、各スケールが保有するエネルギーの強度が減少する関係となる。以上のことから、乱流強度の対数直線関係の成立域において確認された近似的な -1 乗スペクトルは、AE モデルで提案されるものとは異なると判断される。

(4) 乱流強度の対数直線領域と -1 乗スペクトルの関係

これまでに示したように、本計測結果における乱流強度分布で対数直線関係が現れる領域の一部において、パワースペクトルが近似的に -1 乗を満たすことが確認できた。しかしながら図 5-14 からわかるように、外層領域での PMS 分布は AE モデルに基づく -1 乗の関係（図 5-1 参照）とは異なり、壁からの距離の増加に伴ってスペクトルの強度が減少する（縦

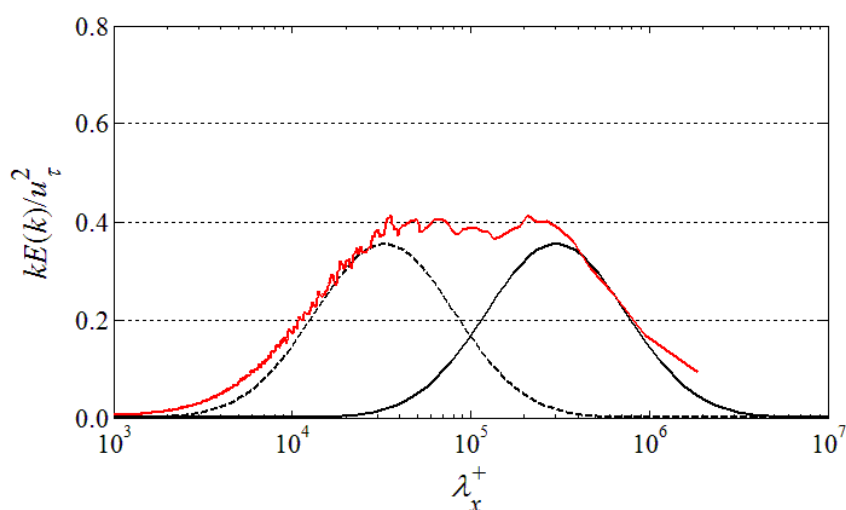


図 5-15 外層領域における -1 乗スペクトルを構成する大規模構造の模式図。（赤色： -1 乗スペクトル，黒色破線：LSM，黒色実線：VLISM）。

軸方向へ変化する) 関係となることがわかった. すなわち, 乱流強度の対数直線関係は AE モデルに基づく考察からは説明することができず, LSM および VLSM が保有するエネルギー強度の壁からの距離依存性によって説明できると考えられる. 以上の議論は, AE 仮説を否定するのではなく, AE モデルは外層の乱流強度の対数直線関係には何ら関係しないことを意味する.

レイノルズ数が比較的低い場合のパワースペクトルでは, AE モデルで示される -1 乗の関係が確認されるものの, その成立範囲は近年議論される外層の乱流強度の対数直線関係が満たされる領域よりも内層側に現れる. さらに, それよりも高いレイノルズ数では -1 乗の関係が確認できず, 高レイノルズ数で成立する乱流強度の対数直線関係とは関係がないものと考えられる.

高レイノルズ数では, AE モデルの -1 乗スペクトルと似た分布傾向を確認できるが, 乱流強度の対数直線関係が成立する領域よりも内層側に位置する. 一方で, 乱流強度の対数直線関係の成立する領域におけるパワースペクトルは, AE モデルの -1 乗スペクトル分布とは明らかに異なる結果が得られた. 以上から, 外層領域における乱流強度の対数直線関係と AE モデルにおける -1 乗スペクトルには関係がないと結論づける.

5.3.2. 大規模構造の特徴と内層領域への影響

(1) PMS 等値面を用いた大規模構造の特徴

図 5-16 に $Re_\tau = 1010$ での PMS 等値面を示す. 横軸に壁からの距離を取り, 縦軸に波長をとる. カラーバーに示すように, 赤色が最大値で青色が最小値となる. 図中のピーク (赤色の領域) は $y^+ \approx 15$ かつ $\lambda_x^+ \approx 1000$ の領域で確認できる. この傾向は多くの先行研究で確認されており, 本解析結果の信頼性を保証する要素の一つである. また, レイノルズ数が増加す

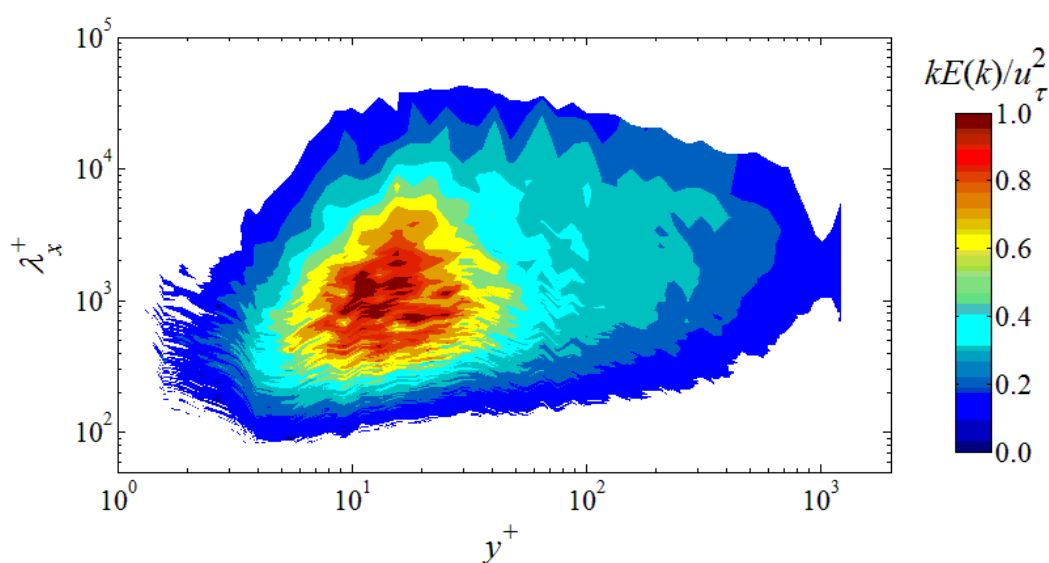


図 5-16 PMS 等値面 ($Re_\tau = 1010$)

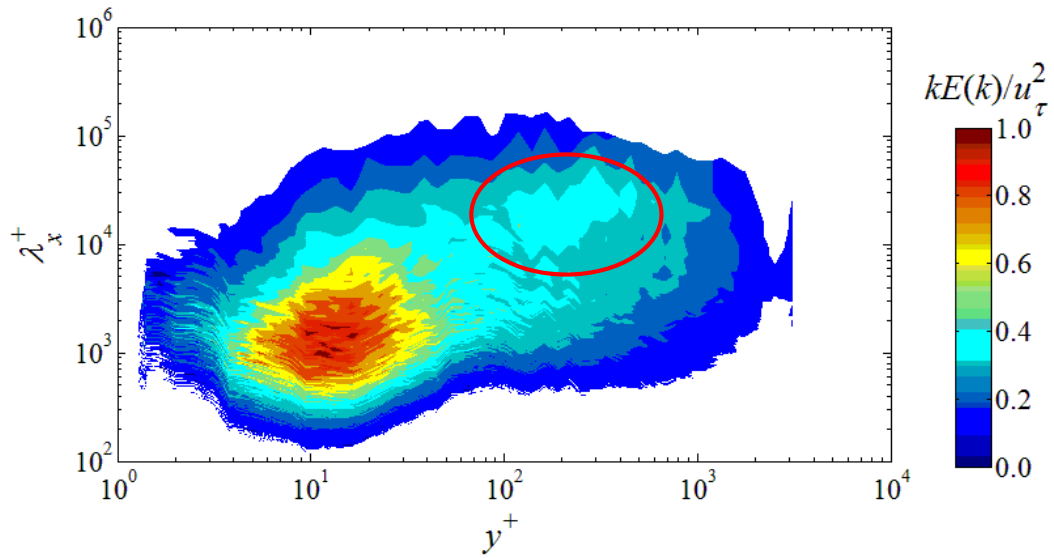


図 5-17 PMS 等値面 ($Re_\tau=2540$)

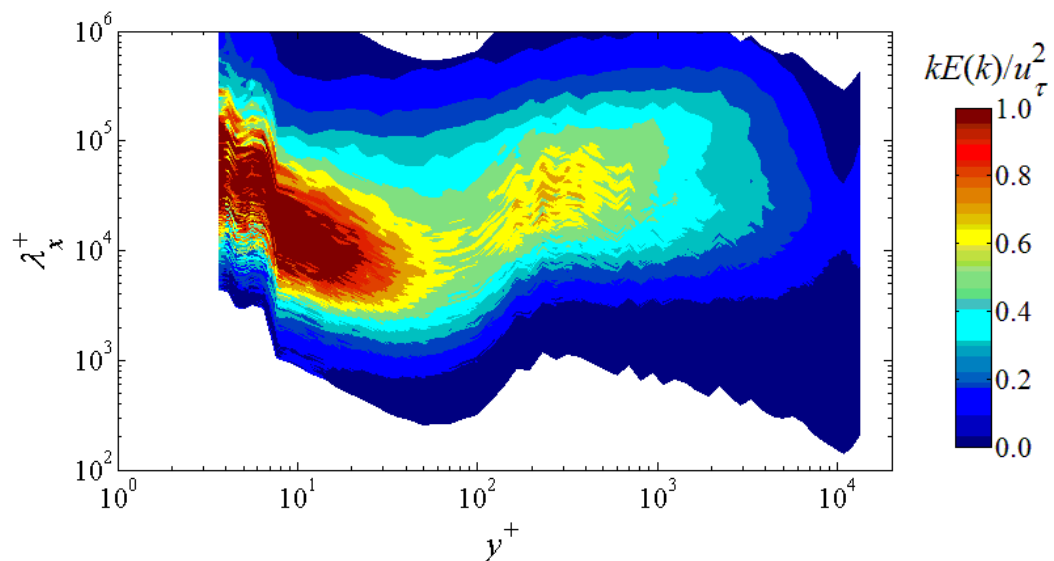


図 5-18 PMS 等値面 ($Re_\tau=10800$)

ることによって、外層領域でもう一つの極大値（外層のピークと呼ぶ）が現れることが知られているが、この条件ではそのような傾向は確認できない。

続いて、 $Re_\tau=2540$ における PMS 等値面を図 5-17 に示す。本条件においても内層領域のピークは明確に現れる。外層領域 ($100 < y^+ < 400$) での長波長領域である図中の赤色実線で囲まれた領域を見ると、局所的に高い値をとることが確認できる。Monty ら (Monty, et al., 2009) のレイノルズ数は $Re_\tau=3000$ であったが、本計測結果と同様な外層領域のピークが確認されていることから、本計測結果はおおむね妥当な結果を示していると判断される。

さらに高いレイノルズ数条件 ($Re_\tau=10800$) における PMS 等値面を図 5-18 に示す。 $Re_\tau=$

2540 において確認された外層領域でのピークが明確に確認される．一方で，内層ピーク的位置が移動することが確認される．これは，LDV における時系列信号の取り扱いとして示したように，計測体積よりも小さなスケールの渦が多く存在することで，時系列信号として正確にとらえられなくなったことを意味する．また，PMS 等値面において LDV 計測の空間分解能の影響が現れる壁からの位置は，乱流強度の過大評価が現れる壁からの位置と整合している．一方で，外層領域については 4 章の空間分解能の影響が乱流強度に対して及ばないことと同じく，PMS 等値面においてもその影響が現れないものと判断される．少なくとも，外層領域におけるスペクトル型の評価，すなわち大規模スケールの影響を考察することに関しては，空間分解能の影響および LDV 計測データのスペクトル解析における問題点がないと判断する．

(2) LSM と VLMS

外層領域におけるパワースペクトル分布に対して空間分解能の影響が及ばないことから，本項目では外層領域におけるパワースペクトル型の特徴として，大規模構造の特徴について調べる．大規模構造は，Monty ら (Monty, et al., 2009) によれば，PMS 等値面における外層のピークよりも外層側の二つの特徴的な波長域のことを議論している．一方で，Rosenberg ら (Rosenberg, et al., 2013) は外層のピークの内層側の PMS 分布のピーク値の壁からの距離依存性を調べている．本計測結果では，外層のピークよりも内層側のスペクトル型の信頼性が低いことと，乱流強度の対数直線関係と外層領域での大規模構造との関係を議論していることから，Monty ら (Monty, et al., 2009) と同様の解析を行い，先行研究よりも高いレイノルズ数での特徴について議論する．

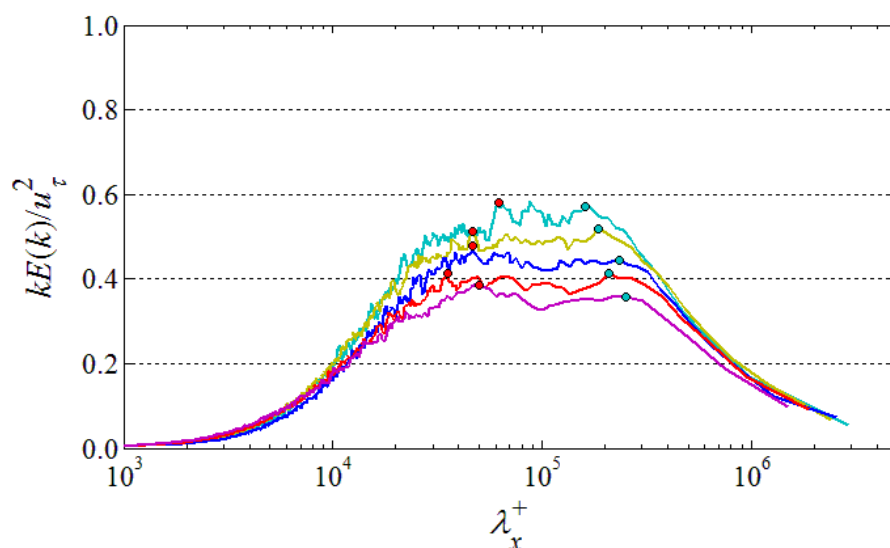


図 5-19 外層領域における大規模構造のピーク値の変移 ($Re_\tau=20700$) . $y^+=1500$: 水色, 2000 : 黄色, 2700 : 青色, 3600 : 赤色, 4800 : 紫色, ● : LSM のピーク, ● : VLMS のピーク.

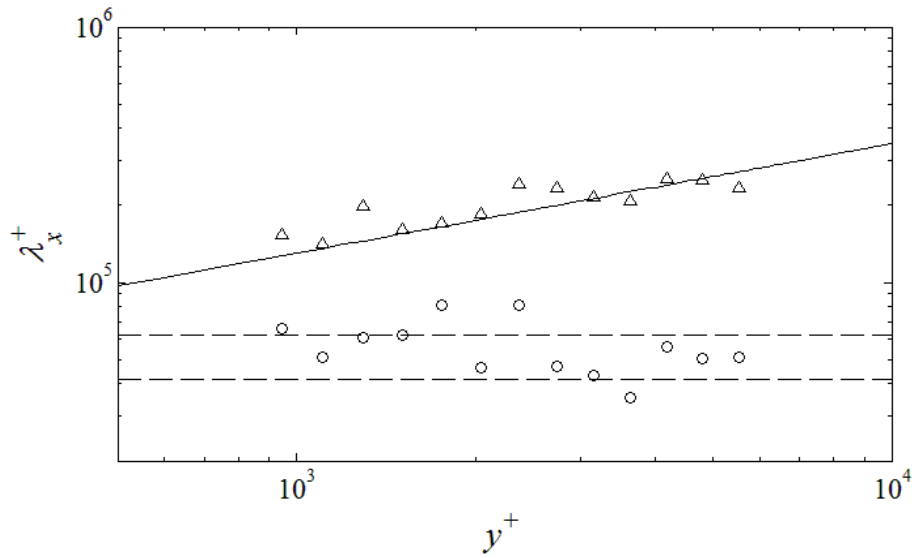


図 5-20 大規模構造のエネルギー含有ピーク位置の壁からの距離依存性. (○ : LSM ピーク, △ : VLSM ピーク, 破線 : $\lambda_x^+ = 4 \sim 6 \times 10^4$, 実線 : 式 (5-10)) .

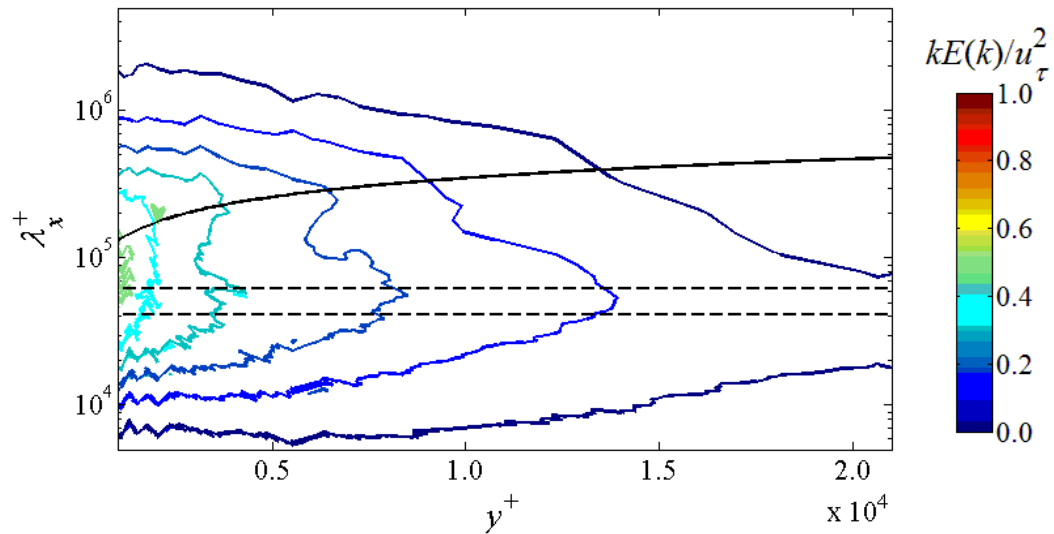


図 5-21 PMS 等高線図における大規模構造のピーク位置 ($Re_\tau = 20700$) . 破線 : LSM のピーク ($\lambda_x^+ = 4 \sim 6 \times 10^4$), 実線 : VLSM のピーク (式 (5-10)) .

図 5-19 には $Re_\tau = 20700$ における乱流強度の対数直線関係が成立する範囲内の PMS 分布を示す. 図中の○印は PMS 分布における極大値を表し, ●印が小スケール側の極大値, ●印が大スケール側の極大値を表す ($\lambda_x^+ = 5 \times 10^5$ を基準にスケールの大小を決定した). PMS 分布の色は, 壁からの距離の違いを表しており, 上側のプロットから順に $y^+ = 1500, 2000, 2700, 3600, 4800$ の 5 つの代表位置における分布を表す. 先に示したように, 乱流強度の対数直線関係が成立する領域では, LSM と VLSM という大きく 2 つの波長域の構造がもと

となり変動成分が構成されると考えられる。そこで、LSM と VLISM のピーク位置を図中の●および○印として定義した。その極大値をとる波長を壁からの距離に対してプロットした結果を図 5-20 に示す。図からわかるように、短波長側のピーク値 (LSM) は、長波長側のピーク値 (VLISM) に比べて、壁からの距離に対してあまり変化しない結果となり、その波長： λ_L^+ は図中の破線で表される約 $2\sim 3R^+$ ($\lambda_L^+=4\sim 6\times 10^4$) となった。一方で、長波長側のピーク値 (VLISM) は、実線で表される Monty ら (Monty, et al., 2009) によって示された VLISM のピーク位置 λ_{VL}^+ の壁からの距離依存性 (式 (5-10)) とおおむね一致する傾向がみられる。

$$\frac{\lambda_{VL}}{R} = 23 \left(\frac{y}{R} \right)^{\frac{3}{7}} \quad (5-10)$$

これを PMS 等高線図に対してプロットした結果を図 5-21 に示す。図の横軸は外層領域を強調するために、線形プロットとし、プロット範囲を $y^+ > 1000$ とした。図中の 2 つの破線と実線は、それぞれ Monty らの報告にある LSM と VLISM のピーク波長域を表す。等高線の分布傾向から、外層の広い範囲で、二つの破線と実線に沿うように PMS のピークが位置する。以上から、Monty らの報告にある LSM および VLISM のピーク位置のレイノルズ数依存性は、高レイノルズ数条件においても成立すると判断される。

(3) Amplitude Modulation 解析を用いた内層と外層の相互作用

図 5-22 に本計測条件における代表的なレイノルズ数 ($Re_\tau=1010, 2150, 3390, 6030, 10800$) での AM 相関係数値のプロットを示す。レイノルズ数の増加に伴って $30 < y^+ < 200$ の係数

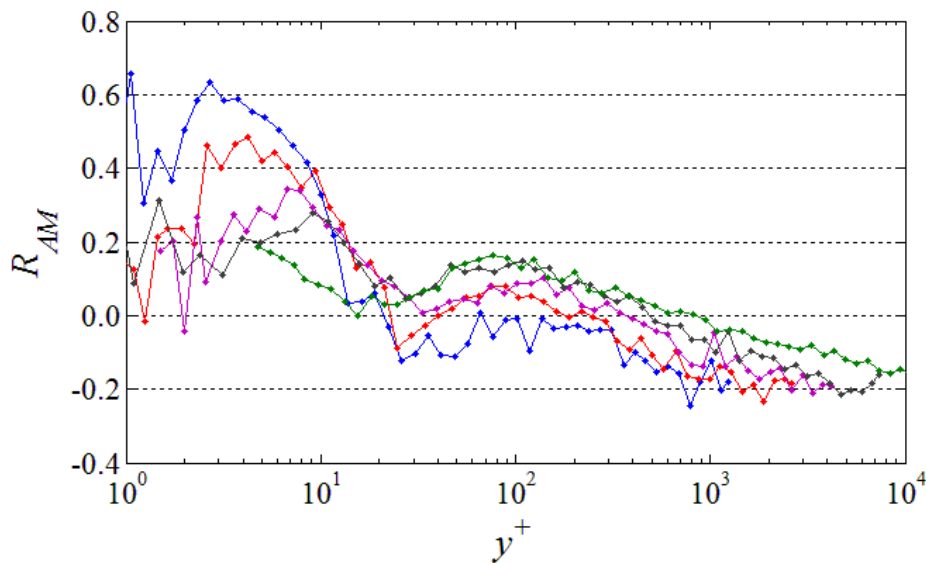


図 5-22 AM 相関係数のレイノルズ数依存性。 $Re_\tau=1010$: 青色, 2150 : 赤色, 3390 : 紫色, 6030 : 黒色, 10800 : 緑色。

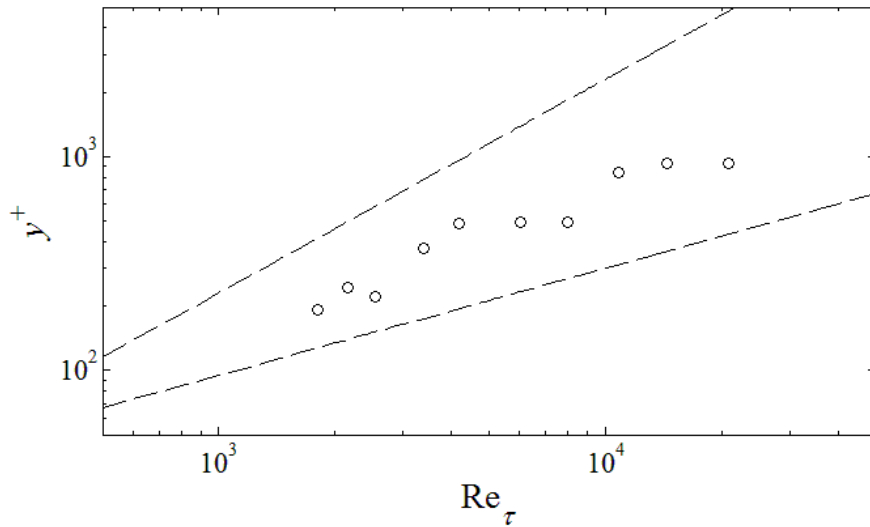


図 5-23 AM 相関係数のゼロクロス位置のレイノルズ数依存性. ○ : AM 相関係数のゼロクロス位置, 破線 : 対数領域の開始点と終止点.

値が増加する傾向が確認される. この傾向は乱流境界層における先行研究 (Mathis, et al., 2009) でも確認される傾向であり, 円管乱流においても同様な性質を有するものと判断される. また, レイノルズ数が増加するにつれて壁面近傍における相関値が減少する傾向が確認できる. これは, 空間分解能の影響により時系列信号として計測された速度信号が, 本来の乱流信号とは異なる時系列の特徴を有するためと考えられる.

続いて, 空間分解能の影響が及ばない比較的壁から離れた領域について議論を行う. 乱流境界層における解析では, AM 相関係数が 0 を通過する壁からの位置 (ゼロクロス) が平均速度における対数領域内に位置することが報告されている. そこで, 円管乱流においても同様の傾向が現れるかどうかを調べる. 図 5-22 のプロットからもわかるように, レイノルズ数が増加するにつれてゼロクロスの位置は外層側に移動する. そこで, それぞれのレイノルズ数において AM 相関係数が 0 を通過する壁からの距離をレイノルズ数に対して求めた結果を図 5-23 に示す. 図中の 2 本の実線は, 4 章で求めた平均速度の対数領域の開始点と終止点を表す. 図からわかるように, ○印で表されるゼロクロスはいずれも 2 本の破線の間位置する. また, ゼロクロスは対数領域の中心位置 (対数プロット時の幾何学的中心位置) となる. この結果は, 乱流境界層における先行研究 (Mathis, et al., 2009) でも報告されていることから, 円管乱流における AM 相関係数のレイノルズ数に対する分布傾向は, 乱流境界層における結果と整合すると判断される.

以上の結果は, 円管乱流でも乱流境界層と同様に, 外層の大規模スケールの変動が壁面近傍の小スケールの変動に影響を及ぼしていると判断できる. この関係は, 内層領域の乱流強度のピーク値のレイノルズ数依存性と結びつけることができ, 詳細については 7 章で議論を行う.

5.4. まとめ

LDV で計測した円管乱流における流れ方向変動速度のパワースペクトル分布を調べた結果、以下の結果を得た。

- (1) 低レイノルズ数における多くの先行研究で指摘される -1 乗スペクトルを $Re_\tau=2100$ の $0.046 < y/R < 0.115$ の範囲で確認した。レイノルズ数が大きい $Re_\tau=7970$ では、低レイノルズ数で -1 乗スペクトルの確認できた同一外層位置では、壁からの距離が離れるにつれて、エネルギーを保有する波数域全体で強度が減少する傾向が確認でき、AE モデルの -1 乗スペクトルの関係は確認できなかった。
- (2) レイノルズ数が高い条件では、 $100 < y^+ < 350$ の位置で、 -1 乗スペクトルに似た分布が確認されたが、壁からの距離の増加に伴ってエネルギーを保有する波数域が高波数側から低波数側に移動する傾向が確認され、高波数域のエネルギーのみが減少する様子は確認できなかった。低レイノルズ数ではエネルギーを保有できる波数域の幅が狭いため、壁からの距離に伴うエネルギー保有帯の移動が起こらず、高波数帯のエネルギーの減少のみが起こると考えられ、低レイノルズ数では、AE モデルの -1 乗スペクトルの傾向が確認されたものと推測される。
- (3) 外層領域における乱流強度の対数直線関係が成立する領域でのパワースペクトルを調べると、近似的に -1 乗の関係を満たすことが確認された。しかしながら、壁からの距離が増加するにつれ、エネルギー保有域全体の強度が減少するため、AE モデルの -1 乗スペクトルとは異なると判断される。外層領域における近似的な -1 乗スペクトルは、LSM と VLISM という二つの大規模構造によって構成されると考えられ、それらのピーク位置の壁からの距離依存性は先行研究結果と同様の傾向が得られた。
- (4) AM 解析を行った結果、 $30 < y^+ < 200$ の範囲においてレイノルズ数とともに AM 相関係数が増加する傾向がみられ、その傾向は乱流境界層における先行研究結果と整合した。円管乱流では、乱流境界層と同様に、外層の大規模構造が壁近くの小スケールの変動に影響を及ぼすと考えられる。

第6章 円管乱流における確率密度関数

6.1. はじめに

Tsuji & Nakamura (Tsuji and Nakamura, 1999) は比較的低いレイノルズ数 ($Re_\tau < 2000$) の乱流境界層において、確率密度関数 (以下、PDF と略記) 方程式の境界層近似と、乱流強度およびレイノルズ応力分布の近似を用いて PDF が壁からの距離に対して不変となることから平均速度分布の対数則を導出した。その後、より高いレイノルズ数における乱流境界層計測結果に対しても、対数領域における PDF 型の不変性が報告されている (Lindgren, et al., 2004)。近年では Zhou & Klewichi (Zhou and Klewichi, 2015) により、 $Re_\tau = 20000$ 程度までの高レイノルズ数条件において、PDF が不変となる領域のレイノルズ数依存性が示されている。一方で和田ら (和田他, 2013) は、 $Re_\tau = 7100$ の乱流境界層データを用いて、レイノルズ数が十分大きい場合には、PDF が近似的に不変となる領域が二つ存在することを示した。そして二つの PDF 不変領域の外層側領域は、対数領域の範囲とおおむね一致することを示した。

以上の議論は、その多くが乱流境界層に対して調べられたものであり、円管乱流における PDF 型に関する詳細な報告は行われていない。Tsuji & Nakamura の解析にあるように、PDF 型が相似形になることと平均速度分布型および乱流強度分布型の特徴と関連することが予想され、速度分布型の普遍性を調べるために有効な手段と考えられる。そこで本論文では、高レイノルズ数円管乱流における PDF 型のレイノルズ数依存性および壁からの距離に対する依存性について調べる。さらに、PDF の不変領域のレイノルズ数依存性や、平均速度、乱流強度の特徴的な分布領域との対応関係について明らかにする。最後に、PDF は高次のモーメントのすべての情報を含むため、PDF が不変となることと高次の乱流統計量との関係について理論的な考察を行う。

6.2. 解析方法

6.2.1. KL ダイバージェンス

本論文で定義する PDF は、流れ方向速度の変動値をその標準偏差で無次元化した値を状態変数とする。PDF 型の相違度を定量化するために、先行研究 (Tsuji and Nakamura, 1999, Lindgren, et al., 2004, Zhou and Klewicki, 2015) で用いられている Kullback-Leibler divergence (以下、KLD) (Kullback, 1959) を用いる。KLD の定義を式 (6-1) に示す。

$$D(P \parallel Q) \equiv \sum_{\{s\}} p(s_i) \log(q(s_i) / p(s_i)) \quad (6-1)$$

ここで、 P および Q は離散化された PDF であり、それぞれの要素は状態変数 s_i に対応する確率密度 $p(s_i)$, $q(s_i)$ で表される。本解析では、確率密度関数 P は壁からの距離の関数として $P(y)$ と表記する。KLD は二つの PDF の相違が大きいほど大きな値をとる。KLD は非負の値となることが証明されており、比較対象が一致する場合は最低値の 0 をとる。また、式 (6-1) の定義から KLD は確率の対数を評価することになるため、確率の小さな値も鋭敏に反映される。PDF が壁からの距離に対して近似的に不変となる領域の定義については後述する。

6.2.2. PDF 不変領域の判定方法

先行研究 (Tsuji and Nakamura, 1999) における PDF 不変領域は、標準正規分布型 (以下、記号 P_G は標準正規分布を意味する) に対する KLD がほぼ一定傾向を示す領域として定義されていた。しかしながら、乱流速度変動の PDF は一般的には正規分布とは異なるため、正規分布に対する KLD が一定傾向を示したとしても、変動速度の PDF が壁からの距離に対して変化していないかどうかを正確に判断することはできない。そこで本研究では、式 (6-2) を用いた従来とは異なる手法によって PDF の不変領域を定義する。

$$D_{ij} = D(P(y_i) \| P(y_j)) \quad (6-2)$$

ここで、 $P(y_i)$ は壁からの距離 y_i における離散化された PDF である。式 (6-2) は任意の計測点 y_i における PDF とそれ以外の計測点 y_j における PDF との差異を定量化しており、横軸と縦軸にそれぞれ y_i と y_j をとることで D_{ij} の等高線図が得られる。

図 6-1 に、 $Re_\tau=14400$ の条件で式 (6-2) から計算される KLD 等高線図を示す。KLD 極小領域は、KLD がある閾値よりも小さくなる領域として定義される。図 6-1 はわかりやすいように、閾値を等高線の最小刻みとすることで、KLD 極小領域は図中の影領域で表される領域 (a) および (b) と定義される。閾値が小さい場合には、KLD の極小領域では PDF がほとんど変化しない、PDF の不変領域とみなすことができる。

ここで、PDF 不変領域を判定するための閾値の決定方法について述べる。図 6-1 の (a) と (b) で示されるように、KLD 極小領域が内層と外層にそれぞれ存在すると、閾値を大きくすることで二つの領域が重なる。二つの KLD 極小領域が重なる直前の閾値を、PDF 不変領域を判定するための閾値とする。閾値を変化させたときの二つの極小領域の重なりを判定するために用いるプロットを図 6-2 に示す。縦軸の $N(y^+)$ は対応する y^+ において、周囲何点までが閾値よりも小さくなるかを表している。図は \bullet , ∇ , \square , \circ の順に閾値 0.004, 0.008, 0.012, 0.016 を表している。図中のプロットは二つの山状の分布を有し、内層側と外層側の二つのピーク間の計測点数と両ピーク値の和が等しくなった時の設定値が、PDF 不変領域を判定するための閾値となる。図 6-2 では、 \circ 印のプロットにおいて、二つのピーク値の和が、両

ピークの間計測点数と等しくなることから、閾値は 0.016 以下となる。また、二つの不変領域は互いに終止点と開始点を同じくしており、内層側の領域の終止点から外層側の領域が開始する関係となる。また、図 6-1 に示す $Re_\tau=14400$ における D_{ij} の等高線図では、図中の等高線は 0.015 刻みとなっている。内層側と外層側の KLD 極小領域がちょうど重なることから、この条件における PDF の不変領域を判定するための閾値は妥当と判断される。

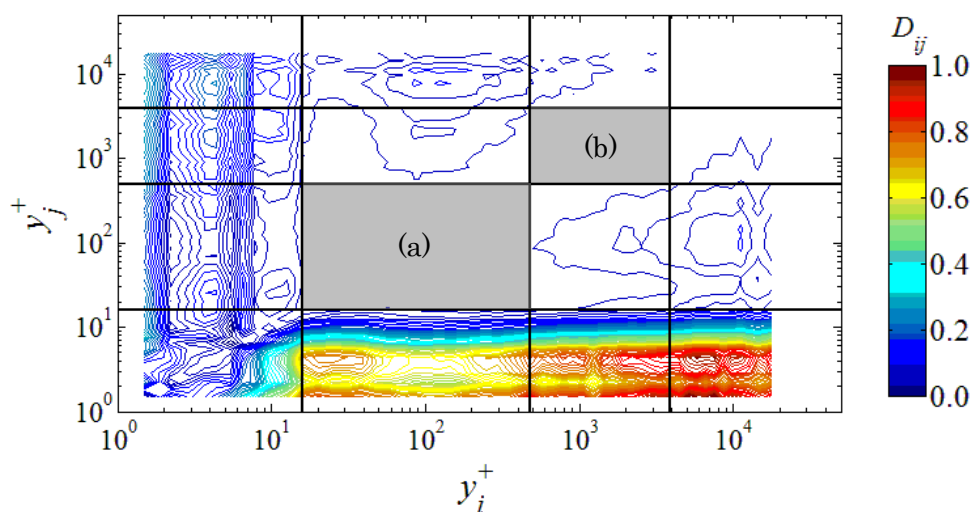


図 6-1 KLD 等高線図 ($Re_\tau=14400$)

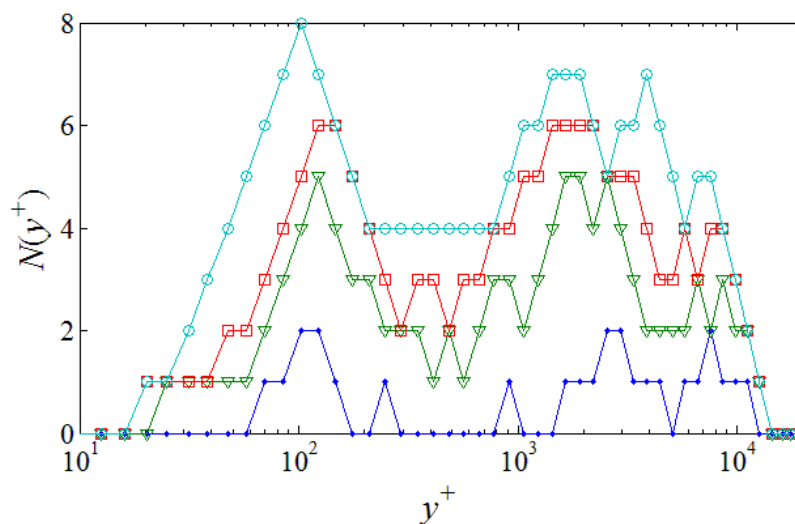


図 6-2 KLD 等高線図における極小領域の閾値依存性 ($Re_\tau=14400$)。閾値の設定値, 0.004 : \bullet , 0.008 : ∇ , 0.012 : \square , 0.016 : \circ 。

6.3. 解析結果

6.3.1. 確率密度関数型のレイノルズ数依存性

LDV で計測された円管乱流中の速度信号から求まる確率密度関数型について、壁乱流の特徴を調べる。図 6-3 に $Re_\tau=1010, 6030, 14400$ での $y^+=5, 15, 50, 150$ および $y/R=0.2, 1.0$ の壁からの距離での確率密度関数を示す。図中の黒色破線は、変位の目安として標準正規分布を示し、実線の色の違いはそれぞれ $— : Re_\tau=1010, - : Re_\tau=6030, - : Re_\tau=14400$ を表す。

$y^+=5$ の壁面近傍の確率密度関数は、状態変数の負側で確率密度が大きくなり、正側のすそ野が広がりを持つ、壁近く特有の分布型を示す。これは、本論文で用いた LDV 計測は、壁近くの変動速度の統計的特徴を十分にとらえていることを意味している。

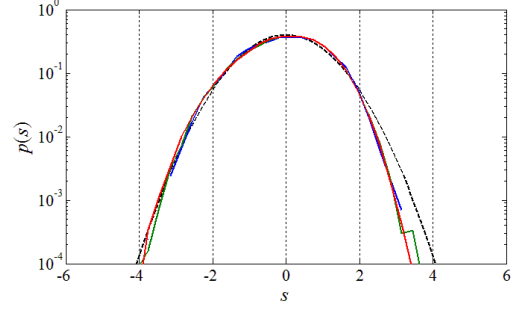
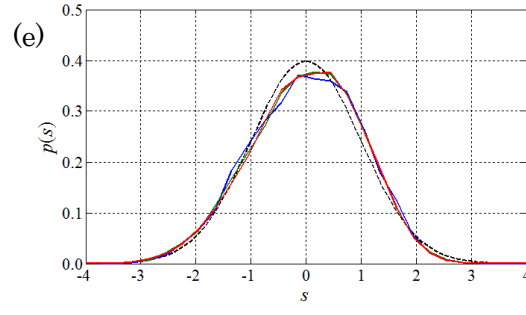
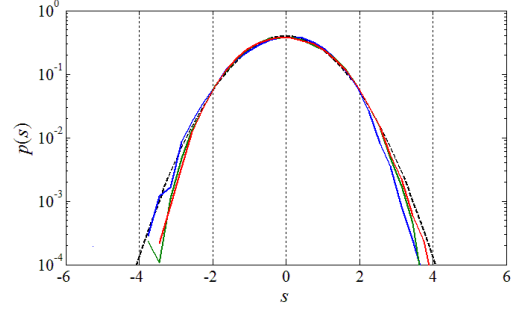
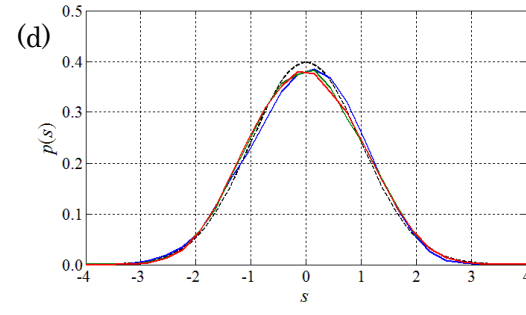
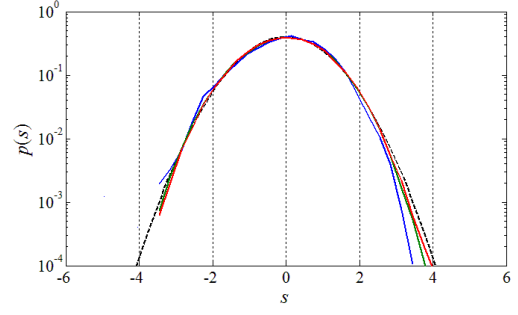
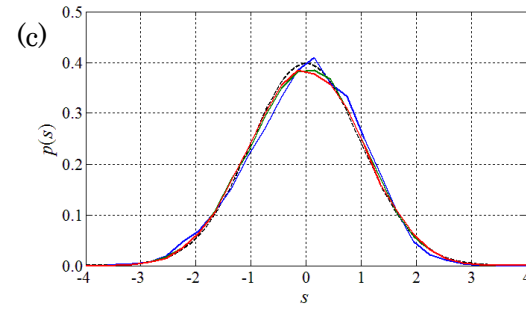
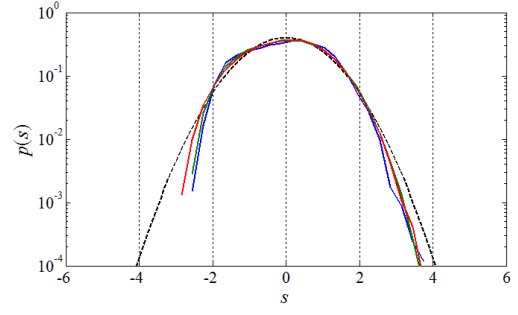
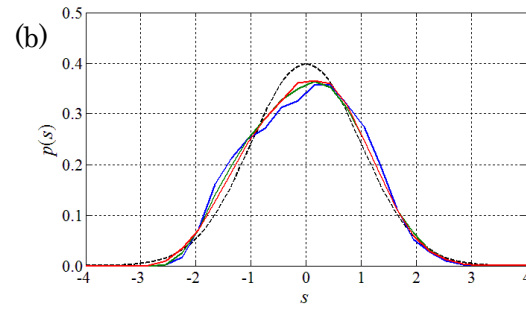
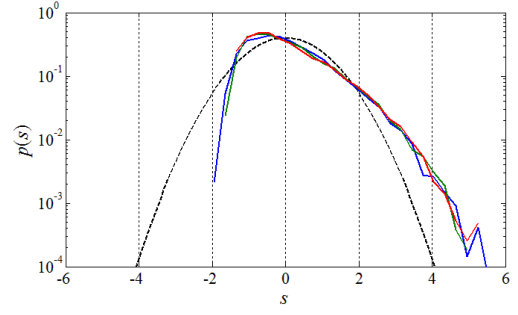
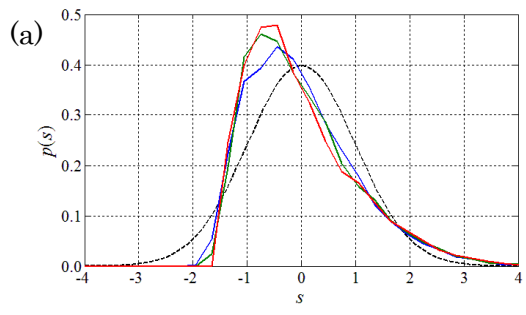
$y^+=15$ については、速度勾配が大きいため、計測可能な流速変動の幅が広がり、明らかにレイノルズ数によって分布形状が異なる。これは、レイノルズ数が増加することで計測体積が相対的に大きくなることに起因する（付録 A 参照）。ただし、本研究では異なる計測条件間での PDF の差異を議論しないため、レイノルズ数による分布形状の違いは本章の結論には影響がない。また、同一条件間での PDF の相違度の評価においても、 $y^+=15$ といった壁近くにおける議論を行わないため、影響はない。

$y^+=50$ では、レイノルズ数による確率密度関数型の差異が小さくなるのがわかる。それと同時に、どのレイノルズ数における PDF も標準正規分布に近い分布を示す。これは、多くの先行研究で指摘されている対数領域近くでは比較的標準正規分布型に近づくという特徴と整合する。また、 $Re_\tau=1010$ （青色のプロット）における PDF 型がいびつとなる。これはレイノルズ数が低いことに伴いサンプル数が他の条件に比べて少ないことの影響と考えられる。対数プロットにおける正側のすそ野を見ると、レイノルズ数の増加に伴い、広がりが大きくなるのがわかる。これは、レイノルズ数が増加したことにより、外層領域での高速流体の壁近くへの流入が活発になるため、正側のすそ野が広がったと考えられる。この考えは、5 章における外層の大規模構造が内層領域に影響を及ぼしているという AM 解析結果と整合する。

$y^+=150$ については、 $y^+=50$ の場合と比べて変化が少ない。これは、本章における PDF 不変領域と関連する。ただし、 $y^+=50$ に比べて、対数プロット時の負側のすそ野の広がりが小さいことがわかる。

$y/R=0.2$ でも同様に、 $y^+=50$ および 150 に対してあまり変化がない。また、この時の PDF 型はレイノルズ数によらずほぼ一致する。この位置は、対数領域の外縁として広く知られており、後に示す PDF 不変領域との関わりが深い。

$y/R=1.0$ の円管中心域においては、レイノルズ数の条件による違いは見られない。



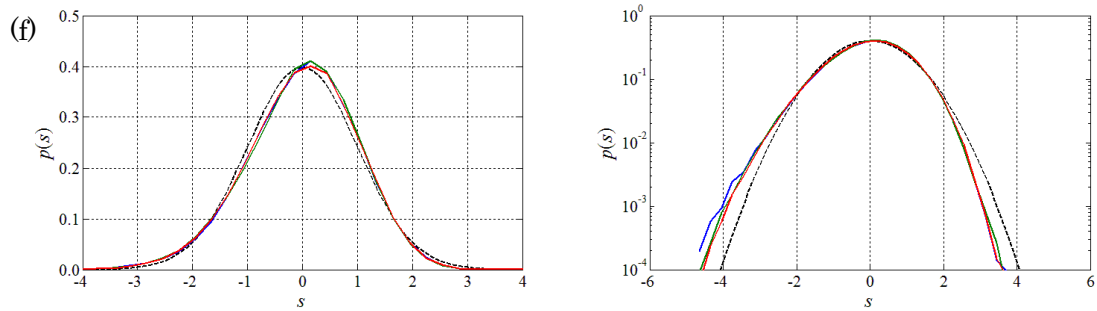


図 6-3 円管乱流における確率密度関数. (a) $y^+=5$, (b) $y^+=15$, (c) $y^+=50$, (d) $y^+=150$, (e) $y/R=0.2$, (f) $y/R=1.0$, 青色 : $Re_\tau=1010$, 緑色 : $Re_\tau=6030$, 赤色 : $Re_\tau=14400$, 黒色破線 : 標準正規分布, 左側 : 線形プロット, 右側 : 対数プロット.

6.3.2. PDF 不変領域

(1) 標準正規分布に対する KLD

図 6-4 に式 (6-1) に従い計算した標準正規分布型に対する KLD の分布を示す. 横軸に y^+ , 縦軸に KLD 値を対数でとり, 色の違いはレイノルズ数の違いを表す. $y^+ < 600$ の範囲まではレイノルズ数によらず同一の分布傾向を示すことがわかる. $y^+ > 600$ においては, レイノルズ数の増加に伴ってプロットが外層側に延長される傾向を示す. 先行研究 (Tsuji and Nakamura, 1999, Lindgren, et al., 2004) では, 縦軸を対数プロットした際の KLD が一定となる領域 (先行研究では図中の影領域の範囲で一定となることが示されている) を PDF の不変領域として定義していた. ここで, 縦軸を線形でプロットした結果を図 6-5 に示すが,

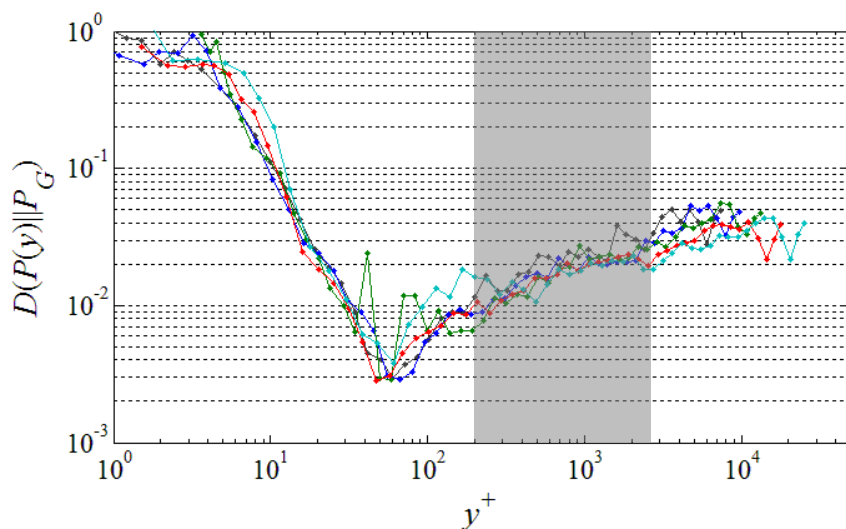


図 6-4 標準正規分布に対する KLD 分布 (縦軸対数). 黒色 : $Re_\tau=6030$, 青色 : $Re_\tau=7970$, 緑色 : $Re_\tau=10800$, 赤色 : $Re_\tau=14400$, 水色 : $Re_\tau=20700$.

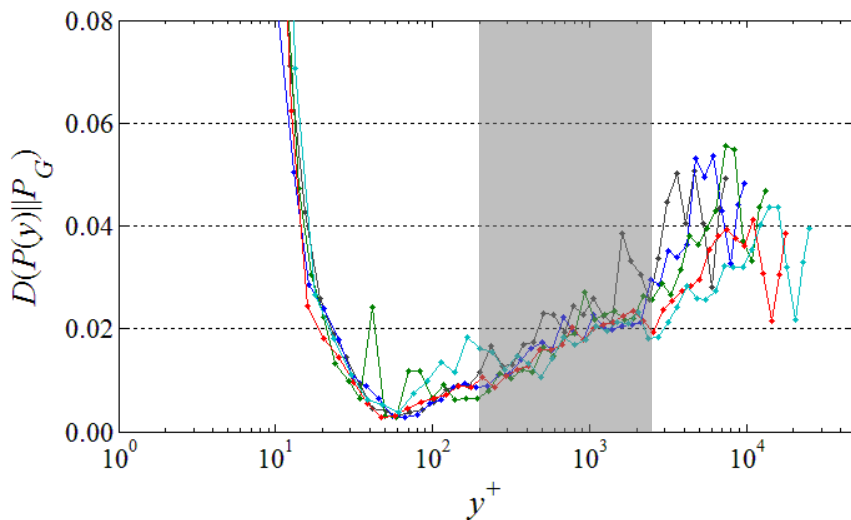


図 6-5 標準正規分布に対する KLD 分布 (縦軸線形). 黒色 : $Re_\tau=6030$, 青色 : $Re_\tau=7970$, 緑色 : $Re_\tau=10800$, 赤色 : $Re_\tau=14400$, 水色 : $Re_\tau=20700$.

KLD が一定傾向を示す領域は確認できない. つまり, 円管乱流における本計測結果では, 標準正規分布に対する KLD が一定傾向を示す領域は確認されなかった. ただし, 先行研究における KLD の一定値判定はいずれも厳密なものではなく, 近似的に変化しない領域としてとらえていると判断できる. ただし, 標準正規分布型に対する KLD 分布からはその判定が困難であることから, 6.2.2 項で示した新たな PDF 不変領域の判定法に従って議論を行う.

(2) PDF の近似的不変領域

ここでは, 6.6.2 項で示した新たな PDF の近似的不変領域の判定方法に従って解析を行った結果を示す. 図 6-6 には, $Re_\tau=1790$ の KLD 等高線図を示す. 図中の黒色実線は, 領域を区別するための補助線である. 黒色実線で区切られた領域を区別するため, 列番号 A~D, 行番号 1~4 とする. すなわち, 二つの KLD 極小領域のうち, 内層側が B3, 外層側は C2 と表される. 等高線の最小刻みを KLD 極小領域を判定するための閾値としていることから, 囲まれた領域 B3 および C2 の範囲内には等高線が描かれていない. 図中の赤色破線は平均速度分布における対数領域の開始点と終止点を表しており, 破線で囲まれた領域内が平均速度における対数領域となる. KLD の極小値が 2 つ現れるのは十分にレイノルズ数が大きくなる条件についてのみであると考えられるため, レイノルズ数が低い条件においては, 2 つの領域を明確には確認できない.

本計測条件における中程度のレイノルズ数である $Re_\tau=7970$ の KLD 等高線図を図 6-7 に示す. 図中の記号はすべて図 6-6 と同様である. 低レイノルズ数条件とは異なり, 外層側において KLD の極小領域が明確に現れる. さらにレイノルズ数の高い $Re_\tau=14400$ における

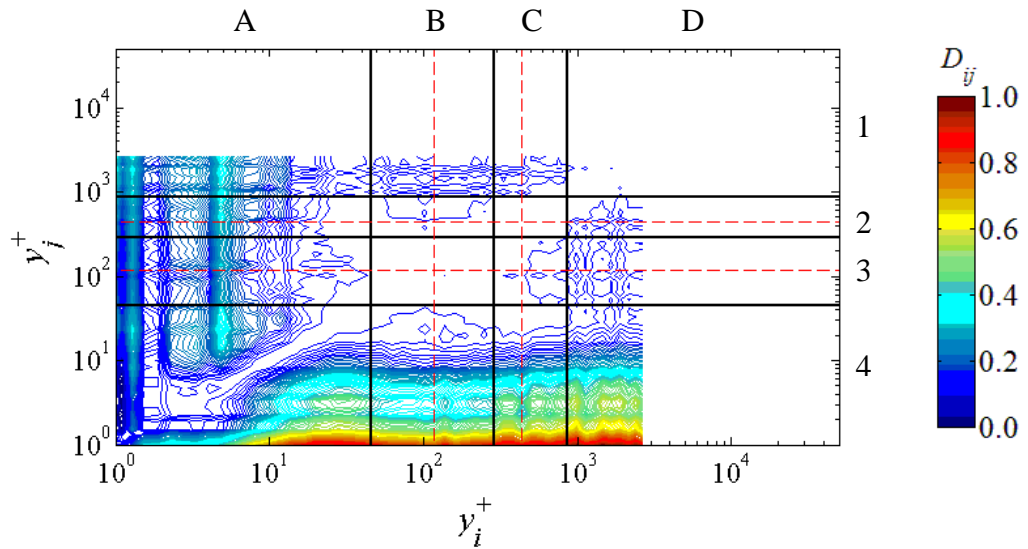


図 6-6 KLD 等高線図と PDF 不変領域 ($Re_\tau=1790$) . 黒色実線 : PDF 不変領域の開始点と終止点, 赤色破線 : 平均速度における対数領域の開始点と終止点, アルファベットと数字は実線で囲まれた区画の列および行番号.

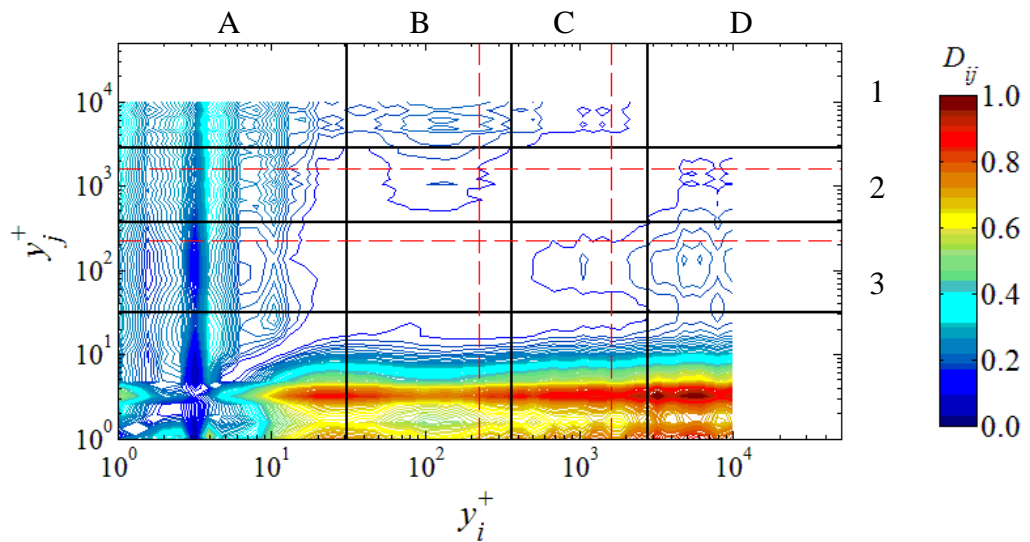


図 6-7 KLD 等高線図と PDF 不変領域 ($Re_\tau=7970$) . 黒色実線 : PDF 不変領域の開始点と終止点, 赤色破線 : 平均速度における対数領域の開始点と終止点, アルファベットと数字は実線で囲まれた区画の列および行番号.

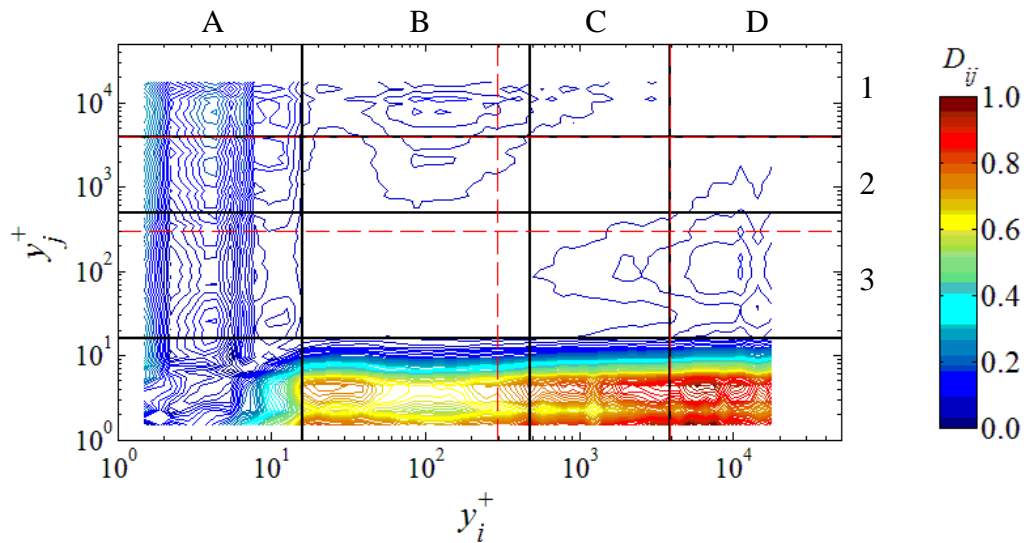


図 6-8 KLD 等高線図と PDF 不変領域 ($Re_\tau=14400$) . 黒色実線 : PDF 不変領域の開始点と終止点, 赤色破線 : 平均速度における対数領域の開始点と終止点, アルファベットと数字は実線で囲まれた区画の列および行番号.

KLD 等高線図を図 6-8 に示す. 図 6-7 と同様に外層における KLD の極小領域が明確に現れ, 平均速度の対数領域と重なる傾向が確認される.

ここで, KLD 等高線図における外層側の極小領域の開始点と終止点をそれぞれレイノルズ数に対してプロットした結果を図 6-9 に示す. 図中の黒塗りプロットが領域の終止点を表し, 白抜きプロットが開始点を表す. 外層側の PDF 不変領域の開始点と終止点はそれぞれレイノルズ数とともに増加する傾向がある. 図中の実線は, 外層側の PDF 不変領域の開始点と終止点を対数直線近似した結果であり, 開始点 y_{sp}^+ と終止点 y_{ep}^+ として式 (6-3-a, b) で表される.

$$y_{sp}^+ = 40(Re_\tau)^{\frac{1}{4}}, \quad y_{ep}^+ = 0.30 Re_\tau \quad (6-3-a, b)$$

ここで, 終止点の位置が乱流強度の対数直線関係の終止点の関係式 (4-11-b) と一致することが興味深い. これについては後の 6.3.4 項にて詳述する.

続いて, 図 6-10 に内層側の KLD 極小領域の開始点と終止点についてプロットした結果を示し, その特徴について考察する. 開始点と終止点はそれぞれレイノルズ数に対して変化するものの, $Re_\tau=5000$ 程度を境に開始点および終止点ともに分布傾向が変化するように見える. これは図中の破線で示すように, 高レイノルズ数条件の 5 点のみについては一定傾向を示す. つまり, レイノルズ数が高い条件 5 つに関する KLD 等高線図の特徴として, 内層側

と外層側に2つの極小領域が現れるが、内層側の範囲はおおむね一定であり、外層側の極小領域はレイノルズ数の増加に伴って拡大する。

KLD 等高線図のレイノルズ数依存性（低レイノルズ数から高レイノルズ数にわたる）について、より詳細に調べる。レイノルズ数が低い図 6-6 の KLD 等高線図において、B3 区画周辺の特徴についてみていく。B3 に隣接する A3, B2, B4, C3 区画における等高線を見ると、いずれの領域でも等高線が B3 区画側に凸となる分布型を示す。これは、閾値を増加させると、4 方向すべてに対してほぼ均等に極小領域を拡大することになる。同様に、レイノルズ数が大きい図 6-7 における B3 区画に隣接する区画を見ると、内層側の A3, B4 区画には低レイノルズ数で確認された凸型の分布型は確認できず、外層側の B2, C3 区画にのみ存在する。これは、外層側の B2, C3 区画の等高線はレイノルズ数の増加によって分布傾向を変えず、内層側の等高線分布はレイノルズ数が増加したことで、凸型の等高線がなくなったと判断できる。すなわち、KLD 等高線図における内層側の極小領域はレイノルズ数が増加すると、内層側にその範囲を拡大すると判断できる。一方で、B3 区画の外層側の等高線の分布傾向はほぼ変化しないことから、外層側の範囲（内層側の PDF 不変領域の終止点）はレイノルズ数の増加の影響をあまり受けないと判断される。ただし、レイノルズ数が増加することで外層側の極小領域が明確に現れるまでは、図 6-10 からわかるようにレイノルズ数の増加に伴って拡大する傾向がみられる。

KLD 等高線図におけるレイノルズ数依存性の考察から、流れ方向変動速度成分の確率密度関数は、レイノルズ数が増加することで、オーバーラップ領域内で内層側と外層側とで2

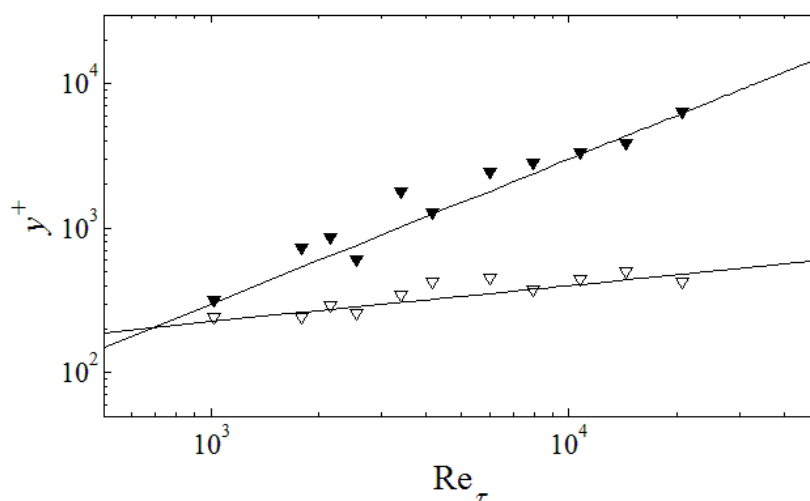


図 6-9 外層側の PDF 不変領域のレイノルズ数依存性。実線：式 (6-3-a, b), ∇ ：外層側の PDF 不変領域の開始点, \blacktriangledown ：外層側の PDF 不変領域の終止点。

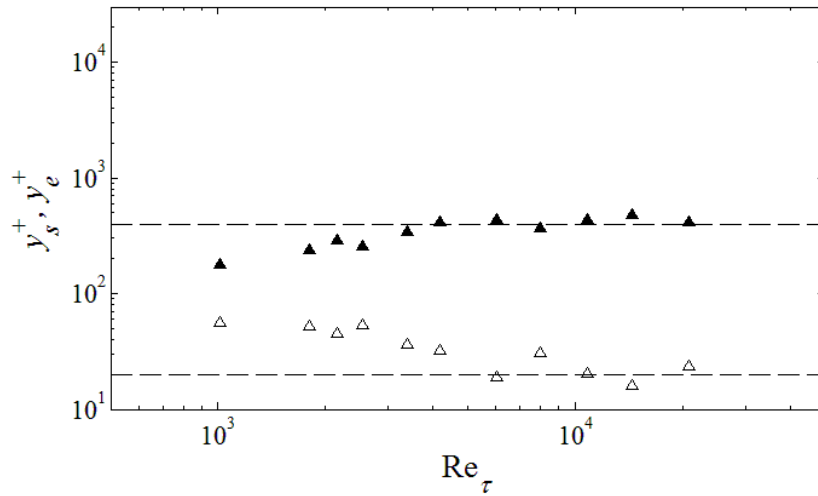


図 6-10 内層側の PDF 不変領域のレイノルズ数依存性. 破線 : $y^+=20$ および $y^+=400$, Δ : 内層側の PDF 不変領域の開始点, \blacktriangle : 内層側の PDF 不変領域の終止点.

つの特徴的な分布型を有すると判断される. ここで, 内層側と外層側を含めて極小領域として定義可能という見方もある. 本解析では, 高レイノルズ数で得られた 2 つの PDF 不変領域が存在するという知見を低レイノルズ数まで拡張することで, 一貫性のある議論が可能となった.

6.3.3. PDF 不変領域と速度分布型との対応

Tsuji & Nakamura (Tsuji and Nakamura, 1999) はレイノルズ数が低い乱流境界層において, PDF が壁からの距離に対して不変となることと, 乱流強度分布の有理式近似から平均速度分布における対数則を導いた. このことから, PDF が不変となる領域と平均速度と乱流強度の特徴的な分布を示す領域は, 少なくとも低レイノルズ数条件では一致すると考えられる. すると, レイノルズ数が高くなった場合における KLD 等高線図の 2 つの極小領域も, 平均速度と乱流強度の特徴的な分布傾向を示す領域と対応することが期待される. 本項では, 3 章および 4 章で示した円管乱流における速度分布型である, ベキ乗則や対数則, 乱流強度分布における対数直線関係などが成立する領域と, PDF の不変領域との対応関係について検証する.

(1) 平均速度分布型との対応

平均速度分布型と PDF 不変領域の対応関係を調べるため, 図 6-11 に $Re_\tau=14400$ における平均速度分布を \circ 印で, 内層側の PDF 不変領域を \bullet , 外層側を \bullet 印でプロットした結果を示す. 分布型について詳しく調べるために, 図 6-12(a), (b)にベキ乗則と対数則の指標関数

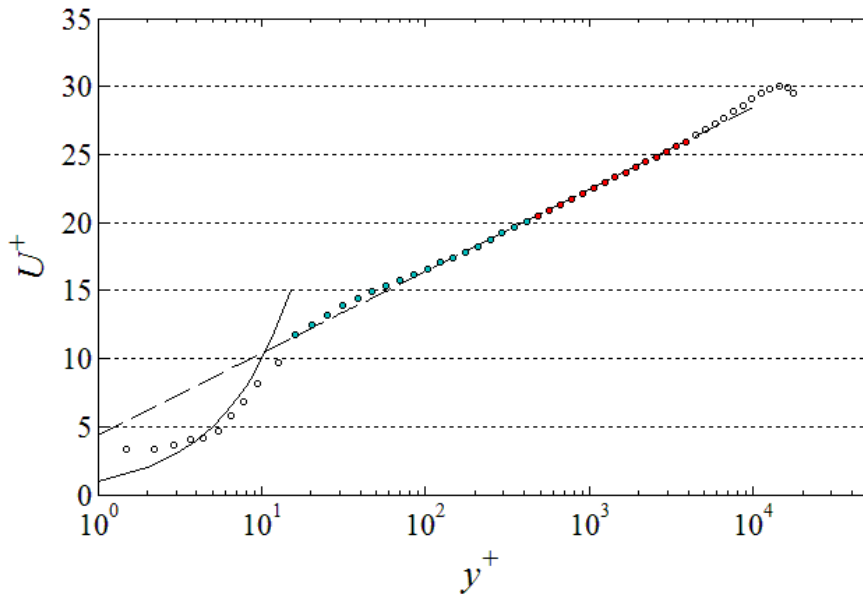


図 6-11 平均速度分布における PDF 不変領域. \circ : 全計測データ, \bullet : 内層側の PDF 不変領域, \bullet : 外層側の PDF 不変領域, 実線: $U^+ = y^+$, 破線: 対数則 ($\kappa = 0.383$, $B = 4.38$) .

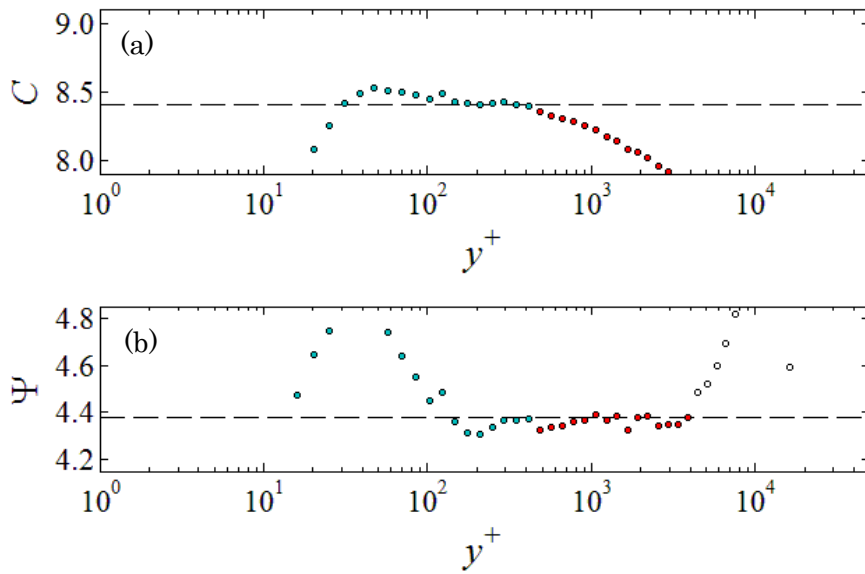


図 6-12 指標関数分布における PDF 不変領域. (a) べき乗則における指標関数 C , (b) 対数則における指標関数 Ψ , \circ : 全計測データ, \bullet : 内層側の PDF 不変領域, \bullet : 外層側の PDF 不変領域, 破線: $8.41(a)$, $4.38(b)$.

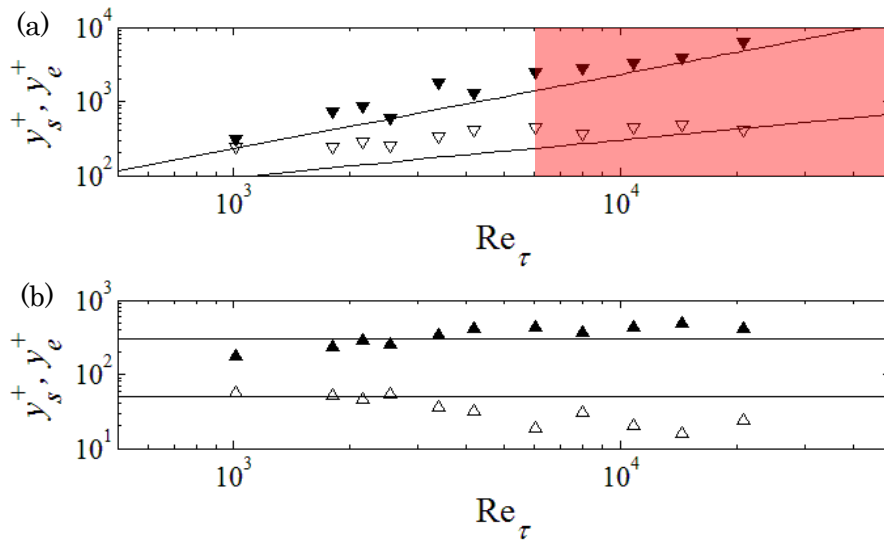


図 6-13 PDF 不変領域と平均速度におけるべき乗則および対数則の成立範囲. (a) 外層側の PDF 不変領域の範囲 (∇ : 開始点, \blacktriangledown : 終止点, 実線: 式 (4-10-a, b)), (b) 内層側の PDF 不変領域の範囲 (\triangle : 開始点, \blacktriangle : 終止点, 実線: $y^+ = 50$ および $y^+ = 300$).

である C と Ψ 分布を示す. 図中のプロットは図 6-11 と共通である. 内層側の PDF 不変領域はオーバーラップ領域の内層側を記述するべき乗則が成立する領域と重なり, 外層側の PDF 不変領域は対数則が成立する領域と重なる傾向にある. いずれも PDF 不変領域の方が広がるが, これは閾値を下げることで平均速度分布におけるべき乗則と対数則の成立範囲とより良好に一致することが期待される.

続いて, レイノルズ数が変化した場合の内層側および外層側の PDF 不変領域と, べき乗則および対数則の成立範囲を図 6-13(a)および(b)に示す. 図中の実線は(a)では対数則の成立範囲 (式 (4-10-a, b)), (b)ではべき乗則の成立範囲の開始点: $y^+ = 50$ と終止点: $y^+ = 300$ に対応する. ∇ と \blacktriangledown 印が外層側の PDF 不変領域の開始点と終止点を, \triangle と \blacktriangle 印が内層側の PDF 不変領域の開始点と終止点を表す. 図 6-13(b)から, いずれのレイノルズ数においても, べき乗則が成立する領域と内層側の PDF 不変領域が対応し, PDF 不変領域はべき乗則が成立する範囲を含んだより広い領域を表す結果となった. 図 6-13(a)では, 対数領域が明確に現れる高レイノルズ数 ($Re_\tau > 6000$, 図中の赤色領域)に着目すると, レイノルズ数が大きくなるにつれて対数則の成立範囲と PDF 不変領域の重なりが良好になる傾向がある. 以上のことから, KLD 等高線図に基づいて定義される 2 つの PDF 不変領域は, 平均速度分布におけるオーバーラップ領域を記述するべき乗則と対数則それぞれと対応すると判断される. 図 6-13(a)の赤色領域では, 外層側の PDF 不変領域の開始点がおおむね一定となり, 終止点のみが増加する関係を示す. これは, 対数則が明確に現れるレイノルズ数が高い 5 条件 ($Re_\tau = 6030, 7970, 10800, 14400, 20700$) であることと対応している. さらに, 高レイノルズ数の平均速度分布では対数領域が明確になることと, 外層側に PDF 不変領域が明確に現れ,

レイノルズ数の増加とともに拡大することとは密接な関係があると考えられる。つまり、平均速度分布における対数領域は、速度変動の確率密度関数が近似的に普遍的となるような、特徴的な渦構造の存在によって現れるのではないかと推測される。

(2) 乱流強度分布型との対応

図 6-14 に $Re_\tau=14400$ における乱流強度分布を示す。図中の○印が各測定位置における乱流強度を表す。●および●印はそれぞれ、内層側と外層側の PDF 不変領域を表す。プロットした乱流強度分布は、付録 A における空間分解能の補正を用いない結果を示す。これは PDF 不変領域の判定には空間分解能の補正を適用する前のデータを用いたためである。図中の●および●印の分布領域では、乱流強度の壁からの距離に対する変化傾向が大きく異なることがわかる。●印の領域は、4 章で議論を行った外層の対数直線関係にほぼ相当する結果となった。一方で、●印の内層側の PDF 不変領域は図中の黒色実線で示される曲線で模擬される、有理式での近似が可能な領域となる。有理式での近似は、Tsuji & Nakamura (Tsuji and Nakamura, 1999) が低レイノルズ数条件で見いだした、PDF 不変領域と平均速度の対数領域を結びつけるための乱流強度分布の近似形である。ここで、内層側の PDF 不変領域と有理式近似可能な領域の判定を行う。図 6-14 に示す乱流強度分布から、有理式近似可能な領域は分布の内層ピークを越えてから、片対数プロットにおける勾配値が極小値をとり、次に勾配値が 0 あるいは極大値をとるまでの区間となる。ここで、乱流強度分布の内層変数による勾配関数を式 (6-4) に定義する。

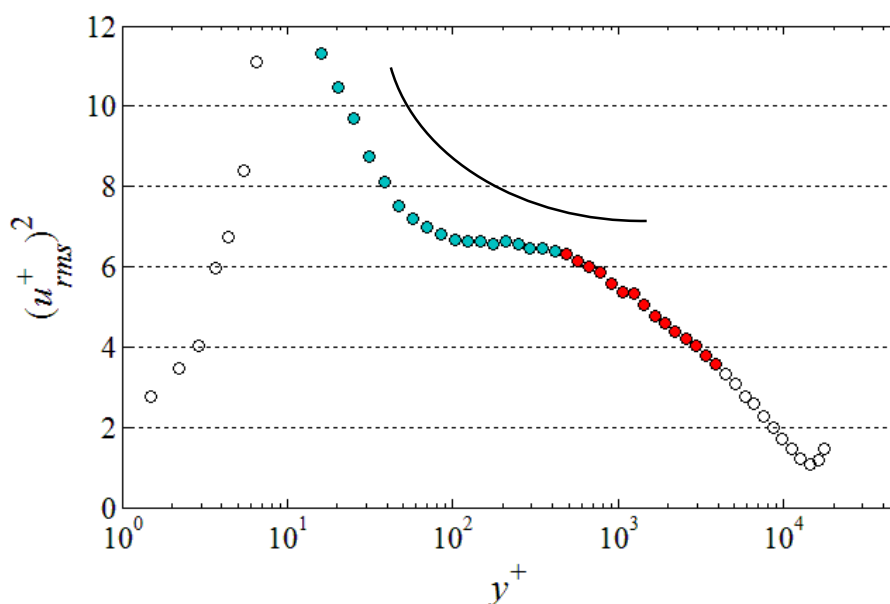


図 6-14 乱流強度分布における PDF 不変領域の対応 ($Re_\tau=14400$)。○：全計測データ，●：内層側の PDF 不変領域，●：外層側の PDF 不変領域，実線：有理式近似分布の例。

$$\Xi_1^{in} = y^+ \frac{d(u_{ms}^+)^2}{dy^+} \quad (6-4)$$

図 6-15 に本計測結果の全計測条件における乱流強度の勾配分布を示す。乱流強度の内層ピークを表す $\Xi_1^{in}=0$ を通過する位置は全計測条件で $10 < y^+ < 20$ の範囲に収まることがわかる。内層ピークを越えてから勾配値が極小値をとってから極大値あるいは 0 をとるまでの範囲はレイノルズ数によらずほぼ一定値をとることがわかる。つまり有理式近似可能な領域は、図中の赤色領域で表される $30 < y^+ < 200$ の範囲と判断される。

有理式近似可能な領域と、4 章で議論した乱流強度の対数直線関係の成立範囲（式（4-12-a, b））と PDF 不変領域の対応関係を比較する。図 6-16(a)および(b)にそれぞれ外層領域の PDF 不変領域と乱流強度の対数直線関係との対応、内層領域の PDF 不変領域と乱流強度分布の有理式近似可能領域との対応を示す。PDF 不変領域と乱流強度の特徴的な分布傾向を示す領域はともに広い範囲で重なることがわかる。平均速度分布と同様に、乱流強度分布の特徴的な分布傾向と確率密度関数の不変領域とが対応する関係となった。これらの対応関係に関する詳しい議論は次の項目で行う。

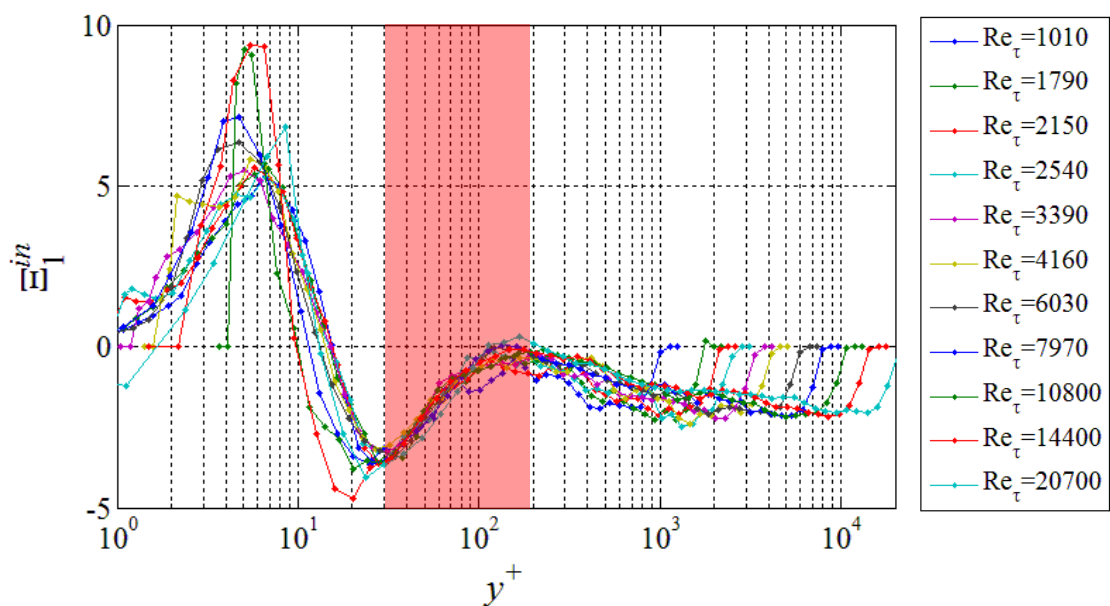


図 6-15 乱流強度の勾配分布 ($1010 < Re_\tau < 20700$)。赤色領域：有理式近似可能範囲。

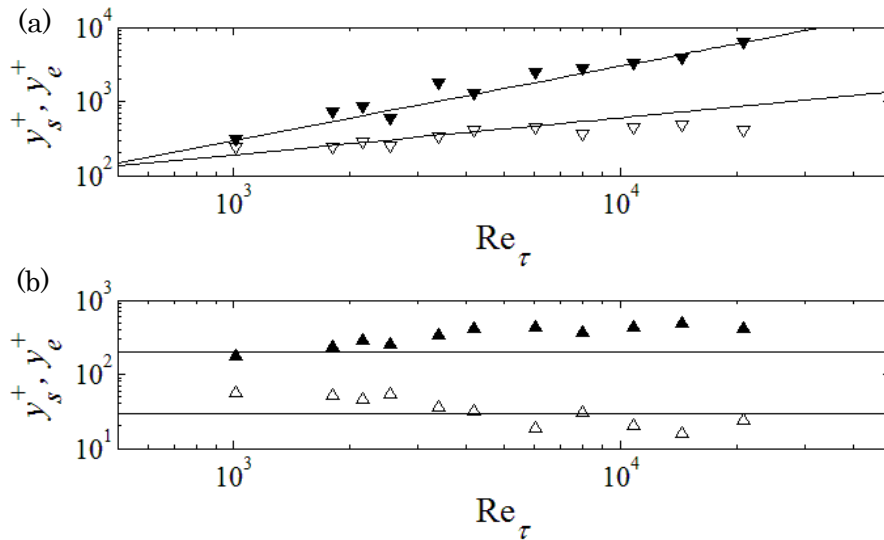


図 6-16 PDF 不変領域と乱流強度の対数近似可能領域と有理式近似可能領域. (a) 外層側の PDF 不変領域 (∇ : 開始点, \blacktriangledown : 終止点) と乱流強度の対数直線領域 (実線), (b) 内層側の PDF 不変領域 (\triangle : 開始点, \blacktriangle : 終止点) と乱流強度の有理式領域 (実線).

(3) PDF 不変領域と速度分布型との対応

これまでに PDF 不変領域と平均速度分布および乱流強度分布における特徴的な分布傾向とが対応する関係が得られたことを示した. 本項目では, これらの対応関係について, レイノルズ数依存性を含めた解釈を試みる.

平均速度における対数領域, 乱流強度における対数直線関係および外層側に位置する PDF 不変領域, これら 3 つの領域はすべて外層側に現れ, レイノルズ数が十分大きくならなければ明確に確認することができない, という共通点がある. そして, これらの成立関係はレイノルズ数の増加とともに成立範囲を拡大させる. 一方で, 平均速度におけるべき乗領域, 乱流強度における有理式近似可能領域, 内層側の PDF 不変領域, これらはレイノルズ数が低い場合にも確認することができ, 高レイノルズ数条件ではレイノルズ数の増加によってその領域をほとんど変化させない, という共通点を持つ. ここで, Tsuji & Nakamura (Tsuji and Nakamura, 1999) で行われた低レイノルズ数での PDF 不変領域と平均速度の対数領域との結びつけに着目する.

Tsuji & Nakamura の解析では, 乱流強度分布において有理式近似することが PDF の不変性から対数則を導出するための仮定の一つとなっている. また, 彼らは導出過程において多くの近似を含む操作を行っているため, 導出される対数則は厳密な関係とはならない. すなわち, 対数則を近似的に適用することが可能な領域ととらえるべきである. すると, 本解析結果における内層領域のべき乗則の成立領域は, 対数則によっても近似可能と考えられる. ここで, オーバーラップ領域の内層側の平均速度分布型にはべき乗則と対数則どちらが適するののかについては, 研究者ごとに見解が分かれるが, 3 章に示したように著者はべき乗則

での記述が適切であるという見解である。

以上のことから、円管乱流におけるオーバーラップ領域の内層側では PDF が近似的に不変となり、乱流強度の分布は有理式で近似可能であり、平均速度分布は対数則で近似可能なべき乗則が適した領域と判断される。この結果は、Tsuiji & Nakamura (Tsuiji and Nakamura, 1999) の解析が円管乱流においても成立する可能性が高いことを意味している。実際には PDF 方程式において圧力勾配項が残るなどの違いが生じるが、それ以外の近似項目が多いことからこの違いが本質的な違いにはならないと判断される。

続いて、レイノルズ数が高くなった場合を考える。レイノルズ数が増大した場合、外層側の PDF 不変領域に対応する速度分布は、次の性質を持つ。平均速度においては対数領域が明確に現れる。乱流強度分布では有理式での近似ではなく対数直線での近似が適した領域が現れる。このことから、乱流強度が対数直線関係で近似可能となるようなレイノルズ数では、Tsuiji & Nakamura の解析方法での平均速度の対数直線関係を導くことは困難であると考えられる。

以上をまとめると、円管乱流におけるオーバーラップ領域の内層側と外層側とでは、レイノルズ数が十分大きくなることで、内層側と外層側において PDF 型が近似的に不変となり、平均速度と乱流強度の特徴的な分布傾向が現れることがわかった。内層側については Tsuiji & Nakamura の解析結果とほぼ整合する関係が現れるが、外層領域では内層領域とは異なる関係を有すると考えられる。これは、先行研究が低レイノルズ数計測データに基づいた議論であったことに起因し、レイノルズ数が増加してもオーバーラップ領域における内層側は、低レイノルズ数時の統計的特徴を保存すると考えられる。

6.3.4. PDF 不変領域と高次統計量

6.3.3 項の結果から、乱流強度の対数直線関係が成立する領域と PDF が近似的に不変となる領域は、開始点のレイノルズ数依存性が異なるものの、広い範囲で重なりを持つことが明らかとなった。そこで本項では、これら二つの統計量の関係について実験結果を用いて考察する。

(1) 高次統計量の対数直線関係と確率密度関数の不変領域の関係

流れ方向変動速度の高次統計量は式 (6-5) (U : 瞬時速度, \bar{U} : 平均速度, N : データ総数) で定義され、対数直線関係は式 (4-3) を $2p$ 次のモーメントに書き換えた式 (6-6) で定義される。

$$m_q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (U_i - \bar{U})^q \quad (6-5)$$

$$\sqrt[p]{m_{2p}} / u_\tau^2 = B_p - A_p \log(y/R) \quad (6-6)$$

次に高次の統計量を2次の統計量で無次元化した M_{2p} と摩擦速度での無次元化を定義する.

$$m_{2p} / m_2^p = M_{2p} \quad (6-7)$$

$$\sqrt[p]{m_{2p}} / u_\tau^2 = \sqrt[p]{M_{2p}} \times m_2 / u_\tau^2 \quad (6-8)$$

式 (6-8) に式 (6-6) を代入し, 式 (4-3) を用いて変形すると以下の関係式が導かれる.

$$B_p - A_p \log(y/R) = \sqrt[p]{M_{2p}} \times (B_1 - A_1 \log(y/R)) \quad (6-9)$$

ここで両辺の y 依存性を考慮すると, 各係数は以下の関係式を満たす.

$$A_p = \sqrt[p]{M_{2p}} \times A_1, \quad B_p = \sqrt[p]{M_{2p}} \times B_1 \quad (6-10-a, b)$$

以上から, すべての偶数次モーメント m_{2p} において式 (6-6) の対数関係が成立するのであれば, その成立範囲内において, 無次元化された偶数次モーメント M_{2p} は, 壁からの距離に対して一定となる. これは, 2次モーメントで無次元化された PDF が不変となることに対応する. 一方で PDF が不変であったとすると, PDF 不変領域における偶数次モーメントの分布型は2次のモーメントで成立する分布型と同一となり, その係数は式 (6-10) を満たす. つまり, 偶数次のすべてのモーメントが式 (6-6) を満たすとき, その領域における PDF は不変となる. ここでは y 依存性として対数関係を対象としたが, 偶数次のモーメントにおいて同一の分布型が成立するならば, その領域では PDF が壁からの距離に対して不変となる.

しかしながら, 先行研究 (Tsuji and Nakamura, 1999, Lindgren, et al., 2004, Zhou and Klewicki, 2015) では, PDF が厳密に不変とはならないことが報告されている. すなわち, 先の議論に基づけば2次モーメントにおける対数直線関係 (式 (4-3)) が成り立つと仮定しても, 4次以上の高次モーメントにおける対数関係 (式 (6-6)) は厳密に成立せず, 近似的な関係であると判断される. そこで, 高次モーメントにおける対数直線関係と PDF 不変領域がともに近似的に成立すると仮定した場合について検証する.

(2) 高次統計量の対数直線関係と確率密度関数の不変領域の近似的な関係

(1)では、高次モーメントの対数関係と PDF が不変となることが互いに厳密に成立すると仮定した場合の相互関係を示した。ここでは、実際の計測結果に基づく高次モーメントの対数直線関係と PDF が近似的に不変となることに対して、理論的な考察を行う。

PDF 型が厳密に不変であれば M_{2p} は一定となるが、有限のレイノルズ数においてこの状況を期待することは難しい。本研究においても、 M_{2p} は微小であるが y 依存性を示している。そこで PDF 不変領域における高次統計量を式 (6-11) で近似する。

$$M_{2p} = [C_p \log(y/R) + D_p]^p \quad (6-11)$$

これを式 (6-9) に代入し、 $\log(y/R) = t$ と置いて式を変形すると以下となる。

$$(C_p t + D_p) \times (B_1 - A_1 t) = -A_1 C_p t^2 + (-A_1 D_p + B_1 C_p) t + B_1 D_p \quad (6-12)$$

ここで、式 (6-12) における 2 次の項を消去するために PDF の近似的不変領域内の任意の位置 y_m に対してテイラー展開を行い 2 次の項を省略すると式 (6-13) となる。

$$\begin{aligned} (C_p t + D_p)^2 &= (C_p t + D_p)^2 - A_1 C_p t^2 - 2A_1 C_p t_m (t - t_m) + A_1 C_p (t - t_m)^2 \\ &\approx -A_1 C_p t_m^2 - 2A_1 C_p t_m (t - t_m) = -2A_1 C_p t_m t + A_1 C_p t_m^2 \end{aligned} \quad (6-13)$$

ここで $t_m = \log(y_m/R)$ であり、式 (6-13) を式 (6-12) に代入すると以下となる。

$$(C_p t + D_p) \times (B_1 - A_1 t) = (-A_1 D_p + B_1 C_p - 2A_1 C_p t_m) t + B_1 D_p + A_1 C_p t_m^2 = B'_p - A'_p t \quad (6-14)$$

$$B_p - A_p \log(y/R) = \sqrt[p]{M_{2p}} \times (B_1 - A_1 \log(y/R)) \approx B'_p - A'_p \log(y/R) \quad (6-15)$$

つまり、式 (6-15) は式 (6-9) の近似式となる。ただし、係数は以下で与えられる。

$$A'_p = A_1 D_p - B_1 C_p + 2A_1 C_p t_m, \quad B'_p = B_1 D_p + A_1 C_p t_m^2 \quad (6-16-a, b)$$

ここで、式 (6-16-a, b) の壁面からの距離への依存性を表す係数 C_p を 0 と置くと、式 (6-10-a, b) と一致する。これらの関係の検証として 4 次モーメント ($p=2$) について調べることにする。

(3) 計測結果との整合性

本項目では、式 (6-16-a, b) の妥当性について実験結果を用いて検証する。無次元化された 4 次モーメント M_4 (F : Flatness) に対して式 (6-11) の近似を行った。 $Re_\tau=14400$ における結果を図 6-17 に示す。図中の●印が近似範囲であり、破線が近似曲線を示す。破線は●印を良好に近似することがわかる。すべての計測条件において式 (6-11) の近似をして得られた係数をレイノルズ数に対してプロットした結果を図 6-18 に示す。ただし、 $Re_\tau=1010$ については除外した。破線は各係数の平均値を表す。図中の実線はレイノルズ数に対する傾向を示しており、勾配係数 C_2 はレイノルズ数の増加に伴って減少することがわかる。

続いて、式 (6-10-a, b) および (6-16-a, b) に式 (4-3) の係数値 A_1, B_1 を代入して得られる 4 次モーメント m_4 の係数を \dot{A}_2^a, \dot{B}_2^a および \dot{A}_2^b, \dot{B}_2^b と定義し、4 次モーメント m_4 の分布に対して対数直線近似して得られた係数 A_2, B_2 との比較を行う。式 (6-10-a, b) の場合には、無次元化された 4 次モーメント M_4 の定数値には PDF が近似的に不変となる範囲における平均値を用いて計算を行った。式 (6-16-a, b) の場合には、 $y_m=0.15R$ として計算を行った。上記の係数の差異をそれぞれ D_A, D_B (式 (6-17-a, b)) と定義 (上付き添え字は省略) し、レイノルズ数に対してプロットした結果を図 6-19 に示す。

$$D_A = (A_2 - \dot{A}_2) / \dot{A}_2 \times 100, \quad D_B = (B_2 - \dot{B}_2) / \dot{B}_2 \times 100 \quad (6-17-a, b)$$

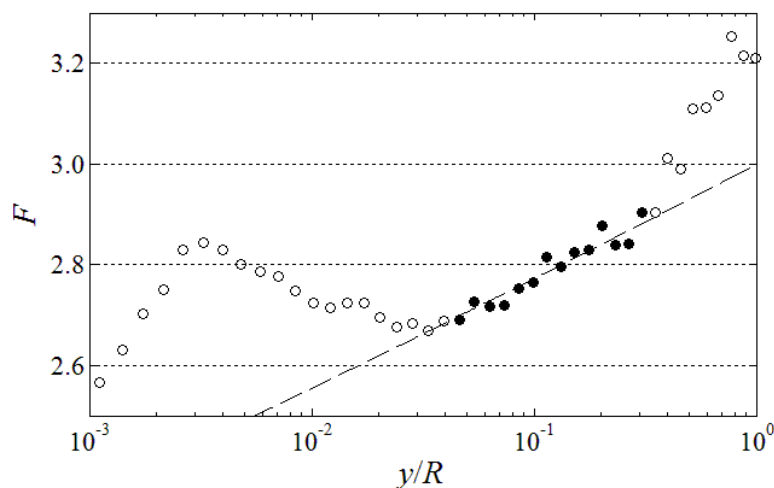


図 6-17 4 次モーメントの近似結果 ($Re_\tau=14400$)。○: 全計測点, ●: 外層側の PDF 不変領域, 破線: 式 (6-11) による近似曲線。

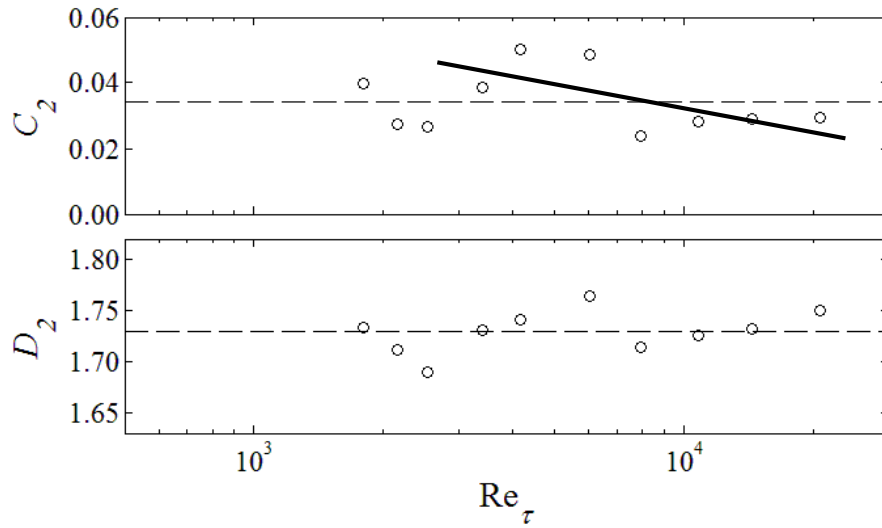


図 6-18 尖度分布近似結果の係数値分布. (a) 式 (6-11) の勾配, (b) 式 (6-11) の切片, 破線: 平均値, 実線: レイノルズ数依存性.

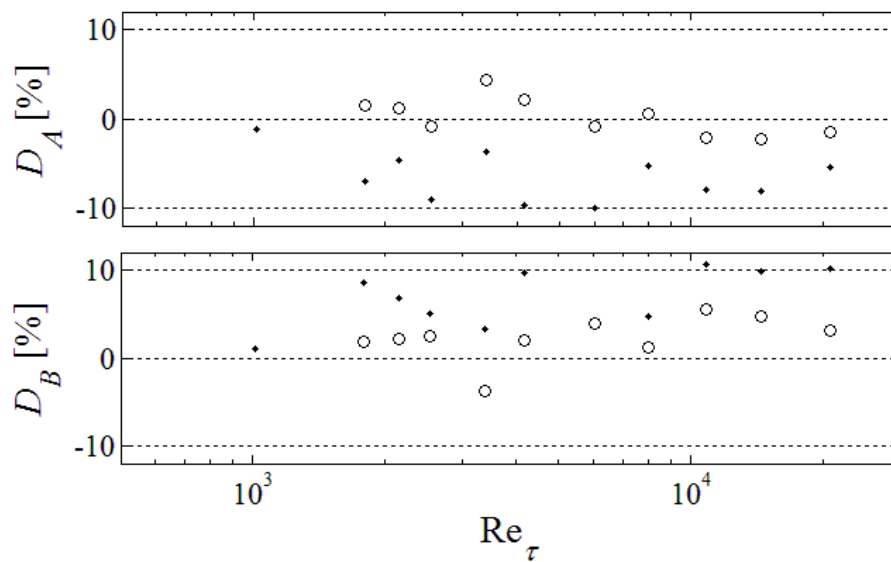


図 6-19 近似結果の誤差分布. (a) 式 (6-17-a), (b) 式 (6-17-b), \cdot : 式 (6-10), \circ : 式 (6-16).

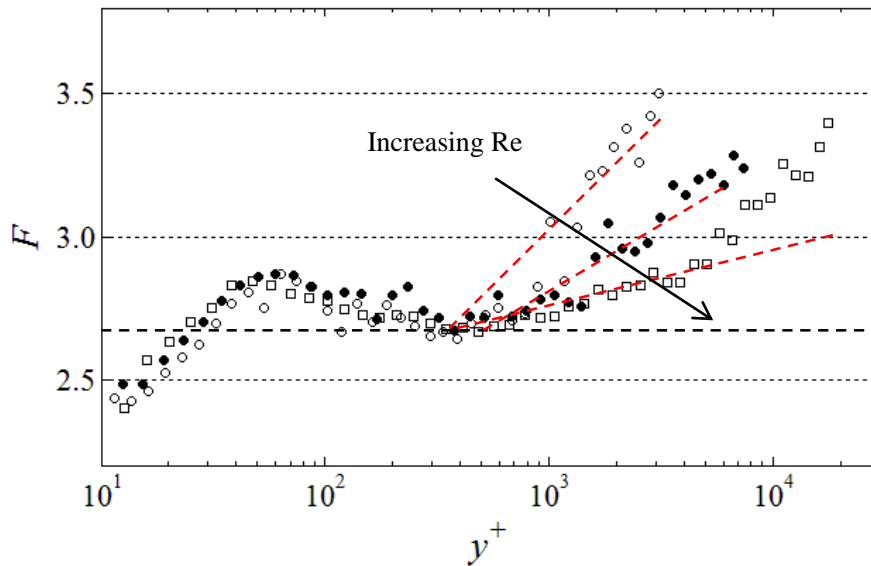


図 6-20 尖度のレイノルズ数依存性. ○ : $Re_\tau=2540$, ● : $Re_\tau=6030$, □ : $Re_\tau=14400$.

図中の○印は式 (6-16-a, b) に基づいて得られた結果, ●印は F のレイノルズ数依存性を無視した式 (6-10-a, b) に基づいて得られた結果を表す. 式 (6-6) が厳密に成立する条件から求められた式 (6-10) の係数値は 0% から大きくずれることがわかる. 一方で, 偶数次モーメント m_{2p} の対数直線関係を近似的に扱った式 (6-16) から得られた係数値は, おおむね 0% に分布する. 以上のことから, 式 (6-6) の偶数次モーメント m_{2p} の対数直線関係は厳密には成立しないと判断される.

(4) レイノルズ数無限大での漸近的な関係

本項ではこれまでに, 本実験条件の計測結果を用いて, 偶数次のモーメント m_{2p} の対数直線関係および PDF の不変領域が近似的に成り立つことを報告した. ここではレイノルズ数が無限大の極限をとった場合の偶数次モーメント m_{2p} の対数直線関係と PDF の不変領域について考察する.

本計測条件における 2 次モーメントの勾配係数 A_1 は, 図 4-11 に示したように, $Re_\tau > 5000$ ではおおむね一定傾向を示しているが, $p \geq 2$ ではレイノルズ数とともに増加する傾向にある. ここで $p=2$ の 4 次モーメントである F のレイノルズ数依存性を考える. 図 6-20 に $Re_\tau = 2540, 6030, 14400$ における F の分布を示す. 図中の $y^+ < 600$ の内層領域において, F はレイノルズ数にほとんど依存しないことがわかる. そのため, $200 < y^+ < 300$ でおおよそ $F=2.7$ (図中の破線) をとる傾向はレイノルズ数によらず同じである. また, 図中の赤線で示すように, 内層の普遍領域から主流域にかけての F の勾配が減少することがわかる. さらにレイノルズ数が無限大の極限を仮定した場合には, その勾配がゼロとなることが期待され,

式 (6-10-a, b) の関係が成立すると考えられる。実際に、4 次モーメント m_4 における勾配係数は図 6-18(a) の実線で示すように、レイノルズ数の増加に伴って減少する傾向がみられる。そのため、レイノルズ数が大きくなるにつれて、PDF の近似的不変領域はより明確になると推測される。

ここで、4.3.2 項の偶数次モーメント m_{2p} の勾配係数のレイノルズ数依存性 (図 4-11) について再考する。2 次のモーメントにおける対数直線関係とその勾配係数 A_1 がレイノルズ数に依存しないことを認めた場合、PDF が不変であれば、偶数次のモーメント m_{2p} の勾配係数 A_p も一定傾向を示すことが期待される。しかしながら、これまでに述べたように、現状のレイノルズ数では PDF は厳密には不変とならないため、偶数次モーメント m_{2p} は厳密に対数関係を満たさず、対数関係で近似した際の勾配係数はレイノルズ数依存性を示す。ただし、レイノルズ数が無限大の極限を仮定した場合、PDF の不変領域が明確になるため、偶数次モーメント m_{2p} において対数直線関係が成立し、勾配係数も一定値に収束すると推測される。

6.4. まとめ

高レイノルズ数円管乱流における流れ方向変動速度の確率密度関数について調査したところ、以下の結果を得た。

- (1) LDV で計測された流れ方向変動速度から得られる確率密度関数は、壁乱流における典型的な分布傾向を示した。流れ方向速度の確率密度関数の標準正規分布に対する KLD 分布では、KLD が一定傾向を示す領域は確認されなかった。KLD 等高線図を用いて PDF 不変領域を判定した結果、レイノルズ数が大きい条件ではオーバーラップ領域の内層側と外層側の 2 つの PDF 不変領域が明確に現れることが確認された。2 つの PDF 不変領域は平均速度におけるべき乗則と対数則が成立する領域、および乱流強度における有理式と対数直線で近似可能な領域と対応する関係となった。
- (2) 内層側の PDF 不変領域はすべてのレイノルズ数において定義可能であり、低レイノルズ数条件ではレイノルズ数の増加に伴い拡大するが、十分レイノルズ数が高くなるとその範囲を一定に保つ。外層側の PDF 不変領域は十分にレイノルズ数が大きくなることで明確に現れ、レイノルズ数の増加とともにその領域を拡大する。内層側と外層側の PDF 不変領域のレイノルズ数依存性は、平均速度と乱流強度の対応する特徴的な分布を示す領域のレイノルズ数依存性と整合する。
- (3) PDF が不変になることと、乱流強度の対数直線関係から、高次の偶数次モーメントの対数直線関係が理論的に導出され、計測結果を用いてその妥当性が確認された。本計測条件での PDF の不変性は近似的な関係であるが、レイノルズ数が無限大の極限では PDF が漸近的に不変となり、高次モーメントの対数直線関係がより明確になると推測される。

第7章 壁乱流における統計量の特徴と渦構造

これまでの各章で、高レイノルズ数円管乱流における平均速度分布型、高次統計量の分布型の特徴、パワースペクトル分布および確率密度関数を用いて渦構造について調査してきた。本論文の各章における結果は互いに関係し合っていることから、本章ではこれまでの結果を総合した議論を行う。それにより、円管乱流における統計量の普遍的性質を明らかにする。また、壁乱流において研究課題として示されている乱流強度の内層ピーク値のレイノルズ数依存性、外層の第2ピークの存在、対数直線関係について、本論文における見解を示す。さらに、乱流境界層での計測データ (Österlund, 1999) を用いて、円管乱流における普遍的な速度分布型と比較することで、壁乱流のオーバーラップ領域における平均速度分布型と渦構造について考察する。

7.1. 円管乱流における統計量の特徴と渦構造

本節では、本論文の3章で行った平均速度分布型および4, 5, 6章で行った高次統計量に関する考察を総合して、レイノルズ数の大きさによる違いに焦点を絞り、円管乱流における統計量と渦構造の特徴についてまとめる。同時に、壁乱流における研究課題として位置づけられている乱流強度分布型の特徴について、本論文における見解を示す。

7.1.1. 平均速度分布型

3章で示したように、円管乱流のオーバーラップ領域における平均速度分布型は、内層側がべき乗則、外層側は対数則が成立する関係が得られた。また、速度欠損分布を用いて、外層側の対数則を満たす領域は、レイノルズ数が高い場合 ($Re_\tau > 6000$) において現れる結果が得られた。これは、レイノルズ数が高い条件における外層スケージングでは、摩擦速度が速度スケールに適することを意味する。一方で、レイノルズ数が低い場合には、摩擦速度を用いる速度欠損分布はスケージングされず、断面平均流速と中心流速を用いる Zagarola & Smits (ZS) スケージングの方が分布の重なりが良好となる結果が得られた。これは、レイノルズ数が低い条件では、外層スケージングに適切な速度スケールが摩擦速度とは異なることを意味する。オーバーラップの概念から、壁からの距離と流速の無次元化に用いる速度スケールが内層と外層スケージングでともに異なる場合、べき乗則が得られる関係となる。この関係に基づけば、レイノルズ数が低い場合、スケージングに適切な速度スケールが内層と外層とで異なることから、べき乗則が得られる関係になり、本計測結果と整合する。一方で、レイノルズ数が大きくなると、流速の無次元化にはともに摩擦速度が適するため、内層スケージングと外層スケージングがともに成立する領域では対数則が成立する関係が得られ、本計測結果と整合する。これは、最も一般的に受け入れられている内層と外層の二つの

層と一つのオーバーラップ領域という考え方からの解釈を試みた結果である。

レイノルズ数の増加に伴って外層側に対数則に従う領域が現れることについては、乱流強度分布における外層の対数直線関係や、確率密度関数の外層側の不変領域と対応する関係が本研究結果から得られている。乱流強度の対数直線関係の成立領域では、LSM や VLMSM といった大規模構造がエネルギーの大半を担っていることが確認された。このことから、レイノルズ数の増加に伴って、外層領域で活発化する大規模構造が平均速度の対数領域と深く関係していると考えられる。さらに、対数領域では確率密度関数が不変となることから、大規模構造は相似的な渦構造を有していると考えられる。高レイノルズ数では、低レイノルズ数では存在しなかった構造が外層領域に現れることで、オーバーラップ領域の外層側では、高レイノルズ数特有の統計量の特徴的な分布傾向（平均速度の対数領域、乱流強度の対数直線関係）が現れると考えられる。一方で、高レイノルズ数におけるオーバーラップ領域の内層側では、低レイノルズ数で確認された統計的性質を有する渦構造が存在するものの、レイノルズ数が増加したことの影響を受け、性質を変化させたものと考えられる。レイノルズ数が大きくなるのが統計量に与える影響については以降のそれぞれの項目で考察する。

7.1.2. 乱流強度分布型

(1) 内層ピーク値のレイノルズ数依存性

乱流境界層における壁面近くの領域では、外層における大きなスケールの変動の影響を受けることが知られている。レイノルズ数が増加することで、外層領域での大きなスケールの変動が強まり、その影響で内層領域の変動もまた強められる関係となる。そのため、内層領域の乱流強度は、摩擦速度での無次元化ではスケージングされず、レイノルズ数依存性を示すと考えられている。本研究では内層と外層の相互作用について調べるために、AM 相関係数のレイノルズ数に対する変化を調べたところ、乱流境界層での報告と整合する結果を得た。この結果は、円管乱流でも乱流境界層と同様に、外層領域の大きなスケールが壁近くに影響を及ぼすことを意味し、乱流強度の内層ピーク値はレイノルズ数とともに増加すると考えられる。本計測結果に基づく円管乱流における乱流強度の内層ピーク値は、レイノルズ数とともに増加する傾向を示し、AM 相関係数における考察と整合する結果が得られた。しかしながら、レイノルズ数に対する増加割合は、乱流境界層の実験結果よりも小さくなる結果が得られた。これは、円管乱流と乱流境界層では外層の大スケール変動が内層領域へ与える影響の度合いに違いがあることを示唆すると考えられる。円管乱流と乱流境界層の渦構造の違いについては 7.2.3 項で議論する。

(2) 外層の第 2 ピークの存在

乱流強度分布における外層の第 2 ピークは、熱線計測による計測精度の低下によって疑的に現れると考えられていた。しかしながら、近年の高レイノルズ数での実験や、スケージング則を用いた推測に基づいて、第 2 ピークは物理的に意味を持った特徴であるとの理

解が広まりつつある。本研究では、従来よりも高いレイノルズ数域にスケーリング則を適用することで、乱流強度の第2ピークが現れるかどうかを調べた。その結果、 $Re_{\tau} > 9000$ で外層の第2ピークが現れ始めると推測され、本計測における最高レイノルズ数 ($Re_{\tau} = 20700$) において外層の第2ピークが確認された。先行研究でも、本計測と同程度のレイノルズ数で第2ピークが確認されていることから、乱流強度分布で第2ピークが明確に現れるレイノルズ数の指標は $Re_{\tau} \approx 20000$ と考えられる。ここでは実験結果に続いて、乱流強度の外層の第2ピークが現れる物理的な意味についての解釈を示す。

壁乱流におけるあらゆるエネルギーは主流から与えられる。つまり、壁乱流における壁近くのエネルギーは、主流から外層領域を経て内層領域へと伝えられた結果であると考えられる。また、内層領域では小さなスケールがエネルギーの大半を担い、外層領域では大きなスケールがエネルギーの大半を担うことが知られている。このことから、内層と外層とが重なり合うオーバーラップ領域では、エネルギーが外層から内層側へ伝えられると同時に、エネルギーを保有するスケールも変化すると考えられる。レイノルズ数が大きくなると外層領域における大スケールの保有するエネルギーが多くなる。仮に、乱流中のスケールごとに保有可能なエネルギーに上限があり、外層から内層にエネルギーを伝達するスケール幅に限りがあると考えられる。レイノルズ数が大きくなった場合を考えると、外層領域で保有する多くのエネルギーを内層側に伝えることができなくなり、外層領域でエネルギーを持て余してしまう。外層領域に多くのエネルギーが溜まることで、外層領域で乱流強度の第2ピークが現れる、と考えられる。レイノルズ数が低い場合には、エネルギー伝達を担う渦のスケール範囲と保有可能なエネルギーが上限に達しないことから、外層のエネルギーは滞ることなく内層側に伝達されていくため、乱流強度は内層のピークから管中心にかけて単調減少する関係になる、と解釈される。より具体的な説明は、7.1.3項で行う。

(3) 外層の対数直線関係

乱流強度を含む偶数次モーメントは、レイノルズ数が低い場合には、外層の対数直線関係は現れないことが確認された。一方で、レイノルズ数が十分に大きくなると、外層領域で対数近似可能な領域が確認され、レイノルズ数の増加とともにその領域は拡大した。4次、6次といったより高次のモーメントについても、2次モーメントの対数直線関係の成立域で、同様に対数近似可能であることが確認された。対数直線関係の成立域でのパワースペクトル分布を調べた結果、LSM や VLSM と呼ばれる大規模構造が有するエネルギーが、壁からの距離の増加に伴って減少する関係が得られた。さらに、6章で述べたように、偶数次モーメントの対数直線関係の成立領域では、確率密度関数が近似的に不変となる結果を得た。以上から、外層の偶数次モーメントの対数直線関係は、相似的な渦構造を有する LSM や VLSM といった大規模構造によって作り出されると推測される。これは、大規模構造を構成する渦の運動を仮定することで、乱流強度の対数直線関係を導出できることを示唆している。

7.1.3. 渦構造

(1) -1 乗スペクトル

本計測結果における Pre-Multiplied Spectrum (PMS) 分布では, Perry らの示す -1 乗スペクトルの関係を満たす領域は低レイノルズ数条件のみで確認された. レイノルズ数が大きくなると, 低レイノルズ数と同一の外層位置では -1 乗スペクトルとは明らかに異なる分布傾向が得られた. 一方で, 低レイノルズ数と同一の内層位置では, -1 乗スペクトルに似た分布傾向が確認された. これは, レイノルズ数が大きくなったことで, 低レイノルズ数で確認された -1 乗スペクトルの関係が変化したと考えられる. この変化は, レイノルズ数が増加したことにより, 乱流中に存在する渦の波数域が広がったことの影響として解釈できる. 高レイノルズ数条件の外層領域では大きなスケールがエネルギーの大半を有し, 壁近くの領域では小さなスケールがエネルギーの大半を有している. 壁乱流では, 主流から壁近くにエネルギーが伝達されることから, 外層と壁近くの間領域では, 壁に近づくにつれて, エネルギーを保有するスケールが小さくなる. つまり, 外層と壁近くの間領域のパワースペクトルは, エネルギーを有する波数域が壁からの距離に伴って変化すると考えられる. レイノルズ数が大きくなることで, 外層と壁近くでのスケール間の差が大きくなることから, エネルギーの伝達が行われる内層距離が増加すると考えられる. つまり, 低レイノルズ数で -1 乗スペクトルの関係が確認される内層位置でのパワースペクトル分布は, レイノルズ数とともに変化すると考えられる. 結果として, 高レイノルズ数では, 壁からの距離の変化に伴い, エネルギーを保有する波数域が変化する関係が得られたと考えられる.

ここで, 高レイノルズ数ではエネルギー強度を変化させずに, エネルギーを保有する波数域が移り変わることが確認されたことに基づいて, ある仮定をする. 本計測結果に基づけば, 高レイノルズ数のオーバーラップ領域の内層側では, エネルギーを保有する波数域が変化してもエネルギー強度が変化しない関係が確認されている. このことから, 波数ごとに保有可能なエネルギーに上限があると考え. そうすることで, 壁からの距離の変化に伴ってエネルギーを保有する波数帯が変化しても, 波数当たりのエネルギーが変化せず, -1 乗スペクトルの関係が現れる. また, 壁からの距離に応じてエネルギーを保有する波数域が決まっていたとすると, 外層から壁近くに伝達可能なエネルギーの総量がレイノルズ数によって決まる. それにより, 外層領域でエネルギー量が増大することで, 外層から壁近くにエネルギーを伝えきれず, 外層領域ではエネルギーを持て余す. 以上の考察は乱流強度の外層のピークと同一であり, パワースペクトルと乱流強度の特徴的分布傾向が一つの仮定を用いて解釈できる.

ここで, 乱流中のスケールごと (外層から内層にエネルギーを伝達する役割を担う渦のスケールごと) に保有可能なエネルギーに上限がある, という仮定について考える. 外層から内層へのエネルギーの伝達は, レイノルズ数が高い場合のオーバーラップ領域の内層側 (外層側は大規模構造が現れるため, エネルギーを保有しているのは大きなスケールと考える), および低レイノルズ数におけるオーバーラップ領域で行われると考えられる. 壁乱

流での内層領域の渦は、AEをはじめとした秩序的で壁の影響によって現れる構造を有すると考えられる。ここで、内層領域の秩序的な渦構造が外層の大スケールからのエネルギーを壁近くに伝達する役割を担うとする。エネルギーの伝達を担う内層領域の渦構造が壁の影響を受けること、秩序的な渦列を作り出すことから、渦の運動は制限されると考えられ、内層領域の渦が保有できるエネルギーに上限があるとみなせる。この仮定は、計測結果に基づいたものであったが、壁乱流中の現象として解釈できるものと考えられる。

(2) 渦構造の相似性

6章で述べたように、流れ方向速度成分の確率密度関数はオーバーラップ領域内においてその形をほとんど変化させないことがわかった。これはAEなどの相似的な渦構造により、確率密度関数が変化しなくなると推測される。また、レイノルズ数が増加すると、内層側と外層側とでそれぞれ確率密度関数が不変となる領域を見出すことができる。これは、低レイノルズ数において確認された相似形の渦構造が内層側に寄り、その外層側に別の相似的な渦構造を有する乱流構造が現れると考えられる。この関係は、平均速度のべき乗則と対数則、乱流強度における有理式近似と対数直線近似可能領域、パワースペクトルに関しては、内層側で確認される -1 乗スペクトルの成立域と、LSMやVLSMが支配的となるスペクトル分布を示す領域、とそれぞれ範囲が重なる結果が得られた。以上のことから、高レイノルズ数円管乱流のオーバーラップ領域における統計量の特徴的な分布傾向は、二つの異なる相似性を有する渦構造によって作り出されていると推測される。

本論文でのレイノルズ数の大小に伴うオーバーラップ領域における渦構造の違いについて著者の見解を以下にまとめる。低レイノルズ数のオーバーラップ領域と高レイノルズ数のオーバーラップ領域の内層側では、Perryらのモデルのような壁から発達する渦構造が支配的となって速度場を作り出していると考えられる。一方で、高レイノルズ数のオーバーラップ領域の外層側では、LSMやVLSMといった大規模構造が活発となり、Perryらのモデルとは異なる渦構造が形成されることで、低レイノルズ数とは異なる統計的性質を有する速度場を作り出していると解釈する。

7.2. 壁乱流における境界条件の違いと渦構造

7.2.1. 乱流境界層

本項では、乱流境界層における代表データとしてweb上に公開されているÖsterlundの計測データを用いて、レイノルズ数に対するオーバーラップ領域の傾向についてまとめる。Österlundのデータを用いる理由は、壁面せん断応力をオイルフィルム干渉法に基づいて算出しており、流速分布計測とは独立した計測手法かつ測定精度が高いためである。また、彼の計測データは、乱流境界層のデータベースとして広く利用されており、信頼性が高いと判断される。

(1) 低レイノルズ数

ここで扱う低レイノルズ数とは、3章で述べた対数領域が明確に現れないレイノルズ数を意味しており、円管乱流では $Re_\tau < 6000$ の範囲となる。低レイノルズ数における乱流境界層の実験的研究は広く行われており、オーバーラップ領域において対数則を適用した場合、その多くが $\kappa=0.41$ 程度の値を報告している。低レイノルズ数におけるオーバーラップ領域の係数値が整合することは、そこには少なくとも普遍性が存在すると考えられる。

Österlund の低レイノルズ数データに基づいて、指標関数 Ξ を計算した結果を図 7-1(a)に示す。図中の赤色破線は $\kappa=0.41$ の逆数を表す。低レイノルズ数実験結果におけるオーバーラップ領域に対して対数則を適用するならば、図 7-1(a)における $y^+=40\sim 200$ の勾配分布の極小領域を選択することが自然である。結果的に、プロットの極小領域は $\kappa=0.41$ に基づく破線と整合する。これは、低レイノルズ数で報告されてきていたオーバーラップ領域の対数則の結果と一致し、低レイノルズ数での対数則近似可能な傾向は、普遍的な関係であると判断できる。

次に、低レイノルズ数において対数近似ではなく、べき乗による近似を行う。図 7-1(b) にべき乗則における指標関数分布を示す。図中の黒色破線は $\Gamma=0.15$ を表す。第3章に示したように、円管乱流では対数則だけでなくべき乗則の成立する領域があるため、比較のためにべき乗則についても調べる。図 7-1(b)の $y^+=60\sim 250$ の範囲はおおむね一定値を示すことがわかる。これは、べき乗則での近似も可能であることを表す。

対数則かべき乗則か、という議論については、研究者ごとに独自の理論に基づいてべき乗則あるいは対数則の成立を主張している (Barenblatt, 1993, Afzal, 2001, George and Castillo, 1997)。しかしながら、実験結果を適用する場合には、低レイノルズ数条件においては、対数則でもべき乗則でも適用することは可能であると判断される。ただ少なくとも、図 7-1 に示すレイノルズ数では対数則(a)よりもべき乗則(b)のほうが一定傾向性に優れ、その範囲も広くなる傾向があると判断される。

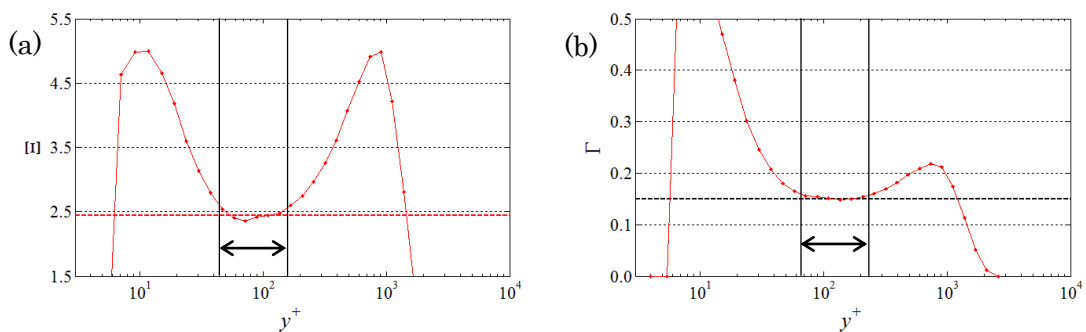


図 7-1 乱流境界層における平均速度分布の指標関数分布 ($Re_\tau=1400$)。 (a) 対数則の指標関数 Ξ , (b) べき乗則の指標関数 Γ , 赤色破線 : $\Xi=1/\kappa$ ($\kappa=0.41$), 黒色破線 : $\Gamma=0.15$ 。

本論文では、上述の低レイノルズ数におけるオーバーラップ領域においては、べき乗則の成立範囲の方が広くなることおよび一定傾向がより明確であることから、分布の記述に関してはべき乗則の方が優れると判断した。ただし、その領域を対数則で近似することも可能であり、得られるカルマン定数は従来の研究で確認される 0.41 と整合する。少なくとも、低レイノルズ数のオーバーラップ領域における平均速度は普遍的な分布傾向を示し、そこに対数則を当てはめるか、べき乗則を当てはめるかという問題に過ぎないと判断する。

(2) 高レイノルズ数

Österlund ら (Österlund, et al., 2000) によれば、高レイノルズ数条件でのオーバーラップ領域では、 $Re_\tau \geq 2000$ の $y^+ > 200$ において明確な対数領域が現れることが示されている。ここで、Österlund の計測データの $Re_\tau = 5900$ における指標関数分布を図 7-2(a)に示す。図中の黒色破線は Österlund らが報告した $\kappa = 0.384$ の逆数を表す。 $y^+ > 200$ の範囲で破線とよく一致すると判断される。図 7-2(a)に示したように、Österlund の報告以降、乱流境界層における対数領域は、 $y^+ > 200$ から現れると広く認識されるようになった。

ここで疑問に残るのは、低レイノルズ数において対数近似された領域は、高レイノルズ数ではどのような分布傾向を示すのか、である。そこで、図 7-2(b)にレイノルズ数の変化に伴う指標関数 Ξ の分布を示す。図中のプロットの色分けは、レイノルズ数の違いを表す。図中の黒色破線は $\kappa = 0.384$ の逆数を表し、赤色破線は $\kappa = 0.41$ の逆数を表す。レイノルズ数が増加するにつれて、黒色破線と重なる領域が拡大する。これは、従来の研究で知られるように、レイノルズ数に伴ってオーバーラップ領域が拡大し、対数領域が広がることと整合する。一方で、対数則の成立する $y^+ = 200$ よりも内層側 ($50 < y^+ < 200$) の分布傾向に着目すると、その分布傾向はレイノルズ数によってほとんど変化しない。この領域は低レイノルズ数においてオーバーラップ領域としてとらえられ、対数則あるいはべき乗則が適用され得る領域である。この領域は、図 7-2(b)からわかるように、レイノルズ数が低い条件から高い条件

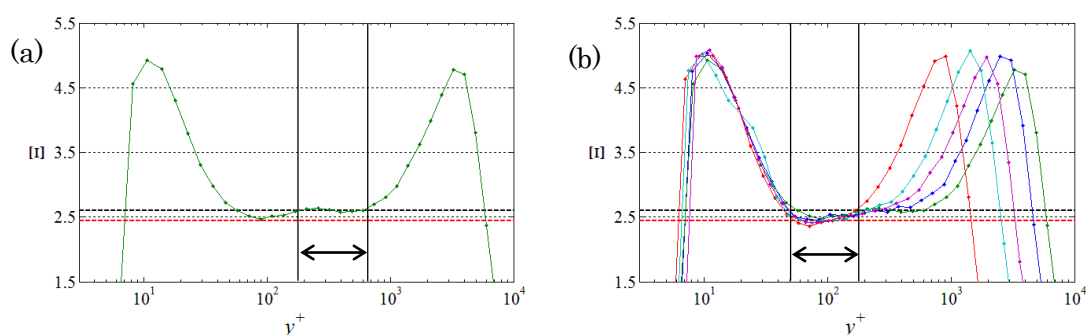


図 7-2 乱流境界層における対数則の指標関数 Ξ 分布。黒色破線： $\kappa = 0.384$ ，赤色破線： $\kappa = 0.41$ ，(a) $Re_\tau = 5900$ ，(b) 赤色： $Re_\tau = 1400$ ，水色： $Re_\tau = 2500$ ，紫色： $Re_\tau = 3300$ ，青色： $Re_\tau = 4500$ ，緑色： $Re_\tau = 5900$ 。

にわたって存在すると考えられ、その分布傾向も変化しない。著者らは、この領域を‘準対数領域’と呼び、近似的に対数則が成立し、レイノルズ数によって変化しない領域であると解釈した（和田他，2012，Wada, et al., 2012）。次にオーバーラップ領域の内層側を対数近似することを円管乱流に適用し、壁乱流において共通する考え方であるかどうかを調べる。

7.2.2. 円管乱流

低レイノルズ数のオーバーラップ領域を対数則で記述する関係について、円管乱流に適用する。図 7-3 に $Re_\tau < 7000$ の円管乱流における対数則の指標関数 Ξ 分布を示す。3章で示したべき乗則が成立する範囲 $50 < y^+ < 400$ に注目すると、指標関数は近似的に一定とみなすことができる。この領域に対数則を適用した場合には $\kappa=0.42$ （図中の破線）が得られ、準対数領域と定義することが可能である。また、その領域はレイノルズ数の増加によってほとんど変化しない。ここで主張したいことは、オーバーラップ領域の内層側の分布型が対数近似できるということではない。少なくとも、壁乱流における分布傾向として、低レイノルズ数におけるオーバーラップ領域は対数則でもべき乗則でも近似は可能であり、それは高レイノルズ数になっても存在し続けるということである。以上から、低レイノルズ数におけるオーバーラップ領域と高レイノルズ数のオーバーラップ領域の内層側を普遍的な分布とみなす‘準対数領域’という考え方は、乱流境界層と円管乱流において共通する特徴を有すると判断される。しかしながら、準対数領域に対数則を適用したときの勾配が異なり、対数領域が明確に現れるレイノルズ数（円管乱流では $Re_\tau > 6000$ ，乱流境界層では $Re_\tau > 2000$ ）や対数領域の開始点（円管乱流では $y^+ > 600$ ，乱流境界層では $y^+ > 200$ ）が異なる結果が得られている。7.2.3 項では、円管乱流と乱流境界層の平均速度分布型の特徴（準対数領域と対数領域）の違いについて考察する。

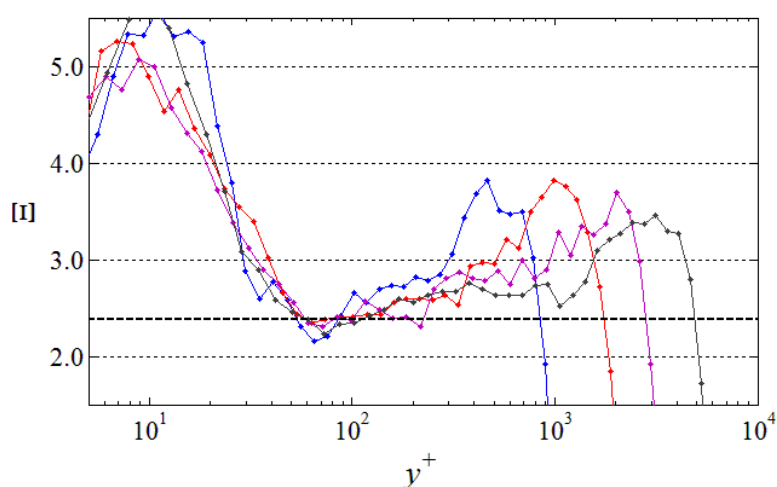


図 7-3 円管乱流における対数則の指標関数 Ξ 分布。破線： $\kappa=0.42$ ，青色： $Re_\tau=1010$ ，赤色： $Re_\tau=2150$ ，紫色： $Re_\tau=3390$ ，黒色： $Re_\tau=6030$ 。

7.2.3. 円管乱流と乱流境界層における渦構造

先に示したように、乱流境界層および円管乱流のどちらの流れ場においても、低レイノルズ数におけるオーバーラップ領域の速度分布型は、高レイノルズ数になってもその分布型を維持することが確認された。また、低レイノルズ数におけるオーバーラップ領域は、ベキ乗則の成立が考えられ、対数則での近似も可能である準対数領域として定義できた。そして、レイノルズ数が増加すると、明確な対数領域が現れることは、二つの流れ場に共通する。ここでは、乱流境界層と円管乱流におけるオーバーラップ領域に着目し、対数領域の開始点や対数則の係数について比較した結果について考察する。

(1) 対数領域の開始点

先に示したように、乱流境界層における対数領域は $y^+ > 200$ の範囲から始まるとされ、円管乱流では、 $y^+ > 600$ と乱流境界層よりも壁から離れた位置から始まる。これは、単純に円管乱流の対数領域は、乱流境界層に比べてレイノルズ数が大きくなると現れないことを意味する。ここで、平均速度における対数領域は、高レイノルズ数で現れる外層の大規模構造の影響によるものであるという本論文での考察を踏まえると、対数領域の開始点の違いは、外層の大規模構造がどれだけ壁に近づけるかによると考えられる。つまり、乱流境界層よりも円管乱流の方が、外層の渦構造が壁近くに入り込めないということになる。これは、円管乱流と乱流境界層での境界条件の違いの一つである、壁面の曲率の有無から解釈が可能である。円管乱流における壁面は曲率を有しており、周方向が完全な周期条件となることから、内層領域の組織的な渦構造は周方向に隣り合う渦同士で干渉すると考えられる。つまり、内層領域において渦がスクラムを組むことで、外層の大規模構造が内層側に入り込むことを阻んでいると解釈できる。それにより、円管乱流は乱流境界層に比べて、外層領域の大規模な渦構造が内層領域に入りづらく、結果として、平均速度における対数領域の開始点が壁から遠ざかり、対数領域が明確に現れるレイノルズ数が大きくなると考えられる。

また、このような渦構造が現れるのは準対数領域に相当する領域であることから、準対数領域における対数則の係数が、円管乱流と乱流境界層とで異なる理由も、同様に説明できる。さらにこれは、円管乱流では乱流境界層よりも外層の大規模構造が壁近くの構造に影響を及ぼしにくいと解釈できる。外層の大きなスケールの変動の壁近くへ及ぼす影響の度合いは、乱流強度の内層ピーク値のレイノルズ数に伴う増加割合と関係づけられる。実際に、本論文に基づく円管乱流における乱流強度の内層ピーク値のレイノルズ数に対する増加割合は、乱流境界層で報告されている増加割合よりも小さい結果が得られている。このことから、オーバーラップ領域の内層側の渦構造の違いが、内層と外層の相互作用と対数領域の開始点の違いの両方に対して作用していると推測される。

(2) 対数則のカルマン定数

先に示したように、本計測結果に基づく円管乱流で成立する対数則のカルマン定数は0.383が得られた。乱流境界層で成立する対数則のカルマン定数は、0.384が報告されている。従来のカルマン定数が0.41と考えられていたことを考慮すると、円管乱流と乱流境界層で成立する対数則のカルマン定数はほぼ一致すると判断される。対数則の勾配に関するカルマン定数が一致するという事は、平均速度勾配を作り出す渦の構造が共通していると考えるのが妥当と判断される。ここで、平均速度における対数領域は外層での大規模構造の寄与により現れるとの考察に基づけば、流れ場の境界条件が異なっても、外層領域の渦の構造は似た性質を有すると考えられる。このことから、対数則におけるカルマン定数は壁乱流に共通した普遍定数である可能性があると推測される。カルマン定数が壁乱流における普遍定数であるかは、今後の高精度な高レイノルズ数実験結果にゆだねられる。

(3) 対数則の切片係数

前項目のカルマン定数が流れ場によって変化しないという前提で考察を行う。対数則の切片の違いは、粗面における流れ場で明確に確認することができる。粗面乱流境界層を引き合いに出すが、一般的に粗面乱流においても対数則が成立することが知られている。粗面乱流では、壁近くの渦構造が粗面の影響によって破壊されるものの、外層側の特徴である対数直線関係は現れる。その分布傾向は、対数則の切片項に粗さ関数を加えた形として知られる（切片が変化することと同義）。これは、オーバーラップ領域の外層領域で成立する対数則の切片は、内層の渦構造の違いによって変わることを示唆していると考えられる。本計測結果と先行研究結果に基づけば、円管乱流と乱流境界層の対数領域で成立する対数則の切片係数は異なる。つまり、円管乱流と乱流境界層のオーバーラップ領域の内層側の渦構造に違いがあると考えられ、これは対数領域の開始点の違いの考察と整合する。

ここで、対数領域の開始点と対数則の切片との関係について考える。円管乱流の平均速度分布は、オーバーラップ領域の内層側はべき乗則に従い、その外層側に対数則に従う領域が現れるという実験事実に基づいて考察する。オーバーラップ領域において対数領域の開始点が外層側に移動するという事は、べき乗則に従う領域が広がることになる。つまり、対数領域の開始点が外層側に移動することは、べき乗則の外層側で成立する対数則の切片が増加することを意味する。つまり、対数則の切片の大小は対数領域の開始点の大小に直結し、外層の大規模構造の内層側への入り込みやすさと関係する。ここで、粗面乱流について考えると、粗面乱流で成立する対数則の切片は滑面乱流よりも切片が小さくなる。これは、粗面により内層側の秩序的な渦構造が破壊され、外層の大規模構造の壁近くへの侵入を阻む渦構造が弱まった結果であると考えられる。このことから、オーバーラップ領域の外層側で成立する対数則の切片の違いは、内層側の渦構造の違いの影響であると判断され、流れ場の境界条件によっても異なると推測される。

7.3. まとめ

6章までの議論で得られた結果を総合して円管乱流における統計量の特徴について考察した。また、乱流境界層における計測データを用いて、壁乱流の流れ場の境界条件の違いが統計量に与える影響を考察した結果、以下の結論を得た。

- (1) オーバーラップ領域における平均速度, 乱流強度, パワースペクトル, 確率密度関数は, それぞれ内層側と外層側で異なる特徴的な分布傾向を示した。統計量の特徴的な分布傾向は, 内層側と外層側でそれぞれ対応することから, 高レイノルズ数の円管乱流におけるオーバーラップ領域の内層側と外層側とでは, 異なる統計的性質を有すると考えられる。
- (2) 乱流強度の内層ピーク値のレイノルズ数依存性, 外層の第2ピークの存在については, 本計測の実験事実とパワースペクトル分布型や AM 解析に基づく考察から, 物理現象として起こり得るという見解を示した。偶数次モーメントの対数直線関係については, 本計測結果に基づく考察から, 外層領域の大規模構造の影響を考察することで説明が可能であると推測される。
- (3) 円管乱流と乱流境界層の平均速度分布型では, 高レイノルズ数のオーバーラップ領域の内層側の領域は近似的に対数則が成立する準対数領域がともに定義可能であることがわかった。円管乱流と乱流境界層における対数領域および準対数領域の平均速度分布型の違いを調べた結果, 準対数領域では統計的性質が異なるが, 対数領域の統計的性質は流れ場によらないと推測された。また, 対数領域の開始点および対数則の切片の違いを, 流れ場の境界条件の違いによる壁近くの渦構造と関連づけることで, 本論文における見解を示した。

第 8 章 結論

本論文は、高レイノルズ数円管乱流における流れ方向速度成分をレーザードップラー流速計 (LDV) で計測した結果に基づき、内層と外層の影響がともに及ぶオーバーラップ領域の統計量に焦点を当て、その普遍的性質について議論を行った。各章における概要と、主な結果を以下に示す。

第 1 章では、これまで行われてきた壁乱流のオーバーラップ領域における乱流統計量に関する研究を調査した。その中で、普遍的な性質および乱流構造の解明は工学的応用上重要であることから、壁乱流における実験的研究の必要性を示した。また、壁乱流における統計量の普遍性を議論するうえで、円管乱流での LDV 計測の利点および必要性を示し、本研究の目的と論文の構成を述べた。

第 2 章では、実験結果を用いた詳細な議論を行う前の基礎的な検証を行った。本計測条件の最大レイノルズ数 ($Re_\tau=20700$) での流れ方向断面計測結果に基づいて、流れ場には揺らぎがないことを確認した。測定部にガラスを用いていることから、レーザーの屈折の影響を考慮し、円管内測定座標が正確に見積もられることを確認した。流速分布を積分して得られる流量を、静的秤量法によって得られた参照流量値と比較することで、計測した流速値の検証を行った。平均速度、乱流強度、歪度および尖度といった基本的な統計量は、壁乱流における典型的なレイノルズ数依存性を示すことを確認し、本計測結果が壁乱流の乱流統計量としての詳細な議論が可能であることを示した。さらに、直接数値計算結果と比較することで、本計測結果の妥当性を確認した。

第 3 章では、円管乱流におけるオーバーラップ領域で成立する平均速度分布型について議論した。平均速度分布型については、先行研究が多いことから、従来示された平均速度分布型との比較を行った。その結果、これまでに提案されている係数の組み合わせとも一致しないことが確認された。そこで、本計測結果の満たす速度分布型を検証した結果、べき乗則 ($50 < y^+ < 400$ で $\gamma=0.145$, $c=8.41$) と対数則 ($y^+ > 600$ で、 $\kappa=0.383$, $B=4.38$) がそれぞれ成立することを示した。係数値は異なるが、べき乗則と対数則の両立は先行研究の報告と一致することから、円管乱流の平均速度分布型の普遍性として、オーバーラップ領域においてべき乗則と対数則が両立することにあることを示した。外層スケーリングである速度欠損則を適用することで、対数領域が明確に現れるレイノルズ数を調べた結果、 $Re_\tau > 6000$ の条件で対数領域が現れ始めることを示した。先行研究結果と平均速度分布を比較した結果、管摩擦係数の違いによって分布全域において差異が生じ、壁近くの流速分布型にも差異が生じることがわかった。壁近くにおける流速分布型の違いは、流速測定法によるものと考えられ、先行研究で用いられたピトー管およびナノスケール熱線流速計の問題であると推測された。

第 4 章では、オーバーラップ領域においてべき乗則と対数則、二つの平均速度分布型が適

用できることから、高次の統計量を用いて特徴づけを行うために、乱流強度の分布型を中心に議論を行った。外層領域における乱流強度の対数直線関係の成立範囲を調べたところ、平均速度における対数領域と重なりを持ち、平均速度の対数領域の外層側に乱流強度の対数直線関係が現れるという結果を得た。乱流強度の対数直線関係の勾配値 A_1 はレイノルズ数とともに増加する傾向を示し、 $Re_\tau > 6000$ 程度で 1.44 に漸近する傾向が得られた。高次の偶数次モーメントの対数直線関係についても調べたところ、先行研究結果と同様に、乱流強度の対数直線関係を満たす領域で対数直線近似が可能となる結果を得た。外層の第 2 ピークに関する議論として、第 2 ピークが現れるレイノルズ数を推定した結果、従来よりも高い値を得た。乱流強度の内層ピーク値のレイノルズ数依存性について、LDV 計測における新たな空間分解能の補正法を用いて議論した結果、先行研究とは異なるレイノルズ数依存性を有することが確認された。乱流強度分布を Hultmark らの計測結果と比較した結果、本計測結果は低レイノルズ数では一致するが、高レイノルズ数では先行研究に比べて大きな値を得た。差異の要因には、摩擦速度の違いが挙げられるが、乱流強度の値自体にも違いがあることから、計測法による瞬時流速の測定精度の違いが両者の差異を大きくしたものと結論づけた。

第 5 章では、オーバーラップ領域における渦構造の特徴を調べるために、フーリエ変換を用いたスペクトル解析を行った。壁乱流では Attached eddy (AE) モデルが提案されており、円管乱流において AE モデルの -1 乗スペクトルの成立について検証した。低レイノルズ数 ($Re_\tau = 2540$) と高レイノルズ数 ($Re_\tau = 7970$) の二つの条件について調べた結果、低レイノルズ数において -1 乗スペクトルの関係が現れるものの、高レイノルズ数ではその関係が現れないことが示された。レイノルズ数が高い条件では、低レイノルズ数とは異なるスペクトルの分布傾向が確認され、レイノルズ数の違いによる乱流構造の変化について考察した。

-1 乗スペクトルを用いて乱流強度の対数直線関係を説明できることから、外層領域における乱流強度の対数直線関係の成立域のパワースペクトル分布を調べた。その結果、近似的に -1 乗の関係を満たす領域が確認されるものの、その分布傾向が AE モデルにおける -1 乗スペクトルとは異なることが確認された。結果として、AE モデルの -1 乗スペクトルと高レイノルズ数における乱流強度の対数直線関係には関連性がないと判断された。スペクトル解析の延長として、内層と外層の相互作用を調べる Amplitude modulation (AM) 解析を行い、円管乱流における AM 相関係数の分布傾向を乱流境界層での先行研究結果と比較した。円管流における AM 相関係数は乱流境界層結果と同様の傾向を示し、乱流境界層と同様に外層の大規模構造が壁近くの小スケールの変動に影響を及ぼすと推察された。

第 6 章では、オーバーラップ領域における渦構造の相似性の観点から平均速度の特徴的な分布型との関連性の議論を行うため、確率密度関数の不変性について調査した。乱流境界層のように壁からの距離に対して近似的に不変となる領域が存在することを示し、不変領域は内層側と外層側の二つ存在することが示された。加えて、二つの確率密度関数の不変領域は、平均速度や偶数次モーメントおよびパワースペクトルの特徴的な分布傾向を示す領

域と重なる傾向にあることを示し、オーバーラップ領域の内層側と外層側での統計的性質が異なる構造を有すると推測された。さらに、確率密度関数が不変となることと、偶数次モーメントの分布が 2 次モーメントと相似形になることとの関係を明らかにした。計測結果に基づけば、レイノルズ数無限大を仮定することで、偶数次モーメントの外層領域の対数直線勾配値は一定値に収束すると考察された。

第 7 章では前章までの結果を踏まえて、円管乱流における統計量の普遍性について考察した。特に乱流強度分布における内層ピーク値のレイノルズ数依存性、外層の第 2 ピークの存在、外層領域の対数直線関係について、本論文における見解を示した。また、壁乱流としての平均速度分布型の特徴づけとして、乱流境界層における計測結果との比較を行い、普遍的な分布型について考察した。その結果、円管乱流と乱流境界層それぞれにおいて、オーバーラップ領域ではべき乗則と対数則がそれぞれ成立する領域（成立する範囲が異なる）が存在することが示された。両流れ場における対数則の勾配はおおむね一致するが、切片が異なり、対数領域の開始点や対数領域の現れるレイノルズ数が異なることを示した。それに伴い、対数領域の開始点の違いと対数則の切片の違いをオーバーラップ領域の内層側の渦構造と関連させて考察した。壁乱流のオーバーラップ領域における流れ方向速度の統計的性質は、レイノルズ数の大小によって異なり、レイノルズ数が増大することで外層領域において大きなエネルギーを有する大規模構造が現れ、それらが乱流統計量の分布傾向に影響を及ぼすと結論づけた。

本論文では、高レイノルズ数の円管乱流に関する速度分布計測結果を用いて、乱流統計量の普遍的性質および乱流構造に関するモデルの検証を行った。その中で、本計測結果の満たす統計量の分布型を示し、円管乱流における統計量の普遍性を明らかにし、壁乱流における研究課題に対して著者の見解を述べた。これらの解釈の中でいくつか仮定をしていることから、その仮定に基づいたモデル分布の提案や、仮定の検証が今後進められることに期待する。

高レイノルズ数円管乱流に関する議論は、計測データが少なく、本論文における考察もまた、異なる計測データを用いて検証されるべきと考える。高レイノルズ数円管乱流における実験は試験準備段階のものが存在することから、今後さらに高いレイノルズ数での実験が行われることが予想され、より精度の高い計測データによる円管乱流における統計量の普遍性に関する研究に期待される。

付録 A LDV 計測における空間分解能の影響の補正法

A.1. はじめに

レーザードップラー流速計（以下、LDV）は、非接触の流体計測法として知られており、広く利用されている。基礎研究分野における実験では熱線流速計の利用が今なお盛んであり、熱線計測に比べて LDV は計測システムが高価になりやすいため、あまり利用されていない。LDV を用いた円管計測には、Durst ら（Durst, et al., 1995）や Toonder & Nieuwstadt（Toonder and Nieuwstadt, 1997）が、水の屈折率に近い材質で測定部を作成し、円管内速度分布の計測を行った。これらの計測では空間分解能の影響が顕著に現れるほどレイノルズ数が小さくなく、空間分解能の影響を考慮する必要がなかった。実際に、Durst らの実験における計測体積の壁垂直方向の空間分解能は、最大レイノルズ数においても粘性長さ程度と、空間分解能が悪くない。Durst らは同時に、LDV 計測における平均速度と乱流強度の空間分解能の影響を調べている。そこでは計測体積とレーザの光強度を用いた方法が述べられているが、個々の粒子の速度の違いによる検出頻度が考慮されていない。LDV 計測における粒子速度の補正については、Nakao ら（Nakao, et al., 1987）が粒子の侵入頻度が粒子速度に依存することから、その平均値の補正法を報告している。空間分解能に対するアプローチは、焦点距離を縮めることで計測体積自体を小さくすること（Tieu, et al., 1995）が行われている。また、近年の LDV 計測として、Czarske ら（Czarske, et al., 2002）は LDV の計測体積内を通過する粒子の速度と座標を結びつけることにより、実際の計測体積よりも優れた空間分解能を実現している。しかしながら、計測体積が流れの粘性スケールに対して大きくなる（空間分解能が悪い）場合の計測結果について報告され、その補正法について議論された例は見当たらない。そのため LDV 計測において、粒子速度の影響を加味した平均値および変動の標準偏差への空間分解能の影響については議論が行われていない。それに加えて、空間分解能の影響を受けた計測結果の補正方法についても、具体的な議論が行われていない。

そこで本論文では、高レイノルズ数円管乱流の LDV 計測結果を用いて、確率密度関数に基づいた空間分解能の影響について考察する。そして、LDV の計測原理に基づいた空間分解能の影響の補正法を提案する。

A.2. LDV の測定原理と空間分解能

A.2.1. LDV の測定原理

本節では、LDV の測定原理について簡潔に説明を行う。本計測で用いた LDV 計測システムは、集光レンズ前にてレーザを分光し、40MHz の周波数シフトをかけた後、集光レンズを通過する。その後、測定位置にて焦点を結び、通過するトレーサ粒子の後方散乱を検出する一般的な流体計測で用いられるシステムである。分光されたレーザが測定点で交差

する際の計測体積の概略図を図 A-1 に示す。図中の青色の直線はレーザー光の振幅が最大となる位置を表しており、LDV における計測体積は、赤色の楕円で示される楕円体と考えられる。計測体積内部には、2つのレーザー光の重ね合わせによりフリンジ（図 A-1 中の黒色実線で表される干渉縞）が現れる。フリンジ間隔は、レーザー光の波長 λ_L と交差角 θ によって一意に決定される。そのため、計測体積内を通過する粒子の後方散乱の光強度の周波数 f_d から、式 (A-1) を用いてトレーサ粒子の速度が求められる。計測される流速は、粒子が占める流体要素の真の速度を測定できる（フリンジ間隔が計測体積内で一定の場合）。

$$V = \frac{\lambda_L}{2 \sin \frac{\theta}{2}} f_d \quad (\text{A-1})$$

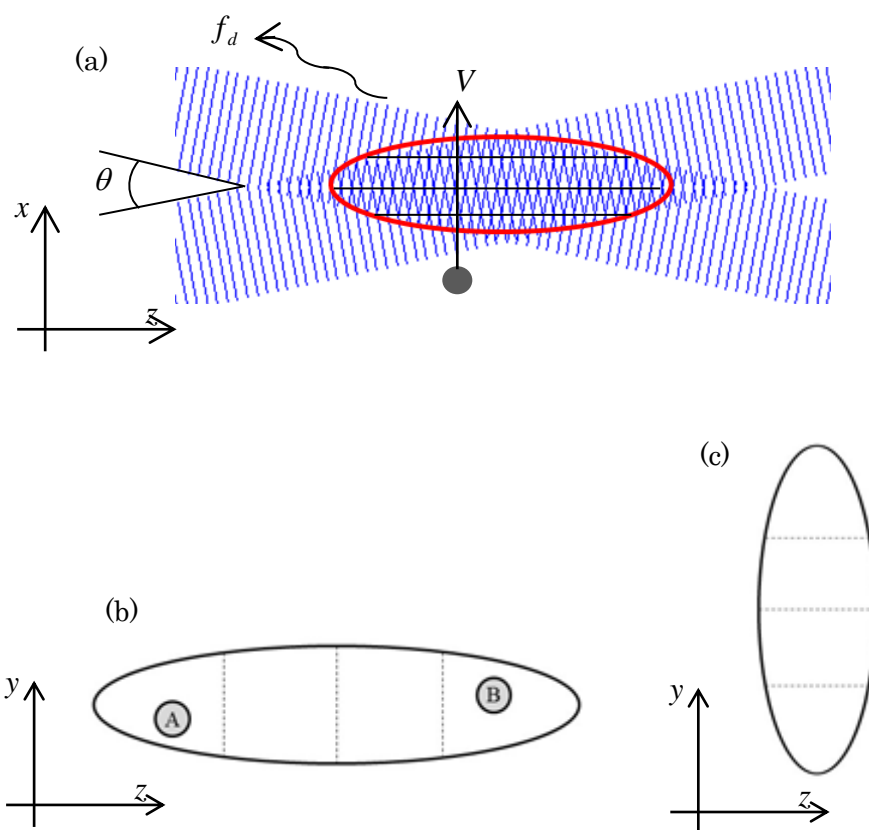


図 A-1 LDV 計測体積の概略図。(a) 計測体積の概要、(b) 幅方向に大きな計測体積、(c) 壁垂直方向に大きな計測体積。

A.2.2. LDV における空間分解能

本節では、LDV の計測原理に基づいて、空間分解能が計測される速度信号にどのような影響を及ぼすのかについて説明する。

LDV での計測では、計測体積が大きくなることで広い範囲を流れるトレーサ粒子を検出することになる。ここで、図 A-1(b)に示すような、 z 方向（壁乱流の計測では一般に幅方向）に長い計測体積で計測する状況を考える。このとき、作動流体中に散らばるトレーサ粒子が無作為に計測体積内に侵入する。図 A-1(b)における○印を粒子と考えると、粒子 A が通過した直後に粒子 B が通過するかもしれない。このとき粒子 A および B の間の距離が、流れ場内に存在する渦スケールよりも大きく離れていると、2 点間の速度に相関が小さくなり 1 点における時系列信号として成り立たなくなる。そのため、空間分解能が悪い状態で計測された時系列信号は周波数解析に適さず、本来とは異なる性質が現れる。

ここで、流れ方向変動速度の確率密度関数（時間平均統計量）に関して考える。幅方向に拡大された計測体積を、図 A-1(b)の破線で示すように、任意の長さで等間隔に分割する。十分なサンプル数が確保されるならば、いずれの区間においても確率密度関数は同一値に収束するはずである。すると、計測体積全体における時間平均量は、分割された区間ごとに得られる時間平均量と同じ値が得られる。

続いて、図 A-1(c)に示すような計測体積が壁垂直方向に拡大した場合を考える。先ほどと同様に、壁垂直方向に領域を分割すると、それぞれの区間で計測される確率密度関数は、壁垂直方向位置に対応した統計的性質を有する。ここで、計測体積全体で計算される確率密度関数は式 (A-2) で表されるように、壁からの距離 y_i^+ における確率密度関数の計測体積における空間平均（壁高さ y_i^+ における微小体積の全体積に占める割合を重みとした場合の加重平均）として得られる。

$$p_{OE}(u^+, y^+) = \sum_{i=1}^n p_T(u^+, y_i^+) \times F(y_i^+) \quad (\text{A-2})$$

$$F(y_i^+) = \Delta S(y_i^+) / \sum_{i=1}^n \Delta S(y_i^+) \quad (\text{A-3})$$

ここで、 $p(u^+, y^+)$ は位置 y^+ における変動速度 u^+ の確率密度関数を表す。以降、上付き添え字 $+$ は内層変数での無次元化を表す。また、添え字 i は計測体積内を n 分割した際の位置を表し、 $y_i^+ = y^+ - l_y/2 + (i-1/2)dy^+$ となり、 $dy^+ = l_y/n$ である。 $\Delta S(y_i^+)$ は位置 y_i^+ における流れ方向の断面積、ここで $F(y_i^+)$ は位置 y_i^+ における $\Delta S(y_i^+)$ の計測体積の流れ方向断面積に占める割合、 l_y は計測体積全体の壁垂直方向長さを表す。確率密度関数の下付き添え字をそれぞれ、 OE : 壁からの距離 y^+ の位置において壁垂直方向の計測体積の長さが l_y の時に計測される結果、 T : 壁からの距離 y_i^+ における真の確率密度関数とする。

ここで、LDV 計測における確率密度関数の算出についてまとめる。Nakao ら (Nakao, et al., 1987) によって、LDV で計測される時間平均統計量 (確率密度関数から求まる各モーメント値) は、トレーサ粒子の侵入頻度が個々の粒子の流速に依存することから補正を行っている。この補正を確率密度関数に拡張する。これは、確率密度関数を速度の逆数で重みづけることに相当する。ここで速度の逆数での重みづけは、計測体積内へのトレーサ粒子の侵入頻度が粒子の速度に比例するためである。つまり、本来の確率密度は式 (A-4) に示すように、確率変数 u の逆数での重みづけによって求められる。

$$p(u_i) = p_f(u_i) \times \frac{1}{|u_i|} \bigg/ \sum_{i=1}^n \frac{1}{|u_i|} \quad (\text{A-4})$$

ここで、右辺の下付き添え字 f は粒子の侵入頻度での重みづけ前の確率密度を表す。ただし、 $p_f(u_i)$ を算出する際の bin size の区切り方は、粒子の侵入頻度で重みづけした平均値と標準偏差を使わなければならない。

A.2.3. 熱線計測における空間分解能との違い

熱線計測は、乱流基礎研究においては幅広く使用されている。それに伴い、熱線受感部の空間分解能に関する議論も活発に行われている。本節における空間分解能の議論は、壁乱流において受感部の軸が幅方向と一致する場合の I 形熱線プローブのみを対象とする。I 形熱線プローブにおいて計測される流速値は、受感部の z 方向長さ分の空間平均値として得られる (式 (A-5))。

$$u(t) = \frac{1}{l_z} \int_{-l_z/2}^{l_z/2} u_i(t, z) dz \quad (\text{A-5})$$

ここで、 l_z は受感部幅、 z は幅方向を表す (図 A-2 参照)。ここで、熱線計測では計測体積の壁垂直方向幅は極めて小さい (通常、熱線受感部の直径は $5\mu\text{m}$ 以下) ことから、壁垂直方向への空間平均は考えない。壁乱流における流れ方向変動速度は、幅方向に対して変化していることから、熱線計測では空間分解能が悪くなると、変動強度が減少することが知られている。これらの変動強度の空間分解能の影響については、Marusic & Kunkel (Marusic and Kunkel, 2003) により、多くの計測データに基づき、そのレイノルズ数、空間分解能、内層ピーク値の関数として議論している。その結果として、レイノルズ数と空間分解能の関数としてピーク値を導き出す補正を提案している。一方で Segalini ら (Segalini, et al, 2011) は、受感部長さの異なる熱線での計測データに基づいた補正法を提案している。計測結果の補

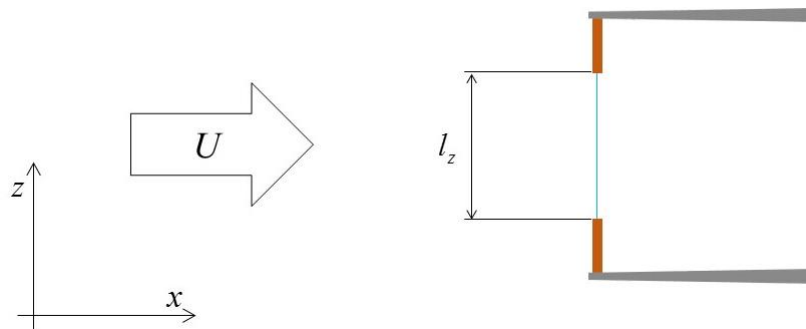


図 A-2 熱線流速計の概略図

正法には、測定原理に基づいた補正法が最も優れているが、著者の知る限り熱線計測においてそのような補正法は提案されていない。

LDV と熱線計測における空間分解能の違いをまとめると、計測体積の影響が現れる方向は、熱線計測では幅方向（壁垂直方向の空間分解能の影響がほぼ無視できる場合）、LDV では壁垂直方向（十分なサンプル数を確保できる場合）となる。

A.3. 計測された時間平均統計量の補正方法

本節では LDV 計測における計測体積が大きいことによる乱流強度の過大評価について、具体的な補正法を提案し、補正手順を示す。

A.3.1. 乱流強度過大評価の例

補正法の提案の前に、LDV 計測における変動強度の過大評価の実例について示し、その特徴について考察する。

図 A-3 に内層変数で無次元化した乱流強度分布を示す。図中に示す計測条件は $Re_\tau = 1010, 2150, 4160, 7970, 14400$ の 5 条件である。いずれの条件においても壁面近傍 $y^+ = 15$ に存在するピークを確認することができる。図中には $Re_\tau = 1000$ の DNS (El Khoury, et al., 2013) の結果を実線で示しており、同一レイノルズ数の実験値とは壁近くから円管中心まで極めて良好な一致を示した。しかしながら、レイノルズ数が増加するにつれ、内層領域の分布が外層領域に比べて急激に増加する傾向がみられる。これは LDV における計測体積の粘性長さに対する割合が大きくなることにより、計測体積内における速度の変化域が増大したことに対応する。計測する速度の変化域の増大は、速度勾配が大きい領域ほど顕著であり、計測体積の影響が現れやすい。計測する速度域が増大したことから、計測される確率密度関数も変化することは容易に考えられる。

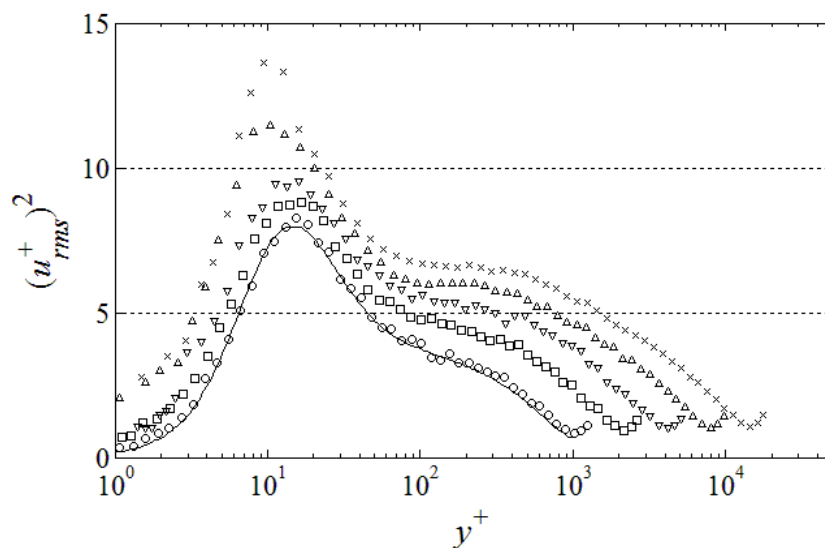


図 A-3 乱流強度分布. \circ : $Re_\tau=1010$, \square : $Re_\tau=2150$, ∇ : $Re_\tau=4160$, \triangle : $Re_\tau=7970$, \times : $Re_\tau=14400$, 実線 : DNS 結果 ($Re_\tau=1000$).

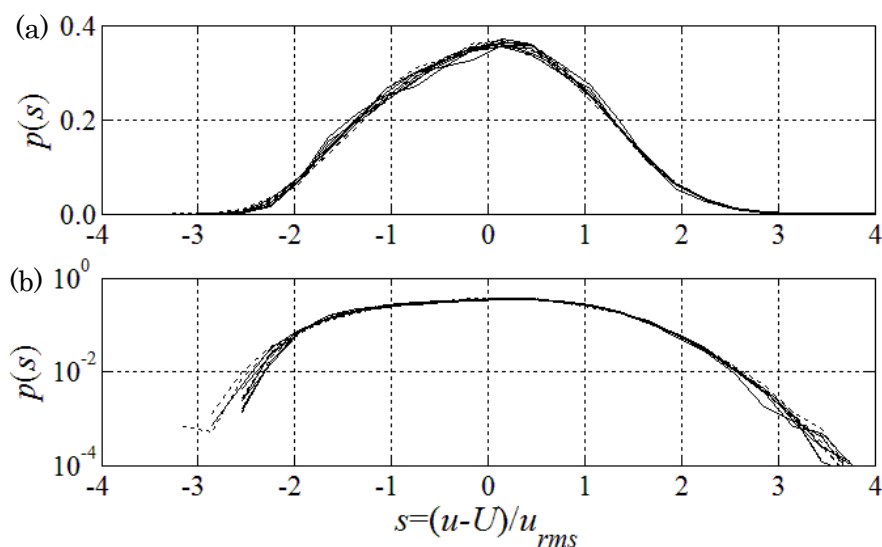


図 A-4 $y^+=15$ における確率密度関数. (a) 縦軸線形, (b) 縦軸対数, 実線 : $Re_\tau < 5000$, 破線 : $Re_\tau > 5000$.

壁乱流における壁面近傍 ($y^+ < 10$) の流れ方向変動速度の確率密度関数は、速度を平均と標準偏差で無次元化した場合には、レイノルズ数によらずほぼ同一の形を有することが報告されている (猿渡, 山本, 2012). ただし、彼らの報告は $Re_\tau=150$ を含む、低いレイノルズ数条件における結果であることから、バッファー層において変化が顕著となるように判断される. その後、山本らの $Re_\tau=4000$ までのデータにおいて、レイノルズ数が比較的大きくなれば、内層領域での確率密度関数型がほとんど変化しないことを確認した (山本, 2015).

そこで本研究では、 $y^+ < 300$ の内層領域までは確率密度関数がレイノルズ数によらずに普遍的（以後、普遍的とはレイノルズ数が異なっても同じ壁高さ y^+ において変化しないという意味とする）であるものと仮定する。

本計測から得られた確率密度関数について考察する。 $y^+ = 15$ におけるレイノルズ数の条件ごとに縦軸を線形および対数でプロットした結果を図 A-4(a)および(b)に示す。図中の実線と点線はそれぞれ $Re_\tau < 5000$ と $Re_\tau > 5000$ の条件における結果である。図 A-4(a)において実線と点線はおおむね一致するが、図 A-4(b)を見ると、高レイノルズ数における負側の広がりが大きくなるのがわかる。これは測定体積が大きくなることにより、本来計測される変動速度よりも広い変動を検出した結果と判断できる。また、 $y^+ = 15$ は壁面近傍であるために低速度を多く検出した結果、低速度側のすそ野が広がったものと考えられる。つまり、計測体積が相対的に拡大したことで、本来計測したい壁からの距離の速度成分以外の速度を含むことにより、確率密度関数が歪められたと考えられる。

本計測では、レイノルズ数が増加することで空間分解能が低下した結果、DNS で報告されている確率密度関数の普遍性は確認できない。ただ、確率密度関数は歪められるものの、その変化は式 (A-2) に基づいて算出されると推察される。式 (A-2) における真の確率密度関数は、壁面近くの普遍的な確率密度関数 p_U と、平均速度 U^+ および変動の標準偏差 u^+_{rms} を用いることで、式 (A-6) によって算出される。

$$p_T(u^+, y^+) = p_U((u^+ - U^+)/u^+_{rms}, y^+)/u^+_{rms} \quad (\text{A-6})$$

ここで、右辺の標準偏差での除算は、積分値が 1 となるための規格化である。このことから、式 (A-6) に真の平均速度と変動の標準偏差を入力することで、壁からの各位置における真の確率密度関数を推測できる。

A.3.2. 補正方法

先に示した LDV の空間分解能の考察で得られた式 (A-2) を、すべての計測位置に適用することで式 (A-7) に示す連立方程式が得られる。

$$\begin{pmatrix} F_{1,1} & F_{1,2} & \cdots & \cdots & F_{1,n} \\ F_{2,1} & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & F_{n-1,n} \\ F_{n,1} & \cdots & \cdots & F_{n,n-1} & F_{n,n} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p_T(u^+, y_1^+) \\ p_T(u^+, y_2^+) \\ \vdots \\ p_T(u^+, y_{n-1}^+) \\ p_T(u^+, y_n^+) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{OE}(u^+, y_1^+) \\ p_{OE}(u^+, y_2^+) \\ \vdots \\ p_{OE}(u^+, y_{n-1}^+) \\ p_{OE}(u^+, y_n^+) \end{pmatrix} \quad (\text{A-7})$$

ここで、侵入頻度 F の下付き i, j は壁面からの距離 y_i, y_j と対応している。 $F_{i,j}$ は、計測体積の中心が y_i にあるとき、空間平均を行う微小面積を $\Delta S(y_j)$ とし、式 (A-3) に基づいて得られる。また、粒子の侵入頻度の行列値 $F_{i,j}$ は壁面から遠ざかるにつれて 1 に近づき（計測体積の影響が減少）、真の確率密度関数 p_T と過大評価された確率密度関数 p_{OE} が一致する。

式 (A-7) は LU 分解法とガウスの消去法を用いて解くことが可能である。しかしながら、実験結果に適用する場合には、計測位置が離散的であること、および計測される確率密度関数は誤差を含み、侵入頻度の行列 \mathbf{F} は LU 分解時に絶対値の大きな値を持つ。このことから、計測における小さな差異が極めて大きな影響として現れてしまう。また、実際に式 (A-7) を解いた結果が期待される結果とは大きく異なる解が得られるため、数値解を求めることは実用的でないと判断される。そこで前節で示したように、壁面近傍 ($y^+ < 300$) の確率密度関数がレイノルズ数によってほとんど変化しないという仮定を用いて、より実用的な補正方法を提案する。

A.3.1 項で示したように、低レイノルズ数の壁面近傍では空間分解能の影響がほとんど無いと判断された。このことから、低レイノルズ数 ($\text{Re}_\tau < 3000$) で計測された壁面近傍 ($y^+ < 300$) での確率密度関数を壁面近傍の普遍的な確率密度関数型と仮定することは妥当と考えられる。そして、内層領域の平均速度は内層変数での無次元化でスケールされるため、低レイノルズ数における平均速度分布を用いて記述可能である。以上から、式 (A-7) において真の確率密度関数と粒子の侵入頻度を与えることで、過大評価された確率密度関数を算出できる。確率密度関数が定まれば標準偏差も計算できるため、引数を標準偏差分布 \mathbf{u}_{rms}^+ および粒子の侵入頻度 \mathbf{F} として、過大評価された標準偏差を出力する関数 f_{OE} として定義できる (\mathbf{u}_{rms}^+ および \mathbf{F} の行列表示は、それぞれ壁からの距離 y^+ を引数とする 1 次元および 2 次元行列であるため)。

$$\mathbf{u}_{rms}^{+OE} = f_{OE}(\mathbf{u}_{rms}^+, \mathbf{F}) \quad (\text{A-8})$$

式 (A-8) により、ある乱流強度分布を与えることにより、過大評価された確率密度関数が得られ、それに基づいて過大評価された乱流強度分布を得ることができる。

A.3.3. 補正手順

前節で示した補正方法に基づいて、具体的な補正手順を示す。ここで示す補正方法は確率密度関数を見積もる方法であるが、本論文では変動の標準偏差を見積もることを目的としている。そのため、補正手順としては、空間分解能の影響により過大評価された標準偏差分布から、真の標準偏差分布を推測する方法を説明する。

(1) 壁面近傍の確率密度関数の決定

まず、レイノルズ数が低い条件 ($Re_\tau < 3000$) における内層領域 ($1 < y^+ < 300$) の確率密度関数の壁からの距離ごとの平均値を求める。本研究では、対数プロット時におおむね等間隔となるような $y^+ = 1, 4, 7, 10, 14, 20, 30, 45, 70, 100, 140, 200, 300$ の範囲で区切ることで、区間内 (例えば $100 < y^+ < 140$ など) の確率密度関数の平均値を求め、区間の中央値における確率密度関数とした。ここで、確率密度関数の平均値を求める理由は、LDV 計測でのサンプル数が少ないことに起因する確率密度関数のばらつきを低減させるためである。本計測では、 $y^+ = 2.5, 5.5, 8.5, 12, 17, 25, 37.5, 57.5, 85, 120, 170, 250$ における確率密度関数の平均値が得られた。その中で、壁に近い方から 6 つの確率密度関数を図 A-5 に示す。壁面近傍では最頻値が負側に位置しているなど、壁乱流における壁面近傍の確率密度関数の特徴を有していることが確認できる。ここで算出した確率密度関数は、レイノルズ数によらず普遍的であるものとして扱う。

(2) 計測体積への散乱粒子の侵入頻度の算出

計測体積への粒子の侵入頻度を算出するために、計測体積の流れ方向断面積を求める必要がある。計測体積の大きさは、LDV 計測のセッティングに基づいて得られる理論値を用いた。図 A-6 には本計測における壁面近傍の測定位置を、円管中心からの距離として表示しており、その時の LDV 計測体積を赤色実線で示す。図の横軸と縦軸は、円管中心を原点とする、円管断面内の直交座標を表している。レーザーの屈折などを正確に計算することで、各測定位置と測定時の計測体積が得られ、計測体積内における各壁面からの距離の占める割合を算出することが可能である。実際の粒子の計測体積への侵入頻度は粒子速度に依存するが、ここで扱う確率密度関数は粒子速度の補正を行っているため、補正の時点で粒子速度の影響を考慮する必要はない。

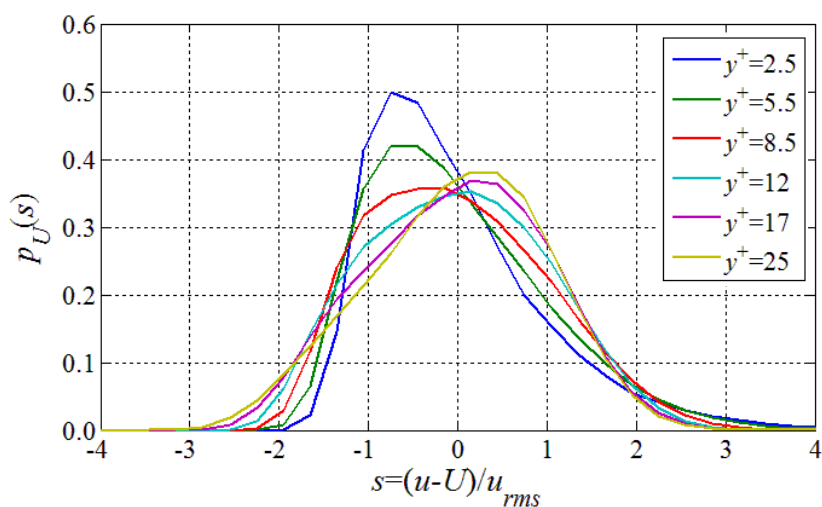


図 A-5 壁面近傍の普遍的な確率密度関数

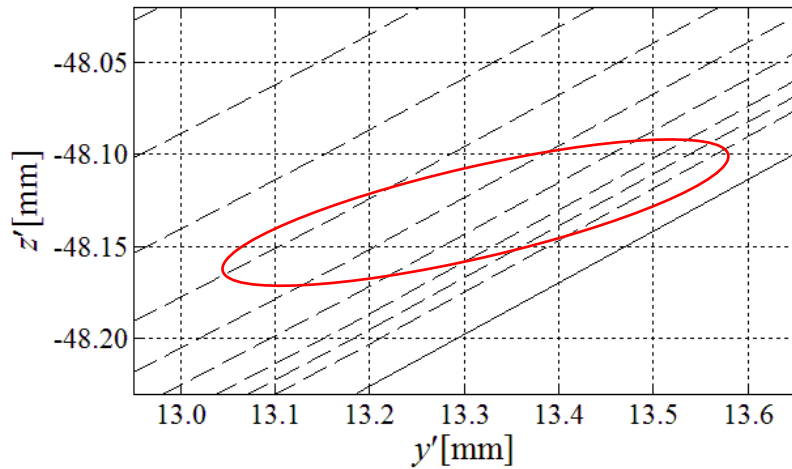


図 A-6 壁面近傍の測定位置と計測体積. 赤色実線 : 計測体積, 黒色実線 : 管壁, 黒色破線 : 測定位置 y' .

(3) 補正係数の決定

これまでに(1)では確率密度関数と平均速度の普遍値を得た. (2)では, 式 (A-8) の引数の一つである粒子の侵入頻度の行列 \mathbf{F} が決定された. 最後に標準偏差分布を入力することで, 過大評価された確率密度関数が見積もられる. 入力として与えた標準偏差に基づく過大評価値と実際に計測された過大評価値との差異が最小となれば, 標準偏差分布を真の分布に近いものと判断できる. 補正手順の流れを図 A-7 に示し, 各重要項目について説明する.

- (A) 計測された標準偏差分布を式(A-8)に入力し, 過大評価された標準偏差分布 $(u_{rms}^{esti})_2^+$ を求める (図 A-7 左側 2 段目まで). ここで, 標準偏差の下付き添え字の数字は, 式 (A-8) の変換回数を表す.
- (B) 式 (A-8) による標準偏差値の増加割合 $C_{2,1}$ を求める (図 A-7 左側 4 段目まで). ここで $C_{n,m}$ の下付き添え字は式 (A-8) の変換回数が n 回と m 回の間での増加割合を表す.
- (C) 増加割合 $C_{2,1}$ の y 依存性は, 添え字の組み合わせに対して独立と仮定し, $C_{1,0}$ は, $(C_{2,1})^a$ で近似可能と考え, 推測増加割合を $C'_{1,0}$ で与える (図 A-7 右側 1 段目参照).
- (D) 増加割合 $C'_{1,0}$ と計測された標準偏差を用いて, 標準偏差の推測値 $(u_{rms}^{esti})_0^+$ を算出する (図 A-7 右側 2 段目参照).
- (E) 標準偏差の推測値を式 (A-8) に入力して, 過大評価された標準偏差 $(u_{rms}^{esti})_1^+$ を得る (図 A-7 右側 4 段目まで参照).
- (F) 手順 (E) で得られた分布と, 手順 (A) で入力した分布の差異を評価する.
- (G) 手順 (C) から (F) を繰り返し実行し, 手順 (F) で得られる差異が最も小さくなるような a を決定する.
- (H) 手順 (G) で得られた a を用いて計算される標準偏差の推測値 $(u_{rms}^{esti})_0^+$ を真値の推測結果とする.

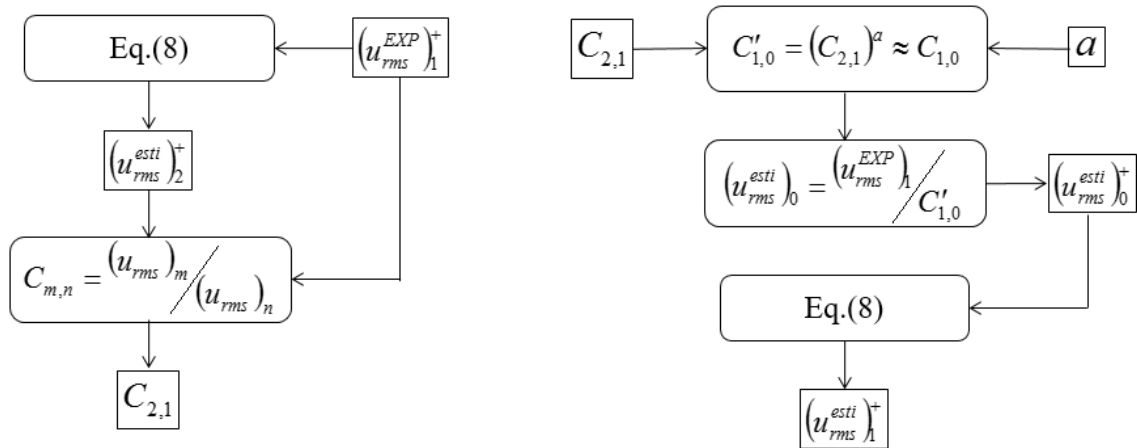


図 A-7 補正手順のフローチャート

A.4. 結果および考察

A.4.1. 確率密度関数の再構成結果

本項では、LDV 計測における空間分解能の補正法が妥当なものであるか検証する。図 A-8(a)に $Re_\tau = 2540$ における $y^+ = 15$ の位置の確率密度関数を、式 (A-7) に基づいて計算した結果を示す。図中の黒色破線は実際に計測された確率密度関数、赤色太線の実線は式 (A-7) に基づいて推測された確率密度関数を表す。図中の色分けされた細線は、式 (A-7) の左辺における普遍的な確率密度関数型を表しており、細線の総和が赤色太線と一致する。図からわかるように、色分けされた細線が 3 つ確認されることから、この計測条件における計測体積内にその計測点以外に 2 点の計測点が含まれることがわかる。また、式 (A-7) に基づいて推測される過大評価された確率密度関数は、実際の計測値と極めて良好に一致する結果となった。

次に比較的レイノルズ数が高い $Re_\tau = 7970$ の $y^+ = 15$ における確率密度関数を図 A-8(b) に示す。図中の線種は(a)と同一である。異なる点として、レイノルズ数が増加したことにより、計測体積内に含まれる計測点が 4 点に増加したことが挙げられる。このレイノルズ数でも、標準偏差の推測値に基づく過大評価値が、実際の確率密度関数の計測値とほぼ一致する結果となった。以上の結果から、式 (A-7) に基づく、確率密度関数の過大評価の理論的考察は、実験結果と整合する結果であることが確認された。ただし、空間分解能がさらに悪くなるような高レイノルズ数条件については別途考察を行う。

A.4.2. 乱流強度分布の補正結果

式 (A-2) に確率密度関数の普遍分布型を代入して得られた結果が、実際に計測体積の影響で過大評価された確率密度関数とよく一致することから、乱流強度分布についても補正が可能であると判断される。そこで式 (A-7) に基づいた、乱流強度分布全体の補正を行い、

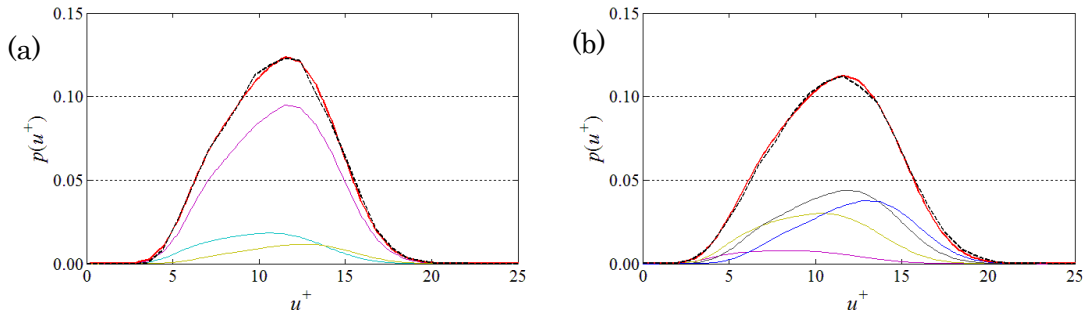


図 A-8 式 (A-7) で計算される過大評価された $y^+=15$ における確率密度関数. (a) $Re_\tau = 2540$, (b) $Re_\tau = 7970$, 黒色破線: 計測結果, 赤色実線: 過大評価値推測結果, 細線: 計測体積に含まれる計測位置の確率密度関数.

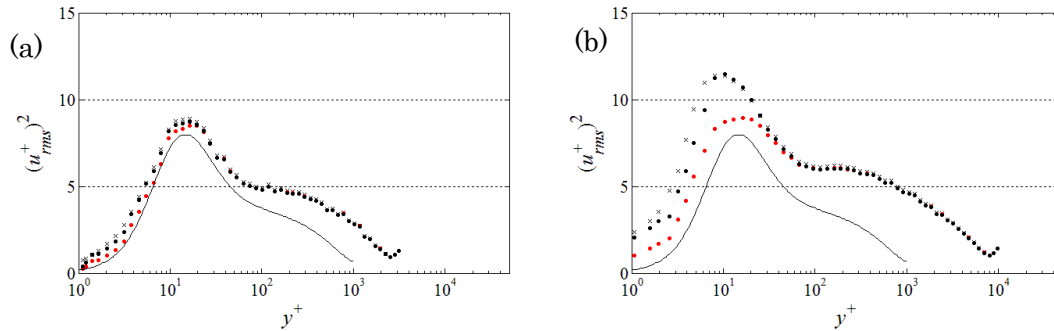


図 A-9 乱流強度分布の補正結果 (a) $Re_\tau = 2540$, (b) $Re_\tau = 7970$. ●: 計測結果, ●: 補正結果, ×: 補正値に基づく過大評価推測値, 実線: DNS 結果 ($Re_\tau = 1000$).

補正法の妥当性を検証する. 図 9(a)に $Re_\tau = 2540$ における乱流強度を補正した結果を示す. 図中の●印は実際に計測された結果, ●印は補正結果, ×印は補正結果から式 (A-7) に基づいて計算される過大評価の推測値である. ここで, 式 (A-7) から得られる標準偏差は, 有限の bin size で計算された確率密度関数から求められるため誤差を含む. そのため, 空間分解能の影響が及ばない外層領域でも補正結果の方が少し大きな値をとり, 速度信号から直接計算される標準偏差と比べて 1%程度過大評価される. $Re_\tau=2540$ ではレイノルズ数が小さいため, 空間分解能による過大評価の影響は小さい. そのため, 図中の●印と●印は壁面に近い領域 ($y^+ > 30$) で, その差異はほとんどなくなり, 空間分解能の影響が及ばないことがわかる. また, 補正結果から過大評価値を推測した×印は計測値の●印とよく一致することがわかる. このことから, 補正結果と式 (A-7) に基づく過大評価値の推測結果は, 計測結果と整合すると判断される. また, 壁面近く ($y^+ < 10$) のプロットは, 図中の実線で表される DNS の結果の上側に滑らかに分布する結果となる.

続いて, 比較的高いレイノルズ数である $Re_\tau=7970$ の条件での補正結果を図 A-9(b)に示す. 図中の記号は低レイノルズ数の場合と同一である. レイノルズ数が大きいため, 空間分

解能が相対的に悪くなり、過大評価の割合が増加したと考えられる。補正結果と計測結果とのずれは $y^+ < 70$ の範囲で確認でき、外層の分布には全く影響を及ぼさないことがわかる。また、補正結果から算出される過大評価推測値は、実際の計測で得られた過大評価値とよく一致する。以上のことから、本補正方法は計測結果を用いて検証した結果、少なくとも $Re_\tau < 8000$ の条件では、高い信頼性を有すると判断される。

A.4.3. 空間分解能が非常に悪い場合の補正結果

前項までに、比較的高いレイノルズ数 $Re_\tau < 8000$ での補正結果の妥当性について示した。本項では、さらに空間分解能が悪化した場合 ($y^+ > 10$) の補正結果について考察する。図 A-10(a)および(b)に $Re_\tau = 14400$ の $y^+ = 15$ での過大評価された確率密度関数および、乱流強度分布の補正結果を示す。確率密度関数の推測値は計測結果と差異は生じるものの、分布の横幅（標準偏差）についてはおおむね整合する。一方で、乱流強度分布の補正結果は、内層のピークを越えてから急激に分布が減少することがわかる。これは、内層ピーク周辺の乱流強度の計測値にばらつきが大きいことが原因と考えられる。レイノルズ数が増加するほど、壁近くのサンプル数は急激に減少し、正しい過大評価値が得られていないと推測される。

ここで、補正手順 (B) で得られる増加割合の壁からの推移を図 A-11(a)に示す。図中の●印は $Re_\tau = 7970$ での結果、●印は $Re_\tau = 14400$ での結果である。図から明らかなように、 $Re_\tau = 7970$ における分布は壁から遠ざかるにつれて滑らかに減少する。一方、 $Re_\tau = 14400$ では y^+ が 10 から 30 の範囲でこぶ状の分布を示すことから、補正結果に影響が及んだと考えられる。そこで、単調減少傾向から逸脱するプロットを除いて、4次の多項式で近似し、その近似曲線を図中の実線として示す。図中の実線は●印の分布傾向を良好に近似することがわかる。このことから、4次多項式での近似結果を新たに $C_{2,1}$ と置き、補正手順の (C) 以降を行う。その結果得られた分布を、図 A-11(b)に示す。図 A-10(b)で確認された不自然な分布は解消され、滑らかな分布が得られた。

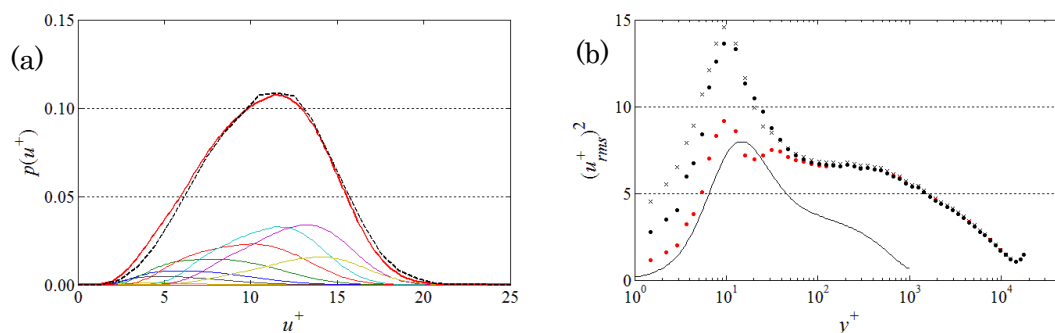


図 A-10 (a) 確率密度関数推測結果 ($Re_\tau = 14400$)、黒色破線：計測結果、赤色実線：過大評価値推測結果、細線：計測体積に含まれる計測位置の確率密度関数。(b) 乱流強度分布補正結果 ($Re_\tau = 14400$)、●：計測結果、●：補正結果、×：補正值に基づく過大評価推測値、実線：DNS 結果 ($Re_\tau = 1000$)。

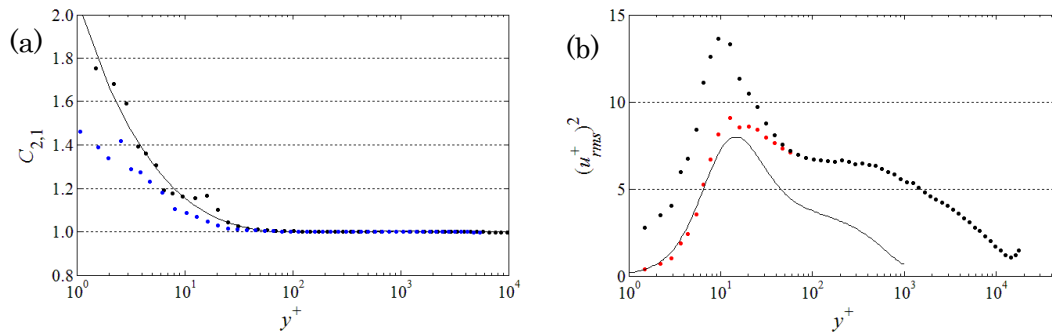


図 A-11 (a) 補正係数 $C_{2,1}$ の y^+ 依存性, ● : $Re_\tau=14400$, ● : $Re_\tau=7970$, 実線 : 4 次近似結果. (b) 乱流強度分布の補正結果 ($Re_\tau=14400$), ● : 計測結果, ● : 補正結果, 実線 : DNS 結果 ($Re_\tau=1000$).

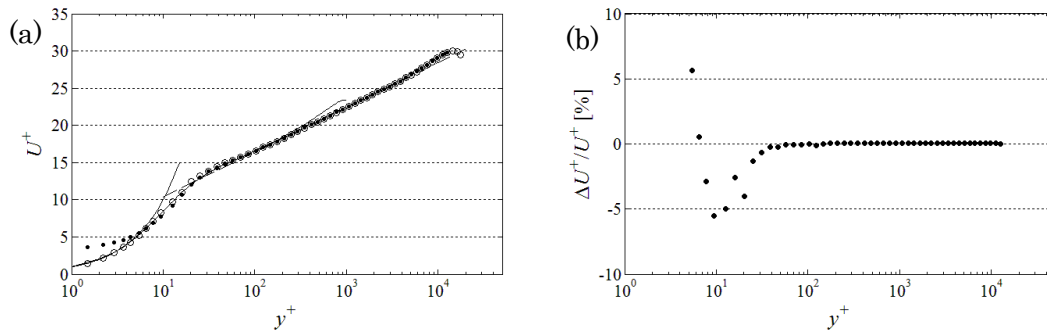


図 A-12 (a) 平均速度分布に対する空間分解能の影響 ($Re_\tau=14400$), ○ : 式 (A-7) に対する入力, ● : 式 (A-7) の出力, 実線 : $U^+=y^+$, 対数則 ($\kappa=0.383$, $B=4.38$), DNS 結果 ($Re_\tau=1000$). (b) 平均速度の変化率の y^+ 依存性 ($Re_\tau=14400$).

A.4.4. 空間分解能の平均値への影響

これまで、LDV 計測での空間分解能の影響に伴う乱流強度の過大評価に対して、その補正方法を提案し適用した結果について考察した。本解析で用いる確率密度関数は平均値と標準偏差で無次元化していないため、平均値についても空間分解能の影響を見積もることが可能である。そこで本項では、乱流強度（標準偏差）と同様に、平均値についても空間分解能の影響を調べる。

図 A-12(a)に $Re_\tau=14400$ で計測された平均速度分布 ($y^+ < 20$ の範囲は計測におけるばらつきの影響を排除するため、DNS データを内挿) を○印で、空間分解能の影響を考慮した推測結果を●印で、 $Re_\tau=1000$ の DNS データを実線で示す。また、両者の違いを明確にするため、図 A-12(b)に両者の差異の割合を百分率で示す。図から明らかなように、粘性底層 ($y^+ < 5$) において明らかに過大評価する傾向がみられる。これは、壁に極めて近い領域では、流速の最低値に限界があるため、計測体積が広がったことで高流速値を検出できるように

なったことの影響として、平均値が過大評価されたと考えられる。一方、壁から離れた $5 < y^+ < 40$ では、逆に最大で約 5% 過小評価することがわかる。これは、計測体積が大きいことにより、速度勾配が急な壁近くの低流速成分が検出されることが原因と考えられる。平均値に対する空間分解能の影響は、レイノルズ数が大きいほど顕著となるが、その影響は乱流強度に比べて非常に小さい。つまり本計測結果では、オーバーラップ領域での平均流速値への空間分解能の影響は無視できると判断される。

A.5. まとめ

LDV 計測における空間分解能の確率密度関数への影響を理論的に考察し、円管乱流での LDV 計測結果を適用することで、以下の結論を得た。

- (1) LDV 計測における空間分解能が時間平均統計量へ与える影響を理論的に明らかにした。その原理に基づいて、空間分解能に基づく過大評価値を求める関係式 (A-7) を示した。式 (A-7) の略式である式 (A-8) に基づいて、時間平均統計量である標準偏差の補正法を提案した。この補正法により、壁面近傍の確率密度関数が普遍的となることを仮定して、LDV 計測における過大評価された確率密度関数を見積もった結果、計測結果とよく一致した。
- (2) 式 (A-8) に基づく乱流強度の補正と同様にして、平均速度の過大評価分を見積もった。その結果、本解析において真値の推測が可能な最も空間分解能の悪いレイノルズ数 ($Re_\tau = 14400$) において、平均値への影響が及ぶのは $y^+ < 40$ の範囲であり、それ以外のレイノルズ数においてはほぼ無視できる結果となった。つまり、本論文のオーバーラップ領域での平均速度分布型には、LDV 計測での空間分解能の影響が及ばないと結論付けた。

参考文献

- Afzal, N. and Bush, W. B., A three-layer asymptotic analysis of turbulent channel flow, *Proc. Indian Acad. Sci.*, Vol. 94 (1985), pp.135-148.
- Afzal, N., Power law and log law velocity profiles in fully developed turbulent pipe flow: equivalent relations at large Reynolds numbers, *Acta Mechanica*, Vol. 151 (2001), pp.171-183.
- Afzal, N., Seena, A. and Bushra, A., Power law velocity profile in fully developed turbulent pipe and channel flows, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 133, No. 9 (2007), pp.1080-1086.
- Alfredsson, P. H., Segalini, A. and Örlü, R., A new scaling for the streamwise turbulence intensity in wall-bounded turbulent flows and what it tells us about the “outer” peak, *Physics of Fluids*, Vol. 23, No. 041702 (2011), pp.1-4.
- Alfredsson, P. H., Örlü, R. and Segalini, A., A new formulation for the streamwise turbulence intensity distribution in wall-bounded turbulent flows, *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, 36 (2012), pp.167-175.
- Bailey, S. C. C., Kunkel, G. J., Hultmark, M., Vallikivi, M., Hill, J. P., Meyer, Ka A., Tsay, C., Arnold, C. B. and Smits, A. J., Turbulence measurements using a nanoscale thermal anemometry probe, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 663 (2010), pp.160-179.
- Bailey, S. C. C., Vallikivi, M., Hultmark, M. and Smits, A. J., Estimating the value of von Kármán’s constant in turbulent pipe flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 749 (2014), pp.79-98.
- Barenblatt, G. I., Scaling laws for fully developed turbulent shear flows. Part 1. Basic hypotheses and analysis, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 248 (1993), pp.513-520.
- Buschmann, M. H. and Gad-el-Hak, M., Debate concerning the mean-velocity profile of a turbulent boundary layer, *AIAA Journal*, Vol. 41, No. 4 (2003), pp.565-572.
- Buschmann, M. H. and Gad-el-Hak, M., Recent developments in scaling of wall-bounded flows, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 42 (2007), pp.419-467.
- Calaf, M., Hultmark, M., Oldroyd, H. J. and Simeonov, V., Coherent structures and the k^{-1} spectral behavior, *Physics of Fluids*, Vol. 25, No. 125107 (2013), pp.1-14.
- Chin, C., Numerical study of internal wall-bounded turbulent flows, Ph.D. thesis (2011), University of Melbourne.
- Chin, C., Monty, J. P. and Ooi, A., Reynolds number effects in DNS of pipe flow and comparison with channels and boundary layers, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 45 (2014), pp.33-40.
- Czarske, J., Büttner, L., Razik, T. and Müller, H., Boundary layer velocity measurements by a laser Doppler profile sensor with micrometer spatial resolution. *Measurement science and technology*, Vol. 13 (2002), pp.1979-1989.
- Davidson, P.A., *Turbulence: an introduction for scientists and engineers* (Oxford University Press, 2004), pp.126-131
- Del Álamo, J. C. and Jiménez, J., Estimation of turbulent convection velocities and corrections to Taylor’s approximation, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 640 (2009), pp.5-26.
- Durst, F., Jovanovic, J. and Sender, J., LDA measurement in the near-wall region of a turbulent pipe flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 295 (1995), pp.305-335.
- El Khoury, G. K., Schlatter, P., Noorani, A., Fischer, P. F., Brethouwer, G. and Johansson, A. V., Direct numerical simulation of turbulent pipe flow at moderately high Reynolds numbers, *Flow Turbulence Combust*, Vol. 91 (2013), pp.475-495.
- Erm, L. P., and Peter N. J., Low-Reynolds-number turbulent boundary layers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 230 (1991), pp.1-44.
- Furuichi, N., Terao, Y. and Takamoto, M., Calibration facilities for water flowrate in NMIJ, *Proceeding*

- of 7th ISFFM, (Anchorage, USA) (2009).
- Furuichi, N., Terao, Y., Wada, Y. and Tsuji, Y., Friction factor and mean velocity profile for pipe flow at high Reynolds numbers, *Physics of Fluids*, Vol. 27, 095108 (2015), doi: 10.1063/1.4930987.
- 古市紀之, 寺尾吉哉, 高レイノルズ数における管摩擦係数, 日本機械学会第 91 期流体工学部門講演会講演論文集 (2013), G0605.
- George, W. K. and Castillo, L., Zero-pressure gradient turbulent boundary layer, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 50, No. 12 (1997), pp.689-729.
- Herbert, O., *Prandtl's essentials of fluid mechanics* 2nd ed. (Springer, 2004), pp.139-141.
- Hinze, J. O., *Turbulence* 2nd ed. (McGraw-Hill, 1975), pp.614-638.
- Hutchins, N. and Marusic, I., Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 579 (2007), pp.1-28.
- Hutchins, N., Nickels, T. B., Marusic, I. and Chong, M. S., Hot-wire spatial resolution issues in wall-bounded turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 635 (2009), pp.103-136.
- Hultmark, M., Bailey, S. C. C. and Smits, A. J., Scaling of near-wall turbulence in pipe flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 649 (2010), pp.103-113.
- Hultmark, M., Vallikivi, M., Bailey, S. C. C. and Smits, A. J., Logarithmic scaling of turbulence in smooth- and rough-wall pipe flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 728 (2013), pp.376-395.
- Hultmark, M., Vallikivi, M., Bailey, S. C. C. and Smits, A. J., Turbulent pipe flow at extreme Reynolds numbers, *American Physics Society Physical Review Letters*, Vol. 108, 094501 (2012), pp.1-5.
- Kim, K. C. and Adrian, R. J., Very large-scale motion in the outer layer, *Physics of Fluids*, Vol. 11, No. 2 (1999), pp.417-422.
- Kim, J., Progress in pipe and channel flow turbulence, 1961-2011, *Journal of Turbulence*, Vol. 13, No. 45 (2012), pp.1-19.
- Klewicki, J. C., and R. E. Falco, On accurately measuring statistics associated with small-scale structure in turbulent boundary layers using hot-wire probes, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 219 (1990), pp.119-142.
- Kline, S. J., Reynolds, W. C., Schraub, F. A. and Runstadler, P. W., The structure of turbulent boundary layers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 30, part 4 (1967), pp.741-773.
- König, F., Zanoun, El-S., Öngüner, E. and Egbers, C., The CoLaPipe-The new Cottbus large pipe test facility at Brandenburg University of Technology Cottbus-Senftenberg, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 85, No. 075115 (2014).
- Kullback, S., *Information Theory and Statistics* (1959), Wiley, London.
- Kunkel, G. J. and Marusic, I., Study of the near-wall-turbulent region of the high-Reynolds-number boundary layer using an atmospheric flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 548 (2006), pp.375-402.
- Landau, L. D. and Lifshitz, E. M., *Fluid mechanics*, (Pergamon Press, 1959), pp.159-163.
- Laufer, J., The structure of turbulence in fully developed pipe flow, National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Report, No. 1174 (1954), pp.417-434.
- Lindgren, B., Johansson, A. V. and Tsuji, Y., Universality of probability density distributions in the overlap region in high Reynolds number turbulent boundary layers, *Physics of Fluids*, Vol. 16, No. 7 (2004), pp.2587-2591.
- Marusic, I. and Kunkel, G. J., Streamwise turbulence intensity formulation for flat-plate boundary layers, *Physics of Fluids*, Vol. 15, No. 8 (2003), pp.2461-2466.
- Marusic, I., McKeon, B. J., Monkewitz, P. A., Nagib, H. M., Smits, A. J. and Sreenivasan, K. R., Wall-bounded turbulent flows at high Reynolds numbers: Recent advances and key issues, *Physics of Fluids*, Vol. 22, No. 065103 (2010).
- Marusic, I., Mathis, R. and Hutchins, N., A wall-shear stress predictive model, *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 318 (2011), 012003.

- Marusic, I., Monty, J. P., Hultmark, M. and Smits, J., On the logarithmic region in wall turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 716, R3 (2013), pp.1-11.
- Mathis, R., Hutchins, N. and Marusic, I., Large-scale amplitude modulation of the small-scale structures in turbulent boundary layers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 628 (2009), pp.311-337.
- Mathis, R., Marusic, I., Hutchins, N. and Sreenivasan, K. R., The relationship between the velocity skewness and the amplitude modulation of the small scale by the large scale in turbulent boundary layers, *Physics of Fluids*, Vol. 23, No. 121702 (2011).
- Mathis, R., Marusic, I., Chernyshenko, S. and Hutchins, N., Estimating wall-shear-stress fluctuations given an outer region input, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 715 (2013), pp.163-180.
- McKeon, B. J., High Reynolds number turbulent pipe flow, Ph.D. thesis (2003), Princeton University, Princeton, N. J.
- McKeon, B. J., Li, J., Jiang, W., Morrison, J. F. and Smits, A. J., Further observations on the mean velocity distribution in fully developed pipe flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 501 (2004), pp.135-147.
- McKeon, B. J., Zagarola, V. and Smits, A. J., A new friction factor relationship for fully developed pipe flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 538 (2005), pp.429-443.
- Meneveau, C. and Marusic, I., Generalized logarithmic law for high-order moments in turbulent boundary layers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 719, R1 (2013), pp.1-11.
- Millikan, C. B., A critical discussion of turbulent flows in channels and circular tubes, In *Proceedings of the Fifth International Congress for Applied Mechanics (1938)*, Harvard and MIT 12-26 September, Wiley.
- Mochizuki, S. and Nieuwstadt, F. T. M., Reynolds-number-dependence of the maximum in the streamwise velocity fluctuations in wall turbulence, *Experiments in Fluids*, Vol. 21 (1996), pp.218-226.
- Monin, A.S. and Yaglom, A.M., *Statistical fluid mechanics, mechanics of turbulence* (MIT Press, 1971-1975) 270-284.
- Monty, J. P., Hutchins, N., Ng, H. C. H., Marusic, I. and Chong, M. S., A comparison of turbulent pipe, channel and boundary layer flows, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 632 (2009), pp.431-442.
- Morrison, J. F., McKeon, B. J., Jiang, W. and Smits, A. J., Scaling of the streamwise velocity component in turbulent pipe flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol, 508 (2004), pp.99-131.
- Morrison, W. R. B. and Kronauer, R. E., Structural similarity for fully developed turbulence in smooth tubes, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 39, part 1 (1969), pp.117-141.
- Moser, R. D., Kim, J. and Mansour, N. N., Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau=590$, *Physics of Fluids*, Vol. 11, No. 4 (1999), pp.943-945.
- Nagib, H. M. and Chauhan, K. A., Variations of von Kármán coefficient in canonical flows, *Physics of Fluids*, Vol. 20, No. 101518 (2008), pp.1-10.
- Nakao, S., Terao, Y. and Hirata, K., New method for eliminating the statistical bias in highly turbulent flow measurements, *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 3(1987), pp.443-447.
- Nickels, T. B., Hafez, S., Marusic, I. and Chong, M. S., Evidence of the k_1^{-1} law in a high-Reynolds-number turbulent boundary layer, *Physical Review Letters*, Vol. 95, No. 074501 (2005), pp.1-4.
- Nikuradse, J., *Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Röhren*, VDI-Fortschritt-Heft, No. 356 (1932).
- Oberlack, M., A unified approach for symmetries in plane parallel turbulent shear flows, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 427 (2001), pp.299-328.
- Örlü, R. and Alfredsson, P. H., Comment on the scaling of the near-wall streamwise variance peak in turbulent pipe flows, *Experimental Fluids Letter*, Vol. 54, No.1431 (2013).
- Osaka, H., Kameda, T., and Mochizuki, S., Local skin friction coefficient evaluated by direct measurement method and mean flow quantities in a turbulent boundary layer, *JSME Int. J. Fluids*

- and Thermal Eng., Vol. 41 (1998), pp.123-129.
- Österlund, J. M., Experimental Studies of Zero Pressure-Gradient Turbulent Boundary-Layer Flow, Ph.D. thesis (1999), Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.
- Österlund, J. M., Johansson, A. V., Nagib, H. M. and Hites, M. H., A note on the overlap region in turbulent boundary layers, *Physics of Fluids*, Vol. 12, No. 1 (2000), pp.1-4.
- Perry, A. E. and Abell, C. J., Scaling laws for pipe-flow turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 67, part 2 (1975), pp.257-271.
- Perry, A. E. and Chong, M. S., On the mechanism of wall turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.119 (1982), pp.173-217.
- Pope, S. B., *Turbulent flows* (Cambridge University Press, 2000), pp.302-308.
- Prandtl, L., Über Flüssigkeitsbewegungen bei sehr kleiner Reibung, in *Verhandlungen des III. Internationalen Mathematiker Kongresses*, Heidelberg, Germany (1904), pp.484–491.
- Prandtl, L., Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz, *Z. Angew. Math, Meth.*, 5 (1925), pp.136-139.
- Purtell, L. P., P. S. Klebanoff, and F. T. Buckley, Turbulent boundary layer at low Reynolds number, *Physics of Fluids*, Vol. 24, No. 5 (1981), pp.802-811.
- Reynolds, O., An Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 174 (1883), pp.935–982.
- Rosenberg, B. J., Hultmark, M., Vallikivi, M., Bailey, S. C. C. and Smits, A. J., Turbulence spectra in smooth- and rough-wall pipe flow at extreme Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 731 (2013), pp.46-63.
- 猿渡祥悟, 山本義暢, 高解像度 DNS データベースを用いた高レイノルズ数チャンネル乱流場の四象限・確率密度関数解析, *日本機械学会論文集 B 編*, Vol. 78, No. 795 (2012), pp.1951-1966.
- Segalini, A., Örlü, R., Schlatter, P., Alfredsson, P. H., Rüedi, J. D. and Talamelli, A., A method to estimate turbulence intensity and transverse Taylor microscale in turbulent flows from spatially averaged hot-wire data, *Experiment of Fluids*, Vol. 51 (2011), pp.693-700.
- Sreenivasan, K. R. and Sahay, A., The persistence of viscous effects in the overlap region, and the mean velocity in turbulent pipe and channel flows, *Computational Mechanics Publications* (1997), pp.253-272.
- Stanton, T. E., The mechanical viscosity of fluids, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 85 (1911), pp.366-376.
- Swanson, C. J., Julian, B., Ihas, G. G. and Donnelly, R. J., Pipe flow measurements over a wide range of Reynolds numbers using liquid helium and various gases, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 461 (2002), pp.51-60.
- Talamelli, A., Persiani, F., Fransson, J. H M, Alfredsson, P H., Johansson, A. V, Nagib, H. M, Rüedi, J. D., Sreenivasan, K. R and Monkewitz, P. A, CICLoPE-a response to the need for high Reynolds number experiments, *Fluid Dynamics Reserch*, Vol. 41 (2009), 000000.
- Tieu, A. K., Mackenzie, M. R. and Li, E. B., Measurements in microscopic flow with a solid-state LDA, *Experiments in Fluids*, Vol. 19 (1995), pp.293-294.
- Toonder, J. M. J. den and Nieuwstadt, F. T. M., Reynolds number effects in a turbulent pipe flow for low to moderate Re, *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 11 (1997), pp.3398-3409.
- Townsend, A. A., *The Structure of Turbulent Shear Flow*. Cambridge University Press (1976).
- Tsuji, Y. and Nakamura, I., Probability density function in the log-law region of low Reynolds number turbulent boundary layer, *Physics of Fluids*, Vol. 11, No. 3 (1999), pp.647-657.
- Vallikivi, M. and Smits, A. J., Fabrication and characterization of a novel nano-scale thermal anemometry probe, *Journal of Micro Electro Mechanical Systems* , Vol. 23, No. 4 (2014), pp.899-

907.

- Vallikivi, M., Wall-bounded turbulence at high Reynolds numbers, PhD thesis (2014), Princeton University.
- Von Kármán, T., Mechanische Ähnlichkeit und turbulenz, Gött. Nachr. (1930), pp.58-76.
- Wada, Y., Goto, K., Yoshida, J. and Tsuji, Y., On the definition of logarithmic region in zero pressure gradient turbulent boundary layers, Proceedings of 23rd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (2012), FM02-010.
- 和田裕貴, 後藤克基, 吉田潤, 山北智徳, 川島英幹, 辻義之, 乱流境界層における対数領域とカルマン定数に関する実験的考察, 日本流体力学会年会(2012), 224.
- 和田裕貴, 今山慎太郎, 伊藤高啓, 辻義之, 高レイノルズ数乱流境界層の対数領域における確率密度関数の自己相似性, 日本機械学会第 91 期流体力学部門講演会講演論文集 (2013), 0510.
- 和田裕貴, 古市紀之, 寺尾吉哉, 辻義之, 高レイノルズ数円管流における平均速度分布型に関する実験的研究, 日本機械学会論文集, Vol. 81, No. 826 (2015a), DOI:10.1299/transjsme.15-00091.
- 和田裕貴, 古市紀之, 寺尾吉哉, 辻義之, 高レイノルズ数円管流における外層領域乱流統計量に関する実験的研究, 日本機械学会論文集, Vol. 81, No. 830 (2015b), DOI:10.1299/transjsme.15-00362.
- Wosnik, M., Castillo, L. and George, W. K., A theory for turbulent pipe and channel flows, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 421 (2000), pp.115-145.
- 山本義暢, personal discussion (2015).
- Zagarola, M. V. and Smits, A. J., Mean-flow scaling of turbulent pipe flow, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 373 (1998), pp.33-79.
- Zhou, A. and Klewicki, J., Properties of the streamwise velocity fluctuations in the inertial layer of turbulent boundary layers and their connection to self-similar mean dynamics, International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 51 (2015), pp.372-382.
- Zonoun, E. S., Durst, F. and Nagib, H., Evaluating the law of the wall in two-dimensional fully developed turbulent channel flows, Physics of Fluids, Vol. 15, No. 10 (2003), pp.3079-3089.

研究業績

学会誌等

1. 和田裕貴, 古市紀之, 寺尾吉哉, 辻義之, 高レイノルズ数円管流における平均速度分布型に関する実験的研究, 日本機械学会論文集, Vol. 81, No. 826 (2015), DOI:10.1299/transjsme.15-00091.
2. 和田裕貴, 古市紀之, 寺尾吉哉, 辻義之, 高レイノルズ数円管流における外層領域乱流統計量に関する実験的考察, 日本機械学会論文集, Vol. 81, No. 830 (2015), DOI:10.1299/transjsme.15-00362.
3. N. Furuichi, Y. Terao, Y. Wada and Y. Tsuji, Friction factor and mean velocity profile for pipe flow at high Reynolds numbers, Physics of Fluids, Vol. 27, No. 095108 (2015).

国際会議（査読なし）

1. Yuki Wada, Katsuki Goto, Jun Yoshida and Yoshiyuki Tsuji, On the definition of logarithmic region in zero pressure gradient turbulent boundary layers, 23rd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, 19-24 August 2012, Beijing, China.
2. Yuki Wada and Yoshiyuki Tsuji, Logarithmic region of turbulent boundary layer from low to high Reynolds numbers, 66th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics, 24-26 November 2013, Pittsburgh PA, U.S.A..

国内学会および研究集会

1. 和田裕貴, 後藤克基, 吉田潤, 川島英幹, 辻義之, 平板乱流境界層における $Re\theta$ が小さい時の平均速度分布の対数領域に関する考察, 応用力学研究所平成 23 年度共同利用研究集会「乱流現象及び非平衡系の多様性と普遍性」, (2011.11.10-12, 福岡)
2. 和田裕貴, 後藤克基, 吉田潤, 山北智徳, 川島英幹, 辻義之, 乱流境界層における対数領域とカルマン定数に関する実験的考察, 日本流体力学会年会 2012 (2012.9.16-18, 高知)
3. 和田裕貴, 後藤克基, 吉田潤, 山北智徳, 川島英幹, 辻義之, 乱流境界層とチャンネル流れにおける平均速度分布の相違について, 日本機械学会流体工学部門講演会 (2012.11.17-18, 京都)

4. 和田裕貴, 今山慎太郎, 伊藤高啓, 辻義之, 高レイノルズ数乱流境界層の対数領域における確率密度関数の自己相似性, 日本機械学会流体工学部門講演会 (2013.11.9-10, 福岡)
5. 和田裕貴, 古市紀之, 寺尾吉哉, 辻義之, 高レイノルズ数円管乱流における速度分布の普遍性, 日本機械学会流体工学部門講演会 (2015.11.7-8, 東京)

謝辞

本研究は、筆者が名古屋大学大学院工学研究科エネルギー理工学専攻博士課程後期課程において、本学、辻義之教授のご指導のもと行った研究をまとめたものである。

本研究に関して終始ご指導ご鞭撻を頂きました本学、辻義之教授に心より感謝いたします。また、本論文をご精読頂き有用なコメントを頂きました、山口大学、望月信介教授、本学、山澤弘実教授、本学、伊藤高啓准教授、産業技術総合研究所、古市紀之氏に深謝いたします。

本研究は、本学、辻義之教授、産業技術総合研究所、古市紀之氏並びに寺尾吉哉氏との共同研究として、日本機械学会論文集などに公表した研究論文を中心にまとめたものである。共同研究を通して、新たな計測技術の知識の習得、非常に有用な計測データの取得といった、貴重な経験をさせていただきました。また、計測試験に際しては、産業技術総合研究所、つくば北サイトの職員の皆様には大変お世話になりました。ここに厚く御礼申し上げます。