

# 自動車のサスペンションによる 振動騒音低減に関する研究

高 阪 文 彦

# 自動車のサスペンションによる 振動騒音低減に関する研究

2016

高 阪 文 彦

# 目次

第1章 序論	1
1.1 本研究の背景	1
1.2 本研究の目的	5
1.3 本論文の構成	6
第2章 エネルギーフローの観点による振動低減の考え方	7
2.1 はじめに	7
2.2 振動インテンシティ	7
2.2.1 時間領域における定義	7
2.2.2 周波数領域における定義	8
2.3 複素振動インテンシティの発散とパワーバランス	9
2.4 パワーバランスに基づく振動騒音低減の考え方	11
2.4.1 連続体に関する一般的表現	11
2.4.2 自動車の路面からの入力に対する振動騒音低減の場合	13
2.5 本章のまとめ	15
第3章 サスペンションアームの配置による周波数領域の入力パワー低減の基礎検討	16
3.1 はじめに	16
3.2 モデル	17
3.3 弾性構造物への入力パワーと感度	19
3.3.1 剛体リンク要素	19
3.3.2 運動方程式	20
3.3.3 弾性梁への入力パワー	23
3.3.4 入力パワーの感度	23

3.3.5	弾性梁への入力パワーのクロスモード展開 . . . . .	24
3.4	解析結果 . . . . .	26
3.4.1	形状最適化結果 . . . . .	26
3.4.2	各結合点からの寄与 . . . . .	29
3.4.3	入力パワーの全系のモードに関するクロスモード展開による考察 . . . . .	29
3.5	本章のまとめ . . . . .	36
第 4 章	サスペンションブッシュの非線形復元力特性による時間領域の振動応答低減 の基礎検討	39
4.1	はじめに . . . . .	39
4.2	モデル . . . . .	39
4.3	運動方程式 . . . . .	41
4.3.1	一般化座標 . . . . .	41
4.3.2	局所座標から大域座標への座標変換 . . . . .	42
4.3.3	拘束 . . . . .	42
4.3.4	バネによる復元力 . . . . .	43
4.3.5	系の運動方程式 . . . . .	44
4.4	弾性梁エネルギーの過渡応答 . . . . .	44
4.4.1	弾性梁エネルギーの過渡応答の感度 . . . . .	45
4.4.2	弾性梁エネルギーに対する各結合点および減衰の寄与 . . . . .	46
4.5	解析結果 . . . . .	47
4.5.1	エネルギーの過渡応答に対する各バネの非線形特性の感度 . . . . .	47
4.5.2	バネの非線形復元力特性を設計変数としたエネルギー最大値の最大 化および最小化 . . . . .	48
4.5.3	バネの非線形復元力によるエネルギーフローの変化についての考察 . . . . .	53
4.5.4	突起乗り越し速度の変化による影響 . . . . .	55
4.6	本章のまとめ . . . . .	62
第 5 章	自動車モデルへの応用	65
5.1	はじめに . . . . .	65

5.2	モデル化 . . . . .	65
5.3	運動方程式 . . . . .	66
5.3.1	各サブシステムの変位ベクトル . . . . .	66
5.3.2	各サブシステムの結合 . . . . .	69
5.3.3	強制変位 . . . . .	70
5.3.4	拘束式 . . . . .	70
5.3.5	全系の運動方程式 . . . . .	70
5.3.6	車体への入力パワー . . . . .	71
5.3.7	感度解析 . . . . .	72
5.4	解析結果 . . . . .	72
5.4.1	剛体リンクによる簡易モデル化の妥当性 . . . . .	72
5.4.2	サスペンションアームの質量変化の影響 . . . . .	73
5.4.3	形状最適化 . . . . .	74
5.4.4	エネルギーフローの変化 . . . . .	76
5.5	本章のまとめ . . . . .	83
第 6 章 結論		85
参考文献		88
付 録 A 剛体リンクモデルの定式化		95
A.1	各軸周りの回転による関係 . . . . .	96
A.1.1	Z 軸まわりの回転 . . . . .	96
A.1.2	X 軸まわりの回転 . . . . .	97
A.1.3	Y 軸まわりの回転 . . . . .	98
A.2	剛体要素マトリクス . . . . .	98
謝辞		100

# 目 次

2.1	Energy flow between excited region $\Omega^A$ and region $\Omega^B$ with no excitation .	11
2.2	A concept of noise and vibration reduction in terms of energy flow . . . . .	14
2.3	An example of rear multi link suspension structure. The suspencion is connected to body at multi points. . . . .	14
3.1	Simplified modeling of rear multi link suspension . . . . .	16
3.2	Model which supposes a multi-link suspension. The model consists of rigid links and elastic beam. . . . .	17
3.3	Optimization results. Initial configuration (blue dashed), optimized con- figuration (red solid) and design space (green dotted) . . . . .	27
3.4	Results of optimization. (a) Input power to the system and (b) Input power to the elastic beam in the case of the initial configuration (blue dashed) and the optimized configuration (red solid). . . . .	28
3.5	Normalized input power of Eq.(3.55), of the case (a) of initial configuration, (b) of optimized configuration. Total input power (blue solid), input power from the point A (red dashed), from the point B (green dash-dot), and from the point C (cyan dotted) . . . . .	30
3.6	Modeshape of the first 5 modes of whole system in the initial configuration: The configration (gray dashed), modeshape of rigid links (red sold) and elastic beam (blue solid). . . . .	31
3.7	Modeshape of the first 5 modes in the optimized configuration: The confi- gration (gray dashed), modeshape of rigid links (red sold) and elastic beam (blue solid). . . . .	31

3.8	Modal component of whole system at 2nd peak in the initial configuration. (a) Modal amplitude. (b) Cross modal amplitude. (c) Cross modal input power. Total input power (blue), input power from the point A (red), from the point B (green) and from the point C (cyan) . . . . .	33
3.9	Modal component of whole system at 2nd peak in the optimized configuration. (a) Modal amplitude. (b) Cross modal amplitude. (c) Cross modal input power. Total input power (blue), input power from the point A (red), from the point B (green) and from the point C (cyan) . . . . .	34
3.10	Comparison of modal componet at 250Hz. (a) modal amplitude, (b) cross modal amplitude and (c) cross modal input power in initial configuration (blue) and optimized configuration (red). . . . .	37
4.1	The model to be used in this chapter. Nonlinear springs are added to the model in chap.2. . . . .	40
4.2	Transient energy sensitivity in the case of linear restoring force characteristics :(a) Vibration energy response of the beam and forced displacement. (b) Sensitivities w.r.t. each third order nonlinear coefficient $\alpha_i$ . . . . .	49
4.3	Design variables upper bound (blue dashed) and lower bound (red solid) of 3rd order nonlinear restoring force characteristics of the nonlinear springs.	50
4.4	Transient energy response at passing velocity $v = 6000$ mm/sec: linear case (blue solid), maximized case (red dashed) and minimized case (green dotted). . . . .	51
4.5	Time histories of the absolute relative displacements of the each spring: the case of (a) the maximized and (b) the minimized. The arrows in the figures highlight the duration at which nonlinear forces are generated. . .	54
4.6	Contributions to (a) input power and (b) work from the connection point A: the linear case (blue solid), the maximized case (red dashed) and the minimized case (green dotted). . . . .	56

4.7	Contributions to (a) input power and (b) work from the connection point B: the linear case (blue solid), the maximized case (red dashed) and the minimized case (green dotted). . . . .	57
4.8	Contributions to (a) input power and (b) work from the connection point C: the linear case (blue solid), the maximized case (red dashed) and the minimized case (green dotted). . . . .	58
4.9	Optimized 3rd nonlinear restoring force coefficients of each springs in passing velocities from 2000 mm/sec to 10000 mm/sec. (a) the maximized case. (b) the minimized case. . . . .	60
4.10	Maximum energy response at the different passing velocities. The linear case (blue solid), the maximized case (red dashed) and the minimized case (green dotted). Each optimized results is obtained at each passing velocity one by one. . . . .	61
4.11	Maximum energy response at the different passing velocity. The linear case (blue solid), the maximization case (red dashed) the minimized case (green dotted) with the nonlinear coefficients listed table.4.1obtained at the velocity 6000 mm/sec. . . . .	63
5.1	Schematic of model considering left hand side rear multi-link suspension . .	66
5.2	Comparison of input power to vehicle body between detailed FE (blue dashed) and proposed (red solid) . . . . .	73
5.3	Sensitivities with respect to the suspension connection points. The case of <i>NOT</i> taking into account the arm mass derivatives (blue), and the case of taking into account the arm mass derivatives (red) . . . . .	75
5.4	Optimization results. Comparison of the geometry between the initial (blue dashed) and the optimized (red solid) under the design space (green dotted). . . . .	77



5.5	Optimization results. (a) Optimization history. (b) Comparison of input power among the initial (blue dashed), the optimized that does <i>NOT</i> take into account mass change (red solid) and the optimized that takes into account (red dashed) . . . . .	78
5.6	Input power contribution from each suspension connection points. (a) Input power at initial configuration, (b) input power at optimized configuration, (c) normalized input power at initial configuration and (d) normalized input power at optimizd configuration. . . . .	80
5.7	Maximum displacement of suspension arms at 165Hz. Gray curve shows equilibrium state of suspension arm, red curve shows scaled maximum displacement with scale factor $2e8$ . Left: The case of initial. Right: The case of optimized. Upper: Displacement at phase $\pi$ . Lower: Displacement at phase $-\pi$ . . . . .	81
5.8	Comparison of input power supplied to the system between the initial (blue dahsed) and the optimized (red solid) . . . . .	82
5.9	Dissipation power rate of body (blue solid), absorber (red dashed) and tire (green dash-dotted). (a) the case of the initial configuration and (b) the case of the optimized. . . . .	84
A.1	Infinitesimal rotation around Z axis . . . . .	96
A.2	Infinitesimal rotation around X axis . . . . .	97
A.3	Infinitesimal rotation around Y axis . . . . .	98

# 表 目 次

4.1	Optimization results at passing velocity $v = 6000$ mm/sec. 3rd order non-linear restoring force coefficients $\alpha_i$ of the case of minimized and maximized	52
-----	---	----

# 記号表

$a$	: 突起の高さ
$b$	: 弾性梁の幅
$c, \mathbf{c}$	: 粘性減衰係数, 減衰マトリクス
$\mathbf{C}$	: 連成マトリクス
$\mathbf{d}$	: 非線形バネにおける相対変位ベクトル
$D_{ijkl}, \mathbf{D}$	: 剛性テンソル, 動剛性マトリクス
$E$	: ヤング率
$\mathcal{E}$	: 弾性梁のエネルギー
$f, \mathbf{f}$	: 力, 力ベクトル
$h$	: 梁の厚み
$\mathbf{I}$	: 単位マトリクス
$j$	: 虚数単位
$J_{obj}$	: 目的関数
$k$	: バネ剛性
$\mathbf{k}, \mathbf{K}$	: 剛性マトリクス
$l, L$	: 剛体リンクの長さ
$m$	: 剛体リンクの単位長さ当たりの質量
$M$	: モーメント
$\mathbf{m}, \mathbf{M}$	: 質量マトリクス
$\mathbf{q}$	: 一般化座標ベクトル
$\mathbf{r}$	: 位置ベクトル
$\mathbf{s}$	: 剛体リンクの重心から端点を示す位置ベクトル
$t, \tau$	: 時間

$T$	: 運動エネルギー
$\mathbf{T}$	: 局所座標から大域座標への座標変換マトリクス
$\mathbf{u}, u_i$	: 変位ベクトル
$U$	: ポテンシャルエネルギー
$\mathbf{v}$	: 速度ベクトル
$w$	: 弾性梁のたわみ変位
$\alpha$	: 3 次の非線形復元力係数
$\beta$	: 剛体要素マトリクス
$\gamma$	: 設計変数
$\Delta$	: 相対平衡姿勢ベクトル
$\epsilon_{ij}, \epsilon$	: ひずみテンソル
$\zeta_r, \zeta$	: QR 分解により拘束の影響を除いたモード座標, モード座標ベクトル
$\eta_r$	: $r$ 次モーダル減衰係数
$\theta$	: 回転変位
$\Theta$	: 姿勢
$\iota$	: 振動インテンシティベクトル
$\iota_A$	: アクティブ振動インテンシティベクトル
$\iota_R$	: リアクティブ振動インテンシティベクトル
$\lambda$	: ラグランジュ乗数ベクトル
$\mu_r$	: 弾性梁の $r$ 次モーダル質量
$\nu$	: ヒステリシス減衰
$\xi_r, \xi$	: 弾性梁の $r$ 次モード振幅, モード振幅ベクトル
$\Pi$	: パワー
$\rho$	: 密度
$\sigma$	: 応力テンソル
$\phi$	: モード形状マトリクス
$\Phi$	: 拘束式
$\Phi_{,x}$	: $x$ 座標に対する拘束式のヤコビアン行列
$\chi$	: クロスモード係数

$\psi$	: 弾性梁の回転変位
$\omega$	: 角周波数
$\omega_r$	: $r$ 次固有角周波数

# 第1章 序論

## 1.1 本研究の背景

近年の地球温暖化に伴い自動車のCO<sub>2</sub>排出規制が厳しくなっていることから<sup>[1]</sup>，電気自動車およびハイブリッド自動車が大幅に普及してきている．それらのタイプの自動車は，大きな騒音源であるエンジンを持たない（もしくは動かさない）ため静粛性に優れており，その静粛性が一つの付加価値となっている<sup>[2]</sup>．しかしながら，従来のエンジンを有する自動車においては，空力騒音，ロードノイズがエンジン音の存在により極端に気になることはなかったが，電気自動車やハイブリッド自動車においては，これまで気にならなかった空力騒音やロードノイズが目立ってしまう．そのため，自動車の開発現場においては，今まで以上の空力騒音，ロードノイズの低減が求められている<sup>[3][4]</sup>．その一方で，燃費もしくは電費を向上させるために車両の軽量化に対する要求も非常に高く，軽量化と振動騒音低減という一般的に相反することを高い水準で達成することが求められている<sup>[5]</sup>．

上述で挙げた2つの騒音低減のうち，空力騒音の低減は，近年の計算機の計算能力向上<sup>[6]</sup>に伴い，数値流体力学を用いて車両回りの流れを正確に計算することが可能となってきたことから，それを用いて空力騒音を予測する手法が構築されてきている<sup>[7]~[14]</sup>．その一方，ロードノイズ低減に対しては，大きなブレークスルーは成されていない．そこで本論文は，上述の求められている騒音低減のうちロードノイズ低減について焦点をあてる．

ロードノイズは，タイヤが路面の凹凸により強制変位させられることにより振動し，その振動がサスペンション，車体へと伝達し，車体パネルから音が放射する固体伝播音である．このロードノイズのメカニズムにおいて，ロードノイズ対策は，大きく分けて車体パネル振動からの放射音を下げる対策と，車体への振動伝達を抑えようとする対策の二つに分類される<sup>[15]</sup>．

車体パネル振動からの放射音を下げる対策としては，車体パネルに制振材を貼り付ける

ことによる車体パネル振動の抑制や、カーペットなどの車体パネルを覆う積層構造の質量を増やすことによる放射効率低減などがある<sup>[16]~[18]</sup>。しかしながら、これらの車体パネルでの対策は、車体全域に伝達した振動を対象とするため広範囲の複数のパネルにて対策を行わなければならないため効率が悪い。そのため、結果として大きな質量増加となり、前述の軽量化要求を満たすことが難しい。

それに対し、車体への振動伝達を抑えようとする対策は、サスペンションのみを対策すれば良いため、対策箇所が少なく済み、大きな質量増加となることが無く効率の良い対策と言える。従来のサスペンションでの振動騒音対策は、ロードノイズ低減のための防振理論に基づくサスペンションブッシュの低剛性化<sup>[19][20]</sup> および二重防振構造の採用、液封ブッシュの採用<sup>[21][22]</sup> や、ハーシュネス（突起乗り越し時の突き上げにより感じる不快感）低減のためのホイールセンタ軌跡後傾化<sup>[23][24]</sup> などがある。また、サスペンションの設計に関する研究としては、サスペンションアセンブリをタイヤ、サスペンションのそれぞれの分系に分け、分系間の連成を定量的に扱う指標による検討方法<sup>[25]</sup> や、サスペンションの固有値に関する感度解析<sup>[26]</sup> などが報告されている。

しかしながら、効率的な振動騒音低減対策であるにも関わらず、サスペンションによる振動騒音対策は以下の3つの理由によりあまりなされてこなかった。

理由 1: その理由の一つは、サスペンションは振動騒音の他に、操縦安定性や強度耐久性などの機能においても重要な役割を担っており、そのため、サスペンションの設計は、振動騒音のためだけに設計をすることはできず、その他の複数機能の性能と高い水準で両立した設計で無ければならないという難しさを持っているからである<sup>[27]</sup>。例えば、従来のロードノイズ対策であるサスペンションブッシュの低剛性化は、操縦安定性を悪化させる傾向にあり、車両開発の現場においては敬遠される対策の一つである。

理由 2: 2つ目のサスペンションによる振動騒音対策があまりなされてこなかった理由としては、サスペンション、タイヤを含んだ車両モデルを用いてロードノイズを数値解析することが難しいからである。従来の振動騒音解析は、有限要素法によるモード解析が主流であった<sup>[28]</sup>。有限要素法によるモード解析による設計は、応答に対して寄与の高い振動モードを特定し、その振動モード応答を低減する対策を考えるといった流れで行われる。しかし、そのような振動モード解析による設計方法は、対象とする系の振動モード密

度<sup>[33]</sup>が高くなると寄与の高い振動モードを特定することが難しくなる．自動車全体の性能に対するサスペンションの影響を解析する際には，タイヤ，サスペンション，アブソーバおよび車体のすべてをモデル化して解析する必要がある．サスペンションのみであればモード密度は低い，タイヤ，アブソーバおよび車体は，例えば固体伝播音ロードノイズの対象周波数である 500Hz 程度まで<sup>[29]</sup>を考慮すると，モード密度が高く，従来のモード解析による設計は効率的でない<sup>[30][31]</sup>．そのようなモード解析の難しさからモード密度が高い系を対象とする場合，SEA (Statistical Energy Analysis) や振動インテンシティなどのエネルギーフローに着目した解析手法が用いられることが多い．これは，モード密度が高い系においては，各個別のモードよりもエネルギーフローに着目した方が系の運動のメカニズムが理解しやすいからである．

SEA は，1960 年代に Lyon らにより提唱された振動騒音問題の解析手法<sup>[32]~[36]</sup>であり，系を複数の十分にモード密度の高い分系に分割し，各分系における複数の振動モードが一様な振動エネルギーを持つという仮定の基にそれぞれの分系のエネルギーを各分系間のパワーバランス方程式を用いて解く手法である．十分にモード密度が高い系に対して適用することが前提であるため，構造物の波長が短くなりモード密度が高くなる高周波数の振動騒音問題によく適用される<sup>[37][38]</sup>．SEA を用いて振動騒音低減対策の設計を検討する場合，SEA で求められた系のエネルギーフローにおいて，低減したい分系へ流入するエネルギーを低減するように，エネルギーの伝わりやすさを示す結合損失係数をエネルギー流入寄与の高い経路において小さくするなどして行われる<sup>[39]</sup>．

このように SEA はモード密度が高い系において設計に用いることができ有用である．しかしながら，SEA は ”十分にモード密度が高い系” という仮定の基に体系化されている．この仮定は，十分にモード密度が高い系においては振動形状の波長が短くなるため，ある程度距離の離れた箇所における振動の位相は統計的に無視することができるという前提の下に成り立っている．なお，一般的に，そのような前提条件が成り立つのは，対象周波数において，一つの分系の中で少なくとも 3 波長有する場合と言われている<sup>[33]</sup>．自動車のサスペンションは，通常，車体と複数の点で結合されている．それらの結合点は，路面からの大きな荷重をサスペンションを介して受けるため，車体の骨格に配置される．車体の骨格は十分に硬く，ロードノイズの対象周波数である 50~500Hz の間においてはその振動形状の波長は十分に長いため，各結合点間の振動は相関（位相関係）をもつと考え



られる．そのため，サスペンションに関する振動騒音解析を SEA で行うことは難しい．

また，このような長い波長と短い波長が混在する系の解析手法として，SEA と FEM を組み合わせた手法が提案されている<sup>[40][41]</sup>が，その解析手法で得られる結合損失マトリクスが SEA のように簡単でなく複雑となるため，解析結果より振動騒音低減対策を見つけることが難しい．

もう一方のエネルギーフローに着目した解析である振動インテンシティは，Noiseux<sup>[42]</sup>や Pavic<sup>[43][44]</sup>により提唱された振動エネルギーの流れを求める手法である．振動インテンシティは，弾性体のある一点における応力と振動速度の積により定義される．そのため，解析手法に SEA のような仮定は無く，応力と振動速度が求まる解析であれば波長の長い系や非線形性の強い系であったとしても，系の振動インテンシティを求めることによりエネルギーフローを示すことは可能である．

振動インテンシティに着目し，系のエネルギーフローをコントロールしようとする試みに関する文献は存在する<sup>[45]~[47]</sup>．しかしながら，実際の設計現場で適用可能なほど系のエネルギーフローを意図したようにコントロールできる方法があるとは言い難い．これは，振動インテンシティが系の応答解析結果の後処理で求められるため，所望のエネルギーフローを実現する系を求めることは，逆問題を解くことであり，非常に難しいからである．

理由 3: 3 つ目のサスペンションによる振動騒音対策があまりなされてこなかった理由としては，自動車開発プロセス上の難しさがあげられる．サスペンションは車両の根幹となるものであり，他の部品に先駆け，車両開発の初期段階において仕様がほぼ決定されることが多い．その開発初期段階の設計における設計者に許された開発期間は短く，また，まだ具体的な図面が存在していない．そのため，詳細形状を必要とする FEM 解析を繰り返し行い，サスペンション設計を行うことは不可能と言える<sup>[48]</sup>．多くの場合において，開発初期段階のサスペンション設計は，単純な剛体リンクなどでモデル化したサスペンションを用いて，操縦安定性などの重要項目を満たすようにサスペンションアームの配置およびサスペンションブッシュ剛性の仕様検討が行われる．その仕様検討において振動騒音性能が検討されることはあまりない．開発初期段階で決定されたサスペンションの仕様を開発後期で変更することは極力避けられるため，開発後期におけるサスペンションによ

る振動騒音対策はほぼ不可能である。

## 1.2 本研究の目的

本研究の背景で述べたように，自動車のサスペンションの設計による振動騒音低減は車両重量低減の観点において効率的であるのに関わらず，その操縦安定性や強度耐久性などの複数の機能の性能との両立の難しさなどの理由からこれまで敬遠されてきた．そのような背景より，本研究では，サスペンション設計において求められる複数機能の性能を高い次元で両立することを狙った新たな設計方法を提案することを目的とする．

複数機能を高い次元で両立するための設計は，同一の設計変数（サスペンションの場合は，サスペンションブッシュ剛性とサスペンションアームの配置）で複数機能の目的関数を同時に満たす必要がある．したがって，多くのトレードオフ関係が存在するため，複雑なバランスをとった設計が必要となることは容易に想像できる．そのため，本研究では数値的に最適化を用いてサスペンションを設計する手法を採用する．最適化において，満たすべき性能を拘束関数とすることにより複数機能を高い次元で両立した設計を見つけることが可能となると考えられる．

本研究において，低減する目的関数はロードノイズレベルとして検討を行う．背景で述べたように，サスペンションブッシュ剛性を低剛性化することによりロードノイズが低減するが，それでは複数機能（主に操縦安定性）を両立することは困難であった．そこで，複数機能の両立の可能性を広げるため，これまで自動車開発プロセス上の難しさからあまり検討されてこなかった“サスペンションアームの配置によるロードノイズ低減”について注目をする．サスペンションアームの配置は，前述のように開発初期段階において決定され，開発後期においては極力変更しないようにされる．そのため，本研究においては，サスペンションアームを剛体リンクとした簡易モデル化による検討を行い，詳細な図面が無い開発初期段階でも適用できる手法を検討する．

ロードノイズの低減検討は，その振動振幅が微小であることから，線形解析により解析が行われる．つまり，サスペンションの設計における非線形パラメータ（すなわち，サスペンションブッシュの非線形復元力特性）はロードノイズの最適化により一意に決められない．サスペンションの設計によりその性能が支配的に決まるハーシュネスは，その運動

が大変位であるため一般的に非線形解析が行われ<sup>[49]</sup>，サスペンションブッシュの非線形復元力特性によりその性能が変化する．そこで，本研究では，ハーシュネスを目的関数としたサスペンションブッシュの非線形復元力特性の設計に関しても検討を行う．

また，本研究を通じて用いる最適化による設計では，最終的な最適化結果は得られるが，その結果に対する物理的解釈が難しく，どのようにして振動騒音が低減されたかという説明することができない場合が多い．そこで本研究では，その物理的解釈を，エネルギーフローに着目して考察する．

### 1.3 本論文の構成

本論文は6章から構成されており，各章の概要は以下のである．第2章では，以降の章で低減対象とする入力パワーとエネルギーフローの関係を説明する．第3，4章では，サスペンションを想定した剛体リンク機構により基礎的な検討を行う．第3章では，ロードノイズ低減の基礎検討として，サスペンションを想定した剛体リンク機構に支持された弾性梁への入力パワーを低減する剛体リンク機構のリンクの配置を求め，求められた配置におけるエネルギーフローおよびモード解析を行い入力パワー低減のメカニズムについて考察を行う．第4章では，第3章と同様なモデルを用いて，ハーシュネス低減の基礎検討として，サスペンションブッシュを想定したバネの復元力の非線形性を最適化することにより突起乗り越し時の過渡応答における最大エネルギーを低減する．また，低減メカニズムについて考察を行う．第5章では，第3章で示したロードノイズ低減手法を実車モデルへ展開し，提案する手法が実車開発において有用であることを示し，ロードノイズが低減した際のエネルギーフローの変化よりそのメカニズムについて考察を行う．第6章では，本論文の研究をまとめて，結論を述べる．

## 第2章 エネルギーフローの観点による振動低減の考え方

### 2.1 はじめに

本章では、第3章から第5章における基本的な振動低減の考え方を系のエネルギーフローと入力パワーの関係より説明する。

### 2.2 振動インテンシティ

#### 2.2.1 時間領域における定義

振動インテンシティは、Noiseux<sup>[42]</sup> や Pavic<sup>[43][44]</sup> により提唱された構造物の単位面積を通過する振動エネルギーの大きさと方向をベクトルで表したものであり、時刻  $t$  における瞬時振動インテンシティ  $\iota(t)$  は式 (2.1) で定義される。

$$\iota(t) = -\boldsymbol{\sigma}(t) \cdot \mathbf{v}(t) \quad (2.1)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}$  は応力テンソル、 $\mathbf{v}$  は速度ベクトルであり以下である。

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{12} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{13} & \tau_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \\ \mathbf{v} &= \left\{ \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 \end{matrix} \right\}^T \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

添え字は直交座標系における各方向成分である。

振動インテンシティ  $\iota$  とパワー  $\Pi$ 、振動エネルギー  $\mathcal{E}$  は次のような関係となる。

$$\left. \begin{aligned} \Pi &= \int \iota dS \\ \mathcal{E} &= \int \Pi dt \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

ここで、 $S$  は振動インテンシティが通過する面積である。

## 2.2.2 周波数領域における定義

周波数領域の振動インテンシティ  $\iota(\omega)$  は、式 (2.4) のように時間領域の振動インテンシティ  $\iota(t)$  の時間平均と総エネルギーが等しくなるということより定義される。

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \iota(\omega) d\omega = \frac{1}{T} \int_0^T \iota(t) dt \quad (2.4)$$

時間領域における応力テンソル  $\sigma(t)$  と速度ベクトル  $\mathbf{v}(t)$  は次のようにフーリエ変換<sup>[50]</sup>により周波数領域の関数を用いて表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma(t) &= \text{Re} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(\omega_1) e^{j\omega_1 t} d\omega_1 \right\} \\ \mathbf{v}(t) &= \text{Re} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{v}(\omega_2) e^{j\omega_2 t} d\omega_2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

ここで、 $\omega_1, \omega_2$  は角周波数、 $\sigma(\omega), \mathbf{v}(\omega)$  はそれぞれ、複素数で表された周波数領域の応力テンソルと速度ベクトルである。式 (2.1)(2.5) を式 (2.4) に代入すると式 (2.6) が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \iota(\omega) d\omega &= \frac{1}{4\pi^2 T} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^T -\text{Re}\{\sigma(\omega_1)\} \text{Re}\{\mathbf{v}(\omega_2)\} \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) \\ &\quad + \text{Re}\{\sigma(\omega_1)\} \text{Im}\{\mathbf{v}(\omega_2)\} \cos(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t) \\ &\quad + \text{Im}\{\sigma(\omega_1)\} \text{Re}\{\mathbf{v}(\omega_2)\} \sin(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) \\ &\quad - \text{Im}\{\sigma(\omega_1)\} \text{Im}\{\mathbf{v}(\omega_2)\} \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t) dt d\omega_1 d\omega_2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

式 (2.6) において、 $\omega_1 \neq \omega_2$  の場合は、時間  $t$  に関する積分が 0 となる。したがって、式 (2.6) の角周波数に関する積分は、 $\omega$  に関する積分となり、次のように表すことができる。

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \iota(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi^2 T} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^T -\text{Re}\{\sigma(\omega) \mathbf{v}(\omega) e^{2j\omega t}\} dt d\omega \quad (2.7)$$

式 (2.7) は最終的に式 (2.8) のように展開される。

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \iota(\omega) d\omega &= \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{1}{2} (\text{Re}\{\sigma(\omega)\} \text{Re}\{\mathbf{v}(\omega)\} - \text{Im}\{\sigma(\omega)\} \text{Im}\{\mathbf{v}\}) d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{1}{2} \text{Re}\{\sigma(\omega) \cdot \mathbf{v}^*(\omega)\} d\omega \end{aligned} \quad (2.8)$$

ここで，上付き \* は共役複素数を示している．式 (2.8) より，周波数領域の振動インテンシティ  $\iota(\omega)$  は式 (2.9) で表される．

$$\iota(\omega) = -\frac{1}{2} \text{Re} \{ \boldsymbol{\sigma}(\omega) \cdot \mathbf{v}^*(\omega) \} \quad (2.9)$$

式 (2.9) の周波数領域の振動インテンシティの定義は，拡張されて定義され，式 (2.10) のように複素振動インテンシティとして定義される<sup>[51]</sup>．

$$\begin{aligned} \iota(\omega) &= -\frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}(\omega) \cdot \mathbf{v}^*(\omega) \\ &= \iota_A(\omega) + j\iota_R(\omega) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \iota_A &= -\frac{1}{2} \text{Re} \{ \boldsymbol{\sigma}(\omega) \cdot \mathbf{v}^*(\omega) \} \\ \iota_R &= -\frac{1}{2} \text{Im} \{ \boldsymbol{\sigma}(\omega) \cdot \mathbf{v}^*(\omega) \} \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

式 (2.10) において， $\iota_A$  は振動インテンシティ  $\iota(\omega)$  の実部でありアクティブインテンシティと呼ばれる．アクティブインテンシティは，式 (2.4) から式 (2.9) で導いた周波数領域の振動インテンシティであり，ある周波数における時間領域の振動インテンシティの時間平均，すなわちエネルギーフローのネット値を表している．一方， $\iota_R$  は  $\iota(\omega)$  の虚部でありリアクティブインテンシティと呼ばれる．リアクティブインテンシティは，ラグランジアン密度の時間変化を示しており，局所的に停留するエネルギーの流れを表す<sup>[52]</sup>．例えば，定在波のような運動においては腹と節の間で停留するエネルギーの流れを表す．次節において，これらの関係について導出を行う．

## 2.3 複素振動インテンシティの発散とパワーバランス

周波数領域における単位体積当たりの複素振動インテンシティの発散は，減衰が剛性に比例する場合において，その単位体積における運動エネルギー，ポテンシャルエネルギー，散逸パワーおよび入力パワーとの関係式が導かれる<sup>[51][52]</sup>．

複素振動インテンシティの発散は次のように表される．

$$\begin{aligned} \text{div} \iota &= \nabla \cdot \iota \\ &= \frac{j\omega}{2} \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u}^*) \end{aligned} \quad (2.12)$$

ここで，時間依存項  $e^{j\omega t}$  であることより， $\mathbf{v} = j\omega \mathbf{u}$  の関係を用いた．式 (2.12) を展開すると，式 (2.13) となる．

$$\text{div} \boldsymbol{\iota} = \frac{j\omega}{2} \left\{ (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \mathbf{u}^* + \sum_i \sum_j \sigma_{ji} \epsilon_{ij}^* \right\} \quad (2.13)$$

ここで， $\epsilon_{ij}$  は式 (2.14) で表されるひずみテンソルである．

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.14)$$

式 (2.13) の右辺における  $\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}$  は，式 (2.15) で表す単位体積の運動方程式の復元力の項である．

$$-\omega \rho \mathbf{u} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} \quad (2.15)$$

ここで， $\rho$  は密度であり， $\mathbf{f}$  は単位体積にかかる外力である．式 (2.15) の関係を式 (2.13) に代入することにより次式が導かれる．

$$\text{div} \boldsymbol{\iota} = \frac{j\omega}{2} \left\{ (-\omega \rho \mathbf{u} - \mathbf{f}) \cdot \mathbf{u}^* + \sum_i \sum_j \sigma_{ji} \epsilon_{ij}^* \right\} \quad (2.16)$$

式 (2.16) の右辺の各項は以下で示すエネルギーおよびパワーで表すことができる．

$$\left. \begin{aligned} \Pi_{in} &= \frac{-j\omega}{2} \mathbf{f} \cdot \mathbf{u}^* \\ T &= \frac{\omega^2}{4} \rho |\mathbf{u}|^2 \\ \sum_i \sum_j \sigma_{ji} \epsilon_{ij}^* &= \epsilon_{ij} (D_{ijkl} + jH_{ijkl}) \epsilon_{kl}^* \\ H_{ijkl} &= \nu D_{ijkl} + \frac{c}{\omega} D_{ijkl} \\ U &= \frac{1}{4} \epsilon_{ij} D_{ijkl} \epsilon_{kl}^* \\ \Pi_{dis} &= \frac{\omega^2}{2} \epsilon_{ij} H_{ijkl} \epsilon_{kl}^* \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

$i, j, k, l$  の添え字を用いた変数はテンソル表記であり，アインシュタインの総和規約にならう． $\Pi_{in}$  はそれぞれ単位体積への外力による入力パワーであり， $\Pi_{dis}$  は単位体積での散逸パワー， $T, U$  はそれぞれ単位体積の運動エネルギー，ポテンシャルエネルギーである． $D_{ijkl}$  は剛性テンソル， $c, \nu$  はそれぞれ粘性減衰とヒステリシス減衰<sup>[53]</sup>の大きさを表すパラメータを示す．

したがって，式 (2.10)(2.16)(2.17) より，最終的に複素振動インテンシティの発散には以下の関係が導かれる．

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \boldsymbol{\iota}_A &= \operatorname{Re} \{ \Pi_{in} \} - \Pi_{dis} \\ \operatorname{div} \boldsymbol{\iota}_R &= \operatorname{Im} \{ \Pi_{in} \} + 2\omega (T - U) \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

式 (2.18) の第 1 式は，アクティブインテンシティの発散が単位体積における入力パワー，伝達パワーおよび散逸パワーの間のパワーバランスを表すことを示している．特に，その場所に外力による入力パワーがない場合は，アクティブインテンシティの発散は，その場所におけるエネルギー散逸の大きさを表している．アクティブインテンシティと散逸エネルギーに着目した研究としては中川らの研究<sup>[54]</sup>が報告されている．

式 (2.18) の第 2 式は，前節で述べたように，リアクティブインテンシティの発散がラグランジアン密度  $T - U$  の時間変化，および系へなされる仕事と関係していることを示している．力学の法則にしたがう運動の条件は，ラグランジアンが停留することである<sup>[55]</sup>．したがって，ラグランジアン密度の時間変化とは，停留しているラグランジアンの変化量であり，ある周波数における振動の振幅の大きさを表していると考えることができる．

## 2.4 パワーバランスに基づく振動騒音低減の考え方

### 2.4.1 連続体に関する一般的表現

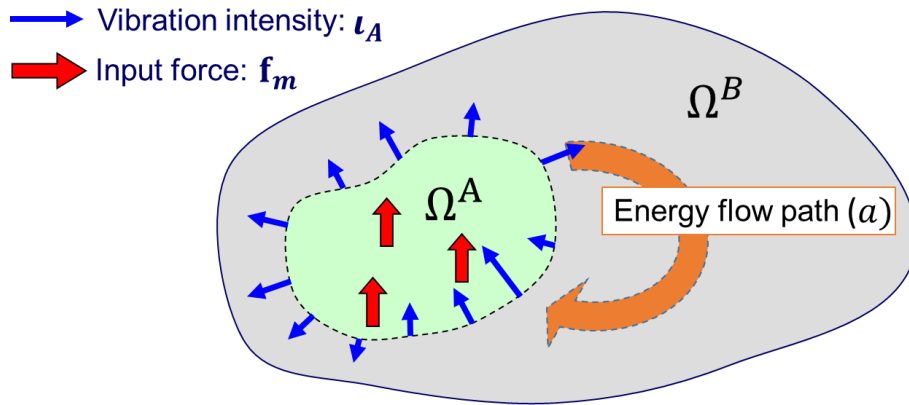


Fig 2.1: Energy flow between excited region  $\Omega^A$  and region  $\Omega^B$  with no excitation



式 (2.18) のパワーバランスの式に基づき，二つの領域間の間の振動エネルギー伝達の抑制について考える．図 2.1 に示すような  $N$  個の加振点が存在する領域  $\Omega^A$  とそれ以外の加振点の存在しない領域  $\Omega^B$  からなる系を考え，それぞれの領域の減衰が極端に異なる場合において  $\Omega^A$  から  $\Omega^B$  への振動エネルギーの流出を防ぐために必要な条件を考える．式 (2.18) の第 1 式（すなわち，アクティブインテンシティの発散に関する式）をそれぞれの領域  $\Omega^A$ ， $\Omega^B$  にわたり積分をすると，以下の各領域におけるパワーバランス方程式が得られる．

$$\Pi^{AB} = \Pi_{in}^A - \Pi_{dis}^A \quad (2.19)$$

$$\Pi^{BA} = -\Pi_{dis}^B \quad (2.20)$$

$$\Pi^{AB} = -\Pi^{BA} \quad (2.21)$$

$$\left. \begin{aligned} \Pi^{AB} &= \int_{\partial\Omega^A} \boldsymbol{\iota}_A \cdot \mathbf{n}^A d\Gamma \\ \Pi^{BA} &= \int_{\partial\Omega^B} \boldsymbol{\iota}_A \cdot \mathbf{n}^B d\Gamma \\ \Pi_{in}^A &= \int_{\Omega^A} \text{Re} \{ \Pi_{in} \} d\Omega = \text{Re} \left\{ \sum_{m=1}^N \frac{-j\omega}{2} \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{u}_m^* \right\} \\ \Pi_{dis}^A &= \int_{\Omega^A} \Pi_{dis} d\Omega \\ \Pi_{dis}^B &= \int_{\Omega^B} \Pi_{dis} d\Omega \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

アクティブインテンシティ  $\boldsymbol{\iota}_A$  の発散の積分にはガウスの発散定理<sup>[56]</sup>を用いたため，領域の境界  $\partial\Omega$  における積分となっている． $\mathbf{n}^A$ ， $\mathbf{n}^B$  はそれぞれ領域  $\Omega^A$  と  $\Omega^B$  の境界におけるそれぞれの領域からの外向き単位法線ベクトルであり， $\mathbf{f}_m$ ， $\mathbf{u}_m$  はそれぞれ  $m$  番目の加振点の外力ベクトル，変位ベクトルである． $\Pi_{in}^A$  は領域  $\Omega^A$  への総入力パワーであり， $N$  個の加振点からの入力パワーの総和となる． $\Pi_{dis}^A$ ， $\Pi_{dis}^B$  はそれぞれ領域  $\Omega^A$  と領域  $\Omega^B$  内での総散逸パワーを示し， $\Pi^{AB}$  は領域  $\Omega^A$  から領域  $\Omega^B$  へ伝達する総伝達パワー， $\Pi^{BA}$  は領域  $\Omega^B$  から領域  $\Omega^A$  へ伝達する総伝達パワーを示している．つまり，領域  $\Omega^A$  から領域  $\Omega^B$  への振動エネルギー伝達の抑制は総伝達パワー  $\Pi^{AB}$  を小さくすることである．

総伝達パワー  $\Pi^{AB}$  が小さくても，アクティブインテンシティの流れは，構造物の振動形態により決まるため<sup>[57]</sup>，図 2.1 の経路 (a) のように，領域  $\Omega^B$  内に局所的に大きなエネルギーが流れる場合も考えられる（領域  $\Omega^A$  の境界において局所的な大きな流出と大きな

流入が存在するが，式 (2.22) の第 1 式の積分が小さくなる場合)．しかしながら，そのような場合においては，式 (2.20)(2.21) の関係より，領域  $\Omega^B$  内での散逸パワー  $\Pi_{dis}^B$  も小さくなる．

散逸パワーが小さいということは，想定している 2 つの領域の減衰が極端に異なる場合，式 (2.17) の第 5 式より，領域  $\Omega^B$  におけるひずみが小さいことを表している．すなわち領域  $\Omega^B$  における振動エネルギーは小さいことを表している．したがって，どのようなアクティブインテンシティの流れであっても，総伝達パワー  $\Pi^{AB}$  を小さくすることは領域  $\Omega^B$  における振動エネルギーを低減することになる．

## 2.4.2 自動車の路面からの入力に対する振動騒音低減の場合

前節で示したエネルギーフローに着目した振動騒音低減の一般的な考え方を，自動車の路面からの入力に対する振動騒音問題に適用する．

自動車の路面からの入力による振動騒音は，まず路面の凹凸によりタイヤが強制変位し，その強制変位により発生するタイヤの振動エネルギーがサスペンションへ伝わり，その後，複数のサスペンションと車体との取り付け点より振動エネルギーが車体へと伝播するエネルギーフローである．車体へ伝達した振動エネルギーは，最終的に車体パネルより音として放射され車室内騒音となる．

そのエネルギーフローにおいて，車体への振動エネルギーの伝達を低減することを考える．すなわち，図 2.1 における  $\Omega^A$ ， $\Omega^B$  を，本論文において自動車の振動騒音問題にする際には，図 2.2 のようにタイヤとサスペンションを  $\Omega^A$ ，車体を  $\Omega^B$  として考える．別の表現で言い換えると，サスペンションから車体へのエネルギーの伝達を少なくすることを考える．このような車体へのエネルギー伝達を低減することが車両の室内騒音を低減することになることは，門松ら [58] により実際の車両で確認されている．

通常，自動車のサスペンションは，例えばリアマルチサスペンションを例にとると，図 2.3 のように車体と複数の点で結合されている．したがって，車体への伝達パワー  $\Pi^{AB}$  は式 (2.23) のように各サスペンション取り付け点からの伝達パワー  $\Pi^i$  の総和で表される．

$$\Pi^{AB} = \sum_{i=1}^N \Pi^i \quad (2.23)$$

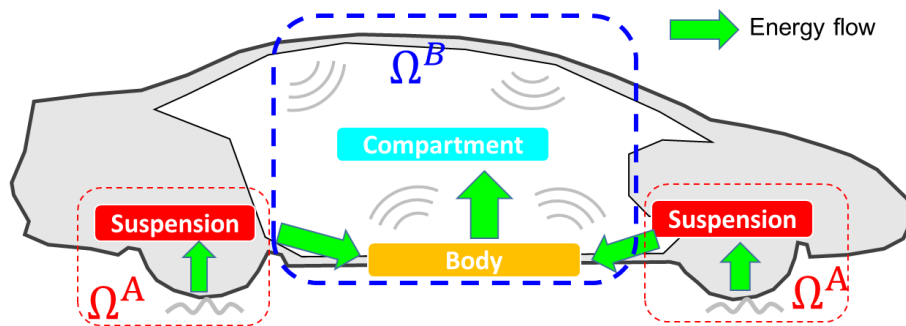


Fig 2.2: A concept of noise and vibration reduction in terms of energy flow

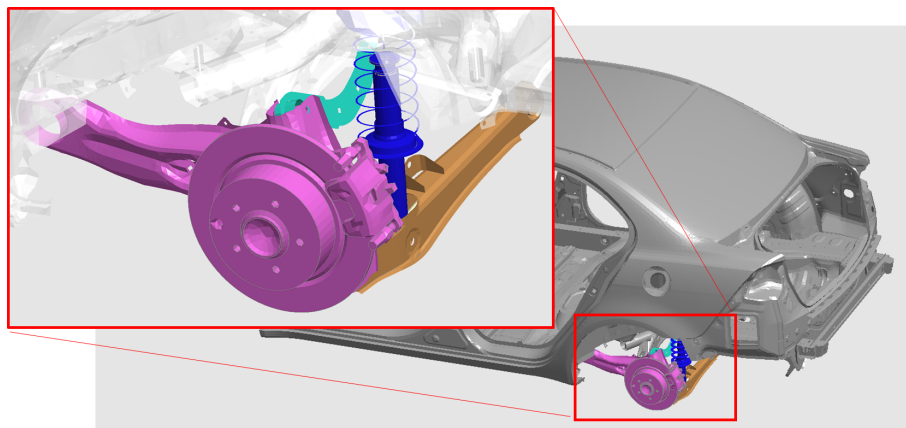


Fig 2.3: An example of rear multi link suspension structure. The suspension is connected to body at multi points.

各サスペンション取り付け点からの伝達パワー  $\Pi^i$  は、サスペンションおよび車体の運動により決まる。したがって、車体への伝達パワーを低減するためには、各取り付け点をそれぞれ独立して注目するのではなく、サスペンション分系全体の運動に注目して設計を行わなければならない。

サスペンション分系の運動を変えるためには、サスペンションの配置を変えるなどの大きな変更が必要となる。しかしながら、1章の理由3で述べたように、自動車開発プロセスにおいては、サスペンションの配置は多くの場合において詳細な図面が作成する前に決められ、その後の開発において大きな変更をすることは困難である。そのような背景から、本論文では、サスペンションアームを詳細な形状モデルで検討せずに、剛体リンクとして簡易的モデル化して検討を行う。剛体リンクとしてモデル化する妥当性は、5章で有限要素法で求めた結果と比較することにより示す。

## 2.5 本章のまとめ

一般的なエネルギーフローに関して理論的な背景を示した。振動インテンシティの発散がエネルギーと関係することを導出し、その実部がパワーバランスを表していることを示した。そのパワーバランスの関係より、一般的なエネルギーフローの観点における振動騒音低減方法について述べた。その一般的なエネルギーフローの観点における振動騒音低減方法の考え方を、サスペンションの設計における振動騒音問題に適用し、サスペンションの設計においては複数のサスペンション取り付け点からの車体への総入力パワーを低減すれば良いことを示した。

# 第3章 サスペンションアームの配置による周波数領域の入力パワー低減の基礎検討

## 3.1 はじめに

本章では、サスペンションアームの配置によるロードノイズの基礎検討として、剛体リンクに支持された梁への入力パワー低減を行う。基礎検討を行うモデルは簡単のため、図 3.1 のような自動車のリアマルチリンクサスペンションアームを簡易化したものを考える。路面からの入力は、150Hz 付近のロードノイズに寄与の高い車体横方向の強制変位を用いた<sup>[4]</sup>。

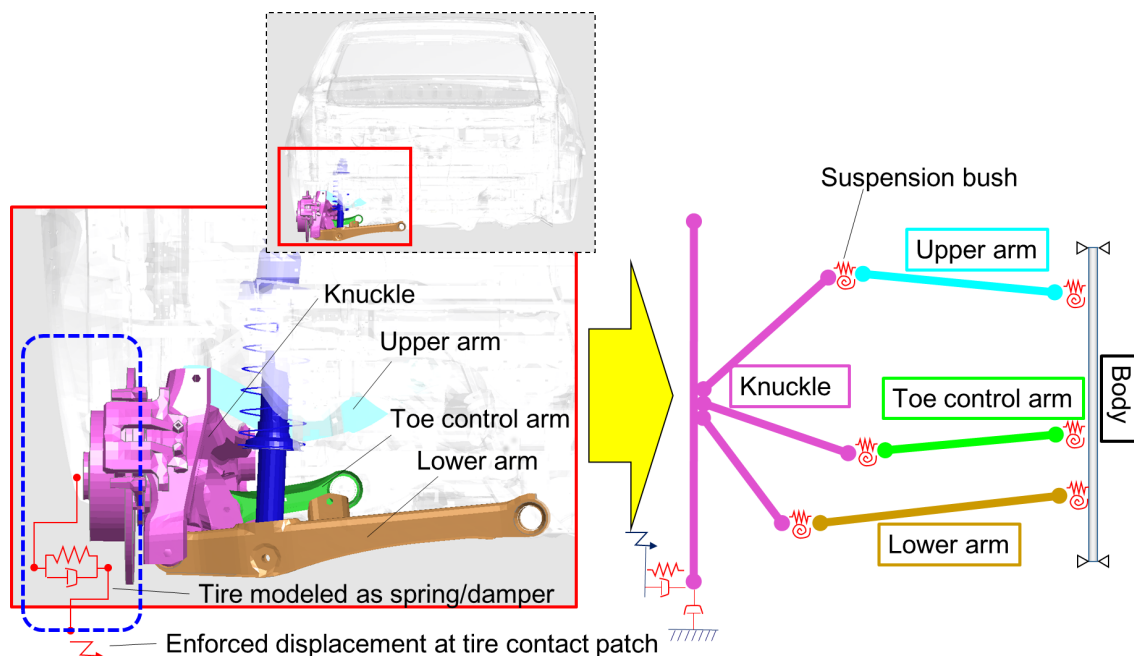


Fig 3.1: Simplified modeling of rear multi link suspension

## 3.2 モデル

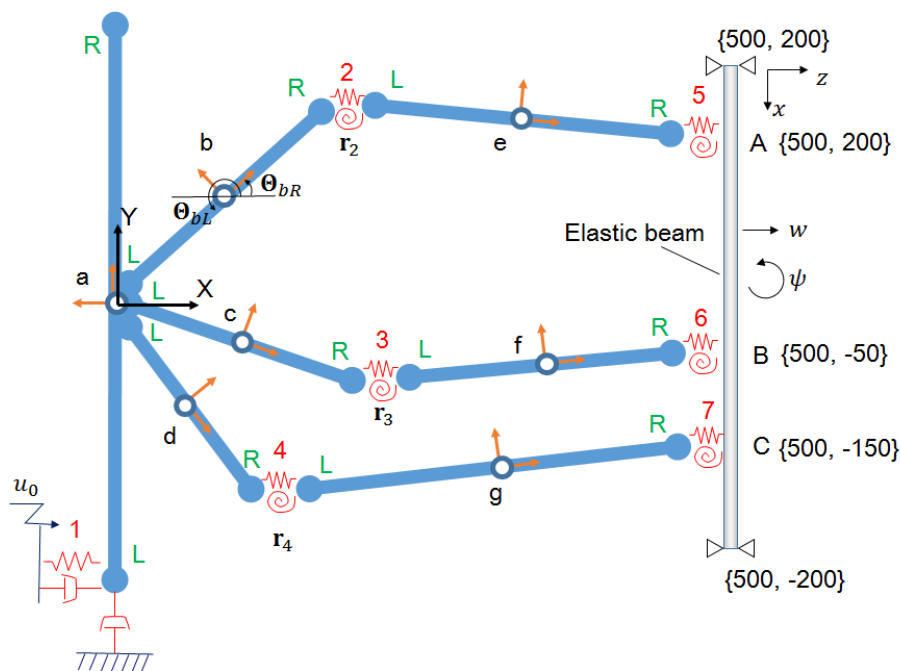


Fig 3.2: Model which supposes a multi-link suspension. The model consists of rigid links and elastic beam.

図 3.2 に示す a ~ g の剛体リンクと弾性梁からなるマルチリンクサスペンションを想定したモデルを考える．剛体リンクはホイール，ハブ，ナックル，サスペンションアームを想定し，弾性梁はサブフレーム，車体を想定している．それぞれのリンクはその中央に重心を持ち，リンク b, c, d はその L 端でリンク a の重心と固定される．リンク e, f, g はその L 端でそれぞれリンク b, c, d と，R 端で弾性梁の結合点 A, B, C とサスペンションブッシュを想定した並進バネおよび回転バネで結合されている．弾性梁は簡単のため両端単純支持とする．入力路面により強制変位されるタイヤを想定し，片端がリンク a の L 端に取り付けられたバネと減衰要素の他端を X 方向に変位  $u_0$  で強制変位する．このリンク a の L 端に取り付けられたバネ 1 および減衰要素は，タイヤのゴム部分を想定している．本章では，サスペンションアーム配置変更による入力パワー低減を目的とするため，剛体リンクの結合点のバネ剛性は変えず，結合点の位置ベクトル  $\mathbf{r}_i$  ( $i = 2, 3, 4$ ) を変更して入力パワー低減を行う．

簡易モデルの大きさ, 質量等は実際の自動車を参考に設定する. リンク a は長さ  $l_a = 600$  mm, 単位長さあたりの質量は  $m_a = 5.1$  kg/m, リンク b ~ d の単位長さあたりの質量は  $m_b \sim m_d = 2.1$  kg/m, リンク e ~ g の単位長さあたりの質量は  $m_e \sim m_g = 1.7$  kg/m とした. バネ 1 の並進バネ剛性を  $k_1 = 200$  N/mm, 減衰要素 1 の並進方向に関する減衰を  $c = 0.1$  Ns/mm とし, バネ 2 ~ 7 の並進バネ剛性を  $k_2 \sim k_7 = 1.5 \times 10^4$  N/mm, 回転バネ剛性を  $k_{\theta 2} \sim k_{\theta 7} = 3.0 \times 10^5$  Nmm/rad とした. 弾性梁はヤング率  $E = 2.1 \times 10^{11}$  Pa, 密度  $\rho = 7860$  kg/m<sup>3</sup>,  $x$  方向に長さ  $L = 400$  mm,  $z$  方向に厚さ  $h = 10$  mm, 紙面奥行き方向に幅  $b = 50$  mm, モーダル減衰係数  $\eta$  は全てのモードで同じとし  $\eta = 0.04$  とする. リンクの初期配置は,  $\mathbf{r}_2 = \{200, 130\}$ mm,  $\mathbf{r}_3 = \{250, -60\}$ mm,  $\mathbf{r}_4 = \{120, -110\}$ mm である.

リンクの変位ベクトルをリンクの重心, L 端, R 端にとり, それぞれの変位ベクトルは  $X, Y$  方向の並進変位  $u, v$ , 回転変位  $\theta$  の成分を持つ. リンク a の変位ベクトル  $\mathbf{q}_a$  を例にとると次式となる.

$$\mathbf{q}_a = \left\{ \mathbf{u}_{ao}^T \quad \mathbf{u}_{aL}^T \quad \mathbf{u}_{aR}^T \right\}^T \quad (3.1)$$

$$\mathbf{u}_{ak} = \left\{ u_{ak} \quad v_{ak} \quad \theta_{ak} \right\}^T, \quad k = o, L, R \quad (3.2)$$

添え字の  $o$  は重心,  $L, R$  はそれぞれ L 端, R 端を表す. 他のリンクについても同様に行い, 全てのリンクの変位ベクトルによる一般化座標ベクトル  $\mathbf{q}$  を次式のように表す.

$$\mathbf{q} = \left\{ \mathbf{q}_a^T \quad \cdots \quad \mathbf{q}_g^T \right\}^T \quad (3.3)$$

弾性梁の変位は, 弾性梁の分系のモーダル座標系, すなわち, 剛体リンクと結合していない状態における弾性梁のモーダル座標系で考える. 弾性梁の  $z$  方向たわみ変位  $w$ , 回転変位  $\psi$  をモード座標で以下のように表す.

$$w = \sum_r \phi_{wr} \xi_r \quad (3.4)$$

$$\psi = \sum_r \phi_{\psi r} \xi_r \quad (3.5)$$

$\xi_r$  は弾性梁分系の  $r$  次モードのモード振幅,  $\phi_{wr}$ ,  $\phi_{\psi r}$  は弾性梁分系の  $r$  次モードの並進, 回転方向のモード形状であり, 両端単純支持の梁では次式である.

$$\phi_{wr}(x) = \sin \frac{r\pi x}{L} \quad (3.6)$$

$$\phi_{\psi r}(x) = \frac{r\pi}{L} \cos \frac{r\pi x}{L} \quad (3.7)$$

本章の以降の節で用いる弾性梁分系のモード変位ベクトル $\xi$ を以下のように定義する．

$$\xi = \left\{ \begin{matrix} \xi_1 & \xi_2 & \cdots \end{matrix} \right\}^T \quad (3.8)$$

### 3.3 弾性構造物への入力パワーと感度

#### 3.3.1 剛体リンク要素

剛体リンクの独立変数と従属変数の関係をリンク a を例にとり示す．剛体リンクの重心と両端の回転変位は等しいため次式が成り立つ．

$$\theta_{ao} = \theta_{aL} = \theta_{aR} \quad (3.9)$$

また，重心位置が変位した際の L 端，R 端の並進方向変位は，回転変位が微小であるとする幾何学的条件より，リンク a の重心からの L 端の回転姿勢  $\Theta_{aL}$ ，R 端の回転姿勢  $\Theta_{aR}$ ，重心からの L 端，R 端への長さ  $l_{aL}$ ， $l_{aR}$  を用いて次のように表される．

$$\begin{Bmatrix} u_{aL} \\ v_{aL} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{ao} \\ v_{ao} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -\theta_{ao} l_{aL} \sin \Theta_{aL} \\ \theta_{ao} l_{aL} \cos \Theta_{aL} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\begin{Bmatrix} u_{aR} \\ v_{aR} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{ao} \\ v_{ao} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -\theta_{ao} l_{aR} \sin \Theta_{aR} \\ \theta_{ao} l_{aR} \cos \Theta_{aR} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

式 (3.9)(3.10)(3.11) より，以下の関係が導かれる．

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{ao} \\ \mathbf{u}_{aL} \\ \mathbf{u}_{aR} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \boldsymbol{\beta}_a \end{bmatrix} \mathbf{u}_{ao} \quad (3.12)$$

$$\boldsymbol{\beta}_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_{aL} \sin \Theta_{aL} \\ 0 & 1 & l_{aL} \cos \Theta_{aL} \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -l_{aR} \sin \Theta_{aR} \\ 0 & 1 & l_{aR} \cos \Theta_{aR} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$



ここで,  $\mathbf{I}$  は  $3 \times 3$  の単位行列である．以上のように, 剛体リンクの両端の変位は, 重心位置の変位とリンクの初期姿勢の関数として表される．全てのリンクに対して適用すると, 剛体リンクの一般化座標ベクトル  $\mathbf{q}$  が以下のように表される．

$$\mathbf{q} = \beta \mathbf{q}_o \quad (3.14)$$

$$\beta(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \beta_a & \mathbf{0} & \dots & \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \beta_b & \mathbf{0} & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0} \\ & & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & & \dots & \mathbf{0} & \beta_g \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{q}_o = \left\{ \mathbf{u}_{ao}^T \quad \dots \quad \mathbf{u}_{go}^T \right\}^T \quad (3.16)$$

剛体リンクの長さ, 回転姿勢が結合点位置  $\mathbf{r}_i$  ( $i = 2, 3, 4$ ) の関数であるため,  $\beta$  は結合点位置の関数となる． $\beta$  の導出に関しては, 付録 A を参照されたい．

### 3.3.2 運動方程式

弾性梁と剛体リンクの結合点 A における並進バネによる反力  $f_A$ , 回転バネによる反力  $M_A$  は式 (3.4)(3.5) より以下のように表される．

$$\left. \begin{aligned} f_A &= -k_5 \left( \sum_r \phi_{wr}(x_A) \xi_r - x_{eR} \right) \\ M_A &= -k_{\theta 5} \left( \sum_r \phi_{\psi r}(x_A) \xi_r - \theta_{eR} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

$k_5$ ,  $k_{\theta 5}$  はそれぞれ点 A で弾性梁と剛体リンクを結合しているバネの並進バネ剛性, 回転バネ剛性であり,  $x_A$  は弾性梁の軸方向に  $x$  軸をとった座標系における点 A の位置である．弾性梁分系のモーダル座標系における弾性梁への点 A からの力の  $r$  次モードへの寄与  $f_{\xi r}^A$  は次式である．

$$f_{\xi r}^A = f_A \phi_{wr}(x_A) + M_A \phi_{\psi r}(x_A) \quad (3.18)$$

式 (3.17) を式 (3.18) に代入することにより次式が得られる．

$$\mathbf{f}_{\xi}^A = -\mathbf{K}_{\xi}^A \boldsymbol{\xi} - \mathbf{K}_{\xi q}^A \mathbf{q} \quad (3.19)$$

ここで，

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{f}_\xi^A &= \left\{ f_{\xi 1}^A \quad f_{\xi 2}^A \quad \cdots \quad f_{\xi r}^A \quad \cdots \right\}^T \\ K_{\xi ij}^A &= k_5 \phi_{wi}(x_A) \phi_{wj}(x_A) + k_{\theta 5} \phi_{\psi i}(x_A) \phi_{\psi j}(x_A) \\ \mathbf{K}_{\xi q}^A &= \begin{bmatrix} \cdots & -k_5 \phi_w^A & \mathbf{0} & -k_{\theta 5} \phi_\psi^A & \cdots \end{bmatrix} \\ \phi_w^A &= \left\{ \phi_{w1}(x_A) \quad \phi_{w2}(x_A) \quad \cdots \quad \phi_{wr}(x_A) \quad \cdots \right\}^T \\ \phi_\psi^A &= \left\{ \phi_{\psi 1}(x_A) \quad \phi_{\psi 2}(x_A) \quad \cdots \quad \phi_{\psi r}(x_A) \quad \cdots \right\}^T \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

$\mathbf{K}_{\xi q}^A$  は，点 A の剛体リンクの変位ベクトル  $\mathbf{u}_{eR}$  に対応する部分の成分を表記しており，その他の成分は 0 である．

同様にすべての結合点（点 B，C，1，2，3，4）における反力を弾性梁分系のモーダル座標，剛体リンクの座標で求めることができる．点 B，C における  $\mathbf{K}_{\xi q}^B$ ， $\mathbf{K}_{\xi q}^C$  マトリクスにおいては，それぞれ  $\mathbf{u}_{fR}$ ， $\mathbf{u}_{gR}$  に対応した部分の成分となる．

弾性梁分系の運動方程式は，剛体リンクと結合していない場合の弾性梁分系のモーダル座標系において，剛体リンクとの結合点 A，B，C からの力の各モードへの寄与  $\mathbf{f}_\xi^A$ ， $\mathbf{f}_\xi^B$ ， $\mathbf{f}_\xi^C$  を用いて次式となる．

$$\mathbf{D}_\xi \boldsymbol{\xi} = \mathbf{f}_\xi^A + \mathbf{f}_\xi^B + \mathbf{f}_\xi^C \quad (3.21)$$

ここで， $\mathbf{D}_\xi$  は弾性梁分系のモーダル動剛性であり，その  $r$  行  $s$  列成分  $D_{\xi rs}$  は以下である．

$$D_{\xi rs} = \begin{cases} \mu_r (-\omega^2 + j\omega\omega_r\eta_r + \omega_r^2) & , r = s \\ 0 & , r \neq s \end{cases} \quad (3.22)$$

$\mu_r$ ， $\omega_r$ ， $\eta_r$  はそれぞれ剛体リンクと結合していない場合の弾性梁分系のモーダル座標系における  $r$  次モードのモーダル質量，固有角振動数，モーダル減衰係数である．

リンク a の重心におけるリンク b，c，d との拘束は，リンク a の重心とそれぞれリンク b，c，d の L 端の変位が等しくなることから，式 (3.23) のような拘束式  $\Phi$  により表される．

$$\Phi = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{ao} - \mathbf{u}_{bL} \\ \mathbf{u}_{ao} - \mathbf{u}_{cL} \\ \mathbf{u}_{ao} - \mathbf{u}_{dL} \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.23)$$

式 (3.23) を剛体リンクの一般化座標ベクトル  $\mathbf{q}$  に関して線形化することにより式 (3.24) が得られる．

$$\Phi_{,q} \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (3.24)$$

ここで  $\Phi_{,q}$  はヤコビアンマトリクスと呼ばれ、次式である。

$$\Phi_{,q} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} \quad (3.25)$$

剛体リンクの運動方程式は、拘束による力を式 (3.25) のヤコビアンマトリクス  $\Phi_{,q}$  とラグランジュ乗数  $\lambda$  を用いることにより次式のように表すことができる [59]。

$$\mathbf{D}_q \mathbf{q} + \Phi_{,q}^T \boldsymbol{\lambda} = - \left( \mathbf{K}_{\xi q}^A + \mathbf{K}_{\xi q}^B + \mathbf{K}_{\xi q}^C \right) \boldsymbol{\xi} + \mathbf{f} \quad (3.26)$$

ここで  $\mathbf{D}_q$  は弾性梁が運動していない場合(弾性梁を剛壁として考えた場合)の剛体リンクの動剛性マトリクスであり、結合点位置ベクトル  $\mathbf{r}_i$  ( $i = 2, 3, 4$ ) の関数である。 $\mathbf{K}_{\xi q}^A, \mathbf{K}_{\xi q}^B, \mathbf{K}_{\xi q}^C$  はそれぞれ弾性梁との結合点 A, B, C における剛性マトリクスであり、弾性梁分系のモード変位ベクトル  $\boldsymbol{\xi}$  との積は弾性梁の変位により剛体リンクへ加わる力を表す。 $\mathbf{f}$  はバネ 1 によるリンク a の L 端への入力ベクトルである。

式 (3.21)(3.24)(3.26) を連立することにより次式が導かれる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_\xi + \mathbf{C}_\xi & \mathbf{C}_{\xi q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{\xi q}^T & \mathbf{D}_q & \Phi_{,q}^T \\ \mathbf{0} & \Phi_{,q} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ \mathbf{q} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{C}_\xi = \mathbf{K}_\xi^A + \mathbf{K}_\xi^B + \mathbf{K}_\xi^C \quad (3.28)$$

$$\mathbf{C}_{\xi q} = \mathbf{K}_{\xi q}^A + \mathbf{K}_{\xi q}^B + \mathbf{K}_{\xi q}^C \quad (3.29)$$

$\mathbf{C}_\xi$  は剛体リンクが運動していない状態において、バネ 5~7 により弾性梁へ付加される動剛性を示しており、それぞれ式 (3.28) のように点 A, 点 B, 点 C の寄与に分かれる。 $\mathbf{C}_{\xi q}$  は剛体リンクの運動がバネ 5~7 を介して弾性梁へ及ぼす力の連成項であり、 $\mathbf{C}_\xi$  と同様に各結合点からの寄与に分かれる。

式 (3.27) に式 (3.14) を代入し、式 (3.27) の第 2 式の左から  $\beta^T$  をかけることにより剛体リンクの自由度が各剛体リンクの重心位置の自由度のみで表される。

$$\mathbf{D}\mathbf{x} = \mathbf{F} \quad (3.30)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \mathbf{D}_\xi + \mathbf{C}_\xi & \mathbf{C}_{\xi q} \boldsymbol{\beta} & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{C}_{\xi q}^T & \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{D}_q \boldsymbol{\beta} & \boldsymbol{\beta}^T \Phi_{,q}^T \\ \mathbf{0} & \Phi_{,q} \boldsymbol{\beta} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{x} &= \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\xi}^T & \mathbf{q}_o^T & \boldsymbol{\lambda}^T \end{Bmatrix}^T \\ \mathbf{F} &= \begin{Bmatrix} \mathbf{0} & (\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{f})^T & \mathbf{0} \end{Bmatrix}^T \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

### 3.3.3 弾性梁への入力パワー

剛体リンクから弾性梁への入力パワー  $\Pi$  は，弾性梁と剛体リンクの結合点  $A, B, C$  からの入力パワーの和として次式のように表される．

$$\Pi = \Pi^A + \Pi^B + \Pi^C \quad (3.32)$$

$$\Pi^k = \text{Re} \left\{ \frac{-j\omega}{2} (f_k w^*(x_k) + M_k \psi^*(x_k)) \right\}, \quad k = A, B, C \quad (3.33)$$

ここで， $f_B, M_B, f_C, M_C$  は式 (3.17) で示した  $f_A, M_A$  と同様に，それぞれ弾性梁と結合している並進バネ，回転バネから弾性梁の  $B$  点， $C$  点にかかる力，モーメントである．式 (3.32) を弾性梁のモーダル座標系で表し，式 (3.19)(3.28)(3.29) などを用いて展開すると次のようになる．

$$\Pi = \text{Re} \left\{ \frac{j\omega}{2} (\xi^H C_\xi \xi + \xi^H C_{\xi q} q) \right\} \quad (3.34)$$

上付き  $H$  は共役転置を示す．式 (3.27) の第 1 式より以下の関係がある．

$$C_{\xi q} q = - (D_\xi + C_\xi) \xi \quad (3.35)$$

式 (3.34) に式 (3.35) を代入すると最終的に次のように表される．

$$\Pi = \xi^H R \xi \quad (3.36)$$

$$R = \text{Re} \left\{ \frac{-j\omega}{2} D_\xi \right\} \quad (3.37)$$

式 (3.36) は，弾性梁での散逸パワーを示しており，式 (3.34) と式 (3.36) が等しいことは，入力パワーと散逸パワーが等しくなるというパワーバランスを表している．

### 3.3.4 入力パワーの感度

2 章で述べたように，剛体リンクから弾性梁への入力パワーを低減することを考える．加振力の大きさや位相を任意に選べる場合は，2 次形式で表された入力パワーを固有値解析することにより入力パワーの入る効率が低い加振分布を求めることができる<sup>[51]</sup>．しかし，サスペンションのような分系の運動により加振分布が決まる系においては，任意に加振分布を設定することは難しい．また，1 章で述べたように，サスペンションは複数機能

に影響を及ぼす部品であり，それらの複数機能を高水準で両立することが求められる．その両立を達成するために，本研究では局所最適化手法を用いた設計手法を提案する．すなわち，剛体リンク結合点位置に関する入力パワーの感度解析<sup>[60]</sup>を用いて形状最適化を行い入力パワーを低減することを考える．

結合点の位置ベクトル  $\mathbf{r}_i$  ( $i = 2, 3, 4$ ) の  $X, Y$  方向成分を設計変数  $\gamma$  とする．入力パワー  $\Pi$  の設計変数  $\gamma$  に対する一次感度は次式となる．

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \gamma} = 2\text{Re} \left\{ \frac{\partial \xi^H}{\partial \gamma} \mathbf{R} \xi \right\} + \xi^H \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \gamma} \xi \quad (3.38)$$

式 (3.37) の  $\mathbf{R}$  は弾性梁分系のモーダルパラメータに関する関数であり， $\gamma$  の関数でないので，右辺第2項は0となる． $\partial \xi / \partial \gamma$  は全系の運動方程式 (3.30) を  $\gamma$  に関して微分することにより求められる  $\partial \mathbf{x} / \partial \gamma$  の一部である．

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \gamma} = -\mathbf{D}^{-1} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \gamma} \mathbf{x} + \mathbf{D}^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \gamma} \quad (3.39)$$

上式の右辺第2項の  $\mathbf{F}$  は，式 (3.31) で示すように，式 (3.15) で示した各剛体リンクの両端の変位と重心の変位の関係を表した  $\beta$  マトリクスの関数であるので設計変数  $\gamma$  の関数であるが，検討を行うモデルでは外力ベクトル  $\mathbf{f}$  のかかる部分は  $\beta$  マトリクス中の  $\beta_a$  に対応し， $\beta_a$  は設計変数  $\gamma$  の関数でないため0となる．右辺第1項の  $\partial \mathbf{D} / \partial \gamma$  は， $\beta, \mathbf{D}_q$  が設計変数  $\gamma$  の関数であるので次のようになる．

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \gamma} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{C}_{\xi q} \frac{\partial \beta}{\partial \gamma} & 0 \\ \frac{\partial \beta^T}{\partial \gamma} \mathbf{C}_{\xi q}^T & \frac{\partial \beta^T}{\partial \gamma} \mathbf{D}_q \beta + \beta^T \frac{\partial \mathbf{D}_q}{\partial \gamma} \beta + \beta \mathbf{D}_q \frac{\partial \beta}{\partial \gamma} & \frac{\partial \beta^T}{\partial \gamma} \Phi_{,q}^T \\ 0 & \Phi_{,q} \frac{\partial \beta}{\partial \gamma} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

### 3.3.5 弾性梁への入力パワーのクロスモード展開

エネルギーフローの変化を固有モードの観点より考察するために，剛体リンク，弾性梁からなる全系の固有モードを考え，入力パワーを全系の固有モードに関して展開する．

## 固有値解析

拘束を含む系の固有値分解は池澤らの手法<sup>[26]</sup>にならう．運動方程式 (3.30)(3.31) において  $\beta^T \Phi_{,q}^T$  を QR 分解する．

$$\beta^T \Phi_{,q}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & \mathbf{Q}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_1 \mathbf{R}_1 \quad (3.41)$$

剛体リンクの変位ベクトル  $\mathbf{q}_o$  を以下のように拘束力に直交した剛体リンクの変位ベクトル  $\hat{\mathbf{q}}_o$  で表す．

$$\mathbf{q}_o = \mathbf{Q}_2 \hat{\mathbf{q}}_o \quad (3.42)$$

式 (3.42) を運動方程式 (3.30)(3.31) に代入し，第 2 式の左から  $\mathbf{Q}_2^T$  をかけると次式が導かれる．

$$\hat{\mathbf{D}} \hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{F}} \quad (3.43)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{D}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{D}_\xi + \mathbf{C}_\xi & \mathbf{C}_{\xi q} \beta \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{Q}_2^T \beta^T \mathbf{C}_{\xi q}^T & \mathbf{Q}_2^T \beta^T \mathbf{D}_q \beta \mathbf{Q}_2 \end{bmatrix} \\ \hat{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}^T & \hat{\mathbf{q}}_o^T \end{bmatrix}^T \\ \hat{\mathbf{F}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & (\mathbf{Q}_2^T \beta^T \mathbf{f})^T \end{bmatrix}^T \end{aligned} \right\} \quad (3.44)$$

式 (3.43) は次のように慣性項，減衰項，剛性項に分けて表すことができる．

$$\left( -\omega^2 \hat{\mathbf{D}}_M + j\omega \hat{\mathbf{D}}_C + \hat{\mathbf{D}}_K \right) \hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{F}} \quad (3.45)$$

上式の  $j\omega \hat{\mathbf{D}}_C$  を省略することにより実固有値解析が可能となり，その実固有ベクトルを並べたモードマトリクス  $\phi$  を求め，それを用いて以下のように系全体の拘束力に直交した変位ベクトル  $\hat{\mathbf{x}}$  を全系のモード座標  $\zeta$  で表す．

$$\hat{\mathbf{x}} = \phi \zeta \quad (3.46)$$

式 (3.42)，式 (3.44) の第 2 式と式 (3.46) より，変位ベクトル  $\{\boldsymbol{\xi}^T \hat{\mathbf{q}}_o^T\}^T$  は全系のモード座標  $\zeta$  で次のように表される．

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ \mathbf{q}_o \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_2 \end{bmatrix} \phi \zeta \\ &= \begin{bmatrix} \varphi_\xi \\ \varphi_{q_o} \end{bmatrix} \zeta \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{cases} \varphi_\xi = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \phi \\ \varphi_{q_o} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{Q}_2 \end{bmatrix} \phi \end{cases} \quad (3.48)$$

## クロスモード展開

式 (3.34) で表された入力パワーへ式 (3.14)(3.47) を代入すると次式が導かれる．

$$\Pi = \text{Re} \left\{ \frac{j\omega}{2} \zeta^H \Psi \zeta \right\} \quad (3.49)$$

$$\Psi = \varphi_\xi^T \mathbf{C}_\xi \varphi_\xi + \varphi_\xi^T \mathbf{C}_{\xi q} \beta \varphi_{q_o} \quad (3.50)$$

全系の  $r$  次モードのモード振幅  $\zeta_r$  と全系の  $s$  次モードのモード振幅  $\zeta_s$  には  $\text{Im} \{ \zeta_r \zeta_s^* \} = -\text{Im} \{ \zeta_s \zeta_r^* \}$  の関係があり， $\Psi$  が実数マトリクスであることより，式 (3.49) は振動インテンシティのモード展開<sup>[61][62]</sup>と同様に全系の  $r$  次モードと全系の  $s$  次モードの組み合わせの線形和として以下のように展開される．

$$\Pi = \sum_{r=1}^{n-1} \sum_{s=r+1}^n \chi_{rs} \text{Im} \{ \zeta_r \zeta_s^* \} \quad (3.51)$$

$$\chi_{rs} = \frac{\omega}{2} (\Psi_{rs} - \Psi_{sr}) \quad (3.52)$$

ここで， $n$  は全系のモード座標  $\zeta$  のモード数， $\Psi_{rs}$  は  $\Psi$  マトリクスの  $r$  行  $s$  列成分である．それぞれ  $\chi_{rs}$  を  $(r,s)$  次クロスモード係数， $\text{Im} \{ \zeta_r \zeta_s^* \}$  を  $(r,s)$  次クロスモード振幅と呼ぶこととする．

## 3.4 解析結果

### 3.4.1 形状最適化結果

入力パワーの感度を用いて剛体リンクの形状の最適化を行う．最適化手法は，安定に最適解に収束し，かつ最適解への収束が早い MMA<sup>[63]</sup> を用いた．設計変数は結合点の位置ベクトル  $\mathbf{r}_i$  ( $i = 2, 3, 4$ ) の  $X, Y$  成分の 6 変数とし，設計変数の範囲をそれぞれ初期位置から  $\pm 25$  [mm] とした．目的関数  $J_{obj}$  は次式で表される低減したい周波数範囲における入力パワーの積分値とする．

$$J_{obj} = \int_{f_1}^{f_2} \Pi df \quad (3.53)$$

周波数の積分範囲は，初期配置において大きなピークが確認された  $f_1 = 100$  Hz ,  $f_2 = 200$  Hz の周波数範囲とした．

図 3.3 に初期配置と設計変数の範囲，最適化後の配置を示す．図 3.4(a) に式 (3.54) で表される強制変位による系全体への入力パワー  $\Pi_{sys}$  を示し，図 3.4(b) に弾性梁への入力パワーを示す．

$$\Pi_{sys} = \text{Re} \left\{ \frac{-j\omega}{2} \{ -k_1 (u_{aL} - u_0) - j\omega c (u_{aL} - u_0) \} u_0^* \right\} \quad (3.54)$$

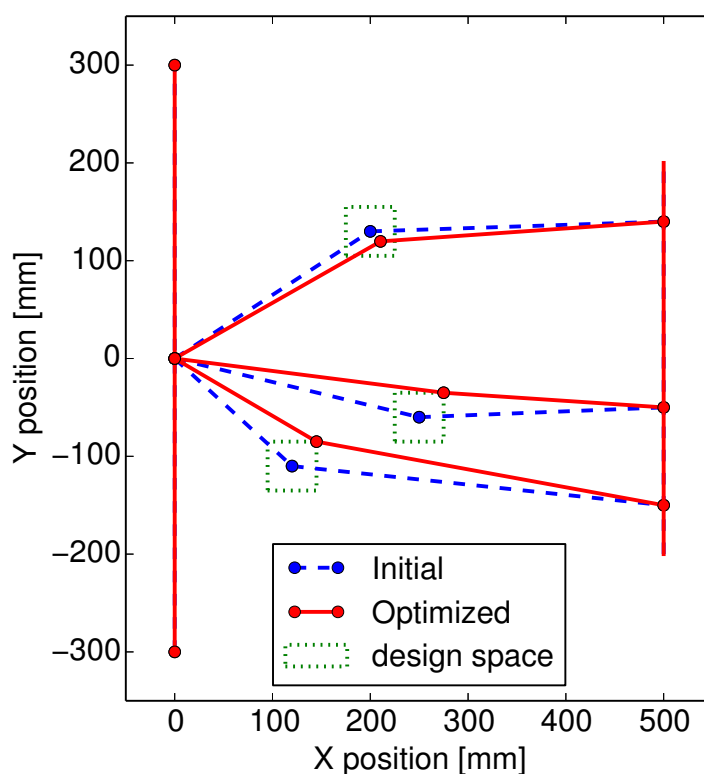
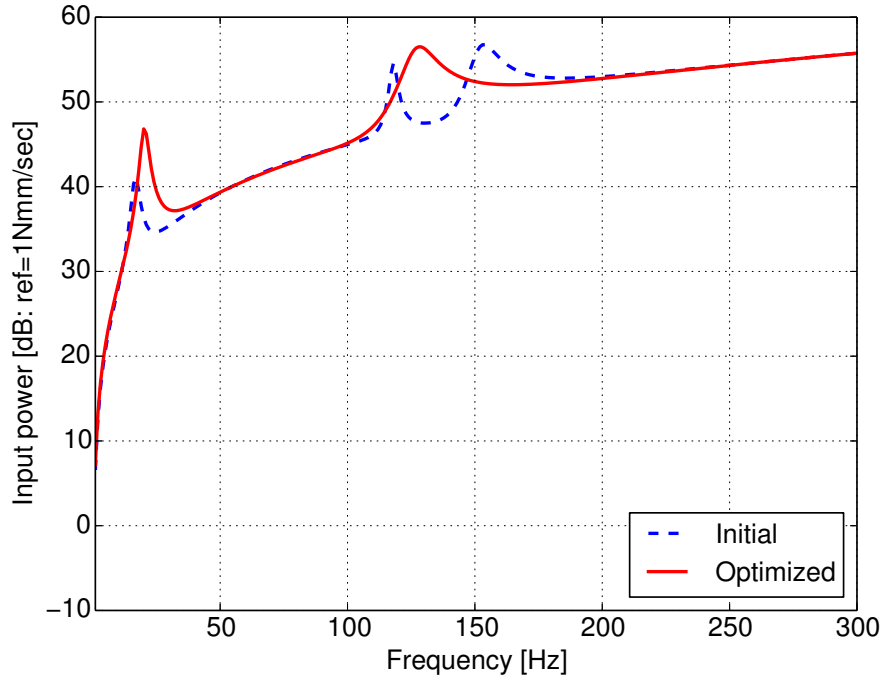


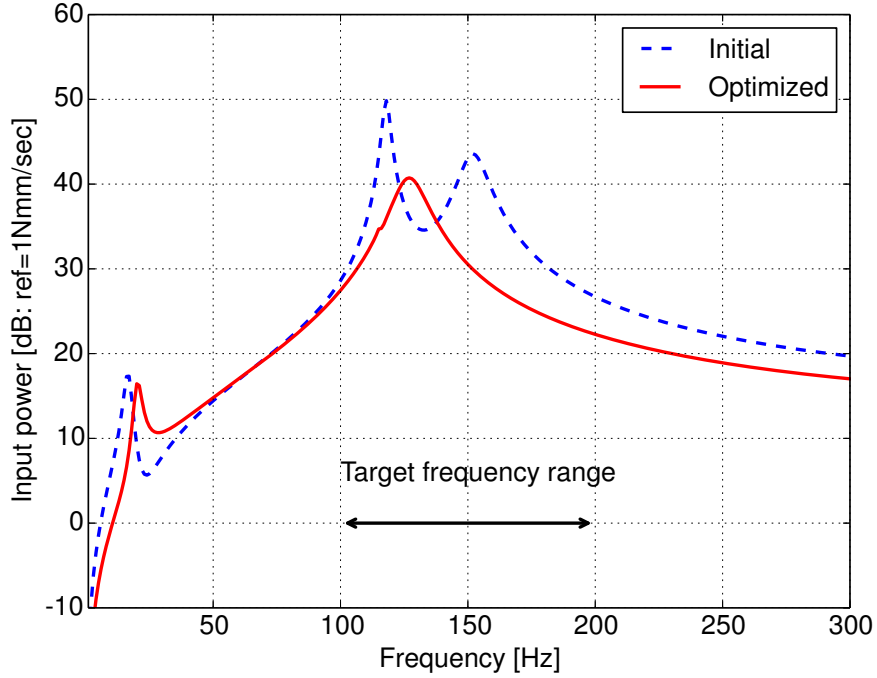
Fig 3.3: Optimization results. Initial configuration (blue dashed), optimized configuration (red solid) and design space (green dotted)

図 3.4(a) の系全体への入力パワーにおいては，初期と最適化後のそれぞれの配置における入力パワーの大きさはほとんど変わらない．しかし，図 3.4(b) の弾性梁への入力パワーにおいては，最適化対象周波数帯のピーク周波数（特に 117Hz のピーク）において，大きな低減が確認できる．このことは，パワーバランスの観点から考えると，剛体リンク





(a) Input power to the system



(b) Input power to the elastic beam

Fig 3.4: Results of optimization. (a) Input power to the system and (b) Input power to the elastic beam in the case of the initial configuration (blue dashed) and the optimized configuration (red solid).

の配置の最適化により，系へ入力されたパワーが何かしらの形で弾性梁へ伝達せず，他の場所で散逸するようなエネルギーフローになったことを示している．このエネルギーフローの変化について以降の節で考察を行う．

### 3.4.2 各結合点からの寄与

初期配置と最適配置におけるエネルギーフローを確認するために，弾性梁と剛体リンクの各結合点（A,B,C）における弾性梁への正の入力パワーと負の入力パワーの寄与を次式で示す正規化した入力パワーを用いて表す．

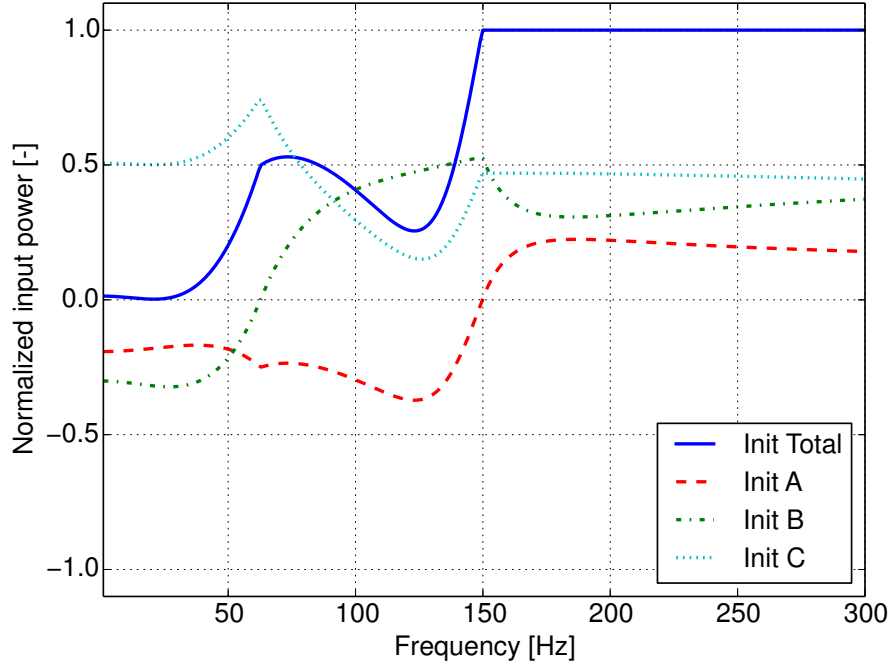
$$\left. \begin{aligned} \Pi_{nor}^k &= \frac{\Pi^k}{|\Pi^A| + |\Pi^B| + |\Pi^C|}, \quad (k = A, B, C) \\ \Pi_{nor}^{tot} &= \Pi_{nor}^A + \Pi_{nor}^B + \Pi_{nor}^C \end{aligned} \right\} \quad (3.55)$$

$\Pi_{nor}^{tot}$  は，全ての点で正の入力パワーが入っていれば1となる．初期配置と最適配置の正規化した入力パワーを図3.5に示す．正規化した入力パワーが負の値となっている周波数帯（初期位置における150 Hz以下の点Aからの入力など）は，その点の梁の振動速度方向とリンクからの力の方向が逆となり，その点で梁のエネルギーが散逸していることを示している．

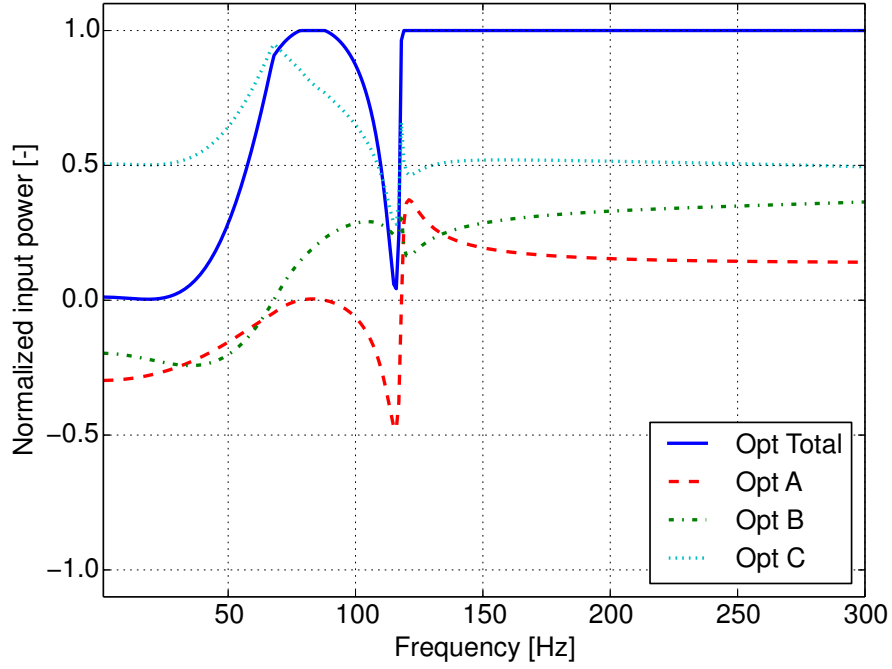
図3.4(b)において大きな低減効果が確認できた対象周波数帯の低周波数側のピーク（初期配置における117Hz，最適配置における115Hzのピーク）に着目する．図3.5より，これらのピーク周波数においては，正の入力パワーとなる結合点と負の入力パワーとなる結合点が存在する．初期配置では，それらの正規化された入力パワーのトータルは0.25程度であるのに対し，最適配置においては，正規化された入力パワーのトータルが0に近くなっている．つまり，最適配置では，正の入力パワーと負の入力パワーの相殺による入力パワーの低減が起きていることがわかる．

### 3.4.3 入力パワーの全系のモードに関するクロスモード展開による考察

図3.4(b)で大きな低減効果が確認できた2次共振周波数（初期配置の117Hz，最適配置の115Hz）と，最適化対象周波数ではないが広い周波数帯で低減が確認できた200Hz以上の高周波域の2つの周波数帯について3.3.5節で示したクロスモード展開を用いて考察を行う．



(a) Initial configuration



(b) Optimized configuration

Fig 3.5: Normalized input power of Eq.(3.55), of the case (a) of initial configuration, (b) of optimized configuration. Total input power (blue solid), input power from the point A (red dashed), from the point B (green dash-dot), and from the point C (cyan dotted)

## 剛体リンクの配置最適化による全系の固有モードの変化

初期配置における全系の固有モード形状を図 3.6 に示し、最適配置における全系の固有モード形状を図 3.7 に示す。図 3.6 と図 3.7 の比較より、最適化対象周波数帯に固有周波数を持つ全系の 2 次モードのモード形状が大きく変化しているが、その他の全系のモード形状はあまり変化していないことが確認できる。

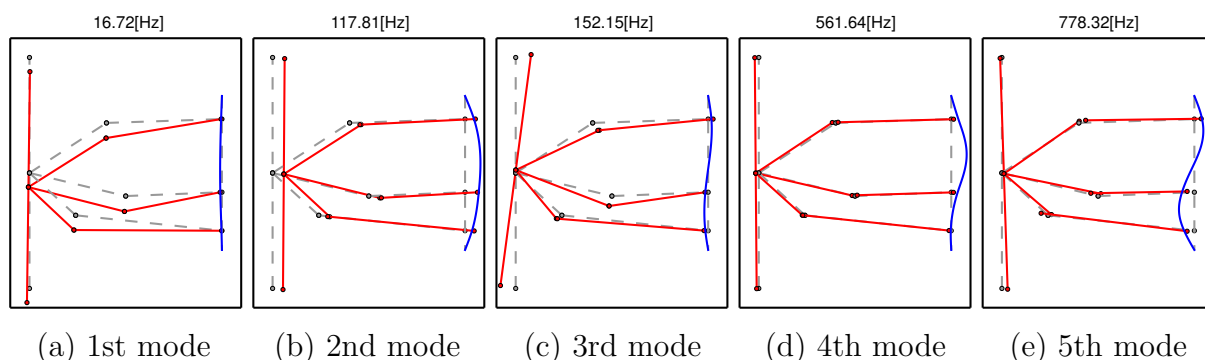


Fig 3.6: Modeshape of the first 5 modes of whole system in the initial configuration: The configuration (gray dashed), modeshape of rigid links (red solid) and elastic beam (blue solid).

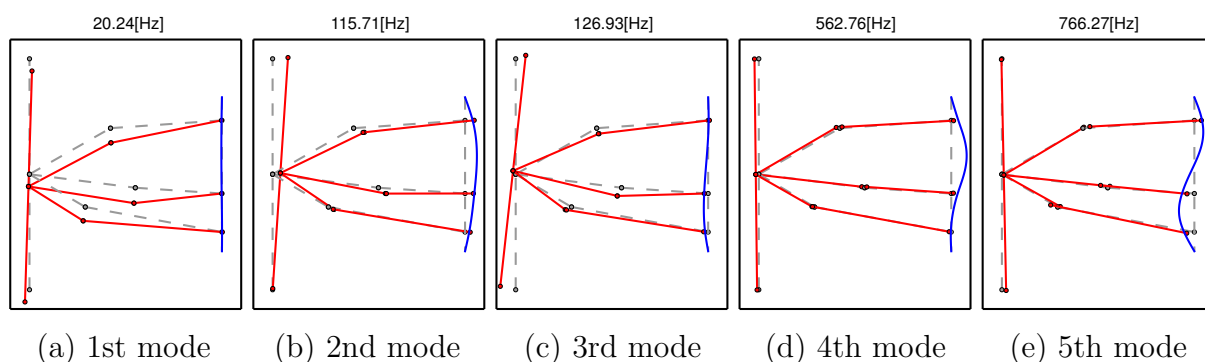


Fig 3.7: Modeshape of the first 5 modes in the optimized configuration: The configuration (gray dashed), modeshape of rigid links (red solid) and elastic beam (blue solid).

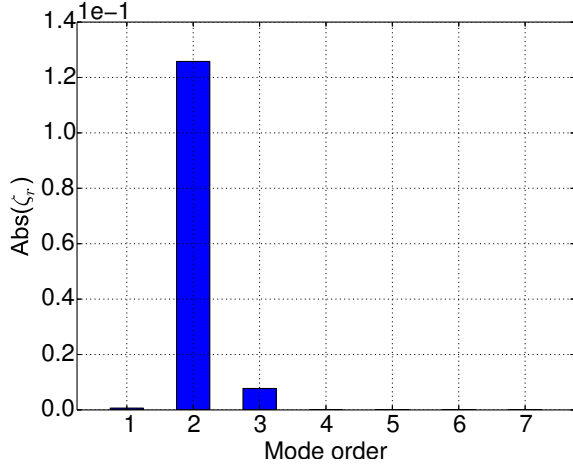
## 全系 2 次共振周波数のピークにおける入力パワーのクロスモード展開

図 3.4(b) の最適化対象周波数帯の低周波数側の共振周波数における全系のモード振幅  $|\zeta_r|$  , クロスモード振幅  $\text{Im} \{ \zeta_r \zeta_s^* \}$  , クロスモード入力パワーを , 初期配置の場合を図 3.8 に , 最適配置の場合を図 3.9 にそれぞれ示す . 全系のモード振幅は 1 次から 7 次 , クロスモード振幅とクロスモード入力パワーはクロスモード入力パワーの大きい 7 つを選び表示する . 図 3.8(c) , 図 3.9(c) のクロスモード入力パワーには , トータルのクロスモード入力パワーに加え , 各結合点 A , B , C からのクロスモード入力パワー成分も合わせて表示する .

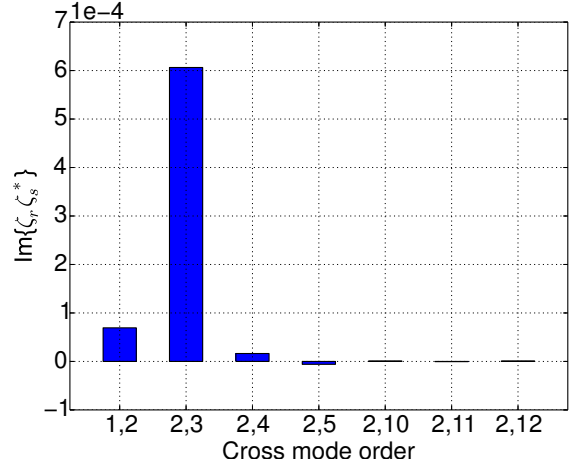
初期配置の場合においては , 図 3.8(a) のように全系 2 次モードが大きく励起している . 検討をしているような減衰が小さい場合 , クロスモード振幅は共振している全系 2 次モードとそれ以外の全系モードの位相差が  $\pi/2$  となることから , 共振している全系 2 次モードとのクロスモード振幅が大きくなる . 全系 2 次モードの次に全系 3 次モードのモード振幅が大きいことから , (2,3) 次のクロスモード成分が大きくなっていることが図 3.8(b) より確認できる . しかしながら , 図 3.8(c) のクロスモード入力パワーにおいては , (2,3) 次クロスモードの各取り付け点からの入力パワーが正と負で相殺するため , (2,3) 次クロスモードの総入力パワーは小さく , (2,4) 次クロスモードの入力パワーが支配的な成分となっている .

最適配置の場合においては , 図 3.9(a) のように全系 2 次モードの共振周波数であるが , 全系 3 次モードが全系 2 次モードよりも大きく励起している . この全系 2 次モード振幅の減少は , 図 3.7(b) のように , 全系 2 次モードのモード形状が加振点において節を持つためである . 全系 2 次モード振幅が小さいことより , それに伴い , 図 3.9(b) のように (2,3) 次モード以外の全系 2 次モードに関連したクロスモード振幅が小さくなり , それにより初期配置で支配的であった全系 (2,4) 次モードのクロスモード入力パワーも小さくなっていることが図 3.9(c) より確認ができる .

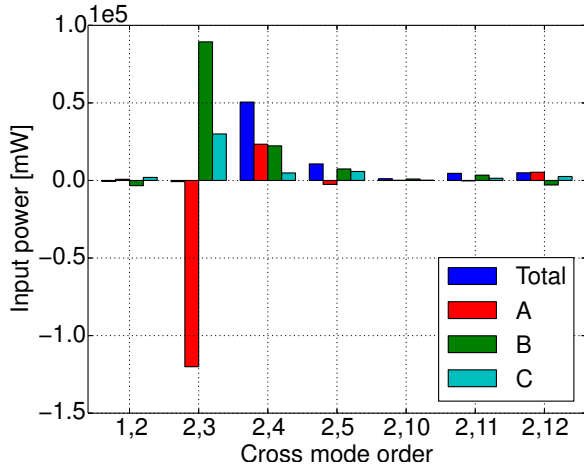
この全系 2 次モードを励起しないようにする全系モードの変化により , 剛体リンク a の L 端が振動モードの節となるため , 図 3.2 の入力点付近の減衰要素での振動が大きくなり , そこで大きなエネルギー散逸が発生していると考えられる . すなわち , 入力付近で大きな散逸をさせ , 系全体に流れるエネルギーの量を低減するようなエネルギーフローにしていると考察できる . 検討しているモデルの減衰が剛体リンク a の L 端の減衰要素と弾性梁の



(a) Modal amplitude

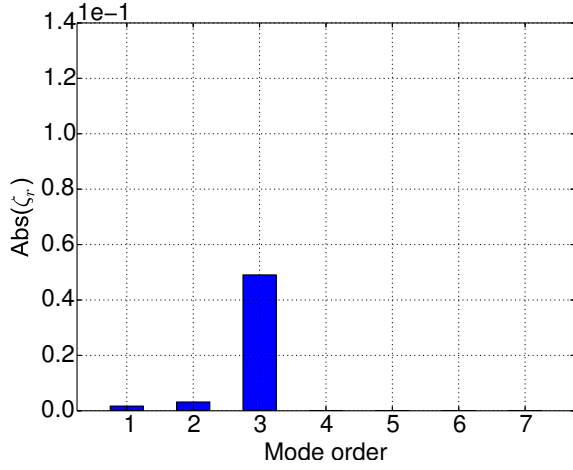


(b) Cross modal amplitude

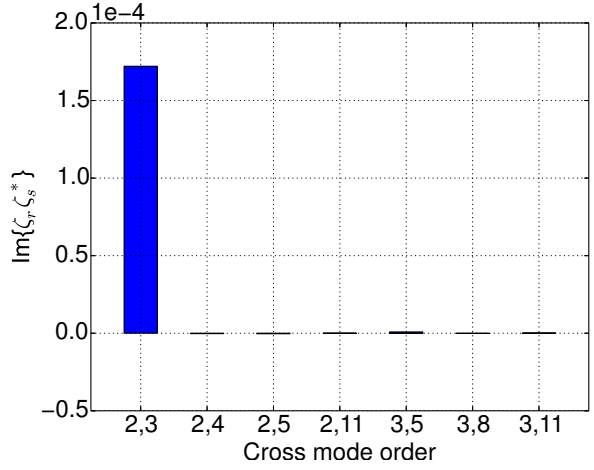


(c) Cross modal input power

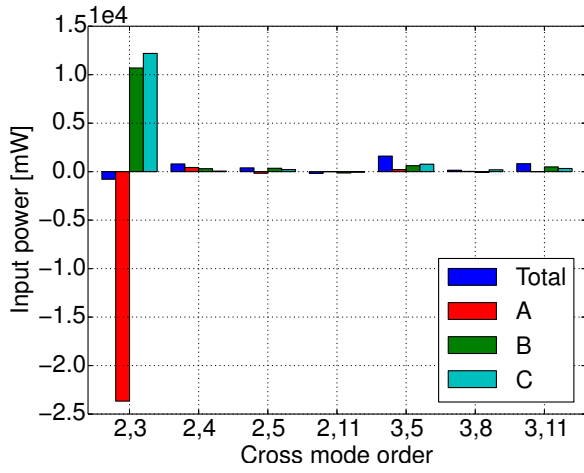
Fig 3.8: Modal component of whole system at 2nd peak in the initial configuration. (a) Modal amplitude. (b) Cross modal amplitude. (c) Cross modal input power. Total input power (blue), input power from the point A (red), from the point B (green) and from the point C (cyan)



(a) Modal amplitude



(b) Cross modal amplitude



(c) Cross modal input power

Fig 3.9: Modal component of whole system at 2nd peak in the optimized configuration. (a) Modal amplitude. (b) Cross modal amplitude. (c) Cross modal input power. Total input power (blue), input power from the point A (red), from the point B (green) and from the point C (cyan)

減衰のみであることから，系への入力パワーが同じであり，弾性梁の散逸パワーが小さくなれば剛体リンク a の L 端の減衰要素の散逸パワーが大きくなることはパワーバランスの観点からも明白である．

また，図 3.5 で確認された各結合点間の入力パワーの相殺は，図 3.8(c)，図 3.9(c) より入力パワーが相殺しているクロスモードが初期配置，最適配置ともに主に (2,3) 次クロスモードだけであることから，(2,3) 次クロスモードによるものであるということが分かる．特に図 3.5(b) の最適配置において正規化された入力パワーが 0 に近くなったことは，図 3.9(c) のように (2,3) 次モード以外のクロスモード成分の寄与が小さくなったためである．

したがって，全系 2 次共振周波数のピークにおける弾性梁への入力パワーの低減は以下の 2 つで成されていると考えられる．

1. 入力付近で大きくパワーを散逸をさせ，系へ流れるエネルギーの総量を低減
2. 弾性梁への入力パワーが相殺されるクロスモードのみが励起されるような全系のモードとすることによる弾性梁への入力パワーの相殺による低減

#### 最適化対象周波数帯より高周波側の入力パワーのクロスモード展開

図 3.4(b) において，最適化対象周波数ではないが，最適配置において 200Hz 以上の高周波域の入力パワーが低減している．250Hz におけるクロスモードを確認することにより，その周波数帯で入力パワーが低減している理由について考察を行う．図 3.10 に 250Hz における (a) モード振幅，(b) クロスモード振幅，(c) クロスモード入力パワーのそれぞれ初期配置の場合と最適配置の場合を示す．モード振幅は 1 次から 7 次を，クロスモード振幅とクロスモード入力パワーは，それぞれ初期配置，最適配置においてクロスモード入力パワーの大きい 7 つを選び，その論理和（結果として 8 個）を示す．

図 3.10(c) より，初期配置，最適配置ともに (3,5) 次，(3,11) 次クロスモード入力パワーが大きいことが分かる．また，初期配置においては，(2,5) 次，(2,11) 次クロスモード入力パワーも大きな成分を持っている．また，

まず，初期配置と最適配置の (3,5) 次クロスモード入力パワーについて考える．図 3.10(a) より，3 次，5 次ともに初期配置より最適配置の方が振幅が小さい．それに伴い，図 3.10(b)



において (3,5) 次クロスモード振幅が小さくなっていることが確認できる．これにより (3,5) 次クロスモード入力パワーが低減していると説明できる．

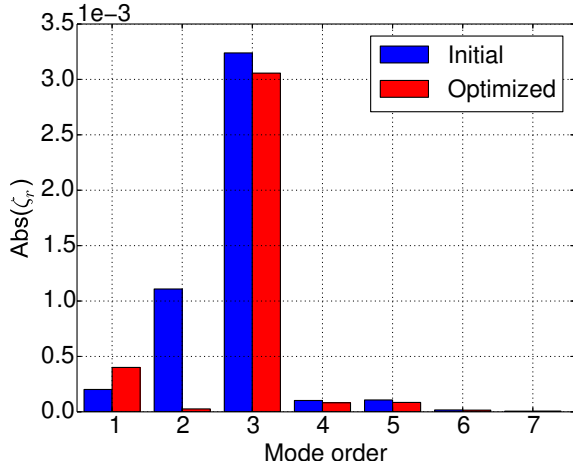
次に，(2,5) 次および (2,11) 次クロスモード入力パワーについて考える．図 3.10(a) において，最適配置における 2 次モード振幅が非常に小さくなっていることが確認できる．これは，前節でも述べたように，加振点が 2 次モードのモード形状の節となっているからである．そのため，2 次モードが関連する (2,5) 次，(2,11) 次のクロスモード振幅が小さくなる．その結果，(2,5) 次，(2,11) 次のクロスモード入力パワーがほぼ 0 になっている．

以上のクロスモード入力パワーによる結果より，エネルギーフローは全系の各固有モードの相互関係により決められていることがわかる．一般的に行われてきたモード解析では，単一の振動モードに着目して，その振幅を下げる対策を検討されてきた．しかしながら，本章で示したような複数の振動モードの相互関係によるエネルギーフローの変更を従来のモード解析で行うことは非常に難しいと思われる．特に，本論文の対象としている車両モデルとなると数百から数千の振動モードが存在する．その際には，各一つ一つの振動モードを対象に対策検討を行うより，エネルギーフローに着目して解析を行うことが良い設計を行う上で有用な方法であると言える．

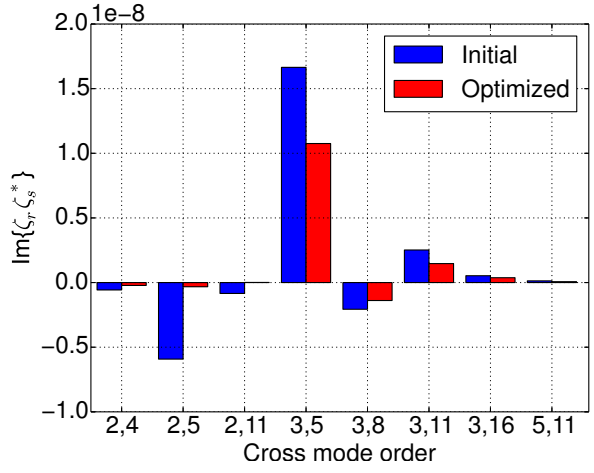
### 3.5 本章のまとめ

本章では，設計初期段階で特に検討が難しいサスペンションアームの配置検討の基礎検討を行った．これまでに行われてこなかったサスペンションアームによるロードノイズ低減を，サスペンションアームを剛体リンク，車体を弾性梁とした 2 次元基礎モデルにおいて検討を行った．基礎モデルによる検討により以下の結論を得た．

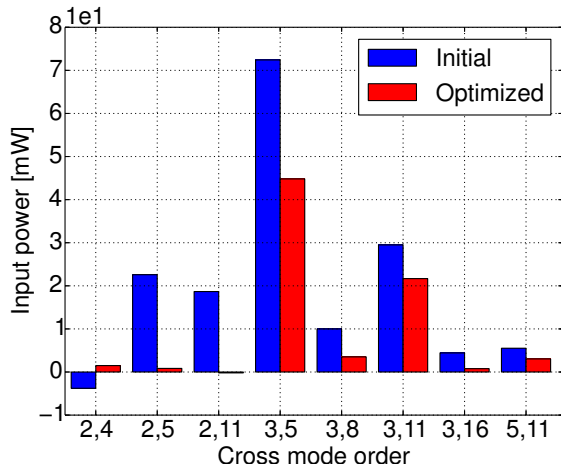
- 検討を行った 2 次元基礎モデルにおいて，系への入力パワーは剛体リンク配置の最適化前と後でほとんど変化しない．その一方，剛体リンクに支持される弾性梁への入力パワーは大幅に低減された．このことより，剛体リンクの配置を変更により系のエネルギーフローを大きく変化することが分かった．
- 弾性梁への入力パワー低減のメカニズムについて，エネルギーフローに着目し考察



(a) Modal amplitude



(b) Cross modal amplitude



(c) Cross modal input power

Fig 3.10: Comparison of modal componet at 250Hz. (a) modal amplitude, (b) cross modal amplitude and (c) cross modal input power in initial configuration (blue) and optimized configuration (red).

を行い，検討を行った基礎モデルでは以下の2つのメカニズムにより入力パワーが低減しているということが分かった．

1. 入力付近で大きくパワーを散逸をさせ，系へ流れるエネルギーの総量を低減
  2. 弾性梁への入力パワーが相殺されるクロスモードのみが励起されるような全系のモードとすることによる弾性梁への入力パワーの相殺による低減
- 入力パワーのクロスモード展開より，入力パワーの大きさはクロスモードで決まるため，対象としている周波数付近より離れた周波数に固有周波数をもつ振動モードの影響が現れることが分かった．

## 第4章 サスペンションブッシュの非線形復元力特性による時間領域の振動応答低減の基礎検討

### 4.1 はじめに

3章ではロードノイズを対象とした周波数領域の振動騒音低減検討を行った。ロードノイズは、振動振幅が微小であることから、一般的には線形解析で解析が行われる。サスペンションアームをつなぐサスペンションブッシュは、その復元力は非線形特性を有する。ロードノイズのような微小変位の現象では、平衡点まわりの線形化された線形復元力特性で十分な精度の解析ができるが、突起を乗り越えた時のハーシュネスと呼ばれる乗員に不快感をもたらす振動は大変位が生じ、その変位はサスペンションブッシュが非線形復元力を考慮しなければいけない程の大きさである。サスペンションに関連し大変位を生じる現象は、多くの場合においてハーシュネスのような時間領域の振動現象である。

そこで本章では、サスペンションブッシュの非線形復元力特性の設計の基礎検討として、時間領域の振動現象であるハーシュネスの低減について3章と同様なモデルを用いて検討を行う。3章ではロードノイズの入力としてタイヤ接地面の車体横方向の強制変位を用いたが、本章のハーシュネスの解析では突起乗り越しの強制変位を入力として用い、弾性梁の振動エネルギー応答の最大値を低減することを考える。

### 4.2 モデル

図4.1に示す3章と同様なモデルを用いて検討を行う。3章と異なる点は、バネ2～7が非線形バネであること、および接地面GDにおけるバネ1がX、Yの双方向についていることである。

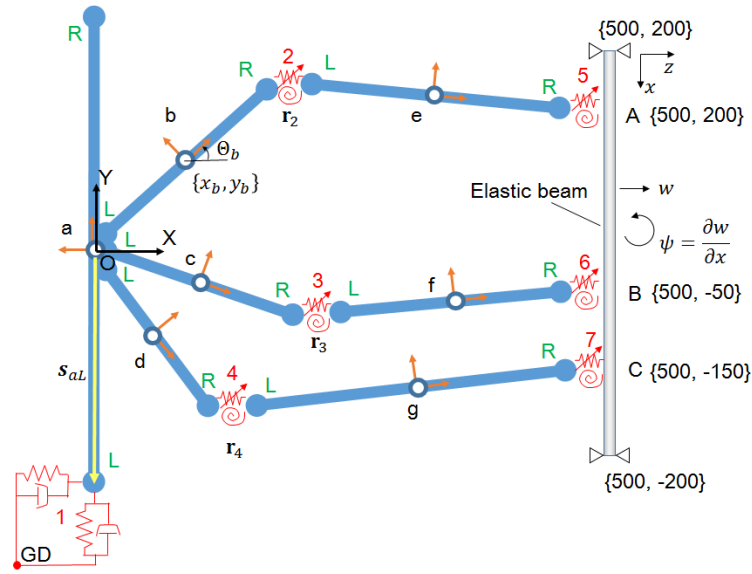


Fig 4.1: The model to be used in this chapter. Nonlinear springs are added to the model in chap.2.

図 4.1 に示すモデルは a ~ g の剛体リンクと両端単純支持の弾性梁からなり，剛体リンク b , c , d はその L 端で剛体リンク a の重心と固定される．剛体リンク e , f , g はその L 端でそれぞれ剛体リンク b , c , d と，R 端で弾性梁の結合点 A , B , C と並進バネおよび回転バネで結合されている．簡単のため，バネ 2 ~ 7 は並進方向にのみ非線形復元力を有し，回転方向は線形復元力で表せるとする．入力は，剛体リンク a の L 端の X 方向，Y 方向にそれぞれつけられた線形バネと減衰要素の他端 GD を強制変位する．

3 章で記載したパラメータと同じものは 3.2 節を参照されたい．本章に特有なパラメータは以下のようにになっている．バネ 1 の並進線形バネ剛性は X, Y 方向共に  $k_1 = 200 \text{ N/mm}$ ，減衰要素 1 の並進方向に関する減衰は X, Y 方向共に  $c = 0.1 \text{ Ns/mm}$  である．点 GD の強制変位  $u_{GD}$  は突起乗り越しを想定した式 (4.1)(4.2) を用いる．

$$\mathbf{u}_{GD} = \begin{Bmatrix} \frac{a}{2} \sin 2\vartheta \\ a \sin \vartheta \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\vartheta = \arccos \left( \frac{a - v\tau}{a} \right) \quad (4.2)$$

ここで， $\tau$  は強制変位の開始時刻を 0 とした時刻であり，突起の高さ  $a$  は 20 mm とする． $v$  は突起乗り越し時の乗り越し速度である．

## 4.3 運動方程式

図 4.1 に示した系の運動方程式をマルチボディダイナミクスの定式化<sup>[59]</sup>に基づき導出する．一般化座標として，剛体リンクの位置，姿勢および弾性梁のモーダル座標系を用い，剛体リンク a～d 間の結合を拘束として取り扱う．

### 4.3.1 一般化座標

#### 剛体リンク

3 章においては，各剛体リンクの両端と重心に一般化座標をとったが，本章においては，各剛体リンクの重心において局所座標をとり，大域座標  $O-XY$  における局所座標の位置および姿勢を一般化座標とする．これは，非線形バネを扱うのに，そのようにしたほうが扱いやすいからである．剛体リンク a を例にとると，剛体リンク a の一般化座標  $\mathbf{q}_a$  は次のように表される．

$$\mathbf{q}_a = \left\{ x_a \quad y_a \quad \Theta_a \right\}^T \quad (4.3)$$

ここで， $x_a, y_a$  はそれぞれ剛体リンク a の重心の  $X$  座標， $Y$  座標であり， $\Theta_a$  は剛体リンク a の姿勢である．すべての剛体リンクの一般化座標  $\mathbf{q}$  は次のように表される．

$$\mathbf{q} = \left\{ \mathbf{q}_a^T \quad \mathbf{q}_b^T \quad \mathbf{q}_c^T \quad \mathbf{q}_d^T \quad \mathbf{q}_e^T \quad \mathbf{q}_f^T \quad \mathbf{q}_g^T \right\}^T \quad (4.4)$$

#### 弾性梁

弾性梁の変位は，振動振幅が微小である場合を考える．これは，自動車のハーシュネスの現象を想定した際に，その振動の変位はサスペンションブッシュでは非線形復元力が発生するが，車体では非線形復元力が発生しない程度の振幅であるためである．

したがって，3 章と同じく両端単純支持梁の線形化された運動方程式より導出した実固有モードの重ね合わせで表せるとする．弾性梁の  $z$  方向たわみ変位  $w$  をモード座標で以下のように表す．

$$w = \sum_r \phi_r \xi_r \quad (4.5)$$

$\xi_r$  は  $r$  次モードのモード振幅 ,  $\phi_r$  は  $r$  次モードのモード形状であり , 両端単純支持の梁では次式である .

$$\phi_r(x) = \sin \frac{r\pi x}{L} \quad (4.6)$$

モード振幅の一般化座標  $\xi$  を以下のように定義する .

$$\xi = \left\{ \begin{matrix} \xi_1 & \xi_2 & \cdots \end{matrix} \right\}^T \quad (4.7)$$

### 4.3.2 局所座標から大域座標への座標変換

剛体リンクに固定された局所座標で表されるベクトルは上付き ( $l$ ) で表すとする . 例えば , リンク  $a$  の重心からリンク  $a$  の  $L$  端へのベクトル  $s_{aL}^{(l)}$  は次のようになる .

$$s_{aL}^{(l)} = \left\{ \begin{matrix} -l_a & 0 & 0 \end{matrix} \right\}^T \quad (4.8)$$

添え字  $aL$  は剛体リンク  $a$  の  $L$  端を意味し , 以降同様な表記で剛体リンクの端点を表す . 式 (4.8) において , ベクトルの第 1 , 第 2 成分はそれぞれ局所座標系における  $x , y$  座標を示す . 第 3 成分は剛体リンクの一般化座標と次元を同じにして表記を簡単にするために便宜上用いる . (したがって , 局所座標系では常に 0 である .) 局所座標系で表された式 (4.8) は剛体リンク  $a$  の座標変換マトリクス  $T_a$  を用いて大域座標  $O - XY$  での位置ベクトル  $s_{aL}$  へ変換される .

$$s_{aL} = T_a s_{aL}^{(l)} \quad (4.9)$$

$$T_a = \begin{bmatrix} \cos \Theta_a & -\sin \Theta_a & 0 \\ \sin \Theta_a & \cos \Theta_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

### 4.3.3 拘束

リンク  $a , b , c , d$  間の拘束は次のように表される .

$$\Phi = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{q}_b + s_{bL} - \mathbf{q}_a - \Delta_{ab} \\ \mathbf{q}_c + s_{cL} - \mathbf{q}_a - \Delta_{ac} \\ \mathbf{q}_d + s_{dL} - \mathbf{q}_a - \Delta_{ad} \end{matrix} \right\} = 0 \quad (4.11)$$

$\Delta_{ab}$  は剛体リンク a と剛体リンク b の無荷重時の平衡位置における相対角を表すベクトルであり，剛体リンク a の平衡姿勢  $\Theta_{0a}$ ，剛体リンクの平衡姿勢  $\Theta_{0b}$  を用いて次のように表される．

$$\Delta_{ab} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Theta_{0b} - \Theta_{0a} \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

$\Delta_{ac}$ ， $\Delta_{ad}$  に関しても同様である．

本論文で検討するモデルにおいては，剛体リンク a～d を一つの剛体として扱うことも可能であるが，ピンジョイントなどの拘束を有する場合なども考慮し，剛体リンク a～d の結合を拘束として取り扱う．

#### 4.3.4 バネによる復元力

並進方向のバネとして平衡位置に関して対称で等方性な復元力を有する非線形バネを考える．このような非線形特性を持つ様々なバネが考えられるが，簡単のため，1 次と 3 次関数により表される非線形バネを考える．その際の復元力のポテンシャルエネルギー  $U$  は次のように表される<sup>[64]</sup>．

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{1}{2}kr^2 + \frac{1}{4}\alpha r^4 \\ r^2 &= d_x^2 + d_y^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

ここで， $k$  は線形バネのバネ定数， $\alpha$  は 3 次の非線形復元力係数である． $d_x$ ， $d_y$  はバネの相対変位ベクトル  $\mathbf{d} = \{d_x \ d_y \ d_\theta\}^T$  の  $X$ ， $Y$  成分である．相対変位ベクトルは一般化座標を用いて表され，例えばバネ 2 における剛体リンク b に対する剛体リンク e の相対変位ベクトル  $\mathbf{d}_2$  は次のように表される．

$$\mathbf{d}_2 = \mathbf{q}_e + \mathbf{s}_{eL} - (\mathbf{q}_b + \mathbf{s}_{bR}) \quad (4.14)$$

$X$  方向， $Y$  方向の復元力  $f_x$ ， $f_y$  はそれぞれ式 (4.13) をバネが取り付けられた点の  $X$ ， $Y$  座標で偏微分することにより求められ最終的に次のようになる．

$$\left. \begin{aligned} f_x &= -kd_x - \alpha (d_x^3 + d_x d_y^2) \\ f_y &= -kd_y - \alpha (d_x^2 d_y + d_y^3) \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$



また，回転方向のバネは線形な回転バネとしており，そのバネ定数  $k_\theta$  とすると，復元モーメント  $f_\theta$  は次式となる．

$$f_\theta = -k_\theta d_\theta \quad (4.16)$$

本章で検討するモデルにおいて，式 (4.15)(4.16) の線形バネ係数  $k, k_\theta$  は3章と同じ値を用いる．

#### 4.3.5 系の運動方程式

各剛体リンクにかかる力およびモーメントと，弾性梁へかかる力およびモーメントの動的釣り合いより系の運動方程式が次式のように導かれる<sup>[59]</sup>．

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}_q \ddot{\mathbf{q}} + \Phi_{,q}^T(\mathbf{q}) \boldsymbol{\lambda} &= \mathbf{F}_q(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\xi}) \\ m_\xi \ddot{\boldsymbol{\xi}} &= \mathbf{F}_\xi(\mathbf{q}, \boldsymbol{\xi}) - \mathbf{c}_\xi \dot{\boldsymbol{\xi}} - \mathbf{k}_\xi \boldsymbol{\xi} \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

ここで， $\mathbf{M}_q$  は剛体リンクの質量マトリクス， $\mathbf{F}_q$  は剛体リンクを結合しているバネ1からバネ7による力と減衰要素1による力であり，剛体リンクの位置，速度および弾性梁の振動振幅の関数である．式 (4.17) の上式左辺第2項  $\Phi_{,q}^T(\mathbf{q}) \boldsymbol{\lambda}$  は拘束式 (4.11) による拘束力をラグランジュ乗数  $\boldsymbol{\lambda}$  を用いて表している．ここで， $\Phi_{,q}$  は拘束式 (4.11) のヤコビマトリクスである．表記  $x_{,y}$  は偏微分  $\partial x / \partial y$  を表し，以降も同表記は偏微分を示す． $m_\xi, \mathbf{c}_\xi, \mathbf{k}_\xi$  はそれぞれ弾性梁のモーダル質量マトリクス，モーダル減衰マトリクス，モーダル剛性マトリクスであり， $\mathbf{F}_\xi$  は剛体リンクと弾性梁との間のバネ5からバネ7による力をモーダル座標で表したベクトルで，剛体リンクの位置と弾性梁のモード振幅の関数である．

式 (4.17) は同時に拘束式 (4.11) を満たさなければならない微分代数方程式である．本論文においては，その微分代数方程式を陰解法のひとつであるニューマーク  $\beta$  法<sup>[65]</sup> を用いて数値積分する．

### 4.4 弾性梁エネルギーの過渡応答

自動車の性能のうち，時間領域で評価される性能はハーシュネスや瞬間最大応力などがあげられる．それらの一般的な評価として，本論文ではエネルギー最大値（弾性梁の振動エネルギーの過渡応答の最大値）を用いる．振動エネルギーで評価をする利点は，エネル

ギーフローの観点で解析を行うことができることである．エネルギーフローの観点で解析を行うことにより，図 4.1 のモデルのような複雑な系における非線形挙動においても振動エネルギーに対する各結合点および減衰の寄与を確認することができ，系の運動の変化の物理的解釈が容易となる．

#### 4.4.1 弾性梁エネルギーの過渡応答の感度

時刻  $t$  における弾性梁エネルギーの過渡応答  $\mathcal{E}(t)$  は次式のように時刻  $t$  における運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和で表される．

$$\mathcal{E}(t) = \frac{1}{2} \dot{\xi}^T \mathbf{m}_\xi \dot{\xi} + \frac{1}{2} \xi^T \mathbf{k}_\xi \xi \quad (4.18)$$

評価関数  $J_{obj}$  はエネルギー最大値とし，式 (4.19) で表される．

$$J_{obj} = \max \{ \mathcal{E}(t) \} \quad (4.19)$$

本論文では，エネルギー最大値に対するバネの非線形復元力特性の影響を，エネルギー最大値を最大化および最小化することにより示す．最大化および最小化は感度を用いた局所最適化により行う．設計変数を  $\gamma$  とすると，設計変数に対する弾性梁エネルギーの過渡応答の感度  $\mathcal{E}_{,\gamma}(t)$  は式 (4.20) となる．

$$\mathcal{E}_{,\gamma}(t) = \dot{\xi}_{,\gamma}^T \mathbf{m}_\xi \dot{\xi} + \xi_{,\gamma}^T \mathbf{k}_\xi \xi \quad (4.20)$$

したがって，評価関数である式 (4.19) の感度  $J_{obj,\gamma}$  は式 (4.21) となる．

$$J_{obj,\gamma} = \mathcal{E}_{,\gamma}(t_{max}) \quad (4.21)$$

ここで， $t_{max}$  はエネルギー最大値となる時刻である．

式 (4.20) において，弾性梁のモード振幅  $\dot{\xi}$ ， $\xi$  は運動方程式 (4.17) を数値積分することにより得られる．しかし，弾性梁のモード振幅の感度  $\dot{\xi}_{,\gamma}$ ， $\xi_{,\gamma}$  は未知である．本論文では，感度  $\dot{\xi}_{,\gamma}$ ， $\xi_{,\gamma}$  を数値積分によって直接求める方法を用いる<sup>[66]</sup>．弾性梁のモード振幅の感度を求めるために，運動方程式 (4.17) および拘束式 (4.11) を設計変数で偏微分する．感度の変数についてまとめると次式が導かれる．

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}_q \ddot{\mathbf{q}}_{,\gamma} + \Phi_{,\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\lambda}_{,\gamma} &= \mathbf{G}_q(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{q}_{,\gamma}, \dot{\mathbf{q}}_{,\gamma}, \boldsymbol{\xi}_{,\gamma}) \\ \mathbf{m}_\xi \ddot{\boldsymbol{\xi}}_{,\gamma} &= \mathbf{G}_\xi(\mathbf{q}, \boldsymbol{\xi}, \dot{\boldsymbol{\xi}}, \ddot{\boldsymbol{\xi}}, \mathbf{q}_{,\gamma}, \boldsymbol{\xi}_{,\gamma}, \dot{\boldsymbol{\xi}}_{,\gamma}) \\ \Phi_{,\gamma}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{,\gamma}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

式 (4.22) において  $q, \dot{q}, \ddot{q}, \xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi}, \lambda$  は式 (4.17) を数値積分した結果であり既知である。したがって、式 (4.22) は  $q_{,\gamma}, \xi_{,\gamma}, \lambda_{,\gamma}$  に関する微分代数方程式であり、式 (4.17) と同様にニューマーク  $\beta$  法を用いて数値積分を行うことで  $\dot{\xi}_{,\gamma}, \xi_{,\gamma}$  が得られる。

#### 4.4.2 弾性梁エネルギーに対する各結合点および減衰の寄与

バネの非線形復元力特性による弾性梁エネルギーの過渡応答の変化についての考察をエネルギーフローの観点から行う。そのために、検討しているモデルのパワーバランス方程式を導く。

弾性梁の運動方程式である式 (4.17) の下式を詳細に記すと式 (4.23) のようになる。

$$m_{\xi} \ddot{\xi} + c_{\xi} \dot{\xi} + k_{\xi} \xi = \phi_A^T F_{5\xi} + \phi_B^T F_{6\xi} + \phi_C^T F_{7\xi} \quad (4.23)$$

ここで、 $\phi_A$  は点 A における弾性梁のモード形状ベクトルを列ごとに並べたモード形状マトリクスであり、 $F_{5\xi}$  は点 A において剛体リンクと弾性梁を結合している非線形バネ 5 による力である。点 B における  $\phi_B, F_{6\xi}$ 、点 C における  $\phi_C, F_{7\xi}$  についても同様である。

式 (4.18) を時間微分は式 (4.24) となる。

$$\mathcal{E}(t) = m_{\xi} \ddot{\xi} + k_{\xi} \xi \quad (4.24)$$

式 (4.23) の左から  $\dot{\xi}^T$  をかけ、式 (4.24) を代入すると次のパワーバランス方程式が得られる。

$$\dot{\mathcal{E}}(t) = \dot{\xi}^T \phi_A^T F_{5\xi} + \dot{\xi}^T \phi_B^T F_{6\xi} + \dot{\xi}^T \phi_C^T F_{7\xi} - \dot{\xi}^T c_{\xi} \dot{\xi} \quad (4.25)$$

また、式 (4.25) を時刻  $T$  まで積分すると、時刻  $T$  における弾性梁エネルギーと時刻  $T$  までに弾性梁になされた仕事量に関する次式が得られる。

$$\mathcal{E}(T) = \int_0^T \left( \dot{\xi}^T \phi_A^T F_{5\xi} + \dot{\xi}^T \phi_B^T F_{6\xi} + \dot{\xi}^T \phi_C^T F_{7\xi} - \dot{\xi}^T c_{\xi} \dot{\xi} \right) dt \quad (4.26)$$

式 (4.25)、(4.26) はそれぞれ弾性梁への各結合点からの入力パワー寄与、仕事量寄与を表している。右辺第 1 項は点 A からの寄与を表し、右辺第 2 項、第 3 項はそれぞれ点 B、点 C の寄与を表している。右辺第 4 項は弾性梁の減衰による寄与である。

## 4.5 解析結果

図 4.1 のモデルにおいて，エネルギー最大値に対するバネの非線形復元力特性の影響について考える．バネ 2～7 における式 (4.13) で表される 3 次の非線形復元力係数  $\alpha_i$  ( $i = 2 \sim 7$ ) を設計変数とする．まず，局所最適化によりエネルギー最大値の最大化および最小化をする際に用いる感度について示す．次に，現実的な非線形復元力特性の設計範囲においてエネルギー最大値がどの程度変化するかを示すために，自動車のサスペンションブッシュを想定した非線形復元力特性の範囲においてエネルギー最大値を最大化および最小化する．その際のエネルギー最大値の変化のメカニズムをエネルギーフローの観点より考察する．最後に，入力の変動に対する影響の例として突起乗り越し速度を変化させた場合について検討し，設計的な観点において考察を行う．

### 4.5.1 エネルギーの過渡応答に対する各バネの非線形特性の感度

式 (4.17)(4.18) を用いて全てのバネの復元力特性が線形の場合 ( $\alpha_i = 0, i = 2, 3, \dots, 7$ ) における弾性梁エネルギーの過渡応答を求めた結果を図 4.2(a) に示す．式 (4.2) の突起乗り越し速度  $v$  は 6000 mm/sec とした．これは，後述において示すエネルギー最大値がほぼ最大となる突起乗り越し速度である．図 4.2(a) において，0.004 秒付近で突起乗り越しを開始した後の弾性梁エネルギーの過渡応答は 0.015 秒付近の時刻  $t_{max}$  で最大となり，その後は時間とともに減衰していることが確認できる．

次に，この場合の弾性梁エネルギーの過渡応答に対する各バネの非線形特性の感度の時刻歴を式 (4.20)(4.22) を用いて求めた結果を図 4.2(b) に示す．図 4.2(b) の縦軸である感度は，バネの非線形復元力特性を硬くした際に，弾性梁エネルギーが増大するときを正で示し，逆に減少するときを負で示している．すなわち，時刻  $t_{max}$  においては，図 4.2(b) よりバネ 2, 5 の感度が正の方向に高く，バネ 4, 7 の感度が負の方向に高いため，バネ 2, 5 を漸軟な非線形復元力特性とし，バネ 4, 7 を漸硬な非線形復元力特性とすることにより時刻  $t_{max}$  におけるエネルギー最大値を低減できることが予想される．

また，感度は図 4.2(b) のように時間とともに変動する．そのため，ある一つのバネの非線形復元力特性を変更すると，弾性梁エネルギーの過渡応答が低減する時刻もあるが，逆に増大する時刻もある．例えば，バネ 4, 7 の復元力の非線形性を硬くすることは時刻

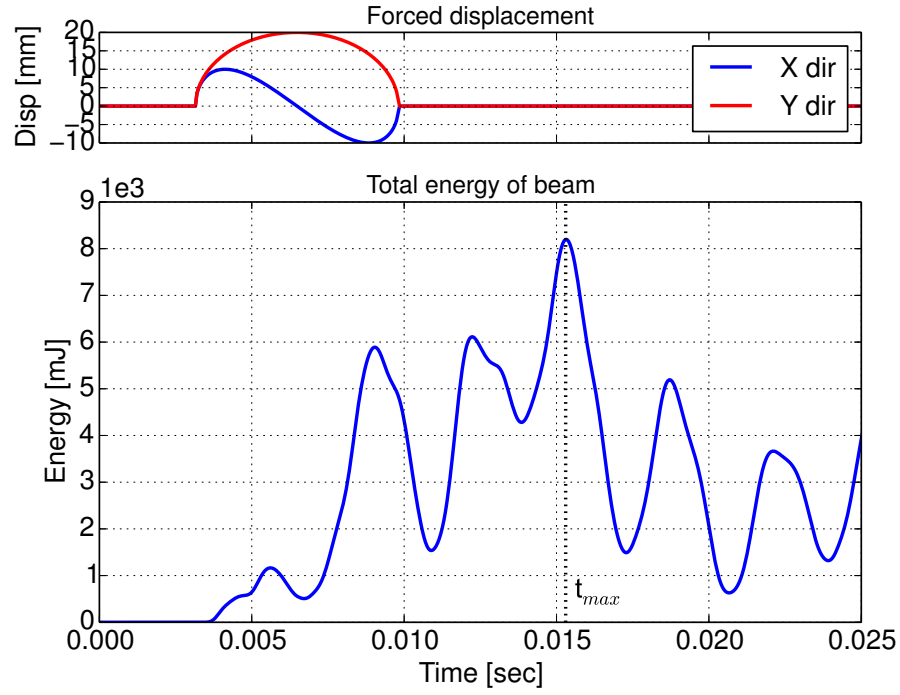
$t_{max}$  のピークを低減できるが、同時に 0.008 秒付近のピークが増大してしまうことが予想される。

#### 4.5.2 バネの非線形復元力特性を設計変数としたエネルギー最大値の最大化および最小化

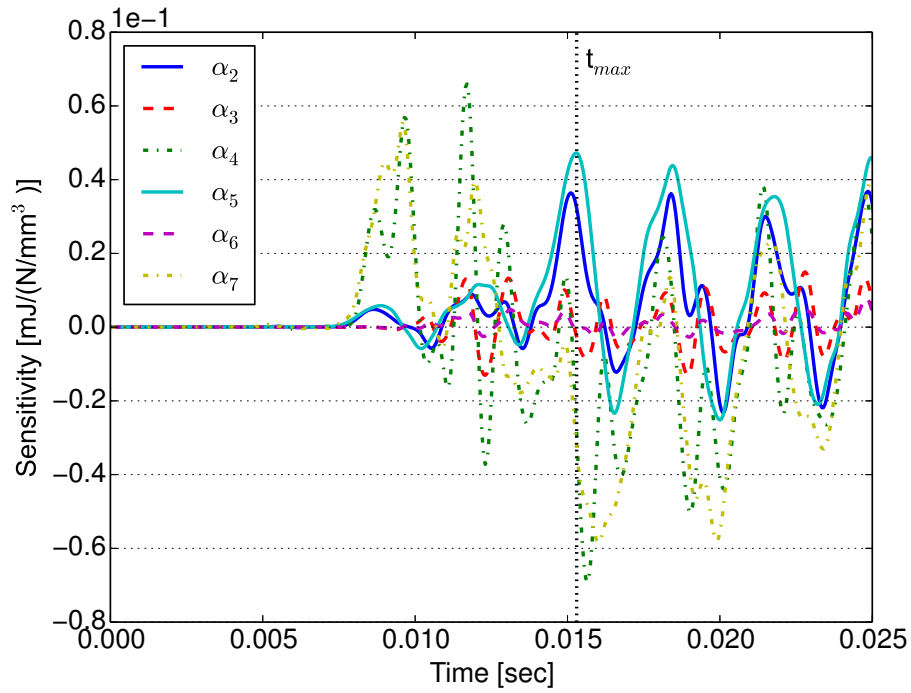
バネの復元力の非線形特性を設計変数とし、自動車のサスペンションブッシュを想定した設計範囲において最適化によりエネルギー最大値の最大化および最小化を行い、エネルギー最大値が現実的な設計範囲においてどの程度変化するかを調べる。その際の最適化においては感度を用いた局所最適化を行い、最適化手法は 3 章と同様、MMA<sup>[63]</sup> を用いた。この際の最適化の感度は、どの時刻のエネルギー最大値が対象になるかで、感度が急激に変わるため滑らかな関数の最適化ではない。そのため、最適解に収束しない恐れもあるが、検討しているモデルでは最適解に収束することが確認できた。

##### 非線形復元力係数の設計範囲

設計範囲は、自動車のサスペンションブッシュを想定し漸硬形の非線形性のみを考える。自動車のサスペンションは、本論文で検討しているような突起乗り越し時のハーシュネスだけでなく、ロードノイズなどの線形解析で検討される微小変位の現象に対しても重要な役割を担っている。非線形性が強すぎる場合には、ロードノイズのような微小変位の振動に対しても非線形性の影響が現れ予期せぬ振動が発生することが考えられる。そのようなことを避けるため、非線形性の強さの上限としては、ロードノイズのような微小振動における変位域では線形とみなせる程度の弱い非線形復元力特性とする。微小変位域とみなす範囲は、本論文と同様なモデルを用いてロードノイズを想定した解析を行った第 3 章の結果を参考にする。その解析におけるバネの相対変位の最大値は約 0.2 mm 程度であるので、微小変位域は -0.2 mm ~ 0.2 mm と設定する。そのような設計範囲として、3 次係数の上限は  $\alpha_i = 20000 \text{ N/mm}^3$ 、下限は  $\alpha_i = 0 \text{ N/mm}^3$ （すなわち、線形復元力特性）とする。図 4.3 に設計範囲の上限と下限の復元力特性をそれぞれ示す。



(a)



(b)

Fig 4.2: Transient energy sensitivity in the case of linear restoring force characteristics : (a) Vibration energy response of the beam and forced displacement. (b) Sensitivities w.r.t. each third order nonlinear coefficient  $\alpha_i$ .

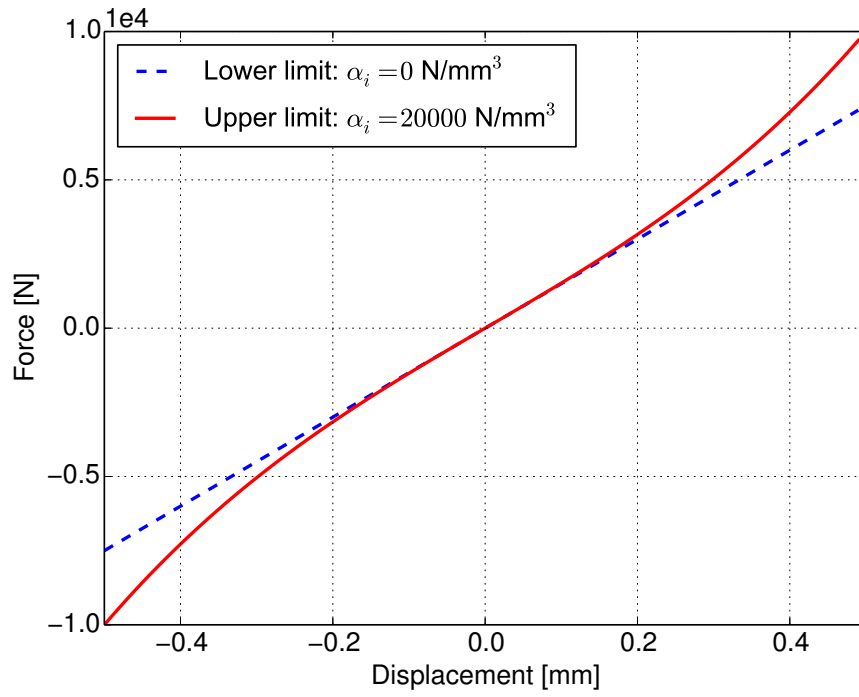


Fig 4.3: Design variables upper bound (blue dashed) and lower bound (red solid) of 3rd order nonlinear restoring force characteristics of the nonlinear springs.

## 非線形復元力特性の最適化結果

図 4.4 に突起乗り越し速度 6000 mm/sec における，バネの復元力が線形の場合（以降，線形ケース），エネルギー最大値を最大化した場合（以降，最大化ケース），エネルギー最大値を最小化した場合（以降，最小化ケース）の弾性梁エネルギーの過渡応答を示す．また，表 4.1 に最大化ケースおよび最小化ケースのバネ 2～7 の非線形復元力係数を示す．それぞれのケースにおけるエネルギー最大値は図 4.4 において，それぞれ i)，ii)，iii) で示された点であり，最大化ケース，最小化ケースは線形ケースに比べ約  $\pm 10\%$  の変動をしており，その変動幅は小さくない．また，それぞれのエネルギー最大値となる時刻は若干異なっていることがわかる．

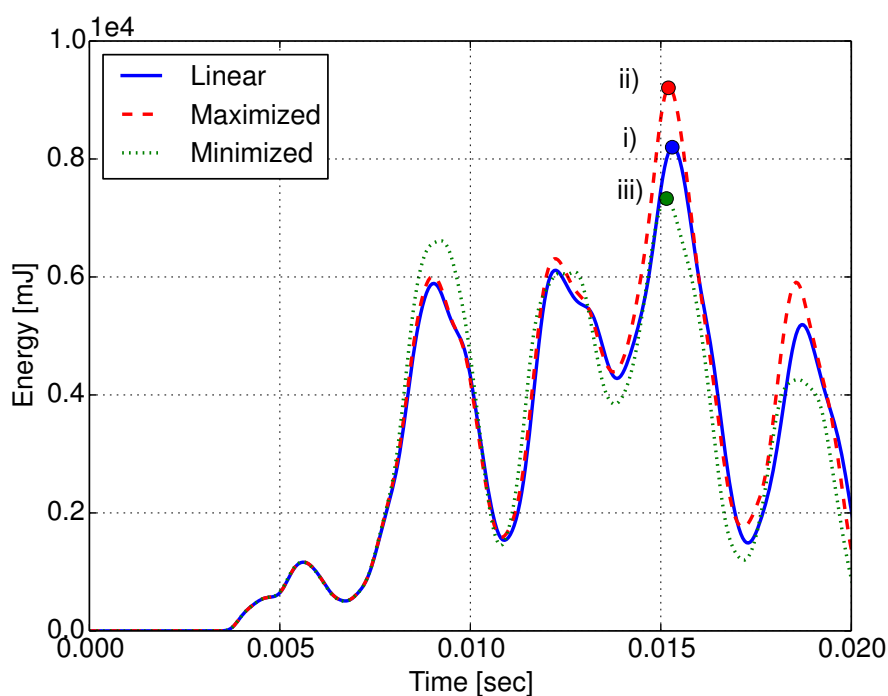


Fig 4.4: Transient energy response at passing velocity  $v = 6000$  mm/sec: linear case (blue solid), maximized case (red dashed) and minimized case (green dotted).

次に，大きな非線形復元力が発生しているバネおよびその時刻を確認するために，図 4.5(a) に最大化ケース，図 4.5(b) に最小化ケースにおける各バネの相対変位の絶対値を示す．表 4.1 の結果より，最適解において非線形性を有するバネの非線形復元力係数は設計



表 4.1: Optimization results at passing velocity  $v = 6000$  mm/sec. 3rd order nonlinear restoring force coefficients  $\alpha_i$  of the case of minimized and maximized

	$\alpha_2[\text{N/mm}^3]$	$\alpha_3[\text{N/mm}^3]$	$\alpha_4[\text{N/mm}^3]$	$\alpha_5[\text{N/mm}^3]$	$\alpha_6[\text{N/mm}^3]$	$\alpha_7[\text{N/mm}^3]$
Maximize	20000.	0.	0.	20000.	0.	0.
Minimize	0.	20000.	20000.	0.	20000.	20000.

範囲の上限 ( $\alpha = 20000$  N/mm<sup>3</sup>) となっている．その非線形復元力係数のバネにおいて大きな非線形復元力が発生する範囲として，バネの相対変位の絶対値が 0.25 mm 以上の範囲に着目する．最大化ケースの図 4.5(a) においては表 4.1 よりバネ 2, 5 が非線形性を有しているので，エネルギー最大値となる時刻  $t_{max}$  までの間にこれらのバネの復元力が非線形領域となる時刻は 0.009 秒, 0.012 秒, 0.015 秒付近である．また，最小化ケースの図 4.5(b) においては，バネ 3, 4, 6, 7 が非線形性を有しているので 0.008 秒から 0.011 秒の間で非線形復元力が発生していることがわかる．

まず，最小化ケースに注目する．図 4.4 より，最小化ケースにおいて大きな非線形復元力が発生している時刻（図 4.5(b) の 0.008 秒から 0.011 秒の間）で弾性梁エネルギーの過渡応答が線形ケースに比べ大きく変化していることが確認できる．また，その後のエネルギー最大値となる時刻  $t_{max}$  において図 4.5(b) では大きな非線形復元力は発生しないが図 4.4 ではエネルギー最大値は線形ケースに比べ小さくなっている．これは，次のようなメカニズムであると考えられる．まず，大きな非線形復元力が発生している時刻（0.008 秒から 0.011 秒の間）において系の運動が線形ケースに比べ変化をする．言い換えると，その後の時刻の自由振動の初期値が変化する．その結果，その後の時刻において，最小化ケースに大きな非線形復元力は発生しないがエネルギー最大値に差が表れることになる．

一方，最大化ケースにおいても，最小化ケースの場合と同じように，エネルギー最大値となる時刻  $t_{max}$  より前の時間で発生した非線形復元力により系の運動が変化し，その後の自由振動が変化した結果，エネルギー最大値が増加していると考えられる．それに加え，最大化ケースにおいては，時刻  $t_{max}$  においても非線形復元力が発生しており，そのため時刻  $t_{max}$  における弾性梁への入力が大きくなり，これによってもエネルギー最大値が増加していると考えられる．

最大化ケースおよび最小化ケースにおいて，非線形復元力により系の運動がどのように変化し，どのようにエネルギー最大値が変化するかについて，次節で弾性梁のエネルギーフローの変化に着目し考察を行う．

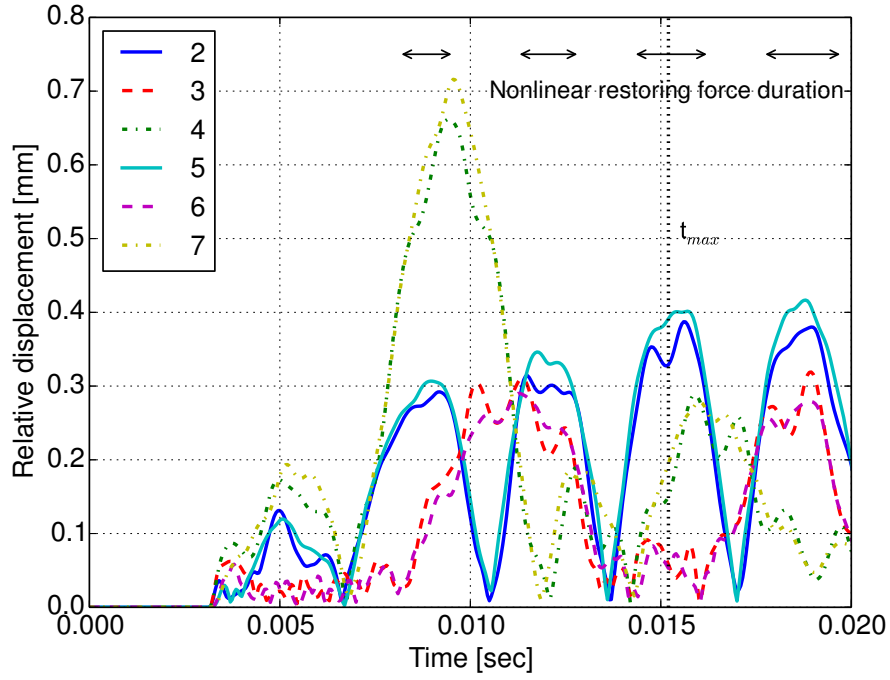
#### 4.5.3 バネの非線形復元力によるエネルギーフローの変化についての考察

弾性梁エネルギーおよびその時間微分は式 (4.25)(4.26) で示したように，弾性梁への仕事量および入力パワーに関して，各結合点 A, B, C および減衰の寄与に分けることができる．それらの寄与の各結合点ごとの比較を図 4.6 ~ 4.8 に示す．ここで，減衰による寄与は非常に小さいため無視する．図 4.6 ~ 4.8 において，線形ケースは実線，最大化ケースは破線，最小化ケースは点線で示されている．また，それぞれの差を明確にするために線形ケースと最大化ケースおよび最小化ケースの差をそれぞれの図の下図に示している．

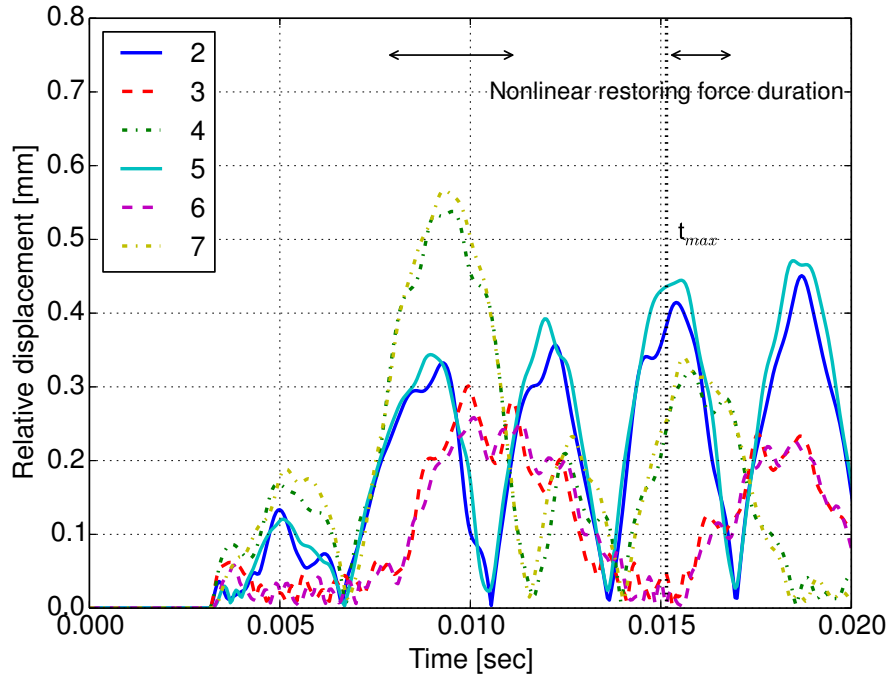
まず，最小化ケースに注目する．図 4.6 ~ 4.8(a) の入力パワーの比較において，最小化ケースで大きな非線形復元力が発生した時刻（0.008 秒から 0.011 秒の間）において，各結合点とも線形ケースに対して入力パワーが変動していることがわかる．この時刻は，図 4.5(a) において，バネ 4, 7 が大きな非線形復元力を発生していた時刻である．バネ 4, 7 は，剛体リンク  $g$  の両端であり，すなわち点 C に関連している．したがって，図 4.8(a) に示す点 C からの入力パワーの変動がその時刻で特に大きくなっている．また表 4.1 より，最小化ケースにおいては点 A につながるバネ 2, 5 は線形な復元力特性である．しかし，点 A においても入力パワーが変動していることが確認できる．これは，バネの非線形復元力により局所的なバネの反力が変わるだけでなく，その反力により系全体の運動が変化していることを表している．

非線形復元力による入力パワーの変動により，入力パワーの積分値である仕事量に変化する．図 4.6 ~ 4.8(b) の各点からの仕事量の比較より，時刻  $t_{max}$  において点 B からの仕事量が低減しており，これが最小化ケースのエネルギー最大値の低減に大きく寄与している．また，大きな入力パワーの変動がみられた点 C による仕事はエネルギー最大値に対し寄与が小さいことが図 4.8(b) よりわかる．すなわち，点 C に関連するバネ 4, 7 の非線形復元力は，点 B からの仕事量をエネルギー最大値となる時刻  $t_{max}$  で低減するように系全体の運動を変化させる役割をしていると推察できる．

最大化ケースにおいても，図 4.6 ~ 4.8(a) の入力パワーの比較においては，非線形復元



(a)



(b)

Fig 4.5: Time histories of the absolute relative displacements of the each spring: the case of (a) the maximized and (b) the minimized. The arrows in the figures highlight the duration at which nonlinear forces are generated.

力が最初に発生した 0.009 秒以降で線形ケースに対して入力パワーが変動している．その入力パワーの変動は，最小化ケースと同様に，非線形バネに関連する点 A だけでなく，その他の線形バネに関連する結合点でも確認できる．したがって，最大化ケースにおいても非線形復元力により系全体の運動が変化していることがわかる．このことは，図 4.6 ~ 4.8(b) の各点からの仕事量の比較においても確認できる．時刻  $t_{max}$  において点 A, B の仕事量が増加しているが，点 B に関連するバネ 3, 6 は線形バネでつながれている．それに関わらず，点 B からの寄与も大きくなっているのは，最大化ケースにおいても，非線形復元力による系全体の運動の変化がエネルギー最大値の変化に大きく寄与しているからと考えられる．

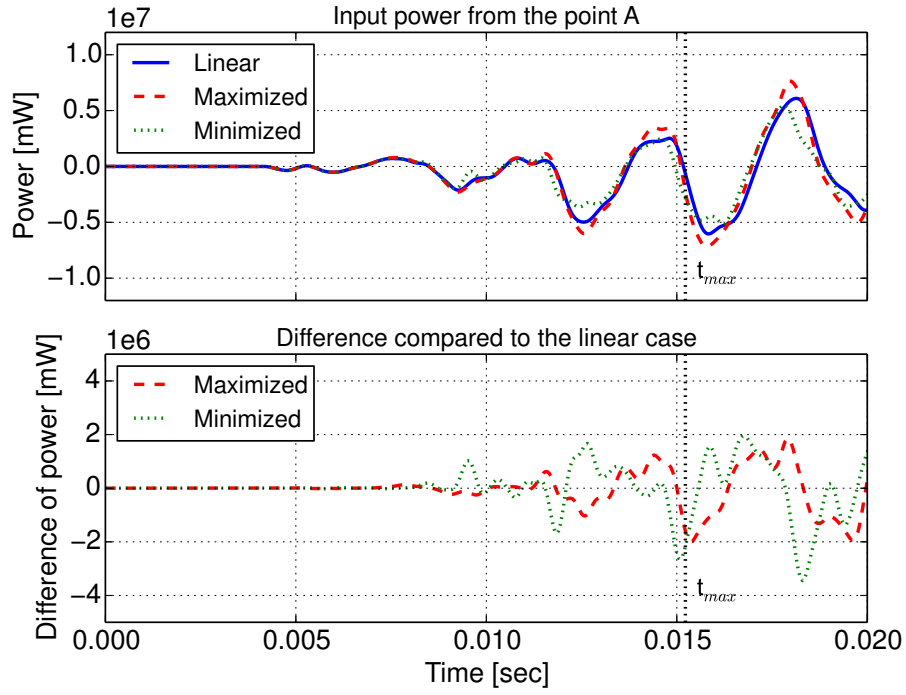
このように，サスペンションのような複雑な系においては，バネの非線形復元力のエネルギー最大値への影響は，局所的に復元力が大きくなることではなく，系全体の運動が変化することに起因する．言い換えると，ある結合点のバネの非線形復元力特性を変更すると，その影響は，その結合点のみだけでなく他の結合点からの寄与にも現れる．さらに，エネルギー最大値の変化は，エネルギー最大値となる時刻  $t_{max}$  に発生する非線形復元力だけでなく，それ以前の時刻に発生した非線形復元力にも起因する．このような複雑なメカニズムにおいては，それぞれのバネの非線形復元力がエネルギー最大値に対してどのような影響を及ぼすか予測し設計をすることは容易でない．したがって，エネルギー最大値を低減するようなバネの非線形復元力特性の設計を探索することに対し，本論文の感度解析や最適化などは有用な手法であるといえる．

#### 4.5.4 突起乗り越し速度の変化による影響

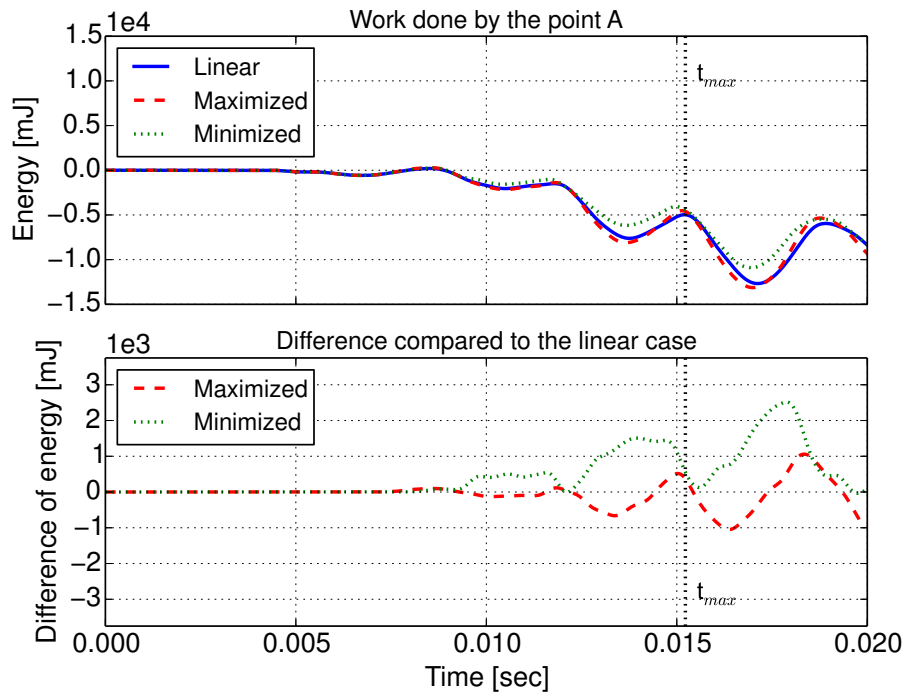
突起乗り越し速度に対するバネの非線形復元力特性の最適解の変化

本論文で想定している自動車の突起乗り越しの際には，突起の形状や乗り越し速度により，その入力周波数特性は変化する．入力の周波数特性が異なると，一般的に励起される各振動モードの振幅および位相の関係が変わることから，その過渡応答も変化する．その際には，バネの非線形復元力の過渡応答への影響も変化することが予想される．そこで，入力に変化した際のバネの非線形復元力の影響について考察を行う．

入力に変化する要因はいろいろあるが，突起の形などは多くのバリエーションが考えら

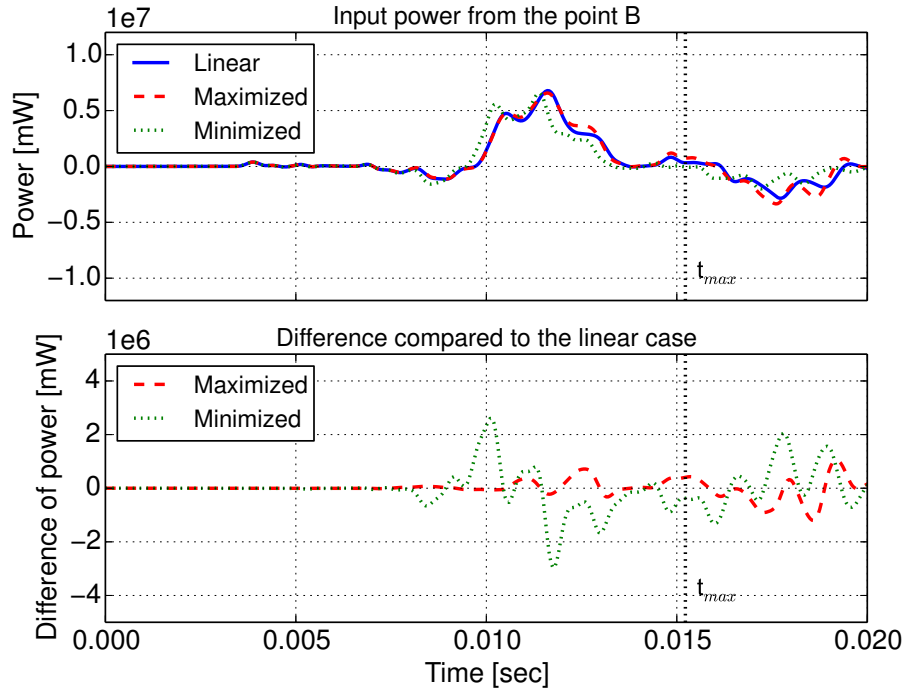


(a) Input power

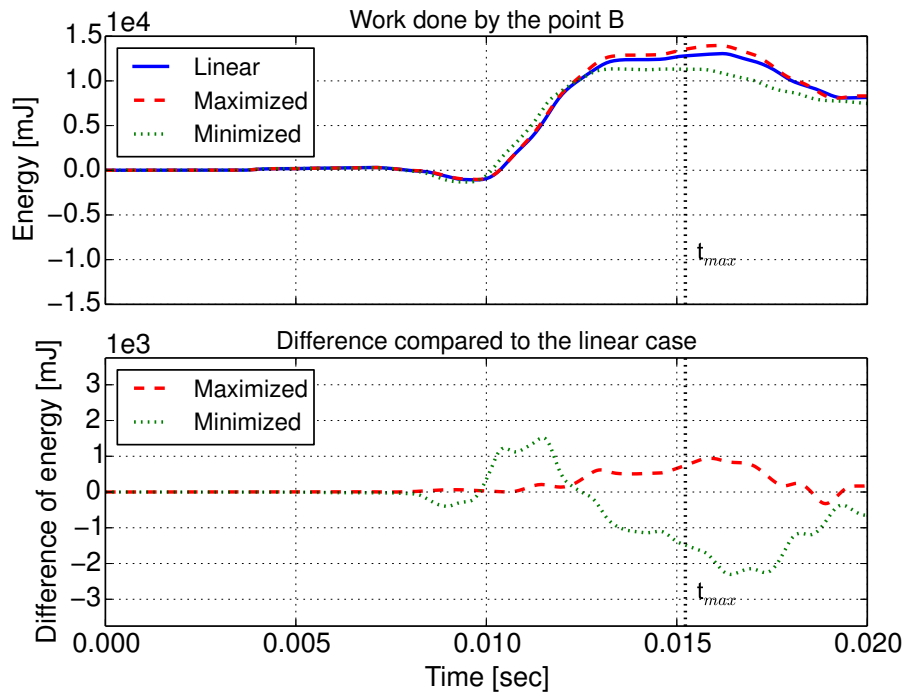


(b) Work

Fig 4.6: Contributions to (a) input power and (b) work from the connection point A: the linear case (blue solid), the maximized case (red dashed) and the minimized case (green dotted).

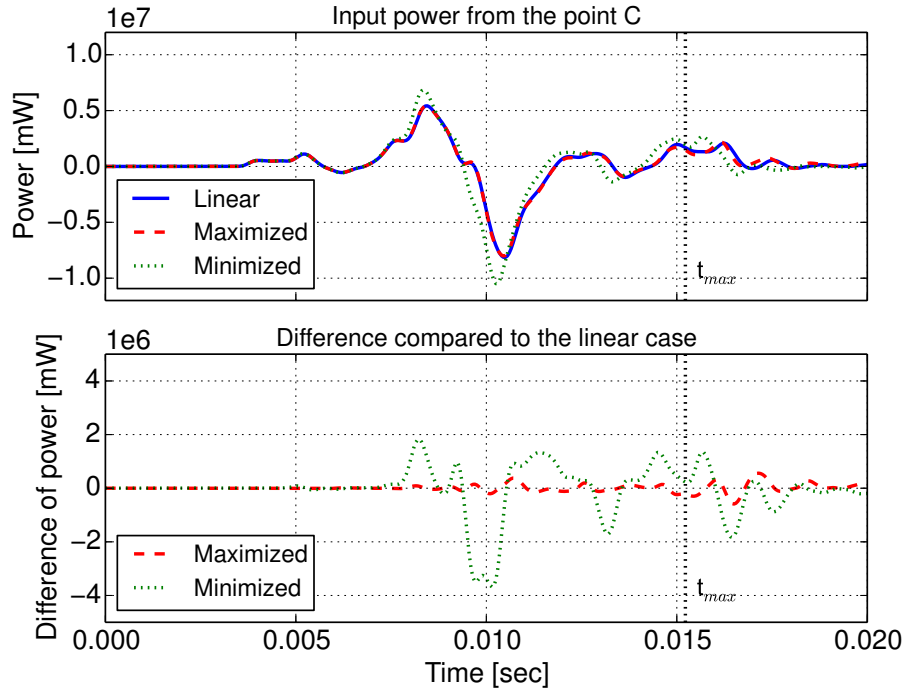


(a) Input power

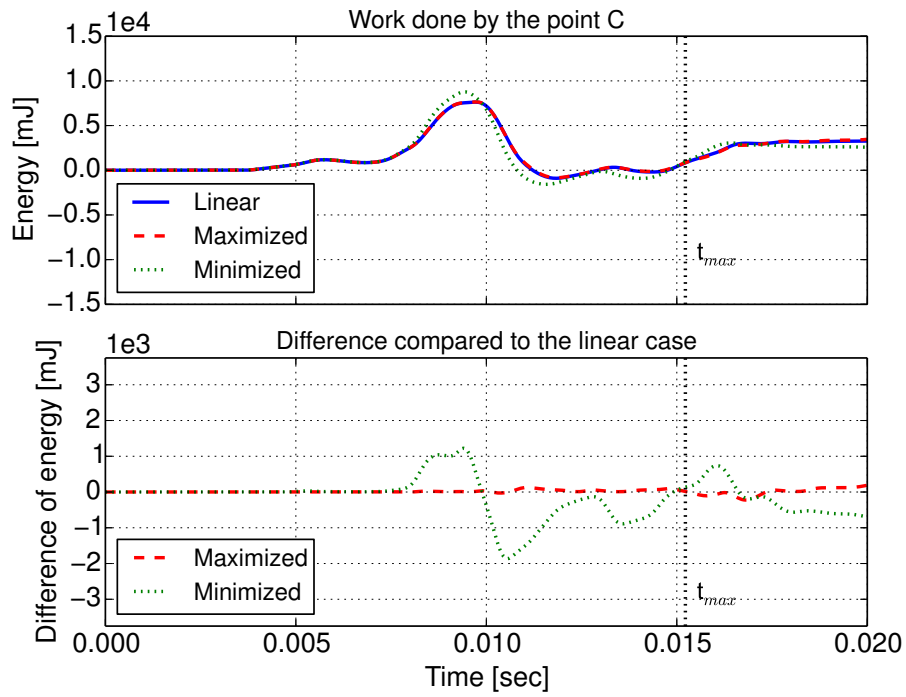


(b) Work

Fig 4.7: Contributions to (a) input power and (b) work from the connection point B: the linear case (blue solid), the maximized case (red dashed) and the minimized case (green dotted).



(a) Input power



(b) Work

Fig 4.8: Contributions to (a) input power and (b) work from the connection point C: the linear case (blue solid), the maximized case (red dashed) and the minimized case (green dotted).

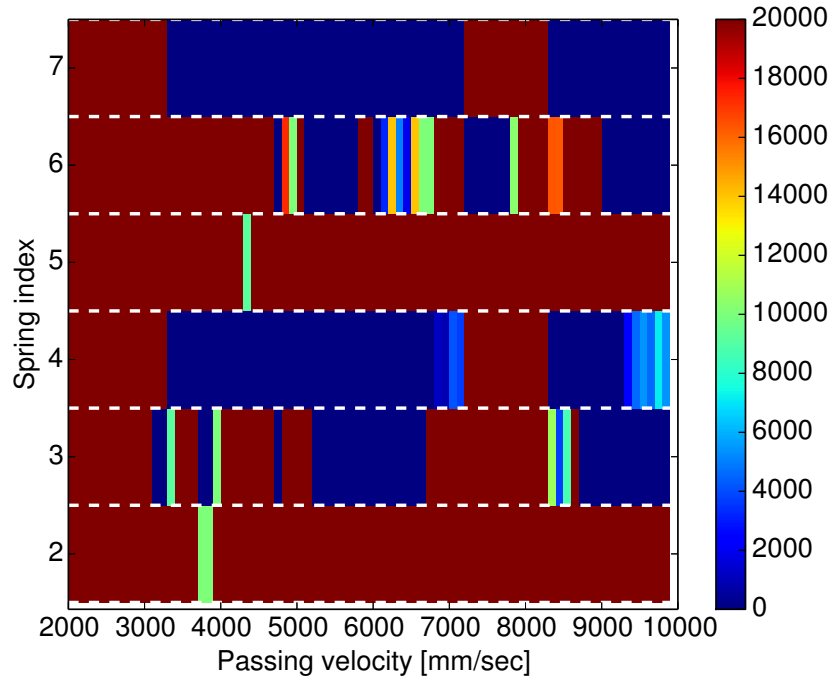
れる．通常，自動車の設計においては，突起の形などは代表的な突起を対象として考えるため，本論文では突起の形状は固定する．突起の形状より，自動車の設計として検討されるのは，突起乗り越し速度の変化に対する応答の変化の仕方である．そのため，ここでは突起乗り越し速度に対する変化について考える．

突起乗り越し速度  $2000 \sim 10000 \text{ mm/sec}$  において最大化ケースおよび最小化ケースとなる非線形復元力係数を図 4.9 に示す．最適化は各突起乗り越し速度ごとに独立に行っているため，図 4.9 のように各突起乗り越し速度ごとに異なった非線形復元力特性となっている．また，その際のエネルギー最大値を図 4.10 に示す．図 4.10 において，実線は線形ケース，破線は最大化ケース，点線は最小化ケースを示している．

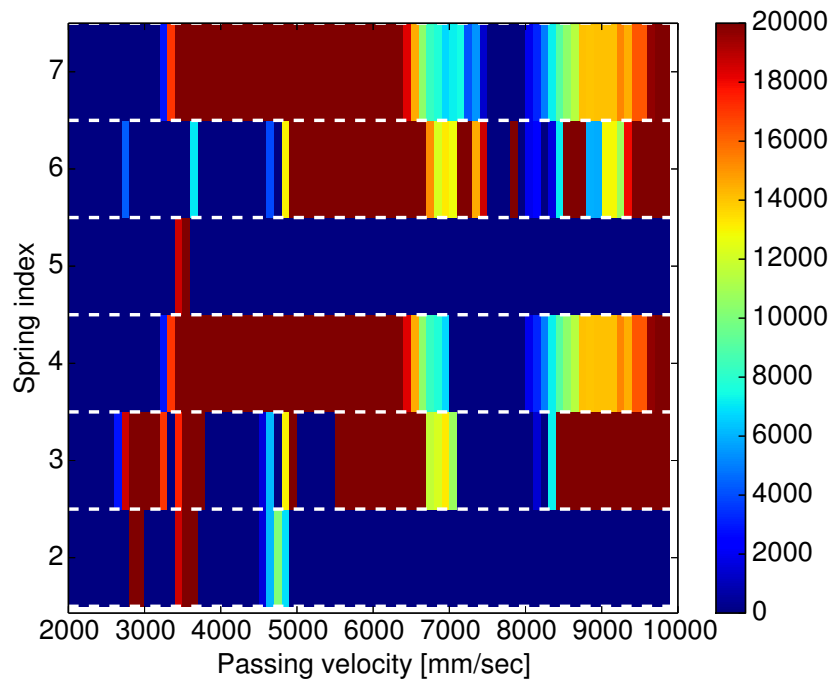
図 4.9 より，バネの非線形復元力係数の最適解は，最大化ケース，最小化ケースともに，ある突起乗り越し速度の範囲でそれぞれ同じ最適解となっている傾向がみられる．例えば，最小化ケースでは， $4000 \sim 4500 \text{ mm/sec}$ ， $5500 \sim 6400 \text{ mm/sec}$  などの範囲である．これは，突起乗り越し速度が大きく変わらない場合は，入力周波数特性は大きく変わらないためである．そのような際には，励起される系の振動も大きく変わらず，同様な振る舞いとなるため，その振動に対する最適解が同様な結果となる．

図 4.10 より，本論文で検討しているモデルにおいては，突起乗り越し速度  $6000 \text{ mm/sec}$  付近でエネルギー最大値が大きくなっていることが確認できる．その速度付近においては最大化ケースと最小化ケースのエネルギー最大値の差が大きくなっている．これは，振動振幅が大きくなるにしたがってバネの復元力に大きな非線形成分が発生するため，系のエネルギーフローの変化に対する影響が大きくなるからであると考えられる．また，図 4.10 の突起乗り越し速度が  $2000 \sim 3000 \text{ mm/sec}$  および  $7000 \sim 8000 \text{ mm/sec}$  のあたりにおいては，線形ケースと最小化ケースの結果が同じとなっている．それらの突起乗り越し速度範囲におけるバネの非線形復元力係数を図 4.9(b) で確認すると，全てもしくはほとんどのバネの非線形復元力係数が同時に 0 となっている．これらは，入力周波数特性によっては，エネルギー最大値となる時刻においてすべてのバネの非線形復元力特性の感度が同符号となるからである．すなわち，入力周波数特性によっては，非線形復元力特性によるエネルギー最大値の低減ができない場合もあることを示している．





(a)



(b)

Fig 4.9: Optimized 3rd nonlinear restoring force coefficients of each springs in passing velocities from 2000 mm/sec to 10000 mm/sec. (a) the maximized case. (b) the minimized case.

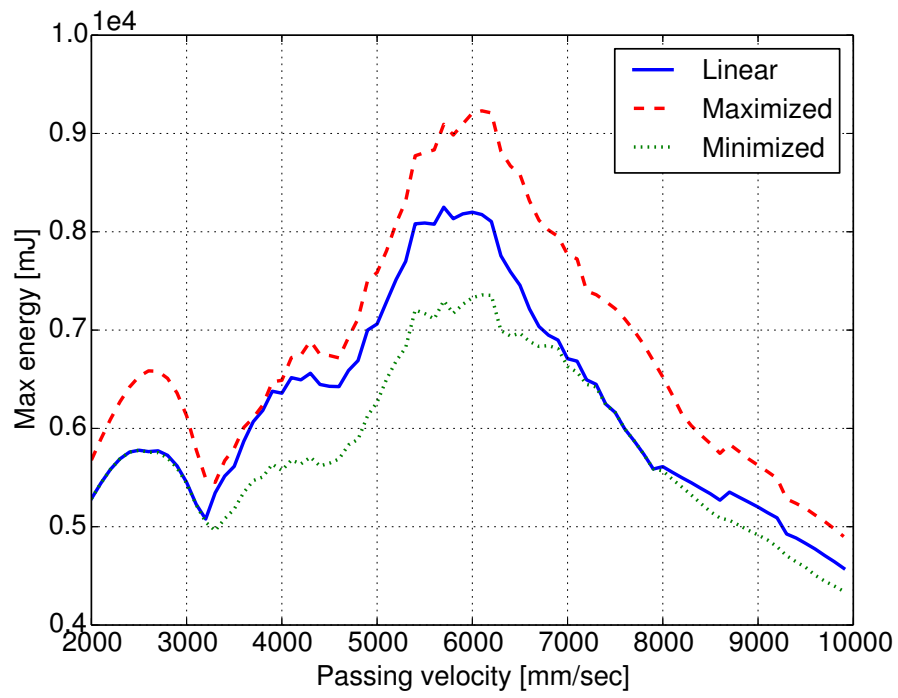


Fig 4.10: Maximum energy response at the different passing velocities. The linear case (blue solid), the maximized case (red dashed) and the minimized case (green dotted). Each optimized results is obtained at each passing velocity one by one.

## バネの非線形復元力特性最適化の設計への応用についての考察

次に、設計的な観点で考察をする。実際の設計をする際には、それぞれのバネごとに一つの非線形復元力特性に固定しなければならない。通常、突起乗り越し時の過渡応答は、その最悪となる場合を問題として対策をする。前節で述べたように、突起乗り越し速度が大きく変わらない場合は、入力周波数特性は大きく変わらず、励起される振動の振る舞いは同様である。そのため、設計上問題となる突起乗り越し速度帯のエネルギー最大値を低減しようとした場合、その問題となる突起乗り越し速度帯におけるある一つの突起乗り越し速度のエネルギー最大値を低減するようなバネの非線形復元力特性を設計すれば、同時にその周辺の突起乗り越し速度帯においてもエネルギー最大値を低減できると考えられる。そこで、本論文のモデルにおいては、図 4.10 で最大値となる突起乗り越し速度  $6000 \text{ mm/sec}$  付近のエネルギー最大値を低減するために、非線形バネの復元力特性を  $6000 \text{ mm/sec}$  の最適解（すなわち表 4.1 に示す非線形復元力特性）に固定した場合を検討する。その際の突起乗り越し速度に対するエネルギー最大値を図 4.11 に示す。

図 4.11 において、想定どおり  $6000 \text{ mm/sec}$  付近のエネルギー最大値が大きく低減できている。その一方、前節で述べた最小化ケースと線形ケースの最適化結果が同一で、それよりエネルギー最大値を低減できない突起乗り越し速度（ $7000 \sim 8000 \text{ mm/sec}$  など）では線形ケースより悪化している。しかし、その悪化している突起乗り越し速度のエネルギー最大値は、着目している  $6000 \text{ mm/sec}$  付近のエネルギー最大値より小さく、通常、問題とならない。したがって、このバネの非線形復元力特性の設計は良好な設計であるといえる。

## 4.6 本章のまとめ

本章では、第 3 章と同様なモデルにおいて、自動車のハーシュネス低減の基礎検討として、突起を乗り越した時の弾性梁の振動エネルギーの過渡応答における最大値を低減するバネの非線形特性を感度解析に基づく最適化手法を用いて求めた。その低減メカニズムについて考察を行い、以下の結論を得た。

- 弾性梁の振動エネルギーの過渡応答における最大値は、その最大値となる時刻以前の時刻において、どの場所またはどの時刻において大きな非線形復元力が発生する

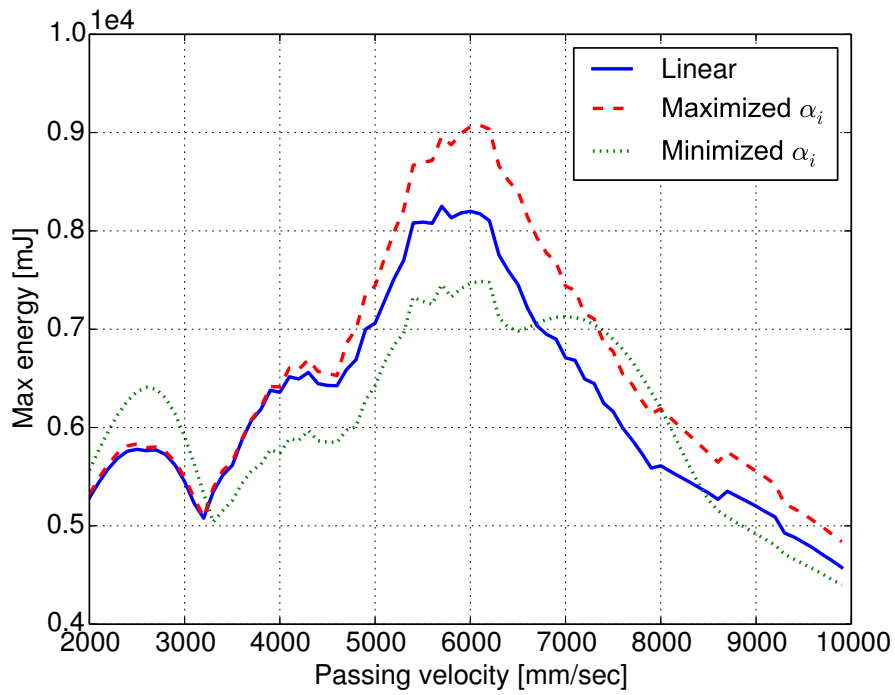


Fig 4.11: Maximum energy response at the different passing velocity. The linear case (blue solid), the maximization case (red dashed) the minimized case (green dotted) with the nonlinear coefficients listed table.4.1 obtained at the velocity 6000 mm/sec.

かにより，その最大値の大きさが変化することが分かった．すなわち，単純に寄与の高い取り付け点の非線形復元力特性を弱くしても，望むような振動低減が得られないことがあるということが分かった．

- 問題となる突起乗り越し速度範囲に対して本章で示した手法を設計として用いることができるかを検討した．突起乗り越し速度に対するバネの非線形性の配置の最適解の変化は，局所的な速度範囲においては変化せずに同じとなる傾向を示すことを確認した．そのため，一番問題となる突起乗り越し速度における最適解でバネの非線形復元力の配置を設計すれば，その周辺の突起乗り越し速度範囲でも最適解となりえることを示した．

## 第5章 自動車モデルへの応用

### 5.1 はじめに

本章では、3章で構築したサスペンションアームの配置に関する設計手法の実車モデルへの応用を行う。3章を自動車開発へ応用するためには、その解析精度を確認しなければならない。そこで本章では、サスペンションアームを剛体リンクとしてモデル化することの妥当性を有限要素モデルと比較することにより示す。また、実車のサスペンションアームは3章で用いたような一様な質量分布を持っていない。一様な質量部分でない場合は、最適化イタレーションにおいて、サスペンションアームの配置変更に伴う長さの変化によるサスペンションアームの質量変化は考慮することが困難である。そこで、サスペンションアームの配置変更によるサスペンションアームの質量変化の影響について検証し、本研究による設計手法の実車開発における効率的な使用方法を示す。最後に、実車モデルでのサスペンションアームの配置適正化により、実車モデルにおいてはどのようなエネルギーフローの変化によりロードノイズ低減が成されたかを示す。

### 5.2 モデル化

図3.1に示した自動車のリアマルチリンクサスペンションを考える。路面の凹凸からタイヤへの入力、タイヤ4輪に入る入力がすべて無相関である。したがって、各それぞれのタイヤからの寄与は単純に足し合わせることができる。そのため、一つのタイヤについてのみ検討を行う。

モデル化は3章と同様に、サスペンションアームを剛体としてモデル化する。一方、その他の車体、アブソーバ、タイヤは弾性体としてモーダルモデルでモデル化する。

マルチリンクサスペンションの構造は、図5.1のようにになっている。ナックルがロワーアーム、アッパーアーム、トーコントロールアームとそれぞれ点KL、KU、KTにおいて

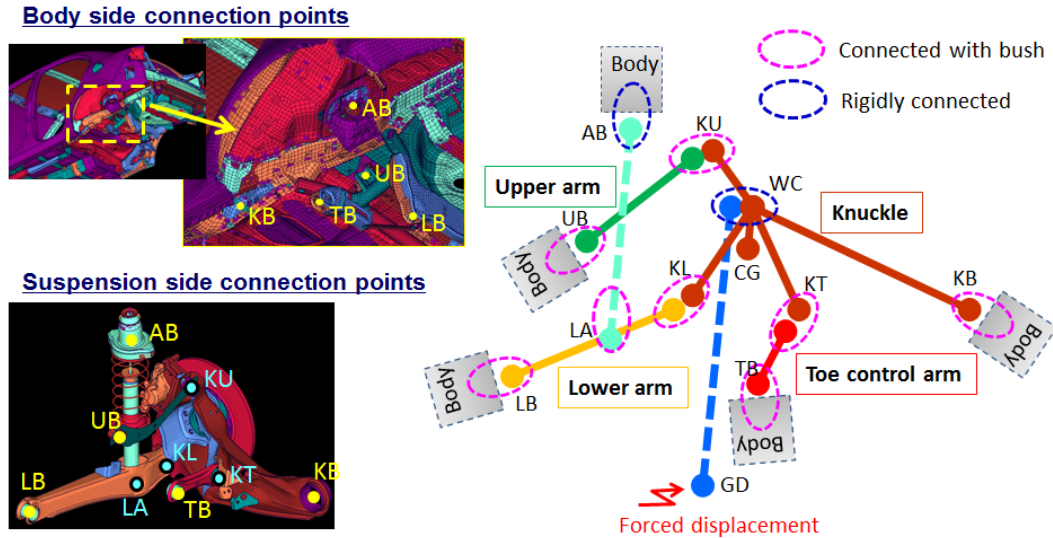


Fig 5.1: Schematic of model considering left hand side rear multi-link suspension

ブッシュを介して結合している．それぞれのサスペンションアーム，ナックルは点 LB，UB，TB，KB で車体とブッシュを介して結合している．アブソーバは車体とロワアームと結合し，車体と点 AB において剛結され，ロワアームと点 LA においてブッシュを介して結合している．点 LA はロワアームの配置により変化するが，本研究では，ロワアームを 1：3 に内分する点とする．タイヤはナックルと点 WC で剛結し，点 GD において路面からの強制変位により加振される．路面からの強制変位は，3 章と同様に，150Hz 付近でロードノイズに対して寄与の高い車体横方向の強制変位とする<sup>[4]</sup>．

## 5.3 運動方程式

### 5.3.1 各サブシステムの変位ベクトル

#### サスペンション

サスペンションサブシステムはナックル，ロワアーム，アッパーアーム，トーコントロールアームの 4 つの剛体要素からなる．それぞれの剛体要素の重心と端点に座標をとる．それぞれの変位ベクトルは，ナックルを  $u_{kcl}$ ，ロワアームを  $u_{lwr}$ ，アッパーアームを

$\mathbf{u}_{upr}$  , トーコントロールアームを  $\mathbf{u}_{toe}$  とし , 式 (5.1) のように表す .

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_{kcl} &= \left\{ \mathbf{u}_{kclWC}^T \quad \mathbf{u}_{kclKL}^T \quad \mathbf{u}_{kclKU}^T \quad \mathbf{u}_{kclKT}^T \quad \mathbf{u}_{kclKB}^T \quad \mathbf{u}_{kclO}^T \right\}^T \\ \mathbf{u}_{lwr} &= \left\{ \mathbf{u}_{lwrO}^T \quad \mathbf{u}_{lwrLB}^T \quad \mathbf{u}_{lwrLA}^T \quad \mathbf{u}_{lwrKL}^T \right\}^T \\ \mathbf{u}_{upr} &= \left\{ \mathbf{u}_{uprO}^T \quad \mathbf{u}_{uprUB}^T \quad \mathbf{u}_{uprKU}^T \right\}^T \\ \mathbf{u}_{toe} &= \left\{ \mathbf{u}_{toeO}^T \quad \mathbf{u}_{toeTB}^T \quad \mathbf{u}_{toeKT}^T \right\}^T \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

式 (5.1) の変位の添え字の  $kcl, lwr, upr, toe$  が各アームを表し ,  $O$  は重心における変位ベクトル , 取り付け点名は , その取り付け点における変位ベクトルであることを示している . 例えば ,  $\mathbf{u}_{kclWC}, \mathbf{u}_{kclKL}, \mathbf{u}_{kclKU}, \mathbf{u}_{kclKT}, \mathbf{u}_{kclKB}$  はナックルのそれぞれ結合点 WC , KL , KU , KT , KB の変位ベクトルであり ,  $\mathbf{u}_{kclO}$  はナックルの重心 CG における変位ベクトルである . 3 章においては , 2 次元モデルで検討を行ったため , 並進 2 方向 , 回転 1 方向の 3 自由度であったが , 本章では 3 次元モデルで検討を行うため , それぞれの点における変位ベクトルは並進 3 方向 ( 直交座標系における X , Y , Z 方向 ) , 回転 3 方向 ( 直交座標系における X , Y , Z 軸周りの方向 ) の 6 自由度を持つ . 例えば ,  $\mathbf{u}_{kclO}$  は次式となる .

$$\mathbf{u}_{kclO} = \left\{ u_X^{kclO} \quad u_Y^{kclO} \quad u_Z^{kclO} \quad \theta_X^{kclO} \quad \theta_Y^{kclO} \quad \theta_Z^{kclO} \right\}^T \quad (5.2)$$

ここで ,  $u$  は並進変位 ,  $\theta$  は回転変位を表し , 下付き添え字はその方向 , 上付き添え字はその節点のコンポーネント名と変位ベクトルの位置を表す .

サスペンションサブシステムの一般化座標ベクトル  $\mathbf{q}$  をそれぞれの剛体要素の変位ベクトルにより次のように表す .

$$\mathbf{q} = \left\{ \mathbf{u}_{kcl}^T \quad \mathbf{u}_{lwr}^T \quad \mathbf{u}_{upr}^T \quad \mathbf{u}_{toe}^T \right\}^T \quad (5.3)$$

また , 3 章と同様に , サスペンションの一般化座標ベクトル  $\mathbf{q}$  は幾何学的拘束より , それぞれの剛体要素の一つの独立な座標の変位ベクトルで表す . 独立な変位ベクトルをそれぞれナックルのホイールセンタにおける変位  $\mathbf{u}_{kclWC}$  , ロワアーム , アップアーム , トーコントロールアームの重心における変位  $\mathbf{u}_{lwrO}, \mathbf{u}_{uprO}, \mathbf{u}_{toeO}$  とすると , サスペンションの一般化座標ベクトル  $\mathbf{q}$  を次のように独立な変位ベクトル  $\mathbf{q}_o$  で表すことができる .

$$\mathbf{q} = \beta \mathbf{q}_o \quad (5.4)$$



$$\mathbf{q}_o = \left\{ \mathbf{u}_{kclWC}^T \quad \mathbf{u}_{lwrO}^T \quad \mathbf{u}_{uprO}^T \quad \mathbf{u}_{toeO}^T \right\}^T \quad (5.5)$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_{kcl} & & & \\ & \boldsymbol{\beta}_{lwr} & & \\ & & \boldsymbol{\beta}_{upr} & \\ & & & \boldsymbol{\beta}_{toe} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

ここで， $\boldsymbol{\beta}$  のそれぞれの成分は以下である．

$$\boldsymbol{\beta}_{kcl} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \boldsymbol{\beta}_{kclKL} \\ \boldsymbol{\beta}_{kclKU} \\ \boldsymbol{\beta}_{kclKT} \\ \boldsymbol{\beta}_{kclKB} \\ \boldsymbol{\beta}_{kclO} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta}_{lwr} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \boldsymbol{\beta}_{lwrLB} \\ \boldsymbol{\beta}_{lwrLA} \\ \boldsymbol{\beta}_{lwrKL} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta}_{upr} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \boldsymbol{\beta}_{uprUB} \\ \boldsymbol{\beta}_{uprKU} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta}_{toe} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \boldsymbol{\beta}_{toeTB} \\ \boldsymbol{\beta}_{toeKT} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

ここで， $\boldsymbol{\beta}$  は幾何学的拘束を平衡位置まわりで線形化することにより得られるマトリクスである． $\boldsymbol{\beta}$  の詳細に関しては，付録 A を参照されたい．

## 車体

車体サブシステムの変位はモード座標で表す．サスペンションと結合していない状態における車体分系のモード座標を用い，車体の変位ベクトル  $\mathbf{u}_b$  は，車体のモード形状マトリクス  $\boldsymbol{\phi}_b$ ，モード振幅ベクトル  $\boldsymbol{\xi}_b$  により次のように表される．

$$\mathbf{u}_b = \boldsymbol{\phi}_b \boldsymbol{\xi}_b \quad (5.8)$$

## タイヤ

車体と同様に，タイヤサブシステムの変位もサスペンションと結合していない状態のタイヤ分系のモード座標系で表す．タイヤの変位ベクトル  $\mathbf{u}_t$  は，タイヤのモード形状マトリクス  $\boldsymbol{\phi}_t$ ，モード振幅ベクトル  $\boldsymbol{\xi}_t$  により次のように表される．

$$\mathbf{u}_t = \boldsymbol{\phi}_t \boldsymbol{\xi}_t \quad (5.9)$$

## アブソーバ

アブソーバの変位も車体とサスペンションに結合していない状態のアブソーバ分系のモード座標系で表す．しかし，アブソーバの配置はロワアームの配置に依存する．そのため，アブソーバ分系の変位  $\mathbf{u}_a$  を点 LA から点 AB へのベクトル方向に  $z$  軸をもつ局所座標系における振動モードと，局所座標から大域座標への変換マトリクス  $\mathbf{T}_a$  を用いて次のように表す．

$$\mathbf{u}_a = \mathbf{T}_a \phi_a^{(l)} \xi_a \quad (5.10)$$

ここで， $\phi_a^{(l)}$  は局所座標系におけるモード形状マトリクスであり，右肩の  $(l)$  は局所座標で表されていることを示している． $\xi_a$  はアブソーバ分系のモード振幅である．

### 5.3.2 各サブシステムの結合

各剛体要素，車体，アブソーバ，タイヤは，ブッシュを介して結合もしくは剛結している．ブッシュによる結合は，ブッシュの剛性による反力を結合されるサブシステムに加えることにより表す．例として，点 LB における車体への力  $\mathbf{f}_{bLB}$ ，ロワアームへの力  $\mathbf{f}_{lwrLB}$  を例にとると次のようになる．

$$\mathbf{f}_{bLB} = -\mathbf{f}_{lwrLB} = -\mathbf{K}_{LB}^{(g)} (\mathbf{u}_{bLB} - \mathbf{u}_{lwrLB}) \quad (5.11)$$

ここで， $\mathbf{K}_{LB}^{(g)}$  は点 LB のブッシュの大域座標における剛性マトリクスであり，右肩の  $(g)$  は大域座標であることを示している． $\mathbf{u}_{bLB}$ ， $\mathbf{u}_{lwrLB}$  はそれぞれ点 LB における車体とロワアームの変位ベクトルである．

剛結は拘束式で表す．点 AB においてはアブソーバと車体が剛結されており，点 WC においてはタイヤとナックルが剛結されている．それぞれの拘束式はそれぞれ以下である．

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_{bAB} - \mathbf{u}_{aAB} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{u}_{tWC} - \mathbf{u}_{kclWC} &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

$\mathbf{u}_{bAB}$ ， $\mathbf{u}_{aAB}$  はそれぞれ点 AB における車体とアブソーバの変位ベクトル， $\mathbf{u}_{tWC}$ ， $\mathbf{u}_{kclWC}$  はそれぞれ点 WC におけるタイヤとナックルの変位ベクトルである．

### 5.3.3 強制変位

路面による強制変位を次の拘束式で表す．

$$\mathbf{u}_{tGD} = \mathbf{u}_{0GD} \quad (5.13)$$

ここで， $\mathbf{u}_{tGD}$  は点 GD における変位ベクトル， $\mathbf{u}_{0GD}$  は強制変位である．前述のように，本研究では 150Hz 付近のロードノイズに注目をするため，強制変位  $\mathbf{u}_{0GD}$  は，その周波数帯域においてロードノイズに対して寄与が高い車体横方向（本モデルでは Y 方向）の単位ベクトルとする<sup>[4]</sup>．

### 5.3.4 拘束式

式 (5.12) の剛結拘束，および式 (5.13) の強制変位を式 (5.14) のように拘束式  $\Phi$  としてまとめて表す．

$$\Phi = \mathbf{u}_0$$

$$\Phi = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{bAB} - \mathbf{u}_{aAB} \\ \mathbf{u}_{tWC} - \mathbf{u}_{kclWC} \\ \mathbf{u}_{tGD} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{u}_0 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{u}_{0GD} \end{Bmatrix} \quad (5.14)$$

### 5.3.5 全系の運動方程式

全系の運動方程式は，すべてのブッシュによる結合および剛結による連成，強制変位入力を考慮すると次のように表すことができる．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_b & & & & & \\ 0 & \mathbf{D}_a & & & & \\ 0 & 0 & \mathbf{D}_t & & & \\ \mathbf{C}_{qb} & \mathbf{C}_{qa} & 0 & \mathbf{D}_q & & \\ \Phi_{,\xi_b} & \Phi_{,\xi_a} & \Phi_{,\xi_t} & \Phi_{,q} & 0 & \end{bmatrix} \begin{matrix} sym. \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{Bmatrix} \xi_b \\ \xi_a \\ \xi_t \\ \mathbf{q} \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{u}_0 \end{Bmatrix} \quad (5.15)$$

ここで， $\mathbf{D}_b, \mathbf{D}_a, \mathbf{D}_t, \mathbf{D}_q$  はそれぞれ車体，アブソーバ，タイヤ，4 つの剛体要素からなるサスペンションの動剛性マトリクス， $\mathbf{C}_{qb}, \mathbf{C}_{qa}$  はそれぞれ車体とサスペンション，アブソーバとサスペンションの間のブッシュを介した結合による連成項， $\Phi_{,\xi_b}, \Phi_{,\xi_a}, \Phi_{,\xi_t}, \Phi_{,q}$  は式 (5.14) の拘束式  $\Phi$  のヤコビアンマトリクス， $\lambda$  は拘束力を表すためのラグランジュ乗数ベ

クトルである．式 (5.15) に式 (5.4) を代入し，第 4 式の左から  $\beta^T$  を乗することにより次式となる．

$$\mathbf{D}\mathbf{x} = \mathbf{F} \quad (5.16)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_b & & & & \\ 0 & \mathbf{D}_a & & & \\ 0 & 0 & \mathbf{D}_t & & \\ \beta^T \mathbf{C}_{qb} & \beta^T \mathbf{C}_{qa} & 0 & \beta^T \mathbf{D}_q \beta & \\ \Phi_{,\xi_b} & \Phi_{,\xi_a} & \Phi_{,\xi_t} & \Phi_{,q} \beta & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \xi_b \\ \xi_a \\ \xi_t \\ \mathbf{q}_o \\ \lambda \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{u}_0 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

### 5.3.6 車体への入力パワー

車体への入力パワー  $\Pi_b$  は車体とサスペンションの各結合点からの入力パワーの総和で表され次式となる．

$$\Pi_b = \Pi_{LB} + \Pi_{UB} + \Pi_{TB} + \Pi_{KB} + \Pi_{AB} \quad (5.18)$$

上式の添え字は入力パワーが入る車体とサスペンションの各結合点を表している．点 LB からの入力パワーは次のように表される．

$$\Pi_{LB} = \text{Re} \left\{ \frac{-j\omega}{2} \mathbf{f}_{bLB} \cdot \mathbf{u}_{bLB}^* \right\} \quad (5.19)$$

$\omega$  は角周波数であり，上付き \* は共役複素数を示す．ブッシュを介した反力  $\mathbf{f}_{bLB}$  は式 (5.11) より求めることができる．点 UB，TB，KB に関しても同様に求めることができる．

点 AB からの入力パワーは，点 AB における拘束力が車体のモーダル座標系において  $-\Phi_{,\xi_b}^T \lambda$  で表されることより次式で表される．

$$\begin{aligned} \Pi_{AB} &= \text{Re} \left\{ \frac{-j\omega}{2} \mathbf{f}_{bAB} \cdot \mathbf{u}_{bAB}^* \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ \frac{j\omega}{2} (\Phi_{,\xi_b}^T \lambda) \cdot \xi_b^* \right\} \end{aligned} \quad (5.20)$$

式 (5.19)(5.20) より車体への入力パワー  $\Pi_b$  を求め，式 (5.15) の第 1 式の関係を用いることにより，最終的に次式が求まる．

$$\Pi_b = \frac{1}{2} \xi_b^H \mathbf{R}_b \xi_b \quad (5.21)$$

$$R_{bij} = \begin{cases} \omega^2 \omega_{bi} \eta_{bi}, & (i = j) \\ 0, & (i \neq j) \end{cases} \quad (5.22)$$

$R_{bij}$  は  $R_b$  マトリクスの  $i$  行  $j$  列の成分,  $\omega_{bi}, \eta_{bi}$  はそれぞれ車体分系の  $i$  次モードの固有角振動数, モード減衰である. 式 (5.21) は車体での散逸パワーを示す式であり, 3 章と同様に, 車体への入力パワーと車体での散逸パワーが等しいというパワーバランスを表している.

### 5.3.7 感度解析

3 章のように, 車体への入力パワーを低減するサスペンション配置をサスペンションの結合点位置に関する感度解析を用いた局所最適化より求める. 設計変数  $\gamma$  として点 KL, KU, KT の位置 (X, Y, Z 座標) を考える. 車体への入力パワーの一次感度は, 式 (5.22) のように  $R_b$  マトリクスが設計変数  $\gamma$  の関数で無いことより次のように表すことができる.

$$\frac{\partial \Pi_b}{\partial \gamma} = \text{Re} \left\{ \frac{\partial \xi_b^H}{\partial \gamma} R_b \xi_b \right\} \quad (5.23)$$

$\xi_b$  は式 (5.16) の  $x$  の一部であるため, 上式の  $\partial \xi_b / \partial \gamma$  は  $\partial x / \partial \gamma$  より求められる. 式 (5.16) において  $F$  が設計変数  $\gamma$  の関数で無いことより, 式 (5.16) を設計変数  $\gamma$  で微分することにより  $\partial x / \partial \gamma$  が次のように求められる.

$$\frac{\partial x}{\partial \gamma} = D^{-1} \frac{\partial D}{\partial \gamma} x \quad (5.24)$$

## 5.4 解析結果

### 5.4.1 剛体リンクによる簡易モデル化の妥当性

本研究で用いるサスペンションアームの剛体リンクによる簡易モデル化の妥当性を, 剛体リンクによる簡易モデル化において求めた車体への入力パワーと, サスペンションアームを有限要素モデル (以降, FE モデル) でモデル化し求めた車体への入力パワーを比較することにより示す. ここで, 剛体リンクによる簡易モデルの集中質量 / 慣性および各剛体要素の重心位置は, 3 次元 CAD モデルより求めた値を用いた.

図 5.2 に簡易モデルと FE モデルの双方のモデル化における車体への入力パワーを示す. 図 5.2 において, 剛体リンクによる簡易モデル化と FE モデルの間に細かな差異が確認できるが, 100Hz ~ 200Hz に大きな入力パワーのピークがくるなどの傾向は一致している.

1 章で述べたように，本研究は車両開発初期段階における適用を念頭に置いている．車両開発初期段階においては，それほど高い予測精度は求められないため，図 5.2 で確認できる予測精度は十分な予測精度であると言える．

このような剛体モデル化と FE モデルが同じような傾向を示すのは，アームの軸方向への運動が車体への入力パワーに対して寄与が高いからと考えられる．アームの弾性変形は，対象としている周波数範囲においては，アームの軸直方向の変形であり，その方向に関する変形は車体への入力パワーに大きく寄与しないからであると考えられる．

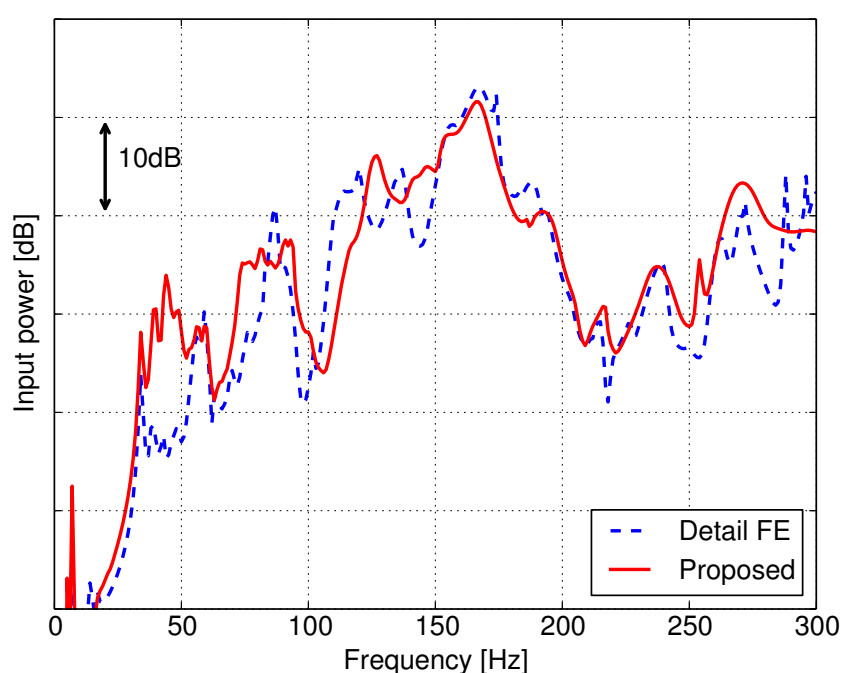


Fig 5.2: Comparison of input power to vehicle body between detailed FE (blue dashed) and proposed (red solid)

#### 5.4.2 サスペンションアームの質量変化の影響

3 章においては，単位長さあたり一様な質量な剛体リンクを用いたため，剛体リンクの配置の変更による質量変化を考慮して最適化を行うことができた．しかし，図 5.1 で示した実際のサスペンションアームは，その形状を任意に決めることができるため，サスペン

ションアームの配置変更によりどのように質量および慣性が変化するかを一意に決めることができない．そこで，本節では，サスペンションアームの配置変更に伴う質量変化の影響について，質量変化を考慮する場合としない場合で目的関数（100Hz から 200Hz の車体への入力パワーの積分値）に対する感度を比較することにより調べる．

感度の計算において，サスペンションの動剛性マトリクス  $D_q$  に含まれる大域座標系で表された慣性マトリクス  $M_q^{(g)}$  は，局所座標系で表された慣性マトリクス  $M_q^{(l)}$  と座標変換マトリクス  $T$  により次のように表される．

$$M_q^{(g)} = TM_q^{(l)}T^T \quad (5.25)$$

上式を設計変数  $\gamma$  で微分すると次式となる．

$$\frac{\partial M_q^{(g)}}{\partial \gamma} = \frac{\partial T}{\partial \gamma} M_q^{(l)} T^T + T \frac{\partial M_q^{(l)}}{\partial \gamma} T^T + TM_q^{(l)} \frac{\partial T^T}{\partial \gamma} \quad (5.26)$$

式 (5.26) の右辺第 1 項，第 3 項は幾何学的な配置による感度を示し，右辺第 2 項は配置の変化による剛体要素の質量変化を示している．右辺第 2 項は，剛体リンクの形状が任意であるため一意に決めることができない．

式 (5.26) 右辺第 2 項の感度への影響を確認するため，質量変化を無視した場合 (式 (5.26) 右辺第 2 項を無視した場合) と，式 (5.26) 右辺第 2 項が一意に決まる一つの場合である剛体リンクが一様断面を持つ場合における感度を比較する．一様断面を持つ場合における右辺第 2 項の質量変化は，ロワアーム，アッパーアーム，トーコントロールアームに関しては，アーム長さ当たり質量から求め，ナックルに関しては，アームの単位伸びあたり 4kg/m の質量変化を仮定した．

図 5.3 に感度の比較結果を示す．それぞれ，点 KL，KU，KT の位置 (X，Y，Z 方向) に対する目的関数（100Hz から 200Hz の車体への入力パワーの積分値）の感度を示している．サスペンションアームの質量変化を考慮した場合としない場合の感度の差はほとんど無く，実際の車両を想定した場合においては，幾何学的な配置による感度への影響に対し剛体リンクの長さの変化による質量変化の影響は無視できるほど小さいことがわかる．

### 5.4.3 形状最適化

感度解析を用いて形状最適化を行った．設計変数の範囲は，点 KL，KU，KT の X，Y，Z 座標それぞれ初期位置より  $\pm 25\text{mm}$  とした．この設計範囲は，実際の車両のサスペンシ

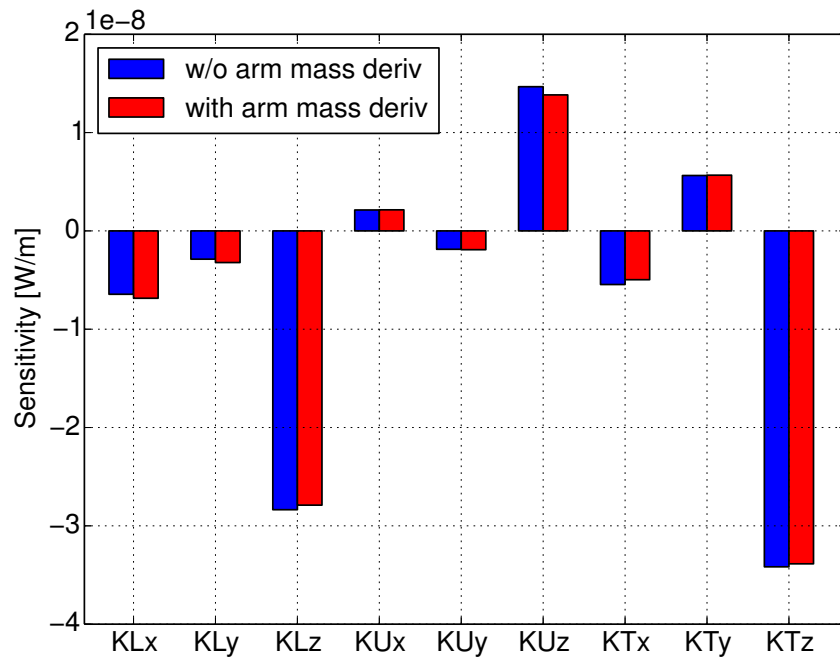


Fig 5.3: Sensitivities with respect to the suspension connection points. The case of *NOT* taking into account the arm mass derivatives (blue), and the case of taking into account the arm mass derivatives (red)



ンにおいて現実的に配置変更ができる範囲を考え設定した．その設計範囲は図 5.4 において緑点線で示されている．

前節の知見より，簡単のために，感度解析において剛体リンクの長さの変化による質量変化は無視をした．すなわち，形状最適化の過程において剛体リンクの配置が変わっても，それぞれの剛体リンクの局所座標系における集中質量および慣性は同じとして形状最適化を行った．図 5.4，5.5 に形状最適化結果を示す．100Hz から 200Hz の最適化対象周波数帯において車体への入力パワーが低減されていることが図 5.5(b) において確認できる．

次に，形状最適化の過程において剛体要素の質量および慣性が変わらないという計算条件の妥当性について検討を行った．前節の質量変化による感度への影響を確認した場合と同じ質量増加割合を用いて，最適配置における剛体リンクの質量および慣性を計算し，その質量および慣性において求めた車体への入力パワーを図 5.5(b) において赤破線で示している．剛体リンクの質量および慣性が変わらないとした場合とほぼ同じ結果が得られており，実際の車両を想定した場合においては，形状最適化の過程において剛体要素の質量および慣性が変わらないという計算条件で十分な精度の形状最適化が行えることが分かる．

#### 5.4.4 エネルギーフローの変化

初期配置と最適配置におけるエネルギーフローの違いを考える．まず，3 章と同様に，各サスペンション結合点からの入力パワー寄与を確認する．つぎに，系への入力パワーおよび車体，サスペンション，ショックアブソーバ，タイヤのそれぞれのコンポーネントの散逸パワーをパワーバランスの観点より考察する．

##### 各サスペンション結合点からの入力パワー寄与

入力パワーが低減した要因をサスペンションの車体への各取り付け点からの入力パワー寄与より考察する．図 5.6(a)(b) にそれぞれ初期配置と最適配置の各結合点からの入力パワーを示し，図 5.6(c)(d) に 3 章においては式 (3.55) で定義された基準化された入力パワーを示す．検討している実車モデルの基準化された入力パワーは，例えば，点 LB からの入力パワーは次式で表される．

$$\Pi_{LB} = \frac{\Pi_{LB}}{|\Pi_{LB}| + |\Pi_{UB}| + |\Pi_{TB}| + |\Pi_{KB}| + |\Pi_{AB}|} \quad (5.27)$$

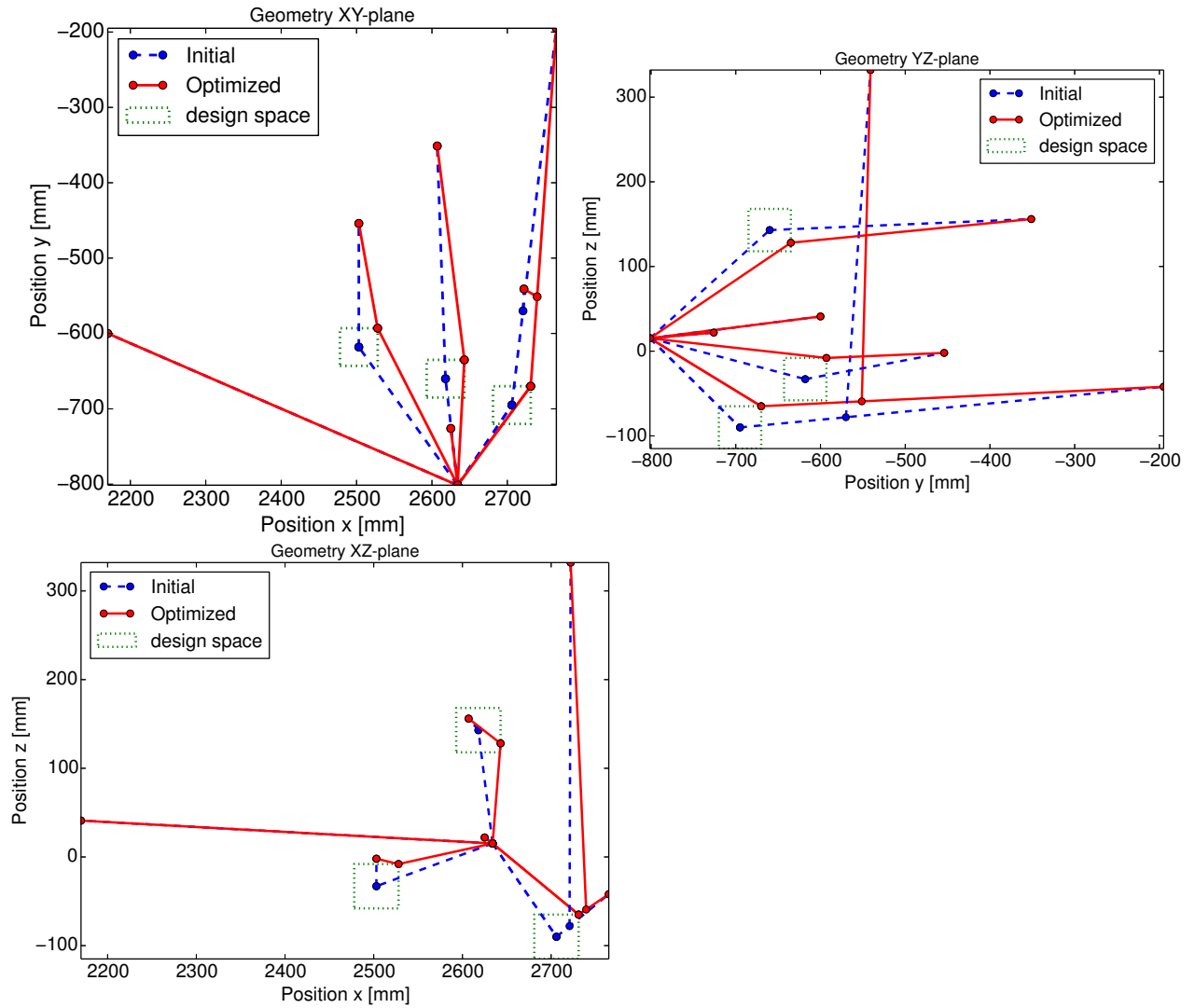
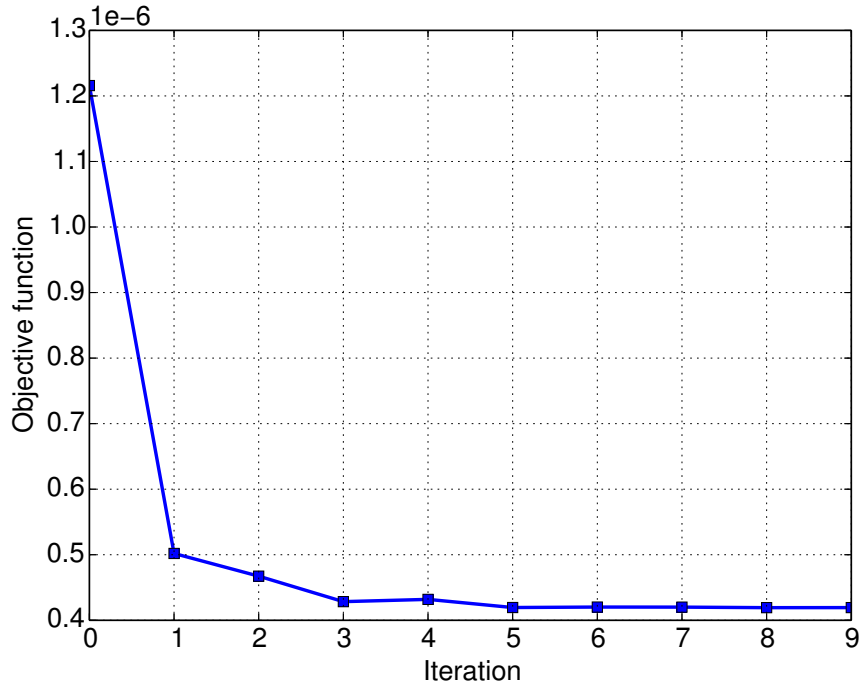
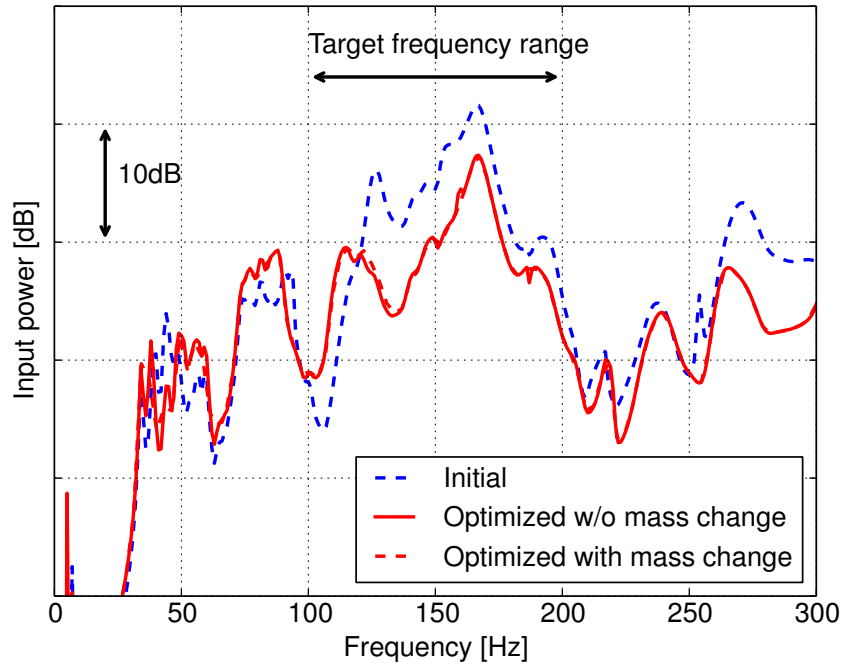


Fig 5.4: Optimization results. Comparison of the geometry between the initial (blue dashed) and the optimized (red solid) under the design space (green dotted).



(a) Optimization history



(b) FRF of input power

Fig 5.5: Optimization results. (a) Optimization history. (b) Comparison of input power among the initial (blue dashed), the optimized that does *NOT* take into account mass change (red solid) and the optimized that takes into account (red dashed)

図 5.6(a)(b) より，実車モデルにおいて大きな車体への入力パワーが確認された 160Hz 付近の入力パワーの低減は，主に点 TB からの寄与が小さくなることにより成されていることが分かる．これは，図 5.7 で示すように，サスペンションアームの配置変更によりサスペンションサブシステムの運動が変わり，最適化された配置においては，点 TB は回転するように運動するためである．

3 章において，入力パワーが低減する一つの現象として，複数のサスペンション取り付け点における正の入力パワーと負の入力パワーの相殺量が多くなることにより車体への総入力パワーが低減する現象を確認した．しかしながら，実車モデルにおいては，図 5.6(c)(d) より，大きな入力パワーの相殺は発生していないことが分かる．

### 各コンポーネントのパワーバランス

強制変位により系へ入力されるパワー  $\Pi_{GD}$  は次式で表される．

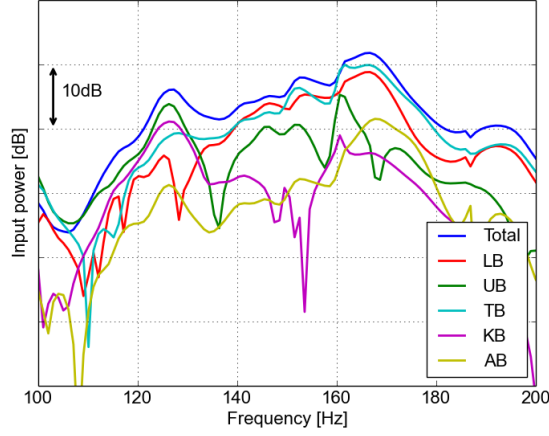
$$\begin{aligned}\Pi_{GD} &= \text{Re} \left\{ \frac{-j\omega}{2} \mathbf{f}_{GD} \cdot \mathbf{u}_0^* \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ \frac{j\omega}{2} \boldsymbol{\xi}_t^H \boldsymbol{\Phi}_{,\xi_t}^{GD^T} \boldsymbol{\lambda} \right\}\end{aligned}\quad (5.28)$$

ここで， $\mathbf{f}_{GD}$  は接地面からの力であり， $\boldsymbol{\Phi}_{,\xi_t}^{GD}$  は式 (5.13) に対応する拘束のタイヤのモード座標系に対するヤコビアンマトリクスである．式 (5.28) の展開において式 (5.29) の関係式を用いた．

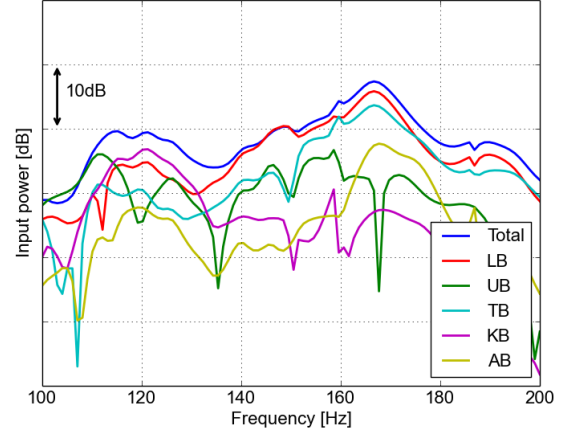
$$\left. \begin{aligned}\boldsymbol{\phi}_t^T(\mathbf{r}_{GD}) \mathbf{f}_{GD} &= -\boldsymbol{\Phi}_{,\xi_t}^{GD^T} \boldsymbol{\lambda} \\ \mathbf{u}_0 &= \mathbf{u}_{tGD} = \boldsymbol{\phi}_t(\mathbf{r}_{GD}) \boldsymbol{\xi}_t\end{aligned}\right\}\quad (5.29)$$

ここで， $\mathbf{r}_{GD}$  は接地面の位置ベクトルである．式 (5.29) 上式は，タイヤの変位がモード座標系で表されているため，接地面の強制変位によるタイヤへの拘束力  $-\boldsymbol{\Phi}_{,\xi_t}^{GD^T} \boldsymbol{\lambda}$  は，タイヤのモード座標系での拘束力で表されることを示している．

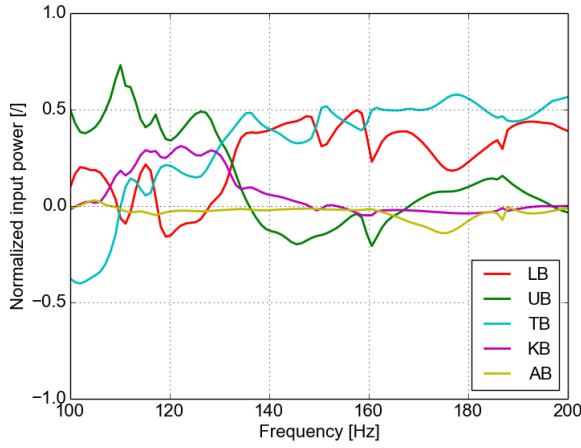
図 5.8 にそれぞれ初期配置，最適配置における系への入力パワーを示す．初期配置と最適配置とで系への入力パワーに大差が無いことが分かる．すなわち，初期配置と最適配置の双方において系への入力パワーが変わらず，最適配置においてのみ車体への入力パワーが低減されるということは，パワーバランスの観点より考えると，最適配置ではタイヤから車体へ伝わるエネルギーフローにおいて，車体へ伝わるまでにパワーを多く散逸していると考えられることができる．



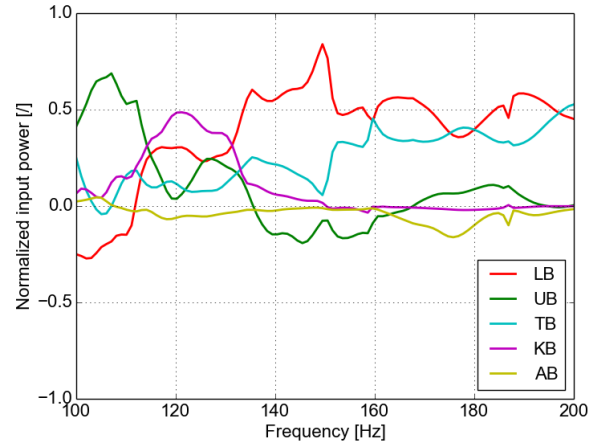
(a) Input power at initial configuration



(b) Input power at optimized configuration



(c) Normalized input power at initial configuration



(d) Normalized input power at optimized configuration

Fig 5.6: Input power contribution from each suspension connection points. (a) Input power at initial configuration, (b) input power at optimized configuration, (c) normalized input power at initial configuration and (d) normalized input power at optimized configuration.

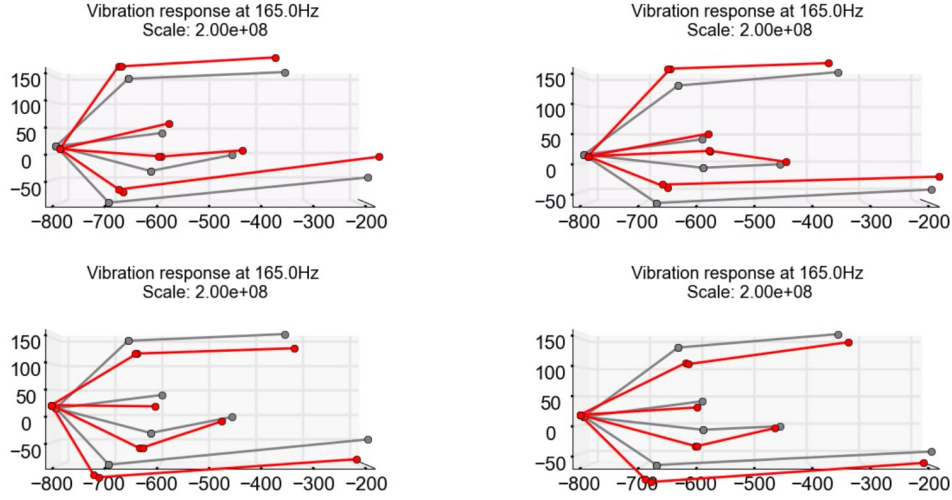


Fig 5.7: Maximum displacement of suspension arms at 165Hz. Gray curve shows equilibrium state of suspension arm, red curve shows scaled maximum displacement with scale factor  $2e8$ . Left: The case of initial. Right: The case of optimized. Upper: Displacement at phase  $\pi$ . Lower: Displacement at phase  $-\pi$

そこで、各サブシステムでの散逸パワーの割合を考える．検討を行っている実車モデルにおいて、減衰を有するサブシステムは車体、アブソーバ、タイヤのみである．式 (5.21) で示した車体での散逸パワーと同様に、アブソーバ、タイヤの散逸パワー  $\Pi_a, \Pi_t$  をそれぞれ次のように表すことができる．

$$\left. \begin{aligned} \Pi_a &= \frac{1}{2} \xi_a^H R_a \xi_a \\ \Pi_t &= \frac{1}{2} \xi_t^H R_t \xi_t \end{aligned} \right\} \quad (5.30)$$

系への入力パワーとそれぞれの散逸パワーとの間には、 $\Pi_{GD} = \Pi_b + \Pi_a + \Pi_t$  のパワーバランスが成り立つ．初期配置と最適配置の場合におけるそれぞれの散逸パワーの系への入力パワー  $\Pi_{GD}$  に対する割合を考える．(例えば、車体の散逸パワー割合は  $\Pi_b / \Pi_{GD}$ )．各コンポーネントの散逸パワー割合を図 5.9 に示す．

図 5.9 より、初期配置、最適配置の双方ともタイヤにおいて多くパワーを散逸していることが分かる．図 5.9(a)(b) の比較より、車体への入力パワー低減を行った  $100\text{Hz} \sim 200\text{Hz}$  において、最適配置のタイヤでの散逸パワー割合が多くなっていることが分かる．すなわち、初期配置、最適配置ともに系への入力パワーは同じであるが、最適配置においてはエ

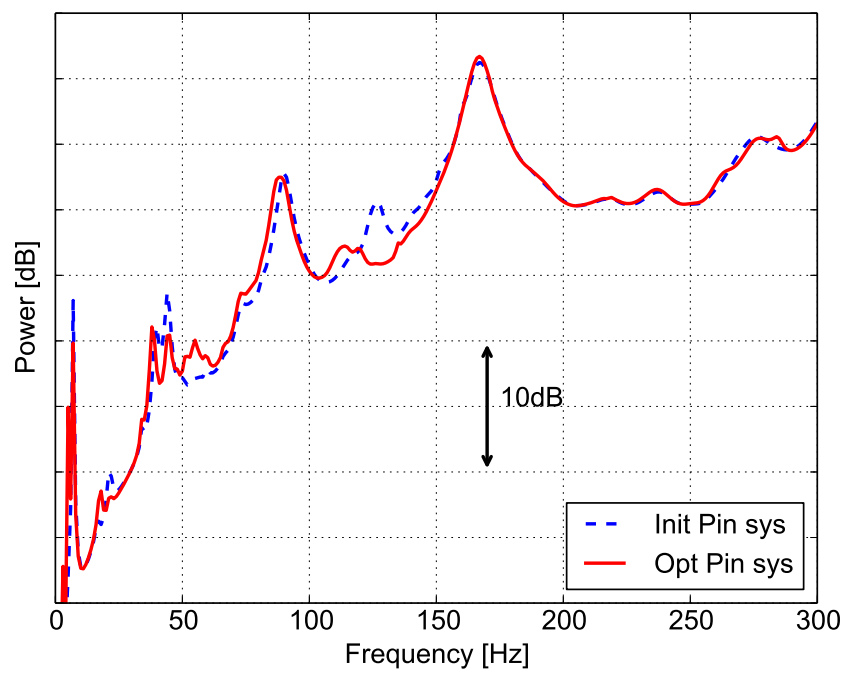


Fig 5.8: Comparison of input power supplied to the system between the initial (blue dashed) and the optimized (red solid)

エネルギーの伝達経路上のタイヤで多くパワーを散逸するため、車体への入力パワーが低減されているということが読み取れる。

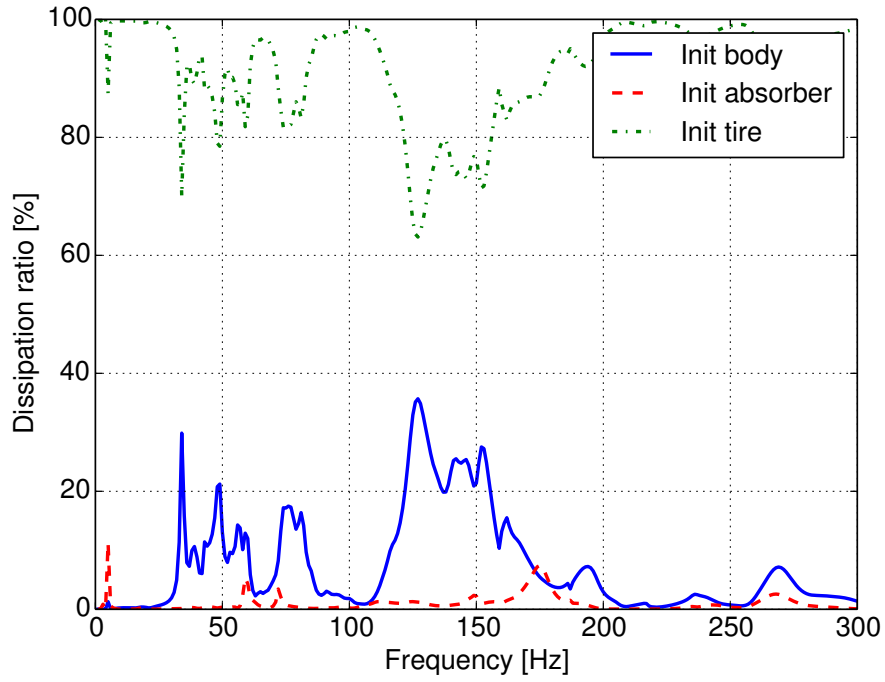
タイヤの散逸パワー割合を大きくすることは、3章で確認された、入力付近で大きなパワーを散逸させ、系へ流れるエネルギーの総量を低減することと対応する。したがって、最適配置によって、系の振動モード形状が3章の図 3.7(b) のような接地点の強制変位により系が振動しにくいモード形状となることと対応すると考えられる。また、その結果としてのモード形状が図 5.6 でみられた点 TB からの入力パワーの寄与を低減するようなモード形状となったと考えられる、点 TB からの入力パワーの寄与の低減は、結果論であると考えられる。

## 5.5 本章のまとめ

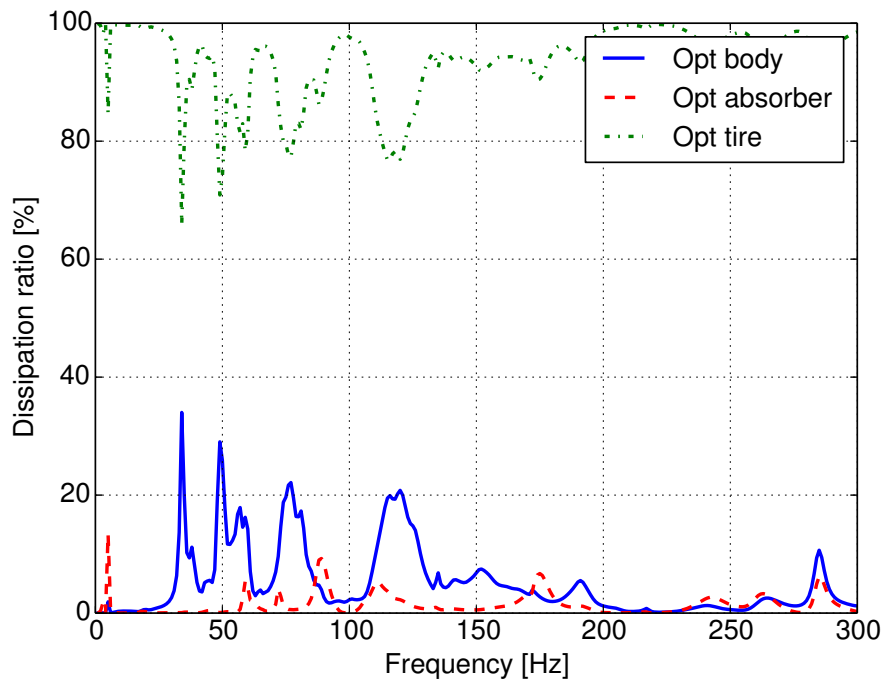
本章では、第3章の基礎検討を実車のリアマルチリンクサスペンションに応用し、車体への入力パワーを低減するサスペンションアーム配置を求め、以下の結果を得た。

- サスペンションアームを有限要素によりモデル化した場合と、剛体リンクによりモデル化した場合を比較し、剛体リンクによるモデル化が十分な解析精度で計算できることを示した。
- 自動車のサスペンションの現実的な設計範囲において、サスペンションアームの配置変更による各サスペンションアームの質量変化は、ロードノイズ予測に対して無視できるほど影響が小さいことを示すことにより、サスペンションアーム配置最適化の逐次計算中において、各サスペンションアームの質量を一定として簡略化できることを示した。
- 第3章の結論と同様、系への入力パワー（路面からタイヤへの入力パワー）はサスペンションアームの配置最適化前と後で大きく変わらないことが分かった。その際のエネルギーフローの変化を、各コンポーネントの散逸パワー割合より確認した。最適化後のサスペンションアーム配置においては、タイヤでの散逸パワーの割合が高くなり、路面から入力されたパワーが車体へ伝達する前に散逸するエネルギーフローとなっていることを示した。





(a)



(b)

Fig 5.9: Dissipation power rate of body (blue solid), absorber (red dashed) and tire (green dash-dotted). (a) the case of the initial configuration and (b) the case of the optimized.

## 第6章 結論

本研究は、自動車のサスペンションの設計方法に関して検討を行った。サスペンションの設計は、大きく分けてサスペンションアームの配置、サスペンションブッシュ剛性の線形復元力特性および非線形復元力特性が設計変数となる。それらの変数に関して各章において検討を行った。サスペンションアームの配置に関しては、3章、5章で検討を行った。その際に用いた手法は、容易にサスペンションブッシュの線形復元力特性へと展開できる。そして、4章ではサスペンションブッシュの非線形復元力特性について検討を行った。

1章で述べたように、自動車のサスペンションは、以下の3点において自動車開発上の難しさがあり良いサスペンションの設計を行うことが難しかった。

1. 複数の車両機能に対して重要な役割があり、その両立を高次元で達成することが難しい
2. ロードノイズなどの解析においては、サスペンションの構造が複雑であること、および振動モード数が多いことより、モード解析による分析により振動騒音低減のメカニズムおよびサスペンションの設計指針を得ることが難しい
3. 車両開発プロセスにおいては、検討期間が短いこと、およびサスペンションアームの配置は詳細な図面が作成される前に決定されることより、詳細図面に基づくモデルを用いた検討を行うことが難しい

上記の難しさのため、現状の車両開発におけるサスペンションの設計は、問題の少なかった先代の車両のサスペンションに類似した設計をしたり、もしくは、市場において良好な性能を示している他社の車両のサスペンション設計を参考に設計をするなどの方法がとられている。

本論文では、サスペンション設計の難しさ1に対し、最適化計算を用いて複数の機能を

高い水準で達成する手法を考えた．最適化計算において，例えば拘束関数に操縦安定性の評価指標を用いるなどの最適化問題を設定することにより，複数機能を高い水準で達成することが可能となる．例えば，一番ニーズの高い操縦安定性と振動騒音の両立をするために，拘束関数としての操縦安定性の性能評価の一つであるコンプライアンスなどのサスペンション特性<sup>[67]</sup>を用いることが考えられる．サスペンション特性の解析は，本研究と同様なサスペンションアームを剛体リンクとした簡易モデルをマルチボディダイナミクスで解くこと<sup>[68]</sup>により行われる．同様なサスペンションアームを剛体リンクとした簡易モデルであるため，設計変数も共通なものとなり容易に本研究で用いた最適化に組み込むことが可能である．

難しさ2に対しては，エネルギーフローに着目した解析を行い，サスペンションによる振動騒音問題の現象のメカニズムを明らかにした．3章，5章では系のエネルギーフローに着目した解析より，系への入力パワーは大きく変わらないこと，および車体への入力パワー低減は，タイヤにおいて大きくエネルギーを散逸することにより成されていること示した．それに加え，3章では，複数のサスペンション取り付け点からの車体への入力パワーが正と負で相殺することにより低減していることを示した．また，4章では，時間領域における最大エネルギーの低減が，最大エネルギーとなる以前の運動においてエネルギーフローを変化させることにより成されていることを示した．

これらの分析は，単なる結果論であり，エネルギーフローによる分析は意味がないと思われるかもしれない．しかし，このエネルギーフローによる分析で得られた知見があると無いとでは，設計する際にどこに着眼するかが異なる．例えば，サスペンションによる振動騒音を低減する際に，タイヤでの散逸パワーに着目すれば良いということは通常では思いつかないことである．この知見を基にすると，単純にタイヤの減衰を大きくするということがロードノイズ低減の可能性があるという発想も生まれる．

難しさ3に対しては，詳細な図面を用いたモデルを用いずに簡易的な剛体リンクモデルを用いるモデル化を示し，5章において，その剛体リンクによるモデル化が開発初期段階では使用可能な程度の精度を持つことを有限要素モデルと比べ示した．また，最適化中にサスペンションアームの配置が変わることに起因するサスペンションアームの質量および慣性の変化は，自動車のサスペンションのアプリケーションにおいては無視できる程で

あることを示し本研究の手法が実用上問題ないことを示した．このような剛体リンクによるモデル化が可能であると，詳細な図面が無い開発初期段階でも十分な設計検討が可能となる．

1章でも述べたように，車両開発後期になると，設計自由度は小さくなり，改良したくてもできなくなることが多い．例えば，詳細な図面よりモデルを作成する有限要素法などを用いた解析の予測精度は良い．しかしながら，その解析結果を分析して導き出した対策案などの多くは，開発後期段階においては対策不可能となることが多い．それに対し，本研究の手法を用いて，開発初期段階において，多少解析精度が悪くても，大きな設計自由度の中で良好な開発のたたき台となる設計を求められることは現実の車両開発において非常に有用である．このような設計初期段階での検討という意味では，本論文のモデル化は一種の1DCAE<sup>[69]</sup>とも言える．

また，最適化計算においては，短時間で計算ができる局所最適化を用いた．このことは難しさ3に記されている開発初期段階における検討期間の短さによるサスペンション設計の問題を解決することでもある．局所最適化を用いる他のメリットは，感度が得られることである．もし，最終的に得られた設計が何らかの理由により用いることができなくなった際には，どの設計変数を変更することが一番良いか即座に判断することができる．

最後に，本研究の今後の展望として，車体やサスペンションなどの自動車構造を最適に設計するための手法の研究が進んでいくと思われる．本研究で明らかにしたサスペンションによる振動騒音低減のメカニズムおよび設計手法はその基礎および応用的な面において貢献が期待される．また，本研究により開発初期段階で品質の良い図面が作成されることは，車両開発における改良の繰り返し，試作の低減などにおいて大きな貢献が期待される．

## 参考文献

- [1] 特集 高効率パワートレイン，自動車技術会誌，Vol.69，No.9 (2015).
- [2] 平成 23 年度 電気自動車等の普及に関する調査 調査報告書 (2012)，一般社団法人 次世代自動車振興センター.
- [3] 西村 正治，解説 空力騒音低減技術の最近の動向，日本音響学会誌，Vol.65，No.7 (2009)，pp.358–363 .
- [4] 三山 栄二，赤松 博道，景山 雄介，海老沢 弘道，森田 真一，田中 克則，塩川 直希，宮川 隆之，ロードノイズ適性化のためのタイヤ固有値コントロール技術，自動車技術会学術講演前刷集，No.20095194，(2009).
- [5] 特集 振動・騒音を低減する，自動車技術会誌，Vol.63，No.7 (2009).
- [6] <https://en.m.wikipedia.org/wiki/TOP500> (参照日 2015 年 12 月 30 日)
- [7] 高阪 文彦，奥津 泰彦，濱本 直樹，塩崎 弘隆，波数- 周波数スペクトルを用いた空力騒音予測のための SEA モデリング手法，日本機械学会論文集 C 編，Vol.79，No.806 (2013)，pp.3691–3709 .
- [8] Kosaka,F., Okutsu,Y., Hamamoto,N. and Shiozaki,H., Identification of acoustic wavenumber component of fluctuating surface pressure for flow noise analysis, Noise Control Engineering Journal, Vol. 62, No. 3 (2014), pp.160– 170.
- [9] 高阪 文彦，奥津 泰彦，濱本 直樹，塩崎 弘隆，高周波空力騒音の入力パワー同定，日本機械学会 機械力学・計測制御部門 Dynamics & Design Conference 2012 (2012) .
- [10] 高阪 文彦，奥津 泰彦，濱本 直樹，塩崎 弘隆，波数分解による空力騒音解析，自動車技術会春季学術講演会 (2013) .

- [11] Bremner,P.G. and Wilby,J.F., Aero-vibro acoustics : problem statement and methods for simulation-based solution, AIAA 2002-2551 (2002).
- [12] Bremner,P.G., Vibroacoustic Source Mechanisms under Aeroacoustic Loads, AIAA 2012-2206 (2012).
- [13] Schell,A., Validation of a Direct Noise Calculation and a Hybrid Computational Aeroacoustics Approach in the Acoustic Far Field of a Rod-Airfoil Configuration, AIAA 2013-2122 (2013).
- [14] Schell,A. and Cotoni,V., Prediction of Interior Noise in a Sedan Due to Exterior Flow, SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems, Vol. 8, No. 3 (2015).
- [15] 高波 克治 , 自動車の振動騒音低減技術 (1996) , 自動車技術会.
- [16] 加村 孝信 , 宇都宮 昭則 , 杉原 毅 , 飛田 幸司 , パネル放射音低減によるロードノイズの改善 , 自動車技術会学術講演集 No.976 (1997).
- [17] 宇都宮 昭則 , 中川 興也 , 村瀬 健二 , 小平 剛央 , 加村 孝信 , 振動伝達低減パネルの開発 , マツダ技報 , No.31 (2007).
- [18] 野口好洋 , 土居隆之 , 多田寛子 , 見坐地 一人 , SEA 法による吸音型防音材料仕様の決定手法 , Honda R&D Technical Review , Vol.18 , No.1 (2006).
- [19] 須藤 晶 , 中村 聡 , 山下 剛 , 中村 光勇 , ロードノイズ低減のためのサスペンションに対する感度解析の適用 , 自動車技術会学術講演会前刷集 , No. 976 (1997).
- [20] 生越 渉 , 石垣 輝彦 , 大塚 裕之 , サスペンションのロードノイズ性能設計技術 , 自動車技術会学術講演会前刷集 No.101-04 (2004).
- [21] 神山 洋一 , FE モデルによるサスペンション振動解析 , Honda R&D Technical Review , Vol.16 , No.1 (2004).
- [22] 宮本 康生 , 中村 聡 , 液封ブッシュによるハーシュネスとロードノイズの低減技術の研究 , Honda R&D Technical Review , Vol.15 , No.2 (2003).

- [23] 平原 道人，八木 徹，阿部 智志，赤津 洋介，ホイールセンタ軌跡傾斜角度とハーシュネス振動との関係に関するメカニズム検討，自動車技術会学術講演会前刷集，No.99-00 (2000).
- [24] 村田 英紀，清田 裕一，森 善之，井関 政博，城戸 一郎，長野 修三，車軸軌跡に着目したハーシュネス改善技術の開発，TOYOTA Technical Review，Vol. 51，No. 2 (2001).
- [25] 城戸 一郎，末岡 淳男，2つの分系が強く連成する振動系の解析法（第1報，自動車サスペンションへの適用），日本機械学会論文集 C 編，Vol. 71，No. 712 (2005)，pp. 3335–3342.
- [26] 池澤 知徳，吉村 卓也，MBD と感度解析を用いた自動車サスペンションの振動特性最適化，日本機械学会論文集 C 編，Vol. 74，No. 740 (2008)，pp. 897–903.
- [27] 赤松 博道，影山 雄介，三山 栄二，宮川 隆之，金山雅洋，ロードノイズと走りの性能とを両立させる解析技術，日産技報，N0.68 (2008).
- [28] 自動車技術ハンドブック 改訂版 第3分冊 (2005)，自動車技術会，pp.223–225.
- [29] 見坐地 一人，斎藤 寿信，来原 裕司，山下 剛，統計的エネルギー解析手法（SEA）を用いた自動車のロードノイズ解析，自動車技術会秋季学術講演会前刷集，No.71-99，9939730，pp.9–12 (1999).
- [30] 百武 大樹，國富 将平，井上 卓見，城戸 一郎，CAE を用いた自動車車体の振動解析の効率向上に向けたモードグループ化手法の研究，日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2012 論文集 (2012).
- [31] 望月 隆史，長尾 豊，動的解析における主成分モードの抽出法，日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2006 論文集 (2006).
- [32] Lyon,R.H and Maidanik,G., Power flow between linearly coupled oscillators, Journal of Acoustic Society of America, Vol. 34, No. 5 (1962).

- [33] Lyon,R.H. and DeJong,R.G., Theory and application of statistical energy analysis second edition (1995), Butterworth-Heinemann.
- [34] Fahy,F., Statistical energy analysis: a critical overview, Philosophical Transactions of Royal Society of London A, Vol. 346 (1994), pp.431–447.
- [35] Lyon,R.H., Statistical energy analysis and structural fuzzy, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 97, No. 5 (1995), pp.2878–2881.
- [36] Lyon,R.H., and Eichler,E., Random vibration of connected structures, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 36, No. 7 (1964), pp.1344–1354.
- [37] Crocker,M.J. and Price.A.J., Sound transmission using statistical energy analysis, Journal of Sound and Vibration, Vol. 9, No. 3 (1969), pp.469–486.
- [38] Charpentier,A., Blanchet,D. and Fukui,K., Full vehicle SEA model uses detailed sound package definition to predict driver’s headspace acoustic response, The 33rd International Congress and Exposition on Noise Control Engineering (Inter-noise2004) (2004).
- [39] 山崎 徹 , 伊東 圭昌 , 新村 吉磨 , 畠山 一久 , 固体音低減による温乳器のファン騒音の低減 , 日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2012 論文集 (2012).
- [40] Shorter,P.J., and Langley,R.S., On the reciprocity relationship between direct field radiation and diffuse reverberant loading, Journal of Acoustic Society of America, Vol. 117, No. 1 (2005), pp.85–95.
- [41] Shorter,P.J., and Langley,R.S., Vibro-acoustic analysis of complex systems, Journal of Sound and Vibration, Vol. 288 (2005), pp.669–699.
- [42] Noiseux,D.U., Measurement of power flow in uniform beams and plates, Journal of Acoustical Society of America, Vol.47 (1970), pp.238–247.
- [43] Pavic,G., Measurement of structure borne wave intensity, Part I: Formulation of the methods, Journal of Sound and Vibration, Vol.49, No.2 (1976), pp.221–230.



- [44] Gavric,L. and Pavic,G., A finite element method for computation of structural intensity by the normal mode approach, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.164, No.1 (1993), pp.29–43.
- [45] Liu,Z.S., Lee,H.P. and Lu,C., Passive and active interior noise control of box structures using the structural intensity method, *Applied Acoustics*, Vol. 67 (2006), pp.112–134.
- [46] Yamazaki,T. and Nakamura,H., Passive control of structural intensity on a flat panel by beam attachment, *The 22nd International Congress on Sound and Vibration* (2015).
- [47] 田中 信雄, 菊島 義弘, 黒田 雅治, 平板構造物のパワーフロー制御に関する研究 (渦巻きパワーフローによる局所封じ込め制御), *日本機械学会論文集 C 編*, Vol.62, No.600 (1996), pp.3099–3107.
- [48] 杉浦 豪軌, 西垣 英一, 西脇 眞司, 小島 芳生, 有馬 学, シャシー設計におけるファーストオーダーアナリシス, *自動車技術会学術講演会前刷集*, No.99-00 (2000).
- [49] 村松 英行, 馬場 広樹, 神野 紘二, 西山 淳, 小林 義明, ハーシュネス振動・過渡音予測技術, *自動車技術会学術講演会前刷集*, No.8-11 (2011).
- [50] C.R. ワイリー, *工業数学 上* (1962), ブレイン図書出版株式会社.
- [51] Alfredsson,K.S., Active and reactive structural energy flow, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 119 (1997), pp.70–79.
- [52] Joly,N. and Pascal,J.C., Energy flow relations from quadratic quantities in three-dimensional isotropic medium and exact formulation for one-dimensional waves, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 298 (2006), pp. 934–957.
- [53] 安田 仁彦, *モード解析と動的設計* (1993), コロナ社.
- [54] 中川 稔章, 古巣 克也, 振動インテンシティによる散逸エネルギーの解析, *豊田中央研究所 R&D レビュー*, Vol. 30, No. 1 (1995).

- [55] 原島 鮮, 力学Ⅱ –解析力学– (1973), 裳華房.
- [56] C.R. ワイリー, 工業数学 下 (1962), ブレイン図書出版株式会社.
- [57] 本田 聡志, 高田 智仁, 長松 昭男, 振動インテンシティの基礎的検討, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 60, No. 574 (1994), pp. 1941–1948.
- [58] 門松 晃司, 岩永 良久, 車体音響感度と加振点コンダクタンスの考察, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 68, No. 676 (2002), pp.3561–3565.
- [59] 日本機械学会, マルチボディダイナミクス (1) – 基礎理論 – (2006), コロナ社.
- [60] Haug,E.J., Choi,K.K. and Komkov,V., Design Sensitivity Anasysis of Structural Systems (1986), Academic press, inc.
- [61] 山崎 徹, はりの曲げ振動インテンシティのモード展開, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 73, No. 731 (2007), pp. 1948–1954.
- [62] 塩幡 宏規, 尾崎 公哉, 山崎 徹, 平板を対象とする振動インテンシティの モード重ね合わせ法に関する基礎研究, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 72, No. 723 (2006), pp. 3474–3479.
- [63] Krister,S., The method of moving asymptotes – a new method for structural optimization, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 24 (1987), pp. 359–373.
- [64] 山本 敏男, 石田 幸男, 回転機械の力学 (2001), p.104–110, コロナ社.
- [65] Gavrea,B., Negrut,D. and Potra,F.A., The Newmark integration method for simulation of multibody systems: analytical considerations, Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition (2005).
- [66] Neto,M., Ambrósio,J. and Leal,R., Sensitivity analysis of flexible multibody systems using composite materials components, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 77 (2009), pp. 386–413.

- [67] <http://www.abd-mf-jp.com/item/spmm/> (参照日 2016 年 1 月 6 日)
- [68] 鐵本 雄一, 倉田 直樹, 武田 健二, 厚井 省吾, サスペンション設計支援ツールの開発, マツダ技法, Vol. 25 (2007) .
- [69] 大富 浩一, 羽藤 武宏, 1DCAE によるものづくりの革新, 東芝レビュー, Vol.67, No.7 (2012) .

## 付 録 A 剛体リンクモデルの定式化

3 章, 5 章で用いた剛体リンク要素の定式化を示す．剛体リンク要素は, 剛体リンクの重心および両端点における変位を, 独立な自由度と従属な自由度に分けて, それらの関係を表すマトリクスにより表された．本章では, その剛体要素の独立節点と従属節点の変位の関係を表す剛体要素マトリクスを導く．本章においては, 5 章で用いた 3 次元モデルを対象とした定式化を行う．2 次元モデルは, 3 次元モデルから容易に導くことができる．

独立節点の変位ベクトル  $\mathbf{u}_i$ , 従属節点の変位ベクトル  $\mathbf{u}_d$  を以下のようにとる．

$$\mathbf{u}_i = \left\{ u_X^i \quad u_Y^i \quad u_Z^i \quad \theta_X^i \quad \theta_Y^i \quad \theta_Z^i \right\}^T \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{u}_d = \left\{ u_X^d \quad u_Y^d \quad u_Z^d \quad \theta_X^d \quad \theta_Y^d \quad \theta_Z^d \right\}^T \quad (\text{A.2})$$

ここで,  $u$  は並進変位,  $\theta$  は回転変位であり, 下付き文字は変位の方向, 上付き文字の  $i$  は独立自由度,  $d$  は従属自由度であることを示す．剛体であるので, 回転変位は独立節点と従属節点で同じであるため, 式 (A.3) の関係が成り立つ．

$$\left. \begin{aligned} \theta_X^i &= \theta_X^d \\ \theta_Y^i &= \theta_Y^d \\ \theta_Z^i &= \theta_Z^d \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.3})$$

したがって, 以降煩雑であるので回転変位の上付き添え字の  $i, d$  を省略する．また, 並進方向変位成分に関しても, 従属自由度に関しては上付き文字の  $d$  を省略する．

$$\mathbf{u}_i = \left\{ u_X^i \quad u_Y^i \quad u_Z^i \quad \theta_X \quad \theta_Y \quad \theta_Z \right\}^T \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{u}_d = \left\{ u_X \quad u_Y \quad u_Z \quad \theta_X \quad \theta_Y \quad \theta_Z \right\}^T \quad (\text{A.5})$$

独立節点と従属節点の位置ベクトル  $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_d$  を以下のように表す．

$$\mathbf{r}_i = \left\{ r_X^i \quad r_Y^i \quad r_Z^i \right\}^T \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{r}_d = \left\{ r_X^d \quad r_Y^d \quad r_Z^d \right\}^T \quad (\text{A.7})$$

## A.1 各軸周りの回転による関係

独立節点と従属節点の並進変位は，並進変位のみの場合であれば同じとなる．しかし，独立節点が回転変位すると，従属節点に並進変位が発生する．その独立節点の回転変位による従属節点の並進変位の関係式を各軸周りの回転ごとに表す．

### A.1.1 Z軸まわりの回転

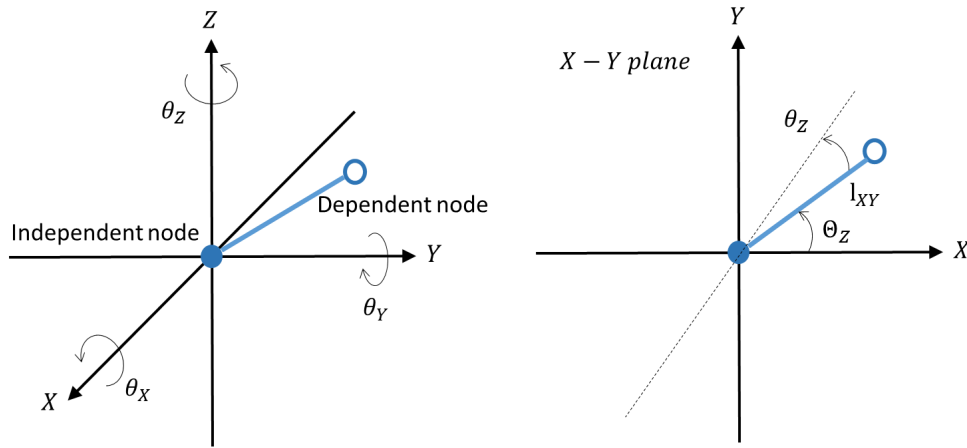


Fig A.1: Infinitesimal rotation around Z axis

図 A.1 のように X-Y 平面へ投影した際の Z 軸周りの回転姿勢を  $\Theta_Z$  とする．X-Y 平面における独立節点と従属節点の 2 点間距離  $l_{XY}$  は次式である．

$$l_{XY} = \sqrt{(r_X^i - r_X^d)^2 + (r_Y^i - r_Y^d)^2} \quad (\text{A.8})$$

XY 平面での従属節点の位置  $\{r_X^d \quad r_Y^d\}^T$  は次のように表される．

$$\begin{Bmatrix} r_X^d \\ r_Y^d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_{XY} \cos \Theta_Z \\ l_{XY} \sin \Theta_Z \end{Bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

ここで， $\Theta_Z$  は次のように従属節点の位置ベクトルの成分で表される．

$$\Theta_Z = \tan^{-1} \frac{r_Y^d}{r_X^d} \quad (\text{A.10})$$

Z 軸周りに  $\theta_Z$  微小変位したときの従属節点の位置  $\{r_X^{(Z)} \ r_Y^{(Z)}\}^T$  は近似的に次式となる .

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} r_X^{(Z)} \\ r_Y^{(Z)} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} l_{XY} \cos (\Theta_Z + \theta_Z) \\ l_{XY} \sin (\Theta_Z + \theta_Z) \end{Bmatrix} \\ &\approx \begin{Bmatrix} l_{XY} \cos \Theta_Z - \theta_Z l_{XY} \sin \Theta_Z \\ l_{XY} \sin \Theta_Z + \theta_Z l_{XY} \cos \Theta_Z \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (A.11)$$

よって , Z 軸周りに  $\theta_Z$  微小変位したときの並進方向変位  $\{u_X^{(Z)} \ u_Y^{(Z)}\}^T$  は次式となる .

$$\begin{Bmatrix} u_X^{(Z)} \\ u_Y^{(Z)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_d - r_X^{(Z)} \\ Y_d - r_Y^{(Z)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\theta_Z l_{XY} \sin \Theta_Z \\ \theta_Z l_{XY} \cos \Theta_Z \end{Bmatrix} \quad (A.12)$$

### A.1.2 X 軸まわりの回転

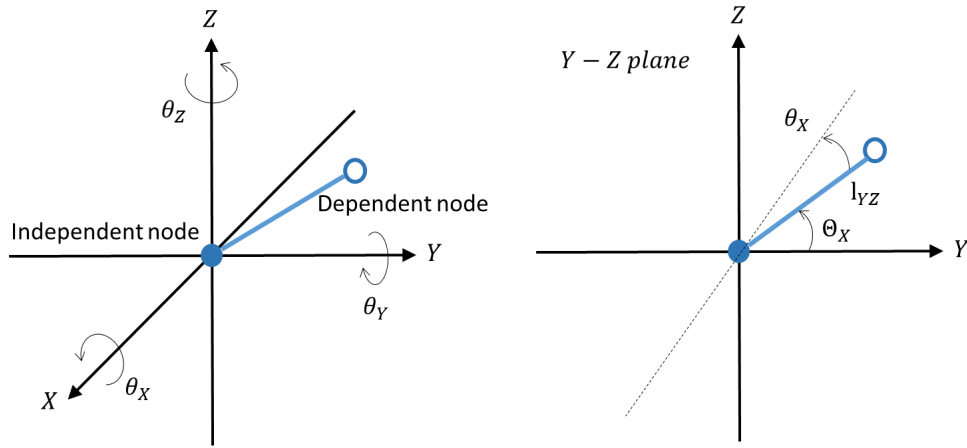


Fig A.2: Infinitesimal rotation around X axis

Z 軸まわりの回転と同様に , X 軸まわりの回転に関して , Y-Z 平面での関係を導くと最終的に , X 軸周りに  $\theta_X$  微小変位したときの並進方向変位  $\{u_Y^{(X)} \ u_Z^{(X)}\}^T$  は次式となる .

$$\begin{Bmatrix} u_Y^{(X)} \\ u_Z^{(X)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\theta_X l_{YZ} \sin \Theta_X \\ \theta_X l_{YZ} \cos \Theta_X \end{Bmatrix} \quad (A.13)$$

ここで ,  $l_{YZ}$  ,  $\Theta_X$  は次のように位置ベクトルの成分で表される .

$$l_{YZ} = \sqrt{(r_Y^i - r_Y^d)^2 + (r_Z^i - r_Z^d)^2} \quad (A.14)$$

$$\Theta_X = \tan^{-1} \frac{r_Z^d}{r_Y^d} \quad (A.15)$$

### A.1.3 Y 軸まわりの回転

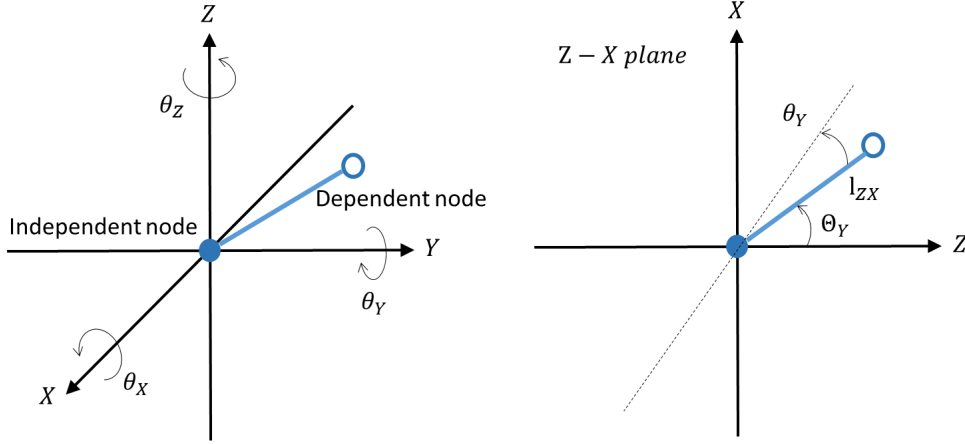


Fig A.3: Infinitesimal rotation around Y axis

同様に，Y 軸まわりの回転に関して，Z-X 平面での関係を導くと最終的に，Y 軸周りに  $\theta_Y$  微小変位したときの並進方向変位  $\left\{ u_Z^{(Y)} \ u_X^{(Y)} \right\}^T$  は次式となる．

$$\begin{Bmatrix} u_Z^{(Y)} \\ u_X^{(Y)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\theta_Y l_{ZX} \sin \Theta_Y \\ \theta_Y l_{ZX} \cos \Theta_Y \end{Bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

ここで， $l_{ZX}$ ， $\Theta_Y$  は次のように位置ベクトルの成分で表される．

$$l_{ZX} = \sqrt{(r_Z^i - r_Z^d)^2 + (r_X^i - r_X^d)^2} \quad (\text{A.17})$$

$$\Theta_Y = \tan^{-1} \frac{r_X^d}{r_Z^d} \quad (\text{A.18})$$

## A.2 剛体要素マトリクス

並進運動に関しては，独立節点の並進変位と従属節点の並進変位が等しいこと，および独立節点の回転変位と従属節点の並進変位の関係式である式 (A.12)(A.13)(A.16) より，従

属節点の変位は独立節点の変位と回転姿勢，節点間距離を用いて表される．

$$\left. \begin{aligned} u_X &= u_X^i + u_X^{(Z)} + u_X^{(Y)} \\ &= u_X^i - \theta_Z l_{XY} \sin \Theta_Z + \theta_Y l_{ZX} \cos \Theta_Y \\ u_Y &= u_Y^i + u_Y^{(Z)} + u_Y^{(X)} \\ &= u_Y^i + \theta_Z l_{XY} \cos \Theta_Z - \theta_X l_{YZ} \sin \Theta_X \\ u_Z &= u_Z^i + u_Z^{(X)} + u_Z^{(Y)} \\ &= u_Z^i + \theta_X l_{YZ} \cos \Theta_X - \theta_Y l_{ZX} \sin \Theta_Y \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.19})$$

式 (A.3) , (A.19) をまとめると次式となる．

$$\mathbf{A}\mathbf{u}_i + \mathbf{B}\mathbf{u}_d = \mathbf{0} \quad (\text{A.20})$$

ここで，

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & l_{ZX} \cos \Theta_Y & -l_{XY} \sin \Theta_Z \\ 0 & 1 & 0 & -l_{YZ} \sin \Theta_X & 0 & l_{XY} \cos \Theta_Z \\ 0 & 0 & 1 & l_{YZ} \cos \Theta_X & -l_{ZX} \sin \Theta_Y & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

従属節点の変位を独立節点の変位で表すと次式となる．

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_d &= -\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{u}_i \\ &\equiv \boldsymbol{\beta}\mathbf{u}_i \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

ここで， $\boldsymbol{\beta}$  は次式となる．

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & l_{ZX} \cos \Theta_Y & -l_{XY} \sin \Theta_Z \\ 0 & 1 & 0 & -l_{YZ} \sin \Theta_X & 0 & l_{XY} \cos \Theta_Z \\ 0 & 0 & 1 & l_{YZ} \cos \Theta_X & -l_{ZX} \sin \Theta_Y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$



# 謝辞

本研究を終えるにあたり，研究はもとより生活面においても，終始熱心にご指導していただきました名古屋大学大学院工学研究科機械理工学専攻の井上剛志教授，高木賢太郎講師に深く感謝いたします．また，本研究の遂行にあたり，実際の車両開発の経験に基づく多くの有益な助言を頂いた三菱自動車工業の諸兄に感謝の意を表します．特に，本博士課程に推薦頂き，本研究を進めるための環境を作って頂きました三菱自動車工業機能実験部の塩崎弘隆部長に心から感謝いたします．