

対数における機能中心の指導について

新海 寛・兵藤祚夫・岩倉 一

1. 目 的

対数の概念は高度に抽象化された概念であって、その学習には大きな困難がともない、途中から学習の意欲を欠くようになる生徒の多いことは我々の等しく経験するところである。この学習困難がいかなる要因によって生ずるかという問題について、我々は我々なりの研究を行ってきた。その結果は学習困難点高等学校の部・対数教材として紀要第6集に述べたものであるが、その際強く印象づけられたのは対数概念の指導が抽象概念の導入の連続であり、具体的なものとしてはわずかに後半にいたって対数計算を応用例として取扱うにすぎないということである。

表を引き数値計算をするということは、たとえその

反復が無味乾燥であるとはいえ、具体的な行為であり、大多数の生徒にとって正しい答を得ることはさほど困難ではない。そして正しい答を得ることができるということが数学学習上の一つの喜びであるとするならば、対数の指導にあたってまずこの喜びを与えておくことは意味あることであろうと思った。こうして与えられた喜びが学習意欲の向上にいさゝかでも役立つならば、たとえ指導法は未熟であろうとも対数教材学習の困難が幾分なりとも除去できるのではないかと思う。

2. 授 業 計 画

上の考えにもとづいて次の授業計画をたてた。

対象学年 1年A, B組 105名

(教科書 清水書院 数学I)

学 習 問 題	時 間	学 習 内 容	学 習 指 導
1. 対数計算	1. 1. 3.	1. 対数の意味 2. 対数を求める 3. 対数計算	1. 指導法則に注目させながら乗除計算を加減計算におきかえることを考えさせる。 $10^3 \times 10^5 = 10^{3+5}$ 等 2. 対数表の説明をしながら $2 \times 3 = 10^{0.3010} \times 10^{0.4771} = 10^{0.7781} = 6$ を示す。 3. 対数表の見方の指導 4. 簡単な積を求めさせる。 ソロバンと比較する。 5. 十位の数が答になる場合から指標を指導する。 6. 色々な指標をふくむ対数計算 可能な限りソロバンとの比較を続ける。
2. 対数の性質	1. 2. 1. 1. 3.	1. 公 式 2. 対数の定義 3. 演 習 4. 等 式 証 明 方 程 式 5. 演 習 6. 不等式グラフ	1. 対数計算のまとめから公式を発見させる。 2. 定義をあたえて、それから前時間に発見した公式の証明をする。 教科書 P185 3. 演習の説明として扱う。 教科書 P197~200 4. 不等式と関連させてグラフを指導 対数表より実際に書かせる。 5. その特徴を指数関数のグラフと比較させ逆函数概念を簡単に説明する。

(注) 対数計算の指導時には各時間の始めに前時の内容を中心とした5分間 test を行う。

実施にあたっては常に生徒による問題解決に留意し、面倒な理論化や記号の使用には立寄らずにたゞ正しい答が得られればよいとした。対数の意味についても簡単にどんな数でも10の何乗の形であらわして、2は10の何乗かということが対数表にのせてあるのだと話すだけにとどめて、実際に2及び3の対数を加えると丁度それが6の対数になることを見つけさせるといった、単純な計算を繰り返すことで次第に対数の意味がわかればよいとした。この簡単な計算の段階では対数表を使うことの有用性まで理解させることはできないので、計算を複雑にするとともにソロバンの1、2級の者にソロバンを使用させて対数表によるものと計算のスピードを競わせることとした。公式の段階になってもなるべく具体的に考えて、文字を使う前に数字

で公式化をするようにつとめた。

3. 結 果

対数計算の指導中は常に明るい雰囲気が流れ、少しでも早く、より正しく計算しようとするお互いの努力が見られた。とくにソロバンと比較することで対数計算の長所と短所をはっきり理解できるように思われるのは収穫であった。この向上したかに見える学習意欲も、その後対数記号の導入、式変形に進むに従い減退し、対数本来の困難さを克服するにはいたらなかった。この点については指導法の精密な研究を要し今後の課題である。

尚、daily test の成績と簡単な数値計算における2年生との比較及び誤答は次の通りである。

daily test

第1回		第2回		第3回		第4回	
対数表の見方	正答率	対数値の計算	正答率	対数による数計算(1)	正答率	数計算(2)	正答率
百位の数	81.8%	真の対数値の指標・仮数による表現	99.0%	積	87.5%	混 合	72.2%
小数第3位	91.0	〃	96.0	商	79.5	混 合	61.5
自 乗	67.3	和	68.3	積と商	63.8	混 合	43.5
		積	65.3	巾と商	65.8		

混合算の一例 (正答率61.5) $(3.827)^3 \times 0.04489 \div 3.176$

数 値 計 算 (正誤答率)

(1) $x = \log_2 16$				(2) $x = \log_3 49 \log_7 9$				(3) $x = 64^{\log_4 3}$			
解答	a	b	c	解答	a	b	c	解答	a	b	c
正答	76.0	60.2	34.4	正答	86.5	62.2	18.2	正答	41.4	36.0	9.1
2	10.6	13.6	24.2	21	3.8	6.8	9.1	48	0.9	0	8.1
1/4	2.9	1.9	3.0	1	4.8	4.8	1.0	9	16.3	11.6	2.0
1	0	4.9	1.0	6	0	3.9	1.0	1	8.7	7.8	2.0
64	0	2.9	0	$\log_7 7 \times \log_3 3$	0	1.9	3.0	$3 \log_3 3$	1.9	4.9	0
1/2	1.9	0.9	3.0	$\log_7 21$	0	4.8	0	64	0	3.9	0
無答	0	0.9	24.2	無答	0	4.8	62.5	無答	1.9	16.5	52.5

(注) (イ) 記 号 a : 実施学年指導終了時
 b : 実施学年指導後5ヶ月
 c : 前年度生徒2年指導後10ヶ月

(ロ) 誤答分析 (1) : $16 = 8^x$ または $16 = 8x$ より $x = 2$ $x = \log_3 4^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$
 (2) : $x = \log_2 1441$ $\therefore 21x = 441$ より $x = 2$
 $x = 2 \log_3 7 \cdot 2 \log_3 3 = 2 \log_3 7 \cdot \frac{1}{2 \log_3 7} = 1$
 (3) : $\log_4 3 = \frac{3}{4}$ $\therefore x = 64^{\frac{3}{4}} = 64 \times \frac{3}{4} = 48$
 $4^3 \log_4 3 = (3^3) \cdot 3 \log_4 3 = 1$