

論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※ 甲 第	号
------	-------	---

氏 名 盧 暁南

論 文 題 目 Combinatorial Designs with Certain Inner Structures and Number Theoretic Approaches to Their Existence

(特定の内部構造をもつ組合せデザインおよびその存在性に対する数論的アプローチ)

論文審査担当者

主 査	名古屋大学准教授	佐藤 潤也
委員	名古屋大学教授	安本 雅洋
委員	名古屋大学教授	松原 洋
委員	中部大学教授	神保 雅一

論文審査の結果の要旨

盧曉南氏提出の博士学位論文：Combinatorial Designs with Certain Inner Structures and Number Theoretic Approaches to Their Existence (特定の内部構造をもつ組合せデザインとその存在性に対する数論的アプローチ) に対する審査結果を報告する。

本論文は、特定の代数的構造と幾何的構造をもつ組合せデザインの最適構造とその存在性・構成法に焦点を絞り、幾つかの代数的、数論的アプローチを通じて、有理整数環の剰余環上のアフィン不変な四重系、有限体上の grid-block 差族および最適な grid-block 被覆デザインと呼ばれる3種類の組合せ構造に関する研究成果が述べられ5章で構成されている。

第1章では、組合せデザイン理論の歴史や、本論文の研究背景と本論文で扱う様々な組合せデザインを紹介し、それらの先行結果を概説している。組合せデザインの研究において Steiner 四重系 (SQS) は最も重要な構造の一つであり、巡回的な SQS の存在性・構成問題は特に難しく現在でも未解決である。強い対称性をもつ SQS とそれに関連する組合せデザインは本論文の前半の主題である。次に釣合い型不完備ブロックデザインの構成法で最も重要である差集合族などの組合せ構造を紹介し、その一般化として grid-block 差族を導入している。その「配列型」の組合せ構造は本論文のもう一つの主題である。

第2章では、アフィン不変な SQS と two-fold 四重系 (TQS) の構成法とその応用を述べている。一般アフィン群を自己同型群に持つデザインを考え、アフィン不変な SQS の直接的構成法と再帰的構成法をそれぞれ二つ与えている。第1の直接的構成法では、位数 p の有限体における射影直線上の点への射影特殊線型群による作用を考え、新たに LG グラフと CG グラフと呼ばれる代数的グラフを定義し、そのグラフの1因子が存在するとき、要素数 $2p$ のアフィン不変な SQS が構成される。第2の直接的構成法では、位数 p の有限体の要素を頂点とみなし、特殊な超グラフを定義し、その超グラフの1因子を利用して、要素数 $2p$ のアフィン不変な SQS が構成される。さらに有理整数環の剰余環およびその乗法群の代数的構造を利用した再帰的構成法も二つ与えている。これらの構成法を用いることにより、組合せデザインの難問の一つである着色問題に対して、2色で点彩色可能な SQS の系列を構成している。同様にアフィン不変な TQS に対しても直接的構成法と再帰的構成法を与えている。

第3章では、差集合族の一般化として、 r - k grid-block 差族を考えることにより、有限体上の radical r - k grid-block 差族の構成法を与え、代数的整数論の手法を用いて、その無限系列の存在を証明している。さらに、Kronecker 密度 (解析的密度) を用いて、組合せデザインの「スパース性」を評価し、その構成法による組合せデザインの「存在比率」を明らかにし、さらに k が素数のとき、 2 - k grid-block 差族の無限存在性を証明している。また組合せデザイン論では、有限体上の乗法指標和に関する Weil の定理の帰結である Buratti-Pasotti の定理がよく使われるが、本論文では、Weil の定理を直接使い