提案論文 2

# MCQテストにおける受験者の Partial Knowledgeの特性

関西医科大学 数学教室 有田清三郎

## 第1章 MCQテスト

### 1－1．はじめに

多肢選択テスト（Multiple-Choice Questions，以下MCQと略す）は医師国家試験をはじめ，歯科医師，看護婦，臨床検査技師，栄養士，リハビリテーション技師（OT，PT）等の国家試験，公務員採用資格試験，共通一次テストなど，広い分野にわたって実施されている。

MCQでは5肢択一式，2連式，3連式，複合連式，Kタイプなどの種々の形式があるが，5肢択一式では5つの選択肢が与えられ，その中に1個の正選択肢がかくされている。したがって，受験者は何も知らなくても偶然に（確率1／5で）正解を言い当てることができる。これが従来から指摘されてきた「あて推量」（厳密には正答率1／5のあて推量）である。MCQではあて推量で得点を増加することができる。これを数字モデルにしたものがランダム・ゲッシングモデルで，Calendra[14]，Horst[16]，Chernoff[15]，Lord & Novick[19]など多くの研究がある。池田はランダム・ゲッシングにおけるあて推量の修正公式（Correction for guessing）[17]や，m肢択一テストでm＝2，3，4，5，6，8，10，12と出題数（5，10～90，100）について，それぞれの場合の真の正解域を求めている[18]。

これに対して，我々はこのあて推量とは別の，MCQ特有の得点に影響を与える因子を発見した。すなわち

(1) 与えられた選択肢のうち，特定の1肢または2肢を知っていれば，確実に正答ができる。（正答ターミナル）

(2) 与えられた選択肢の中には，正答に寄与しない選択肢が存在する場合がある。（不用肢）

(3) 与えられた選択肢のうち，特定の1肢または2肢に難問を設置すれば，受験者はもはやあて推量なしでは正答できなくなる。（禁止肢）

本稿では，第1章でMCQテストの問題点を示し，第2章，第3章ではMCQテストの特性のうち，得点に影響を与える因子として，上記(1)～(3)を5肢択一式，2連式MCQテストの具体例をもとにして説明する。また第4章では，数学モデルを使って(1)～(3)の存在を示し，MCQテストにおけるPartial Knowledgeの特質を明らかにする。第5章ではm肢択一式テストにおける受験者の知識推移過程を考察する。

### 1－2．MCQテストの種類

まず，MCQテストの簡単な実例を示そう。

問1の①～⑤は選択肢，a～eは解答コードと呼ばれ，MCQテストは設問，選択肢，解答コードの三要素で構成されている。MCQテストでは，受験者は正しい選択肢の番号を答えるのではなく，選択肢の組合せで作られた解答コードの記号（a～e）で答える。解答コードは，選択肢を種々組み合わせて作るので，MCQテストでは種々

> 問1
>
> 次の地名で岡山県にない町村名はどれですか。
>
> ① 宇野
> ② 内海
> ③ 瀬戸
> ④ 加茂
> ⑤ 阿波
>
> 正解を次の解答コードから選びなさい。
>
> a．①，② b．①，⑤ c．②，③
> d．③，④ e．④，⑤

**表1**　MCQ テストの種類

| | |
|---|---|
| 問題は，設問，選択肢，解答コードからなる。<br><br>設問　△△△について，正しいものは？<br><br>選択肢<br>① ________________.<br>② ________________.<br>③ ________________.<br>④ ________________.<br>⑤ ________________.<br><br>解答コード　a ～ e の中から正解を１つ選ぶ | 1）単一式<br>a. ①　b. ②　c. ③　d. ④　e. ⑤<br><br>2）2連式<br>a. ①，②　b. ①，⑤　c. ②，③<br>d. ③，④　e. ④，⑤<br><br>2）3連式　（2連式の裏）<br>a. ①，②，③　b. ①，②，⑤<br>c. ①，④，⑤　d. ②，③，④<br>e. ③，④，⑤<br><br>4）複合連式　（選択肢は①～④の４つ）<br>a. ①，③，④のみ　b. ①，②のみ<br>c. ②，③のみ　d. ④のみ<br>e. ①～④のすべて<br><br>5）単一式変形　（選択肢は①～④の４つ）<br>a. ①　b. ②　c. ③　d. ④<br>e. ①～④のいずれでもない（N）<br>または e. ①～④のすべて（P） |

の形式の問題が使用されている。医師国家試験に用いられている MCQ テストの代表的な種類を表１に示す。

## 第2章　2連式 MCQ テストの特性

### 2－1．2連式 MCQ テスト

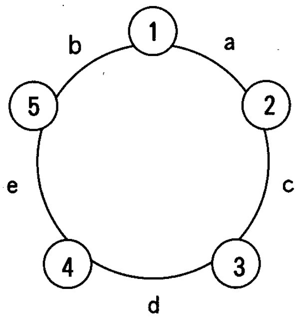
2連式 MCQ テスト（以下，2連式と略す）は，解答コードが2個の正選択肢で構成され，解答コードの規則性がわかりやすい形式である。この節では，この2連式を対象にして MCQ の特性を論じよう。

設問に対し正しい選択肢を正選択肢（○），正しくない選択肢を不正選択肢（×）とする。MCQ テストにおけるすべての選択肢は上記の○か×かのいずれかに分類される。表１の MCQ 形式では，選択肢は5個（または4個）が与えられているが，5個の選択肢が与えられている場合には，○と×の組合せで考えると$2^5=32$通りの配列がある。表１では解答コードは常に a～e の5組となっているから，MCQ テストにはこの32通りの配列から，ある規則性を有した5組をとりだして解答コードを構成している。

2連式における選択肢と解答コードの関係は表2の通りである。選択肢①～⑤を円周上に並べると，各解答コードは2つの○が連になっていることから「2連式」と命名された[1)2)3)]。また各選択肢ごとにみると，○の位置が a ～ e のいずれかの2ヶ所にあり，選択肢ごとの公平性も備わっている。

**表2　2連式MCQにおける選択肢と解答コードの関係**

| 解答コード | 選択肢 ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
|---|---|---|---|---|---|
| a | ○ | ○ | × | × | × |
| b | ○ | × | × | × | ○ |
| c | × | ○ | ○ | × | × |
| d | × | × | ○ | ○ | × |
| e | × | × | × | ○ | ○ |




## 2－2．2連式における正答ターミナル，不用肢・禁止肢

### (ⅰ) 正答ターミナル

2連式で確実な正答ができるためには，どのような知識が必要であろうか。これを問1の具体例で考えてみよう。問1で与えられた選択肢（地名）について，それぞれが岡山県内にない町村名かどうかをすべて知っていれば，もちろん確実に正答できる。またこの問題で，設問の岡山県にない町村名（正選択肢：○）を2個知っていても，必ず正答できる。しかしそれ以外の知識でも確実な正答ができないだろうか。

> 問2
> 次の地名で岡山県にない町村名はどれですか。
> ①
> ②　内海
> ③　瀬戸
> ④
> ⑤
>
> 正解を次の解答コードから選びなさい。
> a. ①，②　　b. ①，⑤　　c. ②，③
> d. ③，④　　e. ④，⑤

選択肢の中の「内海」町は香川県（小豆島）や広島県には在るが，岡山県には存在しないことと「瀬戸」という地名は愛知県にも在るが，岡山県にも瀬戸町が在ることがわかったとしよう。換言すると，「第2肢の②内海が○で，③瀬戸が×」の知識を解答コードに適用しただけで，②が○なので，aとcだけが残り，さらに③が×なのでcが消去され，aがただひとつ残る。すなわち正解はaとわかる。これはあて推量でなく，確実な正答である。隣接する1組の○と×の部分的知識だけで確実に正答できるのである。

また瀬戸町と阿波村が岡山県にあるということを知っていれば，（隣接していない2個の×の知識だけで），③と⑤に関係したコードを消去してゆき，aだけが1つ残る。これも部分的知識だけで，確実に正答できる例である。さらに，阿波村は岡山県にあり（×），「宇野」は宇野港という地名はあっても，現在では宇野町，宇野村が岡山県にないこと（○）がわかっている場合には，①の○と⑤の×の知識だけで，正解aを正答できる。もちろん「宇野」が（○），「内海」が（○）を知っていれば，その知識だけで即座に正答できる。

このような部分的な知識だけで，確実に正答できる知識の組合せを「正答ターミナル」と命名した[1), 2), 3)]。2連式では，このような正答ターミナルは（○○－－－），（－○×－－），（－－×－×），（○－－－×）の4組である。（2連式の正答ターミナルがこの4組の知識であることを後述の数学モデルで証明する。）

逆の見方をすると，この正答ターミナルは，特定の2肢さえ知っていれば，他の選択肢の知識は全く

無くてもよいことを意味している。問1の具体例で考えると，例えば②の「内海」（○）の知識と③の「瀬戸」（×）の知識だけで正解が見つかり設問に対する正選択肢の内容（第1肢の内容）を知らなくてもよいことになる。

次に，この正答ターミナルがどのような2連の規則性に起因しているかを検討しよう。

いま，正解が解答コードａであるとすると，ａの○×配列は○○×××で○群（○が2個）と×群（×が3個）の2群で構成され，かつ○と×がそれぞれ「連」を構成している。○と×の入り乱れた混在配列ではない。解答コードｂも選択肢⑤と①を循環させて考えるとａの○○×××と同様な配列である。したがって，解答コードａ～ｅの中で，正答コードを見つけるとは，○○×××を○群と×群の2つの群に分離すること，換言すれば○群の先頭（または終端の○）の位置，または×群の先頭（または終端の×）の位置，あるいは○群と×群の境界を見つけることになる。以上のことから，2連式における正答ターミナル（○○－－－），（－○×－－），（－－×－×），（○－－－×）は連の規則性を活用した○○×××配列における○群，×群の分離を可能にする知識である。2連式MCQテストの正答ターミナルは（①，②），（②，③），（③，⑤），（①，⑤）の4組である。

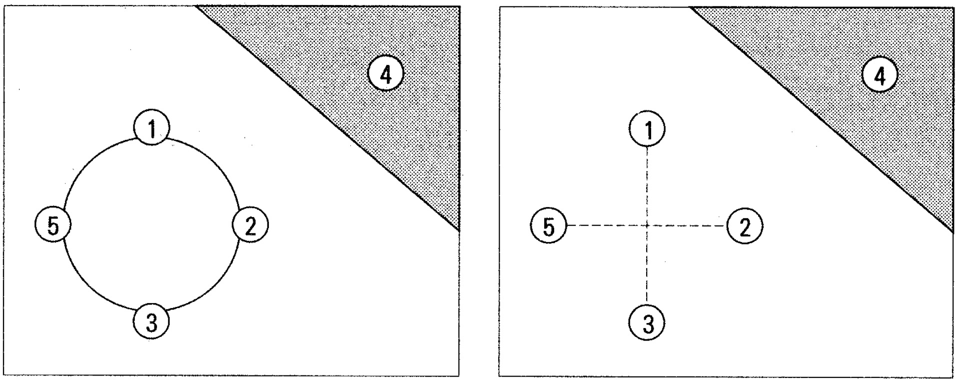
### （ii）不用肢

問1の第4肢の④加茂町が岡山県にあるという知識は，その知識単独ではもちろんのこと，他の知識と結合させても，確実な正答（正答ターミナル）にはなりえない。このことは，前述の正答ターミナルのいずれにも，第4肢が含まれていないことからもわかる。したがって，確実な正答を見つけるには第4肢は不用の選択肢である。第4肢の知識はただ単にあて推量の正答率を増やすだけで正答できるために直接寄与できる知識ではない。第4肢が不用肢であることは○○×××の配列で×群の中間にあり，○群，×群を分離できないことからも分かる。また第4肢の知識に他の1肢○か×かの知識が附加されたとき，（○－－×－），（－○－×－）あるいは（－－××－），（－－－××）の知識でも正答ターミナルになりえず，○群と×群を分離できない。

MCQのすべての形式に不用肢が存在するわけではないが，2連式では不用肢が存在し，正解ａでは第4肢（一般には○群または×群の境界にない中間肢）である。正答に寄与しない選択肢が存在することが，これまではっきりした形で明らかにはされていなかったが，この不用肢は出題者に「この第4肢に難しい選択肢（あるいは逆に易しい選択肢）を設置したからといって，問題全体が難かしい問題（易しい問題）になったと解釈してはならない」ことを警鐘している。

解答コードがａのときの正答ターミナルと不用肢の関係を示すため，不用選択肢を別の領域に配置すると，第1肢，2肢，3肢，5肢の4つの選択肢が循環し，正答ターミナルは，隣接する2つの選択肢の組になることがわかる。(図1)

解答者は，正答ターミナルになる2つの選択肢の組合せ（4組もある）を知れば必ず正答できる。と




正答ターミナル：（①，②），（②，③），（③，⑤），（⑤，①）

不用肢：（④）

禁止肢：（①，③），（②，⑤）

(a) 正答ターミナルと不用肢　　(b) 禁止肢

**図1**　2連式MCQにおける正答ターミナル，不用肢と禁止肢

ころが，不用肢1個と，次項に述べる禁止肢にあたる2個の選択肢，計3個の選択肢（例えば，不用肢④と①と③）を知っていても，解答コードは必ず2つ残るので，そのいずれかはあて推量なしには答えられない。すなわち，○－××－または－○－××の知識は5肢のうち3肢（60%）がわかる知識量があっても正解を答えられないのである。これに対して，正答ターミナルでは5肢のうち2肢（40%）の知識で確実に正答できる。これは知識の量と得点が比例しないという重大な欠点をMCQが有していることを如実に示している。

### （iii）禁止肢

正答ターミナルは「確実な正答」ができるための知識に焦点があてられており，これは受験者の立場から，確実に正答できるためには何個の選択肢をどんな位置で知ればよいかという問いかけに対する解答と考えてもよい。

これに対して，今度は「確実な正答」ができなくなる配置すなわち，どの位置の選択肢を何個難かしくすれば，あて推量なしでは正答できなくなるかを検討する。

この問いに対する解答は次の通りである。「図1のすべての正答ターミナルが出来なくなるように難肢（受験者の知識レベルを超えた内容の選択肢）を配置せよ。」例えば問1の具体例で，第1肢の①だけを難肢にすれば（①，②），（①，⑤）という正答ターミナルは破壊されるが，（②，③），（③，⑤）の正答ターミナルは残存するから，②，③，⑤を知っている受験者はあて推量なしに正答できる。そこで①，③の両選択肢を難肢にすると，すべての正答ターミナルは破壊される。受験者は他の②，④，⑤の知識を総動員しても，あて推量以外では正答できない。

問3
次の地名で岡山県にない町村名はどれですか。

　　① ▒
○ ② 内海
　　③ ▒
× ④ 加茂
× ⑤ 阿波

▒ は受験者の知識レベルを超えたきわめて難しい選択肢である。

正解を次の解答コードから選びなさい。
a. ①，②　b. ①，⑤　c. ②，③
d. ③，④　e. ④，⑤

②，④，⑤の知識を得た受験者は①か③のどちらかが○であることはわかっても，確実な正答ができないため，aかcかの二者択一を迫られる。このような難肢設置は，あて推量を強要するだけで，もはやテストの意味すら失なわせるため，「禁止肢」と命名した。2連式の禁止肢は（①，③）と（②，⑤）の2組である。

この禁止肢の存在も明確にされていなかった。出題者は難肢を不用意に配置したとき，テストをパズルの世界に引き落としてしまう。その意味で禁止肢は，文字通り出題者に「MCQテストをあてものにさせないための難肢配列」を警報するものである。出題者はこの禁止肢を知ることによって不用意に難肢を設置できなくなるであろう。受験者がMCQテストでよく遭遇した二者択一のジレンマは，この禁止肢に起因していたのではないだろうか。

禁止肢を○○×××の配列から考察する。禁止肢は○群と×群をくっきりと分離できなくする難肢の配置である。2連式での禁止肢は，▒○▒××，○▒××▒で○群と×群の境界をわからなくするため，○と×の間に交差させて，難肢を配置させている。この場合にも不用肢④は何ら関与していないことがわかる。もちろん，全肢を難肢にしてしまえば，あて推量なしでは正答できないから，禁止肢を難肢の最小限の配置という意味で使っている。

## 第3章　5肢択一式テストの特性

5肢択一テストは与えられた5肢の中にただ1つ正選択肢が存在する場合でテスト形式の中で最もよく見かける代表的なものである。また，医師国家試験等ではMCQテストの解答コードが5肢択一式，

2連式等のテスト形式に関わらずa〜eの5個に限定されているため，解答コードだけからみても正解はa〜eのいずれか1つであるため5肢択一方式になっている。

いま正解が第1肢にある，すなわち，第1肢が正選択肢で，第2肢から第5肢まで不正選択肢であるとする。5肢選択式を○×記号で書くと○××××となっている。○○×××を2連式，○○○××を3連式と命名したことからこれらの規則性と関連づけて○××××は一連式と呼ばれることもある。このときの正答ターミナル，不用肢，禁止肢を求めよう。

### 3－1．5肢択一式における正答ターミナル

#### （i）5肢択一式における正答ターミナル

5肢択一式○××××は一個の正選択肢（○）と4個の不正選択肢で構成され，○群と×群が連鎖されているが，2連式のように×群の境界位置（第2肢と第4肢）の知識が必ずしも○群と×群の分離を意味しないため，2連式における正答ターミナルと相様が異なる。5肢択一式○××××における正答ターミナルは（○－－－－）と（－××××）の2組である。（○－－－－）は正選択肢そのものを知っている知識の状態であり，順方向の知識である。これに対して（－××××）は正選択肢はわからず，残り4個の不正選択肢のすべてが不正であることを知っている知識の状態である。これは（○－－－－）に対して，逆方向の知識であり，MCQにおける受験者の消去法（不正選択肢を除去してゆく方法）による正解できる知識である。5肢択一式での消去法は一個の正選択肢を見つけるためには4個の知識が必要である。このため多くの知識動員の影に隠れて，従来この知識（－××××）が正解できる知識としてあからさまな形で明示されなかった。以上より，5肢択一式における正答ターミナルは（①）と（②，③，④，⑤）の2組である。

#### （ii）5肢択一式における不用肢

5肢択一式における○××××で不用肢が存在するか，もし存在すればそれはどれかを調べるため，正選択肢の知識と不正選択肢の知識に分けて検討する。5肢択一式において正選択肢を知っていれば正答ターミナルの知識（○－－－－）から，（○－×－－），（○－××－）等の知識，（○××××）の完全知識に至るまで正解できる知識である。換言すれば正選択肢の知識は正解に寄与できる知識である。正選択肢は不用肢ではない。従って，5肢択一式における正選択肢は不用肢ではない。次に，不正選択肢について検討する。

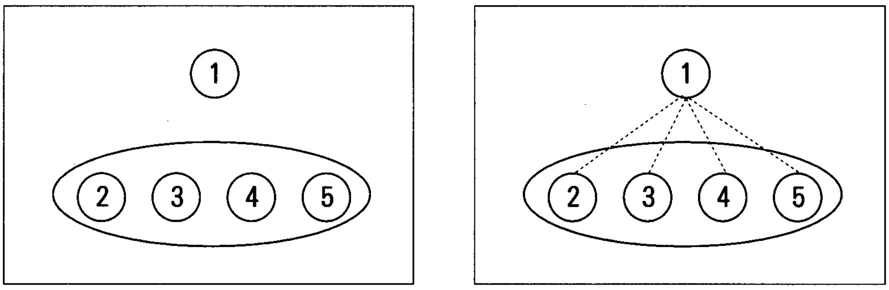
5肢択一式○××××での消去法で4個にいたらない2個か3個の不正選択肢の知識ではたとえば（－×－－×），（－－×××）などの知識では×とわかった知識がたとえその位置が正選択肢（○）に隣接していたとしても，その×が○のそばにあることが認識できないため，2連式の（－－×－×）のような正答ターミナルになりえない。5肢択一式で不正選択肢の知識は4個の知識（－××××）は正答ターミナルとなるが，3個，例えば，（－××－×），2個，例えば（－×－－×），1個，例えば（－－×－－）などの知識は3個のとき正答率1／2のランダム・ゲッシング，2個のとき正答率1／3のランダム・ゲッシング，1個のとき正答率1／4のランダム・ゲッシングの知識になるだけである。不正選択肢の知識は4個の不正選択肢のみのとき正答ターミナルになるだけである。逆に考えると，不正選択肢だけで正答しようとすれば，たとえ一個の不正選択の知識が欠如しても正解できない。不正選択肢の正答ターミナルは4個すべての不正選択肢の知識が必要である。従って，4個の不正選択肢すべてが一個も欠除してはならないという意味で，正解に寄与できる知識である。不正選択肢も不用肢でない。以上より5肢択一式では不用肢は存在しない。

#### （iii）5肢択一式における禁止肢

出題者の立場で5肢択一式で「正解させない」ための難肢配置を考えよう。5肢択一式では解答指定

されるべき一個の正選択肢がわかれば，もちろんすぐ正解できるから，これを正解できないような難肢にするだろう。次に4個の不正選択肢では，すべての不正選択肢を難肢にすれば答えられないが，もし4個のうち，1個の不正選択肢を難肢にしたらどうなるであろうか。3個までは不正とわかっても，不正選択肢に配置された1個の難肢が正か不正かわからなくなる。したがって，正選択肢とどこか1個の不正選択肢2つを難肢にすれば正答できなくなる。この知識を正答ターミナルを破壊するという観点から見直してみよう。

5肢択一式における正答ターミナルは（①），（②，③，④，⑤）であった。この2つの知識を同時に破壊する難肢の位置は（①と②），（①と③），（①と④），（①と⑤）の4組である。すなわち，5肢択一式における禁止肢は1個の正選択肢と1個の不正選択の組合せである。①と②のみ難肢にしたとき（③，④，⑤）の知識を持った受験者は（－－×××）での知識から○が第1肢か第2肢にある事を知り正答率1／2のあて推量をすることになる。このように，5肢択一式における禁止肢（最小難肢配置）では高々正答率1／2のランダム・ゲッシングになる。もちろん，5肢をすべて難肢にすれば無知識の受験者と同じ正答率1／5のランダム・ゲッシングを行うことになる。5肢択一式MCQにおける正答ターミナル，不用肢と禁止肢をまとめて図に示すと，図2のようになる。



(a) 正答ターミナル
（①），（②，③，④，⑤）

(b) 禁止肢
（①，②），（①，③），（①，④），（①，⑤）

(c) 不用肢
存在しない

**図2　5肢択一式MCQにおける正答ターミナル，不用肢，禁止肢**

## 第4章　数学モデルによる正答ターミナル，不用肢，禁止肢

2連式及び5肢択一式の正答ターミナル，不用肢，禁止肢を数学モデルを使って検討する。2連式及び5肢択一式では5つの選択肢が与えられている。いま，各選択肢の理解を「わかる（known)」とわからない（unknown)」のいずれかと考える。このうち「わかる」には正選択肢を理解できる場合（○）と，不正選択肢を理解できる場合（×）がある。また第j肢の選択肢のわかる確率を $p_j$ $(0 \leqq p_j \leqq 1;\ j = 1, 2, \cdots, 5)$ とする。

### 4－1．2連式における数学モデル

2連式で正解がaの場合について議論する。他の解答コードの場合についても，2連式の規則性によって，この議論は一般性を失わない。「正しくわかる知識（○か×）」と，「わからないという知識（？）」の組合せは $2^5 = 32$ 通りあり，それぞれの知識に対応させて，その正答率とそれが生起する確率を求めた。（表3）このうち，正答率が1となる生起確率の和を $f\,(\mathbf{P})$ とする。2連式での $f\,(\mathbf{P})$ は次式で与えられる。

$$f\,(\mathbf{P}) = \{p_1 + (1 - p_1)\,p_3\} \cdot \{p_2 + (1 - p_2)\,p_5\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

ただし　$\mathbf{P} = (p_1,\ p_2,\ p_3,\ p_4,\ p_5)$　である。

**表3**　2連式MCQにおける知識と正答率

（正解が解答コードａのとき）

| 知識 | 正答率 | 生起確率 |
|---|---|---|
| ○○××× | 1 | $p_1 p_2$ |
| ○○××？ | 1 | |
| ○○×？× | 1 | |
| ○○×？？ | 1 | |
| ○○？×× | 1 | |
| ○○？×？ | 1 | |
| ○○？？× | 1 | |
| ○○？？？ | 1 | |
| ？○××× | 1 | $(1-p_1)p_2 p_3$ |
| ？○××？ | 1 | |
| ？○×？× | 1 | |
| ？○×？？ | 1 | |
| ○？××× | 1 | $p_1(1-p_2)p_5$ |
| ○？×？× | 1 | |
| ○？？×× | 1 | |
| ○？？？× | 1 | |
| ？？××× | 1 | $(1-p_1)(1-p_2)p_3 p_5$ |
| ？？×？× | 1 | |
| ？？××？ | 1／2 | $(1-p_1)(1-p_2)p_3 p_4(1-p_5)$ |
| ？？？×× | 1／2 | $(1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)p_4 p_5$ |
| ○？××？ | 1／2 | $p_1(1-p_2)(1-p_5)$ |
| ○？×？？ | 1／2 | |
| ○？？×？ | 1／2 | |
| ○？？？？ | 1／2 | |
| ？○？×× | 1／2 | $(1-p_1)p_2(1-p_3)$ |
| ？○？×？ | 1／2 | |
| ？○？？× | 1／2 | |
| ？○？？？ | 1／2 | |
| ？？×？？ | 1／3 | $(1-p_1)(1-p_2)\Sigma p_i(1-p_j)(1-p_k)$ |
| ？？？×？ | 1／3 | |
| ？？？？× | 1／3 | |
| ？？？？？ | 1／5 | $(1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)(1-p_4)(1-p_5)$ |

**（ｉ）正答ターミナル**

正答ターミナルは，確実な正答ができる知識の状態で，それらは $f(\mathbf{P})=1$ の解で与えられ，$p_1=p_2=1$，$p_1=p_5=1$，$p_2=p_3=1$，$p_3=p_5=1$ となる。すなわち2連式の正答ターミナルは（①，②），（①，⑤），（②，③），（③ ⑤）の4組である。

**（ii）不用肢**

$f(\mathbf{P})$ は一般に，（$p_1$，$p_2$，$p_3$，$p_4$，$p_5$）の関数で与えられるが，2連式の $f(\mathbf{P})$ には $p_4$ が含まれていない。すなわち第4肢は確実な正答に寄与しない選択肢である。以上より2連式には不用肢が存在し，それは第4肢である。

**（iii）禁止肢**

あて推量なしでは正答できない，すなわち，確実な正答ができなくなる禁止肢は，$f(\mathbf{P})=0$ の解で与えられ，$p_1=p_3=0$，$p_2=p_5=0$ となる。すなわち2連式における禁止肢は（①，③），（②，⑤）の2組である。

**4－2．5肢択一式における数学モデル**

5肢択一式で正解がａ，すなわち第1肢が正選択肢の場合について議論する。2連式と同様にして，「正しくわかる知識（○か×）」と「わからないという知識（？）」の組合せを作り，正答率と生起する確率を求めた。（表4）このうち，正答率が1となる生起確率の和を $g(\mathbf{P})$ とすると

$$g(\mathbf{P})=p_1+(1-p_1)p_2 p_3 p_4 p_5 \quad \cdots\cdots (2)$$

ただし　$\mathbf{P}=(p_1,\ p_2,\ p_3,\ p_4,\ p_5)$　となる。

**表４**　５肢択一式 MCQ テスト
（正解が解答コードａ，すなわち第１肢正選択肢のとき）

| | 正答率 | 生起確率 |
|---|---|---|
| ○××××　| 1 | $p_1$ |
| ○×××？ | 1 | |
| ○××？× | 1 | |
| ○×？×× | 1 | |
| ○？××× | 1 | |
| ○××？？ | 1 | |
| ○×？×？ | 1 | |
| ○？××？ | 1 | |
| ○×？？× | 1 | |
| ○？×？× | 1 | |
| ○？？×× | 1 | |
| ○×？？？ | 1 | |
| ○？×？？ | 1 | |
| ○？？×？ | 1 | |
| ○？？？× | 1 | |
| ○？？？？ | 1 | |
| ？×××× | 1 | $(1-p_1)p_2p_3p_4p_5$ |
| ？×××？ | 1／2 | $\Sigma(1-p_1)p_ip_jp_k(1-p_l)$ |
| ？××？× | 1／2 | |
| ？×？×× | 1／2 | |
| ？？××× | 1／2 | |
| ？××？？ | 1／3 | $\Sigma(1-p_1)p_ip_j(1-p_k)(1-p_l)$ |
| ？×？×？ | 1／3 | |
| ？？××？ | 1／3 | |
| ？×？？× | 1／3 | |
| ？？×？× | 1／3 | |
| ？？？×× | 1／3 | |
| ？×？？？ | 1／4 | $\Sigma(1-p_1)p_i(1-p_j)(1-p_k)(1-p_l)$ |
| ？？×？？ | 1／4 | |
| ？？？×？ | 1／4 | |
| ？？？？× | 1／4 | |
| ？？？？？ | 1／5 | $(1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)(1-p_4)(1-p_5)$ |

**（ｉ）正答ターミナル**

正答ターミナルは，$g(\mathbf{P})=1$ の解で与えられる。(2)より $g(\mathbf{P})=1$ となる知識は $p_1=0$ と $p_2p_3p_4p_5=1$（すなわち $p_2=p_3=p_4=p_5=1$）の２組である。したがって，５肢択一式の正答ターミナルは（①）及び（②，③，④，⑤）の２組である。

**（ⅱ）不用肢**

(2)式より $g(\mathbf{P})$ は，($p_1$，$p_2$，$p_3$，$p_4$，$p_5$）の関数で $p_1$，$p_2$，$p_3$，$p_4$，$p_5$ はいずれも $g(\mathbf{P})$ の構成要素になっている。したがって５肢択一式には不用肢は存在しない。

**（ⅲ）禁止肢**

５肢択一式の禁止肢は $g(\mathbf{P})=0$ の解で与えられる。$g(\mathbf{P})=0$ の解は $p_1=0$ かつ $p_2p_3p_4p_5=0$（すなわち $p_2=0$ または $p_3=0$ または $p_4=0$ または $p_5=0$）であるから，結局解は（$p_1=0$ かつ $p_2=0$），（$p_1=0$ かつ $p_3=0$），（$p_1=0$ かつ $p_4=0$），（$p_1=0$ かつ $p_5=0$）となる。したがって５肢択一式の禁止肢は（①，②），（①，③），（①，④），（①，⑤）の４組である。

以上より，数学モデルを用いて２連式，５肢択一式における正答ターミナル，不用肢及び禁止肢を示した。これらは知識の組合せと解答コードとの規則性により経験的にも得られるが，数学モデルの導入によってより明確により理論的に導出することができた。

## 第５章　ｍ肢択一問題における知識の推移過程

多肢選択テストで最もシンプルな型式である２肢択一式問題や，入学試験や資格試験でよく用いられる５肢択一式問題は一般にm肢択一問題といわれる。

ｍ肢択一問題では，正選択肢（以下これを○印で記す）が１個，不正選択肢（以下これを×印で記す）が（ｍ－１）個ある。

従来の多肢選択テストにおける知識モデルでは，得点に対する知識の状態は正解が完全にわかった状態（正答率１）と正選択肢が全くわからないため，ｍ個の選択肢からあて推量（ランダム・ゲッシング）によって正答できる知識の状態（正答率１／ｍ）の２つに限定され，これに基づいて得点分布が計

算された。

これに対して，我々はm肢択一問題でも正答率1となるのは正選択肢がわかった時だけでなく，全ての不正選択肢がわかった時にもあり，これを「正答ターミナル」と名付けた。知識の状態がこの正答ターミナルに至れば，この知識だけで必ず正答し，残りの選択肢の正，不正も決定できる。正答率1の知識の状態である。また，あて推量で正答できるのは正答率1／m，すなわち与えられた全選択肢に対して何の知識も持ち合わせていない場合（無知識）だけではない。例えば，不正選択肢を1個正しく知れば正解は残り4個の選択肢の中に内蔵されている事がわかり，この場合には正答率が1／4となる。このように，あて推量で正答できるのは，正答率1／5はもとより，正答率1／4，1／3，1／2の知識の状態もあり得るのである[2]。

また，正選択肢を不正だと誤って理解していた場合（誤情報），これだけの知識の時には必ず誤答する。我々はこのような必ず誤答する知識の状態（正答率0の知識の状態）を「誤答ターミナル」と名付ける[4]。従来の知識モデルでは，正しい知識及びわからない知識の状態（すなわち誤情報を含まない知識の状態）だけに基づいて構成されていたため，正答率0の知識の状態が設定されていなかった。以上より，受験者が正しい知識と誤った知識とを持っている場合に，m肢択一型での知識と得点の関係は図3のようになる。

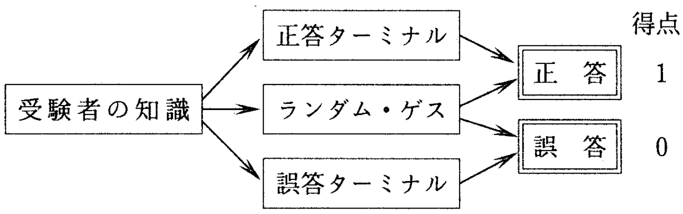



**図3**　受験者の知識の状態と正・誤答との関係

ここでは，m肢択一型問題で最もシンプルな型の2肢択一型及び一般のm肢択一の基本となる3肢択一型について受験者の不完全なあいまい知識（Partial knowledge及びFuzzy information）と得点の関係について検討する。

**5－1．2肢択一問題におけるファジイ情報**

多肢選択テストのうち，最も基本的な形式である2肢択一問題について，受験者の不完全情報による正誤答について，数学モデルを構成して検討する。

2肢択一問題について次のような仮定をおく。

**（仮定1）** 第1肢を正選択肢（○），第2肢を不正選択肢（×）とする。

**（仮定2）** 知識の状態は正しい知識，誤った知識，不明（？）及びあいまいな知識とする。あいまいな知識には正しい知識と誤った知識の2つの場合があるものとする。

**（仮定3）** 受験者は各問に対して必ず解答する。

**（仮定4）** 判定できないときはランダム・ゲス（あて推量）を行う。

**（仮定5）** あいまいな段階での判定では確信度が高い方を選択する。

これらの仮定の下に，受験者の知識と正・誤答の関係は次の図4のようになる。

図4における「正答ターミナル」はそれだけの知識で必ず正答できる知識の状態（例えば知識「○？」），「誤答ターミナル」はそれだけの知識で必ず誤答する知識の状態（例えば知識「×？」）を意味する。

この時，知識の状態による得点表は図4のようになる。

図4では○，×は確実な知識，□印は誤判断を表す。また◌，×印はあいまいな知識を伴った場合の知識を示す。

受験者の正，不正判定方式にはModel Ⅰ：（仮定5）のようにどちらかに判定してしまう方式（(0，1）決定）やModel Ⅱ：あいまい情報による判定を顧慮した重みづけ判定方式などがあるが，さらにあいまい情報がもつ固有の判定方式 Model Ⅲ：選択肢の相互の判断の組み合わせから，判断の途中で

あいまい情報による選択肢の判定を正から不正（またはその逆）に反転させる方式（相対判定）がある。

### （i） 2肢択一式における知識と得点の数学モデル

2肢択一テストにおいて，(1)正解を（○，×）（すなわち第1肢が正選択肢）と，また1肢ごとの解答者の知識の状態は確実に正しく知っている（確実な知識），全く知らない，確実に誤って知っているの3つの状態の他に，これらの知識の状態に介在するあいまい知識の状態を設定する。このあいまいな知識の状態には正しい知識に関係したものと，誤った知識に関係したものの2種類のあいまいな知識があるものとする。すなわち，知識の度合いを x（$-1 \leqq x \leqq 1$）で表し，$x=1$ のとき正しく確実に知っている知識の状態，逆に $x=-1$ は誤って確実に知っていると思っている状態，$x=0$ は全く知らない状態とする。$0<x<1$ は正しい知識だがあいまいな状態，$-1<x<0$ は誤った知識だがあいまいな状態を表す。

知識の状態が，得点とどのような関係にあるかを数学モデルを使って説明しよう。

今，第1肢の知識の状態を x（$-1 \leqq x \leqq 1$），第2肢の知識の状態を y（$-1 \leqq y \leqq 1$）で表す。$x=1$ は第1肢を正しく確実に知った状態である。$x_1=0$ は第1肢がわからない状態，$x_1=-1$ は第1肢を確実に誤って知っている状態である。第2肢についても y に同様な定義を与えるものとする。

この時，知識空間（x，y）に対して2肢択一式での正答ターミナル空間S(2)，誤答ターミナル空間F(2)は次のようになる。

$$S(2)=L_1(2) \cup L_2(2)$$

$$F(2)=\overline{L}_1(2) \cup \overline{L}_2(2)$$

ここに

$$L_1(2)=\{(x, y) \mid x=1, 0 \leqq y \leqq 1\}$$

$$L_2(2)=\{(x, y) \mid 0 \leqq x \leqq 1, y=1\}$$

また

$$\overline{L}_1(2)=\{(x, y) \mid x=-1, -1 \leqq y \leqq 0\}$$

$$\overline{L}_2(2)=\{(x, y) \mid -1 \leqq x \leqq 0, y=-1\}$$

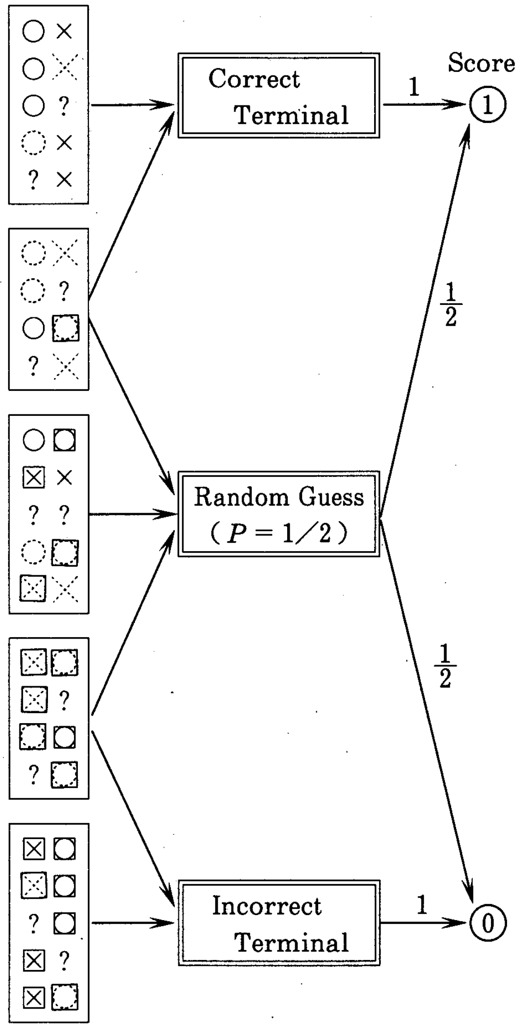



**図4**　2肢択一式テストにおける不完全知識と得点の関係

また，点（1，1）を正答ターミナルの極（正解完全知識），点（−1，−1）を誤答ターミナルの極，点（0，0），点（1，−1），点（−1，1）をランダム・ゲッシング極と名付ける。正答ターミナル空間は，誤答ターミナル空間と原点に関して対称な領域を構成している。

（○？）の Partial knowledge は2肢択一の制約から残りの不明選択肢も正か不正かを判明できるた

め，（○×）の完全知識に推移する。このように，Partial knowledgeであっても，知識がひとたび正答ターミナル領域に至れば，必ず正答ターミナル極に推移する。誤答ターミナル領域についても同様である。両領域はその領域内でそれぞれ正答ターミナル，誤答ターミナルの極（核）を持っていて，かつその領域内ではターミナルの極に推移する。これらのことから点（1，1）を正の極点，点（−1，−1）を負の極点と名付けた。

次に，不完全なあいまい知識領域について考察する。

図5において，例えば $x>0.5$，$y>0$ あるいは $x>0$，$y>0.5$ の領域の知識は正答ターミナル領域に推移する可能性がある。逆に $x<-0.5$，$y<0$ あるいは $x<0$，$y<-0.5$ の領域では誤答ターミナル領域に推移する可能性がある。また直線 $x+y=0$ 周辺の領域，たとえば $-\delta<x+y<\delta$（$\delta=0.1$）ではランダム・ゲッシングの極に推移するであろう。このような推移を理解するためのひとつとして次の確率を求めた。各々の知識の状態において，正答ターミナル，誤答ターミナル，ランダム・ゲッシングとなる確率 $P_S(2)$，$P_F(2)$，$P_R(2)$ を次のように表わすことができる。

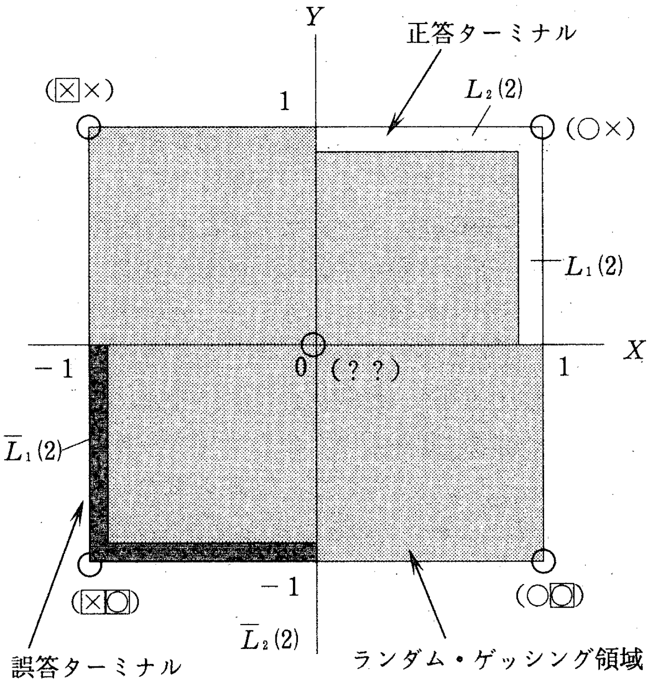



**図5**　2肢択一式テストにおける正答ターミナル領域と誤答ターミナル領域

$$P_S(2)=p_1p_2+p_1r_2+r_1p_2$$

$$P_F(2)=q_1r_2+r_1q_2+q_1q_2$$

$$P_R(2)=p_1q_2+q_1p_2+r_1r_2$$

ここに　$p_1=x\ (x>0)$,

$p_2=y\ (y>0)$,

$q_1=|x|\ \ (x<0)$,

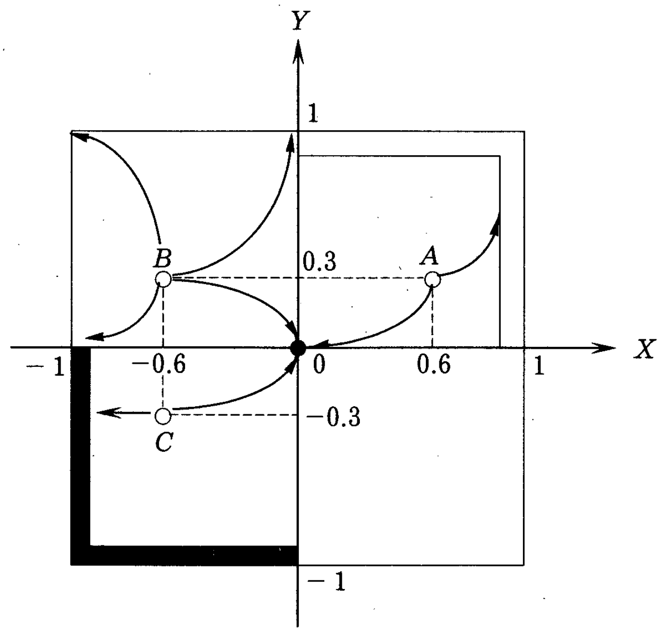
$q_2=|y|\ \ (y<0)$,

$r_1=(1-p_1)$

$r_2=(1-p_2)$

である。

このように図5は知識領域における正答ターミナル領域，誤答ターミナル領域，正答ターミナル極，誤答ターミナル極，ランダム・ゲッシング領域等を示すと共に，知識の推移，移行過程を知ることができる。推移過程の一部を図6に示す。




| 知　識 | 推移確率 | | |
|---|---|---|---|
| | $P_S$ | $P_R$ | $P_F$ |
| $A$ (0.6, 0.3) | 0.72 | 0.28 | 0.00 |
| $B$ (−0.6, 0.3) | 0.12 | 0.46 | 0.42 |
| $C$ (−0.6, −0.3) | 0.00 | 0.28 | 0.72 |

**図6　2肢択一式における不完全知識からの推移確率の一例**

### 5－2．3肢択一型での数学モデル

2肢択一型が all or nothing の2者択一型であるのに対して，3肢択一型問題（以下3択という）では選択肢が2個から3個に増加したということ以上に知識の状態空間に新しい局面を示してくれる。

2肢モデルと同様に第1肢を正選択肢（○）とし，第2肢，第3肢を不正選択肢（×）とする，また第1肢，第2肢，第3肢の知識の度合いを x（$-1 \leqq x \leqq 1$），y（$-1 \leqq y \leqq 1$），z（$-1 \leqq x \leqq 1$）とする。この時，3肢択一型での知識空間は3次元空間となる。知識と得点についての正答ターミナル，誤答ターミナル，ランダム・ゲッシングの関係は次のようになる。図7に知識の3次元空間（格子点のみ）で知識と得点の関係を示す。

### （i）3択における正答ターミナル領域

3択において，確実に正答できる知識は第1肢を正しく知っている場合（○____）と第2肢，第3肢を正しく知っている場合（__××）である。__の印は正しい知識または不明で誤知識を含まないものとする。

3肢択一式における正答ターミナル領域は集合S(3)で表わされる。

$$S(3) = \Pi_1(3) \cup L_1(3)$$

ここに　$\Pi_1(3) = \{(x, y, z) \mid x = 1,\ 0 \leqq y \leqq 1,\ 0 \leqq z \leqq 1\}$

$$L_1(3) = \{(x, y, z) \mid 0 \leqq x \leqq 1,\ y = z = 1\}$$

で$\Pi_1(3)$は平面，$L_1(3)$は直線を表す。(図8 (i))

点（1，1，1）の知識（○××）は平面$\Pi_1(3)$と直線$L_1(3)$の共通集合で，3択テストにおける完全知識を示し，正答ターミナルの極となる。平面$\Pi_1(3)$の知識及び直線$L_1(3)$の知識（__××）はいずれも3択の規則により正答ターミナルの極（1，1，1）の完全知識（○××）に推移する。

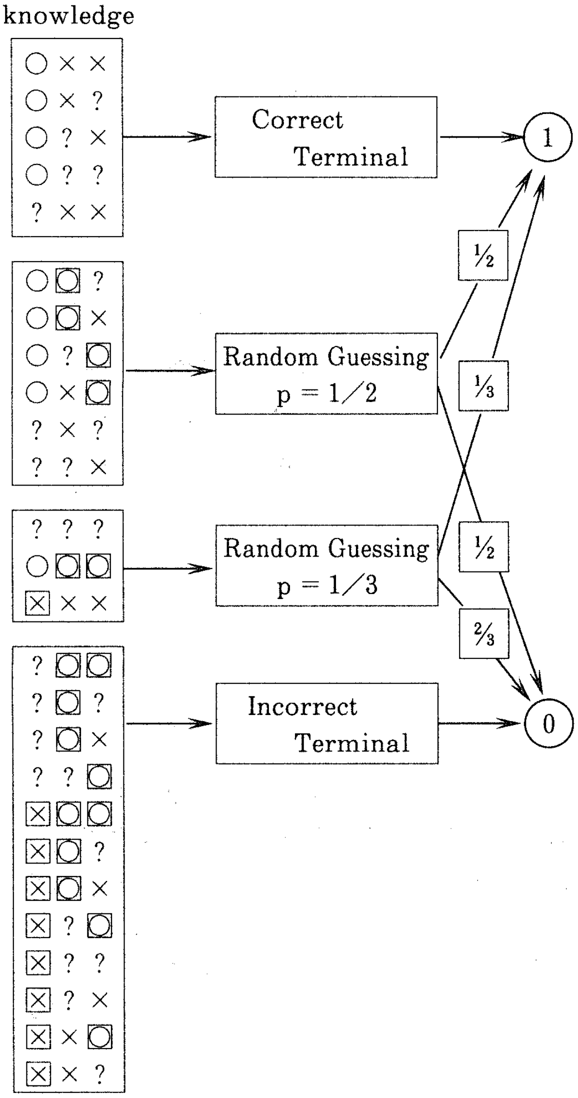



図７　３肢択一式における知識と得点の関係

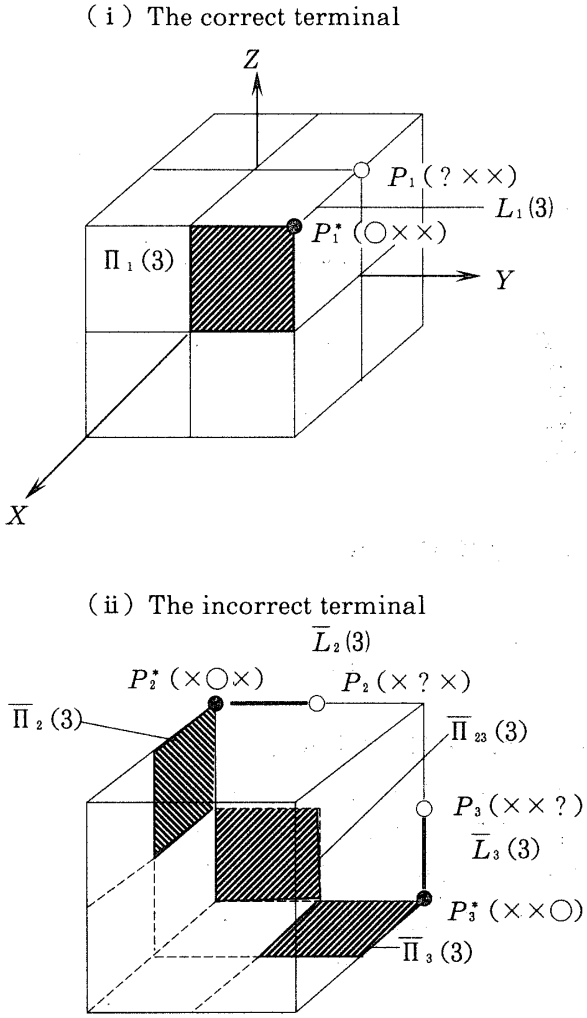



図８　３肢択一式における正答ターミナル領域と誤答ターミナル領域

## (ⅱ)　3 択における誤答ターミナル

3 択における誤答ターミナル領域は 2 択の誤答ターミナル領域と様相を異にする。2 肢の誤答は第 2 肢を指定することであったから 2 択式での誤答となる負の極は 1 であった。これに対し，3 択における誤答は第 2 肢を指定してもよいし，第 3 肢を指定してもよいから 3 択における誤答となる負の極は 2 点存在する。3 肢択一式における誤答ターミナル領域は次の 3 つの集合 $F_2(3)$，$F_3(3)$，$F_{23}(3)$ で表される。(図 8 (ⅱ))

$$F_2(3) = \overline{\Pi}_2(3) \cup \overline{L}_2(3)$$

$$F_3(3) = \overline{\Pi}_3(3) \cup \overline{L}(3)$$

$$S_{23}(3) = \overline{\Pi}_{23}(3)$$

ここに

$$\overline{\Pi}_2(3) = \{(x,\ y,\ z) \mid x \leqq 0,\ y = -1,\ z \geqq 0\}$$

$$\overline{\Pi}_3(3) = \{(x,\ y,\ z) \mid x \leqq 0,\ y \geqq 0,\ z = -0\}$$

$$\overline{\Pi}_{23}(3) = \{(x,\ y,\ z) \mid x \leqq -1,\ y \leqq 0,\ z \leqq 0\}$$

$\overline{L}_2(3) = \{(x, y, z) \mid x \leqq -1, y \leqq 0, z = -1\}$

$\overline{L}_3(3) = \{(x, y, z) \mid x = -1, y = 1, z \leqq 0\}$

である。

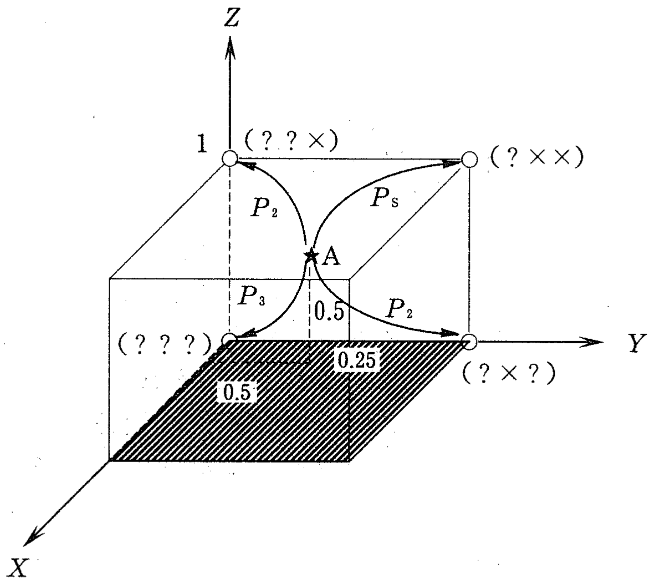
また，負の極は点$P_2$（−1，−1，1）: 知識（☒◘×）と，点$P_3$（−1，1，−1）: 知識（☒×◘）及び$P_{23}$（−1，−1，−1）: 知識（☒◘◘）となる。

3次元知識空間での格子点のうち点R（1，−1，−1）知識 :（○◘◘）及び点R'（−1，1，1）: 知識（☒××）はランダムゲッシングの極（0，0，0）: 知識（？？？）に推移するのに対して，$R_{13}$（1，1，−1）: 知識（○×◘），$R_{12}$（1，−1，1）: 知識（○◘×），および点$R_{23}$（−1，−1，−1）: 知識（☒◘◘）はランダム・ゲッシング領域に推移するか，誤答領域に推移する。

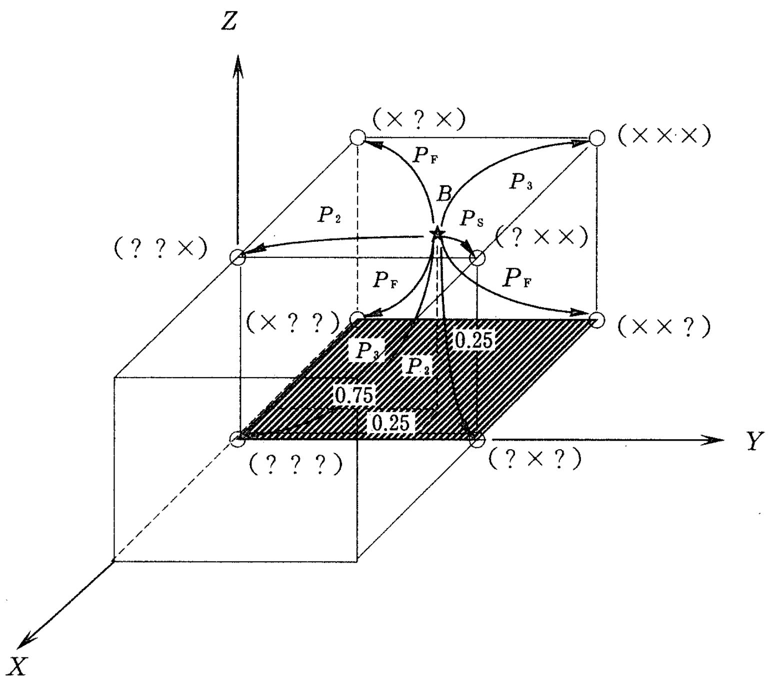
3択テストでは，正の極点（1，1，1）の原点に関する対称点（−1，−1，−1）は必ずしも誤答ターミナルの極（負の極点）にならないことも3択での興味ある特性である。

誤知識が多くなれば3択の解答コードの制約条件からどこかが誤判断であることを知らしめる。すなわち，誤知識では誤知識の量に比例して負の極に推移するのではなく，ある領域を境にして逆転する。図8に3肢択一式の正答ターミナル領域及び誤答ターミナル領域を示す。また，3肢択一式における不完全知識から正答ターミナルになる確率を$P_S$，ランダム・ゲッシング（正答率1／2），ランダム・ゲッシング（正答率1／3）の確率を$P_2$，$P_3$，誤答ターミナルになる確率を$P_F$とするとき，3肢択一式における不完全知識からの確率$P_S$，$P_2$，$P_3$，$P_F$の例を図9に示す。

A. $(x_1, x_2, x_3) = (0.25, 0.5, 0.5)$




B. $(x_1, x_2, x_3) = (-0.25, 0.75, 0.25)$




| 知識 | 推移確率 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $P_S$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_F$ |
| $A$ ( 0.25, 0.5 , 0.5 ) | 0.438 | 0.375 | 0.188 | 0 |
| $B$ (−0.25, 0.75, 0.25) | 0.141 | 0.468 | 0.188 | 0.203 |

**図 9**　3肢択一式における不完全知識からの推移確率の一例

## 第6章　考 察　── MCQ テストの特性──

(1)　MCQ テステの大きな特徴は，MCQ の形式（正選択肢の個数や組合せ）のいかんにかかわらず，正解コードが一つであって，一つでしかない点である。この特徴のひとつの特性があて推量である。受験者は与えられた選択肢または解答コードのどこかに正解がかくされている事を知っているから知識なしでも正答できる。これが従来から指摘されてきた「あて推量」による得点増加である。この特性による「あて推量」もとりわけ正答率1／5だけのあて推量だけが問題にされてきた。しかしながら，我々はあて推量は正答率1／5だけでなく partial knowledge によって1／2，1／3，1／4などの正答率によるあて推量が存在することを示した。

(2)　MCQ のもうひとつの大きな特性としてあて推量とは別の partial knowledge による MCQ の特有の大きな特性を見つけることができた。これが，本稿での正答ターミナル，不用肢，禁止肢である。

このうち正答ターミナルは特定の partial knowlege（選択肢の組）によって確実に正答できる知識である。これは受験者の観点からみた解答方略という事もできる。これに対して禁止肢は特定の選択肢の組に難問を配置すると，もはやあて推量なしでは正答できないことを示すもので，これは出題者にむやみに難問配置をすると MCQ はすでにテストからあて推量を強要するパズルになることを警鐘している。また正答にはなんら貢献しない混乱のための不用肢の存在が示された。

これらの正答ターミナル，禁止肢，不用肢は従来の MCQ テストでは議論されなかった特性で，本稿でその特性を数学モデルによって明らかにした。

第2章，第3章で MCQ の2つの形式，2連式と5肢択一式について，受験者の知識を誤りの知識なしに限定して，それらの形式における正答ターミナル，不用肢，禁止肢の存在を明らかにした。また第4章で数学モデルからこれらの知識を導出した。例えば2連式 MCQ では，2つの知識でもそれが正答ターミナルであれば，確率1で確実に正答でき，逆に3つの知識でも，正答ターミナルでなければ，あて推量以外では正答できない。また正答ターミナルを含んでいる知識では，知識の量が多くても得点は同じで，高くなることも，低くなることもない。MCQ では「知識の量が多ければ，多いほど得点が高い」という説は迷信であり，知識の量と得点が必ずしも比例しないことが示された。

(3)　第2章，第3章，第4章では，誤りの知識なしで知識と得点との関係を考察したが，現実には思い違いなどの誤りの知識がある。このため，第5章では誤りの知識も考慮して，m 肢択一式テストにおける知識と思考推移過程を検討した。知識から得点への経路には，正答ターミナル，あて推量のほかに誤答ターミナル(必ず誤答してしまう知識)があり，誤りの知識は MCQ で特異な働きをする[5), 7), 8)]。すなわち1個の誤りの知識が誤答ターミナルに導く場合，誤りの知識が多くなると，知識が解答コードの組合せと矛盾を生じ，どこかの選択肢の知識がまちがっていることに気づき，誤りの知識を放棄し，あて推量により正答できる場合がある。このとき，誤りの知識が多くなると，誤答ターミナルから離脱し，あて推量で正答領域へ移行したことを意味する。これは誤情報の特異性を示すものである。

(4)　m 肢択一テストでの知識と思考推移過程の関係を数理モデルを使って考察した。

あいまいな知識では，選択肢同志の相対的な重み比較から知識が推移する。例えば，2肢択一式で（◌⨯）の知識は（○×）（正答ターミナル）へ，3肢択一式での（？⨯◌）の知識は（××◘）の誤答ターミナルへ導く。このように確実でないあいまいな知識は，足場とすべき確実な知識に基づく選択肢がない時，その不安定さからある選択肢と他の選択肢との相対的な知識の重み比較だけで他の知識へ推移していく。これはあいまい知識の不安定さを如実に示すものである。

また数学モデルから，知識の状態は正答ターミナル領域，誤答ターミナル領域，ランダム・ゲッシン

グ領域があり，上記の領域には極（核）となる正答ターミナル極，誤答ターミナル極，ランダム・ゲッシングの極の存在が示された。

さらにm肢択一式でありながら2択と3択とでは正答，誤答過程にきわだった差異がある。それは次の通りである。すなわち正答ターミナルの極は2択では（○×），3択では（○××）の完全知識であり，2択，3択ともに正答ターミナルの極は1個である。

これに対して，誤答ターミナルの極は2択では（$\boxed{\times}\boxed{\bigcirc}$）の1個に対して，3択では（$\boxed{\times}\boxed{\bigcirc}$×），（$\boxed{\times}$×$\boxed{\bigcirc}$）（ランダム選択としての誤答は（$\boxed{\times}\boxed{\bigcirc}\boxed{\bigcirc}$））である。2択と3択との正答ターミナル空間，誤答ターミナル空間の様相が異なるのは，2択では正選択肢（○）と不正選択肢（×）が同等の重みや得点への情報価値を生み出すのに対して，3択では正選択肢（○）の知識と不正選択肢（×）の重みや情報価値が異なることに由来すると考えられる。この事から5肢択一式は固有のふるまいをする2択ではなく3択の拡張モデルとして考えるべきであることが示唆された。

(5) MCQのひとつの欠点は，得点から受験者の知識量や実力が推測できないことである。MCQでは，知識から得点に到るには，多数の経路がある。誤りの知識なしで，選択肢の知識を「わかる」，「わからない」の2種類に限定しても$2^5=32$通りの経路がある。MCQで正答した受験者は，5肢のすべてを知っていたのか，不十分な知識でも正答ターミナルに達して確実に正答したのか，不十分な知識で正答ターミナルに達せず，あて推量（正答率1／2，1／3等）により正答したのか，知識なしのあて推量（正答率1／5）による正答だったのか，採点者には全く不明である。ただ受験者のみが知るだけである。32通りの経路があっても，正答ターミナル以外のあて推量による正答の割合はきわめて少ないであろうという暗黙の了解があるように思われるが，我々はこれらの知識の生起確率と得点分布及びシミュレーション結果を別に求めている[3),10)]。MCQテストは知識の量を得点に正しく反映できないため，国家試験等にMCQを使用するときは，得点評価に慎重な検討が必要である。

今回，著者はMCQの知識と得点との関係について正答ターミナル，不用肢，禁止肢の概念を導入し，これらを数学モデルを用いて明らかにした。又，m肢択一式における受験者のあいまい知識とそれらの正答ターミナル領域，誤答ターミナル領域への推移過程を数学モデルによって明らかにした。これらの数学モデルは思考過程の解明に有用性の一つの方法を示唆するものと思われる。

## 文　献

1）斎藤泰一・有田清三郎・那須郁夫　1981　多肢選択問題は果して客観的評価法といえるか．医学教育，13，251－255.

2）有田清三郎・斎藤泰一・那須郁夫　1982　多肢選択テストの部分的知識による得点増加を評価するための数学モデル．行動計量学会，10，53－66.

3）那須郁夫・有田清三郎・斎藤泰一　1983　多肢選択テストの形式が受験者の得点に及ぼす影響－受験モデルによるコンピュータ・シミュレーション．医学教育，14，410－418.

4）有田清三郎・斎藤泰一・那須郁夫　1984　多肢選択テストにおいて受験者の誤った知識が得点に及ぼす影響．医学教育，15，51－53.

5）日本医学教育学会学部教育委員会（編）　1982　評価と試験（医学教育マニュアル4），篠原出版，68－93.

6）斎藤泰一・有田清三郎・那須郁夫　1984　多肢選択テストが医学教育に及ぼす影響．医学教育振興財団助成報告書.

7）Saito, T., Arita, S. and Nasu, I. 1986 Untoward effects on the evaluation of examinees caused by the format of Multiple-Choice Questions. Proc. of the 2nd Japan-China Symposium on Statistics, 220-223.

8）Saito, T., Arita, S. and Nasu, I. 1986 Score distribution of examinees with partial knowledge by the test of mutiple-choice questions. Proc. of the 2nd Japan-China Symposium on Statistics, 5-8.
9）有田清三郎・斎藤泰一・那須郁夫　1990　多肢選択テストにおける複合連式の特性. 川崎医学会誌一般教養篇, 16, 51－57.
10）有田清三郎・斎藤泰一　1987　MCQ の特性. 川崎医学会誌一般教養篇, 13, 59－68.
11）有田清三郎・斎藤泰一・那須郁夫　1989　テスト問題の良否を識別係数で識別してよいか. 川崎医学会誌, 15, 109－116.
12）有田清三郎・斎藤泰一・那須郁夫　1990　多肢選択テストにおける複合連式の特性. 川崎医学会誌一般教養篇, 16, 51－57.
13）Arita, S. 1992 Mathematical model for multiple-choice question scores based on the incomplete knowledge of examinees. Behaviormetrika, 1-22.
14）Calandra, A. 1941 Scoring Formulas and Probability Considerations. Psychometrika 6 (1).
15）Chernoff, H. 1962 The Scoring of Multiple Choice Question aries. Annals of Mathematical Statistics 33, 375-393.
16）Horst, P. 1954 The Maximum Expected Correlation between Two Multiple Choice Test. Psychometrika 19, 291-296.
17）池田　央　1973　テストII（心理学シリーズ8）　東京大学出版会.
18）Ikeda, H. 1985 A table of the confidence region of the true scores in multiple-choice test estimated by the random guessing model. Res. Bull. Nat. Cent. Univ. Ent. Exam. 11, 1-40.
19）Lord and Novick 1967 Statistical theories of mental test scores. Addison Wesley.
20）Saito, T., Arita, S. and Nasu, I. 1988 Characteristics of Multiple Choice Questions Intrinsic to their Format. Kawasaki Medical Journal 14 (3), 127-132.