

# 数学科の学習困難点とその指導法

——中学1年に文字を導入して——

兵 藤 祚 夫 ・ 岩 倉 一 ・ 新 海 寛

## I. 目 的

### 1. 文字の機能について

文字の使用は数学の分野に大きな位置を占めている。たとえば文字を使用しなければ、どのような二次方程式が実根をもつか簡潔に表現できないだろう。この場合文字を使用すればすべての二次方程式は  $ax^2+bx+c=0$  の形に書き表わされる。このとき、実根条件は  $b^2-4ac \geq 0$  とあらわされる。ここで  $a, b, c$  は有限な定数である。また  $a, b, c$  は一つの具体的な数でなくて、一定の条件を満足する全ての数を代表している。一方  $x$  は  $a, b, c$  とは異なり  $a, b, c$  の値に応じて定まる数をあらわす。このような文字を使用することによって方程式の表現や取扱は便利になるとのである。以上の点から文字は次の二つの機能をもっている考えられる。

- ① 一定の条件を満足する全ての数を代表し、数学上の数量関係（法則公式等）の表現を一般化する。
- ② 特定の数値を文字で代用して、数量関係の表現を簡明化し、その数値を求める手段となる。

### 2. 中学教材における文字使用の必要性

中学校の数学のなかで代数教材がいかに重要であるか多言するまでもない。代数教材理解の前提として文字使用の意味を理解することが大切である。

### 3. 現 状 分 析

従来文字の使用は中学2年で正負の数とともに学習することになっていたが、わずかの時間にこれを導入するので、多くの生徒はその学習に困難を感じてきた。具体的な数量関係からそ

れを一般化、抽象化するとき文字の機能があらわれる。また文字関係にともなう記号の約束を理解するには長い時間を必要とする。

今年度の各教科書を調べてみると中学1年から準備段階としての文字が使用されている。しかしその大部分は計算法則表現の簡略化（例えば  $\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{b \times d}{a \times c}$ ）を主たる目標にしており、機能の面が入っていないため準備としてはいささか不適切ではないかと考えられる。この中で啓林館のものについていえばやや取扱いが入念で文字式の簡単な変形まで用意している。しかしながらこの教科書にも次のような難点が考えられる。

- ① 文字を導入するため取扱っている問題が利息計算であるため難かしすぎる。
- ② 1年と2年の文字の取扱い方に間隙がある。1年では文字の機能にふれず単なるおきかえを取扱ったにすぎないのに、2年では急激に文字式の機能（特に①の場合）を既習事項として考え、公式による変形を直接取扱っている。

### 4. 研究上の着意

以上のことから次の諸点に着目して指導法を考察することにした。

- ① 文字の機能を中心としてこれを導入する。（1. 公式の作り方、公式の意味、公式の変形、公式の利用法等。—2 方程式の未知数としての文字）
- ② 教材は生徒の生活経験および学習事項に関係の深いものを用いる。
- ③ 研究の対象学年は中学1年とする。  
特に中学1年を対象学年としたのは次の理由による。従来、文字使用は1年、2年に

わたっているが、そのさい1年でどの程度をあたえるかを問題にする。その結果を現2年と対比する。一方数学の水準ひいては科学技術の水準を高めようとする要望があり、そのためにも文字はできるだけ早期に導入するのが望ましいと思う。

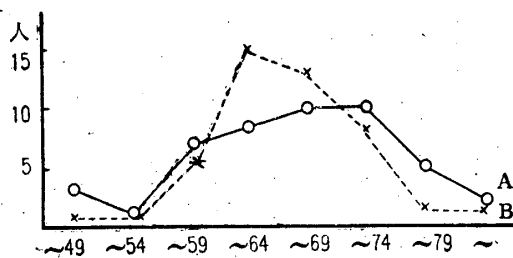
## Ⅱ. 実施計画

上述の目的を達成するために、新しい教材を作成して従来のものと比較研究を実施し、事後の結果について分析した上各種の資料を得たいと考えた。

知能テスト

新田中B式

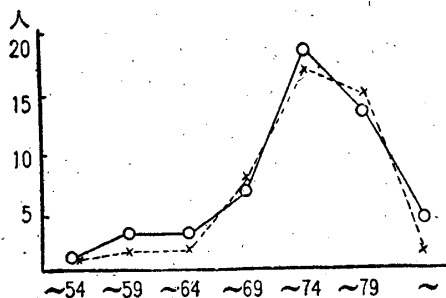
偏	～49	～54	～59	～64	～69	～74	～79	～
A	3	1	7	8	10	10	5	3
B	1	1	6	15	13	8	2	2



学 力

標準学力 (小. 6. 数学)

偏	～54	～59	～64	～69	～74	～79	～
A	1	3	3	7	18	13	4
B	1	2	2	8	17	15	2



## 2. 教 材

後半は2年の教材に入るのでB組には2年の教科書(啓林館)の一部(負数に関係のあるところ)を修正して印刷し、A組には全く新しい

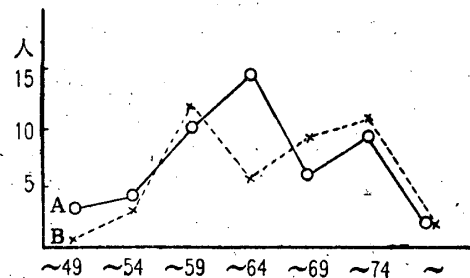
## 1. 対 象 学 年

中学1年A, B組 各49名

A, B両組の学級構造は入学時の諸検査によって同じように作られているのはずであるが、さらにその後行った知能テスト、数学学力テストを比較してみると下表のようになる。クラスの場合はA組では自由な発言が多すぎて授業はしばしば中断されるに反して、B組は教師の話を注意してきこうとする意欲が強く指導しやすい性格をもっている。

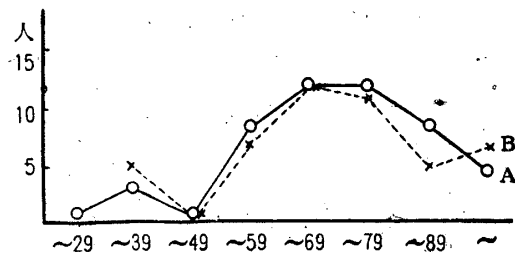
名 大 式

偏	～49	～54	～59	～64	～69	～74	～
A	3	4	10	14	6	9	2
B	1	3	12	6	9	11	2



1学期末テスト

素	～29	～39	～49	～59	～69	～79	～89	～
A	1	3	1	8	12	12	8	4
B	0	5	1	7	12	11	5	7



テキストを用意した。それは数年前より我々が調査している外国の教科書のうちイギリスのものを参考にし、問題集の形式をとった次のようなものである。

テキスト抜粋 (問題番号はテキストの通り)

問題 1 10問 (公式の意味・作り方)

- (1) 縦8cm. 横6cmの矩形の面積はいくらか? どうすれば求められるか説明せよ。矩形の面積を求める式を作れ。
- (5) ある人が64kmの距離を行くのに自動車で2時間かかった。自動車の速さはどれだけか。距離を  $s$  時間を  $t$  として速さ  $v$  を求める式を作れ。
- (7) 電球のワット数は、それにかかる電圧と電流を掛ければ得られる。これを式に作れ。電圧 100 ボルト 電流 0.6 アンペアの時のワット数を求めよ。

問題 2 16問 (公式の意味・作り方)

- (2) 太郎は1946年には12才だったとすると 1968年には何才になるか?  
1938 年に  $b$  才であった人は 1970 年には何才になるか。
- (10) 30個のりんごを6人にわけると1人何個づつになるか。  
 $P$ 個のりんごだったらどうか?
- (15) 1袋 500 g の袋が  $h$  個ある。全部で何 kg か?

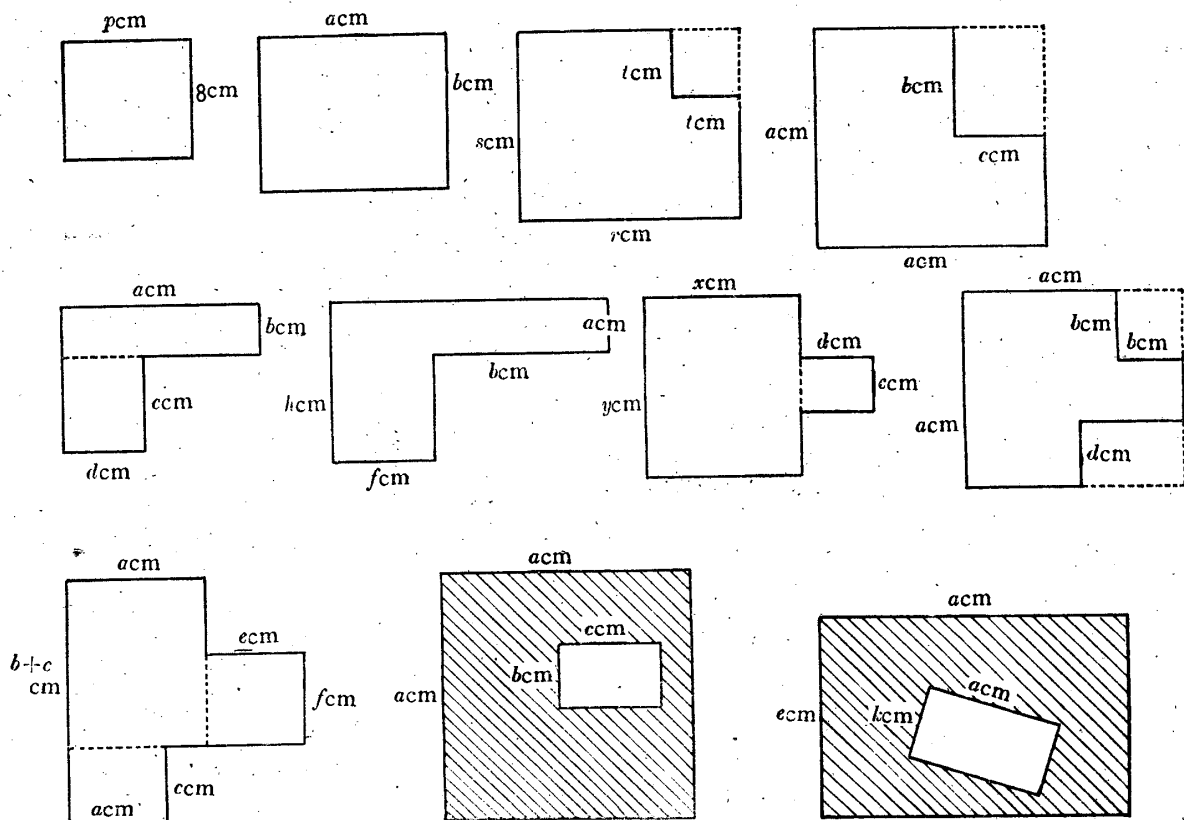
問題 3 16問 (公式の意味・作り方)

問題 4 8問 (公式の意味・作り方)

- (5) 16冊の教科書のあたいは960円である。1冊のあたいを求めよ。この方法を式に作れ。  
12冊  $a$  円の本 1冊のあたいを求めよ。  $h$  冊  $g$  円ならばどうか?

問題 5 5問 (公式の作り方)

- (1) 縦、横が次の大きさの長方形の面積を求めよ。  
i)  $p$  cm,  $g$  cm    ii)  $3x$  cm,  $x$  cm    iii)  $4x$  cm,  $2x$  cm    iv) 1m, 80cm  
v)  $x$  m,  $y$  cm    vi)  $r$  m,  $s$  cm    vii)  $p$  cm,  $g$  m    viii)  $a$  cm,  $3a$  cm
- (5) 次のそれぞれの図形の面積を求めよ。



上の二つは、斜線の部分を求める。

## 共 同 研 究

問題 6 6問 (公式の作り方・変形)

(1) 縦 $acm$ , 横 $bcm$ の長方形の周囲の長さを作れ。

(5) 問題5の5番の各図形の周囲を求めよ。

問題 7 25問 (文章を式に書きあらためる)

1.  $x$ に $y$ を加える    2.  $x$ と $y, z$ の和    3.  $x$ の2倍

15.  $x$ と $y$ の積から6を引く    20.  $x$ と $y$ の積を $u$ と $v$ の積で割る

問題 8 28問 (文章を式に書きあらためる)

問題 9 8問 (代入)

5.  $y = mx + 3$ である     $x = 3$ ,  $m = 7$ とすると $y$ はいくらか    又 $x = 6$ ,  $m = \frac{1}{2}$ ならどうか

問題 10 40問 (式の計算+, -)

1.  $a + a + a + a$     2.  $x + x + x + x$     3.  $P + P$     4.  $q + q + q + q + q$     5.  $3a + 4a$

6.  $a + 5a$     7.  $3r + 7r + r$     8.  $a + a + b + b$

30.  $4 - 5x + 7y - 3y + 6x$     31.  $a - 2b - 3c + 3b + 4c$     32.  $b + 3 + c + 2 - 2b$

問題 11 40問 (式の計算+, -)

問題 12 50問 (式の計算 $\times$ ,  $\div$ )

問題 13 20問 (式の計算簡単な分数)

問題 14 15問 (方程式)

2. ある数から8を引いたら11になった。ある数はいくらか?

8. ある数に8を加えたら13になった。これを式で書け。

問題 15 35問 (方程式)

17.  $4x + 3 = 7$     18.  $3x + 8 = 23$     19.  $2x - 5 = 10$     20.  $6x - 4 = 2$

問題 16 20問 (かっこを用いた式を作る)

9.  $t$ と7の和から8を引く    10.  $f$ 引く6たす $u$     11.  $e$ から9と $t$ の和の3倍を引く

問題 17 20問 (かっこの用法)

1.  $3(x + y)$     2.  $4(x - y)$     3.  $2(r + t)$     4.  $a + (r + s)$

19.  $2(3ab + 4c) + b(4 - 6a)$

## Ⅲ. 経 過

### c. 指 導 法

A, B両組とも同一教官(新海)が担当指導しそのさいA組では説明を主とせず, 問題を解いてゆきつまと補足的説明をして考えさせることにした。B組では教科書通りに法則, 公式の説明をして問題演習をする。

### d. 評 価

中間と終りに各一回のテストを行い評価する  
終末テストには中学2年も参加させる。

### 1. 期 間

予備テスト 10月3日

指導期間 10月7日~11月19日(15時間)

中間テスト 10月30日(指導後約5時間)

(A組は問題8, B組は§3式の値まで進んでいた。)

終末テスト 11月25日

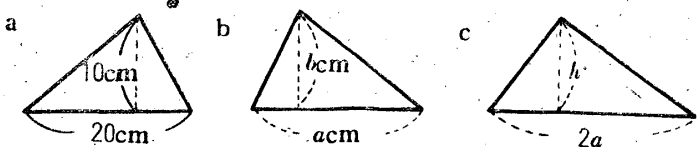
### 2. 予備テスト(50分)

文字機能理解の程度を段階を調査する目的で行った。

数学科の学習困難点とその指導法

予備テスト問題

(中間テスト問題前半)

類別	番号	問題
計算規則の理解 (代入)	1	定価 300 円の品物を 2 割だけ割引して売った。売価を求めよ、ただし売価＝定価 $\times(1-\text{割引の歩合})$ である。
	2	元金 4,000 円を 3 分 5 厘の利率で 2 期間あづけたときの利息を求めよ。ただし利息＝元金 $\times$ 利益 $\times$ 期間である。
	3	$a, r$ が次の数のとき $S=ar$ や $b=a(1+r)$ の $S$ と $b$ を求めよ。(1) $\begin{cases} a=3,000 \\ r=0.04 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} a=240 \\ r=0.15 \end{cases}$
図形公式の使い方	4	次の三角形の面積を求めよ。 
式変形	数値計算	5 自転車で 45km の距離を 3 時間で走るには毎時何 km の速さで走らねばならぬか。速さを求める式をつくれ。 6 ある品物を 160 円で売ったために 2 割の損失をした。この品物の原価を求めよ。
	言葉の立式	7 本を読んだページ数と時間を知って、一時間に読むページ数の割合を知る公式を作れ。 8 売価と損失の歩合がわかっているとき原価を計算する公式を作れ。
	文字の立式	9 時速 $v$ km の汽車が $t$ 時間走ったときの距離 $l$ km を求める式を作れ。 10 元金を $P$ 円利率を $r$ として単利法で 2 年後の元利合計 $S$ を求める式を作れ。 11 ある品物を $a$ 円で売ったために $r$ 円の損をした。原価 $b$ 円を求める式を作れ。
	逆算	12 50 のクラスで 7 名の欠席者があると、欠席率は $7 \div 50 = 0.14$ で 14 % である。このクラスの欠席率が 8 % のときの欠席者数を求めよ。 13 濃度 (濃さ) 4 % の食塩水 300g の中にある食塩の量は $0.04 \times 300 = 12$ で 12g である。食塩水 300g の中に食塩 15g が入っているときの濃度を求めよ。
	言葉の式変形	14 定価＝原価＋見込んだ利益である。この式から利益を求める公式を作れ。 15 元利合計＝元金 $\times(1+\text{利率})$ である。この式から元金を求める公式を作れ。 16 電力＝電圧 $\times$ 電流である。この式から電流を求める式を作れ。
変形	文字式	17 原価を $a$ 円、利益の歩合を $r$ とすると定価 $b$ 円 $= a \text{ 円} \times (1+r)$ である。この式から原価 $a$ 円を求める式を作れ。 18 勝率を $r$ 、勝った回数を $n$ とすると全試合数 $P = n \div r$ である。この式から $n$ を求める式を作れ。
	の変形	19 電流を $i$ 、抵抗を $R$ とすると電圧 $V = i \times R$ である。この式から電流 $i$ を求める式を作れ。

3. 中間テスト (50分)

指導後 5 時間で 2 学期中間テストにはいったためその間にどのように変化したかを調査する

目的で行った。問題は予備テストと同一のものに 18 題を追加して行った。時間がやや不足のようであった。

共 同 研 究

中間テスト問題後半

類 別	番号	問 題
立 式	1	次の文を表わす式を作れ。 (1) $a$ の 2 倍に $b$ を加える。 (2) $a$ と $b$ の和に $d$ の 2 倍をかける。 (3) $a$ と $b$ の和を 3 と $b$ の和で割る。 (4) $4a$ の自乗を $8e$ で割る。 (5) 百位の数 $a$ , 十位の数 $b$ , 一位の数 $c$ , 小数第一位の数 $d$ である数。 (6) 3 個で $y$ 円のりんご $p$ 個のねだん。 (7) 定価 $a$ 円で $r$ 割引の売価 (8) 一本 $a$ 円の鉛筆 1 ダースのねだん。
	2	次の文から等式又は不等式を作れ。 (1) $x$ の 6 倍に 5 を加えたものは 15 に等しい (2) $a$ の 3 乗は $b$ と $c$ の和に等しい。 (3) $x$ と $y$ の差は 5 より小さい。 (4) $a$ と $b$ の和の自乗から 6 を引いたものは, $a$ と $b$ の積の半分より大きい。
式の値 (代入)	3	$a = 3, b = 2, c = 1$ のとき次の式の値を求めよ。 (1) $2ab$ (2) $\frac{a+b+c}{2}$ (3) $ab - \frac{c}{b}$ (4) $\frac{a^2 - b^2}{b+c}$
	4	ある商品に定価をつけておいたが, 売れないので定価の 2 割引にした新しい定価に変えた。まだ売れないので, あとの定価の 2 割引にして, 128000 円につけた。最初の定価はいくらか。
	5	元金 2 万円を年利率 6 分で預金するとおおよそ何年たてば利息が元金と等しくなるか。単利法で計算せよ。

A 組 予備テスト, 中間テスト, 正答者数

番 号 区 分	1	2	3 1.s	1.r	2.s	2.r	4 a	b	c	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
予備テスト	48	40	24	13	16	22	36	26	20	47	18	28	16	36	6	18	42	45	29	21
中間テスト	47	43	40	23	26	36	40	40	38	46	22	40	18	45	15	28	44	40	30	24

番 号																				
区 分	16	17	18	19	1 (1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	2 (1)	(2)	(4)	(5)	3 (1)	(2)	(3)	(4)
予備テスト	44	19	32	32																
中間テスト	47	29	37	45	36	17	38	19	4	30	0	40	36	37	39	18	31	41	34	34

B 組 予備テスト, 中間テスト, 正答者数

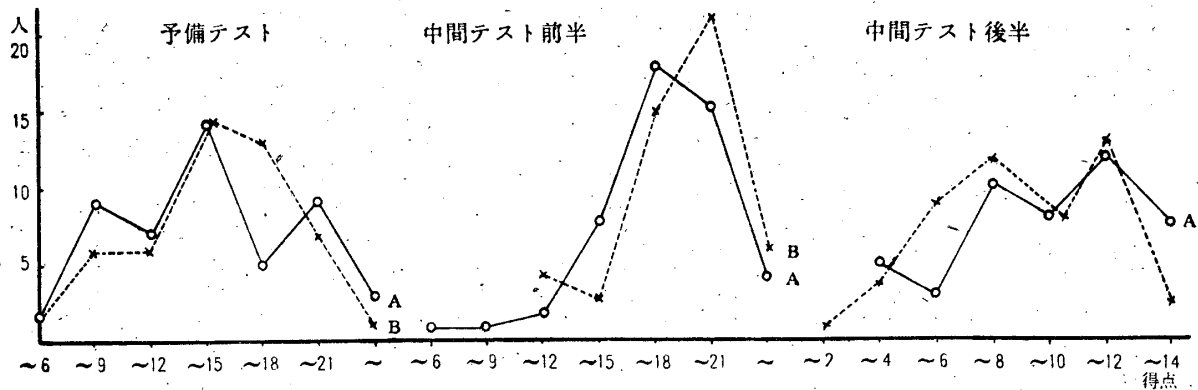
番号 区分	1	2	3 1.s	1.r	2.s	2.r	4 a	b	c	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
予備テスト	43	36	22	13	14	19	39	35	31	45	12	29	12	42	5	20	43	46	41	20
中間テスト	44	42	49	33	39	32	46	46	41	46	21	43	15	46	23	22	42	46	42	32

番 号	1												2				3			
区 分	16	17	18	19	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)
予備テスト	41	20	32	36																
中間テスト	45	33	35	41	30	16	34	2	30	24	19	39	34	41	30	9	42	43	32	26

備考 1. 総数 A 組 49 人 B 組 49 人 2. 欠席者 中間テストで A 組に 1 名

数学科の学習困難点とその指導法

予備テスト中間テスト成績一覧表



4. 終末テスト (50分×2)

問題をⅠとⅡにわけⅡの方は2年のB組にも課した。

終末テスト問題 Ⅰ

1. つぎのことがらを式に表わせ

- |                                  |   |
|----------------------------------|---|
| ① 1本 $a$ 円の鉛筆3本のねだん              | ② あめ玉 $n$ 個買いたい 1個2円ならいくらか  |
| ③ 1938年に $P$ 才だった人の1957年の年齢      | ④ $n$ 人のクラスで $a$ 人欠席した そのとき出席した人数                                 |
| ⑤ 5 km を $t$ 時間で歩いた時の速さ          | ⑥ $am$ は何 cm か  |
| ⑦ 200g の $r\%$ はいくらか             | ⑧ たて $am$ よこ $bm$ の長方形の周りの長さ                                      |
| ⑨ たて $am$ よこ $bm$ 高さ 20m の直方体の体積 | ⑩ $x$ に $y$ の2倍を加える   |
| ⑪ $a$ の2倍から $b$ を引いたものに5を掛ける     | ⑫ A組は $a$ 人B組は $b$ 人の生徒がいる この2組をあわせて3つの同じ人数のグループを作りたいそれぞれ何人づつになるか |
| ⑬ りんご3個で $a$ 円である $x$ 個ではいくらか    |   |

2. 次の関係を表わす式を作れ

- |   |  |
|---|--|
| ① $a$ は $b$ と $c$ の和に等しい  | ② $x$ の2倍から5を引いたものは6に $y$ を加えたものと同じである   |
| ③ 甲は $a$ 円乙は $b$ 円持っていた甲が1本 $x$ 円の鉛筆3本と $y$ 円のノート1さつを買ったところ残りのお金はちょうど25円だけ乙の方が多くなった | ④ $a$ の2乗と $b$ の和は $x$ と $y$ の積に等しい      |
|   | ⑤ $n$ に $b$ を加えたものの2乗を4で割ると $n+2$ の3倍になる |

3.  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = 4$  のとき次の式の値を求めよ

- |                   |               |                    |                       |
|-------------------|---------------|--------------------|-----------------------|
| ① $2b$            | ② $ab + c$    | ③ $\frac{a+2b}{c}$ | ④ $\frac{1}{2}ab - 2$ |
| ⑤ $3(a+b)$        | ⑥ $a(b+c-2a)$ | ⑦ $a^2b$           | ⑧ $\frac{b^3-c}{a+c}$ |
| ⑨ $a - c - b + 2$ |               |                    |                       |

4. 次の式を×や÷のない式でかけ

- |                        |                         |                    |                             |
|------------------------|-------------------------|--------------------|-----------------------------|
| ① $n \times 2$         | ② $a \times b \times 3$ | ③ $2 \div a$       | ④ $2 \div a \times b$       |
| ⑤ $\frac{1}{3} \div a$ | ⑥ $a \div b \div 2$     | ⑦ $a \times b + c$ | ⑧ $(x+y) \times 3 \times a$ |
| ⑨ $(a+b) \div 3$       |                         |                    |                             |

Ⅱ

1. 次の計算をしなさい。

- |                                  |                    |                    |
|----------------------------------|--------------------|--------------------|
| ① $a + a + a =$                  | ② $3a + 2a =$      | ③ $3a + 2b + 5a =$ |
| ④ $\frac{3a}{5} + \frac{a}{5} =$ | ⑤ $4a - a =$       | ⑥ $7a - 2a - 3a =$ |
| ⑦ $5x - 2y - 2x + 2y =$          | ⑧ $6m + 2n - 5n =$ | ⑨ $3a \times 2b =$ |

共 同 研 究

⑩  $\frac{1}{2}x \times 5y =$

⑪  $6a \div 2 =$

⑫  $10a^3 \div 5ab =$

⑬  $3x \div \frac{1}{4}y =$

⑭  $\frac{2a}{3} \div \frac{a}{2b} =$

⑮  $3ab + 2a + ab - a =$

⑯  $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} =$

2. 次の式をカッコをはずして簡単にしなさい

①  $2(a+b) =$

②  $3(x-y) =$

③  $\frac{1}{2}(3x-4y) =$

④  $a(a+b) =$

⑤  $2x(x+3y) =$

⑥  $(4a-2b) + (3a+5b) =$

⑦  $(2x+3y) - (x+y) =$

⑧  $2(a-1) + \frac{2}{5}(5a+2) =$

⑨  $(4a+b) - 2(a-b) =$

⑩  $(5a^2 - 2ab^2) - 3(a+ab)a =$

3. 次の方程式を解きなさい

①  $x+3=12$

②  $x-2=5$

③  $2x=8$

④  $\frac{x}{3}=4$

⑤  $6+2x=8$

⑥  $8=3x-4$

⑦  $4x+2=2x+8$

⑧  $6-2x=3$

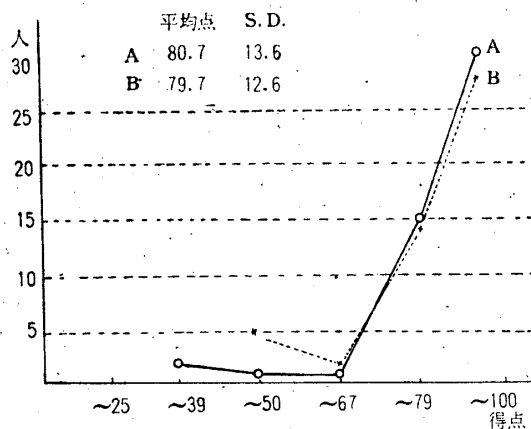
4. 次の間に方程式を作って答えなさい。(ある数を  $x$  としなさい)

① ある数の4倍に3を加えたら11に等しくなった。ある数はいくらか?

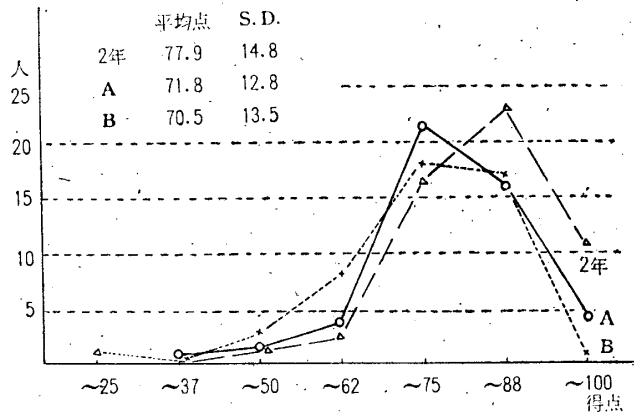
② ある数の3倍に4を加えたらある数と16の和に等しくなった。ある数はいくらか?

③ 長さ6mのひもから同じ長さのひも5本を切り取ったら残りは2mになった。切りとったひもの長さはいくらか?

終末テスト成績 I



II



終末テスト誤答率一覧表

(I)

問題 級 別	1. 式 を 作 る													2. 関 係 式				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
A 組	0	6.1	18.1	2.0	20.2	18.1	60.4	21.0	0	16.1	20.2	8.1	26.2	0	8.1	68.3	16.1	28.0
B 組	0	4.1	16.2	0	24.1	24.1	62.4	26.2	2.0	26.2	34.8	6.1	31.2	0	18.1	64.5	20.2	32.4

問題 級 別	3. 値 を 求 め る (代 入)									4. 式をととのえる (×, ÷の記号処理)								
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
A 組	2.0	4.1	8.1	12.0	6.1	18.1	4.1	36.2	6.1	6.1	16.1	4.1	58.4	46.2	24.1	8.1	28.0	12.1
B 組	4.1	2.0	12.0	8.1	6.1	16.1	2.0	2.0	10.1	6.1	8.1	4.1	50.6	22.2	28.2	10.1	46.4	10.1



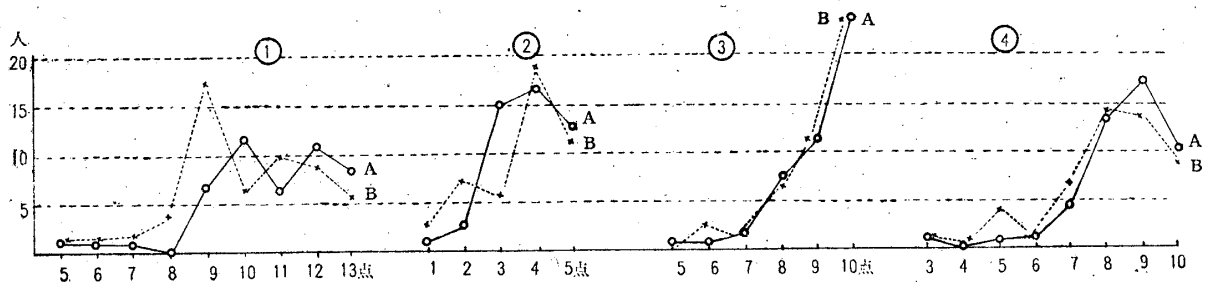
数学科の学習困難点とその指導法

(Ⅱ)

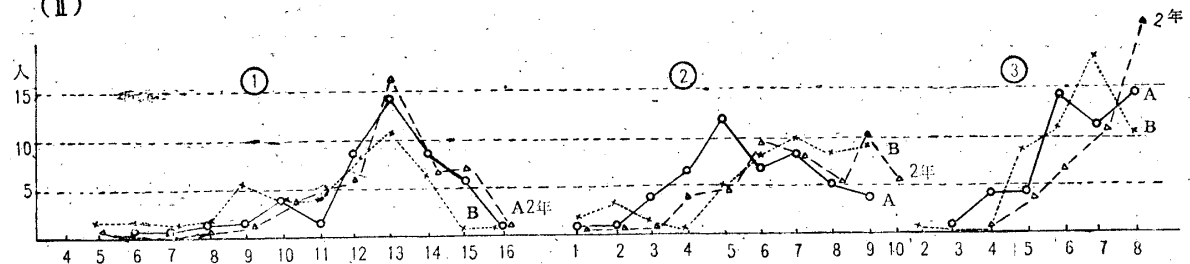
問題 級別	1. 式の計算																2. かつこをはす			
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(1)	(2)	(3)	(4)
A 組	2.0	6.1	14.1	14.1	2.0	6.1	22.0	28.2	16.1	28.2	2.0	34.3	48.6	76.5	42.4	16.1	2.0	2.0	24.1	22.1
B 組	28.2	14.1	28.2	26.2	26.2	10.1	44.3	30.2	4.0	14.1	0.5	3.6	6.4	20.1	68.4	30.2	10.1	12.1	16.1	32.2
2 年	12.0	2.0	4.0	12.0	0.0	0.0	12.0	10.0	8.0	16.0	0.0	56.0	98.0	60.0	40.0	34.0	8.0	6.0	10.0	16.0

問題 級 別							3. 簡単な方程式								4. 文 章 題					
	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(1)	(2)	(3)			
A 組	52.3	46.2	56.2	62.4	78.5	80.5	18.1	8.1	8.1	2.0	24.1	18.1	28.2	24.1	4.0	14.1	20.1	22.1	170.5	16.1
B 組	48.3	36.2	24.1	52.3	44.3	72.4	22.1	14.1	2.0	4.0	10.1	10.1	36.2	24.1	6.0	10.1	20.1	32.2	66.4	22.1
2 年	36.0	36.0	38.0	46.0	26.0	76.0	0.0	2.0	0.0	10.0	16.0	20.0	14.0	16.0	4.0	10.0	22.0	26.0	40.0	48.0

問題類別成績一覧表 (Ⅰ)



(Ⅱ)



誤答一覧表

(Ⅰ)

(数字は誤答率%)

1の①		1の②		1の③		1の④		1の⑤		1の⑥		1の⑦		
特になし	特になし	例	A	B	特になし	例	A	B	例	A	B	例	A	B
		19P	56	13		t/5,(t÷5)	69	25	a÷100,a(/100)	33	33	200r	43	71
		1957-193	33	38		5t	40	50			200/r	15	10	
		(1957-1938)×P	0	13						200×0.0r	15	0		

1の⑧		1の⑨		1の⑩		1の⑪		1の⑫		1の⑬		2の①		2の②		
例	A	B	特になし	例	A	B	例	A	B	特になし	例	A	B	例	A	B
ab,(a×b)	33	60		x+y²	33	33	2a-b×5	5	29		3x/a	13	20	x²-5=6+y	33	44
a²+b²	25	20		2xy	13	33	16ab	0	29		3a/x	19	13	2x-5=6y	50	11
a+2+b+2	0	6		xy²	13	20	a²-b×5	20	6		ax	13	20	x²-5=6y	0	11

共 同 研 究

2 の ③			2 の ④			2 の ⑤			3 の ①	3 の ②	3 の ③	3 の ④
例	A	B	例	A	B	例	A	B	特になし	特になし	例 A B	特になし
$a-(3x+y)=25+b$	12	14	$a^2+b=x-y$	25	20	$a+b^2/4=(n+2)3$	7	19			37583	
$a-3x+y=b-25$	3	18	$2a+b=xy$	13	10	$(a+b)^2/4=(n+2)^3$	21	6				
$a-(3x+y)<25$	15	14	$a^2b=xy$	0	20	$(a+b)^2/4=n+2\times 3$	14	19				

3 の ⑤	3 の ⑥	3 の ⑦	3 の ⑧	3 の ⑨	4 の ①	4 の ②	4 の ③	4 の ④	4 の ⑤	4 の ⑥
特になし	例 A B	特になし	例 A B	特になし	特になし	特になし	特になし	例 A B	例 A B	例 A B
	10 40 38		5% 22 27					2/ab 76 84 ab/2 10 4	a/3 5 37 3a 5 18 a/1/3 10 9	2b/a 18 21 a/b/2 18 50 ab/2 9 7

4 の ⑦	4 の ⑧	4 の ⑨
特になし	例 A B	例 A B
	(x+y)3a 35 70 (xy)3a 30 4	ab/3 60 40 3/a+b 20 40

(I)

1 の ①	1 の ②	1 の ③	1 の ④	1 の ⑤	1 の ⑥	1 の ⑦	1 の ⑧
例 A B	例 A B	例 A B	例 A B	例 A B	特になし	例 A B	例 A B
$a^3$ 100 93	6a 67 14 5a <sup>2</sup> 0 57 6a <sup>2</sup> 0 29	10ab 14 43 9a+2b 43 0 10a <sup>2</sup> b 0 29	3a <sup>2</sup> /5 0 31 3a/5 29 8	3 100 77		7x-4y 27 13 3x-4y 36 67 3x+4y 9 13	6m+3n 29 13 3m 14 33 6m-7n 14 13

1 の ⑨	1 の ⑩	1 の ⑪	1 の ⑫	1 の ⑬	1 の ⑭	1 の ⑮	1 の ⑯	2 の ⑰
例 A B	例 A B	特になし	例 A B	例 A B	例 A B	例 A B	特になし	特になし
3a2b 43 100	$\frac{x}{2}5y$ 64 14		2a <sup>2</sup> b 5 48 2a <sup>3</sup> b 14 3 6b 10 7	2xy 33 67 $\frac{1}{2}xy$ 0 12	2ab/3 39 16 4ab/3a 11 42 $\frac{a}{3}/2b$ 13 5	5ab 23 12 5a <sup>2</sup> b <sup>2</sup> 5 18 6ab 10 9		

2 の ②	2 の ③	2 の ④	2 の ⑤	2 の ⑥	2 の ⑦	2 の ⑧
特になし	例 A B	例 A B	特になし	例 A B	例 A B	例 A B
	$3x\frac{1}{2}-4y\frac{1}{2}$ 17 11 $\frac{3}{2}x-4y$ 0 44 $\frac{1}{2}3x-\frac{1}{2}4y$ 58 11	2a+2b 67 28 a <sup>2</sup> +b 8 16		7a-7b 17 50 a+7b 9 17 7a-3b 17 6	x+4y 39 17 5xy-xy 17 8 3x-4y 11 17	$4a+\frac{4}{5}-2$ 13 8 $2a+\frac{4}{5}$ 6 12 $4x-\frac{6}{5}$ 3 31

2 の ⑨	2 の ⑩	3 の ①	3 の ②	3 の ③	3 の ④	3 の ⑤
例 A B	例 A B	例 A B	例 A B	特になし	特になし	例 A B
4a+b-2a-2b 36 23 2a-b 34 23 4a+b-2a-b(2a) 5 23	5a <sup>2</sup> -2ab <sup>2</sup> -3a <sup>2</sup> +3a <sup>2</sup> b 20 11 5a <sup>2</sup> -2ab <sup>2</sup> -3a+3ab×a 23 52 2a <sup>2</sup> -ab <sup>2</sup> 3 8	4 91 64	3 50 33			0 83 80

3の⑥	3の⑦			3の⑧			4の①	4の②					4の③				
特になし	例	A	B		A	B	特になし	方程式	A	B	答	A	B	方程式が できない もの 少ない 答で でき ている	もの 多い		
	2	36	11	0.5	0	25		$3x+4=16$	60	80	4	46	38				
	4	29	22	$4\frac{1}{2}$	25	8											

## Ⅳ. 結 果

### 1. 指導上の印象

- ① 学習に対する生徒の興味は始め非常に強いものがあつた。これは一学期より時々文字式や或種の方程式を出して関心をもたせたことが良かったようである。
- ②  $\times$ ,  $\div$  の記号を早くから消すように指示したが失敗であつた。省略の簡便さを知らせるためには記号の省略についての指導の時期をおくらせるべきであつた。そうすれば  $2 \times x = x^2$  等の誤りも起きず、巾を同時に取り扱うことが容易になったと思われる。
- ③ 分数式の約分を急いで取り扱いすぎた。
- ④  $\frac{a}{3}$  は答なのか式なのかと考える者が半数ほどいた。例えば3個  $a$  円のリンゴはいくらかとの間に  $\frac{a}{3}$  と答えられない。どのような計算をするかとの質問には  $a \text{円} \div 3$  と答える。答と式の区別をとくに説明しなくてもやがて  $\frac{a}{3}$  円と答えるようになった。
- ⑤ A組では指導後10時間の頃次々と出てくる問題に興味を失つたものがあつた。興味を持続させるために簡単な一次方程式を早めに取り扱い、その解の形から正負の数を導入してかこの用法に入つてゆくことが考えられる。

### 2. テストの分析

#### ① 予備テスト (表参照)

対をなしている問題群を考察すると文字の使用を理解するのに三つの段階①数値によって結果を算出する。②結果の算出法を言葉によって公式化する。③文字の使用があることがわかる。テストの時間が十分あつたために文字の問題に数をあてはめてみてから正しい答を出しているものが多数あつた。 $r = \frac{b}{a}$  から  $b = a \times r$  を出すような変形は割にやさし

い。このような簡単なもので文字を導入すれば困難を幾分除去できると考えられた。

#### ② 中間テスト (表参照)

時間が不足して不注意による誤答が散見される。前半では文字で書いているための抵抗はなくなつたと考えられる。全般にB組が良い。3. 4. 10. 14. 15に優れている。このうち4以外はすべてB組のみに指導を継続したものである。後半ではA組の成績が良く下位者の少ないのが注目される。1—(5), (7)がB組に良いのは前半同様指導したことによる。(終末テストの項参照) またB組では等式、不等式を同時に充分の時間をかけて指導してあつたが、それほど差はみられず、かえつて記号の混同が生じた。

#### ③ 終末テスト (表参照)

総合的にみると差はあまり感ぜられないわずかにA組が良い程度である。Ⅱの方でA組の下位者が少ないこと、2年が、はっきりした差をつけて優れていることが注目される。問題群別に見ると、

##### I—①

A組が全般に良い、とくに(10), (11)では10%の差がある。(7), (13)は誤答が多い。(7)は中間テストの1—(5), (7)と同じ性質の問題であつてA組では単にテストの概評の時間に5分程話したのみであつた。したがつてこのような性質の表現方法の指導には非常な慎重さが必要で全員に理解させるためには文字に充分慣れた後に相当の時間をかけて取扱うのが望ましい。(13)ではまだ半数以上が答と式の混乱から逃がられないことを意味している。A組がやや良いことから今後この時期に特別な指導をする必要があると考えられる。

##### I—②

A組に下位者が少ない。(3)は文章が複雑すぎ

て理解できなかったようで誤答にも一定の型がない。

I—③

ほとんど差がない。

I—④

ややA組が良い。(5)でA組が悪いのは分数式の乗除をほとんど指導してないからである。(4)の誤答は乗法を先にする結果である。乗法が除法より先に行なはれる傾向は相当に強いものであった。

II—①

A組が全般的に良い。2年ともほとんど差がない。(1)のように係数のつかない文字の加減でB組が悪いのは注目してよい。(12)～(15)はA、B、2年共に誤答が多い。除法にはとくに困難があるようである。

(7)、(8)で2年が良いのは負数を知っているためであろうか。

II—②

B組が良いが、下位グループが分離して表われた。かっこの用法はB組に多く指導してあるが、次数の高いものや分数に力を注いだ結果であろう。

II—③、II—④

差はみとめられない。

誤答について

今までに研究された型が多くあらわれており指導上考慮の余地が多いと考えねばならない。とくに注目すべき点としては、次の諸点があげられる。

I 1の⑬……誤答多く誤答の種類12種。

2の③……誤答はなはだしく多く、その種類26種。

2の⑤、4の⑤、4の⑥についても、誤答多くその例はそれぞれ12、8、10種に及ぶ。

II  $a \times a$  と  $a + a$  の表わし方の区別が不十分に思われる。その例をあげると1の①、②、③にもみられる。

1の⑫、⑬、⑭、⑮、2の⑤、⑥、⑧、⑨、⑩はいずれも誤答が多く、かつその誤答も多種に分散する。下の如くなっている。(誤答の種類)

1	⑤	⑬	⑭	⑮	2	⑤	⑥	⑧	⑨	⑩
	19	19	22	25		23	15	29	17	25

4の③……方程式ができたものはなはだしく、答の方は方程式と無関係にできている。

### 3. ま と め

以上の諸点から種々の問題点はあるが、A組には下位者が少ない点で、機能中心の指導の研究は一つの意味があるように思はれる。教材の内容、配列、分量等については誤答表の綿密な分析の上に立って十分検討する必要がある。

### V. む す び

機能中心の指導でもって文字使用の学習を容易なものにしようとしたこの研究は、十分な成果を得ることができなかった。しかし我々はこの方向に工夫をこらして研究を進めてゆきたい。又この考えは単に文字使用ばかりでなく、多くの教材にも適用できるように思はれるので、将来はそうした面にも研究を進めてゆきたいと考えている。