

別紙 4

報告番号	※	第	号
------	---	---	---

## 主 論 文 の 要 旨

論文題目 Refined Large N Duality and Positivity Conjecture of Refined Chern-Simons Invariants  
(Refined Large N 双対性と Refined Chern-Simons 不変量の正整数予想)

氏 名 亀山 昌也

## 論 文 内 容 の 要 旨

本論文では Chern-Simons 理論と位相的弦理論, 及びそれらの間の large N 双対性を"精密化"の観点から研究する. Chern-Simons 理論は結び目の量子不変量を, 位相的弦理論は 3 次元 Calabi-Yau 多様体の数え上げ不変量を導く位相的な物理理論である. Large N 双対性はこれら一見異なる二つの理論の間の等価性を主張するため物理と数学の双方で驚くべき関係を提供している. 近年の進展で各理論の精密化が提案された. 1999 年に Jones 多項式の圏化(精密化)が提案されたことを機に量子不変量の圏化として結び目ホモロジーが結び目理論で研究されている. 本研究では colored HOMFLY-PT 多項式の圏化によってできるホモロジー的結び目不変量を扱う. このホモロジー的結び目不変量に対する主要な物理的アプローチは 2 つある. 一つ目は結び目ホモロジーがある BPS 状態のなす Hilbert 空間と同型であるという 2004 年の Gukov-Schwarz-Vafa の予想である. ここで, この Hilbert 空間は Chern-Simons 理論と位相的弦理論の間の large N 双対性の文脈で 1999 年から 2000 年にかけて Labastida-Marino-大栗-Vafa によって導入されたものである. Labastida-Marino-大栗-Vafa は large N 双対性から colored HOMFLY-PT 多項式の整数性を予想した. 二つ目は 2011 年に Aganagic-Shakirov によって提案された refined Chern-Simons 理論 (Chern-Simons 理論の精密化) である. Refined Chern-Simons 理論から計算される refined Chern-Simons 不変量は既存のホモロジー的結び目多項式をある変数変換の下で再現する. 更に refined Chern-Simons 不変量は長方形の Young 図に対し colored HOMFLY-PT ホモロジーのホモロジー的結び目不変量と一致することが予想されている. しかし refined

Chern-Simons 不変量は長方形でない Young 図に対し負の整数係数を持つ Laurent 多項式を与えるためこれはホモロジー的結び目不変量として解釈できない。この表現に対するホモロジー的結び目不変量は未だ構成できていないこと、また refined Chern-Simons 理論はホモロジーと関係無く定義される理論のため refined Chern-Simons 不変量の負整数係数性はこれまで謎のままであった。

以上の背景の下、申請者は縄田聡氏との共同研究によって結び目を含む場合の refined Chern-Simons 理論と精密化された位相的弦理論の large N 双対性を定式化し、その結果 refined Chern-Simons 不変量の正整数予想を得た。Refined Chern-Simons 不変量の正整数予想とは refined Chern-Simons 不変量の適切な組み合わせとして表すことができる refined reformulated invariants と呼ばれる不変量が refined Chern-Simons 理論と同じ変数変換の下で非負整数の Laurent 多項式になるという予想である。Refined Chern-Simons 不変量は逆に refined reformulated invariants の適切な組み合わせとして表すことができるため両者の不変量は等価である。従って refined Chern-Simons 不変量の負整数係数は問題を引き起こさないことを意味している。我々の正整数予想は Labastida-Marino-大栗-Vafa の整数予想の精密化であると同時に Gukov-Schwarz-Vafa の予想の一般の表現への拡張にもなっている。また、Refined Chern-Simons 不変量は現在の所トールス結び目、絡み目でのみ定義できている不変量であるが我々は Gorsky-Gukov-Stosic で予想された 4 次数付き色付きホモロジーの結果を用いて実験的に非トールス結び目への拡張を検証し、この場合でも正整数性を確認した。