

## A. 高校普通科の教育課程改革の問題

$p+q>0$	$p-q>0$	20	$p+q>0$	$b-b<0$	22
	$p-q>0$	9	$p+q<0$	$q-q>0$ $q-q<0$	0
	$p-q<0$		$q+q>0$ $q+q<0$ $q-q>0$	3	
できないもの		44	$q+q=0$		

$p+q>0$  だけの者は  $p+q>0$  の表示なし。

できない者のうち大半は、 $(p+q)(x^2-p^2+q^2)>0$  までではできたが、その後の分類ができなかった。

又、 $p+q<0$ 、 $p+q>0$  と分類した者の殆んどが  $p^2>q^2$  であるとしている。

全体的に時間が、不足であったが、それにしても、不等式の基本性質、順序だてた解法をしていない。又文字の満たす条件をよく把握していない。今後、文字の使用と、方程式・不等式を解く場合、やはり順序だてた基本性質の導入を十二分に行なわなければならないのではないだろうか。それにしても、思考論理が、あいまいであることは十分注意しなければいけない。今後、思考論理を基本性質を教えると共に常に注意をし、ある程度表面に出してやることのぞましいであろうと思います。

(富田)

## 6. 数学の学習指導の実践的研究

科学技術の進歩にもなって数学の学習内容が高度化され、豊富な内容の修得が要求されている。その反面において広い階層の高校の生徒にその内容をいかにして消化させるかが問題である。学習内容の選択についてはいろいろと専門家の間で検討されている段階であるが、専門の学者の中には学習内容の高等化よりも、基礎の学習の充実をはかることの方が大切であるという意見がかなり強い。そこで現場ではいかにして効果的な学習指導がなされなければならないか。次の考え方をもとに意見をのべ実践の方法を考えてみる。

(1) 発見的学習を出来る限りとり入れる。

(2) 作業学習の実施。

(3) 数学の表現力の強化。

### 〔1〕 効果的な指導を行なうために発見的学習を十分にりいれる。

真に効果的な学習を行うため学習の主体である生徒たちを主体的に活動させるにはどうしたらよいか。その実践的な方法を考えなければならない。そこで生徒たちの自主的な主体性をもりたてるための基本的な意

味での着眼点として学習内容と人間関係をあげることが出来る。学習内容とは一般的には「環境が主体に対してもっている意味の内容。」といってよいがここでは学習内容を考える。人間関係の中には教師と生徒との関係、教師の指導様式と生徒の反応、学習生徒相互の関係などが包括される。

学習内容に視点においたアプローチについては教材の選択・その具象化・視聴覚化・指導計画の合理化等の問題があげられるが、その中で学習内容の分析による構造的把握ということが大切であることは近頃特に強張されている。構造というのは「一つの意味ある全体と構成している諸要素間の関係」というふうに解してよい。教材の構造をよくしらべて教師の正しい指導計画と実践が大切であるが、さらに生徒自身の自主的な学習活動の方がより大切であり、みずから教材の構造を把握していこうとする学習態度の形成が一段と重要であると思う。生徒の自主的な学習態度を形成すべき学習のしかたはもちろん学習内容にも規定されるが、ただそれだけでなく、人間関係という要因も大きくものをいう。教師の一方交通的な教材のおしつけでなくて、相手の生徒の人格の主体として認めて比較的自由な行動領域を与えることが大切である。教師も生徒も「受容」という人間関係を作り上げるため、学習集団のあり方にも問題がある。いまここでは望ましい学習集団のあり方はすでにかんがりの研究がなされているのでふれないことにするが、この中で教師の発問に対してどうして生徒の反応が不活発であるか、またどうして答えられないのか、高校の1年147人に対する次のようなアンケートの結果がまとまった。(教師の発問に答えられない理由)

- ① 質問の内容がはっきりしない。 33%
- ② ちがったらはずかしい。 25%
- ③ 答えたいがうまくいえない 19%
- ④ 答えるのに考える時間が足りない。 5%
- ⑤ その他(答えるのがめんどうだ、数学がわからない、ぼんやりしていた。) 18%

①③は教科によって多少は異なると思うが数学は教科の性質から表現方法が日常生活のことばとかけはなれているし、生徒は目的に向かって直行する心性をもっているため、表現内容がぶつぎれになったり、わかりきっていると自分で感じていることはなるべく省略する傾向が強いので、質問の内容がつかめなかったり、質問のし方がわるいと内容がつかめない。また内容は理解してもその答え方にこまる。(①の中には学習内容の理解できない生徒も多いと思う。) この点が生徒の発見的学習活動に大きな支障になっている。聞いても理解できない。書いてあることがわからない。考えていることが言えない。このため常に生徒の表現力の

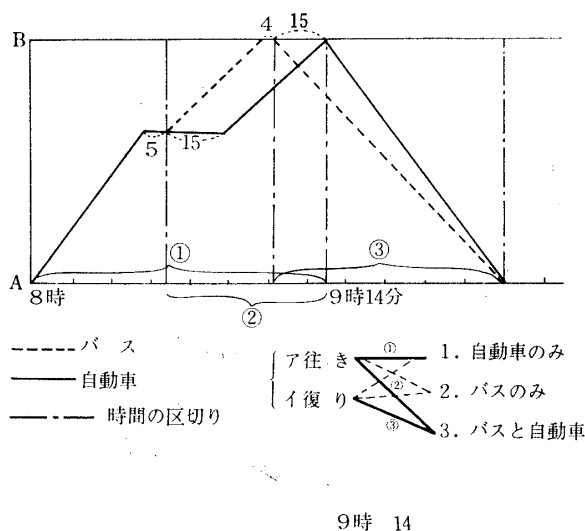


## A 高校普通科の教育課程改革の問題

また

「午前8時にA市から自動車に乗って毎時40kmの速さでB市に向ったところその後途中でちょっとした故障が起ったので、その応急修理に20分かかった。その後時速を25kmに減じて走らせ9時14分にB市に到着した。それは故障に取りかかって5分後にそこを通りかかったバスがB市に到着してから19分後であった。帰りは終始毎時40kmで走ったところ15分前に出発したバスと同時にA市に帰り着いた。バスは往復とも一定の速さで走っているものとして、このバスの速さおよびA B两市間の距離をもとめよ。」(高1)

この問題もダイヤグラムをかけば一目にして自動車とバスの運行の様子がわかる。それをうまく利用すれば方程式が立つはずである。



上の問題や図を見ながら(往復)と(自動車とバスの運行)の関係から問題は三つの関係に分けられることからまとめさせた。

- ① 往きで、自動車のかかった時間が1時間14分であった。
  - ② 往きで、バスは自動車より19分早くB市についた。
  - ③ 復りは自動車の方が15分早くついた。
- ①②③より未知数が少なくとも必要であることを知らせ、——・——の区切りで③の両辺を時間が単位になるようにして①②③の方程式を立てさせた。図を目で見てもうまく利用する工夫をすることを指導した。

以上のように耳・口・手・目など感性的な把握を出来るだけ多くとり入れて、つねに生徒の活動の中に学習が行われる様に心掛けたい。

### 〔3〕 基本的な学習態度について

将来にのびる学習は学習者の態度の如何ではないかと思う。生きた学力を身につけるためには学習の態度

の確立が必要である。

「数学学習のための必要な態度」のアンケート

- ①あなたは問題をとくための計算は一度で正確にできるように心掛けているか。  
はい 中間 いいえ
- ②めんどろな計算は途中でいやになってやめてしまうか。
- ③計算は紙のかたすみや小さい紙片にチョコチョコとやる方ですか。
- ④数字や文字や記号をキチット丁寧にかきますか。
- ⑤図や表は正確に丁寧にかきますか。
- ⑥ノートはよく考えて整理しておりますか。
- ⑦公式や定義や定理をおぼえるのがめんどろですか。
- ⑧あなたは問題をとくとき問題の内容を十分理解してからときますか。
- ⑨ものをおぼえるとき紙にかきながら、声をだしておぼえますか。
- ⑩本を読むときだまってよみますか。
- ⑪テストの違ったところはあとで訂正しますか。
- ⑫むつかしそうな問題や複雑そうで長い問題ははじめからやる気がしませんか。
- ⑬一つの事柄を図や表や式などをうまく使っていろいろの見方から整理しようとしていますか。
- ⑭できなかった問題はいつまでも頭の中にとこっていて解決しようとしていますか。
- ⑮習ったことは家に帰って必ず復習しますか。
- ⑯疑問に思ったことやわすれた定義・公式・定理はふりかえてしらべますか。
- ⑰自分の思っている意見はどんでん言う方ですか。
- ⑱質問されたときよく考えて答えますか。
- ⑲わからないことや疑問に思うことはどんでん先生や友達に聞きますか。
- ⑳数学の授業はその時間の間に理解しようと思って真剣にききますか。

このはい、いいえは問題によってのぞましい方がちがうが、のぞましい方を5点、中間を3点、のぞましくない方を1点として、100点満点を10点に換算して数学Iの学習成績の10段階の評価との相関をしらべた。もちろん質問のしかたにも問題があるが、まじめに自分をふりかえてもらうために時間を与えて書いてもらった。

この結果から判断できることは多少の危険は伴うが相関係数もかなり高く、先ず数学の学習の基礎は学習の態度の確立と深い相互関係があると思う。そして学習の態度の修得は日常の作業学習を通じてかなりおこなえるのではないかと思う。この作業学習の成果は今実践の段階であるから引続いて研究していく積りである。

対象 高校1年 48名  $r=0.59$

相 関 表  
数学I 1 学 年 評 価

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2									1	
3									1	
4					1		1	2		
5			1	1	2	2	2	2	3	2
6			2	1	4	3	1	2	1	2
7		1	1	2		2	1			
8	2			2						
9		1	1							
10										

(数 学 学 習 態 度 20 の 質 問)

〔3〕 表現力の養成について

次に数学の学習の支障となる表現力の問題について考えて見る。今までの数学教育では用語の説明、問題内容の表現や論証の仕方は学習の過程において生徒が自然に体得するものであるとして意識的な指導が十分に行なわれていなかった様であるが、用語の説明や内容の表現が十分に出来ないことは、学習内容の高度化につれて生徒にはかなりの障碍となっていると痛感する。たとえば論理的に正しい表現や推論するための論理語である「かつ」「または」「でない」「すべての…」、「ある……存在する」とか、説明するためのことば「ゆえに」「なぜならば」「したがって」「同様に」「……とすると」など、また関係をあらわすことば「等しい」「大きい」「割り切れる」などのことばの使い方も的確でない。これらの表現力があいまいであることは数学の学習を大きくさまたげている。これらは日頃「言わせる」「かかせる」「みせる」「きかせる」など大いに作業を通じて、十分体得させると同時に、さらに表現の方法もいろいろ考えさせて、いろいろの角度からの認識をし、実践を通じて確実なものとしなければならぬと思う。高校1年の147名について整数の定義を書かして見たら次のような結果が出た。

正解の中には

「他の数との間隔が1で、正負共に0より始まる不連続な数の集り。」など数直線から整数を定義したものもあった。

誤答の中には「整った数」「虚数でない。」「循環小数を除いた数」「分数・小数の数をさす」といったように全くわかっていない答がかなりあった。

(昭和41年9月)

正解は中学1年のときの定義として

0,  $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm 5 \dots$  を目標にした。

①正解	23%
②0を忘れた生徒。	8%
③0と自然数を答えたもの	10%
④自然数と答えた生徒。	18%
⑤実数で有理数で分数・小数をのぞいたものと答えた生徒。	13%
⑥虚数・無理数・分数・小数でないものと答えた生徒。	11%
⑦有理数で小数でも分数でもないものと答えた生徒。	9%
⑧有理数で小数でないものと答えた生徒。	6%
⑨小数点以下から数字がつかないものと答えた生徒。	5%
⑩複素数のうちで有理数で分数・小数をのぞいたものと答えた生徒	2%
⑪無答	8%
⑫その他	34%

これらの結果から、大体整数の輪かくをつかんでいゝるものと、全然整数がどんなものかわからないもの。そのどちらとも言えないもの例えば数の構造から実数の中の有理数から分数・(小数)を除いたものと言っているが、実数や有理数がどんなものかともわからないで、ただ構造の上から答えたものもかなりあった。

このように中学1年に出て来た整数の定義についても内容がでたらめなもの、また内容があいまいなもの、内容はわかっていてもそれが十分に表現できない生徒がかなりあることから考えても基本の用語の内容もわからずによく高等学校の数学をやったものだ、おどろかざるを得ない。しっかりと基礎をかまえ、内容とともに表現する力をつける必要を痛感する。そこで一つの試みとして、いろいろの事柄の表現のし方と数学成績についての関連について、次のようなテストによってその相関をしらべて見た。(対象高校1年147名)

表現力のテスト (昭和41年10月)

1. 次の定義をのべよ。(用語の説明)

- ① 三角形の中線の定義。
- ② 例を一つあげて恒等式の定義。
- ③ 直線ABとその直線外の点Cとの距離の定義をのべそれを図でしめせ。

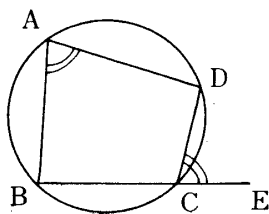
2. 図による表現

A. 高校普通科の教育課程改革の問題

- ① 「円の弦とその一端からひいた接線とのつくる角はその角内にある弧に対する円周角に等しい。」という問題の図を記号を使ってかけ。
- ② 「ある村でうしを飼っている家と、飼っていない家との戸数の比は2:3で、うしとぶたの両方を飼っている家の戸数は全戸数の $\frac{3}{10}$ である。うしとぶたのどちらも飼っていない家の戸数が全体のどれだけか。」を見てははっきりわかるようにするにはどんな図をかいたらよいか図をかけ。
- ③  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ の展開式がはっきりわかるように図で示せ。
- ④  $f(x) = x^2 + x$  のとき  $f(3)$  をグラフの上にしめせ。
- ⑤ 「Pが線分ABを  $m:n$  に外分するという。」このことを式に示し、その図をかきなさい。  
式で表現
- ① 「点P ( $a, b$ ) は  $y = mx + n$  の上の点である。」このことを式でかけ。
- ② 「整数  $a$  を整数  $b$  でわったら商が  $q$  で余りが  $r$  である。」この関係を式でかけ。
- ③ 「 $x$  を小数点以下第2位で四捨五入すると2.8である。」この関係を式でかけ。
- ④ 「 $x=1$  は  $x^2 + ax + b = 0$  の根ではない。」を式でかけ。
- ⑤ 「 $a, b, c$  は相異なる。」を式でかけ。
- ⑥  $A = x+1$   $B = x+2$   $C = x+3$  のとき  $A, B, C$  の中から2つとって出来る積のすべての和を  $x$  で表わせ。
- ⑦ ある人が  $A$  km の坂道を  $a$  km/時の 速さでのぼり、同じ道を  $b$  km/時の 速さでくだった。」往復の平均の速さを式でかけ。

4. 言葉の表現

- ①  $\frac{B}{A} + \frac{C}{A} = \frac{B+C}{A}$  は分数式の計算のしかたをしめした式である。言葉でこの計算のしかたを言え。
- ② 「2数  $a, b$  がある  $a$  も  $b$  も正である。」の否定を言え。
- ③  $a \wedge b$  を  $a, b$  のうち大きい方の数を表わし  
 $a \vee b$  を  $a, b$  のうち小さい方の数を表わす記号とすると  
 $(a \vee b) \wedge c$  を言葉でいえ。
- ④  $ab < 0, a+b > 0$  である関係があるとき  
 $a, b$  はどんな関係か言葉でかんげつに言え。



⑤ 図について  $\angle ECD = \angle A$  であることは証明されている。

この問題(定理)を記号  $A, B, C, D, E$  を使わないで言葉でいえ。

⑥  $y = ax^2 + bx + c, a > 0$  であるとき、これをグラフにかくと、どんな図を表しているか言葉でいえ。

各問 5点で 100点満点

5点を配点の基準をもうけて減点した

テスト → 評価 相関係数  $r = 0.65$

テスト	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10				1						1
9						1	1	1	1	1
8					1	2	3	2		
7				1	6	7	4	9	2	3
6			2		5	2	4	5	2	2
5		1	1	6	6	5	8		3	2
4		1	3	5	9	4	3			
3	1		2		3	3				
2	3	2	2	2	1					
1			1	1						

このテストは相関表と相関係数からもわかるように数学学習成績とかなりの相関をしめしている。このことに、数学の学習にとっていろいろの事柄をうまく表現すること、基礎である数学用語に正確になれることは非常に大切であると思う。そのために今後の学習のあり方にも大いに指針を与えてくれたものと思う。

本年度附属高校の入試にも表現力と論理的思考をかねた次の出題をしたが、成績は10%以下という悪い結果に終わった。いかに表現力が足りないかを物語っている。今後の学習に作業学習と表現力の養成をとりあげて、これを実践的に研究を継続し、その成果があがるものかさらに探究する積りである。

次の文は、ある問題の証明である。これを読んで下の問いに答えなさい。

(証明) AMをMの方に延長して、その上にAM=MDとなるような点Dをとると、四角形ABDCは、平行四辺形となるので①

したがって  $AB + AC = AB + BD$  ……①

$\triangle ABD$  ② ……②

①, ②より  $AB + AC > AD$

また  $AD = 2AM$

∴  $AB + AC > 2AM$  証明終わり

- (1) ①の式を作りなさい。  
 (2) ②の式を作りなさい。  
 (3) 証明に使った図を、補助線などもふくめて書きなさい。  
 (4) この証明のもとになった問題を40字以内で書きなさい。(持田)