

論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※	第	号
------	---	---	---

氏 名 白土 智彬

論 文 題 目

ON FROBENIUS SPLIT ABELIAN FIBER SPACES
OVER CURVES

(曲線上の FROBENIUS 分裂するアーベルファイバー空間に
ついて)

論文審査担当者

主 査 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 博士(数理科学)
藤 原 一 宏

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 博士(数理科学)
伊 藤 由 佳 理

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 理学博士
納 谷 信

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 博士(理学)
高 橋 亮

論文審査の結果の要旨

申請者はこの申請論文において、正標数の代数多様体が曲線上のアーベルファイバー空間であるときに多様体が F -split するための一般性のある必要十分条件を与え、可能な分類を行った。以下、概要を述べる。

正標数の代数閉体上の非特異代数多様体 X は常に Frobenius 射 $F : X \rightarrow X$ という特別な自己準同型を持つ。 F により構造層が加群として split する多様体は F -split と呼ばれるが、この場合 (代数幾何において基本的な役割を果たす) 小平消滅定理を含む様々な良い性質を持つことが知られている。従ってどのような多様体のクラスが F -split するのかを明示することが基本的な問題となる。

先行研究により多くの場合 (X が 1 次元以下、線織面 (ruled surface), アーベル多様体など) に F -split のための必要十分条件が知られていたが、 X が 2 次元で楕円曲面 (elliptic surface) の構造を持つときでも完全な結論は出ていなかった。この申請論文において申請者はより一般に

- X が曲線上のアーベルファイバー空間の構造 $\pi : X \rightarrow C$ を持つ

ときに F -split 性の問題を論じており、主定理では主として π が「順性」という比較的一般的な性質を持つ場合に X が F -split するための必要十分条件を与えている。結果は比較的に短い分類表により与えられており、 F -split するアーベルファイバー空間は主として

- (1) 底空間の構造
- (2) ファイバーの重複度
- (3) π の非通常点
- (4) X の構造層の π による最高次数の順像

により 6 通りのタイプに分類され、各々とても特殊な構造を持つことが示されている。特に、底空間は種数 1 以下の曲線になっている。

この記述で X が 2 次元の場合には、順性を持つ楕円曲面が F -split するための必要十分条件が与えられることになるが、先行研究により知られていた場合に加え、標数 2 での Shioda Kummer surface が F -split することが新たに示されている。また、 X が 2 次元の場合にはどのタイプが実際に起こるかも決定されている。

主定理は以下の方針で証明される。まず X がファイブレーション構造を持つことから X の F -split 性を C と π についての条件に書き換える。特に π に関する条件は π から導かれる相対的 Frobenius 射により記述され、 π のファイバーとの関係が理解しやすいものとなる。そこで安田雅哉氏によるアーベルファイバー空間に対する canonical bundle formula を使った計算を行い、 X の F -split 性が組 (C, D) の F -split 性 (または F -pure 性) と同値となるような C 上の \mathbb{Q} -因子 D を構成する。 C が曲線の場合、 F -split する (C, D) の分類は既に渡辺敬一氏により行われており、その結果を適用することで分類が完了する。

以上の議論では渡辺氏による上記分類結果が本質的な役割を果たしている。

このように申請者によって与えられている結果は多様体がファイブレーション構造を持つ場合の F -splitness の研究の指針を与え、また楕円曲面の場合でも新しい例を含むなど F -splitness についての基本的な結果を与えている点が評価できる。

本論文に関する公開学位審査セミナーが 2017 年 1 月 11 日に行われ、申請者が博士の学位を取得するに足る高い学識を有する事を確認した。以上により、学位委員会は申請者には博士 (数理学) の学位が授与される資格があると判断する。

学位審査委員会

藤原 一宏 (委員長)

伊藤 由佳理

高橋 亮

納谷 信