

## 論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※	第	号
------	---	---	---

氏 名 木村 雄太

論 文 題 目

Tilting objects over preprojective algebras associated to  
Coxeter groups

(前射影代数上のコクセター群に付随する傾対象)

論文審査担当者

主 査 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 理学博士  
中 西 知 樹

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 博士(理学)  
伊 山 修

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 博士(数理科学)  
伊 藤 由 佳 理

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 博士(理学)  
高 橋 亮

## 論文審査の結果の要旨

本論文のテーマは、前射影多元環 (preprojective algebra) の表現論である。グラフの辺に向きを付けて矢印にした有向グラフを籐 (quiver) と呼ぶ。一つのグラフは複数の向き付けを持つが、それらは前射影多元環と呼ばれる一つの環  $\Pi$  によって統制される。前射影多元環は表現論における古典的な研究対象で、量子群、クライン特異点、籐多様体などの研究でも重要な役割を果たすことが知られている。特に近年、Geiss-Leclerc-Schroer による団代数の圏化への応用をはじめとして、盛んに研究されている。Buan-Iyama-Reiten-Scott により、前射影多元環  $\Pi$  の構造と Coxeter 群  $W$  の間に密接な関係があること、特に  $W$  の元  $w$  から定まる  $\Pi$  の剰余環  $\Pi_w$  の持つ諸性質が明らかとなった。 $\Pi_w$  は Gorenstein 環と呼ばれる優れた対称性を持つ環で、Cohen-Macaulay 加群と呼ばれる特別な加群の圏から安定圏 (stable category) と呼ばれる三角圏が構成される。Gorenstein 環の安定圏は Buchweitz, Orlov の導入した特異導来圏 (singularity category) と同値で、諸分野で盛んに研究されている対象である。Amiot-Reiten-Todorov により、 $\Pi_w$  の安定圏と  $w$  から構成される団圏の間の三角同値が知られている。

本論文は三部構成であり、第 I, II 部では、 $\Pi_w$  が次数付き環の構造を持つことに着目し、その次数付き Cohen-Macaulay  $\Pi_w$  加群の安定圏を、 $w$  から構成される多元環の導来圏として実現することを目的としている。第 I 部では、 $W$  の元  $w$  が  $c$ -sortable と呼ばれる場合に、次数付き Cohen-Macaulay  $\Pi_w$  加群の安定圏に傾対象  $T$  が存在すること、特にそれが  $T$  の自己準同型環の導来圏と三角同値となることが証明されている。 $c$ -sortable 元は団代数の研究に現れる組み合わせ論的対象だが、それが傾理論において役割を果たすことは興味深い。第 II 部では、Coxeter 群の任意の元  $w$  に対して、次数付き Cohen-Macaulay  $\Pi_w$  加群の安定圏に準傾対象 (silting object)  $U$  が存在することが示されている。準傾対象は傾対象を補完するより広いクラスの対象で、特にこの結果は、 $\Pi_w$  の安定圏を変異 (mutation) を用いて研究することを可能とするものである。この準傾対象  $U$  は、第 I 部で構成した傾対象  $T$  とは異なるものである。申請者は  $U$  が傾対象となるための十分条件を、 $w$  に関する組み合わせ論的な条件として与えたが、それは  $c$ -sortable 性よりもかなり緩い条件である。その条件の下では、次数付き Cohen-Macaulay  $\Pi_w$  加群の安定圏は  $U$  の自己準同型環の導来圏と三角同値となるが、申請者はそれが Amiot-Reiten-Todorov の与えた三角同値と可換であることも示した。

また、第 III 部で申請者は、籐の道多元環を初めとする遺伝的多元環 (hereditary algebra) に対して、その導来圏上の関手圏の特異導来圏が、再びあるアーベル圏の導来圏と三角同値になることを証明した。これは Dynkin 型の遺伝多元環に対する Iyama-Oppermann による先行結果を、理想的な形にまで拡張したものである。

以上のように、本論文は当該分野において新しい知見を与えるものであり、学位論文として十分な内容を持つものである。各部の内容はそれぞれ独立した論文として arXiv で公開されており、第 II 部の内容は副論文として International Mathematics Research Notices 誌からの出版が確定している。

本論文に関する公開審査会は、2018 年 2 月 5 日に開催された。講演および質疑応答を通じて、学位審査委員会は、学位申請者が博士の学位を取得するに足る十分な学識を有することを確認した。以上により、学位審査委員会は、学位申請者には博士 (数理学) の学位を授与される資格があるものと判断する。