

# 作業学習を入れた、数学学習指導の実践例

持 田 都 也

(要旨)一つの教材を通して、いかにして内容を構成し、構造的なモデルを作るかを「作業」という、生徒の活動に重点をおいて、指導して見た。その実践例をここに挙げて見る。

## I 数学教育の方向と実践(まえがき)

これからの数学教育の方向は、要約すれば、数学的な考え方によって、生徒自身の活動を通して、こじんまりしたものより、数学的な構造を作らせ、数学的なモデルを理解させることである。ここで言う数学的な考え方ということは、いろいろの意見もあるが、私は数学的な事象を数学の用語、記号などを使って表現し、演繹的な推論によって、まとめていくことを言っていると思う。この方向に向って生徒自身の作業・活動を重点においた、学習指導の実践例を工夫して見た。

## II 作業を重点においた学習

上の数学教育の方向に向って、もちろん内容面の整備、補充は大切であるが、実際の指導のあり方の研究も大切である。実際の指導においては、

- (1) 生徒自身の学習態度の問題、つまり学習がつねに、前向きの姿勢でなければならないこと。
- (2) 一つ一つの与えられた学習内容をどう構成させていくかという研究。

が必要であると思う。そのため作業を多くさせつつ思考させる学習が必要である。作業とは口、手、目、耳などの感覚を十分はたらかせて、自然の活動を通して、思考させることである。骨の折れる問題をおしつかけたり、ちょっとしたテクニックで解決させる問題を与えて、学習意欲をそいだりして、本来の数学教育の方向からはなれてはならない。作業という実際行動を通じた、身体を張った学習こそ、自分自身を学習の中にとけこませ、自然のうちに前向きの姿勢をとらせることにもなる。作業の伴う学習は心理学的にも定着度が高いと言われている。

## III 作業を重点においた学習の実践例

中学3年の「点の運動」について、作業を重点に内容を構成していく学習の実践例を示して見る。

㉓ 交わる2つの定直線の双方に接する円の中心は、円をだんだん大きくしていくとどのように動くか。

㉔  $\triangle ABC$ の辺BC上の点をPとすると、点PがBからCまで動くとき、線分APの中点Qはどんな図形をえがくか。

㉕ 定円Oと円外の定点Aとがある。Aを通る直線が円OとP、Qで交わるとき、弦PQの中点Mとすると直線APQが動くとき、Mはどんな図形をえがくか。

㉖ 定円Oと円外の定点Aが与えられている。点Pが定円の周上を動くとき、APを1辺とする正三角形APQの頂点Qはどんな図形上を動くか。

㉗ 1辺が10cmの正方形ABCDの辺BCと辺CDの上を動点PとQがある。つぎのような動き方をしたとき、

それぞれがえがく図形をしらべよ。

- (1)  $BP = CQ$ であるように動くとき、線分PQの中点Mのえがく図形。
- (2)  $PQ = 5\text{cm}$ であるように動くとき、線分PQの中点Mのえがく図形。

㉘ 交わらない半径の等しい2つの円がある。この2つの円に外接する円の中心はどんな図形をえがくか。

㉙ 点Pを平面上の点とすると、点Pが動くとき、どんな図形をえがくか。

㉚ 点Pは定円O上の固定された点とすると、Pはどんな図形をえがくか。

### ○第1時

導入の段階として、基本的で、身近にある問題として、例えば、正方形や円などを切りとらせて、一直線上をすべらないように、回転したときの、特定な点の運動の様子を、紙の上にするして、しらべさせたのち、問題㉔㉕の作業をさせた。㉓から㉚までは宿題とした。(資料(1)参考)

### ○第2時

㉓から㉚までの点の運動から、㉙のように制約(条件)がなければ、自由に動けること、㉚のように制約が強すぎれば動けないことを体得させ、㉓～㉔のよう

に規則正しく直線（線分）や曲線（円または円弧）がかかるのは、運動を規定する制約があるからであることを強調した。さらに、各問題ごとに、 $\text{〳}$ 制約が何んであるか、 $\text{〳}$ 言わせたり、記号を使って書かせた。また各問題ごとに $\text{〳}$ 点の運動が何んであるか、 $\text{〳}$ 言寄せた。 $\text{〳}$ 動くもの、 $\text{〳}$ 動かないもの、の区別の必要性を考えさせて、その間にどのように制約が結びついているかも考えさせた。制約を少しかえたときの $\text{〳}$ 点の運動、の例も示した。（資料(2)参考）

○第3時

まえの時間の動く図形をもう1度言寄せて、その図形的位置を $\text{〳}$ 動かないもの、をもとにして、的確に言えるように指導した。点の運動が直線（線分）になったり曲線（円、円弧）になったりするが、どの位置に、 $\text{〳}$ どうかけるかを強調することは大切である。（不的確な表現は徹底的に訂正した。）また基本的な点の運動の制約と運動の仕方、位置を書かせたり。言寄せたりした。（基本(3)軌跡）

○第4時

以上の学習による、 $\text{〳}$ 点の運動、の構造上の骨組をまとめた。

中心観念……制約のある点の運動

基本要素…

- 制約(条件)
  - 点の規制された一定の秩序
  - 点の固定された図形との関係
- $\left( \begin{array}{l} \text{〳} \text{変われば変わる、という} \\ \text{〳} \text{関係の中に、〳} \text{変わって} \\ \text{〳} \text{も変わらない、という関} \\ \text{〳} \text{係をとらえる。} \end{array} \right)$
- 基本となる点の運動
  - 制約の変形による基本の運動へのつながり

(資料(4)参考)

○第5時

- 発展性…
- (1) 運動と点の集り（集合）の比較
  - (2) 対応の問題（関数関係、数値の変化と運動との比較）
  - (3) 運動の他の表現（座標）
  - (4) 直線（線分）円（円弧）以外の運動および2動点の問題
  - (5) 論理的な思考の裏付け

などの問題を実際の例（資料(5)参考）により、作業させたり、考えさせた。

○第6時

実際問題を通じて、論理的な裏付けをする指導をした。作業の出来ない問題（図にうまく表現出来ない制約の問題）を与えて、論理的な裏付けの必要性を強調した。

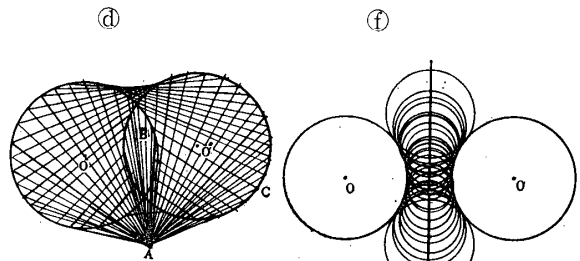
IV 実践の反省

以上は1つの教材ではあるが、その構造的なモデルを生徒自身の作業をとり入れて、築き上げることを重点に指導して見たが、その結果については、内容がややむづかしかったので、期待していたほどの成果をあげることが出来なかった。この実践を通じて

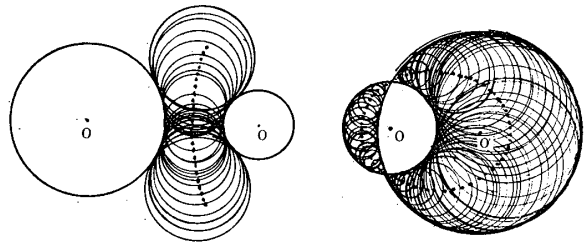
(1) 作業を通じて学習することによって、比較的能力の低い生徒に対しても、十分興味を持たすことが出来たこと。（資料(6)参考）

(2) 数学的な用語や記号を用いて表現することが稚拙であって、広い階層の生徒にはかなり高度の内容の学習に大きな障害となり、今後の指導上の工夫が必要であることを痛感した。（資料(7)参考）

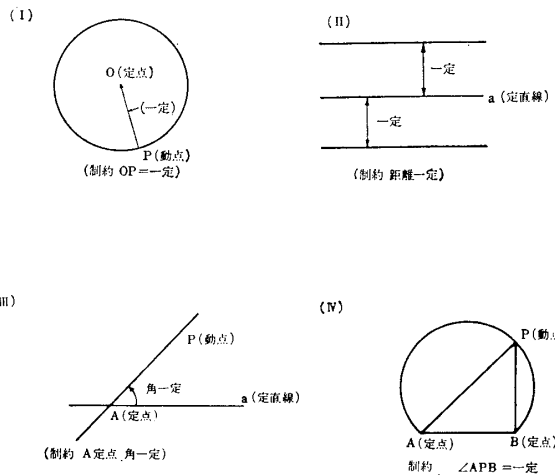
資料(1)



資料(2)



資料(3) (基本軌跡) …これだけの基本軌跡で十分指導できる。

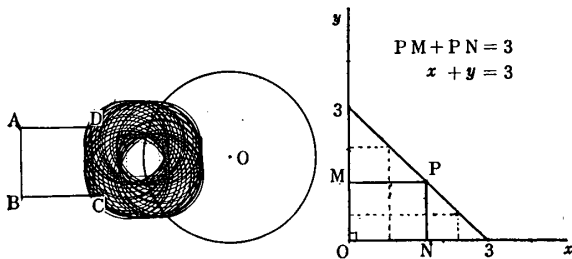
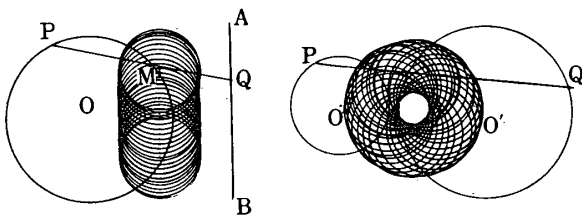


資料(4)

- 〆点の運動、の学習で大切なことはどんなことか。  
(各人3項目対称90人)

事 項	人数
定点定(線分, 定直線, 定円)か動点かの区別をはっきりさせる。	29%
基本の運動の仕方をしっかりつかみ, それに結びつける。	25%
運動の制約。	15%
問題の点がどのように動くか実際に多く図をかいてめやすをつける。	12%
なぜこの様な運動をするか理由を証明する。	6%
動点の特殊点を見つける。	5.5%
図を想像する。	4%
図を正確にかく。	1.5%
与えられた問題をいろいろ制約かえて見る。	1%

資料(5)



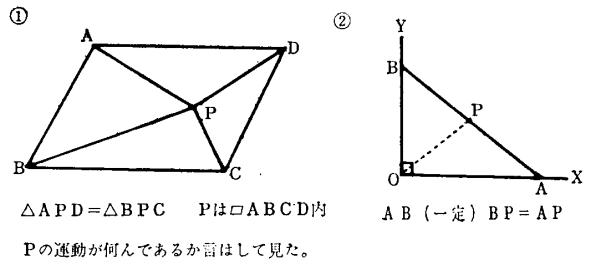
資料(6)

- 〆点の運動、の理解
- 〆点の運動、の興味

yes	25.5%
普通	54.4%
no	16.7%

yes	60.0%
普通	27.8%
no	12.2%

資料(7)



- ① 辺ABと辺DCの中点をそれぞれE, Fとして, 線分EFがPの運動。  
(E, Fは定点)

①について

正しく言えた	22.5%
あいまい	67.5%
言えない	10.0%

①のあいまいな例

〆Pを通りBCに平行な直線、(Pは動点)

- ② Oを中心として $\frac{1}{2}AB$ を半径とする4分の1の円弧がPの運動。  
(Oは定点, ABは定長)

②について

正しく言えた	12.5%
あいまい	47.5%
言えない	40.0%

②のあいまいな例

〆Oを中心として半径がOPの円、  
(Pは動点)