

# 授業前後における理解度変化

木 村 卓 二

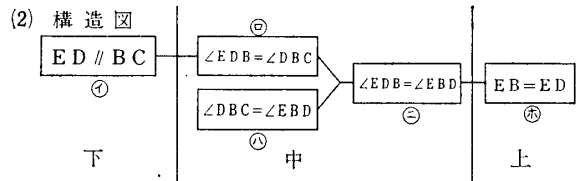
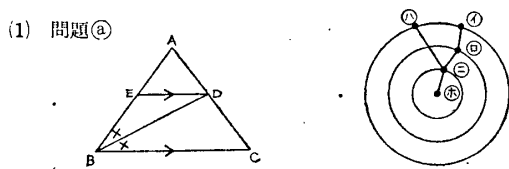
ほぼ学力の等しい2つの対象に対して異なる指導法を与えた結果を比較する方法に対して1つの対象の同じテストに対する反応がどのように時間の推移とともに変わってゆくかをしらべる方法も興味があると思われる。これによって理解度の時間的変化の型とでもいうべきものが得られないかということと、これを指導法の反省に利用したいということである。

又この理解度変化の型を遷移確率行列で表わした時この行列Aに対して $A^n$ がかなりよい型になる $n$ の正整数値と実際 $n$ 回同じテストをした場合との比較或は $A^n$ が $n \rightarrow \infty$ で収束した時の意味等も考えてみたらと思ったが、これは時間の関係でアイデアにとどまった。

- (1) 教 材 図形と論証
- (2) 対象生徒 中学2年B組47名
- (3) 目 的 論証指導上の手がかりをつかむ。
- (4) 方法 (a) 論証構造の図を段階に分つ
  - (b) (a)に基づき、同一問題についての授業前後の解答に現われた理解度遷移のマトリックスを作る。
  - (c) 授業後に低い段階に下がった生徒のおかした誤りを分類する。
  - (d) (a)(b)(c)によって得た資料によって今後の論証指導上の問題点を見出す。
- (5) 生徒の行う作業 課題の解答及び授業途中の10分間テストの提出。

## 実際例

(問題1)  $\triangle ABC$ において $\angle B$ の二等分線がACと交わる点をD、Dを通りBCに平行な直線がABと交わる点をEとする時 $EB = ED$ であることを証明せよ。



(3) 遷移行列

	上	中	下	
(32, 7, 6)	$\frac{29}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$	= (37, 3, 5)
	$\frac{6}{7}$	$\frac{0}{7}$	$\frac{1}{7}$	
	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$	

この問題では第1回のテストで45名中、上32名、中が7名、下6名であったが、第2回テストではこの32名のうち上、中、下にそれぞれ移行したのが29、2、1名である。同じく第1回に中であった7名は第2回テストで6、0、1名の上、中、下に移行した。その結果第2回テストの結果は、上37名、中3名、下5名になった。この様子を行列の積の型に表わしたのが上の図である。

- (4) 具体例
- 上 → 下 17 (生徒番号)
    - ( $\angle EBD = \angle EDB$ のわけに誤り)
  - 中 → 下 10
    - $\angle EBD = \angle EDB$ のわけ(錯角で等しい) →
    - $\angle EBD = \angle EDB$ のわけ  $\frac{ED \parallel BC}{\angle EBD = \angle CBD}$ であるから
  - 下 → 下 29
    - $\frac{ED \parallel BC}{ED \parallel BC}$ より $\triangle EDB \equiv \triangle DBC$  → 同じ
  - 下 → 下 30
    - $\angle BED$ の2等線を引いてBDとの交点をFとし
    - $BF = FD$ と両端の角が等しいから $\triangle BEF \equiv \triangle DEF$  →  $\angle BED$ の2等分線との交点F,
    - $\angle BDC = \angle DEF \therefore \angle DEF = \angle BEF \therefore BE = ED$
  - 下 → 下 31
    - DよりABに平行線をひきBCとの交点をFとする。
    - $\angle EBD = \angle DBF, \angle EDB = \angle DBF, BD$ 共通

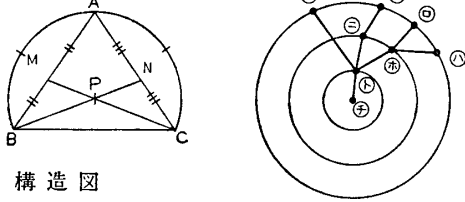
だから  $\triangle EBD \equiv \triangle FBD \rightarrow$  同じ

下→下に移行した上の三つの例では三角形の合同の証明に誤りがある。合同でないのに合同としたり、合同にはなるが、その証明に用いる条件に誤りがある。

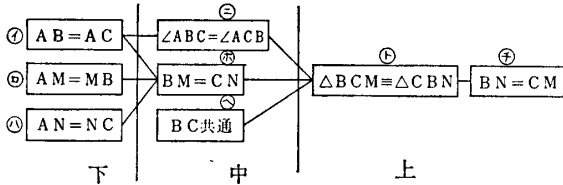
合同条件の意味がわかっていないものがこの理解度変化に属している。

(問題2) 2等辺三角形ABCの等辺AB, ACの中点をそれぞれM, NとすればBN=CMである。

(1) 問題⑤



(2) 構造図



(3) 遷移行列

$$[39, 4, 1] \begin{pmatrix} \text{上} & \text{中} & \text{下} \\ 31 & 8 & 0 \\ 39 & 39 & 39 \\ 4 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = [36, 8, 0]$$

(4) 具体例

上→中 (8人)

④ ⑫ ⑳

$$\left. \begin{array}{l} \angle MCB = \angle NBC \\ BC \text{ 共通} \\ MB = NC \end{array} \right\} \therefore \triangle MBC \equiv \triangle NCB$$

⑭

$$\left. \begin{array}{l} \angle MBN = \angle NCM \\ BC \text{ 共通} \\ MB = NC \end{array} \right\} \therefore \triangle MBC \equiv \triangle NCB$$

⑧

$$\left. \begin{array}{l} \angle ABN = \angle ACM \\ AB = AC \\ \angle A = \angle A \end{array} \right\} \therefore \triangle ABN \equiv \triangle ACM$$

⑳

$$\left. \begin{array}{l} \angle AMC = \angle AMB \\ AB = AC \\ AM = AN \end{array} \right\} \therefore \triangle ABN \equiv \triangle ACM$$

㉔

$$\left. \begin{array}{l} NB = MC \\ \angle B = \angle C \\ BC = BC \end{array} \right\} \therefore \triangle MBC \equiv \triangle NCB$$

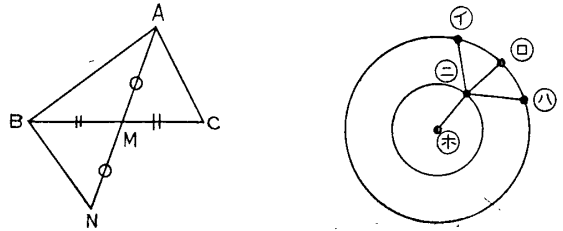
㉒

$$\left. \begin{array}{l} \angle MBN = \angle NCM \\ BM = CN \\ \angle MDB = \angle NPC \end{array} \right\} \begin{array}{l} \therefore \triangle MBP \equiv \triangle NCP \\ \therefore BN = CM \end{array}$$

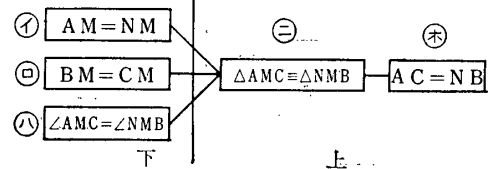
• 合同の理由を導く材料の誤りが全部と結論と仮定の整理不足が1人。

(問題3)  $\triangle ABC$ の中線AMのMをこえての延長上にNをAM=MNであるようにとる。この時AC=NBであることを証明せよ。

(1) 問題(C)



(2) 構造図



(3) 遷移行列

$$[30, 10] \begin{pmatrix} \text{上} & \text{下} \\ 29 & 1 \\ 30 & 30 \\ 5 & 5 \\ 10 & 10 \end{pmatrix} = [34, 6]$$

(4) 具体例

上→下 (1人)

㉑

$$\left. \begin{array}{l} \angle ACM = \angle MBN \\ MA = MN \\ MC = MB \end{array} \right\} \therefore \triangle AMC \equiv \triangle NMB$$

下→下 (5人)

⑩ ㉓

$$\left. \begin{array}{l} \angle ACM = \angle MBN \\ MA = MN \\ MC = MB \end{array} \right\} \therefore \triangle AMC \equiv \triangle NMB \rightarrow \text{左と同じ}$$

⑧

$$\left. \begin{array}{l} AC = NB \\ AM = NM \\ CM = BM \end{array} \right\} \begin{array}{l} \therefore \triangle AMC \equiv \triangle NMB \\ \therefore AC = NB \rightarrow \text{左と同じ} \end{array}$$

㉒

$$\left. \begin{array}{l} \angle BAN = \angle ANC \\ AN = AN \\ \angle BNA = \angle NAC \end{array} \right\} \therefore \triangle BAN \equiv \triangle CNA$$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} \angle CAM = \angle BNM \\ AM = NM \\ CM = BM \end{array} \right\} \therefore \triangle AMC \equiv \triangle NMB$$

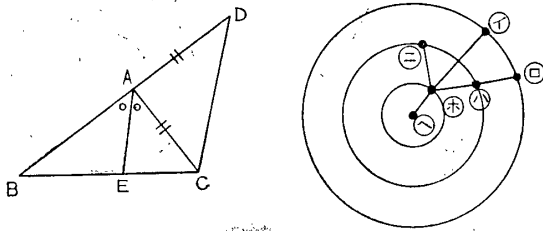
㉒

$$\left. \begin{array}{l} BA = CN \\ BM = CM \\ NM = AM \end{array} \right\} \therefore \triangle BMN \equiv \triangle CMA$$

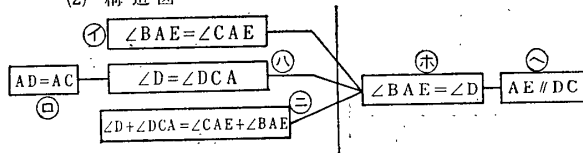
$$\begin{aligned} &\rightarrow \left. \begin{aligned} \angle ACM &= \angle NBM \\ \angle AMC &= \angle NMB \\ AM &= NM \\ CM &= BM \end{aligned} \right\} \therefore \triangle AMC \equiv \triangle NMB \end{aligned}$$

(問題4)  $\triangle ABC$ の $\angle A$ の2等分線と $BC$ との交点を $E$ , 又 $BA$ の $A$ を越えての延長上に $AD=AC$ なる $D$ 点をとる。この時 $AE \parallel DC$ であることを証明せよ。

(1) 問題(D)



(2) 構造図



(3) 遷移行列

$$[39, 7] \begin{pmatrix} \text{上} & \text{下} \\ 25 & 14 \\ 39 & 39 \\ 5 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} = [30, 16]$$

(4) 具体例

上→下 (14名)

④③① 2辺と夾角とが等しい $\therefore \triangle ABE \equiv \triangle ACE$

⑧③④  $\begin{matrix} \times & \times & \times \\ \text{①} & \text{②} & \text{③} \end{matrix}$

②①  $\begin{aligned} \angle DAE &= \angle DAC \\ \angle ABC &= \angle D \end{aligned}$

②⑨ AよりBCに垂線ADを下す  
 $\triangle AOC \equiv \triangle AEC$

②⑤③②③⑦  $\begin{matrix} \times \\ \text{②} \end{matrix}$

③⑥  $\begin{matrix} \times & \times \\ \text{①} & \text{②} \end{matrix}$

③⑧  $\begin{matrix} \times & \times \\ \text{①} & \text{②} \end{matrix}$

④④  $\begin{matrix} \times & \times \\ \text{①} & \text{②} \end{matrix}$

③⑨④①  $\begin{matrix} \times & \times \\ \text{①} & \text{②} \end{matrix}$

下→下 (2名)

⑤  $\begin{matrix} \times & \times & \times & \times \\ \text{①} & \text{②} & \text{③} & \text{④} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} \times \\ \text{⑤} \end{matrix}$

②④ 無答 $\rightarrow \begin{matrix} \text{○} & \times \\ \text{○} & \times \end{matrix} \therefore \angle EAC = \angle ACD$

$\begin{matrix} \text{○} \\ \text{○} \end{matrix} + 2 = \text{○}$

$\begin{matrix} \times \\ \times \end{matrix} + 2 = \times$

• 構造図における①②③から④に移る点を論理的に表わすまで把握していない。

まとめ

今回の調査では第1回のテストは宿題という形で出しているからどのような学習にもとづいたのか不明であるし、第2回のテストは宿題提出後のテストであって、異なる状態の比較であるという点不明な要点が入っている。しかし以上の調査により授業前後の同じテストについて成績の下がるものがあることがわかった。

従って家庭における学習ではわからなくても、他人にきいてかいてくるだけの者が居るといふことと、そういう生徒達の全部を授業で正しい理解に到達させることが出来なかったこともわかった。なお第1, 第2回のテストは同じ問題ではあるが、図の位置・形・記号を新たに黒板に書いて単なる記憶のみによる正解がでないように避ける意図を示した。更に一定の日時をおいて第3回目のテストを面接の形で行なうことをも意図したがこれも実施は出来なかったので不十分な点が多い。

しかし下から下に移行する生徒の大部分は授業のみでは正解に導くことが困難であって、これらの生徒を指導する具体的な方法(例えばシンクロフックスの利用とか、徹底した個人面接指導とか)を考えてゆきたい。