

報告番号	※甲	第	号
------	----	---	---

## 主論文の要旨

論文題目 Coarse Analysis の手法による集団運動の巨視的振る舞いの研究

氏名 三浦 康也

## 論文内容の要旨

相互作用する多数の要素からなる集団が、全体として秩序だった振る舞いをする現象は、原子・分子の集団から、生体細胞の集団や動物の群れ、人間の集団に至るまで幅広い領域で見られる。このなかで、原子・分子の集団としての巨視的な物質の振る舞いの研究は、統計物理学と呼ばれる分野において長い歴史を持っており、その理論体系は確立されている。近年は生物や人間の集団の振る舞いまでが、物理学の研究対象として注目を集めるようになった。この新しい研究領域においては、相互作用の非対称性のために従来の統計物理学の手法をそのまま適用することは困難である。このような対象に対する一般的な解析手法が確立されておらず、解析手法は微視的なモデルに依存した各論になりがちなのが現状である。このような状況で、対象の相互作用の微視的詳細に依存せず、巨視的な観点から解析を行うための数理的手法が要請される。

集団運動という巨視的な振る舞いを記述するには、集団のダイナミクスを定量的に表現するための巨視的変数が必要となる。非対称相互作用により発生する巨視的なパターンは複雑かつ多様であり、そのようなパターンの相違を定量的に記述する巨視的変数を定義することは一般に困難である。本研究では、集団の巨視的パターンを特徴づける少数の特徴量を抽出する系統的な手法として、データ解析の分野で用いられているパターン認識の手法を用いることにする。このようなデータ解析の手法を集団運動に適用した先行研究は少ないながらもいくつか存在するが、これらの研究ではパターンを区別するための変数を見出すことに主眼が置かれており、パターンの発生や遷移といった巨視的なダイナミクスの支配法則を見出すという観点から調べられてはいない。本研究においては、パターン認識の手法により得られた変数を、集団のダイナミクスを記述する巨視的な力学変数とみなし、その振る舞いのパラメータ依存性を調べることにより、集団運動の巨視的理論の構築を試みる。このような手法を、Coarse Analysis と呼ぶことにする。Coarse Analysis は次の手順からなる。まず、微視的状态のデータ集合に対して、パターン認識の分野で用いられている次元削減手法を適用し、集団の巨視的振る舞いを記述するための少数の巨視的変数を得る。ここで用いられる次元削減手法としては様々な手法が存在するが、いずれの手法も、微視的変数で表されたパターン間の類似度を表す行列を定義し、その行列の大きな固有値に対応する少数の固有ベクトルで張られる低次元空間を構成するという点で共通してい

る。次元削減手法により得られた低次元空間上の1点は、実空間上の集団のある時刻におけるパターンに対応しており、パターンの時間発展はこの低次元空間上の軌道に対応する。そして、様々な初期状態に対するパターンの時間発展を、この低次元空間上において調べることにより、パターンの発生や遷移を支配する巨視的法則を見出す。さらに本研究では、巨視的変数の振る舞いのパラメータ依存性や状況の変化に対する応答を調べることにより、集団の制御を行うことを試みる。制御に用いる対象の変化に対する集団のパターンの応答を調べることは、実際的な応用のために重要であるだけでなく、集団運動の支配法則を、操作論的観点から理解することに貢献すると考えられる。

本論文では、Coarse Analysisの適用例として、交通流の数理モデルであるOptimal Velocityモデル(以下OVモデル)の解析を行った。OVモデルは、交通流における渋滞の発生を再現する1次元多粒子系である。個々の車両を表す粒子の挙動は運動方程式により記述され、自由流解と渋滞流解という2つの定常解をもつ。この2つの定常解がいずれも安定になるパラメータ領域が存在することが、数値計算の結果から知られている。このような双安定性は実際の交通流においても観測されており、その物理的機構の解明と現実の対処のいずれの観点においても興味深い現象である。OVモデルにおいて各粒子は運動方向の前方の粒子のみと相互作用するため、作用反作用の法則が破れており、ハミルトニアンによる記述はできず、従来の統計物理学的手法をそのまま適用することはできない。力学系の標準形の理論を用いた解析などもされているが、本論文では、Diffusion mapと呼ばれる次元削減手法を用いることで、OVモデルの双安定性の解析を試みた。Diffusion mapとは、各パターンを表す微視的空間内のデータ点をノードとみなしたグラフ上にランダムウォークを定義し、パターン間の類似度を表す行列を遷移行列として与えることによって次元削減を行う手法である。OVモデルのシミュレーションにより得られた微視的状态のデータ集合に対してDiffusion mapを適用し、集団の巨視的振る舞いを記述する2次元空間を構成すると、双安定なパラメータ領域のもとで、自由流解はこの2次元空間の1点で表される安定的固定点、渋滞流解は円状の安定リミットサイクルとして表されることが見出された。そして、自由流解と渋滞流解の中間状態の時間発展を、この2次元空間上の軌道として調べることにより、これらの2つの安定解の吸引領域を隔てる不安定リミットサイクルを見出すことができた。さらに、定常解の制御パラメータ依存性を調べることにより、定常解の分岐現象を調べた。その結果、OVモデルの2つの定常解の双安定性は、Diffusion mapの方法で得られた2次元空間におけるサブクリティカルHopf分岐の構造に対応していることが明らかになった。

次に、Coarse Analysisによる集団運動の制御の適用例として、歩行者集団の出口退出過程における移動する障害物を用いた最適避難の研究を行った。屋内で火災が発生した場合などの緊急時において歩行者の集団が出口に殺到したとき、歩行者が押し合うことにより混雑が発生することで、避難が完了するまでにかかる時間が長くなることや、事故が発生する危険性が高まることが知られている。このような混雑の発生は、「個々の歩行者が急ぐほど全員の退出時間が長くなる」という集団効果の現れであり、集団運動の一例として興味深い現象である。先行研究において、出口付近に障害物を設置すると、避難時に歩行者の流れが改善し、退出完了にかかる時間を短縮できることが、数理モデルのシミュレーションや実際の歩行者を使った実験によって示されている。しかし、出口前に固定された障害物は、平常時においては歩行者の移動の妨げになってしまう。そこで本論文では、歩行者の配置に応じて障害物を移動させることによって、より効率的な制御を行うことを、Coarse Analysisの手法により定量的に解析した。まず、いくつかの初期状態に対する出口

退出過程のシミュレーションを行い、歩行者集団の微視的状態のデータ集合を得た。シミュレーションには、Social Force モデルという、歩行者の挙動を運動方程式で記述するモデルを用いた。このデータ集合における歩行者集団の配置パターンを表す各データ間の類似度を Earth Mover's Distance という距離関数として与え、この類似度を表現する行列に対して多次元尺度構成法と呼ばれる次元削減手法を用いることにより、歩行者集団の配置パターンを1点で表す2次元空間を構成した。そして、歩行者集団の様々な初期状態に対する時間発展をこの2次元空間上の軌道として表すと、出口で混雑が発生する場合の時間発展に対応する軌道が通過する領域が見出された。この結果から、歩行者集団の状態を表す2次元空間上の点が、この領域の外側にあるときは障害物を出口から遠ざけておき、領域内部に入ったときに障害物を出口正面へと移動させるという制御方法を考案した。この制御方法により、歩行者集団の効率的な出口退出を実現できることが、シミュレーションにより確認された。

以上の2つの応用例において、Coarse Analysis の有効性を示すことができた。今後の課題として、低次元空間を構成する巨視的変数の物理的意味を明らかにすることであることを指摘した。













