

論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※	第	号
------	---	---	---

氏 名 宮川 貴史

論 文 題 目

Mean values and various analytic properties of multiple zeta-functions

(多重ゼータ関数の平均値および種々の解析的性質)

論文審査担当者

主 査 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 理学博士.
山 上 滋

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 理学博士
松 本 耕 二

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 理学博士
鈴 木 浩 志

委 員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 博士 (理学)
糸 健 太 郎

論文審査の結果の要旨

リーマンのゼータ関数およびその一般化でもあるディリクレの L 関数は、整数の性質を解析的な手法で調べる上で基本的に重要なものであり、それから派生する様々なゼータ型関数も含めて多くの成果が得られ、現在も活発な研究がなされている。

そういった種々のゼータ型関数の中でも、多重ゼータ関数と呼ばれる一連のクラスは、1990年代になってモチーフ理論や結び目の理論、数理物理など多方面の数学との関連が指摘されて以来、多くの研究者の関心を引き続けている。

宮川氏はこの多重ゼータ関数の研究を行ない、その解析的な性質についての注目に値する幾つかの結果を得た。

それは大きく分けて3つの部分に分けられる。一つは、本研究科の松本耕二氏によって展開された Mordel-Tornheim 型多重ゼータ関数の理論に関連するもので、Mordell-Tornheim 型を変形した新たな系列の多重ゼータ関数を導入し、それらの系列に属する関数相互の間に積分表示が成り立つことを示すことで帰納的に解析的な性質を導くなど、基本的な結果を証明し、さらに指標付きの場合への拡張も行なった。

次に、Barnes 型と呼ばれる一変数の多重ゼータ関数について、二乗平均値の虚数軸方向の漸近挙動を解明する公式を得ることに成功した。多重ゼータ関数の平均値の研究は、2015年頃に Euler-Zagier 型や Mordell-Tornheim 型の場合に初めて研究論文が現れた非常にホットな話題であるが、宮川氏はまだ誰も取り扱っていなかった Barnes 型に目をつけ、まず二重の場合に、精密な計算によって $\Re s > 3/2$ における二乗平均値の漸近公式を得た。続いて、Barnes 型のさらに特殊な場合である Hurwitz 型多重ゼータ関数について、古典的な Hurwitz ゼータ関数の平均値定理に帰着させるというまったく異なるアイデアにより、二重のみならず一般の多重の場合にも、より精密な平均値定理が得られることを証明した。

こうした平均値定理の研究において、古くからよく用いられる手段の一つが、「近似関数等式」と呼ばれる、ゼータ関数を有限和で近似する形の公式である。宮川氏は、Hurwitz ゼータ関数とその一般化である Lerch ゼータ関数に関する近似関数等式の新しい形のを提示し、その応用として、二乗平均値型漸近公式の主要項の新たな導出に成功した。

さらに、Barnes 型二重ゼータ関数についても近似関数等式の導出を試み、一定の成果を得た。これは Barnes 型二重ゼータ関数の、 $\Re s \leq 3/2$ という、より困難な領域における平均値定理を導出するための布石であり、今後の宮川氏の研究進展の手がかりを与えるものと期待される。

このように、宮川氏の学位論文は Riemann ゼータ関数および関連する多重ゼータ関数の漸近挙動に関する研究を着実に前に進めるものであり、学位論文として十分な内容を持つものである。第二・第三の成果の一部は副論文として Tokyo J. Math. 誌と Comment. Math. Univ. St. Pauli 誌への掲載が決定している。

本学位申請に伴う公開学位審査セミナーは2018年2月23日に行われ、学位申請内容の明快な説明と質問に対する的確な応対を通じて、申請者が博士の学位を取得するに足る高い学識を有することが確認された。

以上により、学位審査委員会は、申請者には博士（数理学）の学位が授与される資格があるものと判断する。