論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※　　　　第　　　号

氏　　　名　　李　正勲

論　文　題　目

J-Stability, Montel's theorem, and Artin-Mazur zeta functions in non-Archimedean dynamics
（非アルキメデス的力学系における J-stability, Montel 定理, Artin-Mazur ゼーター関数）

論文審査担当者

主　査　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　教授　理学博士
松　本　耕　二

委　員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　准教授　博士（理学）
糸　健　太　郎

委　員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　教授　理学博士
木　村　芳　文

委　員　東京工業大学大学院理工学研究科　准教授　博士（数理科学）
川　平　友　規

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

李正勲氏の学位申請論文は，非 Archimedes 的体（たとえば p 進体など）上の有理関数を反復合成することで得られる力学系に関するものである．

理論のプロトタイプとなったのは，複素数体上の有理関数を反復合成して得られる力学系の理論である．複素係数の有理関数は 1 次元射影直線（Riemann 球面）から自身への分岐被覆として作用する．その作用を反復して得られる有理関数の族（列）がある点において「同程度連続」であれば力学系はその点において「安定」であり，そうでなければ力学系は「カオス的」とみなされる．とくに力学系が「カオス的」となる点全体は,「Julia 集合」と呼ばれている．

このような力学系の安定部分・カオス部分を考える動機のひとつとして，方程式の数値解法である Newton 法の大域挙動を解析せよ，という問題があった．P. Fatou と G. Julia は 20 世紀初頭，当時複素解析学の最先端であった Montel の「正規族の理論」をフル活用して，有理関数の反復合成による力学系の基礎理論を構築した．これが現在,「複素力学系理論」と呼ばれるものである．

「複素力学系」に限らず，力学系理論で一般に重要な問題となるのは，力学系自身の安定性である．

有理関数 f の係数を微小変化させて，別の有理関数 g が得られたとしよう．このとき，適当な同相写像 h を用いて $g = h \circ f \circ h^{-1}$ のように表現できるであろうか？そのような表現が f と「十分に近い」すべての g に関して可能であるとき，すなわち f と「十分に近い」複素力学系がすべて f の位相的変形として得られるとき,「f による力学系は安定である」とよばれる．

1980 年代に成立した Mañé-Sad-Sullivan 理論によれば，複素力学系の安定性の問題は本質的に Julia 集合（カオス部分）上に制限した力学系の安定性（「J-安定性」）の問題に帰着される．

複素力学系における以上のような理論が, 李正勲氏の研究の背景をなす．

李正勲氏が研究している非 Archimedes 的力学系においては，複素数体の代わりに「完備かつ非 Archimedes 的な代数的閉体」をとり，1 次元射影直線上の有理関数による力学系を考察する．そのような体においては解析的な道具（Taylor 展開，最大値原理，Montel の定理など）がほどほどに整備されており，複素力学系理論とのアナロジーが考えやすい．それにも関わらず，本格的な研究が始まったのは（すでに複素力学系理論が十分に成熟した）2000 年代に入ってからであり，非常に若い研究分野といえるであろう．

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

李氏の論文の主定理は次の３つである：

(a) 拡大的（expanding）とよばれるクラスに属する有理写像による力学系が，J-安定性をもつことの証明.

(b) 「完備かつ非 Archimedes 的な代数的閉体」における「Montel の定理」の別証明.

(c) 非 Archimedes 的有理関数の力学系の，Artin-Mazur ゼータ関数の計算，とくに有理性の証明.

これらは, 思想的には共通した基盤を持つものの, それぞれ独立した研究結果であり, それぞれ異なるプレプリント（三つの副論文）にまとめられている.

まず (a) は，上述の Mañé-Sad-Sullivan 理論から導かれる，複素力学系の「有理関数が拡大的ならば J-安定」という性質（逆も成り立つと予想されている）に対応するものであり非 Archimedes 的力学系理論で初めて，一般次数の有理関数に対する「安定性」の十分条件を与えた. 非 Archimedes 的な状況で「安定性」を考えようとすると, Mañé-Sad-Sullivan 理論で重要な役割を果たす擬等角写像論の非 Archimedes 的対応物がない, という困難に遭遇するが, 李正勲氏は「Sullivan の望遠鏡」と呼ばれる手法を初めて非 Archimedes 的力学系に適用することで証明に成功している.

(b) は L.-C. Hsia が示した基本的な結果である「非アルキメデス的 Montel の定理」に対し，S. Kawaguchi-J. H. Silverman の非 Archimedes 的 Green 関数をもちいた独自の着想により, 簡潔明快な別証明を与えたものである.

(c) はいわゆる「力学系のゼータ関数」に関する結果である．カオス的な力学系は一般に周期点を無限個持つ．たとえば周期 n の周期点が何個，といった情報を寄せ集めることで,「Artin-Mazur ゼータ関数」と呼ばれるタイプのゼータ関数が構成できる．複素力学系では「Artin-Mazur ゼータ関数」がかなり explicit に有理関数として書けることが A. Hinkkanen によって示された．李正勲氏はその計算を非 Archimedes 的な状況に巧妙に移植し，ほぼ同様の結論が非アルキメデス的体に対して成立することを確認した.

以上のように, 本論文で得られた結果は新規性・独創性ともに優れたものである. また１月１２日に行なわれた学位審査セミナーにおける氏の発表は、力学系理論の基礎から説き起こし、自身の結果とその証明のポイントを的確に押さえた、明快なものであった. 以上の理由により, 李正勲氏の論文は, 学位論文として十分な価値を有するものと認める.

学位審査委員会 (松本耕二, 木村芳文, 川平友規, 糸健太郎)