

学位論文

ベータ回帰を用いた  
確率的日射量予測手法の構築

Development of Probabilistic Solar Irradiation Forecast  
based on Beta Regression

志賀 孝広

Takahiro SHIGA

2018年1月



## 要旨

エネルギー保障や CO2 削減等の観点から太陽光発電 (PV) や風力発電などの再生可能エネルギー（再エネ）の普及が強く促進されている。それに伴い、不確実性を持つ再エネ発電が大量に導入された電力システムを安定に効率的に活用するため、高精度・高信頼の出力予測の必要性が高まっている。また、需要家側においても、電気自動車 (EV) やプラグインハイブリッド自動車 (PHV)、定置型バッテリーや電気温水器などの蓄電・蓄エネ型の設備を PV と組み合わせて最適に運用するため、PV の出力予測は重要である。

このような PV 出力予測ニーズの顕在化にともない、2017 年 12 月から気象庁により日射量の予測値が公開されることとなった。しかし、予測には誤差が伴うことから、予測値だけでなく時々刻々変化する不確実性についての情報が必要である。特に、観測値が予測から大きく外れる「予測の大外れ」を事前に予見することは、リスク管理の観点から極めて重要である。

このような背景の下に本論文では、蓄エネ型設備の運用に資することを念頭に、PV 出力予測の基となる日射量についてその不確実性を定量的に予測する「日射量の確率的予測モデル」の構築を目指すこととした。

これを実現するための技術的課題として、変動する不確実性のモデル化に加え、日射量が下限と上限を持つためガウス分布で不確実性を表すことが難しく、「非ガウス性」を考慮する必要があることや、充電制御にとって重要である日積算日射量の不確実性をモデル化するために、日射量の時間相関の考慮が求められる点が挙げられる。

上記のような背景と技術課題を踏まえ、本論文では、以下のように達成目標を設定した。

- 《1》日射量の非ガウス性（有限性及び非対称性）と分散不均一性を考慮し、時々刻々と変化する予測の不確実性を定量的に評価し、特に予測の大外れを予見できる確率的予測モデルを構築する

- 《2》電気自動車などの充電を想定し，分単位や 10 分単位など短時間の日射量ではなく，時間積算日射量，及び，日積算日射量を予測する
- 《3》時間相関を考慮することにより，前日に立てた予測を当日の観測データを用いて更新できるようにするとともに，日積算日射量の確率的予測を実現する
- 《4》深夜時間帯が始まる前に判断できるよう，前日 22 時頃までに 20 時間先（翌日の日没）までの時間積算日射量の予測を立て，期待される発電量が少ない場合は深夜電力で充電するなどの制御計画を立案できるようにする

本論文は 5 つの章で構成される。各章の内容は以下の通りである。

第 1 章は序論であり，前述の背景と技術課題を述べた上で研究の目的を定義し，関連する既往研究をノンパラメトリック及びパラメトリックアプローチに分けて紹介した。その中で，大外れを予見する点に優れると期待され，かつ意味のあるパラメータによりモデルを構築できる「パラメトリックアプローチ」，その中でも有限区間の確率分布である「ベータ分布を用いたモデル化」を用いることを説明した。

第 2 章では，後続の章で共通に用いられるデータと評価手法について説明した。データには，MSM-GPV と呼ばれる数値気象予報データとエアマスを説明変数に，地方気象台で観測された水平面全天日射量データを応答変数に用いることを解説し，説明変数に含まれる雲量，相対湿度，降水量，エアマスのそれぞれが，日射量に及ぼす影響に特徴的な違いがあることを述べた。また評価手法においては，「確率的予測モデルの良さ」には「予測分布が観測値の分布を正しく表していること (reliability)」と「予測分布がなるべく狭いピークを持っていること (sharpness)」の 2 つが重要であることを述べ，それぞれを図示によって評価する手法である reliability diagram と sharpness diagram を説明した。

第 3 章では，応答変数の不確実性をベータ分布によって表現し，かつその分散 (dispersion) を可変とする「分散可変ベータ回帰 (variable dispersion beta regression, VDBR; Ferrari ら，及び Simas らにより開発された手法)」を用いた確率的日射量予測手法を提案した。その際に，回帰関数が説明変数の影響を柔軟に表現できる関数形を選ぶことで，説明変数毎の特徴をモデルに取り入れた。VDBR による手法 (model VDBR)



を、ガウス分布に基づくモデル (model N) および分散固定ベータ回帰モデル (model BR) と比較した結果、model VDBR は予測分布の非対称性が顕在化する状況でも正しい分布を示すことが reliability diagram により確認できた。また、model VDBR に含まれる precision parameter  $\phi(\boldsymbol{x})$  の値は、大外れの起こりやすさを示す指標として非常に有用であることが示された。このように分布パラメータに意味を持たせることが出来る点は、パラメトリックモデルの特長であり、日射量予測に活用することができた。さらに、大外れを予見する性能を Threat Score, Precision, Recall 等の指標を用いて評価した結果、model N  $\rightarrow$  BR  $\rightarrow$  VDBR の順に、性能が高いことが確認された。

第4章では、第3章で構築したモデルを時間相関を考慮した物へと拡張した。各時刻の日射量の予測分布はベータ分布によりモデル化されているが、隣接時点間の日射量の同時分布をコピュラ（接合関数）により定式化する copula-based Markov process (Darsow らにより開発された手法) を採用することで、時間相関をモデル化した。その際に、「晴天は持続しやすいが、曇天は変化しやすい」という日射変動の時間相関の特徴を、Gumbel コピュラによりモデルに反映させた。その結果、観測値を用いて数時間先の予測の不確実性を減少させる得ることを sharpness diagram によって確認した。また、確率的に日射量シナリオを生成することで日積算日射量の確率的予測を行う手法を開発し、その予測分布の正確さを reliability diagram により確認した。これにより、充電機能を持つ設備を再エネと組み合わせて運用する際に、前日に翌日充電量のリスクを定量的に評価した上で計画を立て、さらに当日の観測値で予測を更新しつつ数時間先の運用を変更していくことが可能となった。

第5章では、上記の成果を総括するとともに、今後の課題をまとめた。課題としては、さらなる reliability や sharpness の向上などのモデル改良に加え、EV 等の充電制御や、電力市場におけるリスク管理・動的プライシングなどへの応用研究が挙げられる。



# 目次

第 1 章	序論	1
1.1	背景	1
1.2	技術的課題	3
1.3	確率的予測モデル	4
1.3.1	予測モデルと評価手法の俯瞰	4
1.3.2	ノンパラメトリックな手法	7
1.3.3	パラメトリックな手法	8
1.4	本論文が対象とする予測問題とアプローチの新規性	10
1.5	論文の構成	12
	参考文献	13
第 2 章	データ及び評価手法	17
2.1	はじめに	17
2.2	データ	17
2.2.1	説明変数	17
2.2.2	応答変数	20
2.2.3	データの特徴	22
2.3	評価手法	24
2.3.1	Reliability diagram	25
2.3.2	Sharpness diagram	27
2.4	まとめ	28

参考文献	29
<b>第 3 章</b> ベータ回帰による確率的日射量予測	<b>31</b>
3.1 はじめに	31
3.2 理論	31
3.2.1 ベータ回帰による確率的予測の定式化	31
3.2.2 回帰関数とパラメータ推定	38
3.2.3 予測結果の提示手法	41
3.3 予測結果と誤差の特徴	42
3.3.1 モデル推定結果・予測例	42
3.3.2 予測分布の検証	48
3.3.3 ヒストグラムと誤差の分布	52
3.3.4 大外れの発生状況に関する考察	56
3.4 大外れ予見可能性の評価	58
3.4.1 評価手法	58
3.4.2 評価結果	61
3.5 地域性に関する考察	64
3.6 まとめ	66
参考文献	67
<b>第 4 章</b> 時間相関を考慮した確率的日射量予測	<b>69</b>
4.1 はじめに	69
4.2 copula-based Markov Process による時間相関の定式化	69
4.3 推定結果及び観測値による予測更新の例	75
4.3.1 推定結果	75
4.3.2 観測による予測の更新	78
4.3.3 更新された予測結果の検証	78
4.4 確率的な日射量シナリオの生成と日積算日射量の確率的予測	82

4.4.1	確率的シナリオ生成 . . . . .	82
4.4.2	日積算日射量の確率的予測 . . . . .	84
4.4.3	日積算日射量予測の検証 . . . . .	87
4.5	想定される応用例 . . . . .	90
4.6	まとめ . . . . .	91
	参考文献 . . . . .	93
<b>第 5 章</b>	<b>結論</b>	<b>95</b>
5.1	本論文のまとめ . . . . .	96
5.2	今後の課題 . . . . .	98
5.2.1	日射量の確率的予測手法の改善に関する課題 . . . . .	98
5.2.2	確率的予測手法の適用に関する課題 . . . . .	99
	参考文献 . . . . .	100
	謝辞	101
	付録 A	103
A.1	モデル学習時における変数選択の指標：AIC . . . . .	103
A.2	モデルの予備検討 . . . . .	105
A.2.1	リンク関数の選択 . . . . .	105
A.2.2	予備的な変数選択 . . . . .	106
A.2.3	Box-Cox 変換の効果確認及び最終的な変数選択 . . . . .	107
A.3	パラメータ推定結果の検定 . . . . .	108
A.4	Realiability diagram に関する補足 . . . . .	110
A.5	確率的予測の評価指標：Scoring rule . . . . .	113
A.6	ノンパラメトリック手法：分位点回帰 . . . . .	119
A.7	有限区間の確率分布 . . . . .	121
	参考文献 . . . . .	124

## Definition of mathematical symbols and notations

common, 共通		
$\square := \square$	definition	左辺を右辺によって定義
$\hat{\square}$	estimated or forecasted value	推定値, 予測値
$\tilde{\square}$	observed value	観測値
$\mathbf{x}$	vector of explanatory variables	説明変数ベクトル
$y$	response variable	応答変数
components of explanatory variables $\mathbf{x}_t$ , 時刻 $t$ における説明変数 $\mathbf{x}_t$ の要素		
$c_{Lt}$	lower cloud cover	低層雲量 (0~1)
$c_{Mt}$	middle cloud cover	中層雲量 (0~1)
$c_{Ht}$	higher cloud cover	高層雲量 (0~1)
$h_t$	relative humidity	相対湿度 (0~1)
$r_t$	hourly precipitation	時間降水量 [mm]
$m_t$	air mass	エアマス
response variable $y_t$ , 時刻 $t$ における応答変数 $y_t$ とその関連量		
$I_t^0$	extraterrestrial irradiance	大気外日射量 (1 時間積算値) [kWh/m <sup>2</sup> ]
$I_t$	global horizontal irradiance (GHI)	水平面全天日射量 (1 時間積算値) [kWh/m <sup>2</sup> ]
$y_t := I_t/I_t^0$	clearness index	晴天指数

Definition of mathematical symbols and notations (cont'd)

random variables, 確率変数とその関連量		
$y$	random variable	確率変数
$F(y)$	cumulative distribution function (CDF) of $y$	$y$ の累積分布関数
$F(x, y)$	CDF of joint distribution of $x, y$	$x, y$ の同時分布の CDF
$F(y x)$	conditional CDF of $y$ given $x$	$y$ の条件付累積分布関数
$f(y)$	probability density function (PDF) of $y$	$y$ の確率密度関数
$f(x, y)$	PDF of joint distribution of $x, y$	$x, y$ の同時分布の PDF
$f(y x)$	conditional PDF of $y$ given $x$	$y$ の条件付確率密度関数
$E[y]$	expectation of $y$	確率変数 $y$ の期待値
$E[y x]$	conditional expectation of $y$ given $x$	確率変数 $y$ の条件付期待値
$\text{Var}[y]$	variance of $y$	確率変数 $y$ の分散
$\text{Mode}[y]$	mode of $y$	確率変数 $y$ の最頻値
$\text{Median}[y]$	median of $y$	確率変数 $y$ の中央値
$C(u, v)$	copula	コピュラ
$c(u, v)$	copula density	コピュラ密度
probabilistic distribution, 確率分布		
$y \sim X(\theta)$	random variable $y$ follows a probability distribution $X(\theta)$	確率変数 $y$ は確率分布 $X(\theta)$ に従う
$U(a, b)$	uniform distribution	一様分布
$N(\mu, \sigma^2)$	normal distribution	ガウス分布
$\text{Beta}(a, b)$	beta distribution	ベータ分布
$\text{Beta}_{\mu\phi}(\mu, \phi)$	reparametrized beta distribution	パラメータを再定義したベータ分布
$\text{Kum}(a, b)$	Kumawaswamy distribution	Kumaraswamy 分布





# 第 1 章

## 序論

### 1.1 背景

エネルギー保障や CO<sub>2</sub> 削減等の観点から太陽光発電 (Photovoltaics, PV) や風力発電などの再生可能エネルギー (再エネ) の普及が強く促進されている。しかし、再エネの出力は気象条件に依存して変動するものであり、電力システムを安定化させ、かつ発電事業者の設備を有効に活用するために、再エネの出力 (発電量) 予測の必要性が高まっている [1, 2]。

また将来的には、電力の供給側だけでなく、需要家側においても再エネの出力予測へのニーズが高まることが予想される。例えば家庭において普及が進む電気自動車 (electric vehicle, EV) やプラグインハイブリッド自動車 (plug-in hybrid vehicle, PHV)、定置型バッテリーや電気温水器などの蓄電・蓄エネ型の設備を PV と組み合わせて最適に運用するためには、前日に翌日分の出力予測を行い、充電・蓄エネスケジュールを立てることが必要である。余剰電力を系統へ逆潮流し高額で買い取ってもらえる場合は良いが、PV の普及が進めば全量買い取りが難しくなり、買い取り金額は下がっていくため、適切なスケジューリングによって余剰電力を自家消費することが必要となる。

さらに近年では、車の屋根に PV を積んだ PHV (Fig.1.1) の市販も始まっている。こうした車は走行中や、充電器の無い場所での停車中は、電力系統から切り離された off-grid の状態になる。これを PV で充電するためには前夜の充電を控えて電池の空き



Fig.1.1: Plug-in hybrid vehicle with roof-top photovoltaics (source: TOYOTA Motor Corp.)

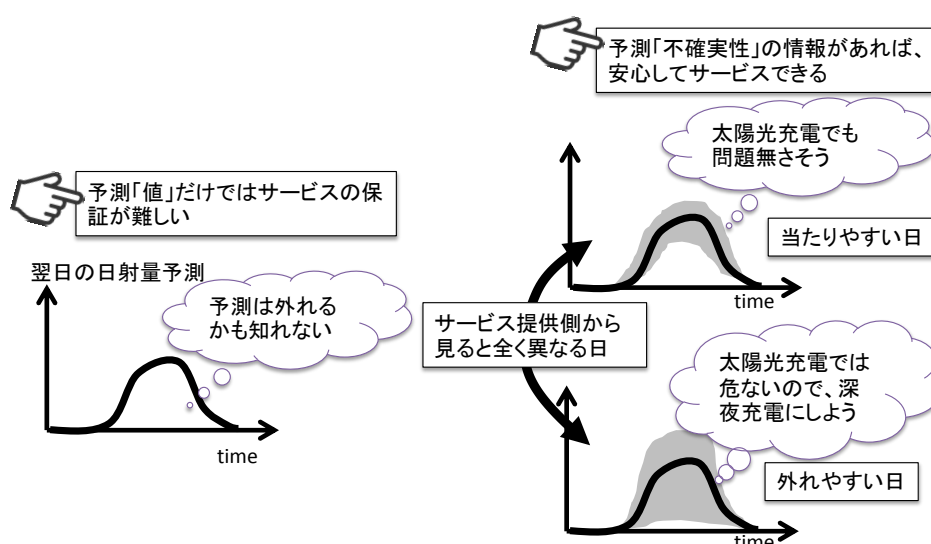


Fig.1.2: Necessity of probabilistic forecast to assure the quality of services

容量を確保する必要があるが、その場合悪天候によって PV の出力が得られなければバッテリー走行距離は短くなってしまふ。このような off-grid の PV を最大限活用するためには、非常に局所的な PV 出力の予測が必要であり、大きな不確実性を伴う。

Fig.1.2 は、このような変動する不確実性を定量的に予測することが、再エネを活用したエネルギーマネジメントを提供する上で重要となることを模式的に表した物である。図の右上及び右下のケースは予測の期待値が同じだが、不確実性（信頼区間）の幅が異なるため、採るべき制御の方策は異なった物となる。

一方、広域の電力システム全体を考えた場合、翌日の需給計画の観点からは系統全域

の PV の合計出力の予測が必要である。前述の家や車のエネルギーマネジメントの例に比べれば、電力系統全体というスケールではならし効果が働くため不確実性は小さくなるが、再エネの導入量は今後も拡大を続けると見込まれ、その出力の変動が系統に与える影響が大きくなると考えられる。リスク管理の観点から予測の大外れの可能性を事前に見積もることは重要な課題である。

また、EV や PHV など需要家の設備を電力システムの一部と見なし、多くの台数の車から系統への放電をすることで仮想的な発電所とみなす Virtual Power Plant (VPP) という考え方が提唱されている。2015 年に政府が策定した「日本再興戦略 [3]」には VPP の活用が盛り込まれ、これを受けて経産省は「エネルギー革新戦略」において VPP 事業を支援している [4]。このような将来の電力システムにおいて、個々の車における発電量予測は全体に対しても大きな影響を持ち得る。

気象庁が運用する気象予測モデルでは、その内部において日射量（短波放射量）が計算されており [5]、日射量予測ニーズの顕在化にともなって 2017 年 12 月から日射量の予測値が公開されることとなった（第 2.2.1 項参照）。しかし、その日射量予測の不確実性に関する情報は提供されないため、これを推定する技術の必要性は依然として高い。

このような背景の下に本研究では、PV 出力予測の基となる日射量についてその不確実性を定量的に予測する「日射量の確率的予測」に着目した。

## 1.2 技術的課題

再エネ出力の不確実性をモデル化するにあたり、幾つかの技術的課題が挙げられる。

地表において受ける日射量（水平面全天日射量）は、地球の大気外において受けている日射量（大気外日射量）が大気によって減衰する効果のために、ゼロを下限とし大気外日射量を上限とする有限値をとる。本論文では、この性質を日射量の「有限性」と呼ぶこととする。また、日射量の期待値が上限または下限に近い場合は、予測分布は非対称になると考えられる（日射量の「非対称性」）。このように、有限性と非対称性を持つ日射量の不確実性は、左右対称なガウス分布では表現できず、有限区間の非対称な確率分布に従うはずである。この性質を「非ガウス性 (non-Gaussianity)」と呼び、観測デー

タからも実際にこのような性質が確認されている（第 3.3.3 項）。

本論文では、稀に発生する「予測の大外れ」に注目していくが、これを定量的に予見するためには、予測分布の「裾」を正確に表現する必要がある、非ガウス性のモデル化が特に重要となる。

その不確実性は気象条件によって時々刻々と変化するものであり、予測の期待値が同じでも不確実性が異なれば採るべき制御は異なったものになる。このような、不確実性が時間とともに変化する性質は「分散不均一性 (heteroscedasticity)」と呼ばれる。

しかし、再エネ出力の予測にしばしば用いられる最小二乗法は、応答変数はガウス分布に従い、データ群に対して一つの分散を仮定して導かれる手法であるため、「非ガウス性」や「分散不均一性」を満たすことができない。

また、各時刻の日射量の間には時間相関があると考えられるが、蓄電設備の制御においては、日射量の瞬時値よりも積算値が重要となる。そのため、数時間から一日の日射量時系列を予測したうえで、その積算値を求める必要があるが、時系列における「時間相関」の影響を確認し、適切にモデルに反映することが必要となる。

以上のように、日射量及びその積算値を確率的に予測するためには、

- 非ガウス性 (non-Gaussianity) (有限性, 非対称性)
- 分散不均一性 (heteroscedasticity)
- 時間相関 (temporal correlation)

のモデル化が技術的課題として挙げられる。

## 1.3 確率的予測モデル

### 1.3.1 予測モデルと評価手法の俯瞰

再エネの出力や、その一次情報である日射量や風速の予測に関して、様々な手法が提案されている。本節では、確率的予測のモデル化手法と評価手法を、決定論的予測におけるそれらと対比させつつまとめる。

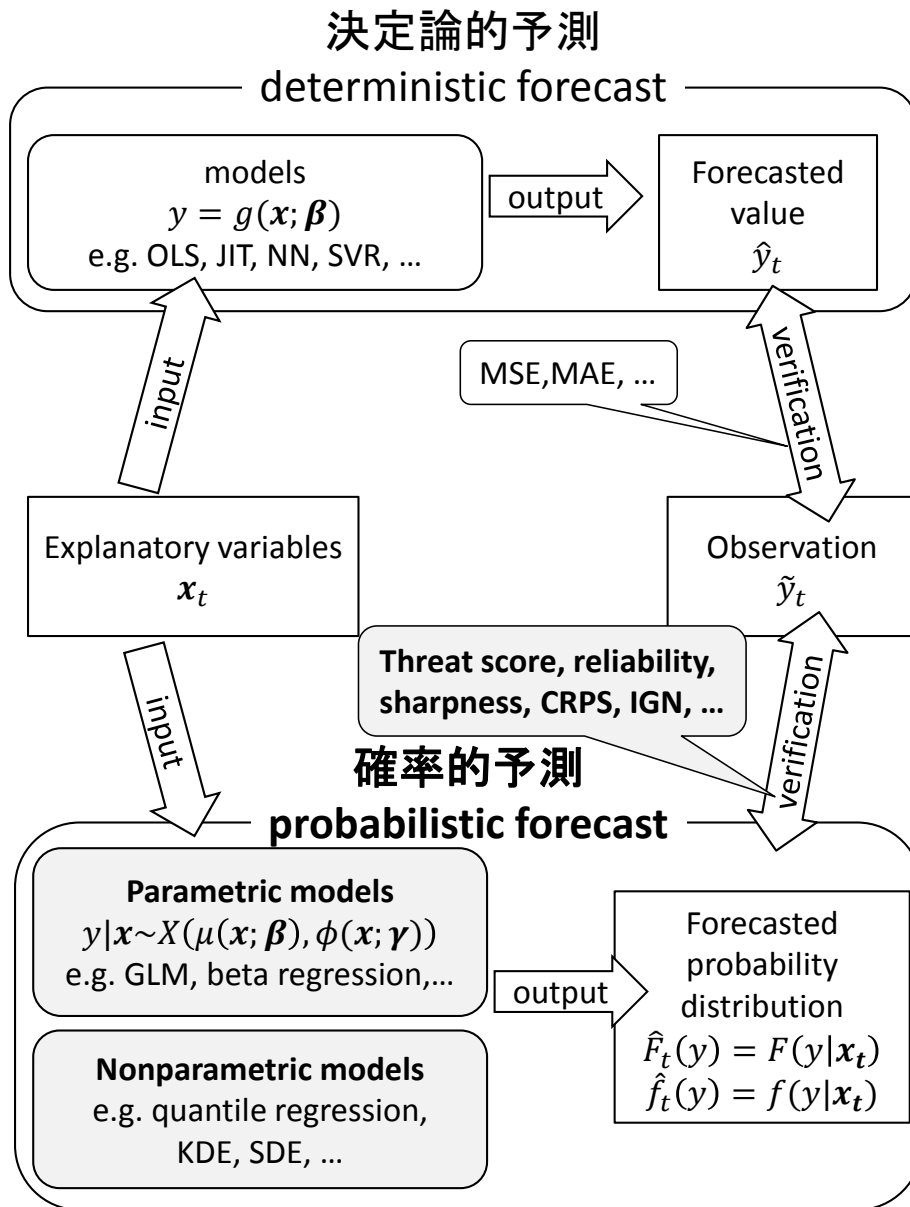
Fig.1.3 は、決定論的予測と確率的予測の違いをまとめたものである。点推定値を予測する「決定論的予測 (deterministic forecast, point forecast, single forecast)」に対して、不確実性についても予測可能な手法は「確率的予測 (probabilistic forecast, ensemble forecast)」と呼ばれる。言い換えれば、日射量，風速，発電量などの予測すべき値 (応答変数)  $y$  を、前者では「数値」として、後者では「確率変数」として扱う。

つまり、前者では説明変数  $\mathbf{x}$  に対する回帰関数  $y = g(\mathbf{x})$  を推定することで対象をモデル化し、予測「値」が出力されるが、後者では、条件付き確率変数  $y|\mathbf{x}$  が従う確率分布、具体的には累積分布関数 (cumulative distribution function, CDF)  $F(y|\mathbf{x})$ ，その微分である確率密度関数 (probability density function, PDF)  $f(y|\mathbf{x})$  や、複数の累積確率  $p$  についての分位点 (quantile)  $y_p = F^{-1}(p|\mathbf{x})$  等が予測結果として出力される。なお、後述のように、確率的予測手法は、特定の分布を仮定しない「ノンパラメトリックモデル」と、パラメトリックな確率分布で表現する「パラメトリックモデル」の2種類に大別できる。

また、決定論的予測と確率論的予測とでは、『予測の良さ』(Goodness of forecasts) を評価する手法も異なる [6]。

決定論的予測では点推定値  $\hat{y}_t$  を出力するため、実際に観測された値  $\tilde{y}_t$  との誤差を平均二乗誤差平方根 (root mean squared error, RMSE) や平均絶対値誤差 (mean absolute error, MAE)，およびそれらの相対値を指標として用いることが多く、これらの値が小さいことが良いモデルの目安とされる。

これに対して確率的予測の評価では、「予測分布」と「観測値」という「確率分布と値の比較」が必要であるため、MAE など誤差を評価する指標を用いることはできない。良い確率的予測とは何かという問いに対しては、「予測分布が観測値の分布に近い」ことと、「なるべく分布のピークが鋭い (信頼区間の幅が狭い)」ことが評価のポイントとなる。前者は reliability，後者は sharpness というグラフを用いた図示による評価 [7–9] が有効であり、本論文ではこれらの手法を主に採用する。詳しくは第 2.3 節において述べる。また、reliability と sharpness を総合したものとして、CRPS など scoring rule と呼ばれる評価指標もある (付録第 A.5 節参照)。



OLS: Ordinary Least Squares  
 JIT: Just-In-Time modeling  
 NN: Neural Network  
 SVR: Support Vector Regression

MSE: Mean Square Error  
 MAE: Mean Absolute Error

GLM: Generalized Linear Model  
 KDE: Kernel Density Estimation  
 SDE: Stochastic Differential Equation

CRPS: Continuous Ranked Probability Score  
 IGN: Ignorance Score

Fig.1.3: Comparison between deterministic and probabilistic forecast

### 1.3.2 ノンパラメトリックな手法

日射量の決定論的予測（点推定）については非常に研究例が多く，ニューラルネットワーク (NN) [10]，重回帰 [11]，サポートベクター回帰 (SVR) [12]，Just-In-Time Modeling [13]などを適用し，説明変数から応答変数への関数をモデル化する試みが多くなされている。

一方，確率的予測についても，近年，様々なモデルが提案されつつある。例えば，上述のような決定論的予測の誤差を場合分けすることで信頼区間を付与する「信頼区間予測」というアプローチがある。

例えば，石橋ら [14] は，部分的最小二乗法によって多重共線性を考慮しつつ，いくつかのクラスタに分けて信頼区間を推定する方法を提案し，信頼区間の幅の妥当性などを評価している。

山寄ら [15] は，過去の入力 vs. 出力の組を保存した履歴データベースから，特定の入力に類似したデータを選択することで点推定値を得る手法 (Just-In-Time modeling) を提案し，かつその近傍情報をカーネル密度推定によってモデル化することで信頼区間を推定し，その妥当性を確率分布の評価において一般的に用いられる reliability という指標を用いて評価している。

片岡ら [16] 及び吉浦ら [17] は，線型重回帰で求めた決定論的な予測値の誤差を6つのケースに分類し，それぞれに信頼区間を付与する手法を提案している。

決定論的予測に信頼区間を付与するのではなく，初めから確率分布を求めるアプローチとしては，分位点回帰 (quantile regression) [18] が主流である（付録第 A.6 節参照）。この手法は風力発電の導入が進む欧州において，確率的な風況予測に数多く適用されてきた [19]。

分位点回帰を確率的日射量予測に適用した例は，欧州における Bacher らの研究 [20] に加え，国内でも数件報告されている [21–23]。

また，確率的風況予測の分野ではそれ以外にも，確率微分方程式による手法 (stochastic differential equations, SDE) [24] や Gaussian カーネルを用いた密度推定による手法

(kernel density estimation, KDE) [7] が提案されている。

上に挙げた確率的な再エネ出力予測に共通して言えることは、非ガウス性のモデル化において特定の確率分布を仮定しない「ノンパラメトリック」な手法を用いているという点である。

### 1.3.3 パラメトリックな手法

上記のようなノンパラメトリックな手法に対し、特定の確率分布に従うと仮定するアプローチは「パラメトリックな手法 (パラメトリックモデル)」と呼ばれる\*1。

パラメトリック手法およびノンパラメトリック手法には、Table 1.1 のような長短所がある。ノンパラメトリック手法では、多数のデータを必要とするものの、特定の分布を仮定しないため、予測対象の出力変動特性に応じた確率分布を柔軟に考慮できる。しかし、前節で述べたように再エネの確率的予測においては、「非ガウス性」を如何にモデル化し、稀頻度な現象を適切に表現するかが重要なポイントである。そのような観点から、ノンパラメトリック手法を用いた日射予測の場合、年間 4000 時間以上のデータを 10 年以上遡り入手することが可能であるが、年に数回という稀な大外れについてはそのデータ数は多いとは言えない。

一方、特定の確率分布を仮定するパラメトリックな手法は、分布の柔軟性に欠けるが、その反面小数のデータからでもモデル推定が可能である。これにより、分布の裾がなめらかに補外されるため、過去データに無い大外れ事象もモデル化が可能であり、分布の裾で小さい確率で発生する稀な現象 (予測の大外れ等) を考慮しやすいメリットがある。

また、分布パラメータや回帰関数のパラメータに意味を持たせることが出来るため、例えば不確実性を表すパラメータの変化から、予測が外れるリスクの大きさを評価することなどを期待できる。

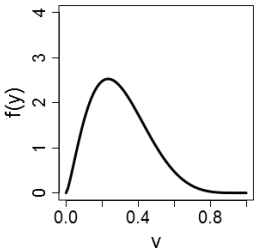
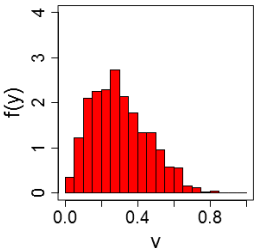
「パラメトリックモデル」は、出力値の確率分布をパラメトリックな確率分布、例えばガウス分布  $N(\mu, \sigma^2)$ 、ガンマ分布  $\text{Gamma}(k, \theta)$ 、ベータ分布  $\text{Beta}(p, q)$  などで表現し、

---

\*1 なお、Fig.1.3 の  $g(\mathbf{x})$  や  $\mu(\mathbf{x})$  のような回帰関数が解析的関数 (パラメトリックな関数) であるか否かで、パラメトリック/ノンパラメトリックを分けることもできるが、本論文ではこれには拘らない。



Table 1.1: Comparison between parametric and non-parametric approaches in probabilistic forecasts

	パラメトリック モデル	ノンパラメトリック モデル
	特定の確率分布を仮定するため、小数のパラメータにより分布が決まる 	確率分布の種類を規定しないため、任意の分布を表現できる 
分布の柔軟性	△	◎
小数のデータから学習が可能	○	△
大外れの予見	◎	△
手法の例	GLM, ベータ回帰等	分位点回帰, KDEなど
備考	分布パラメータや回帰関数のパラメータに意味を持たせることができる (white-box model)	確率分布の前提なしにモデルを構築できる

$\mu$  等の分布パラメータを説明変数  $\boldsymbol{x}$  の関数とすることで、 $F(y|\boldsymbol{x})$  や  $f(y|\boldsymbol{x})$  をパラメトリックに表現する手法である。

非ガウス型の分布であっても、指数型分布族に含まれる分布については、一般化線型モデル (generalized linear model, GLM) [25–27] によって扱うことができる。指数型分布族にはベータ分布も含まれる [27]。

多くの確率分布には、平均値を表すパラメータと、分散 (dispersion) を表すパラメータが含まれる。通常 GLM では平均値パラメータのみを説明変数の関数とし分散パラメータは局外パラメータ (nuisance parameter) と呼んで定数として扱う。しかし、分散パラメータも可変とする分散可変 GLM (variable dispersion GLM, dual/double GLM) [27] を用いれば非常に柔軟なモデル化が可能であり、本論文で用いる分散可変ベータ回帰 (variable dispersion beta regression, VDBR) [28] はその一例である。

## 1.4 本論文が対象とする予測問題とアプローチの新規性

本論文では、前述のように「蓄エネ機器 (EV 等) を太陽光発電で充電する問題」を予測モデルの適用先に想定する。このような機器では、翌日に期待される充電量とその不確実性に応じて前日深夜の充電量を調節する制御が必要となる。特に車の屋根に太陽光パネルを搭載した車両などのように系統に接続されない (off-grid な) 機器の場合には、不確実性による影響が大きい。

将来的には電力系統全体でも同様な問題が起こりうる。太陽光発電による発電量が系統全体の発電量の大部分を占めるようになった場合、深夜のベースロード電源で揚水発電に水を汲み上げるか、昼間の太陽光発電の余剰電力で揚水発電に水を汲み上げるか、という制御の選択が必要になる\*2。

上記を踏まえ、本論文が対象とする予測問題を以下のように定める。

### ■本論文が対象とする予測問題

- 《1》日射量の非ガウス性（有限性及び非対称性）と分散不均一性を考慮し、時々刻々と変化する予測の不確実性を定量的に評価し、特に予測の大外れを予見できる確率的予測モデルを構築する
- 《2》電気自動車などの充電を想定し、分単位や 10 分単位など短時間の日射量ではなく、時間積算日射量、及び、日積算日射量を予測する
- 《3》時間相関を考慮することにより、前日に立てた予測を当日の観測データを用いて更新できるようにするとともに、日積算日射量の確率的予測を実現する
- 《4》深夜時間帯が始まる前に判断できるよう、前日 22 時頃までに 20 時間先（翌日の日没）までの時間積算日射量の予測を立て、期待される発電量が少ない場合は深夜電力で充電するなどの制御計画を立案できるようにする

《1》に対し本論文では、有限区間のパラメトリックな確率分布を用いるアプローチを

---

\*2 ただし電力系統全体を対象とした場合には、不確実性はならし効果によって小さくなり、かつ中心極限定理によってガウス分布に近づく。

採用する。稀頻度で発生する大外れを予見できるよう、確率分布の裾が滑らかに外挿されるパラメトリックモデルを用い、かつ、ガウス分布やガンマ分布のように無限区間や半無限区間の確率分布では、日射量の有限性を上手く表現できないため、有限区間の確率分布を検討した。

有限区間の確率分布の種類は多くないが、その中でベータ分布と Kumaraswamy 分布を比較し、指数型分布族に属するため回帰モデルの最尤推定が容易なベータ分布を用いることとした。ベータ分布では有限性や非対称性が単一の分布によって自然な形で表現可能である。これまでも、時期別・天候カテゴリ別の晴天指数の分布をベータ分布で表し、これを予測の信頼幅に反映する研究が行われている [29]。これに対して本論文では、ベータ分布の変化を詳細に表現する「分散可変ベータ回帰 (variable dispersion beta regression, VDDBR)」を用いることで、「分散不均一性」と「非ガウス性」を同時に表現することに着目し、これを再エネの予測問題に初めて適用した。その際、説明変数として数値気象予報値を用い、日射量と説明変数との関係を考慮したリンク関数を用いることで精度向上をはかるとともに、分布の広がりも適切に考慮して「大外れの予見」を可能とした。

《3》《4》に対しては日射量の時間相関をモデル化するアプローチを採った。各時刻の日射量の確率分布をベータ分布でモデル化した上で、時間相関を考慮して多次元確率分布を構築するためには、多次元のベータ分布が必要がある。そこで、マルコフ性を仮定したうえでコピュラ (copula, 接合関数) という手法を用いる「copula-based Markov process」を採用した。これまでも Gaussian コピュラなどを用いた研究例 [30] はあるが、本論文では日射量の時間相関は晴天時は強く、曇天時は弱いという特徴に合う Gumbel コピュラを用い、日積算日射量の確率分布を正確に予測することを実現した。

## 1.5 論文の構成

本論文の構成は以下のとおりである。

第 2 章では，本論文で用いるデータ，及び，確率的予測の評価手法について説明する。

第 3 章では，分散可変ベータ回帰 (VDDBR) を用いて各時刻毎の日射量の確率的予測モデルを構築し，特に外れ値に注目してその評価を行う。

第 4 章では，copula-based Markov process を用いて，時間相関を考慮したモデルを構築し，観測値を用いて予測を更新する手法を提案し，さらに確率的シナリオを用いて日積算日射量を確率的に予測するモデルを構築する。

最後に，第 5 章において本論文のまとめと，今後の展望を述べる。

## 参考文献

- [1] 荻本和彦ほか. “再生可能エネルギー出力予測に対する現状のニーズ”. 電気学会研究会資料, No. MES-12-009, (2012).
- [2] 再生可能エネルギー出力予測技術調査専門委員会. “再生可能エネルギーの出力変動特性と予測”. Technical Report 1316, 電気学会, (2014). [https://www.bookpark.ne.jp/cm/ieej/detail.asp?content\\_id=IEEJ-GH1316-PRT](https://www.bookpark.ne.jp/cm/ieej/detail.asp?content_id=IEEJ-GH1316-PRT) .
- [3] 日本政府. “日本再興戦略 2016”, (2016). [https://www.kantei.go.jp/jp/singi/keizaisaisei/pdf/2016\\_zentaihombun.pdf](https://www.kantei.go.jp/jp/singi/keizaisaisei/pdf/2016_zentaihombun.pdf) .
- [4] 資源エネルギー庁. “電気自動車 (ev) は次世代のエネルギー構造を変える? !”, (2017). <http://www.enecho.meti.go.jp/about/special/tokushu/ondankashoene/ev.html> .
- [5] 大竹秀明, 山田芳則, 高島工, 大関崇. “気象庁数値予報モデルの短波放射量予測精度”. 電気学会研究会資料, No. MES-11-020, (2011).
- [6] J. Tödter. “New aspects of information theory in probabilistic forecast verification”. Master’s thesis, Goethe Univ., (2011).
- [7] J. Juban, L. Fugon, and G. Kariniotakis. “Probabilistic short-term wind power forecasting based on kernel density estimators”. In *European Wind Energy Conference 2007*, (2007). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00526011/> .
- [8] D. S. Wilks. “Statistical methods in the atmospheric sciences”. Academic Press, 3rd edition, (2011).
- [9] I. T. Jolliffe and D. B. Stephenson. “Forecast verification: A practitioner’s guide in atmospheric science”. Wiley, 2nd edition, (2012).
- [10] 與那篤史, 内田晃介, 千住智信, 舟橋俊久. “長時間先日射量予測による大規模太陽光発電設備の最適運用計画”. 電気学会論文誌 C, Vol. 131, No. 10, pp. 1665–1671, (2011). doi:10.1541/ieejciss.131.1665 .
- [11] 片岡裕貴, 加藤丈佳, 鈴置保雄. “メソ数値予報モデル格子点値を用いた電力系統

- 全域における空間平均日射量予測に関する一検討”. 電気学会論文誌 B, Vol. 133, No. 6, pp. 548–554, (2013). doi:10.1541/ieejpes.133.548 .
- [12] J. G. Fonseca Jr., H. Ohtake, T. Oozeki, and K. Ogimoto. “Local and regional hour-ahead forecasts of solar irradiance with training data selection and support vector regression”. 電気学会論文誌 B, Vol. 136, No. 12, pp. 898–907, (2016). doi:10.1541/ieejpes.136.898 .
- [13] 鈴木孝宣, 後藤悠主, 寺園隆宏, 若尾真治, 大関崇. “Just-In-Time Modeling に基づく日射量予測手法の開発”. 電気学会論文誌 B, Vol. 131, No. 11, pp. 912–919, (2011). doi:10.1541/ieejpes.131.912 .
- [14] 石橋直人, 飯坂達也, 大平涼子, 中西要祐. “部分的最小二乗法を用いた日射量予測とその信頼区間の推定方法”. 電気学会論文誌 B, Vol. 133, No. 1, pp. 64–71, (2013). doi:10.1541/ieejpes.133.64 .
- [15] 山寄朋秀, 本間隼人, 若尾真治, 藤本悠, 林泰弘. “太陽光発電出力予測のための Just-In-Time Modeling を用いた日射量予測信頼区間の推定方法”. 電気学会論文誌 B, Vol. 135, No. 3, pp. 160–167, (2015). doi:10.1541/ieejpes.135.160 .
- [16] 片岡裕貴, 加藤丈佳, 鈴置保雄. “メソ数値予報モデル格子点値を用いた空間平均日射量予測の信頼区間推定に関する一検討”. pp. 240–241, (2013). 講演番号 6-132.
- [17] 吉浦啓太, 真鍋勇介, 栗本宗明, 加藤丈佳, 舟橋俊久, 鈴置保雄. “様々な気象要素予測値の信頼度に基づく空間平均日射強度の信頼区間予測”. 電気学会研究会資料, No. MES-15-007, pp. 39–44, (2015).
- [18] R. Koenker. “Quantile regression”. Economic Society Monographs. Cambridge, (2005).
- [19] P. Pinson, H. A. Nielsen, J. K. Møller, H. Madsen, and G. N. Kariniotakis. “Non-parametric probabilistic forecasts of wind power: required properties and evaluation”. *Wind Energy*, Vol. 10, No. 6, pp. 497–516, (2007). doi:10.1002/we.230 .
- [20] P. Bacher, H. Madsen, and H. A. Nielsen. “Online short-term solar power

- forecasting”. *Solar Energy*, Vol. 83, No. 10, pp. 1772–1783, (2009). doi:10.1016/j.solener.2009.05.016 .
- [21] 志賀孝広, 加藤丈佳, 鈴置保雄. “分位点回帰による日射量の確率的予測”. 平成 26 年 電気学会全国大会 講演論文集, No. 6-125, p. 236, (2014).
- [22] 菊池元太, 藤本悠, 林泰弘, 小島義包, 中尾俊二. “分位点回帰モデルの逐次的重み付けに基づく太陽光発電出力予測区間の推定”. 平成 26 年 電気学会全国大会 講演論文集, pp. 189–190, (2014).
- [23] 鶴見剛也, 比護貴之, 益富和之, 由本勝久. “短時間先日射予測の信頼性に関する検討—分位点回帰による予測誤差の分布範囲の推定法の提案—”. 平成 29 年 電気学会全国大会 講演論文集, No. 6-221, (2017).
- [24] E. B. Iversen, J. M. Morales, J. K. Møller, and H. Madsen. “Short-term probabilistic forecasting of wind speed using stochastic differential equations”. *International Journal of Forecasting*, Vol. 32, No. 3, pp. 981–990, (2016). doi:10.1016/j.ijforecast.2015.03.001 .
- [25] 久保拓弥. “データ解析のための統計モデリング入門—一般化線形モデル・階層ベイズモデル・MCMC—”. 確率と情報の科学. 岩波書店, (2012).
- [26] A. J. Dobson. “一般化線形モデル入門”. 共立出版, 第 2 版, (2008).
- [27] 粕谷英一. “一般化線形モデル”, R で学ぶデータサイエンス, 第 10 巻. 共立出版, (2012).
- [28] A. B. Simas, W. Barreto-Souza, and A. V. Rocha. “Improved estimators for a general class of beta regression models”. *Computational Statistics and Data Analysis*, Vol. 54, No. 2, pp. 348–366, (2010). doi:10.1016/j.csda.2009.08.017 . arXiv:0809.1878 .
- [29] 野見山史敏, 浅井丈二, 村上琢磨, 高野浩貴, 村田純一. “ベータ分布の特性を用いた時期別の全天日射量予測モデルに関する一検討”. 平成 24 年 電気学会全国大会 講演論文集, 講演番号 6-025, (2012).
- [30] J. Tastu, P. Pinson, and H. Madsen. “Space-time scenarios of wind power

generation produced using a gaussian copula with parameterized precision matrix". Technical report, DTU, (2013). [http://orbit.dtu.dk/files/56966790/tr13\\_14\\_Tastu\\_Pinson\\_Madsen.pdf](http://orbit.dtu.dk/files/56966790/tr13_14_Tastu_Pinson_Madsen.pdf).



## 第2章

# データ及び評価手法

### 2.1 はじめに

本章では、第3章及び第4章において共通で用いる、データ及び評価手法について説明する。

### 2.2 データ

本論文においては教師有り学習によって確率的予測モデルを構築するため、説明変数と応答変数<sup>\*1</sup>が必要となるが、前者は主に数値気象予測データを用い、後者には日射量の観測値を用いる。

#### 2.2.1 説明変数

確率的予測モデルの説明変数とする気象予測データには、気象庁が提供する GPV (Grid Point Value) と呼ばれる格子点数値予報データ [1-5] を用いた。

GPV には、地球全体をカバーする全球モデル (Global Spectral Model, GSM)、日本周辺を対象とし、分解能 5km のメソモデル (Meso-Scale Model, MSM)、及び、分解能 2km の局地モデル (Local Forecast Model, LFM) の3種類がある。これらの特徴を

---

\*1 被説明変数, 目的変数

Table 2.1 及び Fig.2.1 に示す。大きな違いは水平分解能と予報時間であり，水平分解能が高いモデルほど予報時間が短くなる。第 1.4 節で述べたように，本論文で対象とする予測問題では 20 時間程度先まで予測する必要があり，かつある程度高い空間分解能が必要なため，Fig.2.1 のようにこの 2 つの要請を満たす MSM-GPV を用いることとした\*2。

上記 3 種類のいずれの数値予測においても，地上レベルでのデータには以下の要素が含まれている\*3。

- 海面更正気圧
- 地上気圧
- 風速ベクトル (2 要素)
- 気温
- 相対湿度
- 時間降水量
- 全雲量
- 下層雲量
- 中層雲量
- 上層雲量
- 日射量 (2017 年 12 月 5 日から配信開始)

本論文では，5km メッシュの詳細な予報を提供する MSM-GPV の地上データに含まれる下層雲量  $c_{Lt}$ ，中層雲量  $c_{Mt}$ ，上層雲量  $c_{Ht}$ ，相対湿度  $h_t$ ，降水量 1 時間積算値  $r_t$  に関する計 5 種類の予報値を用いた。

---

\*2 本論文の研究に用いた 2008~2011 年のデータでは，MSM-GPV の予報時間は 33 時間先までであった。

\*3 再エネ導入の拡大に伴うニーズの増加を背景として，本論文執筆中の 2017 年 12 月から日射量予報値の提供が開始された [6]。一方で，本論文の主題は予測の不確実性を評価できる確率的予測モデルを構築することであり，日射量について数値予測（点推定値）の提供が開始されても研究の意義に変わりはない。

Table 2.1: Comparison of three GPV products provided by Japan Meteorological Agency

モデル	対象地域	水平分解能	予報時間	配信頻度
全球モデル (GSM, Global Spectral Model)	地球全体	20km (0.2度×0.25度)	264時間先まで	1回/日
			84時間先まで	4回/日
メソモデル (MSM, Meso-Scale Model)	日本周辺	5km (0.0625度×0.05度)	39時間先まで	8回/日
局地モデル (LFM, Local Forecast Model)	日本周辺	2km (0.02度×0.025度)	9時間先まで	24回/日

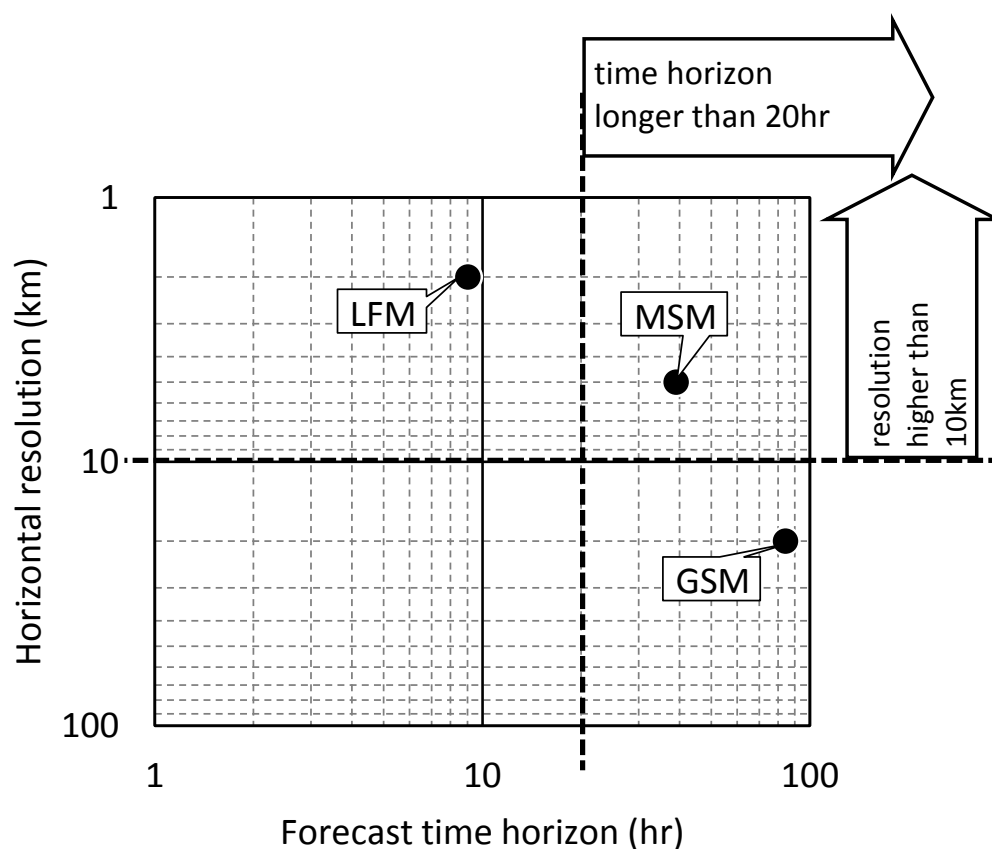


Fig.2.1: Comparison of three GPV products provided by Japan Meteorological Agency in terms of forecast time horizon and horizontal resolution

Fig.2.2 は MSM-GPV の予報が提供される範囲と 5km 格子点の間隔, 後述する日射量の観測地点である地方気象台の位置を表している。

この分析で利用した 2008~2011 年に配信された MSM-GPV では, 3 時間毎に予報が更新され, 特に JST 0, 6, 12, 18 時には 33 時間先までの予報が提供された (現在は 3 時間毎に 39 時間先まで [7])。今回の解析では, JST 18 時に提供\*4される 33 時間予測データを用いることで, 対象日の前日夜の時点で, 対象日の日照時間全体について予測することが可能であり, 深夜電力を使うかどうかなどの判断ができることを念頭に置いた。

対象地点毎にパラメータを推定するため, 対象地点最寄りの格子点に関する 2008~09 年の 2 年分のデータを学習に, 2010~11 年の 2 年分のデータを検証に用いた。

上記 5 種類の MSM-GPV の予報値以外の説明変数としてエアマスを用いた。エアマスとは太陽光が通過する大気の厚さを表す量で, 天頂に太陽があるときの値を 1 とし, そこから太陽高度が低くなるにつれて増加する相対量により表される (Fig.2.3)。

エアマスは次に示す公式 [8, 9] に従い計算した。なお  $\theta$  は太陽高度であり, 単位は degree である。

$$\text{airmass}(\theta) = \frac{1}{\sin \theta + 0.15 \times (\theta + 3.885)^{-1.253}} \quad (2.1)$$

今回の問題設定は 1 時間積算日射量の予測であるため, 予測対象とする 1 時間について (2.1) 式を用いて 1 分刻みでエアマスを計算し, それを幾何平均した値を  $m_t$  とした。

以上の説明変数をまとめて  $\mathbf{x}_t := (c_{Lt}, c_{Mt}, c_{Ht}, h_t, r_t, m_t)$  と表記する。

### 2.2.2 応答変数

確率的予測モデルの応答変数には, 気象庁が公開している全国 49 カ所の地方気象台 (Fig.2.2 参照) における水平面全天日射量 1 時間積算値  $I_t$  を大気外日射量 1 時間積算値  $I_t^0$  で割って規格化した, 晴天指数  $y_t \in [0, 1]$  を用いた。割り算による誤差拡大の影響を避けるため, モデルの学習時には日の出・日の入り前後の  $I_t^0 < 0.1\text{kWh}/\text{m}^2$  の時間帯のデータ (太陽高度が正の時間帯のうち約 5%) を除いたが, 検証時には太陽高度が

---

\*4 配信タイムラグが 2 時間程度

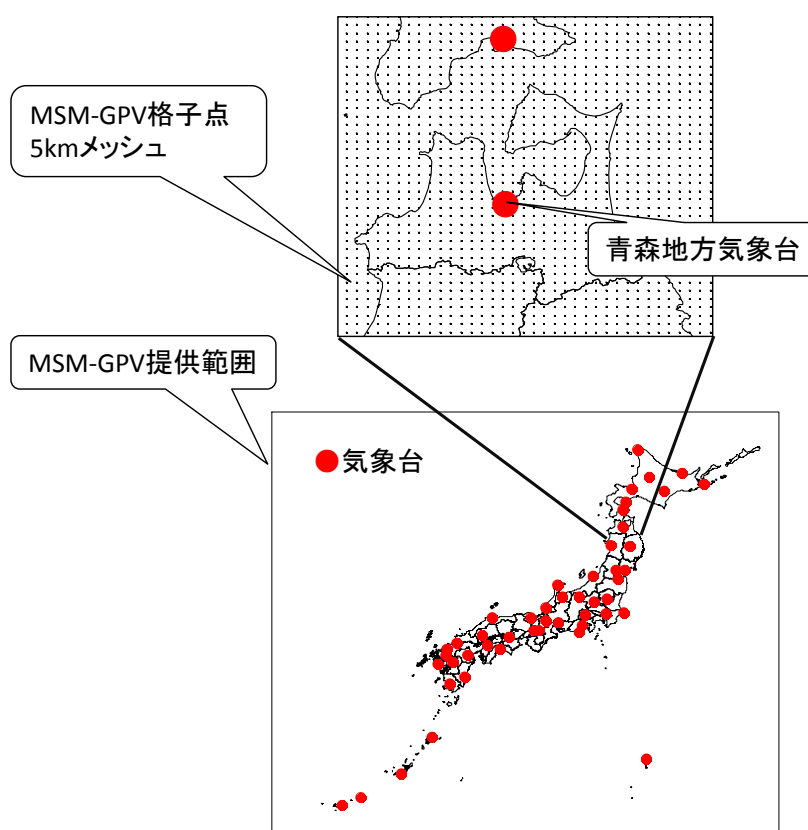


Fig.2.2: Forecast area and grid points of MSM-GPV

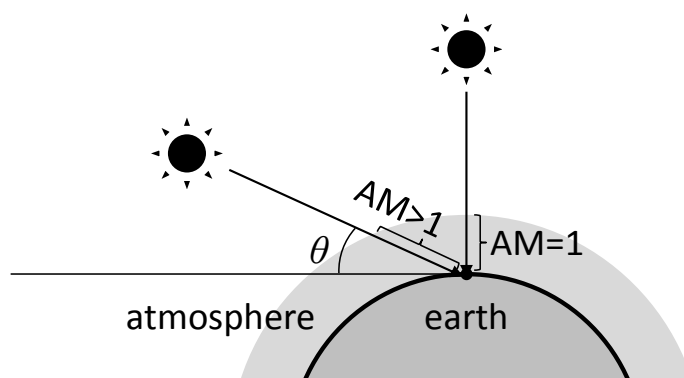


Fig.2.3: Definition of air mass

Table 2.2: Explanatory and response variables,  $F$  and  $C$  denote forecasted value by MSM-GPV and 1-hour cumulative value, respectively.

components of explanatory variable $x_t$	
lower cloud cover ( $F$ )	$c_{L_t} \in [0, 1]$
middle cloud cover ( $F$ )	$c_{M_t} \in [0, 1]$
higher cloud cover ( $F$ )	$c_{H_t} \in [0, 1]$
relative humidity ( $F$ )	$h_t \in [0, 1]$
precipitation ( $F, C$ ) [mm]	$r_t \geq 0$
air mass (1-hour geometric mean)	$m_t \geq 1$
response variable $y_t$ and related variables	
extraterrestrial irradiance ( $C$ ) [kWh/m <sup>2</sup> ]	$I_t^0 \geq 0$
global horizontal irradiance ( $C$ ) [kWh/m <sup>2</sup> ]	$I_t \in [0, I_t^0]$
clearness index	$y_t := I_t/I_t^0 \in [0, 1]$

正となるデータを全て用いた。

2008～09 年の 2 年分を学習に、2010～11 年の 2 年分を検証に用い、上記 49 地点について個別にモデルを推定した。詳しく検討する場合には、青森、名古屋、鹿児島地方気象台の 3 つの気象台を比較し、代表的な例には青森地方気象台のデータを示すこととした。

以上の説明変数および応答変数を Table 2.2 にまとめる。

### 2.2.3 データの特徴

上述した説明変数と応答変数の関係について、青森の例を Fig.2.4 に図示する。この図から、6 つの説明変数と応答変数の間の関係は、説明変数毎に大きく異なることが分かる。またデータの拡がりの広さは、確率的予測の重要性を暗示している。

例えば (e) に示す降水量はゼロより僅かに大きいくだけで日射量が激減するが、(d) に示す相対湿度は 0.7 付近で急激に影響が顕在化する。(a)(b)(c) に示す雲量や、(f) に示すエアマスはそれらに比べて比較的緩やかに影響する。

こうした気象の特徴を再現できるよう、説明変数の影響を柔軟にモデル化できる関数形を選ぶことが必要である。

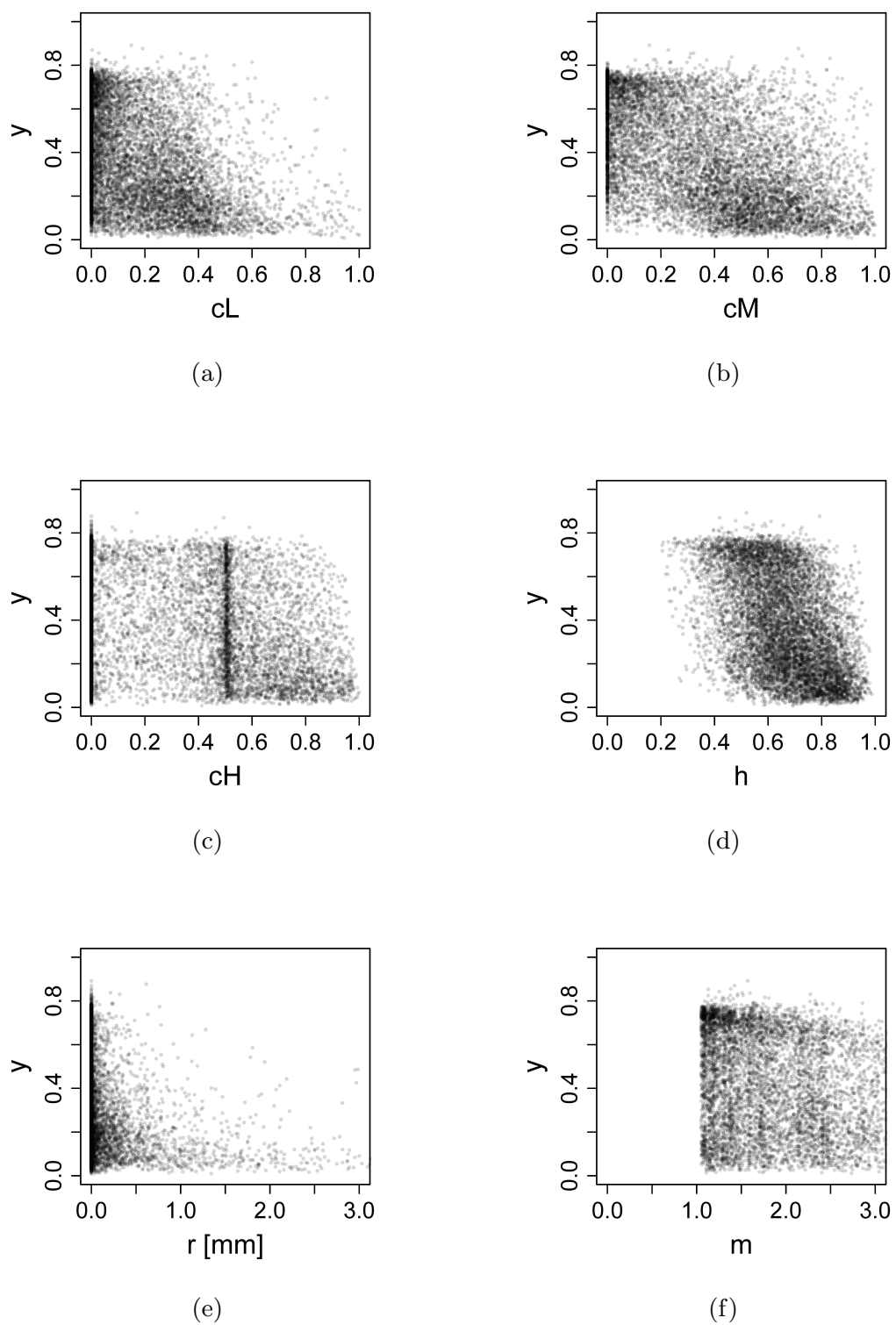


Fig.2.4: Dependence of response variable  $y$  on each explanatory variable: (a)/(b)/(c) lower/middle/higher cloud cover, (d) relative humidity, (e) precipitation, and (f) air mass (Aomori, 2010~11)

## 2.3 評価手法

本節では、本研究で用いる確率的予測モデルの評価手法を説明する。

決定論的予測の評価には、「予測値」と「観測値」の間の「誤差の大きさ」を評価する MSE (Mean Squared Error) や MAE (Mean Absolute Error), 及びそれらの相対値 (%MAE 等) が多く用いられる (Fig.1.3)。例えば, 日射量の予測値  $\{\hat{I}_t\}_{t=1}^T$  に対して, 観測値  $\{\tilde{I}_t\}_{t=1}^T$  が得られた場合, %MAE は以下の式で定義される (夜間のデータは除く)。

$$\%MAE := \frac{\sum_{t=1}^T |\tilde{I}_t - \hat{I}_t|}{\sum_{t=1}^T \tilde{I}_t} \times 100 \quad [\%] \quad (2.2)$$

決定論的予測では「誤差が小さいモデルが良い予測モデル」と言える。

一方, 値ではなく分布を予測する確率的予測では, 「予測分布」と「観測値」という「確率分布と値の比較」が必要であるため (Fig.1.3), MAE など誤差を評価する指標を用いることはできない。そのため確率的予測の検証に適した評価手法が, 大気科学など気象の分野において数多く提案されている [10, 11]。

まず良い確率的予測とは何かという問いに対しては, 大きく分けて 2 つの視点がある [10, 11]。1 つは「予測された分布が観測値の分布に近い」ことであり, もう 1 つは「なるべく分布のピークが鋭い (信頼区間の幅が狭い)」ことである。前者は reliability, 後者は sharpness と呼ばれる性質である。

この 2 つの視点について, 図示による評価と, 指標による評価がある。

図示による評価は, 観測値の分布と予測分布がどのように食い違っているか (例: 分布の中央や裾でのずれ具合) などの情報を一瞥で判断できる利点を持つため, 本論文では主に図示による方法を用いる。

他方の指標による評価については, 第 3 章において Threat Score 等を用いる (第 3.4 節参照)。また本論文では用いないが, CRPS や IGN などの scoring rule と呼ばれる指標が用いられることがある (付録第 A.5 節参照)。

以下に, reliability と sharpness を図示により評価する手法について説明する。



### 2.3.1 Reliability diagram

Reliability diagram [12, 13] は、「予測された確率分布が如何に観測値の分布に似ているか」を図示する評価手法であり、横軸に信頼区間の幅 (forecast probability)  $P \in [0, 1]$  を取り、縦軸にその  $100P\%$  信頼区間に入った観測値の割合 (observed relative frequency) をプロットする。予測分布が観測値の分布に等しい場合には、任意の  $100P\%$  信頼区間に、 $100P\%$  の観測値が入るため、プロットが対角線上になる。

これが対角線から外れた場合の解釈について、Table 2.3 にまとめる。

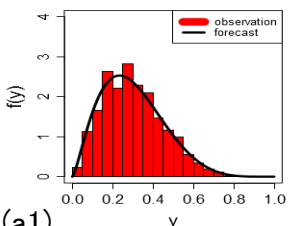
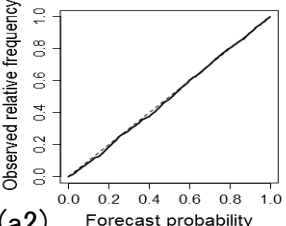
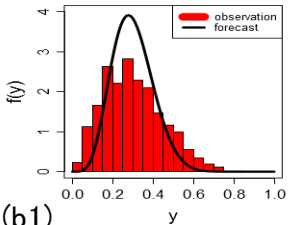
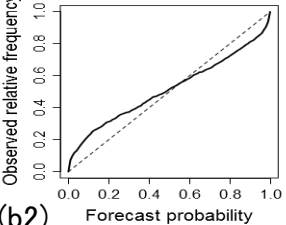
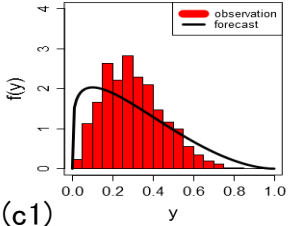
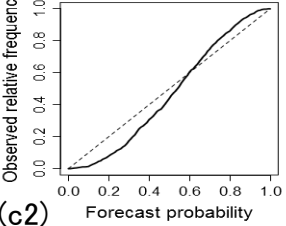
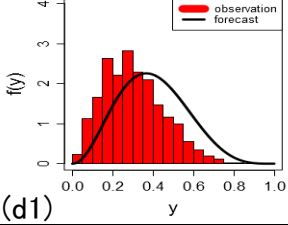
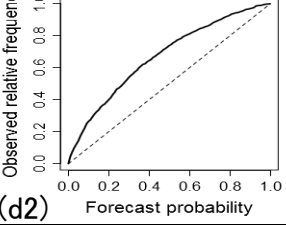
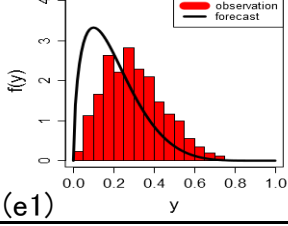
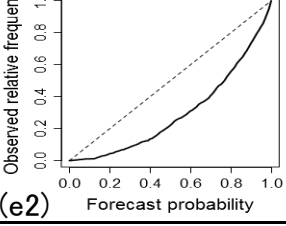
Table 2.3(b2) のような逆 S 字のプロットになった場合には、(b1) のように予測分布が観測値の分布よりも狭く、観測値が持っている不確実性を過小評価 (under-dispersion) していることを示している。この場合は後述する sharpness の意味では良いモデルであるが、reliability の意味で不正確である。

一方、(c2) のような S 字のプロットの場合は、逆に不確実性を過大評価 (over-dispersion) している。この場合は、reliability 及び後述する sharpness の両方の意味で悪いモデルである。

また、(d2) や (e2) のように中央部が上下へ膨らんでいる場合には、分布全体が観測値の分布からずれていることを示している。

Table 2.3 は、理解しやすいよう予測分布が変化しない場合を例示したものであるが、予測分布が時々刻々と変化する場合でも図の解釈は同じである。詳細については、付録第 A.4 節に示す。

Table 2.3: Interpretation of reliability diagram on typical cases: (a1)~(a5) comparison of PDF between observation (histogram) and forecast (solid line), (b1)~(b5) reliability diagram

forecast is...	PDF	reliability diagram	備考
correct	 <p>(a1)</p>	 <p>(a2)</p>	<p>プロットが対角線上にあるときは、予測分布が観測値の分布を正しく再現している</p>
under-dispersion (over-confident)	 <p>(b1)</p>	 <p>(b2)</p>	<p>プロットが逆S字状になるときは、予測分布が観測値の分布に比べて狭すぎる(不確実性を過小評価)</p>
over-dispersion (under-confident)	 <p>(c1)</p>	 <p>(c2)</p>	<p>プロットがS字状になるときは、予測分布が観測値の分布に比べて広すぎる(不確実性を過大評価)</p>
higher biased	 <p>(d1)</p>	 <p>(d2)</p>	<p>プロットが上に膨らむときは、予測分布が観測値の分布に比べて高い値の方へずれている</p>
lower biased	 <p>(e1)</p>	 <p>(e2)</p>	<p>プロットが下に膨らむときは、予測分布が観測値の分布に比べて低い値の方へずれている</p>

### 2.3.2 Sharpness diagram

Sharpness diagram [13] は、「予測分布の PDF が持つピークの鋭さ（信頼区間の幅の狭さ）」を図示する評価手法である。例えば予測分布が PDF にピークを持たない一様分布の場合、どの値も同じ確率で起こりうるという、予測情報としての価値がないものになってしまうのに対し、鋭いピークを持つ場合は起こりうる値が絞り込まれるため、情報の価値は高くなる。

Sharpness を図示するため、この diagram では、横軸には確率値  $P \in [0, 1]$  を、縦軸には予測分布の  $100P\%$  信頼区間の平均幅をとってプロットする。晴天指数は  $[0, 1]$ -区間の値を取るため、もし一様分布であれば  $50\%$  信頼区間の幅は  $0.5$ 、 $90\%$  信頼区間の幅は  $0.9$  となり、sharpness diagram の上ではプロットは対角線上になる (Fig.2.5 の破線)。これが確率的予測としては最も sharpness が悪い予測モデルである。

それに対して、Fig.2.5 のようにプロットが対角線よりも下に凹むほど、sharpness が良い（ピークが鋭い）モデルと言える（図中の囲み枠に示した PDF の図によりこれを表している）。

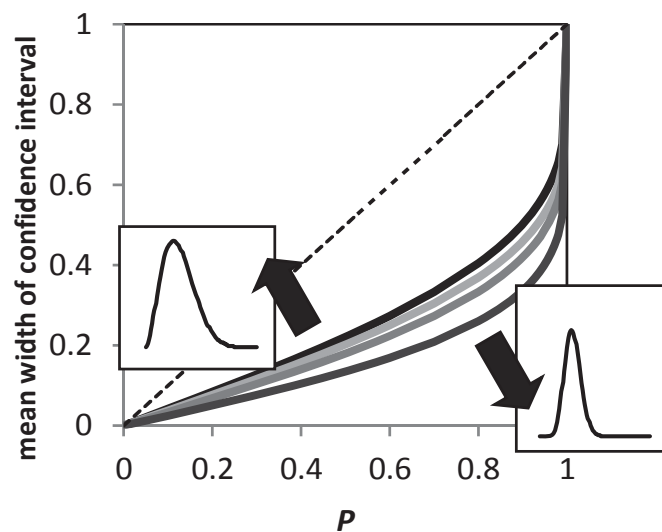


Fig.2.5: Example of sharpness diagram

なお sharpness diagram は, reliability diagram とは異なり, 観測値を用いず, 予測分布だけを評価している。また, sharpness が良くても観測値の分布を再現できなければ予測の価値は低いため, 「reliability の方が sharpness よりも重要な指標である」ことを注意する。

### 2.4 まとめ

本章では, 本論文において用いるデータ, および評価手法についてまとめた。データは MSM-GPV と呼ばれる数値気象予報, エアマス, 地方気象台で観測された水平面全天日射量を用いる。続く章では確率的予測モデルを構築していくが, この評価には主に本章で解説した reliability diagram と sharpness diagram を用いて, 予測モデルの良さを検証していく。

## 参考文献

- [1] 大竹秀明, 山田芳則, 高島工, 大関崇. “気象庁数値予報モデルの短波放射量予測精度”. 電気学会研究会資料, No. MES-11-020, (2011).
- [2] Y. Honda, K. Aranami, M. Narita, R. Nagasawa, T. Hara, and T. Segawa. “Meso-scale model (JMA-MSM0603)”. In *Outline Of The Operational Numerical Weather Prediction At The Japan Meteorological Agency*, chapter 4.5. Japan Meteorological Agency, (2007). <http://www.jma.go.jp/jma/jma-eng/jma-center/nwp/outline-nwp/pdf/pdf4/outline4.5.pdf>.
- [3] 気象庁. “平成 18 年 3 月からの数値予報モデル GPV 等の変更について”. 配信資料に関する技術情報 (気象編), No. 205, (2005). <http://www.data.jma.go.jp/add/suishin/jyouhou/pdf/205.pdf> .
- [4] 気象庁. “全球数値予報モデル GPV の変更並びにメソ数値予報モデル 33 時間予報、全球波浪数値予報モデル及び沿岸波浪数値モデル各 GPV の配信について”. 配信資料に関する技術情報 (気象編), No. 245, (2007). <http://www.data.jma.go.jp/add/suishin/jyouhou/pdf/245.pdf> .
- [5] 気象庁. “メソ数値予報モデル GPV の 33 時間予報配信開始とモデル改善について”. 配信資料に関する技術情報 (気象編), No. 259, (2007). <http://www.data.jma.go.jp/add/suishin/jyouhou/pdf/259.pdf> .
- [6] 気象庁. “数値予報モデル GPV における日射量要素の追加について”. 配信資料に関する技術情報 (気象編), No. 465, (2017). <http://www.data.jma.go.jp/add/suishin/jyouhou/pdf/465.pdf> .
- [7] 気象庁. “メソ数値予報モデルの計算時間延長について”. 配信資料に関する技術情報 (気象編), No. 373, (2013). <http://www.data.jma.go.jp/add/suishin/jyouhou/pdf/373.pdf> .
- [8] 日本太陽エネルギー学会 (編). “新太陽エネルギー利用ハンドブック, p.17”. 日本太陽エネルギー学会, (2000).

- [9] F. Kasten. “A new table and approximate formula for relative optical air mass”. *Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie B*, Vol. 14, No. 2, pp. 206–223, (1966). doi:10.1007/BF02248840 .
- [10] I. T. Jolliffe and D. B. Stephenson. “Forecast verification: A practitioner’s guide in atmospheric science”. Wiley, 2nd edition, (2012).
- [11] D. S. Wilks. “Statistical methods in the atmospheric sciences”. Academic Press, 3rd edition, (2011).
- [12] 山寄朋秀, 本間隼人, 若尾真治, 藤本悠, 林泰弘. “太陽光発電出力予測のための Just-In-Time Modeling を用いた日射量予測信頼区間の推定方法”. 電気学会論文誌 B, Vol. 135, No. 3, pp. 160–167, (2015). doi:10.1541/ieejpes.135.160 .
- [13] J. Juban, L. Fugon, and G. Kariniotakis. “Probabilistic short-term wind power forecasting based on kernel density estimators”. In *European Wind Energy Conference 2007*, (2007). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00526011/> .

## 第3章

# ベータ回帰による確率的日射量 予測

### 3.1 はじめに

第1章で述べたように、通常の予測モデルは予測の点推定値を出力するが、確率的予測モデルは予測の確率分布、具体的には累積分布関数 (Cumulative Distribution Function, CDF)  $F(y)$  や、確率密度関数 (Probability Density Function, PDF)  $f(y)$  が出力として得られる。

本研究では、ベータ分布の変化を詳細に表現する「分散可変ベータ回帰 (variable dispersion beta regression, VDBR)」を、日射量の確率的予測に初めて適用した。本章ではこの提案手法の構築手順について説明し、Threat Score 等の評価指標を用いて大外れの予見に関する提案手法の有用性を示す。

### 3.2 理論

#### 3.2.1 ベータ回帰による確率的予測の定式化

確率的日射量予測を、時刻  $t$  における説明変数  $\mathbf{x}_t$  が与えられたときの、晴天指数  $y_t \in [0, 1]$  の条件付き確率分布を求める問題として定式化する。これ以降  $y_t$  の条件付き

CDF を

$$F_t(y_t) = F(y_t|\mathbf{x}_t), \quad (3.1)$$

また、条件付き PDF を

$$f_t(y_t) = f(y_t|\mathbf{x}_t) \quad (3.2)$$

と表記する。

最小二乗法による回帰モデルは、説明変数  $\mathbf{x}$  が与えられたときに、応答変数  $y$  が適当な関数  $\mu(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})$  と誤差  $\epsilon$  によって

$$y = \mu(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}) + \epsilon, \quad \epsilon \sim N(0, \sigma^2) \quad (3.3)$$

と書けることを仮定する。ただし、 $y \sim X$  は確率変数  $y$  が確率分布  $X$  に従うことを表し、 $N(0, \sigma^2)$  は平均 0、分散  $\sigma^2$  のガウス分布を表す。分散  $\sigma^2$  は一定であると仮定することにより、回帰関数  $\mu$  に含まれるパラメータ  $\boldsymbol{\beta}$  を最小二乗法によって推定することが可能となり、非常に扱いやすいモデルとなるため多くの研究で用いられている。

応答変数に従う確率分布をガウス分布以外に拡張した手法として一般化線型モデル (Generalized Linear Model, GLM) [1–3] があり、この手法では指数型分布族に含まれる確率分布を扱うことができる。指数型分布族とは、PDF が平易な指数関数の形式\*1で表される確率分布であり、対数尤度やそのパラメータによる微分が扱いやすい関数になるため、最尤推定が容易になるという利点がある。また、GLM では確率分布の期待値を表すパラメータ  $\mu$  を説明変数  $\mathbf{x}$  の関数  $\mu(\mathbf{x})$  とする一方、分散に関するパラメータ (dispersion parameter,  $\sigma^2$  や  $\phi$ ) は局外パラメータ (nuisance parameter) と呼び、定数とするか、期待値  $\mu$  の関数 (説明変数の陰関数) と仮定する。

第 1.2 節で述べたように、日射量は上下限を持つため、その確率分布を表現するためには有限区間の確率分布を用いる必要がある。

Table 3.1 に、連続的な確率変数に関する良く知られた確率分布を、その定義域と指数

---

\*1 分布パラメータを  $\boldsymbol{\theta}$  とした時に、PDF を  $f(y) = \exp(\mathbf{a}(y)^T \mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}) + c(\boldsymbol{\theta}) + d(y))$  という形式で書くことが可能な確率分布、対数尤度が  $\log L = \sum_i \mathbf{a}(y_i)^T \mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}) + c(\boldsymbol{\theta}) + d(y_i)$  という形式なり、パラメータに関する微分  $\partial \log L / \partial \boldsymbol{\theta}$  を計算しやすい。



Table 3.1: Example of common probabilistic distributions of continuous univariate random variable

定義域	指数型分布族	それ以外
無限区間 ( $-\infty, \infty$ )	ガウス分布 ラプラス分布	コーシー分布
半無限区間 [ $0, \infty$ )	指数分布 ガンマ分布 逆ガウス分布 対数正規分布 ワイブル分布	
有限区間 [ $0, 1$ ]	ベータ分布	Kumaraswamy 分布

型分布族か否かに着目して整理する。指数型分布族に含まれる確率分布は多くあるが、ほとんどは無限区間や、半無限区間で定義されており、有限区間のものは数少ない。

ベータ分布は、 $[0, 1]$ -区間で定義された、指数型分布族に属する確率分布である\*<sup>2</sup>。後述するように PDF, CDF, 平均値, 分散などを解析的な関数で表すことが可能であり、また2つのパラメータで多様な分布を表現できるため、ベイズ推定など多くの分野で応用されている。

他方の Kumaraswamy 分布 [4] は、水文学の分野で提案された  $[0, 1]$ -区間の確率分布であり、ベータ分布によく似た分布形状を持っている（付録第 A.7 節参照）。しかし指数型分布族に属さないため、尤度計算が複雑となり、また平均値が分布パラメータの複雑な関数となるため、回帰モデルへの応用は進んでいない\*<sup>3</sup>。

\*<sup>2</sup>  $\mathbf{a}(y) := \begin{pmatrix} \log y \\ \log(1-y) \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b}(\mu, \phi) := \begin{pmatrix} \mu\phi \\ (1-\mu)\phi \end{pmatrix}$ ,  $c(\mu, \phi) := -\log B(\mu\phi, (1-\mu)\phi)$ ,  $d(y) := -\log y(1-y)$  とすれば, (3.13) 式は,  $f(y) = \exp(\mathbf{a}(y)^T \mathbf{b}(\mu, \phi) + c(\mu, \phi) + d(y))$  であるため指数型分布族に含まれる [2]。

\*<sup>3</sup> 2013 年に Mitnik ら [5] により、回帰モデルへの応用を念頭に、平均値ではなく中央値をパラメータとしたパラメータの再定義が検討されたが、回帰モデルの開発には至っていない。

上記の考察に基づき、日射量の不確実性を表す確率分布としてベータ分布に着目した。

2004 年に Ferrari らが発表したベータ回帰 (beta regression) [2, 6] は、応答変数の確率分布にベータ分布を採用した GLM である。さらに、2010 年に Simas らにより発表された分散可変ベータ回帰 (variable dispersion beta regression, VDDBR) により、期待値を表すパラメータだけでなく、分散に関するパラメータも説明変数の関数として扱うことが可能となった [2, 7] \*4。この VDDBR は有限区間の確率分布をパラメトリックにモデル化する手法として非常に柔軟なアプローチであり、確率的日射量予測に適した手法として本研究で着目した。

通常、ベータ分布は 2 つの形状パラメータ  $a > 0, b > 0$  で定義され、以下の様な PDF と CDF を持つ\*5。

$$y \sim \text{Beta}(a, b) \quad (3.4)$$

$$\text{PDF: } f(y) = \frac{y^{a-1}(1-y)^{b-1}}{B(a, b)} \quad (3.5)$$

$$\text{CDF: } F(y) = I_y(a, b) \quad (3.6)$$

ただし、 $B(a, b)$  はベータ関数

$$B(a, b) := \int_0^1 x^{a-1}(1-x)^{b-1} dx, \quad (3.7)$$

$I_y(a, b)$  は正規化不完全ベータ関数

$$I_y(a, b) := \frac{\int_0^y x^{a-1}(1-x)^{b-1} dx}{B(a, b)} \quad (3.8)$$

である。また、 $y < 0$  では  $f(y) = F(y) = 0$ 、 $y > 1$  では  $f(y) = 0, F(y) = 1$  とする。

ここで、Ferrari ら [6] によるパラメータの再定義

$$\text{mean parameter: } \mu := \frac{a}{a+b}, \quad (0 < \mu < 1) \quad (3.9)$$

---

\*4 二重一般化線型モデル (DGLM) [2] の一種である。

\*5 ベータ分布の難点としては、 $a > 1$  の場合、常に  $f(0) = 0$  になることである。これは、昼間に晴天指数が厳密にゼロになることは無いこと意味しており、実測値に有効桁数の都合などでゼロが含まれる場合は注意が必要である。

$$\text{precision parameter: } \phi := a + b, (\phi > 0) \quad (3.10)$$

つまり,

$$a = \mu\phi, \quad b = (1 - \mu)\phi \quad (3.11)$$

を用い,  $\mu, \phi$  で表したベータ分布を  $\text{Beta}_{\mu\phi}(\mu, \phi)$  と表記すると, PDF, CDF は

$$y \sim \text{Beta}_{\mu\phi}(\mu, \phi) \quad (3.12)$$

$$\text{PDF: } f(y) = \frac{y^{\mu\phi-1}(1-y)^{(1-\mu)\phi-1}}{B(\mu\phi, (1-\mu)\phi)} \quad (3.13)$$

$$\text{CDF: } F(y) = I_y(\mu\phi, (1-\mu)\phi) \quad (3.14)$$

となる。

この  $\mu, \phi$  を用いると, ベータ分布の期待値・分散・最頻値は,

$$E[y] = \frac{a}{a+b} = \mu \quad (3.15)$$

$$\text{Var}[y] = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)} = \frac{\mu(1-\mu)}{\phi+1} \quad (3.16)$$

$$\text{Mode}[y] = \frac{a-1}{a+b-2} = \frac{\mu\phi-1}{\phi-2} \quad (3.17)$$

と書くことができる\*6。

(3.15) 式から  $\mu$  が期待値 (mean) を表し, (3.16) 式から  $\mu$  が固定された条件下では  $\phi$  の値が大きくなるほど分散が小さくなる, つまり不確実性が小さくなり精度 (precision) が高くなるという性質が分かる。

このパラメータの再定義により, ベータ分布を意味のある 2 つのパラメータ mean parameter と precision parameter を持つ分布として扱うことが可能となる。

$\text{Beta}_{\mu\phi}(\mu, \phi)$  の PDF がパラメータに依存してどのように変化するかを Fig.3.1 に示す。 $\text{Beta}_{\mu\phi}(0.5, 2)$  は一様分布であり, mean parameter  $\mu$  が 0 または 1 に近づくほど非対称性が大きくなり, precision parameter  $\phi$  が大きくなるほど分布が狭くなること

\*6 最頻値は PDF が単峰型となる  $a = \mu\phi > 1$  かつ  $b = (1 - \mu)\phi > 1$  の場合のみ存在する。

が分かる。

本論文で用いるベータ回帰とは、(3.19) 式および (3.20) 式のように応答変数  $y$  がベータ分布に従うと仮定し、分布のパラメータ  $\mu$  と  $\phi$  を説明変数  $\mathbf{x}$  の関数として表した上で、その関数のパラメータ  $\beta$  や  $\gamma$  を最尤推定 (Maximum Likelihood Estimation, MLE) によって推定する手法である。

本章では、分散を可変とするベータ回帰モデルの効果を検証するため、前述の (3.3) 式によって表されるガウス分布を用いた model N ((3.18) 式) および  $\phi$  を定数とした分散固定ベータ回帰 model BR ((3.19) 式) と、 $\phi$  を  $\mathbf{x}$  の関数とした分散可変ベータ回帰 model VDBR ((3.20) 式) を比較した。

■最小二乗法 (model N)

$$y|\mathbf{x} \sim N(\mu(\mathbf{x}; \beta), \sigma^2) \quad (3.18)$$

■分散固定ベータ回帰 (model BR)

$$y|\mathbf{x} \sim \text{Beta}_{\mu\phi}(\mu(\mathbf{x}; \beta), \phi) \quad (3.19)$$

■分散可変ベータ回帰 (model VDBR)

$$y|\mathbf{x} \sim \text{Beta}_{\mu\phi}(\mu(\mathbf{x}; \beta), \phi(\mathbf{x}; \gamma)) \quad (3.20)$$

上記の 3 つのモデルについて Table 3.2 にまとめる。ガウス分布を用いる際、パラメータ推定に最小二乗法を適用する代わりに heteroscedastic regression 等の呼称で分散を可変とする方法の研究例が散見されるものの、一般的な方法とは言えない。これに加えて、ガウス分布の場合、無限区間の確率分布を表すことから、その分散を可変とすると大外れが起りやすい状況下では分散が拡がり、晴天指数が負になったり、1 を越えたりする確率が大きくなるなど、矛盾が起りやすくなることは明らかである。そこで本論文では、分散可変のガウス分布を対象外とし、分散を定数とする場合のみ考慮した。

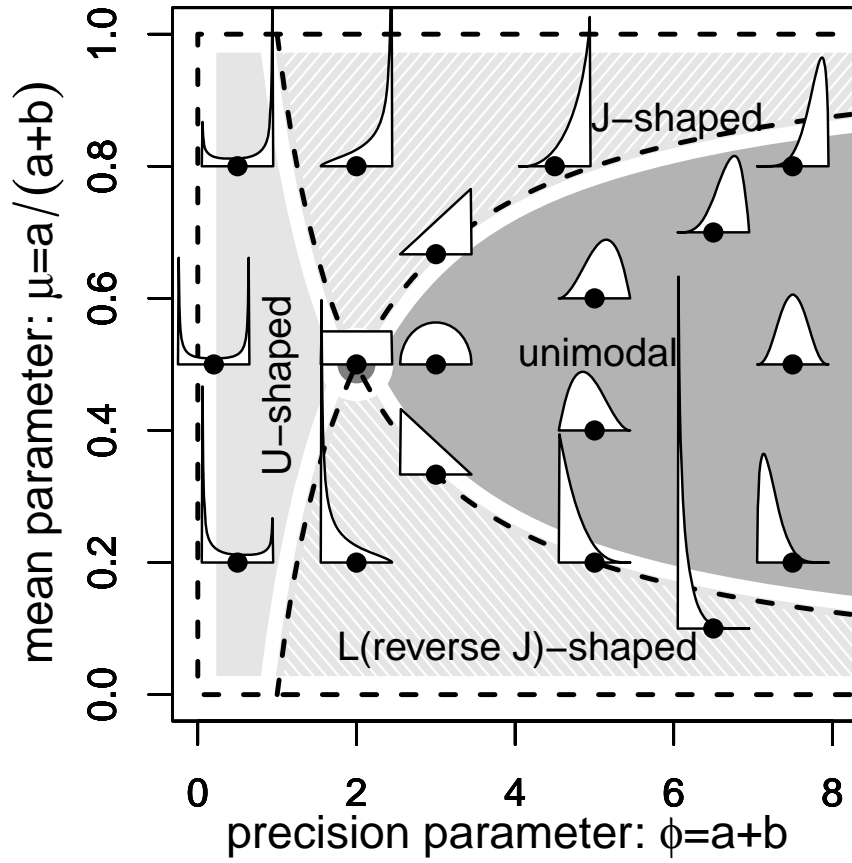


Fig.3.1: Dependence of PDF of  $\text{Beta}_{\mu\phi}(\mu, \phi)$  on the parameters  $\mu$  and  $\phi$

Table 3.2: Definition of model N, BR, VDBR and estimation method, LSM = least squares method, MLE = maximum likelihood estimation

	fixed dispersion (homoscedastic)	variable dispersion (heteroscedastic)
normal distrib- ution	<b>model N</b> $y \mathbf{x} \sim N(\mu(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}), \sigma^2)$ (LSM)	—
beta distrib- ution	<b>model BR</b> $y \mathbf{x} \sim \text{Beta}_{\mu\phi}(\mu(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}), \phi)$ (MLE)	<b>model VDBR</b> $y \mathbf{x} \sim \text{Beta}_{\mu\phi}(\mu(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}), \phi(\mathbf{x}; \boldsymbol{\gamma}))$ (MLE)

### 3.2.2 回帰関数とパラメータ推定

前述の 3 つのモデルに含まれる回帰関数について説明する。

GLM において関数  $\mu(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})$  は、一般にリンク関数  $g(z)$  (活性化関数  $g^{-1}(z)$ ) を用いて、

$$\mu(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}) = g^{-1}(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) \quad (3.21)$$

と表される。日射量の確率分布の予測精度を向上するためには、説明変数として用いる数値気象予報値と日射量との関係を適切に考慮したリンク関数を用いることが重要である。予備検討の結果、リンク関数を  $g(z) = \log z$ , つまり  $g^{-1}(z) = \exp(z)$  とした場合に尤度が最大になることが分かった (付録第 A.2 節参照)。

さらに Fig.2.4 に示したように、説明変数によっては、降水量のように値が小さくても晴天指数に影響するが大きくなると影響が飽和すると期待される物や、相対湿度のようにその逆の作用が期待される物がある。そこで、べき乗変換を拡張した Box-Cox 変換

$$b(x; \alpha) = \begin{cases} \frac{x^\alpha - 1}{\alpha} & (\alpha \neq 0) \\ \log x & (\alpha = 0) \end{cases} \quad (3.22)$$

を施して予備検討を行った結果、エアマスは対数変換、それ以外の説明変数はべき乗変換を行った方が尤度が高まることが分かった (付録第 A.2 節参照)。

この様に、気象が持つ特徴を適切にモデル化し得るよう関数形を選んだことは本研究の特徴のひとつであり、Fig.3.4 や Fig.3.5 にて後述する推定結果からその有用性が確認される。

上記の予備検討から、回帰関数は

$$\mu(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}) = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1^{\alpha_1} + \beta_2 x_2^{\alpha_2} + \dots) \quad (3.23)$$

$$= \exp(\beta_0) \cdot \exp(\beta_1 x_1^{\alpha_1}) \cdot \exp(\beta_2 x_2^{\alpha_2}) \cdot \dots \quad (3.24)$$

という関数形とした。この  $\exp(\beta x^\alpha)$  という二重指数型の関数は、係数  $\beta$  及び指数  $\alpha$  の選び方によって、Fig.3.2 のように説明変数に対する依存性を柔軟に表現することが可

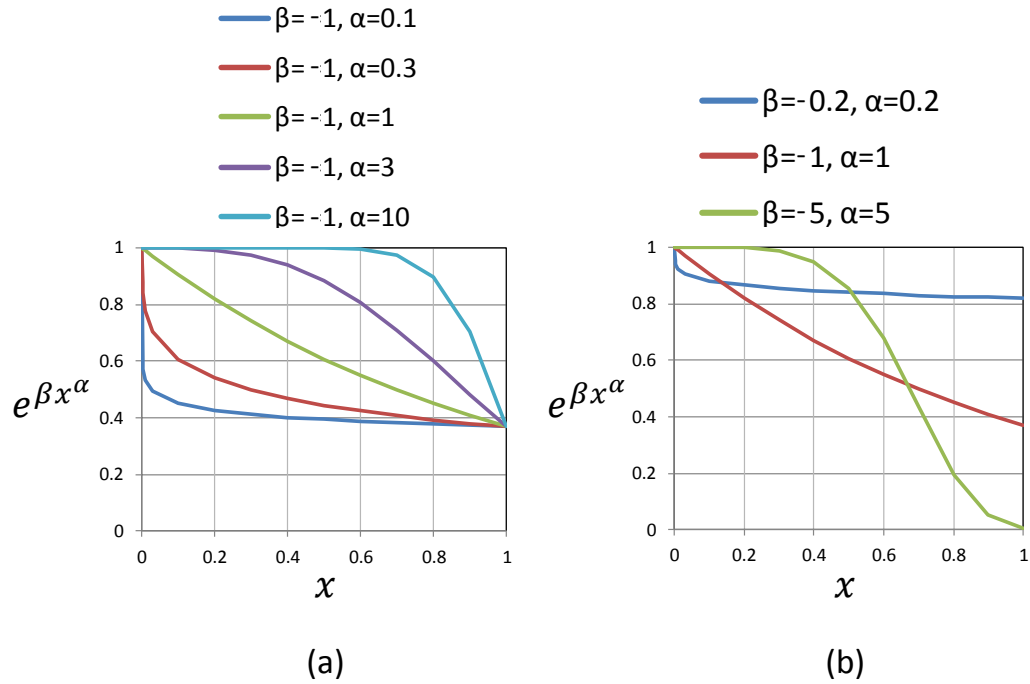


Fig.3.2: Behavior of double exponential function  $e^{\beta x^\alpha}$  according to parameters (a) dependence on  $\alpha$ , and (b) dependence on both  $\alpha$  and  $\beta$

能であり，前述した，降水量や相対湿度が日射量に及ぼす作用の差異を表現できる関数形であることが分かる。

これらの結果に基づき，回帰関数には次式を用いることとした。

$$\begin{aligned} \mu(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}) = \exp & \left( \beta_0 + \beta_{LC} L^{\alpha_L} + \beta_{MC} M^{\alpha_M} + \beta_{HC} H^{\alpha_H} \right. \\ & \left. + \beta_h h^{\alpha_h} + \beta_r r^{\alpha_r} + \beta_m \log m \right) \end{aligned} \quad (3.25)$$

同様に， $\phi(\mathbf{x}; \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta})$  についても，予備検討結果を踏まえて，回帰関数には次式を用いることとした（付録第 A.2 節参照）。

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{x}; \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}) = \exp & \left( \gamma_0 + \gamma_{LC} L^{\delta_L} + \gamma_{MC} M^{\delta_M} + \gamma_{HC} H^{\delta_H} \right. \\ & \left. + \gamma_h h^{\delta_h} + \gamma_r r^{\delta_r} + \gamma_m \log m \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

モデルの学習は、係数  $\beta, \gamma$  を R (アール)<sup>\*7</sup>の `betareg` パッケージ [8] によって最尤推定しながら、尤度最大になる指数  $\alpha, \delta$  を非線形最適化により推定した。また、オーバーフィッティングを防ぐため、AIC (Akaike's Information Criterion, 赤池情報量規準) [9] が最小となるモデルを選ぶことにより、説明変数を取捨選択した。なお、AIC の概要については、付録第 A.1 節にて説明する。

---

<sup>\*7</sup> R (アール) とは、統計・データ解析・統計グラフ作成のためのオープンソースソフト。多くの解説書が出版され、様々な研究・業務において世界各国で使用されている。



### 3.2.3 予測結果の提示手法

確率的予測の結果は、確率分布からその代表値、例えば期待値・中央値・最頻値などと共に信頼区間を併せて表示することが一般的である。非対称な確率分布の場合、両裾から同じ確率を除いた等裾信頼区間だけでなく、確率密度が高い区間から順に選んだ最高密度区間を信頼区間として提示することも有効な手法である。

どのような代表値や信頼区間を提示するかは用途に依存するが、本論文では、Fig.3.3のように期待値と等裾信頼区間によって予測結果を示す。実際には信頼区間を直接求めているのではなく、予測分布を求めた後に信頼区間を計算しており、予測分布からは前述の多くの情報を引き出すことが出来ることに注意されたい。

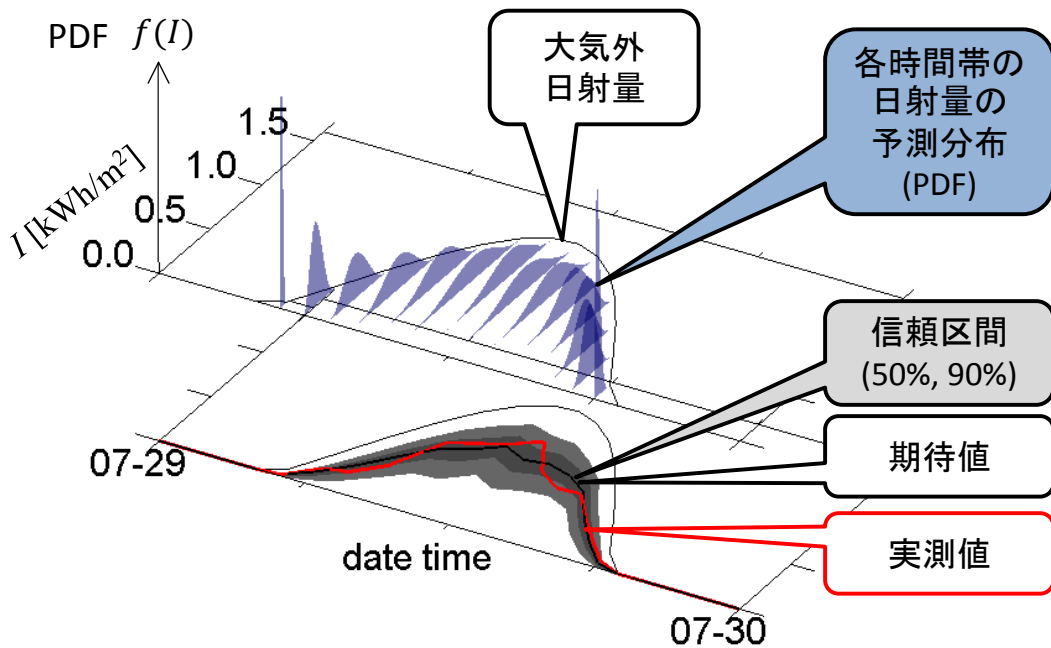


Fig.3.3: Visualization of probabilistic forecasts by confidence interval

### 3.3 予測結果と誤差の特徴

#### 3.3.1 モデル推定結果・予測例

前述の49地点のデータのそれぞれについて、3つのモデルに関し最尤推定によるパラメータ推定を行った。例として青森地方気象台における model N, BR, VDBR の  $\mu(\boldsymbol{x})$  の推定結果は以下の様になった。

##### ■model N

$$\begin{aligned} \mu(\boldsymbol{x}) = \exp \left( -0.24 - 0.61c_M^{0.67} - 0.32c_H^{2.18} \right. \\ \left. - 0.50h^{4.03} - 0.43r^{0.38} - 0.27 \log m \right), \end{aligned} \quad (3.27)$$

##### ■model BR

$$\begin{aligned} \mu(\boldsymbol{x}) = \exp \left( -0.26 - 0.61c_M^{0.67} - 0.30c_H^{2.09} \right. \\ \left. - 0.48h^{3.78} - 0.37r^{0.37} - 0.26 \log m \right), \end{aligned} \quad (3.28)$$

##### ■model VDBR

$$\begin{aligned} \mu(\boldsymbol{x}) = \exp \left( -0.24 - 0.55c_M^{0.57} - 0.31c_H^{1.87} \right. \\ \left. - 0.46h^{3.84} - 0.46r^{0.34} - 0.27 \log m \right). \end{aligned} \quad (3.29)$$

いずれも低層雲量  $c_L$  以外の5変数を用いた場合が AIC 最小となり、3つのモデルで係数は非常に近い値となった。各モデルのパラメータに関しては、Wald 検定の結果、有意に推定されていることを確認した（詳細は付録第 A.3 節の Table A.4 を参照）。

Fig.3.4 に (3.29) 式の振舞いを図示する。べき指数が1よりも小さい中層雲量  $c_M$  と降水量  $r$  は小さい値でも  $\mu$  に大きく影響し、特に降水量は0より僅かに大きくても影響が大きい。一方、1より大きいべき指数を持つ高層雲量  $c_H$  と相対湿度  $h$  は0.7を越えるような大きな値になって初めて  $\mu$  に影響を与える。このように、Fig.2.4 に示した気象の特徴が適切にモデル化されていることが分かる。

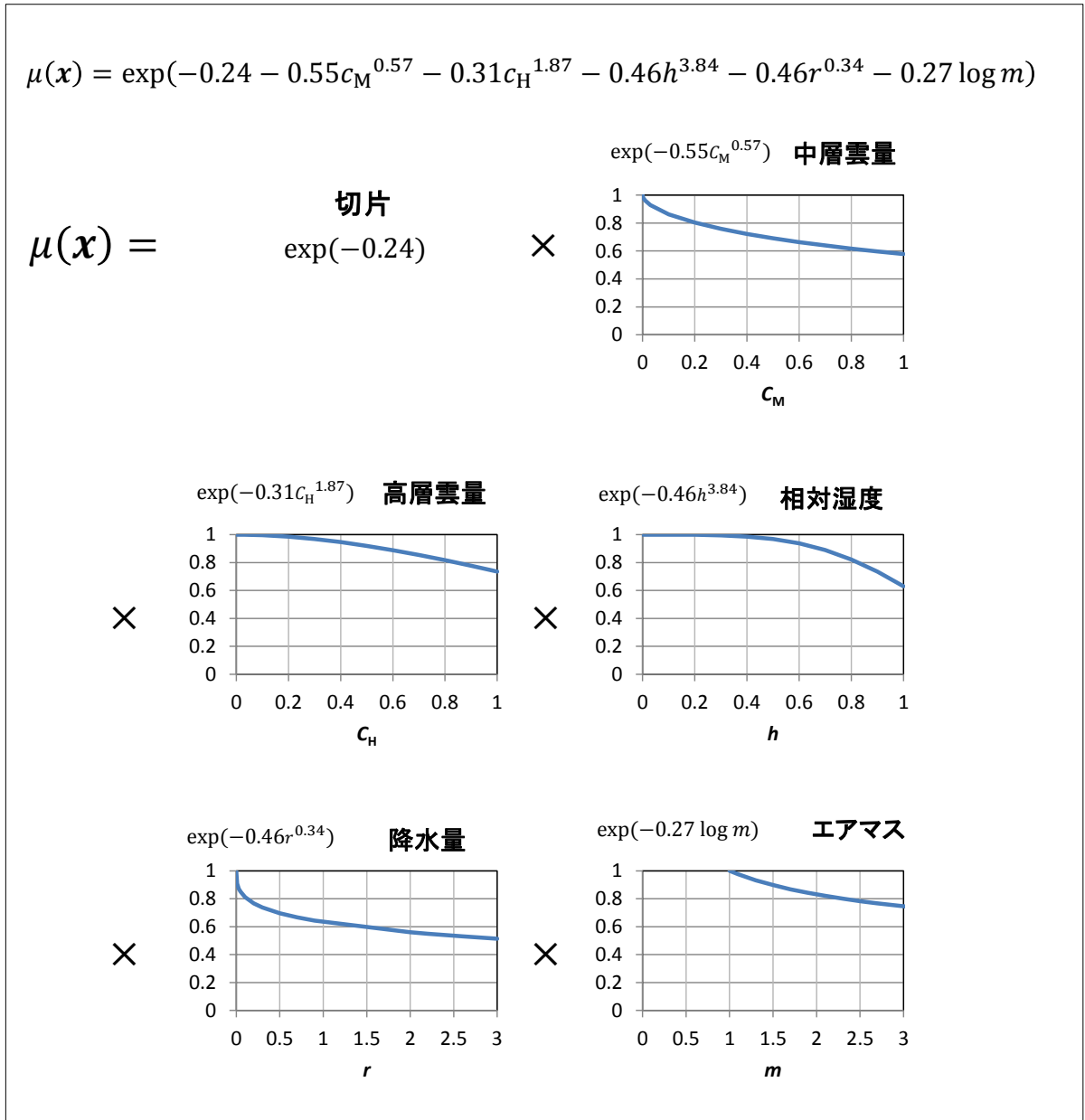


Fig.3.4: Estimated  $\mu(x)$  in model VDBR and its dependence on each explanatory variable

同じく、青森地方気象台における precision (dispersion) parameter の推定結果は以下の様になった。

■model N

$$\sigma^2 = 0.0260, \quad (3.30)$$

■model BR

$$\phi = 7.62, \quad (3.31)$$

■model VDBR

$$\phi(\mathbf{x}) = \exp \left( 2.84 - 0.58c_L^{0.12} - 0.94c_M^{0.23} + 0.53r^{0.22} + 0.15 \log m \right). \quad (3.32)$$

model VDBR では高層雲量  $c_H$  と相対湿度  $h$  以外の 4 変数を用いた場合が AIC 最小となった。また、 $\phi(\mathbf{x})$  のパラメータについても、Wald 検定により有意に推定されていることを確認した。(付録 Table A.4)

Fig.3.5 に (3.32) 式の振舞いを図示する。 $\phi(\mathbf{x})$  では、雲量が増えると  $\phi$  が小さくなり予測分布が広がる（不確実性が大きくなる）が、降水量  $r$  やエアマス  $m$  が大きいほど  $\phi$  が大きくなり、むしろ予測分布が狭く（不確実性が小さく）なることが分かる。

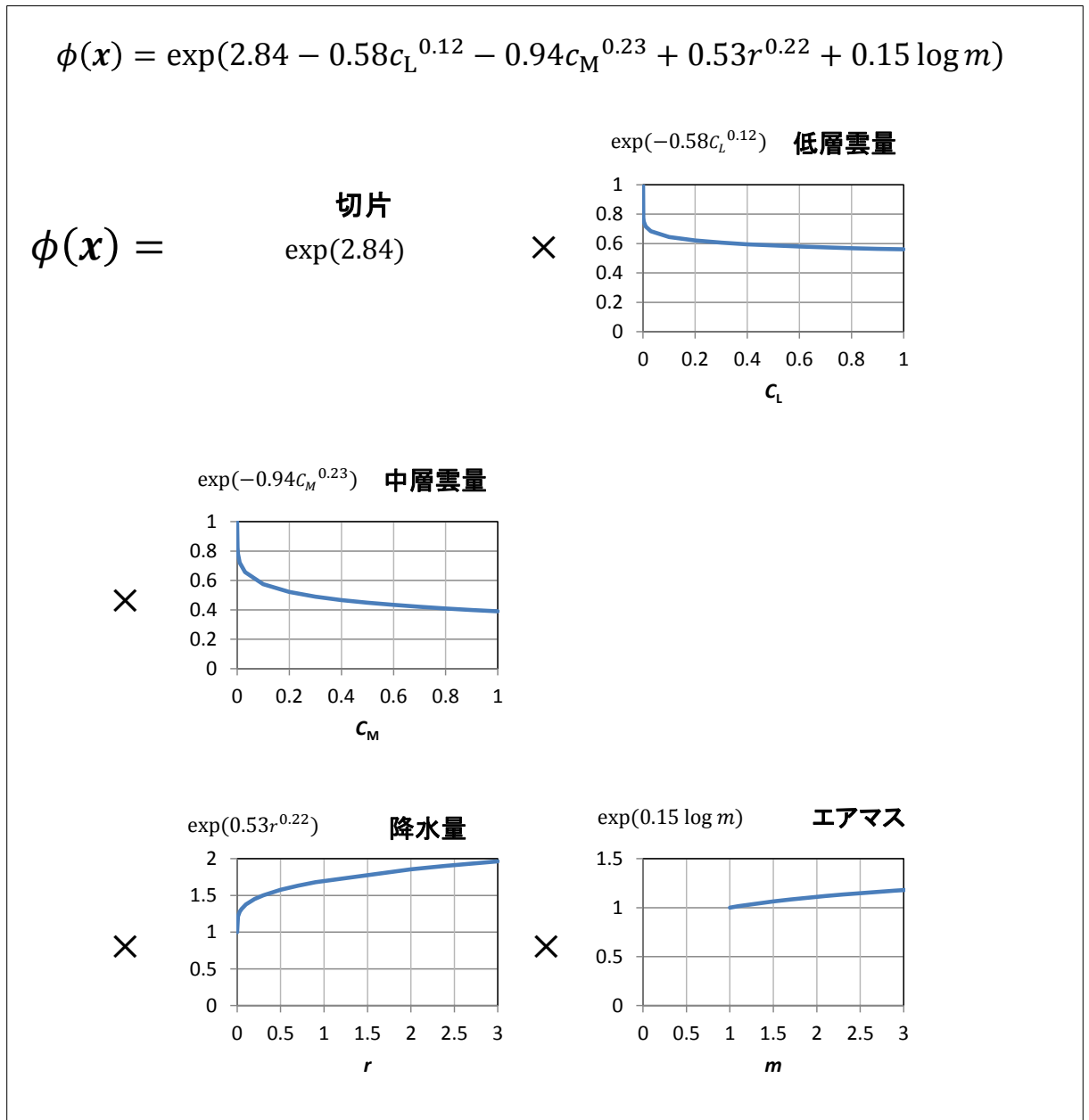


Fig.3.5: Estimated  $\phi(x)$  in model VDBR and its dependence on each explanatory variable

Fig.3.6 に、青森における 2011 年 5 月 29 日～6 月 2 日の予測結果を例示する。図の (a)(b) は説明変数の変化を、(c)(d)(e) は、Fig.3.3 に示した方法に従い、N, BR, VDBR の 3 つのモデルによる確率的予測の出力（期待値と 50% 信頼区間, 90% 信頼区間）と実測値を、(f)(g) は model VDBR のパラメータ  $\mu, \phi$  の変化を、それぞれ示している。

Fig.3.6(c) に示すように、model N はガウス分布を仮定しているため日射量の有限性を上手く表現できず、5 月 29 日、30 日のように信頼区間が負になる等の矛盾が発生している。それに比べ、(d) に示す model BR は、ベータ分布を仮定しているためそのような矛盾は起こらないが、 $\phi$  が定数であるため、信頼区間が概して一定である。(e) に示す model VDBR では、(g) のように  $\phi$  が説明変数に応じて変化するため、5 月 29 日のように  $\phi$  が小さく信頼区間が広がる（外れやすい）日や、図中に青色の矢印で示した 5 月 31 日のように  $\phi$  が大きく当たりやすい日を表現可能となり、矛盾無く、かつ柔軟に確率的予測を提供できることが分かる。

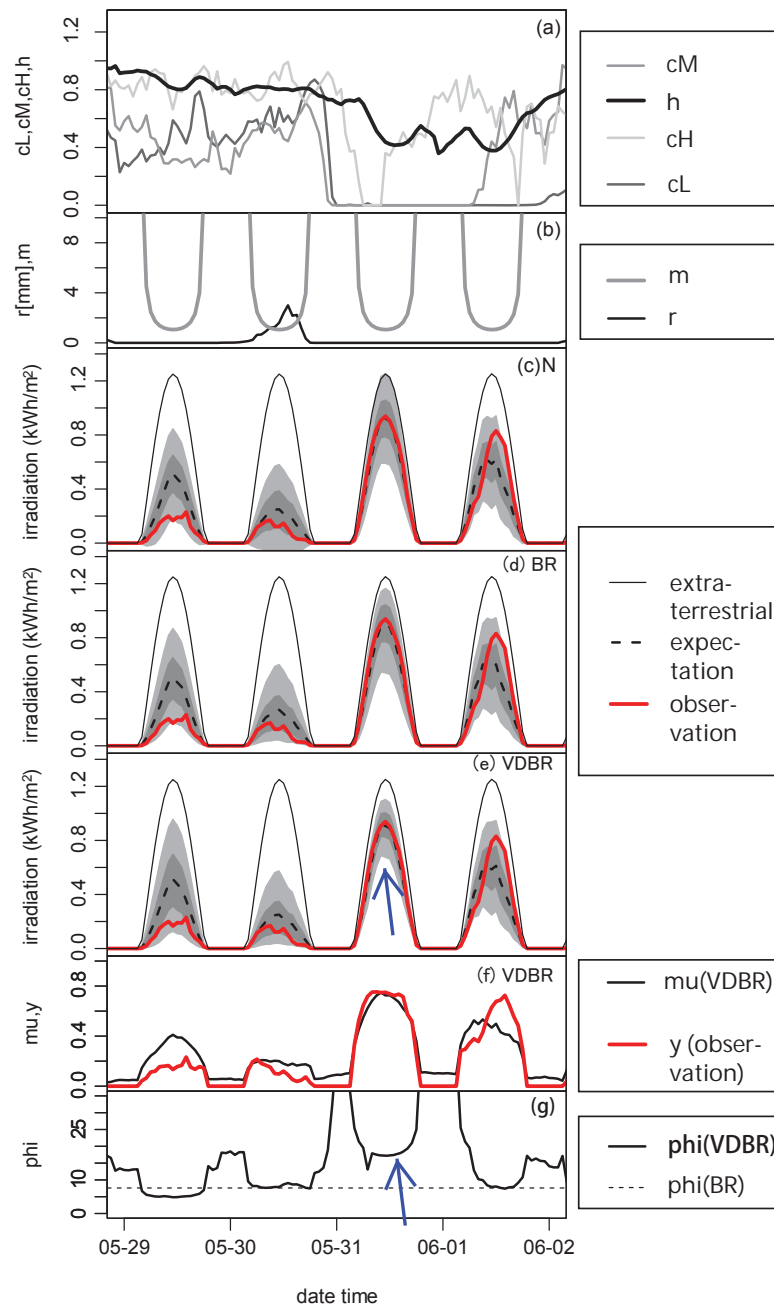


Fig.3.6: Typical examples of explanatory variables, observations, and forecasts taken from four days in 2011 at Aomori: (a),(b) explanatory variables (see Table 2.2), (c),(d),(e) forecasted, observed, and extraterrestrial solar irradiation computed by model N, BR, and VDBR, respectively, gray and light gray area indicate confidence intervals of 50 and 90%, respectively, (f) comparison of  $\mu(\mathbf{x})$  and observed clearness index  $y$ , (g) temporal variation of  $\phi(\mathbf{x})$  of model VDBR compared with fixed  $\phi = 7.6$  of model BR.  $\mu(\mathbf{x})$  and  $\phi(\mathbf{x})$  in the nighttime are meaningless.

### 3.3.2 予測分布の検証

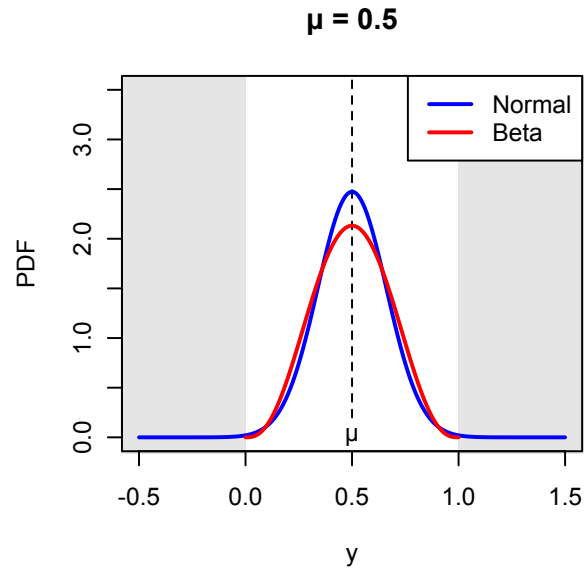
本節では、前節で推定された model N, BR, VDBR による予測分布の正しさを検証する。

Fig.3.7 は、(3.30) 式に示された分散  $\sigma^2 = 0.0260$  を持つガウス分布、及び (3.31) 式に示された precision parameter  $\phi = 7.62$  を持つベータ分布の両分布について、同じ期待値  $\mu$  を持つ場合の PDF を比較した物である。横軸は晴天指数  $y$  であり、 $0 \leq y \leq 1$  であるため、グレーの領域は本来  $y$  が取り得ない値である。

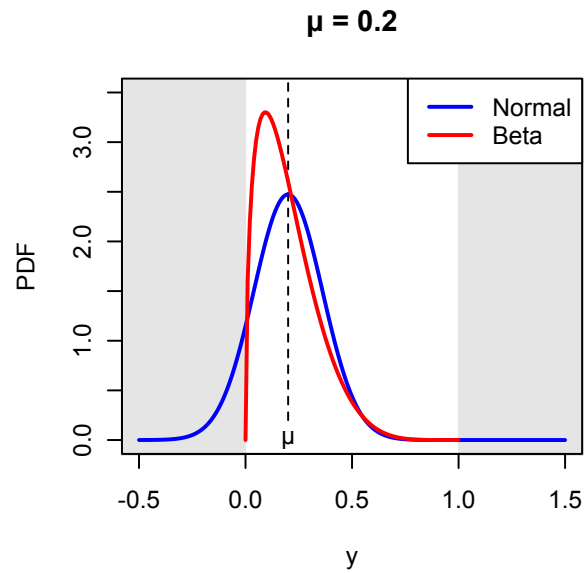
Fig.3.7(a) のように  $\mu = 0.5$  の場合はベータ分布も左右対称となり、両分布に大きな差は見られない。一方、(b) のように  $\mu = 0.2$ 、つまり日射量がかなり低い場合は、ガウス分布は  $y < 0$  の領域にはみ出すのに対して、ベータ分布は  $y = 0.1$  付近に最頻値を持つ非対称な分布となる。この性質は  $\mu = 0.8$  のように高い値の場合も同様である。

このため、予測分布の正しさを検証する場合に、 $\mu = 0.5$  付近では大きな差は現れないが、 $\mu$  が低い、または高い場合において、ガウス分布とベータ分布の差が顕在化すると期待できる。





(a)



(b)

Fig.3.7: Comparison of PDF between normal distribution  $N(\mu, 0.0260)$  and beta distribution  $\text{Beta}_{\mu\phi}(\mu, 7.620)$ , (a) $\mu = 0.5$ , and (b) $\mu = 0.2$

Fig.3.8 は、前節で推定したモデルに関して 2010~11 年の観測データを用いて、第 2.3.1 項で説明した reliability diagram を描いた物であり、Table 2.3 に示したように、プロットが対角線に近いほど、予測分布と観測値の分布が近いことを表す。

(a) は全てのデータについて描いた物であるが、やや model N が対角線から離れているものの、3 種類のモデルとも対角線に近く大きな差は見られない。つまり、全ケースをならして見た場合には、ガウス分布とベータ分布の間で、予測分布の正確さの意味で大きな差異はない。

(b)(c)(d) は、3 種類のモデルそれぞれの予測期待値  $\mu$  の値が 0.3 未満、0.3 以上 0.6 未満、0.6 以上の 3 区分に分けて同 diagram を描いた物である。

(b) に示す  $\mu < 0.3$  という、日射量が低く、予測分布の非対称性が顕著になる状況では、ガウス分布を用いた model N に比べて、ベータ分布を用いた model BR, VDBR の方が対角線に近く、ベータ分布の方が観測値の分布に近いことが分かる。但し、プロットの中央付近が上へ膨らんでおり、Table 2.3 で述べたように、やや予測分布が高い値の方へずれていると考えられる。また、model N のプロットは S 字状に歪み、over-dispersion (Table 2.3(c1)(c2)) になっていることが分かる。

(c) に示す  $0.3 \leq \mu < 0.6$  という、予測分布の非対称性が顕在化しない状況では、3 つのモデルに大きな差は見られない。

(d) に示す  $0.6 \leq \mu$  という状況では、いずれのモデルも S 字状に歪んだプロットとなり、over-dispersion になっていることを示している。 $\mu$  が高い状況でのモデルの改善が今後の課題である。

(e) は、(b)(c)(d) 図に用いたデータ数の比率を表している。model N, BR, VDBR のそれぞれに対し、(3.27),(3.28),(3.29) 式により  $\mu$  を計算するため多少の差はあるが、概ね  $\mu < 0.3$  は 35%、 $0.3 \leq \mu < 0.6$  は 55%、 $0.6 \leq \mu$  は 10% という比率である。 $0.6 \leq \mu$  に属するデータが少ないため、その reliability の歪み (d) が全体の reliability (a) に大きく影響しないと考えられる。

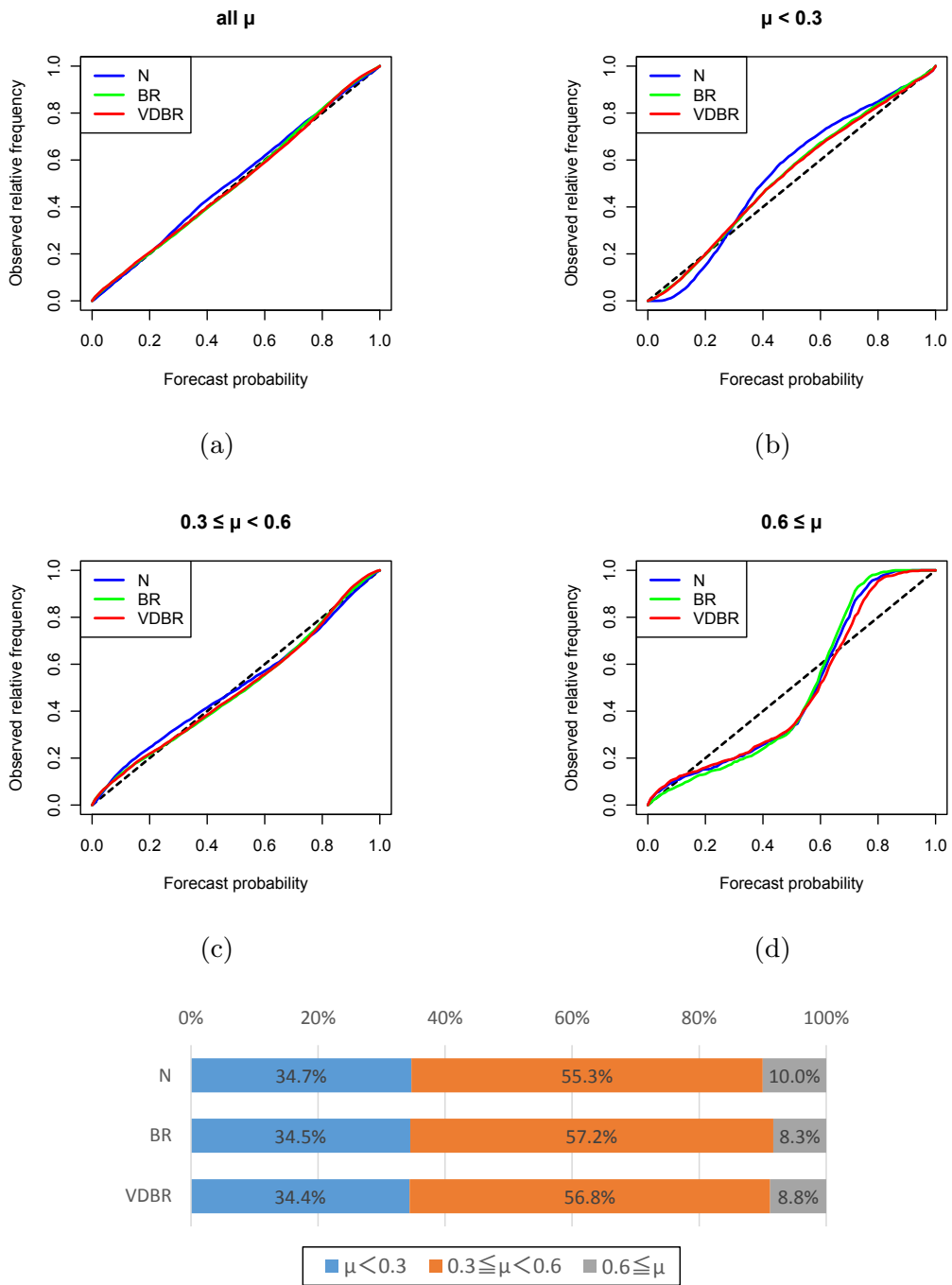


Fig.3.8: Reliability diagrams of model N, BR, and VDBR in Aomori, (a)all data, (b) $\mu < 0.3$ , (c) $0.3 \leq \mu < 0.6$ , (d) $0.6 \leq \mu$ , and (e)ratio of data number among (b),(c),and (d)

### 3.3.3 ヒストグラムと誤差の分布

Fig.3.9 は、提案手法の model VDBR を用いた 青森の日射予測に関して、 $\mu$  が  $0.3 \pm 0.05$  の範囲に、かつ  $\phi$  が  $7 \pm 0.5$  の範囲に入ると予測された 663 時間についての実測晴天指数のヒストグラムを、 $\text{Beta}_{\mu\phi}(0.3, 7)$  の PDF と比較した図である。非対称な実測値の分布をベータ分布が適切に表現しており、ベータ回帰を用いる事の有効性を確認できる。

Fig.3.10 に、青森における実測値と model VDBR による予測値（期待値）の散布図を示す。予測値と実測値の一致を示す対角線に比べて、日射量が低い場合は誤差は下に、高い場合は上に偏っていることが分かる。これは日射量の有限性のためにその分布が Fig.3.9 のように非対称であるため、期待値と最頻値が一致しないことに起因する。グレーの領域は、予測と実測が  $0.3 \text{ kWh/m}^2$  以上と大きく外れたデータを示している。

Fig.3.11 に、線形および対数スケールで誤差の頻度分布を示す。太陽高度が正となる時間の内、10.6% で誤差が  $0.2 \text{ kWh/m}^2$  を越え（図の濃いグレー）、2.9% で  $0.3 \text{ kWh/m}^2$  を越える大外れ（図の黒）が発生した。この約 3% という頻度で発生する  $0.3 \text{ kWh/m}^2$  を越える大外れについて特に注目し、第 3.4 節においてその予見可能性の定量的な評価を行う。

また、頻度の対数のプロットより、誤差は両側指数分布に従い、ガウス分布よりも分布の裾が長いことが分かる。このような分布に従う誤差を評価する場合、平均二乗誤差 (RMSE) では裾の影響が大きいため、平均絶対値誤差 (MAE) の方が比較的適している。しかし、誤差分布は Fig.3.10 のように本来非対称であることに注意が必要である。

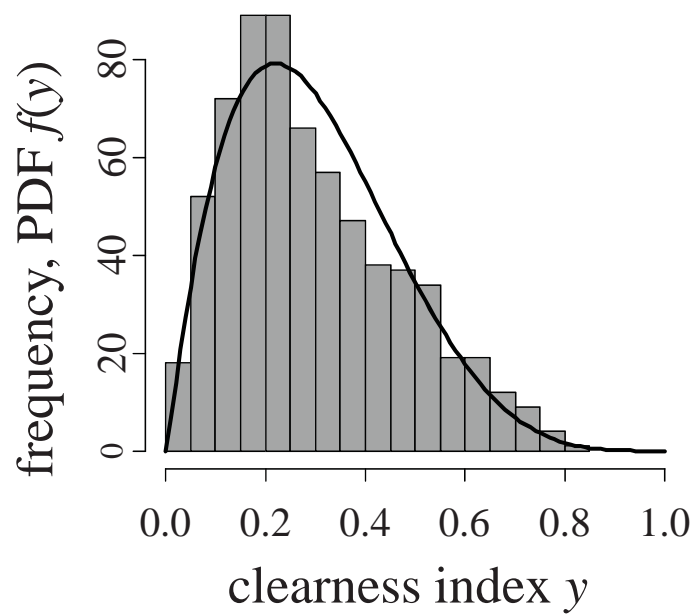


Fig.3.9: Comparison between PDF of  $\text{Beta}_{\mu\phi}(0.3, 7)$  and sample histogram of observed clearness indices at Aomori with forecast of  $\mu(\mathbf{x}) \in 0.3 \pm 0.05$  and  $\phi(\mathbf{x}) \in 7 \pm 0.5$  computed by model VDBR

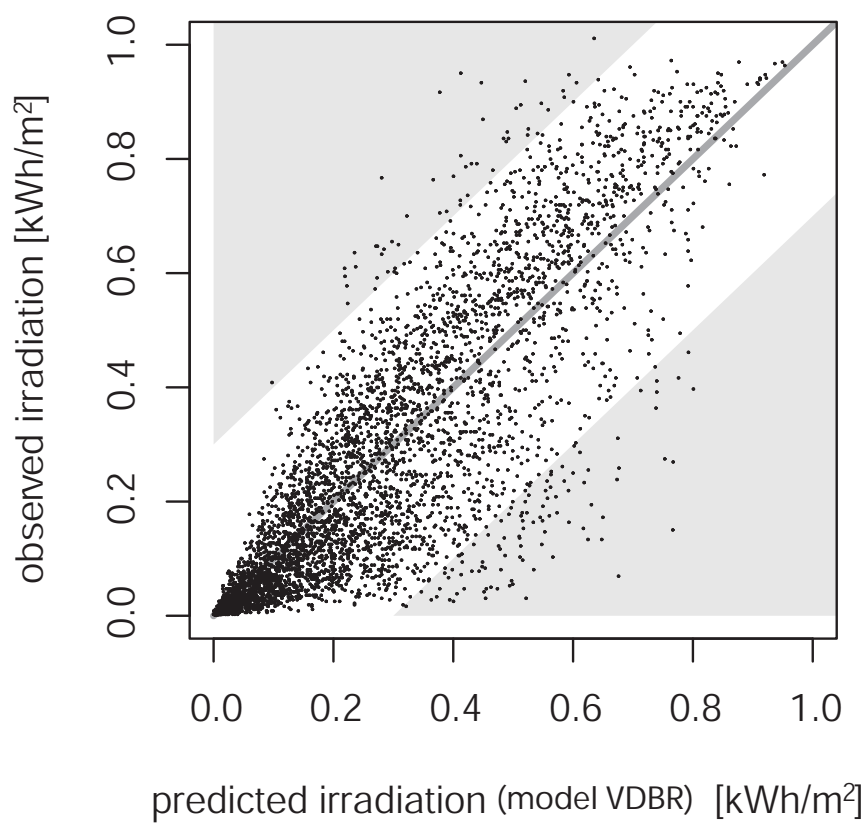


Fig.3.10: Scatter plot of observed irradiation vs. expected irradiation computed by the forecast model VDBR at Aomori, gray areas indicate error of more than 0.3 kWh/m<sup>2</sup>

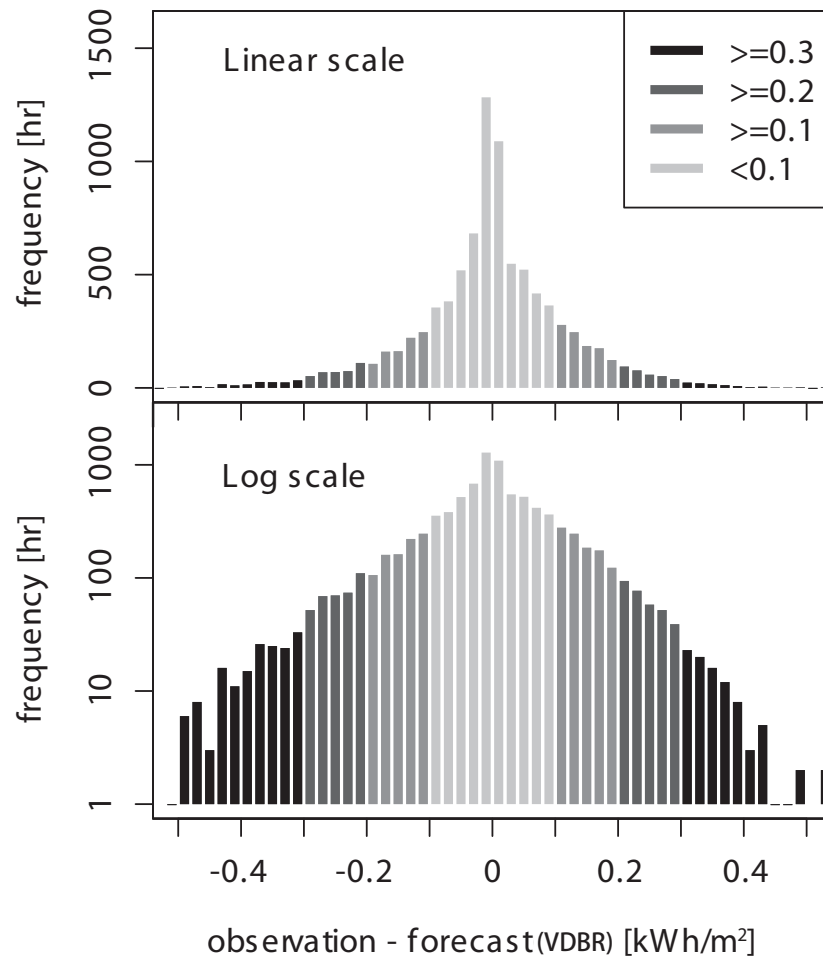


Fig.3.11: Linear- and log-scale plot of frequency of forecast errors, which is defined by difference between observed irradiation and its expected value computed by the forecast model VDBR at Aomori

### 3.3.4 大外れの発生状況に関する考察

大外れの発生がどのような状況下で起こっているかについて、model VDBR の  $\phi(\mathbf{x})$  の値を用いて考察した。Fig.3.12 及び Fig.3.13 は、model VDBR の分布から求めた期待値を点推定値とみなして計算した予測日射量  $\hat{I}_t$  と実測日射量  $\tilde{I}_t$  の差の絶対値  $\delta := |\hat{I}_t - \tilde{I}_t|$  [kWh/m<sup>2</sup>] を用いて、大外れの発生頻度を示した物である。

この図から明らかなように、precision parameter  $\phi(\mathbf{x})$  が小さくなるほど大外れの発生が急増することが分かり、 $\phi(\mathbf{x}) < 6$  の状況では1時間日射量で 0.1kWh/m<sup>2</sup> を越える外れが50%以上の確率で起こると言える。つまり、 $\phi(\mathbf{x})$  は大外れを予見し注意喚起する際の指標として非常に有効である。分散を固定した model N や model BR ではこのような評価は不可能であり、model VDBR の有用性がこの結果からも証明される。また、(3.32) 式に示した  $\phi(\mathbf{x})$  という関数 (Fig.3.5) に不確実性の情報が集約されていることは、ノンパラメトリックモデルにはない、パラメトリックモデルの利点であり、特に、分散可変ベータ回帰の非常に大きな特長である。



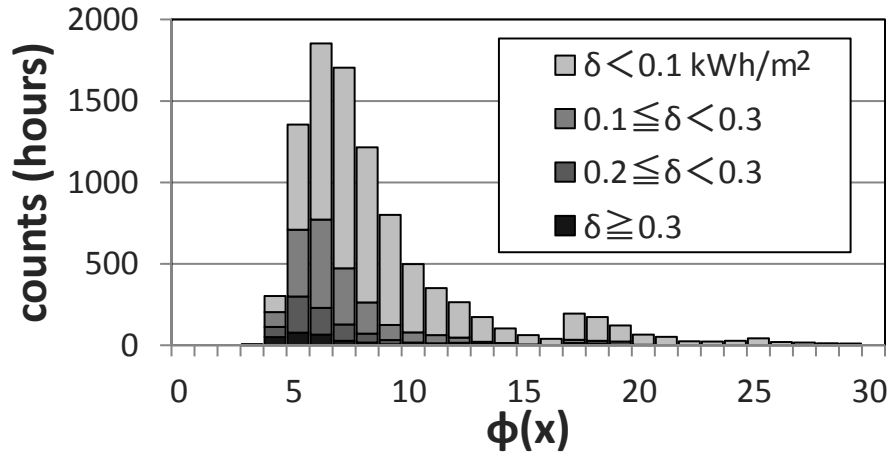


Fig.3.12: Frequency of large forecast errors vs.  $\phi(x)$  which is estimated as Eq.(3.32) and indicated in Fig.3.6(g)

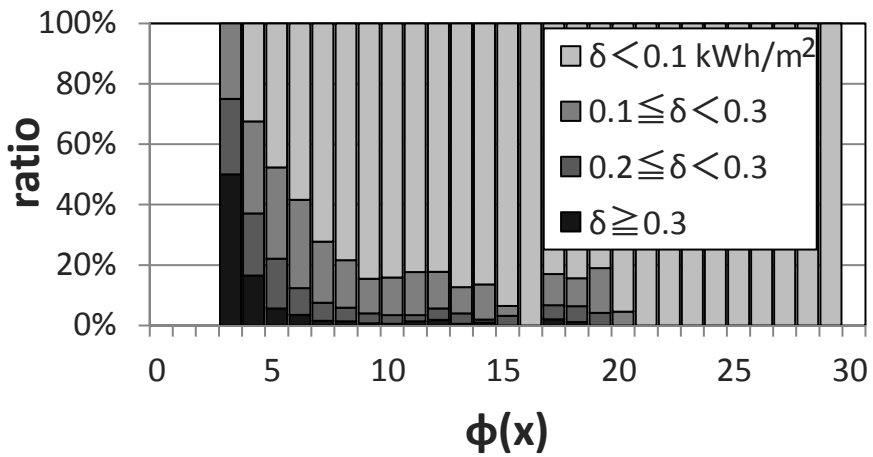


Fig.3.13: Occurrence ratio of large forecast errors vs.  $\phi(x)$

## 3.4 大外れ予見可能性の評価

### 3.4.1 評価手法

連続な確率分布が稀な現象を再現できているかどうかを検証することは難しい問題である。確率的予測の評価には第 2.3 節で説明した reliability などを用いることが多い。しかし Fig.3.8 に示したように、高頻度で起こる事象が reliability diagram のプロットの形を決めるため、モデル間の差が見えにくいことがあり、そのような場合には稀頻度な事象を予見する性能の評価には適さない。

本節では、予測分布の裾における再現性をより詳細に評価するため、連続な確率分布から、大外れが起こる／起きないの 2 値予報を作成し、この成否を確認することで大外れの予見に関する model VDBR の有用性を評価する。

Table 3.3 は、雨が降る／降らない等の 2 値の事象の発生についての予測と実測結果を場合分けした表である。青で示した予測の正解には 2 つのケースがあり、発生するだろうと予測して実際に発生した場合が真陽性 (TP, True Positive), 発生しないだろうと予測して実際に発生しなかった場合が真陰性 (TN, True Negative) である。一方、赤で示した予測の誤りには、発生を見逃す偽陰性 (FN, False Negative) と、誤って警報を出し空振りする偽陽性 (FP, False Positive) がある。以降の数式では、この 4 つのケースに含まれる件数を TP, TN, FN, FP で表す。

2 値予報において予測が正解である確率 (Accuracy, 的中率) は

$$\text{Accuracy} := \frac{\text{TP} + \text{TN}}{\text{TP} + \text{TN} + \text{FP} + \text{FN}} \quad (3.33)$$

である。しかし、本研究で着目する日射量予測の大外れのように非常に稀な事象の発生を予見する問題では、大外れが発生しないと予測して実際に発生しないというありふれた正解である TN よりも、大外れが発生するという稀な事象を的中する TP が重要な正解である。TP と TN の頻度を比較すると、ありふれた正解である TN が大半のケースを占め、 $\text{TP} \ll \text{TN}$  であるため、(3.33) 式において TP が変化しても Accuracy はほと

Table 3.3: Contingency table of binary event forecast and observation, blue/red cells indicate being true/false, respectively

Forecast \ Observation	Yes (発生した) ( $ \hat{I}_t - \tilde{I}_t  \geq \Delta$ )	No (発生しなかった) ( $ \hat{I}_t - \tilde{I}_t  < \Delta$ )
	Yes (発生するだろう) ( $P_t^\Delta \geq P_{\text{thresh}}$ )	<b>TP</b> True Positive (稀な事象の的中)
No (発生しないだろう) ( $P_t^\Delta < P_{\text{thresh}}$ )	<b>FN</b> False Negative (misses, 見逃し)	<b>TN</b> True Negative (的中)

んど変化しない。

そこで, (3.33) 式の分母と分子から TN を除いた次式の値が Threat Score (TS) と定義されており [10], 稀な事象を予見する能力に関する有用な指標の 1 つとされている。これは, 重要成功指数 (Critical Success Index, CSI) とも呼ばれる。

$$\text{Threat Score (TS)} := \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP} + \text{FN}} \quad (3.34)$$

$0 \leq \text{TS} \leq 1$  であり, 予測が完全であれば  $\text{TS} = 1$  となる。

TS 以外の指標として, 適合率と再現率も検証する。適合率 (Precision) [10] は, False Alarm Ratio (FAR) とも呼ばれ, 警報を出した場合に実際に発生する割合を示し, 空振りがゼロなら  $\text{Precision} = 1$  である。

$$\text{Precision} := \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP}} \quad (3.35)$$

再現率 (Recall) [10] は, Probability Of Detection (POD) とも呼ばれ, 発生した事象の何割を警告できたかを示し, 見逃しがゼロなら  $\text{Recall} = 1$  である。

$$\text{Recall} := \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}} \quad (3.36)$$

また,

$$\text{Threat Score (TS)} = \frac{1}{\frac{1}{\text{Precision}} + \frac{1}{\text{Recall}} - 1} \quad (3.37)$$

であるため、TS が増加するためには、Precision, Recall が共に増加しなければならない。

本論文では、1 時間積算日射量の実測値  $\tilde{I}_t = I_t^0 \tilde{y}_t$  が、確率的予測から計算される期待値  $\hat{I}_t = I_t^0 \hat{y}_t$  から  $\Delta = 0.3\text{kWh/m}^2$  以上乖離することを大外れと定義し、この発生を事前に予見できるかどうかについて検討する。

時刻  $t$  においてこの大外れが起こる確率  $P_t^\Delta$  は (3.38) 式のように表され、確率モデルで得られた  $F_t(y)$  を用いて計算が可能である。

$$\begin{aligned}
 P_t^\Delta &= \Pr(|\hat{I}_t - \tilde{I}_t| \geq \Delta) \\
 &= \Pr\left(|\hat{y}_t - \tilde{y}_t| \geq \frac{\Delta}{I_t^0}\right) \\
 &= \Pr\left(\tilde{y}_t \leq \hat{y}_t - \frac{\Delta}{I_t^0}\right) + \Pr\left(\tilde{y}_t \geq \hat{y}_t + \frac{\Delta}{I_t^0}\right) \\
 &= F_t\left(\hat{y}_t - \frac{\Delta}{I_t^0}\right) + 1 - F_t\left(\hat{y}_t + \frac{\Delta}{I_t^0}\right)
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

ここで、 $\Pr()$  は  $()$  内の事象が起こる確率を表す。

この  $P_t^\Delta$  に閾値  $P_{\text{thresh}}$  を設け、これと比較することで、時刻  $t$  において大外れが起こる ( $P_t^\Delta \geq P_{\text{thresh}}$ ) / 起こらない ( $P_t^\Delta < P_{\text{thresh}}$ ) という 2 値の予報を行い、それを TS, Precision, Recall によって評価する。これらの指標の値が高いほど、TP つまり「大外れが起きる」という稀な現象を的中させる能力が高いことが示される。

閾値  $P_{\text{thresh}}$  を大きくすれば、より確かな情報となるため空振り (FP) が減る一方で、判断基準が厳しくなるため見逃し (FN) が増えることになる。このように同じモデルで閾値を変更する場合、FP と FN は一般にトレードオフの関係であることが多い。そこで、FP = FN つまり Precision = Recall となる  $P_{\text{thresh}}$  の値を  $P_{\text{breakeven}}$  とし、この  $P_{\text{breakeven}}$  における TS の値をそのモデルの代表的な評価指標とする。

$P_{\text{breakeven}}$  が大きいほど、空振りと見逃しのバランスを保証した上で確実性が高い情報を提供できるということであり、その閾値での TS が大きいほど実際に大外れを予見できたことが示されるため、両指標が共に大きいモデルが優れたモデルと言える。

これらの指標を、Table 3.4 にまとめる。

Table 3.4: Performance indeces

index	verification
Threat Score (TS)	capability of predicting occurrences of rare events 稀な事象の発生を予見できる精度
Precision 適合率	less false alarms 空振りの少なさ
Recall 再現率	less misses 見逃しの少なさ

### 3.4.2 評価結果

Fig.3.14 に、 $\Delta = 0.3 \text{ kWh/m}^2$  以上の予測の大外れが起きる確率が  $P_{\text{thresh}}$  以上であるとの大外れ警報を出した場合の、Threat Score による評価結果を示す。model N は  $P_{\text{thresh}} = 11\%$  付近で、model BR は  $P_{\text{thresh}} = 13\%$  付近で急激にスコアが低下するが、model VDBR は  $P_{\text{thresh}} = 14\%$  から  $22\%$  付近まで  $\text{TS}=0.15$  程度の値を示し、相対的に model N, BR より優れていることが分かる。

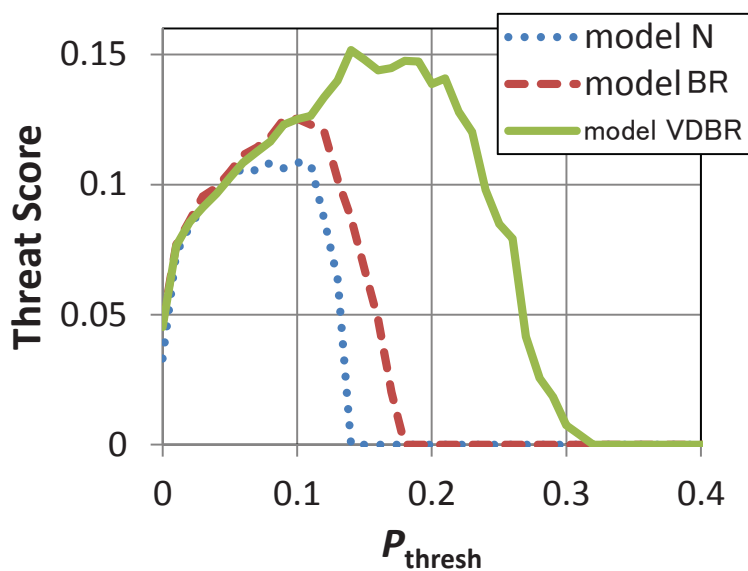


Fig.3.14: Threat Score to verify the capability of warning large forecast error at Aomori, which warns that the probability of the forecast being wrong with deviation more than  $\Delta = 0.3 \text{ kWh/m}^2$  is more than  $P_{\text{thresh}}$ .

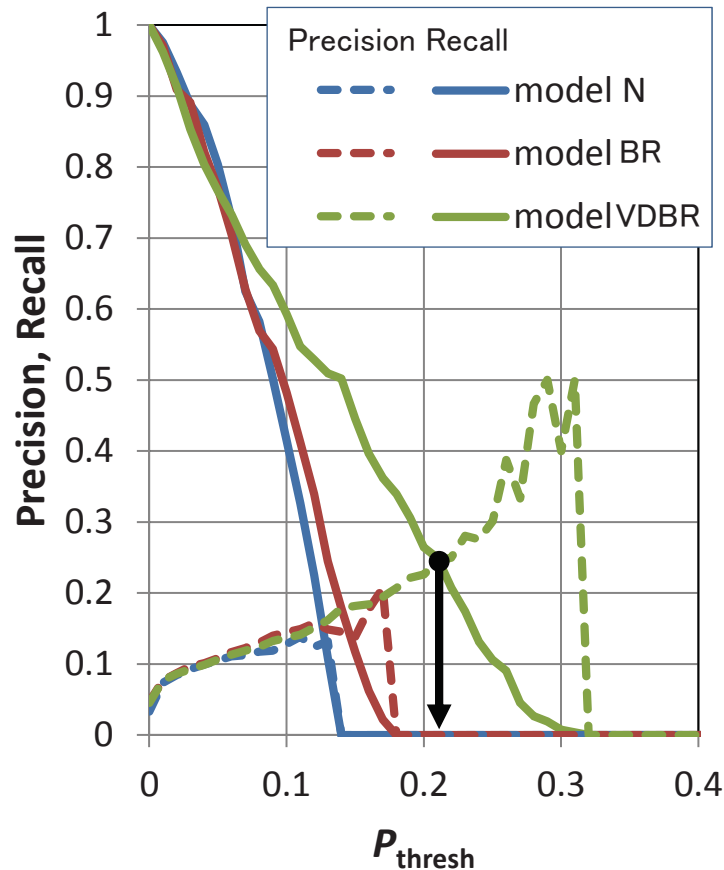


Fig.3.15: Precision and recall of warning large forecast error at Aomori, black filled circle indicates  $P_{\text{breakeven}}$  where Precision = Recall of model VDBR

Fig.3.15 に示すように  $P_{\text{thresh}}$  の増加と共に Precision は増加し, Recall は減少する。両者が等しくなる点が  $P_{\text{breakeven}}$  であり, この場合約 21% である。Precision, Recall がゼロになるのは大外れの的中 (TP) がゼロになることを示し, それ以上の  $P_{\text{thresh}}$  の警報は不可能であることを意味する。model VDBR は model N, model BR に比べて Recall が高く見逃しが少ない特長を持ち, かつ, 高い  $P_{\text{thresh}}$  まで Precision が上昇し空振りの少ない警報も可能である。これは, 分散を可変としたことで大外れが起きやすい状況では確率分布の裾が厚くなり, 大外れの発生確率を的確に表現できるようになったことを反映している。

### 3.5 地域性に関する考察

49箇所の日射量観測地点の内、43地点について model VDBR のパラメータ推定が収束し、青森に限らず多様な地域においてモデル推定が可能であることが確認できた。それら43地点における %MAE ((2.2)式参照)と、 $P_{\text{breakeven}}$ での Threat Score の空間分布を Fig.3.16 及び Fig.3.17 に示す。

model VDBR における期待値  $\mu(\mathbf{x})$  の値を決定論的な予測値として見た場合、青森における %MAE は 32% であったが、他の観測地点においては 24%~38% の値を示し、Fig.3.16 のように、%MAE は静岡などの中日本から西日本にかけての太平洋側において良い値を示す。

決定論的手法による、単一地点\*<sup>8</sup>の時間毎日射量予測に関する既存研究 [11–13] では、通年の %MAE は 20%~30% の値が多く報告されており、同水準の結果と言える。

なお、同一地点における model N, model BR, model VDBR それぞれの %MAE の違いは  $\pm 0.5\%$  程度で、ほとんど差が見られなかった。これは平均値を表す  $\mu(\mathbf{x}; \beta, \alpha)$  の推定結果が、(3.27),(3.28),(3.29) 式のように 3 つのモデルでほとんど同じ係数となったことによる。

一方、確率的予測の評価で見ると、Fig.3.17 に示される Threat Score は 0.1~0.2 の値を示し、明確な地域依存性が見られない。名古屋のように %MAE は 25.6% と良いが、TS は 0.1 と相対的に悪い地点では、日常的な予測は的中しやすいが、稀な減少である大外れの予見は難しい。逆に札幌のように %MAE は 34.3% と悪いが、TS は 0.17 と相対的に良い地点では、その反対の傾向となる。

このような地域性の詳細な検討については、空間相関 [14–16] を考慮した確率的予測モデルとの関連も含めて、今後の課題とする。

\*<sup>8</sup> 広域エリアの予測では、ならし効果により誤差が小さくなる



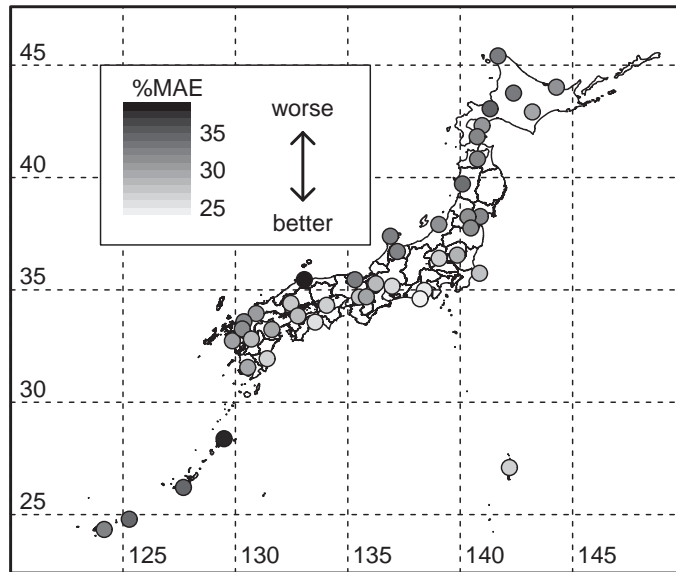


Fig.3.16: Spatial distribution of %MAE computed by model VDBR at 43 observatories where model VDBR was successfully estimated

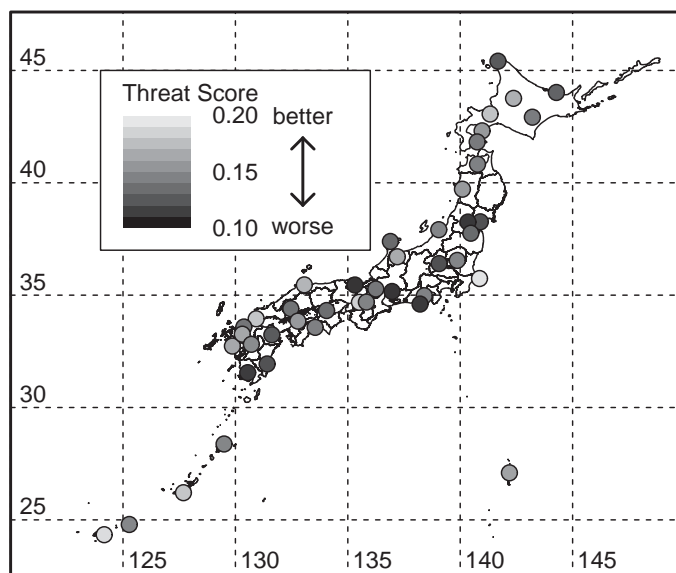


Fig.3.17: Spatial distribution of Threat Score when  $P_{\text{thresh}} = P_{\text{breakeven}}$  computed by model VDBR at 43 observatories where model VDBR was successfully estimated

### 3.6 まとめ

本章では、予測日射量の確率分布をベータ分布を用いて表現し、かつその分散 (dispersion) を可変とする確率的な日射量予測手法 (model VDBR) を提案した。またこの手法を、ガウス分布に基づくモデル (model N) および分散固定ベータ回帰モデル (model BR) と比較することにより、特に大外れの予見の可能性に関して提案手法の有効性を評価した。

その結果、有限区間の物理量である日射量の確率分布および信頼区間がベータ分布によって適切に表現されることを確認し、時々刻々変化する予測の不確実性を的確に表現することが可能となった。また、model VDBR によって計算される precision parameter  $\phi(\mathbf{x})$  の値は、大外れの起こりやすさを示す指標として非常に有用であることが示された。この、 $\phi(\mathbf{x})$  という関数に不確実性の情報が集約されていることは、ノンパラメトリックモデルにはない、パラメトリックモデル、特に VDBR の大きな特長である。

大外れを予見する性能を Threat Score, Precision, Recall 等の指標を用いて評価した結果、model N  $\rightarrow$  model BR  $\rightarrow$  model VDBR の順に、性能が高いことが確認された。

本章のモデルは各時刻の時間積算日射量を独立に予測するモデルとなっている。次章では、時間相関を考慮することにより、日射量の時系列を予測するモデルへと拡張し、観測値による予測の更新や、日積算日射量の確率的予測を実現する。

## 参考文献

- [1] A. J. Dobson. “一般化線形モデル入門”. 共立出版, 第 2 版, (2008).
- [2] 粕谷英一. “一般化線形モデル”, R で学ぶデータサイエンス, 第 10 巻. 共立出版, (2012).
- [3] 久保拓弥. “データ解析のための統計モデリング入門—一般化線形モデル・階層ベイズモデル・MCMC—”. 確率と情報の科学. 岩波書店, (2012).
- [4] P. Kumaraswamy. “A generalized probability density function for double-bounded random processes”. *Journal of Hydrology*, Vol. 46, No. 1-2, pp. 79–88, (1980). doi:10.1016/0022-1694(80)90036-0 .
- [5] P. A. Mitnik and S. Baek. “The Kumaraswamy distribution: median-dispersion re-parameterizations for regression modeling and simulation-based estimation”. *Statistical Papers*, Vol. 54, No. 1, pp. 177–192, (2013). doi:10.1007/s00362-011-0417-y .
- [6] S. L. P. Ferrari and F. Cribari-Neto. “Beta regression for modelling rates and proportions”. *Journal of Applied Statistics*, Vol. 31, No. 7, pp. 799–815, (2004). doi:10.1080/0266476042000214501 .
- [7] A. B. Simas, W. Barreto-Souza, and A. V. Rocha. “Improved estimators for a general class of beta regression models”. *Computational Statistics and Data Analysis*, Vol. 54, No. 2, pp. 348–366, (2010). doi:10.1016/j.csda.2009.08.017 . arXiv:0809.1878 .
- [8] F. Cribari-Neto and A. Zeileis. “Beta regression in R”. *Journal of Statistical Software*, Vol. 34, No. 2, pp. 1–24, (2010). doi:10.18637/jss.v034.i02 .
- [9] H. Akaike. “Information theory and an extension of the maximum likelihood principle”. In *2nd International Symposium on Information Theory*, pp. 267–281, (1973).
- [10] C. Ferreira, J. Gama, L. Matias, A. Botterud, and J. Wang. “A survey on wind

- power ramp forecasting”. Technical Report ANL/DIS-10-13, Argonne National Lab., Decision and Information Sciences Div., (2010). <http://www.dis.anl.gov/pubs/69166.pdf> .
- [11] 甲斐直登, 真鍋勇介, 栗本宗明, 舟橋俊久, 加藤丈佳, 宇野史睦. “Wrf による気象要素予報値を用いた日射予測に関する基礎的検討”. 太陽/風力エネルギー講演論文集, pp. 243–246, (2017).
- [12] 川崎章司, 田岡久雄, 長尾泰気, 大中奎佑. “遺伝的アルゴリズムによる日射量予測手法の開発”. 電気学会論文誌 B, Vol. 135, No. 2, pp. 89–96, (2015). doi:10.1541/ieejpes.135.89 .
- [13] 鈴木孝宣, 後藤悠主, 寺園隆宏, 若尾真治, 大関崇. “Just-In-Time Modeling に基づく日射量予測手法の開発”. 電気学会論文誌 B, Vol. 131, No. 11, pp. 912–919, (2011). doi:10.1541/ieejpes.131.912 .
- [14] J. Tastu, P. Pinson, and H. Madsen. “Space-time scenarios of wind power generation produced using a gaussian copula with parameterized precision matrix”. Technical report, DTU, (2013). [http://orbit.dtu.dk/files/56966790/tr13\\_14\\_Tastu\\_Pinson\\_Madsen.pdf](http://orbit.dtu.dk/files/56966790/tr13_14_Tastu_Pinson_Madsen.pdf).
- [15] 松田勝弘, 有松健司, 山根憲一郎, 渡辺雅浩, 山崎潤, 村越潤. “空間的相関分析に基づく配電運用管理向け短期太陽光発電量予測手法”. 電気学会論文誌 B, Vol. 134, No. 9, pp. 759–766, (2014). doi:10.1541/ieejpes.134.759 .
- [16] 桂川真子, 小浦直洋, 角谷昌恭, 若尾真治. “単地点日射量予測における周辺地域情報の活用手法に関する検討”. 太陽/風力エネルギー講演論文集, pp. 247–250, (2017).

## 第4章

# 時間相関を考慮した確率的日射量 予測

### 4.1 はじめに

第3章では、分散可変ベータ回帰 (model VDBR) を用いたパラメトリックな確率的予測モデルは、変動する不確実性を考慮した日射量の確率的予測手法として有効であり、特に precision parameter  $\phi(\boldsymbol{x})$  に着目することで大外れを予見することが可能であることを示した。

本章では、さらに日射量の時間相関を考慮することで、数時間先までの予測の不確実性を減らすこと、および、日積算日射量を確率的に予測することを目指し、モデルを拡張する。

### 4.2 copula-based Markov Process による時間相関の定式化

Fig.4.1 は、青森、名古屋、鹿児島における晴天指数の観測値を、あるタイムラグで比較した場合の相関係数の変化（自己相関関数, auto-correlation function）を示した図である。この図から 4~6 時間程度の時間差までは、0.5 以上の相関係数で時間相関が残っ

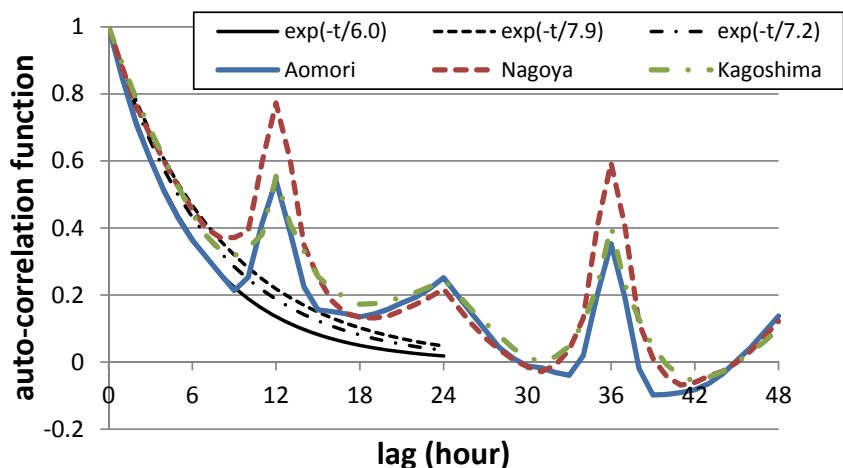


Fig.4.1: Auto-correlation function of the clearness index observed at Aomori, Nagoya, and Kagoshima observatories

ていることが分かる\*1。従って、この相関を利用すれば、ある時刻の日射量や再エネ出力の観測値を用いてそれ以降の時刻の予測分布を更新することができ、数時間先までの予測の不確実性を減らすことが期待できる。

日射量の時間相関は、ある時刻  $t$  における晴天指数と、他の時刻  $t'$  における晴天指数の同時分布を考えることで定式化することができる。ガウス分布に従う複数の確率変数の同時分布は、通常、多次元ガウス分布に従うため、第 3 章で示した model N であれば、容易に時間相関を考慮したモデルを構築できる。しかし、ベータ分布のような非ガウス分布に従う複数の確率変数の同時分布は自明ではない\*2。

このような場合に個々の確率変数の周辺分布を用いて同時分布を表す手法として、コピュラ (copula, 接合関数) [1-3] を用いる方法がある。

コピュラの基礎となる Sklar の定理 [1-3] により、2 つの確率変数  $z_1, z_2$  についてそれぞれの周辺分布の CDF を  $F_1(z_1), F_2(z_2)$  としたとき、2 変数の増加関数

$$C(u, v) : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1] \quad (4.1)$$

\*1 12 時間のピークは日出/日没時のエアマス増加、24 時間のピークはエアマスの 24 時間周期変動の影響である (Fig.3.6(b) 参照)。

\*2 ベータ分布の高次元への拡張としてはディリクレ分布が有名であるが、ディリクレ分布には各次元の確率変数の和が 1 になるという制約があり、今回のケースに用いることはできない。

が常に存在し、それにより同時分布の CDF  $F_{1,2}(z_1, z_2)$  を,

$$F_{1,2}(z_1, z_2) = C\left(F_1(z_1), F_2(z_2)\right) \quad (4.2)$$

と表すことができる (Sklar 分解)。 (4.1) 式の 2 変数関数  $C(u, v)$  がコピュラと呼ばれる。

また、同時分布の PDF  $f_{1,2}(z_1, z_2)$  は、 $z_1, z_2$  のそれぞれの PDF を  $f_1(z_1), f_2(z_2)$  としたとき、コピュラを微分したコピュラ密度  $c(u, v)$

$$c(u, v) := \frac{\partial^2 C(u, v)}{\partial u \partial v} \quad (4.3)$$

を用いることで,

$$f_{1,2}(z_1, z_2) = \frac{\partial^2 F_{1,2}(z_1, z_2)}{\partial z_1 \partial z_2} = c\left(F_1(z_1), F_2(z_2)\right) f_1(z_1) f_2(z_2) \quad (4.4)$$

と表される (式変形に (4.2) 式, (4.3) 式を用いる)。

コピュラには様々な関数形が提案されている。2 つの確率変数が独立な場合は、 $F_{1,2}(z_1, z_2) = F_1(z_1)F_2(z_2)$  であるため、これを表すコピュラは

$$C(u, v) = uv \quad (4.5)$$

となる。これは積コピュラ (independence copula) と呼ばれ、この時コピュラ密度は恒等的に 1 に等しい。

$$c(u, v) = 1 \quad (4.6)$$

本論文で検討する重要なコピュラとして、Table 4.1 に示す Clayton, Gumbel, Frank, Joe 型のコピュラがある。これらは、アルキメデス型コピュラと呼ばれ、パラメータ  $\theta$  の値の大小により 2 つの確率変数間の相関の強さを変えられるという特長を持つため、応用上広く用いられている [2]。

日射量の確率的予測において、第 3 章のように各時刻の晴天指数の CDF と PDF がモデル化されている場合、適切なコピュラを用いることで、隣接する 2 時点  $t, t+1$  の晴天指数が従う同時分布を表すことができる。

Table 4.1: important copulas [2]

copula	$C(u, v)$	parameter
independence	$uv$	—
Archimedean copulas (one-parameter copulas)		
Clayton	$\left\{ \max(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1, 0) \right\}^{-\frac{1}{\theta}}$	$-1 \leq \theta, \theta \neq 0$
Gumbel	$e^{-\left\{ (-\log u)^\theta + (-\log v)^\theta \right\}^{\frac{1}{\theta}}}$	$1 \leq \theta$
Frank	$-\frac{1}{\theta} \log \left\{ 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right\}$	$\theta \neq 0$
Joe	$1 - \left\{ (1 - u)^\theta + (1 - v)^\theta - (1 - u)^\theta (1 - v)^\theta \right\}^{\frac{1}{\theta}}$	$1 \leq \theta$

同時分布の CDF は (4.2) 式により，次式のようになる。

$$F_{t,t+1}(y_t, y_{t+1}) := F(y_t, y_{t+1} | \mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t+1}) \quad (4.7)$$

$$= C(F(y_t | \mathbf{x}_t), F(y_{t+1} | \mathbf{x}_{t+1})) \quad (4.8)$$

$$= C(F_t(y_t), F_{t+1}(y_{t+1})) \quad (4.9)$$

また，同時分布の PDF は (4.4) 式により，次式のようになる。

$$f_{t,t+1}(y_t, y_{t+1}) := f(y_t, y_{t+1} | \mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t+1}) \quad (4.10)$$

$$= c(F(y_t | \mathbf{x}_t), F(y_{t+1} | \mathbf{x}_{t+1})) f(y_t | \mathbf{x}_t) f(y_{t+1} | \mathbf{x}_{t+1}) \quad (4.11)$$

$$= c(F_t(y_t), F_{t+1}(y_{t+1})) f_t(y_t) f_{t+1}(y_{t+1}) \quad (4.12)$$

ここで，時刻  $t$  における晴天指数  $y_t$  が得られた場合の次の時刻  $t + 1$  における晴天指数  $y_{t+1}$  の条件付 PDF を  $f_{t+1|t}$  とすると，Bayes の公式  $\Pr(A|B) = \Pr(A \cap B) / \Pr(B)$  および (4.12) 式により以下の様を書くことができる。

$$f_{t+1|t}(y_{t+1} | y_t) := \frac{f_{t,t+1}(y_t, y_{t+1})}{f_t(y_t)} \quad (4.13)$$

$$= \frac{c(F_t(y_t), F_{t+1}(y_{t+1})) f_t(y_t) f_{t+1}(y_{t+1})}{f_t(y_t)} \quad (4.14)$$

$$= c(F_t(y_t), F_{t+1}(y_{t+1})) f_{t+1}(y_{t+1}) \quad (4.15)$$



もし、 $y_t$  と  $y_{t+1}$  が独立な場合、コピュラ密度は (4.6) 式に従い恒等的に  $c(u, v) = 1$  であるため、(4.15) 式は  $f_{t+1|t}(y_{t+1}|y_t) = f_{t+1}(y_{t+1})$  となり、 $y_{t+1}$  の値が  $y_t$  の値に影響されない（つまり、条件付 PDF が周辺化 PDF に等しい）性質が定式化されていることが分かる。

また、

$$h(u, v) := \frac{\partial C(u, v)}{\partial u} \quad (4.16)$$

定義すると、条件付 CDF は

$$F_{t+1|t}(y_{t+1}|y_t) := \frac{F_{t,t+1}(y_t, y_{t+1})}{F_t(y_t)} \quad (4.17)$$

$$= h\left(F_t(y_t), F_{t+1}(y_{t+1})\right) \quad (4.18)$$

の様に記述できる [4]。

以上の理論は隣接する時刻の晴天指数の同時分布および条件付確率を定式化するものであるが、3 時点以上の長さを持つ時系列についても、時刻  $t+1$  における値が時刻  $t$  での値にのみ依存するという 1 次のマルコフ性を仮定すれば、長さ  $T$  の時系列全体の  $T$  次元同時分布の PDF は次式のようなになる。

$$f_{1,\dots,T}(y_1, \dots, y_T) := f(y_1, \dots, y_T | \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T) \quad (4.19)$$

$$= f_1(y_1) \prod_{t=1}^{T-1} f_{t+1|t}(y_{t+1}|y_t) \quad (4.20)$$

$$= f_1(y_1) \prod_{t=1}^{T-1} c\left(F_t(y_t), F_{t+1}(y_{t+1})\right) f_{t+1}(y_{t+1}) \quad (4.21)$$

$$= \prod_{t=1}^{T-1} c\left(F_t(y_t), F_{t+1}(y_{t+1})\right) \prod_{t=1}^T f_t(y_t) \quad (4.22)$$

時間相関を持つ確率変数の時系列に関するこのモデルは、Darsow [4] によって提案された物で、“copula-based Markov process” [2, 4, 5] と呼ばれる。先に各時点の周辺分布が得られ、その後で時間相関を導入する場合に有効な手法である。

時間相関が無い場合には、コピュラは積コピュラとなり前述のようにコピュラ密度は

常に 1 となるため, (4.22) 式は以下のようになる。

$$f_{1,\dots,T}(y_1, \dots, y_T) = \prod_{t=1}^T f_t(y_t). \quad (4.23)$$

また, 時刻  $t$  における観測値  $y_t$  が得られた場合の 2 時点先の  $y_{t+2}$  の条件付 PDF  $f_{t+2|t}$  は,  $y_{t+1}$  に関する積分で  $y_{t+1}$  を消去する「周辺化」により求められる [4]。

$$f_{t+2|t}(y_{t+2}|y_t) = \int_0^1 f_{t+1|t}(y_{t+1}|y_t) f_{t+2|t+1}(y_{t+2}|y_{t+1}) dy_{t+1} \quad (4.24)$$

$$= \int_0^1 c(F_t(y_t), F_{t+1}(y_{t+1})) f_{t+1}(y_{t+1}) c(F_t(y_{t+1}), F_{t+2}(y_{t+2})) f_{t+2}(y_{t+2}) dy_{t+1} \quad (4.25)$$

$$= \int_{0=F_{t+1}(0)}^{1=F_{t+1}(1)} c(F_t(y_t), w) c(w, F_{t+2}(y_{t+2})) dw \times f_{t+2}(y_{t+2}), \quad (4.26)$$

ただし  $w := F_{t+1}(y_{t+1})$  であり,  $dw/dy_{t+1} = f_{t+1}(y_{t+1})$  に注意する。

3 時点以上先についても同様に, 多重積分による周辺化により条件付 PDF  $f_{t+s|t}$  ( $s \geq 3$ ) を計算でき, これにより観測値による直近数時間の予測値の更新が可能となる\*3。

---

\*3 なお, 実装する場合は  $c(u, v)$  を離散化して行列  $M$  として表現する。すると, (4.26) 式中の  $w$  に関する積分は行列のかけ算となり, 離散化のステップを  $\Delta$  とすると,  $M^2\Delta$  が  $y_t$  と  $y_{t+2}$  の間のコピュラ密度を表す。同様に  $M^s\Delta^{s-1}$  が  $y_t$  と  $y_{t+s}$  の間のコピュラ密度となる。 $s$  が大きくなる極限で  $M^s$  は全ての要素が 1 である行列, つまり  $c(u, v) = 1$  という積コピュラに収束し,  $y_t$  と  $y_{t+s}$  は独立に近づく。

## 4.3 推定結果及び観測値による予測更新の例

### 4.3.1 推定結果

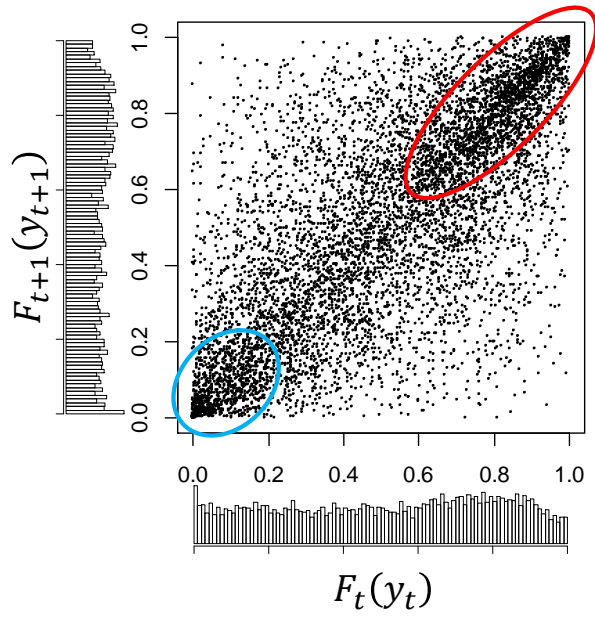
copula-based Markov process に基づいて日射量予測モデルを構築するためには、適切なコピュラを選択する必要がある。本論文では Table 4.1 に示す Clayton, Gumbel, Frank, 及び Joe の 4 種類の代表的コピュラ [2, 3] を検討した。これらのコピュラはいずれも 1 つのパラメータ  $\theta$  を含み、そのパラメータが相関の強さを表すため、R/copula パッケージ [6] を利用してパラメータを最尤推定した。その結果、Table 4.2 のように青森、名古屋、鹿児島ของいずれにおいても、Gumbel コピュラが対数尤度 ( $\log L$ ) 最大を示すことが分かったため、これを採用した。

Table 4.2: Estimated parameter  $\hat{\theta}$  and log-likelihood  $\log L$  for four types of copulas (Table 4.1) using observed data at Aomori, Nagoya, and Kagoshima observatories in 2008~9.

	copula	Gumbel	Frank	Clayton	Joe
Aomori	$\hat{\theta}$	2.1218	6.7711	1.3350	2.5093
	$\log L$	<b>2891.9</b>	2856.8	2175.1	2263.5
Nagoya	$\hat{\theta}$	2.1168	6.6962	1.1555	2.5476
	$\log L$	<b>2900.8</b>	2774.1	1905.1	2334.2
Kagoshima	$\hat{\theta}$	2.1895	6.8532	1.2415	2.6609
	$\log L$	<b>3090.9</b>	2889.1	2146.7	2475.3

Fig.4.2(a) は、青森地方気象台で観測された晴天指数を、各時刻の  $F_t(y)$  (第 3 章で構築したモデルによる各時刻の予測分布の CDF) で変換した結果を、隣接する時刻同士でプロットした物であり、observed copula と呼ばれる。縦横の軸に表示したヒストグラムは、それぞれの周辺分布を表す。大きな特徴として、晴天指数の大きい側、つまり好天の場合には隣接時刻間の相関が強く、赤い楕円で示したように対角線上に多くの観測値が集まっているが、青い楕円で示した曇天側にはそのような傾向が見られないことが分かる。つまり、「好天は持続しやすいが、曇天は変わりやすい」という観測事実が分かる。

一方、Fig.4.2(b) は、推定された Gumbel コピュラを、それに従って発生させた乱数で示した物である。Gumbel コピュラには「上裾依存性」と呼ばれる「値が大きい側で相関が強い」という性質があり、そのため図において赤い楕円で示した右上の方が対角線近くに点が多く集まっている。この Gumbel コピュラを採用することにより、観測事実が持つ前述の性質が、推定されたコピュラでも適切に再現されていることが分かる。



(a) observed copula (Aomori)

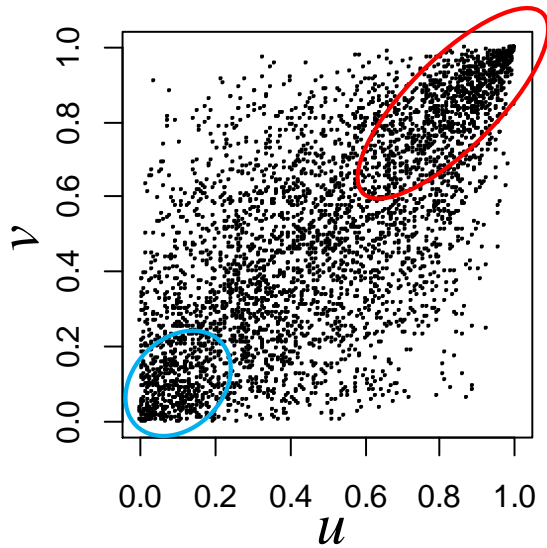
(b) density of Gumbel copula ( $\theta=2.1241$ )

Fig.4.2: (a) Copula of observed data with each marginal distribution, and (b) copula density  $c(u, v)$  of estimated Gumbel copula, red ellipses indicate higher correlation on upper tail, and blue ellipses shows lower correlation on lower tail.

### 4.3.2 観測による予測の更新

Fig.4.3 は、この推定結果に基づき予測対象日の前日における予測 (day-ahead forecast) を、当日の 9 時, 11 時, 13 時の観測値を用いて、(4.15) 式, (4.26) 式等に従い更新した例である。観測時刻から 1~3 時間程度先までの予測の信頼区間が、破線で示された前日予測の信頼区間よりも狭くなり、予測の不確実性が減少していることが分かる。

観測時刻から予測までの時間と平均信頼区間の幅の関係をまとめたものが Fig.4.4 である。例えば、前日予測の時点で晴天指数の 90% 信頼区間の平均幅は 0.5 程度であるが、観測値を用いた更新により、1 時間先では 0.35 程度に改善されていることが分かる。また、99% 信頼区間の幅も 0.70 から 0.53 に減少していることから、大外れを想定すべき範囲が狭まっていることが分かる。

これらは直感的に必然の結果であるが、時間相関をモデル化したことにより、定量的に計算することが可能となった。どこまで改善すべきかという点はアプリケーションに依存し、かつ、予測を改善していくとともに、アプリケーション側で不確実性に対応した制御を開発していくことが重要である。

### 4.3.3 更新された予測結果の検証

Fig.4.5(a) 及び (b) は、青森の 2010~11 年における前日 / 3 時間前 / 2 時間前 / 1 時間前の予測結果について、第 2.3 節で説明した reliability diagram, 及び sharpness diagram を描いたものである。

Fig.4.5(a) に示した reliability diagram では、前日~1 時間前のいずれの予測においてもプロットがほぼ対角線上に並び、予測された確率分布が観測値の分布を良く再現していることが確認できる。

また、Fig.4.5(b) に示した sharpness diagram では、例えば  $p = 0.8$  での値、つまり 80% 信頼区間の平均幅を見ると、前日予測では 0.4 程度であるが、1 時間先予測では 0.25 程度に改善されていることが分かる。

このように提案手法によって更新された確率的予測により、予測分布が観測値の分

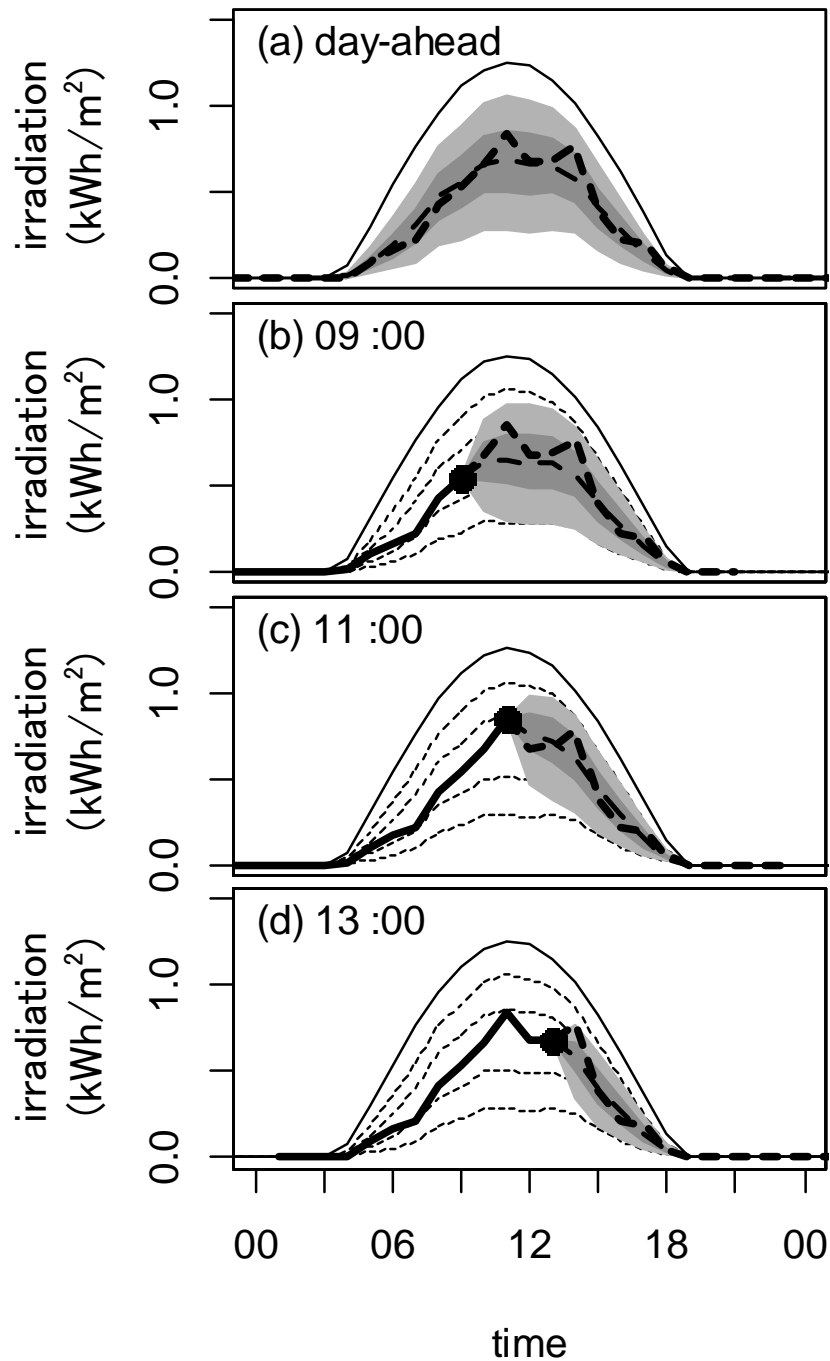


Fig.4.3: Example of updating day-ahead forecast using observed value on 25 June, 2011 at Aomori observatory

(Heavy solid line is observed value, gray areas are 50% and 90% confidence interval, and thin dashed line is expected value. Very thin solid line is extraterrestrial radiation and very thin dashed lines indicate confidence intervals as of day-ahead forecast for comparison to updated ones.)

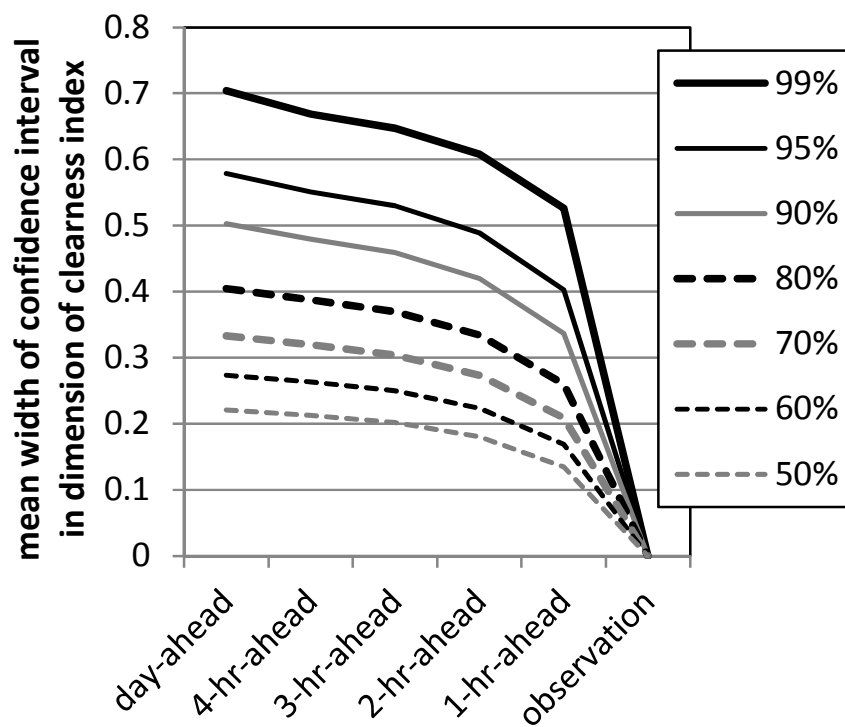
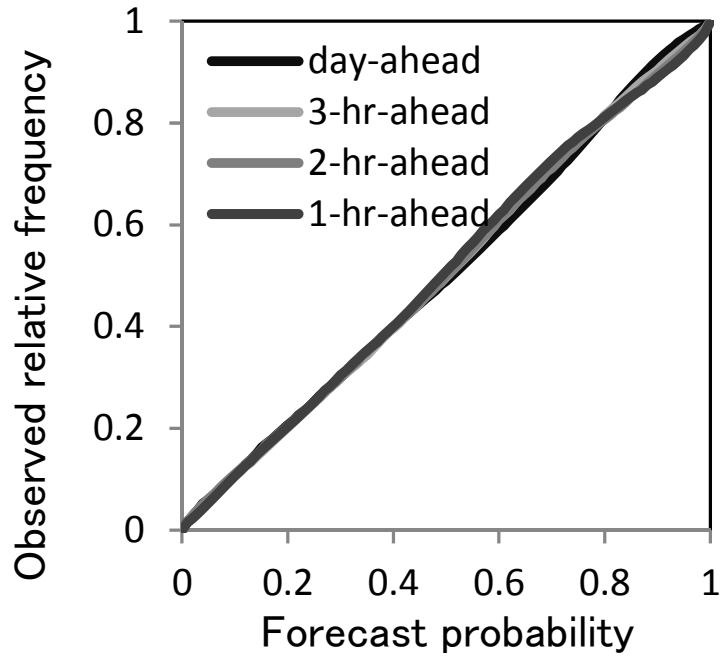


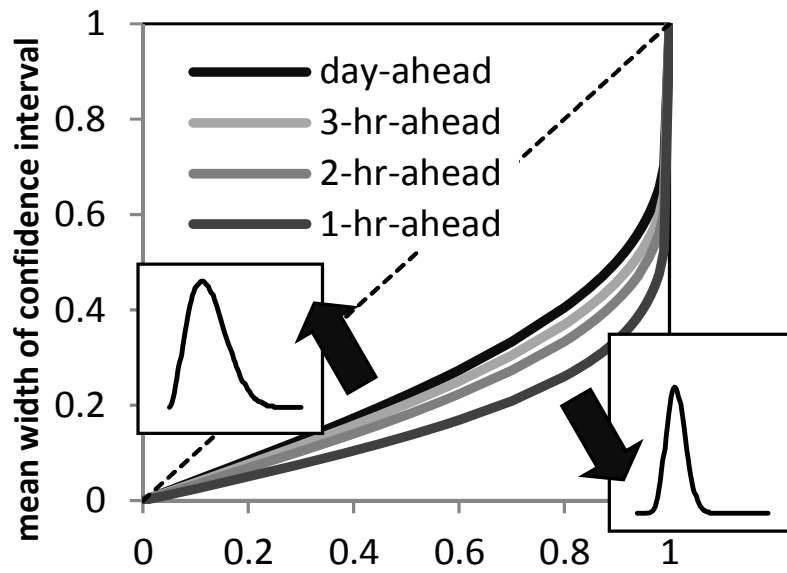
Fig.4.4: Narrowing of mean width of 50%~99% confidence interval of normalized solar irradiation as a result of updating at Aomori observatory in 2010~11, number of samples to compute mean width depends on forecast horizon, e.g. 4-hr-ahead forecast is available more than 4 hour after sunrise

布を再現する性能 (reliability) を保ったまま (Fig.4.5(a)), 分布のピークが狭くなる (sharpness が向上する) (Fig.4.5(b)) ことが認められ, 時間相関を考慮することにより, より良い確率的予測になることが確認された。





**(a) reliability**



**(b) sharpness**

Fig.4.5: (a) Reliability and (b) sharpness diagram of day-, 1-hr-, 2-hr-, and 3-hr-ahead forecasts at Aomori observatory in 2010~11

## 4.4 確率的な日射量シナリオの生成と日積算日射量の確率的予測

### 4.4.1 確率的シナリオ生成

観測値を用いて次の時刻の日射量の条件付き確率を求める (4.15) 式 (1 次のマルコフ性) を繰り返し用いると, その時刻以降の日射量の時系列シナリオを乱数により多数生成することができる。

Fig.4.6(a) は 2010 年 7 月 23 日を対象として, 確率的な日射量シナリオを時間相関を考慮したモデルにより 5 通り生成し, 予測分布及び観測値と比較した例である。この日は予測が大きく外れ, 90% 信頼区間よりも低い値が連続して発生した特異日である (後述の Fig.4.7 参照)。時間相関を考慮しているため生成された時系列は高い値や低い値が連続して発生しやすく, Fig.4.6(a) において紫色で示したシナリオのように観測値と似かよった時系列も生成されている。また, Fig.4.2 で示した「好天は持続しやすいが, 曇天は変わりやすい」という性質が, Gumbel コピュラでモデル化されているため, 高い値の方がより滑らかに持続していることが分かる。

一方 Fig.4.6(b) は同じ日について時間相関を無視して生成したシナリオである。Fig.4.6(a) と (b) の違いは時間相関の有無のみであるため, 各時間帯での値は示されている信頼区間の中で両者同様に分布している。しかし, Fig.4.6(b) では Fig.4.6(a) に比べて不自然に激しい変動が発生しており, そのため観測値のような低い値が安定して連続する時系列は生成されておらず, 時間相関を考慮することの重要性が分かる。なお時間相関を考慮することにより, 本章で検討した観測値により更新された予測分布を用いて, 数時間先までの精度が向上したシナリオを生成することも可能である。このような確率的なシナリオを多数生成することにより, 再エネを利用する各種の設備の運用について前日に事前シミュレーションが可能となる。次項ではその例として蓄電設備の運用を想定し, 日積算日射量の確率的予測について考察する。

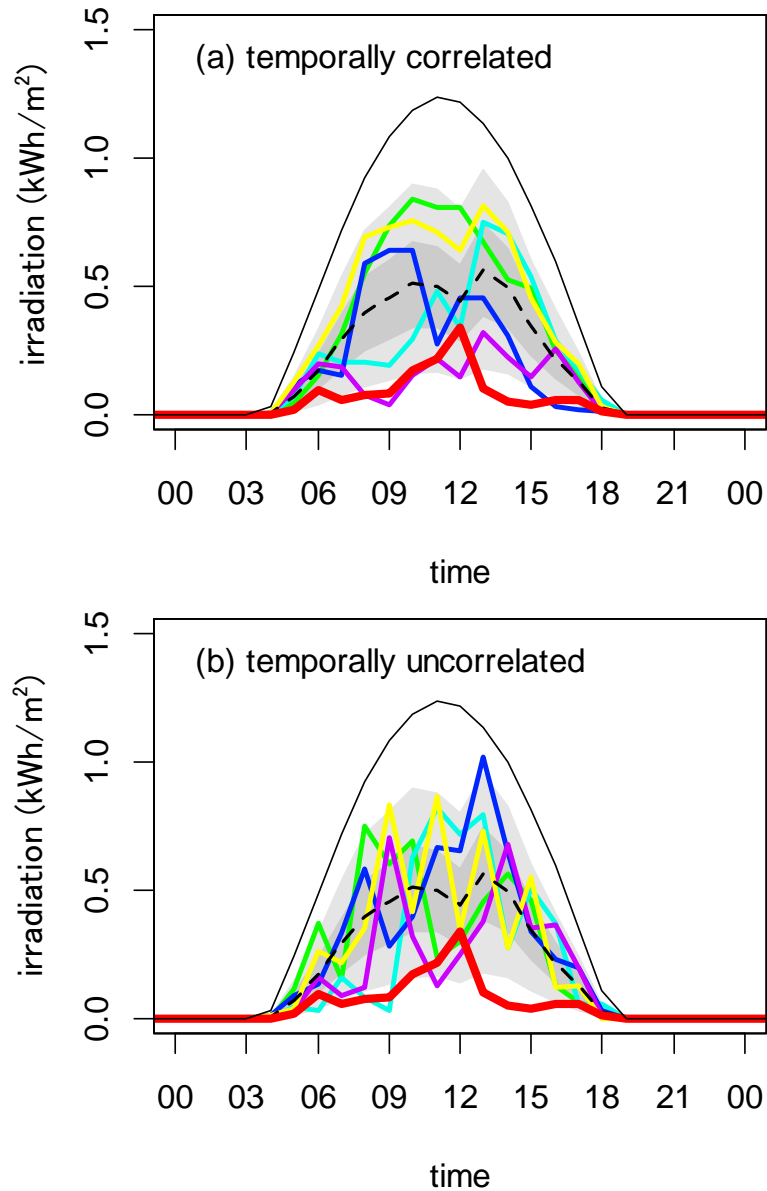


Fig.4.6: Example of 5 probabilistic scenarios generated by (a) temporally- correlated model and (b) uncorrelated model based on the dayahead forecast for 23 July, 2010 at Aomori

Heavy red line is observed value, dashed line is expected value with confidence intervals of 50% and 90% (gray and light gray area), very thin solid line is extraterrestrial radiation and colored solid lines other than red are probabilistic scenarios.

### 4.4.2 日積算日射量の確率的予測

第 3 章までに、「各時間帯の日射量の確率的予測」モデルを提案してきたが、EV や PHV のような蓄電型設備の太陽光による充電を考える場合は、日積算日射量も重要である。日積算日射量の「期待値」については、時間相関を無視した場合は各時間帯の期待値の和として容易に求められる。これを用いてまず、日積算日射量の期待値と観測値の関係を確認する。

Fig.4.7 は、青森における 2010～11 年の 2 年間（730 日）の各日の日積算日射量について、前日時点での時間無相関モデルによる予測期待値（各時間帯の期待値の和）と観測値を比較したものである。相関係数は 0.892，%MAE は 22% である。図において赤丸で示した 2010 年 7 月 23 日の日射量時系列は、Fig.4.6 で示したように前日予測を大きく下回る結果となった。他にも散発的に外れ値が発生していることが分かる。

このような大外れにより充電量が必要量を大きく下回るようなリスクを管理するため、「日積算日射量の期待値の予測（決定論的予測）」だけでなく、「日積算日射量の確率的予測」について検討を加えることにする。なお、日積算だけでなく、午前中など特定の数時間の積算日射量なども考え方は同様である。

各時間帯の日射量については、ベータ分布というパラメトリックな（数式で表された）確率分布を用いてモデル化してきたが、その和である日積算日射量の分布を確率変数の和として数式で表すことは容易ではない\*4。そこで Fig.4.6 で示したような乱数によるシナリオ生成に基づいて、「モンテカルロ的に日積算日射量の確率分布を求める」ことを試みる\*5。

Fig.4.6 では 2010 年 7 月 23 日について 5 通りの確率的シナリオを例示したが、同日について 5,000 通り\*6のシナリオを生成し、各シナリオの日積算日射量を計算して、

---

\*4 独立な確率分布に従う確率変数の和の分布は、畳込み積分により計算できるが、多数のベータ分布の畳込み積分は平易な数式では表せない、また、時間相関がある場合には畳込み積分にはならず、煩雑な多次元積分となる。

\*5 これは一見ノンパラメトリックモデルに見えるが、多重積分で数式的に表現されているため、パラメトリックモデルと言える。

\*6 シナリオ数は、分布の裾にあたる大外れ事象の発生数を確認しつつ、主に計算時間の制約で決めた。

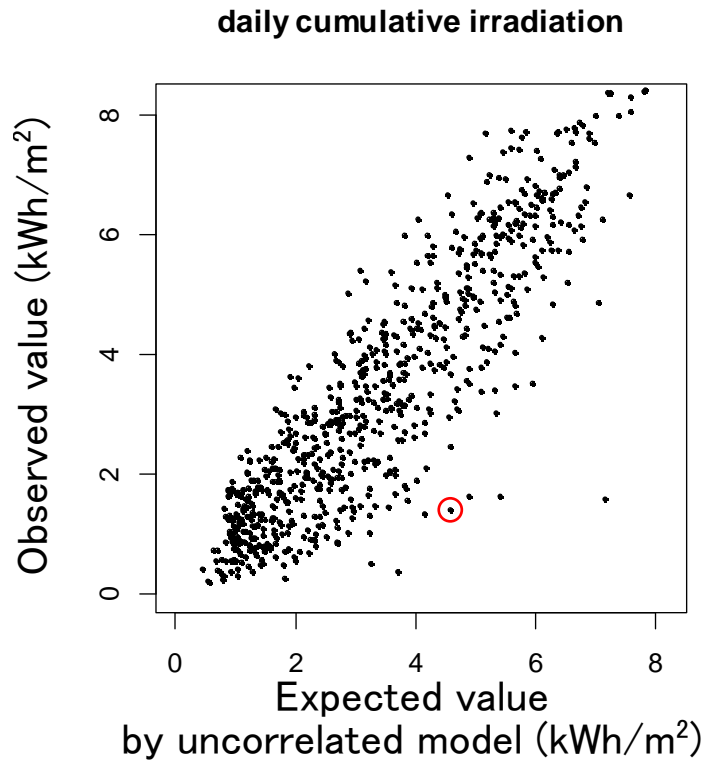


Fig.4.7: Comparison of daily cumulative irradiation, expected values vs. observed values in 2010~11 at Aomori, where red-circled data (2010-07-23) will be elaborated as an example of outliers.

その頻度分布を求めたものが Fig.4.8 である。この図では横軸の日積算日射量の値に対して、縦軸に頻度を示しており、これが日積算日射量の確率的予測を表している。また、この日の日積算日射量の予測期待値（無相関モデル）は  $4.65\text{kWh/m}^2$ ，観測値は  $1.40\text{kWh/m}^2$  であり、それらの値を図中に矢印で示している。

極めて興味深いことに、時間相関を考慮した方が考慮しない場合に比べて日積算日射量の予測分布が広がり（不確実性が大きくなり）、外れ値が発生する可能性をより高く示している。また、高い側の裾が低い側に比べて長く伸びていることが分かるが、これは「好天は持続しやすいが、曇天は変わりやすい」という Fig.4.2 に示した気象の特徴が、Gumbel コピュラの特徴である上裾依存性により適切にモデル化された結果である。 $1.40\text{kWh/m}^2$  というこの日の日積算日射量の観測値は時間相関モデルの頻度分布の裾に

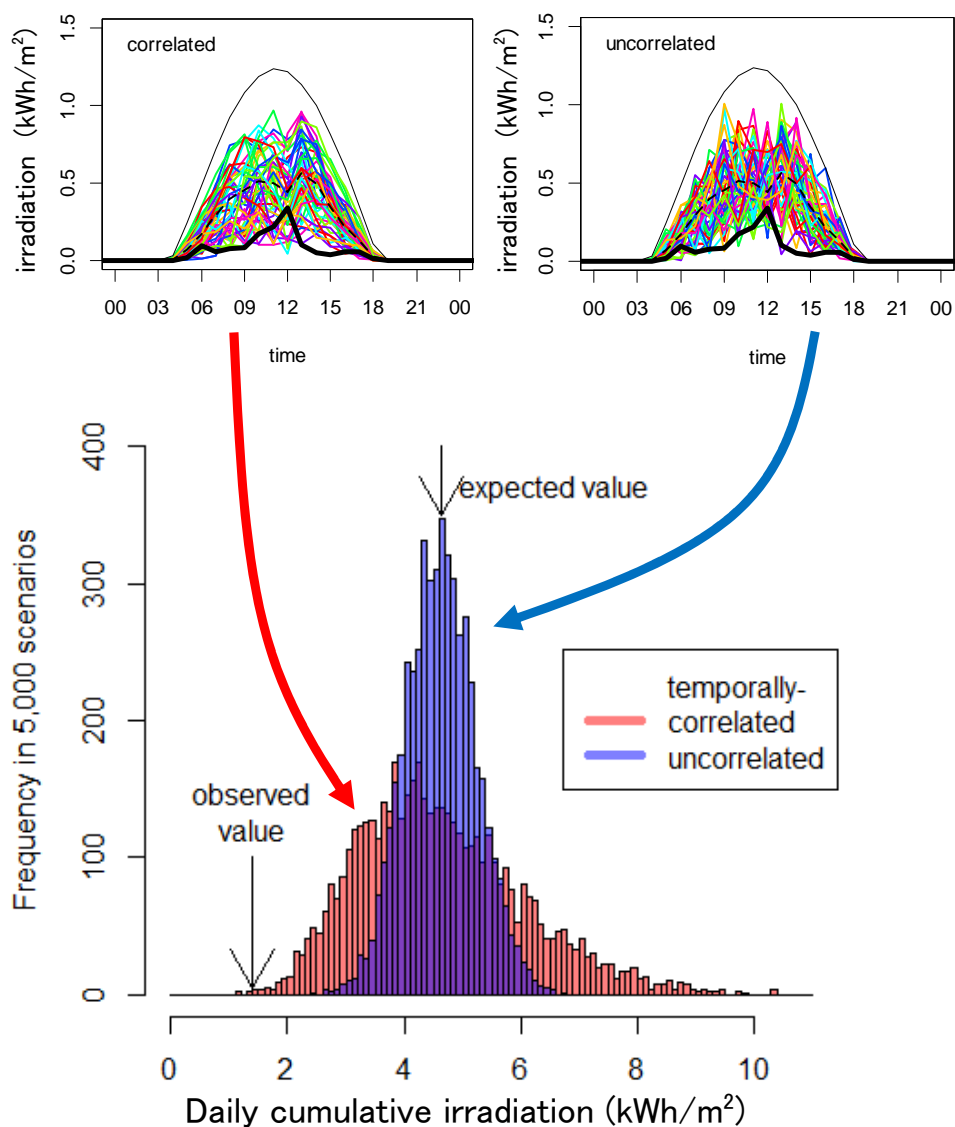


Fig.4.8: Probabilistic forecast of daily cumulative irradiation on 23 July, 2010 at Aomori observatory, comparison between temporally-correlated and uncorrelated model, expected value of  $4.65\text{kWh/m}^2$  and observed value of  $1.40\text{kWh/m}^2$  are indicated.

位置し、5,000通りのシナリオのうち低い方から5番目程度\*7のケースとして想定されているが、無相関モデルでは想定範囲を大きく外れる値であることが分かる。

時間相関を考慮することにより日積算日射量の予測分布が広がる理由については以下のように説明できる。時間相関を無視した場合は Fig.4.6(b) のように日射量が激しく変動し、高い値や低い値が連続することは稀である。そのため高い値と低い値が打ち消しあい、外れ値が発生する可能性は低く評価される。

一方、時間相関を考慮した場合は Fig.4.6(a) のように日射量の変動が小さく、高い値や低い値が連続しやすいため、高い値が続けば積算値はより高い値をとり、低い値についても同様である。その結果、積算値は広く分布し、外れ値の発生を示唆することとなる。これは Fig.4.1 に示した日射量観測値の自己相関の存在からも然るべき結果である。このため相関を考慮すると積算値の分布は必ず広がり、sharpness は悪化する。しかし、第 2.3 節でも述べたように、予測分布が観測値の分布を再現できるかどうかを検証する reliability の方がより重要である。

#### 4.4.3 日積算日射量予測の検証

上記の仮説を踏まえ、「日積算日射量の確率分布」を確率的シナリオ生成により予測する際に、時間相関モデルと無相関モデルのどちらが適切であるかを検証する。そのため 2010～11 年の 2 年間（730 日）の各日について、両モデルで 5,000 通りのシナリオを生成し、Fig.4.8 のような頻度分布を各日について求めた。また地域差の確認のため青森、名古屋、鹿児島 の 3 地点についてこれを行った。

頻度分布の比較の前に両者の期待値に差があるかどうかを確認しておく。Fig.4.9 は、時間相関／無相関モデルについて、5,000 のシナリオから日積算日射量の期待値を求め、それを 730 日の各日についてプロットしたものである。両者は相関係数 0.99 以上で一致する。そのため期待値の予測（決定論的予測）誤差という観点では、両モデルに差は見られない。そこで第 2.3 節で説明した reliability diagram を用いて確率的予測の検証を行う。

\*7 この値は乱数生成により変化する。

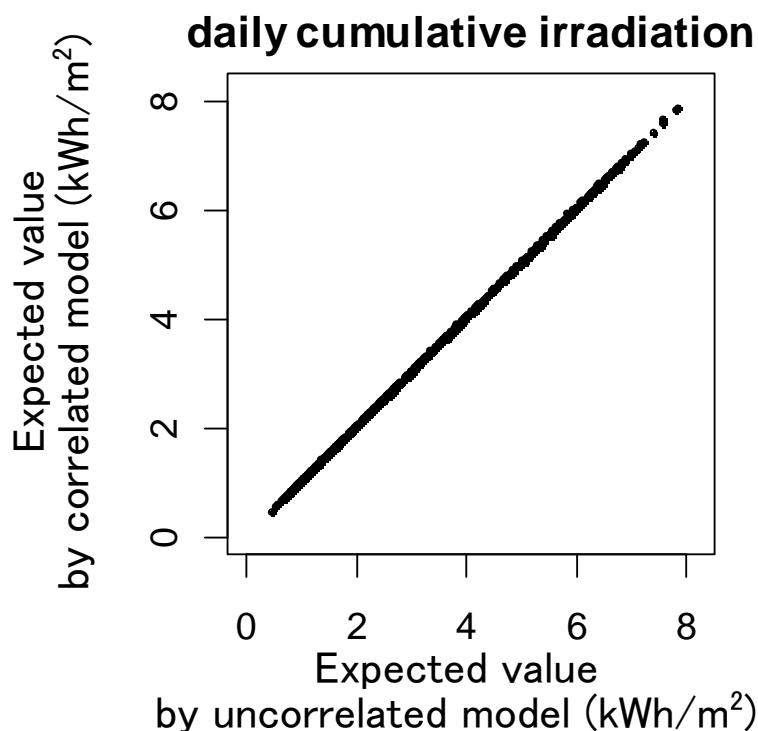


Fig.4.9: Comparison of expected values of daily cumulative irradiation, temporally correlated vs. uncorrelated model in 2010~11 at Aomori.

Fig.4.10 は、日積算日射量の予測確率分布を観測値と比較することで描いた reliability diagram である。青森、名古屋、鹿児島 の 3 地点のいずれにおいても、時間相関モデルは対角線に近いプロットとなり、観測値の分布を良く再現できていることが分かる。一方、無相関モデルは逆 S 字状にゆがんでいるが、これは、Table 2.3(b1)(b2) で述べたように、予測分布が観測値の分布に比べて予測分布の広がり狭すぎる “over-confident (under-dispersion)” な推定をしていることを意味している。

Fig.4.8 と Fig.4.10 の結果を合わせて考えることにより、時間無相関モデルを用いて推定した日積算日射量の確率的予測モデルは、sharpness は高いが外れ値の可能性を低く見積もる over-confident なモデルと言える。一方で、時間相関を考えて日積算日射量を予測するモデルは観測値が持つ確率分布を的確に表現し、日積算日射量が外れ値を取るリスクを予見することが可能な reliability の高いモデルになる。



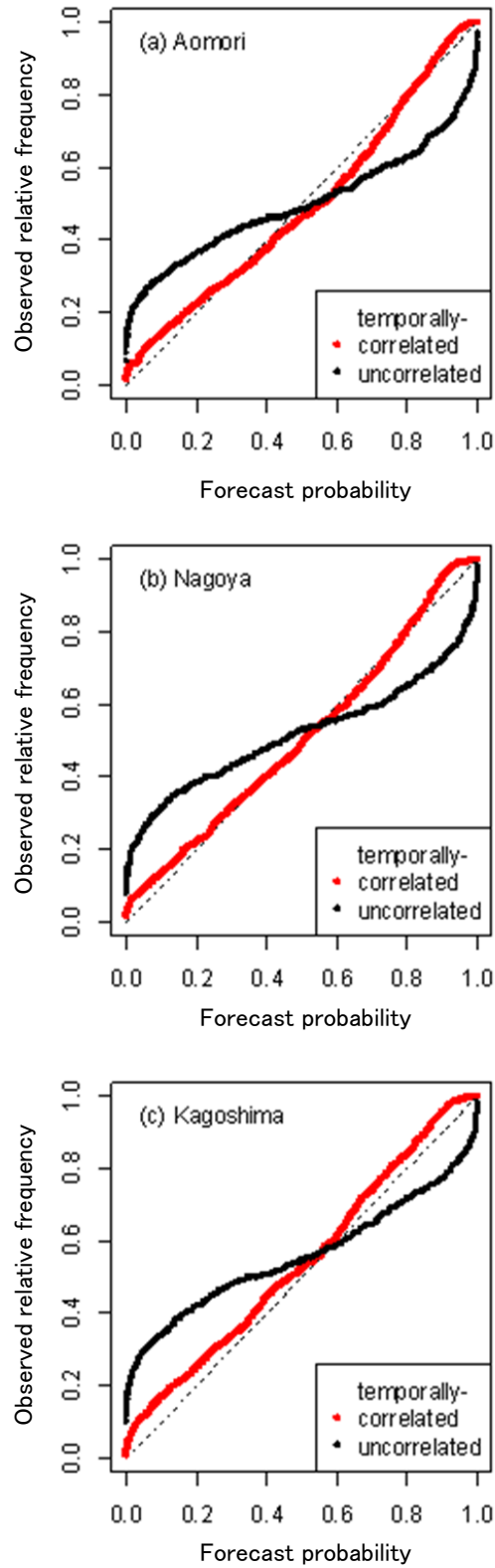


Fig.4.10: Reliability diagram of probabilistic forecast for daily cumulative irradiation, comparison between temporally-correlated and uncorrelated model, evaluated in 2010~11 at (a) Aomori, (b) Nagoya, and (c) Kagoshima observatories.

## 4.5 想定される応用例

本章で提案した確率的な日射量シナリオ生成と、それをを用いた日積算日射量の確率的予測により、稀に発生する日積算日射量の大幅外れについても予見することが可能となった。これにより、例えば太陽光で EV や PHV を充電した場合に、何 km 走るだけの充電が何 % の確率で可能であるかを定量的に評価でき、そうした設備のロバストな運用が可能となる。特にサービスの品質を保証するためには、予測の大幅外れというリスクの管理が重要であり、時間相関を考慮することは極めて重要である。

Fig.4.11 は、EV や PHV の充電プランを立てる際に前節で構築した日積算日射量の確率的予測を応用する例を概念的に示している。前日深夜に充電した量（青色）に、翌日の日中の PV による充電量（赤色）が加算されるが、日中に何 % の確率で何 kWh 充電可能であるかという供給量は確率的に予測されている。時間相関を考慮しない場合は、この確率の拡がりを過小評価することとなる。

図の①のように、90% という高確度で確保できる翌日の走行距離は短いため、安全を見て満充電にするためには①'の分を深夜充電に追加すべきである。しかし、そうすることによりバッテリーの空きは減少するため日中充電できる量は少なくなり、PV を有効に活用できなくなる（PV への投資の回収が遅くなる）。逆に、③のように PV 発電量を最大限充電に利用しようとするれば、走行距離が短くなるリスクを負う。①～③のどのプランが良いかは、需要家により異なる。

走行需要を満たすことと PV の初期投資を回収することの間にトレードオフがあることは、定性的には理解できるが、制御するためにはリスクの定量化が必要である。本研究において構築した日積算日射量の確率的予測技術により、大幅外れを含む発電量のリスクを定量的にコントロールしつつ、需要家のニーズに応じて最適な充電プランを計算する具体的な指針が示された。これは車に限らず他の蓄エネ型の設備においても同様である。

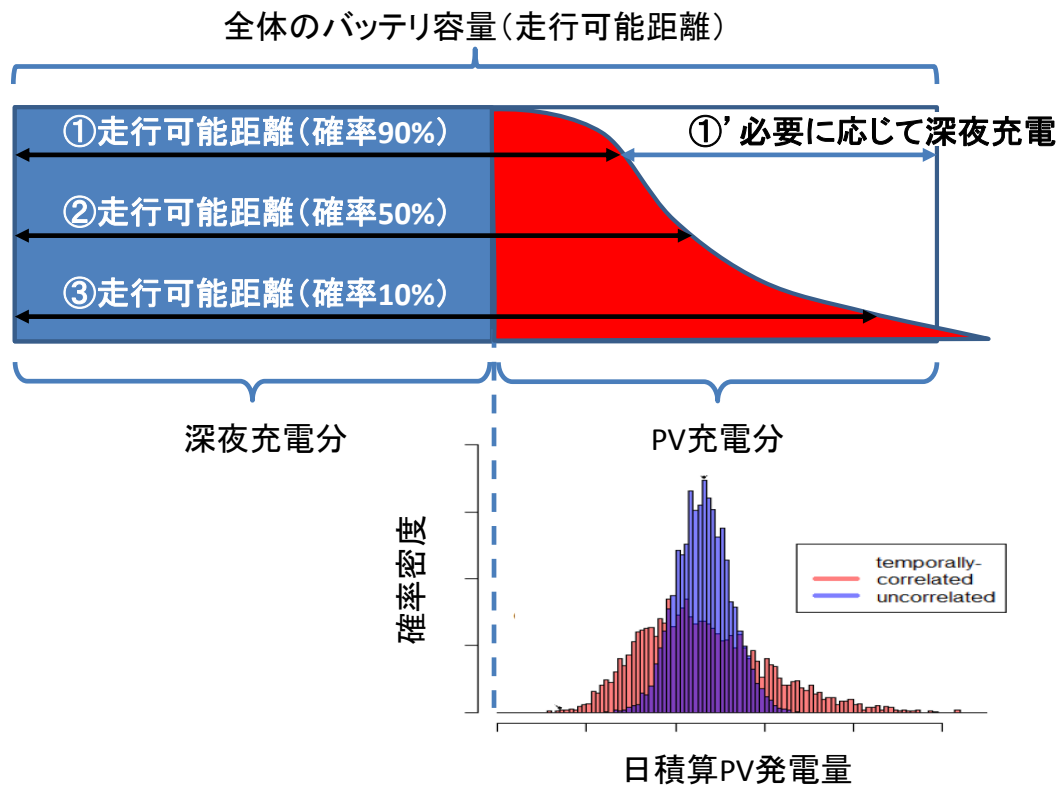


Fig.4.11: Schematic drawing of charge planning of solar EV/PHV based on probabilistic forecast

## 4.6 まとめ

本章において、VDBR と copula-based Markov process を採用することで、日射量が持つ非ガウス性、不確実性の変動、時間相関を全て考慮した確率的な日射量予測モデルを提案した。

時間相関を考慮することにより、観測値を用いて数時間先の予測の不確実性を減少させることが可能となり、かつ日積算日射量の確率的予測を行うことが可能となった。これにより、EV や PHV 等の充電機能を持つ設備を再エネと組み合わせて運用する際に、前日予測に基づいてリスクを定量的に評価した上で需要家のニーズに応じて充電プランを立て、さらに当日の日射量観測値に基づきその時刻から数時間先の運用を変更していくことが可能となる。

説明変数に用いた MSM-GPV は 3 時間毎に更新され、またある程度の配信遅れを伴うが、提案手法では 1 時間毎に日射量観測値が得られると同時に予測を更新することが可能である点も特長である。

残る課題として、Fig.4.10 に示された時間相関モデルの reliability diagram は対角線に近いものの、特に両端で歪みが大きいことがあり、日積算日射量の大幅な外れを正確に予測するためにはさらなる改良が必要である。また、本論文では時間相関を考慮したモデルを提案したが、空間相関 [7-9] については考慮されていない。時間及び空間の相関をともに考慮することで、さらに不確実性を減らした精度の高いモデルとなることが期待される。これについては第 5 章で述べる。

## 参考文献

- [1] A. Sklar. “Fonctions de répartition à  $n$  dimensions et leurs marges”. Publications de l’Institut de Statistique de L’Université de Paris, Vol. 8, pp. 229–231, (1959).
- [2] R. B. Nelsen. “An introduction to copulas”. Springer Series in Statistics. Springer, 2nd edition, (2006). doi:10.1007/0-387-28678-0 .
- [3] 塚原英敦. “接合分布関数（コピュラ）の理論と応用”. 数理・計算の統計科学, 21 世紀の統計科学, 第 III 巻, 第 5 章. 東京大学出版会, (2008). <http://park.itc.u-tokyo.ac.jp/atstat/jss75shunen/Vol3.pdf> .
- [4] W. F. Darsow, B. Nguyen, and E. Olsen. “Copulas and markov processes”. *Illinois Journal of Mathematics*, Vol. 36, No. 4, pp. 600–642, (1992). <https://projecteuclid.org/euclid.ijm/1255987328> .
- [5] B. Choroś, R. Ibragimov, and E. Permiakova. “Copula estimation”. In P. Jaworski, F. Durante, W. Härdle, and T. Rychlik, editors, *Copula Theory and Its Applications*, chapter 3, pp. 77–91. Springer, (2010). doi:10.1007/978-3-642-12465-5\_3 .
- [6] I. Kojadinovic and J. Yan. “Modeling multivariate distributions with continuous margins using the copula R package”. *Journal of Statistical Software*, Vol. 34, No. 9, pp. 1–20, (2010). doi:10.18637/jss.v034.i09 .
- [7] J. Tastu, P. Pinson, and H. Madsen. “Space-time scenarios of wind power generation produced using a gaussian copula with parameterized precision matrix”. Technical report, DTU, (2013). [http://orbit.dtu.dk/files/56966790/tr13\\_14\\_Tastu\\_Pinson\\_Madsen.pdf](http://orbit.dtu.dk/files/56966790/tr13_14_Tastu_Pinson_Madsen.pdf).
- [8] 松田勝弘, 有松健司, 山根憲一郎, 渡辺雅浩, 山崎潤, 村越潤. “空間的相関分析に基づく配電運用管理向け短期太陽光発電量予測手法”. 電気学会論文誌 B, Vol. 134, No. 9, pp. 759–766, (2014). doi:10.1541/ieejpes.134.759 .
- [9] 桂川真子, 小浦直洋, 角谷昌恭, 若尾真治. “単地点日射量予測における周辺地域情報

の活用手法に関する検討”. 太陽/風力エネルギー講演論文集, pp. 247–250, (2017).

## 第5章

# 結論

エネルギー保障や CO<sub>2</sub> 削減等の観点から太陽光発電 (Photovoltaics, PV) や風力発電などの再生可能エネルギー (再エネ) の普及が強く促進されている。本質的に不確実性を持つ再エネ発電が大量に導入された電力システムを安定に効率的に活用するため、高精度・高信頼の出力予測の必要性が高まっている。また、需要家側においても、電気自動車 (electric vehicle, EV) やプラグインハイブリッド自動車 (plug-in hybrid vehicle, PHV)、定置型バッテリーや電気温水器などの蓄電・蓄エネ型の設備を PV と組み合わせて最適に運用するため、PV の出力予測は重要である。

このような PV 出力予測ニーズの顕在化にともない、2017 年 12 月から気象庁が運用する気象予測モデルによる日射量 (短波放射量) の予測値が公開されることとなった。しかし、予測には誤差が伴う (不確実性が存在する) ことから、平均的な (静的な) 精度が高いこと以上に、時々刻々変化する不確実性についての動的な情報が得られることが、今後の再生可能エネルギー大量普及を実現するために極めて重要である。

このような背景の下に本論文では、PV 出力予測の基となる日射量についてその不確実性を定量的に予測する「日射量の確率的予測」に関して、以下のように達成目標を設定した。

《1》日射量の非ガウス性 (有限性及び非対称性) と分散不均一性を考慮し、時々刻々と変化する予測の不確実性を定量的に評価し、特に予測の大外れを予見できる確

率的予測モデルを構築する

- 《2》電気自動車などの充電を想定し、分単位や 10 分単位など短時間の日射量ではなく、時間積算日射量、及び、日積算日射量を予測する
- 《3》時間相関を考慮することにより、前日に立てた予測を当日の観測データを用いて更新できるようにするとともに、日積算日射量の確率的予測を実現する
- 《4》深夜時間帯が始まる前に判断できるよう、前日 22 時頃までに 20 時間先（翌日の日没）までの時間積算日射量の予測を立て、期待される発電量が少ない場合は深夜電力で充電するなどの制御計画を立案できるようにする

このような目標に対し、本論文では、有限性や非対称性が単一の分布によって自然な形で表現可能なベータ分布に着目し、ベータ分布の変化を詳細に表現する「分散可変ベータ回帰 (variable dispersion beta regression, VDDBR)」を再エネの予測問題に初めて適用し、日射量が持つ非ガウス性、不確実性の変動を考慮したパラメトリックな確率的予測モデルを構築した。また、「copula-based Markov process」を採用して日射量の時間相関を考慮することで、数時間先までの予測の不確実性を減らすこと、日積算の日射量を確率的に予測することを目指し、モデルを拡張した。

モデル構築においては、「降水量はゼロより僅かに大きくても日射量へ影響するが、相対湿度はかなり大きな値の場合のみ影響する」といった説明変数毎の影響の違いを表現できる形式の回帰関数を選択し、また、「好天は持続しやすいが、曇天は変わりやすい」という時間相関の特性がモデル化できるよう Gumbel コピュラを選択する等、気象的特徴を適切に数理モデルに反映している点が大きな特徴である。

### 5.1 本論文のまとめ

本論文において得られた成果を以下に示す。

第 2 章では、本論文において用いた MSM-GPV と呼ばれる数値気象予報データと地方気象台で観測された水平面全天日射量データについて解説した。また、確率的予測モデルを図を用いて評価する手法である、reliability 及び sharpness diagram を説明した。



第3章では、予測日射量の確率分布をベータ分布を用いて表現し、かつその分散 (dispersion) を可変とする確率的な日射量予測手法 (model VDBR) を提案した。この手法を、ガウス分布に基づくモデル (model N) および分散固定ベータ回帰モデル (model BR) と比較することにより、特に大外れの予見の可能性に関して提案手法の有効性を評価した。その結果、有限区間の物理量である日射量の確率分布および信頼区間がベータ分布によって適切に表現されることを確認し、時々刻々変化する予測の不確実性を的確に表現することが可能となった。

また、model VDBR によって計算される precision parameter  $\phi(\mathbf{x})$  の値は、大外れの起こりやすさを示す指標として非常に有用であることが示された。このように分布パラメータに意味を持たせることが出来る点は、ノンパラメトリックモデルでは得られない、パラメトリックモデルの特長である。

さらに、大外れを予見する性能を Threat Score, Precision, Recall 等の指標を用いて評価した結果、model N  $\rightarrow$  BR  $\rightarrow$  VDBR の順に、性能が高いことが確認された。

第4章では、copula-based Markov process を採用することで時間相関を考慮し、日射変動の時間相関の特徴を踏まえ、Gumbel コピュラを採用して、日射量の時系列を予測するモデルへと拡張した。その結果、観測値を用いて数時間先の予測の不確実性を減少させることが可能となり、かつ日積算日射量の確率的予測を行うことが可能となった。これにより、EV や PHV 等の充電機能を持つ設備を再エネと組み合わせて運用する際に、前日予測に基づいてリスクを定量的に評価した上で充電計画を立て、さらに当日の日射量観測値に基づきその時刻から数時間先の運用を変更していくことが可能となった。

以上の結果より、EV や PHV 等の充電機能を持つ設備を再エネと組み合わせて運用する際に、前日予測に基づいてリスクを定量的に評価した上で充電計画を立て、さらに当日の日射量観測値に基づきその時刻から数時間先の運用を変更していくのに資する日射量の確率的予測手法を構築することができた。

本手法は、広域電力システムよりも、不確実性が大きい単一地点のシステムに有効であり、家庭における PV と EV という組み合わせだけでなく、メガソーラーとそれに付随する蓄電設備などにおいても活用が見込まれる。

## 5.2 今後の課題

本研究の結果を踏まえ、今後の研究課題を以下にまとめる。

### 5.2.1 日射量の確率的予測手法の改善に関する課題

#### Reliability の改善

Fig.3.8 で示したように、日射量が低い場合の予測分布は VDBR により比較的正確にモデル化されているが、日射量が高い場合の予測分布は VDBR でも歪みが大きい、これを改善することで大外れを予見する性能はさらに向上できると考えられる。ベータ分布よりも適切な確率分布を見いだすことも含め、reliability の改善が求められる。

#### Sharpness の改善

第 4 章で示したように、当日予測に関しては、日射変動の時間相関を考慮し、当日の観測値を用いることで、sharpness が改善された。前日予測に関しても、確率的予測の有用性向上のため、reliability を維持しつつ、sharpness を改善する必要がある。その方法の一つとして、空間相関 [1, 2] を考慮することが考えられる。Gaussian copula と Gauss Markov random filed 等を用いて空間-時間相関 (spatio-temporal correlation) を導入する [3] 方法等が提案されており、このような手法を応用することで、隣接地点の観測値を利用し、さらに不確実性を減らした精度の高いモデルとなり、sharpness を改善することが期待される。

#### 地域性の検討

第 3.5 節で述べたような予測精度の地域性に関して、気象的な特徴の地域差から考察を加え、稀に発生する大外れを予見する技術をさらに向上することが求められる。

#### 空間平均日射量予測への応用

本論文では、PV による EV や PHV の充電などを考慮し、単地点の日射量予測に着目した。本論文で提案した手法を用いることで、局所でなく広がりを持った

地域や系統全体の発電量の確率的予測が実現できる。その際、上述のような空間相関を考慮することで、高精度・高信頼の確率的予測モデルを構築することが期待される。

#### 日積算日射量予測における reliability の向上

第4章の Fig.4.10 で示したように、時間相関モデルの reliability diagram は対角線に近いものの、特に両端で歪みが大きいことがある。これは、日積算日射量において、大外れを正確に予測できない可能性があることを意味し、さらなる改良が必要である。

#### モデルに含まれるパラメータを自動更新する adaptive model への拡張

本論文では、予測モデルは対象地点毎にパラメータを推定するため、対象地点最寄りの格子点に関する 2008～09 年の 2 年分のデータを学習に、2010～11 年の 2 年分のデータを検証に用いた。学習に有用なデータの期間や種類を明らかにし、それらを日々自動的に更新する adaptive model とすることで、更なる予測の高精度化・高信頼化が期待される。

## 5.2.2 確率的予測手法の適用に関する課題

### 適切な信頼区間の利用

確率的予測手法を EV の充電制御や家庭のエネルギーマネジメントなどに適用する際、狭い信頼区間を用いると予測のはずれにより、広い信頼区間を用いると予測の大外れを考慮した過剰な調整力の確保により、運用コストが増加する。そこで、日射変動特性の季節性や時間帯別の違いを考慮し、適切な信頼区間を利用する方法の確立が期待される。

### 電力市場における動的プライシングへの適用

再エネによる発電電力の市場取引において、発電量の不確実性はその取引の仕組みや値付けに大きく影響するため、また他の電源や蓄電設備との組み合わせによりそうした不確実性を回避する手法（ポートフォリオ）の設計が必要である。このような分野に本技術を適用していくことが期待される。

## 参考文献

- [1] 松田勝弘, 有松健司, 山根憲一郎, 渡辺雅浩, 山崎潤, 村越潤. “空間的相関分析に基づく配電運用管理向け短期太陽光発電量予測手法”. 電気学会論文誌 B, Vol. 134, No. 9, pp. 759–766, (2014). doi:10.1541/ieejpes.134.759 .
- [2] 桂川真子, 小浦直洋, 角谷昌恭, 若尾真治. “単地点日射量予測における周辺地域情報の活用手法に関する検討”. 太陽/風力エネルギー講演論文集, pp. 247–250, (2017).
- [3] J. Tastu, P. Pinson, and H. Madsen. “Space-time scenarios of wind power generation produced using a gaussian copula with parameterized precision matrix”. Technical report, DTU, (2013). [http://orbit.dtu.dk/files/56966790/tr13\\_14\\_Tastu\\_Pinson\\_Madsen.pdf](http://orbit.dtu.dk/files/56966790/tr13_14_Tastu_Pinson_Madsen.pdf).

## 謝辞

本研究の遂行および論文の執筆に当たり、長期にわたり、終始懇切なるご指導を賜りました名古屋大学未来材料・システム研究所教授 加藤丈佳先生に、心より感謝を申し上げます。

本論文の作成に当たり、多くの有益なご指導を賜りました名古屋大学大学院工学研究科教授 早川直樹先生に、感謝の意を表します。

本論文の作成に当たり、様々な有益なご助言を賜りました名古屋大学大学院工学研究科准教授 吉川大弘先生に、感謝の意を表します。

本論文の作成に当たり、多様な視点からのご指導を賜りました名古屋大学大学院工学研究科教授 鈴木達也先生に、感謝の意を表します。

本論文の作成に当たり、丁寧なご指導を賜りました名古屋大学未来材料・システム研究所客員教授 舟橋俊久先生に、感謝の意を表します。

本研究の遂行にあたり、様々なご助言を賜りました名古屋大学大学院工学研究科教授 鈴置保雄先生 (現 愛知工業大学工学部教授) に、感謝の意を表します。

社会人としての職務に就きながら、博士課程へ通学することを承認いただき、また研究の議論に加わっていただいた (株) 豊田中央研究所の上司、同僚、関係者の皆様に、厚くお礼申し上げます。

本研究の遂行において、様々なご協力を頂きました鈴置・加藤研究室の皆様、改めて感謝を申し上げます。

本研究の重要な糸口となった R/betareg パッケージを開発された Cribari-Neto 氏、Zeileis 氏、及び R/copula パッケージを開発された Kojadinovic 氏、Yan 氏に謝意を表

します。

最後に、長期に及んだ社会人博士課程への通学を、いつも温かく支えてくれた両親、妻、子供達へ、心から感謝します。

## 付録 A

### A.1 モデル学習時における変数選択の指標：AIC

AIC (Akaike's Information Criterion, 赤池情報量基準) とは、赤池 [1] により考案された「統計モデルの良さ」を評価する指標である。説明変数やパラメータ数を変えながらモデルを選択する際に、「AIC が最小となるモデルを選ぶことで予測 (汎化) 能力の高いモデルを見いだす」という目的のために用いられる。

モデルの誤差がガウス分布に従う場合には、AIC は次式で定義される。

$$\text{AIC} = \text{サンプル数} \times \log \text{平均二乗誤差} + 2 \times \text{学習するパラメータの数} \quad (\text{A.1})$$

ここで、第 1 項はモデルを学習した際の学習誤差を表している。モデルの説明変数の数 (パラメータ数) を増やせば、一般に誤差 (平均二乗誤差) は減少していく (Fig.A.1)。しかし、パラメータを増やせばオーバーフィッティング (過剰適合) が起こる可能性が高い。例えば 100 組のデータに対して、100 個のパラメータを持つモデルを適用すれば、誤差をゼロにすることも可能であるが、これはオーバーフィッティングである。そのため誤差最小でモデルを選択することは適切ではない。

(A.1) 式のように、AIC ではこのようなオーバーフィッティングを防ぐために、第 2 項にパラメータ数を加えている。パラメータを増やせば第 1 項の誤差は減少していくが、同時に第 2 項が増加するため、あるところから AIC は増加を始める (Fig.A.1)。

説明変数の組み合わせを変えながら、AIC が最小となるモデルを見いだす手法が、AIC に基づくモデル選択である。

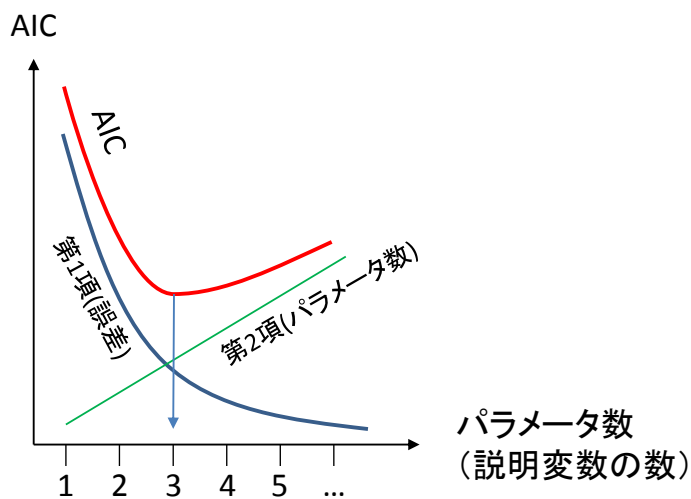


Fig.A.1: Behavior of AIC with increasing number of parameters: As a model with 3 parameters has the minimum AIC, it should be selected in this example.

なお，応答変数がガウス分布でない一般の確率分布に従う場合には，AIC は一般に次式で定義される。本論文ではこの一般形を用いている。ここで  $L$  は最大尤度， $k$  はパラメータ数である。

$$AIC = -2 \log L + 2k \tag{A.2}$$



## A.2 モデルの予備検討

本節では、第 3.2.2 項で割愛した、モデルの予備検討とその結果について述べる。モデルを絞り込むため、以下順序で検討した。

1. リンク関数の種類
2. Box-Cox 変換の有無
3. 変数選択

以下の検討は青森を対象としているが、他の地域についても同様に検討し、最終的に共通なモデルとして第 3.2.2 項の形式を選んだ。

### A.2.1 リンク関数の選択

ベータ回帰を含む GLM においては、期待値  $\mu$  をリンク関数  $g$  で変換したものが説明変数の線形和（線形予測子） $z = \beta^T \mathbf{x}$  になるということを仮定する。

$$g(\mu) = \beta^T \mathbf{x} \quad (\text{A.3})$$

このリンク関数には、Table A.2 のような関数がいられる。 $\Phi(z)$  はプロビット関数と呼ばれ、ガウス分布の CDF の逆関数である。

R/betareg パッケージでは、 $\mu$  について 6 通り (logit, probit, cloglog, cauchit, log, loglog),  $\phi$  について 3 通り (identity, log, sqrt) のリンク関数を選択することが出来る。そこで、 $6 \times 3 = 18$  通りのリンク関数の組み合わせについて AIC を比較した。この時点では説明変数は Box-Cox 変換を行わず、かつ全ての変数を用いた。

その結果、Table A.2 に示すように、最尤推定が収束した 10 通りの組み合わせの中で、 $\mu, \phi$  ともに log をリンク関数に用いたモデルが最も AIC が小さく、これを採用することとした。

Table A.1: Link functions

	link function	activation function
	$g(z)$	$g^{-1}(z)$
logit	$\log \frac{z}{1-z}$	$\frac{1}{1+e^{-z}}$
probit	$\Phi(z)$	$\Phi^{-1}(z)$
cloglog	$\log(-\log(1-z))$	$1 - \exp(-\exp(z))$
cauchit	$\tan\left(\pi\left(z - \frac{1}{2}\right)\right)$	$\frac{1}{2} + \frac{\tan^{-1} z}{\pi}$
log	$\log z$	$e^z$
loglog	$\log \log z$	$\exp(\exp(z))$
identity	$z$	$z$
sqrt	$\sqrt{z}$	$z^2$

Table A.2: Selection of Link functions based on AIC

$\mu$	$\phi$	$\log L$	AIC
log	log	2676.442	-5324.884
cloglog	log	2609.795	-5191.59
cauchit	sqrt	2570.783	-5113.566
logit	log	2516.205	-5004.41
probit	log	2501.331	-4974.662
log	sqrt	2426.951	-4825.902
logit	sqrt	2371.176	-4714.352
probit	sqrt	2314.287	-4600.574
cloglog	sqrt	2215.592	-4403.184
loglog	sqrt	2004.421	-3980.842

### A.2.2 予備的な変数選択

前項の検討を踏まえてリンク関数は  $\mu, \phi$  ともに  $\log$  とし、 $c_{Lt}, c_{Mt}, c_{Ht}, h_t, r_t, m_t$  の各説明変数を、 $\mu, \phi$  それぞれにおいて使う場合と使わない場合について、順次評価した。

まず、 $\phi$  には全ての説明変数を入れたままで、 $\mu$  について、6 つの変数それぞれについて使う/使わないの  $2^6 = 64$  通りについて AIC を計算した結果、 $c_{Mt}, c_{Ht}, r_t, m_t$  の 4 つは大きく AIC を減少させることが分かったため、これらは常に用いることとした。

次に、 $\mu$  に  $c_{Mt}, c_{Ht}, r_t, m_t$  の説明変数を入れ、 $\phi$  について 64 通りの組み合わせについて AIC を計算した結果  $c_{Lt}, c_{Mt}, r_t, m_t$  の 4 つは常に用いることとした。

残る変数、つまり  $\mu$  における  $c_{Lt}, h_t$  と、 $\phi$  における  $c_{Ht}, h_t$  を用いるかどうかについては、Box-Cox 変換の効果を見つつ決めることとした。

### A.2.3 Box-Cox 変換の効果確認及び最終的な変数選択

次に、(3.22) 式により各説明変数を変換する効果を検討した。前項に基づきリンク関数は  $\log$  とした。

#### ■Box-Cox 変換を用いないモデル

$$\mu(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}) = \exp(\beta_0 + \beta_L c_L + \beta_M c_M + \beta_H c_H + \beta_h h + \beta_r r + \beta_m m) \quad (\text{A.4})$$

$$\phi(\mathbf{x}; \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}) = \exp(\gamma_0 + \gamma_L c_L + \gamma_M c_M + \gamma_H c_H + \gamma_h h + \gamma_r r + \gamma_m m) \quad (\text{A.5})$$

#### ■Box-Cox 変換を用いたモデル

$$\begin{aligned} \mu(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}) = \exp & (\beta_0 + \beta_L c_L^{\alpha_L} + \beta_M c_M^{\alpha_M} + \beta_H c_H^{\alpha_H} \\ & + \beta_h h^{\alpha_h} + \beta_r r^{\alpha_r} + \beta_m \log m) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{x}; \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}) = \exp & (\gamma_0 + \gamma_L c_L^{\delta_L} + \gamma_M c_M^{\delta_M} + \gamma_H c_H^{\delta_H} \\ & + \gamma_h h^{\delta_h} + \gamma_r r^{\delta_r} + \gamma_m \log m) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

但し、(A.6)、及び (A.7) 式においては、 $m$  をべき乗した形式では、べき指数が最尤推定の際にゼロへ収束する傾向が非常に強いいため、計算を安定化させるため (3.22) 式に従い  $m$  については対数変換に固定した。 $m$  は他の変数と異なり  $m \geq 1$  の範囲で変化するため、他とは異なる振る舞いをすると考えられる。

前項で選択するか否かを保留した変数、つまり  $\mu$  における  $c_{Lt}, h$  と、 $\phi$  における  $c_{Ht}, h$  について、それらをに含めた場合/含めない場合の 16 通りについて、Box-Cox 変

Table A.3: Comparison of AIC

	Box-Cox 変換あり	Box-Cox 変換なし
$\mu$ に $h$ を含む	-8471.084	-7903.084
$\mu$ に $h$ を含まない	-8225.790	-7687.498

換を用いないモデルと用いたモデルでそれぞれパラメータを推定し、AIC を計算した。 $\mu$  における  $c_{Lt}$  と、 $\phi$  における  $c_{Ht}, h$  の指数は推定が収束しなかったため、 $\mu$  における  $h$  の有無と、Box-Cox 変換の有無で AIC を比較した。

Table A.3 に示すように、 $\mu$  に  $h$  を含み、Box-Cox 変換をしたものが、AIC 最小モデルとなり、これを採用した。

Box-Cox 変換のべき指数の推定は非線形最適化により行うため、推定に時間がかかり、また収束しない場合もあるが、期待通り AIC を大きく減少させる効果があることが確認された。

今後、説明変数に用いている数値予報の内容が更新された場合などは、再度このようなモデル選択が必要である。

### A.3 パラメータ推定結果の検定

第 3 章において推定したモデルのパラメータと、その標準誤差、 $z$  値、 $p$  値、Wald 検定の結果を Table A.4 に示す。係数  $\beta_*$ ,  $\gamma_*$  の標準誤差は R/betareg パッケージの出力により、指数  $\alpha_*$ ,  $\delta_*$  の標準誤差は、対数尤度関数の最尤推定値におけるヘシアンを計算し、その逆行列の対角要素の平方根をとることにより算出した。

いずれも十分小さな標準誤差を持ち、Wald 検定の結果から 0 でない有意な値を持つことが示されている。(パラメータが 0 であるという帰無仮説が 0.1% の危険率で棄却されている。)

Table A.4: Estimation results of model N, BR, and VDBR in Aomori  
(Wald test significance level: ‘\*\*\*’ < 0.1%, ‘\*\*’ < 1%, ‘\*’ < 5%, ‘.’ < 10%)

	Estimate	Std. Error	$z$ value	$\Pr(>  z )$	
model N					
$\beta_0$	-0.2364	0.0128	-18.54	$1.01 \times 10^{-76}$	***
$\beta_M$	-0.6148	0.0242	-25.43	$1.28 \times 10^{-142}$	***
$\beta_H$	-0.3221	0.0226	-14.23	$5.79 \times 10^{-46}$	***
$\beta_h$	-0.5031	0.0477	-10.56	$4.45 \times 10^{-26}$	***
$\beta_r$	-0.4277	0.0324	-13.21	$7.55 \times 10^{-40}$	***
$\beta_m$	-0.2730	0.0086	-31.75	$3.38 \times 10^{-221}$	***
$\alpha_M$	0.6703	0.0399	16.80	$2.30 \times 10^{-63}$	***
$\alpha_H$	2.1780	0.2316	9.41	$4.95 \times 10^{-21}$	***
$\alpha_h$	4.0289	0.5425	7.43	$1.07 \times 10^{-13}$	***
$\alpha_r$	0.3827	0.0432	8.86	$7.97 \times 10^{-19}$	***
model BR					
$\beta_0$	-0.2633	0.0081	-32.62	$2.34 \times 10^{-233}$	***
$\beta_M$	-0.6085	0.0185	-32.89	$2.81 \times 10^{-237}$	***
$\beta_H$	-0.3002	0.0180	-16.70	$1.26 \times 10^{-62}$	***
$\beta_h$	-0.4756	0.0317	-15.00	$6.90 \times 10^{-51}$	***
$\beta_r$	-0.3715	0.0233	-15.93	$3.73 \times 10^{-57}$	***
$\beta_m$	-0.2586	0.0083	-31.19	$1.46 \times 10^{-213}$	***
$\phi$	7.6237	0.1133	67.35	0	***
$\alpha_M$	0.6715	0.0392	17.14	$6.94 \times 10^{-66}$	***
$\alpha_H$	2.0861	0.2442	8.55	$1.24 \times 10^{-17}$	***
$\alpha_h$	3.7807	0.5207	7.27	$3.70 \times 10^{-13}$	***
$\alpha_r$	0.3665	0.0348	10.54	$5.44 \times 10^{-26}$	***
model VDBR					
$\beta_0$	-0.2404	0.0066	-36.42	$1.75 \times 10^{-290}$	***
$\beta_M$	-0.5479	0.0163	-33.58	$3.35 \times 10^{-247}$	***
$\beta_H$	-0.3057	0.0158	-19.41	$5.95 \times 10^{-84}$	***
$\beta_h$	-0.4599	0.0296	-15.58	$1.02 \times 10^{-54}$	***
$\beta_r$	-0.4575	0.0237	-19.33	$3.14 \times 10^{-83}$	***
$\beta_m$	-0.2668	0.0072	-37.06	$1.09 \times 10^{-300}$	***
$\gamma_0$	2.8360	0.0421	67.41	0	***
$\gamma_L$	-0.5809	0.0563	-10.32	$5.44 \times 10^{-25}$	***
$\gamma_M$	-0.9400	0.0692	-13.59	$4.33 \times 10^{-42}$	***
$\gamma_r$	0.5313	0.0502	10.59	$3.22 \times 10^{-26}$	***
$\gamma_m$	0.1530	0.0240	6.38	$1.76 \times 10^{-10}$	***
$\alpha_M$	0.5698	0.0345	16.53	$2.37 \times 10^{-61}$	***
$\alpha_H$	1.8718	0.1884	9.95	$2.57 \times 10^{-23}$	***
$\alpha_h$	3.8370	0.4902	7.84	$4.67 \times 10^{-15}$	***
$\alpha_r$	0.3412	0.0289	11.80	$3.36 \times 10^{-32}$	***
$\delta_L$	0.1180	0.0353	3.34	$8.34 \times 10^{-4}$	***
$\delta_M$	0.2295	0.0351	6.54	$6.06 \times 10^{-11}$	***
$\delta_r$	0.2166	0.0428	5.07	$3.97 \times 10^{-7}$	***

## A.4 Reliability diagram に関する補足

第 2.3.1 項で述べたように, reliability diagram [2, 3] は, 予測された確率分布が如何に観測値の分布に似ているかを図示する手法である。Reliability diagram は, 横軸に信頼区間の幅 (forecast probability)  $p$  をとり, 縦軸にその  $100p\%$  信頼区間に入った観測値の割合 (observed relative frequency) をプロットした図であり, 予測分布が観測値の分布に等しい場合はプロットが対角線上になる。また, Table 2.3 に示したように, 対角線からのずれ方によって, 予測分布が観測値の分布とどう食い違っているかを判断できる。

第 2.3.1 項では, 予測分布が変化しないとして reliability diagram の性質を説明したが, 実際の予測では予測分布の CDF  $F_t(y_t)$  が時々刻々変化する。そこで, 確率積分変換という考え方で, 分布が変化しても diagram の性質が変わらないことを示す。

一般に, 確率変数  $y$  をその CDF  $F(y)$  で変換した値  $u = F(y)$  は  $[0, 1]$  区間の一様分布  $U(0, 1)$  に従う [4]。この変換は確率積分変換 (Probability integral transform, PIT) と呼ばれる。

Fig.A.2 は, あるベータ分布に従う 5,000 個の乱数を同じ分布の CDF を用いて PIT 変換し, その結果を図の左側にあるヒストグラム (rank histogram [4]) で示したものである。各乱数  $y$  は図中の矢印のように  $u$  に変換される。正しい CDF で変換しているため  $u$  はほぼ一様に分布していることが分かる。サンプル数を増せば, この分布は一様分布に漸近する\*<sup>1</sup>。この  $u$  のヒストグラムは 5% 刻みで描かれ, 各 5% 信頼区間に入った観測値の個数をカウントしたものとなっており, その数がビンによらず一定になることで変換に用いた CDF (予測分布) が正しいことを確認できる。

このヒストグラムを (必要に応じてもっと細かい刻み幅として)  $0 < u < p$  の間で積分した値 (つまり,  $p\%$  信頼区間に入ったサンプル数) を縦軸にプロットすることで reliability diagram が得られるが, CDF が正しいければ一様分布の積分になるため対角線

\*<sup>1</sup> 逆に, CDF の逆関数  $y = F^{-1}(u)$  を用いることで一様乱数から所望の分布に従う乱数を得ることができる。この性質は第 4 章における, 乱数によるシナリオ生成で用いられている。

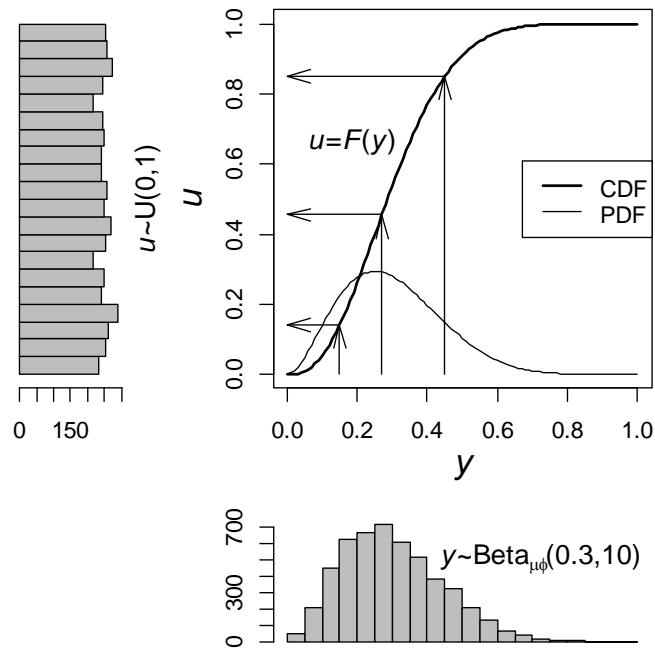


Fig.A.2: Example of probability integral transform (PIT) for beta-distributed 5,000 random numbers following uniform distribution in  $[0,1]$

上の直線になる (Fig.A.4)。

ここで、元の確率分布とは異なる CDF で PIT 変換した例が Fig.A.3 である。この場合は、期待値は同じであるが、真の分布 (図中の実線) よりも分散が小さい overconfident (=underdispersion) な分布 (図中の破線) の CDF を用いて変換しており、 $u$  は一様分布ではなく両端に多くのサンプルが集まる U 字状の分布を示している。逆に真の分布よりも分散が大きい分布で変換した場合は、 $u$  は山状の分布となる。また真の期待値からずれた期待値を持つ分布によって変換した場合には、 $u$  は非対称な分布となる。

この U 字状のヒストグラムを積分すると、Fig.A.4 のような逆 S 字のカーブが現れるため、予測に用いた分布が overconfident であることを確認できる。また予測分布が広がりすぎている underconfident の場合には、reliability diagram が S 字状になる。

このように確率積分変換により、予測分布が変化しても reliability diagram を用いた議論が可能である。

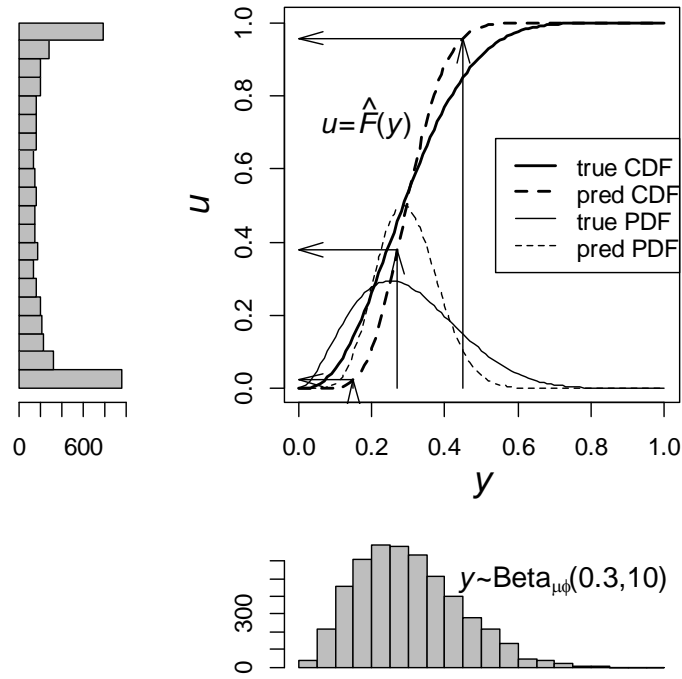


Fig.A.3: Example of probability integral transform (PIT) by overconfidently predicted CDF showing U-shaped distribution

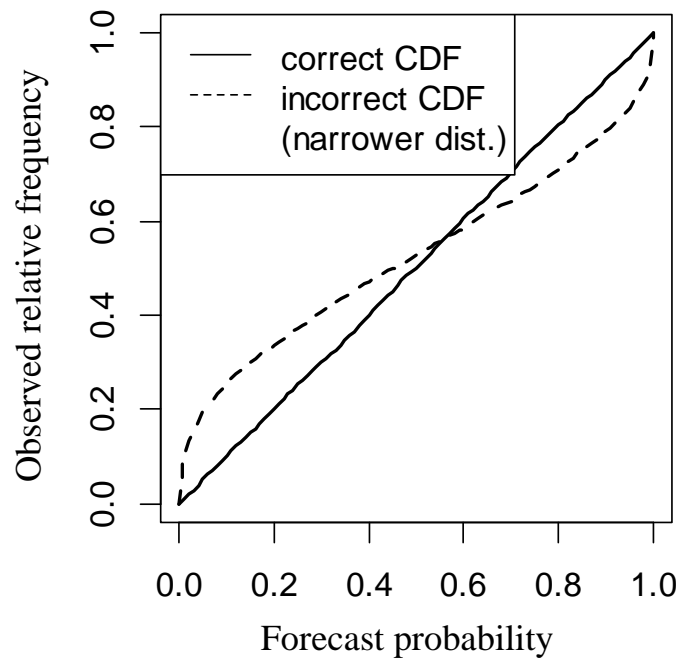


Fig.A.4: Example of reliability diagram for case of correctly estimated distribution (Fig.A.2) and overconfidently estimated distribution (Fig.A.3)



## A.5 確率的予測の評価指標 : Scoring rule

Fig.1.3 に示すように、決定論的予測モデルは点推定値  $\hat{y}_t$  を出力するため、実際に観測された値との間の誤差を比較することで評価することが一般的である。これには平均二乗誤差 (mean squared error, MSE), 平均二乗誤差平方根 (root mean squared error, RMSE), 平均絶対値誤差 (mean absolute error, MAE), およびそれらの相対値を指標として用いる事が多く、これらの値が小さいことが良いモデルの目安とされる。

周知のように、時刻  $t = 1, \dots, T$  における予測値  $\hat{y}_t$  と観測値  $\tilde{y}_t$  が得られた場合に、その MSE は (4) 式, MAE は (5) 式で定義される。

$$\text{MSE} := \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{y}_t - \tilde{y}_t)^2 \quad (\text{A.8})$$

$$\text{MAE} := \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |\hat{y}_t - \tilde{y}_t| \quad (\text{A.9})$$

一方で、確率論的予測モデルは Fig.1.3 のように確率分布  $\hat{F}_t(y)$  を出力するが、実際に観測されるのはその一つの実現値 (観測値)  $\tilde{y}_t$  のみであり、これらに基づき評価を行わなくてはならない。予測分布  $\hat{F}(y)$  と観測値  $\tilde{y}$  のペアから計算されるスカラー値の指標  $S(\hat{F}, \tilde{y})$  は scoring rule と呼ばれており、『予測の良さ』を表すものとして気象学や意思決定理論等の分野で古くから検討されてきた。確率的予測の評価手法に関する包括的な解説としては文献 [4–10] 等が挙げられる。以下では、CRPS や IGN 等の代表的な scoring rule を紹介し、決定論的予測の評価指標との関係や、評価指標の意味や持つべき性質を述べる。

### Brier Score, RPS, CRPS

離散的な確率的予測には、「1mm 以上の雨が降るか降らないか」のように、ある事象発生確率を示す二値予測 (binary forecast, dichotomous forecasts) や、「0~1mm / 1~2mm / 2~5mm / 5mm 以上」のような複数のカテゴリーのそれぞれについて発生確

率  $p_k$  を示す多値予測 (multi-category forecasts) がある。また、多値予測のカテゴリー数を無限にした極限として、連続値のある値  $y$  が実現する確率密度  $f(y)$ 、またはそれを積分した  $F(y)$  を示す手法が、連続値に対する確率的予測 (forecasts for continuous variables) である。

確率的二値予測における Brier Score (BS) [11] は、時刻  $t = 1, \dots, T$  における発生予測確率  $p_t$  と、発生したか否かで 1/0 の値をとる観測値  $o_t$  を用いて

$$\text{BS} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (p_t - o_t)^2 \quad (\text{A.10})$$

により定義される。(A.8) 式の MSE の定義は「予測値と観測値」の差の二乗であるが、(A.10) 式の BS の定義は「予測確率と観測結果 (1/0)」の差の二乗であり全く異なるものである。

常に 100% の確率で発生を予測できれば、常に  $p_t = o_t$  であるため  $\text{BS} = 0$  になる。つまり BS が小さい方が『良い予測』と言える。ここで差の絶対値ではなく、差の二乗で定義することは、後述する proper 性を確保する\*2のために重要である [6, 7]。

二値予測における BS を、順序付きの複数カテゴリーに対する確率的多値予測に拡張したものが ranked probability score (RPS) [12, 13] である。RPS は、時刻  $t = 1, \dots, T$  における、 $k = 1, \dots, K$  番目のカテゴリーの発生予測確率を  $p_{t,k}$ 、観測値を  $o_{t,k} \in \{0, 1\}$  とした時に、それらの  $k$  番目までの累積値  $P_{t,k} = \sum_{j=1}^k p_{t,j}$ 、 $O_{t,k} = \sum_{j=1}^k o_{t,j}$  を用いて、

$$\text{RPS} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K (P_{t,k} - O_{t,k})^2 \quad (\text{A.11})$$

と定義される。

さらに CRPS (continuous RPS) [14] は RPS のカテゴリー数を無限にした極限で得

---

\*2 差の絶対値で定義した指標は linear score と呼ばれるが、後述する proper 性を持たないためあまり使われない。

られる，連続値確率予測に対する指標であり，

$$\text{CRPS} := \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \int_0^1 \left( F_t(y) - \mathbf{1}_{\{y \geq \tilde{y}_t\}} \right)^2 dy \quad (\text{A.12})$$

と積分で定義される\*3。積分範囲は  $y$  が取る値の範囲であり，ここでは晴天指数  $y \in [0, 1]$  を想定して  $0 \sim 1$  としている。 $\mathbf{1}_{\{*\}}$  は指示関数 (indicator function) と呼ばれ， $\{*\}$  内が偽の時に  $0$ ，真の時に  $1$  の値をとる関数であり，Heaviside 関数  $H(x)$  を用いて， $\mathbf{1}_{\{y \geq \tilde{y}_t\}} = H(y - \tilde{y}_t)$  と書いても良い。

ここで確率的予測の不確実性が減少し決定論的予測に近づく極限を考える。例えば，点推定値  $\hat{y}_t$  を出力するモデルでは，PDF は  $f_t(y) = \delta(y - \hat{y}_t)$  というデルタ関数に，CDF は  $\hat{F}_t(y) = \mathbf{1}_{\{y \geq \hat{y}_t\}}$  という階段状の関数になる。この場合， $\hat{y}_t < \tilde{y}_t$  の場合，(A.12) 式の  $\left( F_t(y) - \mathbf{1}_{\{y \geq \tilde{y}_t\}} \right)$  は， $y < \hat{y}_t$  および  $y > \tilde{y}_t$  で  $0$  になるため積分区間は  $\hat{y}_t \sim \tilde{y}_t$  で良く，またその積分区間の中では  $\left( F_t(y) - \mathbf{1}_{\{y \geq \tilde{y}_t\}} \right) = 1$  である。その結果， $\hat{y}_t > \tilde{y}_t$  の場合も合わせて表記すると，

$$\text{CRPS} \xrightarrow{f_t(y) \rightarrow \delta(y - \hat{y}_t)} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \int_{\min(\hat{y}_t, \tilde{y}_t)}^{\max(\hat{y}_t, \tilde{y}_t)} 1^2 dy \quad (\text{A.13})$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \max(\hat{y}_t, \tilde{y}_t) - \min(\hat{y}_t, \tilde{y}_t) \right) \times 1^2 \quad (\text{A.14})$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \hat{y}_t - \tilde{y}_t \right| \quad (\text{A.15})$$

$$= \text{MAE} \quad (\text{A.16})$$

となり，「確率的予測が決定論的予測に近づく極限で CRPS は MAE に一致する」ことが分かる [14]。このことから，「CRPS は応答変数  $y$  と同じ次元（単位）を持つ」ことも分かり，MAE 同様に直感的に理解しやすい指標であることも分かる。

\*3 負号をつけて定義する場合もある。

## IGN

Ignorance score (IGN) は logarithmic score と呼ばれ、離散値・連続値とも次式で定義する\*4。

$$\text{IGN} := -\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \log f_t(\tilde{y}_t) \quad (\text{A.17})$$

このように確率分布の中のある一点の値のみで定義される指標は local scoring rule と呼ばれる。(A.17) 式から明らかなように IGN は「平均対数尤度にマイナスをつけたもの」であることから、その値が小さいほど『良い予測』である。例えば予測値の分布が、期待値  $\hat{y}_t$  で、分散  $\sigma^2$  が一定のガウス分布の場合、

$$\hat{f}_t(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y-\hat{y}_t)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.18})$$

であるため、

$$\text{IGN} = \frac{1}{2\sigma^2} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y - \hat{y}_t)^2 + \frac{1}{2} \log(2\pi\sigma^2) \quad (\text{A.19})$$

$$= \frac{1}{2\sigma^2} \text{MSE} + \frac{1}{2} \log(2\pi\sigma^2) \quad (\text{A.20})$$

である [4]。第 2 項は観測値と関係なく予測分布の拡がりを変換する項である。標本分散 (MSE) が小さい (予測が正確である) だけでなく、モデルの分散  $\sigma^2$  が小さいシャープな予測であるほど IGN の値が小さくなる。

## CRPS と IGN の比較

Table A.5 に、CRPS と IGN の違いをまとめる。前述のように CRPS と IGN は予測分布の拡がりが増加する極限において、それぞれ MAE 及び  $\text{MSE}/2\sigma^2$  に近づく。 $\sigma^2$  がある程度大きく、外れ値が少ない場合は、両者の振る舞いはよく似ている [4]。しかし外れ値 (= 確率がゼロに近い値) が観測された場合の振る舞いはかなり異なり、分布の

\*4  $\log(f_t(\tilde{y}_t)dy)$  と無限小区間  $dy$  を付けることで、IGN の最小値をゼロにする定義もある、 $\log(dy)$  は定数項なので IGN 同士の差を比較する場合は問題にならない。

Table A.5: Comparison among CRPS vs. IGN which are common scoring rules for probabilistic forecasts for continuous variables

Scoring rule	CRPS	IGN
計算 (locality)	分布全体の積分	分布の一点での値 (local score)
不確実性が減少する 極限において	MAE に近づく	$MSE/2\sigma^2$ に近づく
指標の次元 (単位)	応答変数と同じ次元	無次元
外れ値に対して	鈍感 (外れ値に対しロバスト)	敏感
多峰性など確率分布 の詳細な形状	鈍感	敏感
指標最適化に基づく モデル推定	CRPS 最小化法 (MLE より 外れ値に対してロバスト)	最尤法 (MLE) (尤度最大 = IGN 最小)

全ての値についての積分で定義されている CRPS の変化は緩やか (線形) であるが、分布のある一点の値で定義されている IGN は非常に大きくなる。確率ゼロの事象が発生しても CRPS は有限だが、IGN は発散する。つまり、IGN の方が外れ値に敏感である。頻度の高い事象 (確率分布の body) に興味があるのか、稀な事象 (確率分布の tail) に興味があるのかにより両指標を使い分けるべきである。

IGN は対数尤度の負号を反転した物であるため、IGN 最小化によるパラメータ推定は最尤法に等しい。一方 CRPS 最小による推定法も当然考えることが可能であり、外れ値に対してロバストな推定が得られる。CRPS 最小化には BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) アルゴリズムが有効であるとされている。

また PDF にピークが複数ある多峰性の分布である場合などは、CRPS と IGN はかなり異なったものになることが知られている。

### Scoring rule の (strictly) proper 性

Scoring rule が proper であるとは、「予報者が正しいと考えた予報値をそのまま発表すれば、最も高い評価が得られる [7]」ということを意味し、proper 性 (propriety) と

呼ばれる。

数式で表すと、観測値  $\tilde{y}$  が分布  $F$  に従うとしたとき、Scoring rule  $S(\hat{F}, \tilde{y})$  が proper であるとは、 $\hat{F} = F$  の時に  $S(\hat{F}, \tilde{y})$  が最小値をとることであり、strictly proper であるとは最小値をとる  $\hat{F}$  が唯一であることと定義される。

前述の BS, RPS, CRPS, IGN はいずれも strictly proper である。Strictly proper scoring rule は唯一の最適値を持つため、その値を最適化することで前述のようなパラメータ推定 (optimum score estimation) が可能である。

Proper scoring rule の重要な特徴として、

$$\boxed{\text{Score}} = \boxed{\text{Reliability}} - \boxed{\text{Resolution}} + \boxed{\text{Uncertainty}} \quad (\text{A.21})$$

の3項に分解できる [5, 15–17] という性質がある。これら3項の意味は次の通りである。

Reliability は予測分布が観測値の分布を正しく表しているか（分布の正確さ）を表し、値が小さいほど望ましい。これは reliability diagram や PIT histogram という図示法 [14] でも確認できる。

Resolution は分布の正確さとは関係なく、与えられた条件によって予測分布がどれほど異なるものになるか（状況を分離する力）を表す。どんな入力に対しても同じ予測分布を出力するモデルは情報量が低く、resolution はゼロである。(14) 式のようにこの項は負の寄与をするため、値が大きいほど望ましい。

Uncertainty はモデルの性能とは関係なく、予測対象が持つ本質的な不確実性（予測の難しさ）を表す。例えば降水予報において、1年の内365日晴れている地域の uncertainty はゼロであり、182日晴れ／183日雨の地域は uncertainty が最大になる。

本節では CRPS と IGN という scoring rule を紹介したが、これら以外にも数多くの指標 [4–10] があり、近年においても Energy score などの新たな指標が提案されている。また、高次元同時分布に対する評価手法の確立などが今後の課題である。

## A.6 ノンパラメトリック手法：分位点回帰

本論文ではパラメトリックモデルであるベータ回帰を用いた確率的予測手法を提案した。本節では参考のために、分位点回帰の概要を述べる。

説明変数  $\mathbf{x}_t$  と、観測値  $\tilde{y}_t$  が得られた場合に最小二乗法 (least squares method) では (A.22) 式のように二乗誤差を最小にすることにより回帰関数  $g(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})$  のパラメータ推定値  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  を得る。これは、応答変数  $y$  がガウス分布に従うと仮定して最尤推定によりその「期待値」を  $g(\mathbf{x}_t; \hat{\boldsymbol{\beta}})$  で表すことに等しく\*5、期待値と分散以外の情報は得られない。

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\beta}} \sum_{t=1}^T \left( \tilde{y}_t - g(\mathbf{x}_t; \boldsymbol{\beta}) \right)^2 \quad (\text{A.22})$$

一方、(A.23) 式のように絶対値誤差が最小になるように  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  を推定すると、 $g(\mathbf{x}_t; \hat{\boldsymbol{\beta}})$  は分布の「中央値 (50% 分位点)」を表す。

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\beta}} \sum_{t=1}^T \left| \tilde{y}_t - g(\mathbf{x}_t; \boldsymbol{\beta}) \right| \quad (\text{A.23})$$

さらに、(A.24) 式のように誤差が負の場合と正の場合に分けて、それぞれの絶対値誤差に  $(1-p)$  と  $p$  の重みを掛けて足し合わせたものを最小にすると、 $g_p(\mathbf{x}_t; \hat{\boldsymbol{\beta}})$  は「 $100p$  % 分位点」の値を表す。つまり、 $F^{-1}(p|\mathbf{x}_t) = g_p(\mathbf{x}_t; \hat{\boldsymbol{\beta}})$  である。

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\beta}} \left\{ (1-p) \sum_{\tilde{y}_t < g(\mathbf{x}_t; \boldsymbol{\beta})} \left| \tilde{y}_t - g(\mathbf{x}_t; \boldsymbol{\beta}) \right| + p \sum_{\tilde{y}_t \geq g(\mathbf{x}_t; \boldsymbol{\beta})} \left| \tilde{y}_t - g(\mathbf{x}_t; \boldsymbol{\beta}) \right| \right\} \quad (\text{A.24})$$

(A.24) 式のようなモデル化の手法は分位点回帰 (quantile regression) と呼ばれ、 $p$  の値を変えることで任意の分位点に関する、つまり分布全体に関する情報が得られるようになる (distributional forecasts)。

最小二乗法は、回帰関数が線形の場合は正規方程式を特異値分解等で解くことにより、また非線形の場合は残差二乗和を Levenberg-Marquardt 法等の非線形最適化等で解く

\*5 ガウス分布でない場合でも、かなり一般に、最小二乗法の結果は最良線形不偏推定量 (BLUE) を与える。

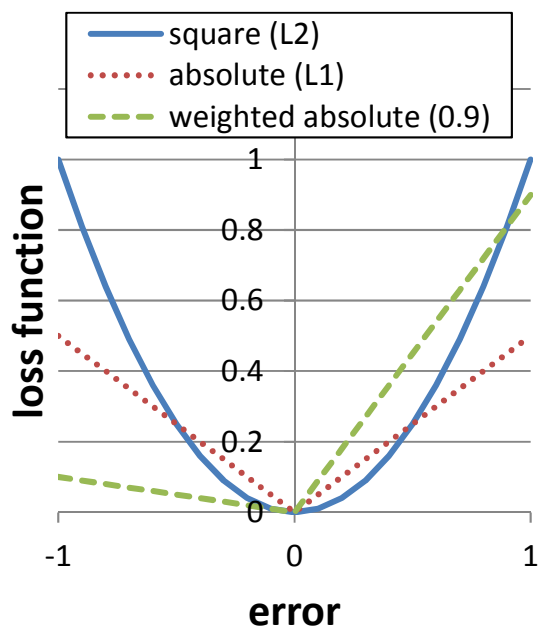


Fig.A.5: Loss functions of least squares method and quantile regression.

ことによりパラメータ推定を行うが，分位点回帰は  $g(\mathbf{x}_t; \boldsymbol{\beta})$  が線形関数であれば線形計画法 (LP) で解くことができる。

最小二乗法・分位点回帰ともに誤差に対する損失を最小にすることでモデルを推定するが，最小化の目的関数（損失関数）が Fig.A.5 のように，二乗誤差か，（重み付き）絶対値誤差かという違いにより，統一的に理解できる。絶対値誤差の方が二乗誤差よりも外れ値に強い性質がある。

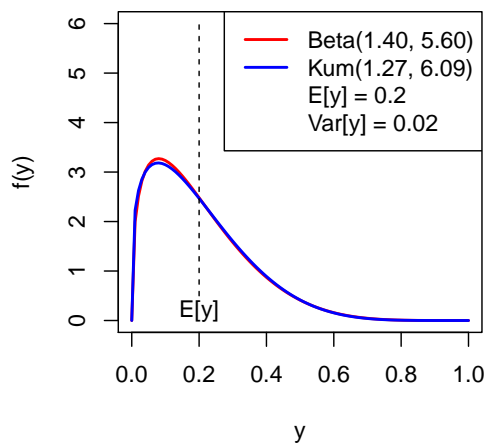


## A.7 有限区間の確率分布

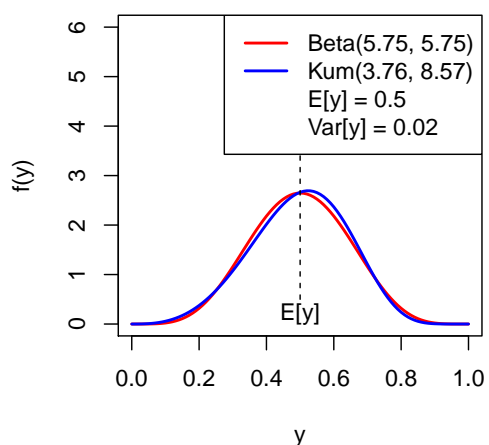
本研究では、 $[0, 1]$  の有限区間に属する物理量である晴天指数（日射量）の不確実性を、代表的な有限区間の確率分布であるベータ分布を用いてモデル化した。 $[0, 1]$ -区間の確率分布は、他に Kumaraswamy 分布 [18] も知られており、Table A.6 に両者の比較をまとめる。

Kumaraswamy 分布は PDF や CDF が初等関数になるという利点があるが、指数型分布族に属さないため、対数尤度の微分が煩雑になり、また期待値が複雑な関数形となるため、回帰モデルには適していない。

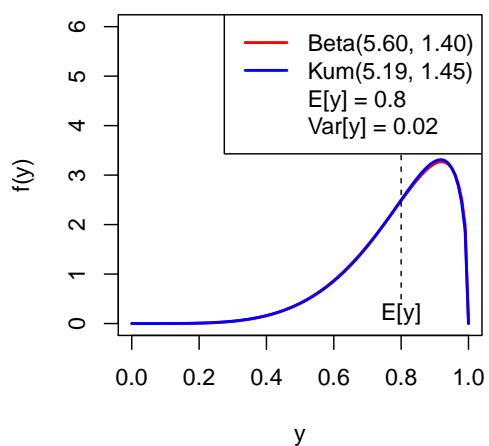
Fig.A.6 において、同じ平均値と分散を持つベータ分布と Kumaraswamy 分布の PDF を比較する。両者の分布形状は非常によく似ていることが分かる。



(a)



(b)



(c)

Fig.A.6: Comparison of PDF between beta and Kumaraswamy distribution with identical mean and variance:  $\text{Var}[y] = 0.02$ , (a)  $E[y] = 0.2$ , (b)  $E[y] = 0.5$ , and (c)  $E[y] = 0.8$

Table A.6: Probability distributions on a bounded interval  $[0, 1]$

$B(a, b)$ : beta function,  $I_y(a, b)$ : regularized incomplete beta function

\*mode exists only if  $a > 1$  and  $b > 1$

	beta dist.	Kumaraswamy dist.
	$y \sim \text{Beta}(a, b)$	$y \sim \text{Kum}(a, b)$
Exponential family?	Yes	No
parameter	$a > 0, b > 0$	$a > 0, b > 0$
PDF $f(y)$	$\frac{y^{a-1}(1-y)^{b-1}}{B(a, b)}$	$ab y^{a-1}(1-y^a)^{b-1}$
CDF $F(y)$	$I_y(a, b)$	$1 - (1 - y^a)^b$
$E[y]$	$\frac{a}{a+b}$	$b B\left(1 + \frac{1}{a}, b\right)$
$\text{Var}[y]$	$\frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$	$b B\left(1 + \frac{2}{a}, b\right) - E[y]^2$
Median $[y]$	$\sim \frac{a - \frac{1}{3}}{a + b - \frac{2}{3}}$	$\left(1 - 2^{-\frac{1}{b}}\right)^{\frac{1}{a}}$
Mode $[y]^*$	$\frac{a-1}{a+b-2}$	$\left(\frac{a-1}{ab-1}\right)^{\frac{1}{a}}$

## 参考文献

- [1] H. Akaike. “Information theory and an extension of the maximum likelihood principle”. In *2nd International Symposium on Information Theory*, pp. 267–281, (1973).
- [2] 山寄朋秀, 本間隼人, 若尾真治, 藤本悠, 林泰弘. “太陽光発電出力予測のための Just-In-Time Modeling を用いた日射量予測信頼区間の推定方法”. *電気学会論文誌 B*, Vol. 135, No. 3, pp. 160–167, (2015). doi:10.1541/ieejpes.135.160 .
- [3] J. Juban, L. Fugon, and G. Kariniotakis. “Probabilistic short-term wind power forecasting based on kernel density estimators”. In *European Wind Energy Conference 2007*, (2007). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00526011/> .
- [4] D. S. Wilks. “Statistical methods in the atmospheric sciences”. Academic Press, 3rd edition, (2011).
- [5] J. Tödter. “New aspects of information theory in probabilistic forecast verification”. Master’s thesis, Goethe Univ., (2011).
- [6] I. T. Jolliffe and D. B. Stephenson. “Forecast verification: A practitioner’s guide in atmospheric science”. Wiley, 2nd edition, (2012).
- [7] 立平良三. “気象予報による意思決定”. 東京堂出版, (1999).
- [8] C. Ferreira, J. Gama, L. Matias, A. Botterud, and J. Wang. “A survey on wind power ramp forecasting”. Technical Report ANL/DIS-10-13, Argonne National Lab., Decision and Information Sciences Div., (2010). <http://www.dis.anl.gov/pubs/69166.pdf> .
- [9] WWRP and WCRP. “Forecast verification: Issues, methods and faq”. online. <http://www.cawcr.gov.au/projects/verification/> .
- [10] B. Casati, L. J. Wilson, D. B. Stephenson, P. Nurmi, A. Ghelli, M. Pocerich, U. Damrath, E. E. Ebert, B. G. Browne, and S. Masonh. “Review forecast verification: current status and future directions”. *Meteorological Applications*,

- Vol. 15, pp. 3–18, (2008). doi:10.1002/met.52 .
- [11] G. W. Brier. “Verification of forecasts expressed in terms of probability”. *Monthly Weather Review*, Vol. 78, No. 1, pp. 1–3, (1950). doi:10.1175/1520-0493(1950)078<0001:VOFEIT>2.0.CO;2 .
- [12] E. S. Epstein. “A scoring system for probability forecasts of ranked categories”. *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 8, pp. 985–987, (1969).
- [13] A. H. Murphy. “On the “ranked probability score””. *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 8, pp. 988–989, (1969).
- [14] H. Hersbach. “Decomposition of the continuous ranked probability score for ensemble prediction systems”. *Weather Forecasting*, Vol. 15, pp. 559–570, (2000). doi:10.1175/1520-0434(2000)015<0559:DOTCRP>2.0.CO;2 .
- [15] A. H. Murphy. “A new vector partition of the probability score”. *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 12, pp. 595–600, (1973).
- [16] J. Tödter and B. Ahrens. “Generalization of the ignorance score: Continuous ranked version and its decomposition”. *Monthly Weather Review*, Vol. 140, pp. 2005–2017, (2012). doi:10.1175/MWR-D-11-00266.1 .
- [17] Wikipedia.en. “Brier score”. [https://en.wikipedia.org/wiki/Brier\\_score](https://en.wikipedia.org/wiki/Brier_score).
- [18] P. Kumaraswamy. “A generalized probability density function for double-bounded random processes”. *Journal of Hydrology*, Vol. 46, No. 1-2, pp. 79–88, (1980). doi:10.1016/0022-1694(80)90036-0 .