

## 別紙 4

報告番号	※	第	号
------	---	---	---

## 主論文の要旨

論文題目 **A freeness criterion for spherical twists**  
(球面捻りに対する自由性判定法)

氏名 金 鍾明

## 論文内容の要旨

Seidel-Thomas[ST]は Dehn 捻り (Dehn twist) のミラー対称的な対応物として球面捻り (spherical twist) を定義した。曲面上の単純閉曲線に対してそれに関する Dehn 捻りが曲面の写像類群の元として定まるのと同様に、(dg 増強を持つ) 三角圏の球面对象 (spherical object) に対してそれに関する球面捻りという三角圏の自己同値関手が定まる。

Dehn 捻りと球面捻りは多くの類似の性質を持つ。例えば、2 つの単純閉曲線の間幾何学的交点数が 0 ならそれらに関する Dehn 捻りは可換になり、1 なら組み紐関係式を満たすことが知られているが、球面捻りの場合にも同様に、Seidel-Thomas[ST]は 2 つの球面对象の間の Hom の次元が 0 ならそれらに関する球面捻りは可換になり、1 なら組み紐関係式を満たすことが示されている。

一方、2 つの単純閉曲線の間幾何学的交点数が 2 以上の場合にはそれらに関する Dehn 捻りの間には関係式が存在しないこと、即ち、その 2 つの Dehn 捻りが生成する写像類群の部分群が階数 2 の自由群と同型になることが Ishida[Ish]等によって示されている。これに対応する球面捻りに関する結果として、Keating[Kea]は Ishida[Ish]の証明を一般化し、深谷圏の 2 つの球面对象の間の Hom の次元が 2 以上ならそれらに関する球面捻りの間には関係式が存在しないことを示した。

更に、Humphries[Hum]は  $m$  個の単純閉曲線の集合を考え、その集合の分割に対して完全分割 (complete partition) という概念を導入した。そして、Humphries[Hum]は  $m$  個の単純閉曲線の集合が完全分割を持ち、 $m$  個の単純閉曲線が円盤を囲まないなら、それらに関する Dehn 捻りが生成する写像類群の部分群が自由 Abel 群の自由積と同型になることを示した。

Humphries[Hum]の結果及び証明を一般化した先行研究はまだないようであるが、関連する先行研究として、Licata[Lic]は  $m$  個の頂点を持つ完全グラフから定まるジグザグ代数のホモトピー圏を考え、完全グラフの頂点に対応する  $m$  個直既約射影加群に関する球面捻りの間には関係式が存在しないこと、即ち、 $m$  個の球面捻りが生成する自己同値群の部分群が階数  $m$  の自由群と同型になることを示した。Licata[Lic]の結果は本論文の結果の特別な場合である。

本論文では、まず Humphries[Hum]により導入された完全分割等の概念を球対象の集合の場合に一般化する。その後、主定理として、 $m$  個の球対象の集合が完全分割を持ち、ある仮定を満たせば、それらに関する球面捻りが生成する自己同値群の部分群が自由 Abel 群の自由積と同型になることを証明する。

[Hum] S.P. Humphries, *Free products in mapping class groups generated by Dehn twists*, Glasgow Math. J. **31** (1989) 213-218.

[Ish] A. Ishida, *The structure of subgroup of mapping class groups generated by two Dehn twists*, Proc. Japan Acad. Ser. A **72** (1996) 240-241.

[Kea] A. Keating, *Dehn twists and free subgroups of symplectic mapping class groups*, J. Topology **7** (2) (2014) 436-474.

[Lic] A. Licata, *On the 2-linearity of the free group*, Contemporary Mathematics **683**, 149-181, AMS, 2017.

[ST] P. Seidel and R. Thomas, *Braid group actions on derived categories of coherent sheaves*, Duke Math. J. **108** (1) (2001) 37-108.