

学位論文

軽いスカラー中間子の inverse mass hierarchy への $U(1)_A$ 量子異常に現れるフレーバー対称性の破れの寄与 の解析

名古屋大学大学院 理学研究科 素粒子宇宙物理学専攻
黒田 佳樹

2020年2月5日

概要

π 中間子や陽子などの強い相互作用をするクォークやグルーオンの複合粒子は総称してハドロンと呼ばれている。ハドロンの質量には構成するクォークのカレントクォーク質量だけでなく、カイラル対称性の自発的な破れの効果により生成される質量の寄与が重要であることが知られている。カイラル変換は左巻きクォークと右巻きクォークそれぞれに対するユニタリ変換であり、QCD では近似的 $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ カイラル対称性が保たれている。しかし、QCD 真空におけるクォーク凝縮が有限の値をもつことから、 $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ カイラル対称性は $SU(3)$ フレーバー対称性まで自発的に破れている。 π 中間子等の最も軽い擬スカラー中間子は、この近似的カイラル対称性の自発的破れに伴って現れる擬南部・ゴールドストーン (NG) 粒子と見なされる。

これら擬 NG 粒子には、カイラル変換において互いに移り変わるカイラルパートナーとしてのスカラー中間子の存在が期待されるが、実験で観測されているどのスカラー中間子に該当するのかが完全には判明していない。カイラルパートナーにはフレーバー 1 重項のクォーク凝縮の量子揺らぎのスカラー中間子も含まれ、このスカラー中間子はカイラル対称性の自発的破れのシグナル粒子として知られている。したがって、カイラルパートナーが観測結果のどの質量スペクトルに該当するのかを明らかにすることは大変重要である。

擬 NG 粒子のカイラルパートナーとしてのスカラー中間子はクォーク・反クォークから構成される。スカラー中間子のクォーク組成においてアップクォークやダウンクォークよりも重いストレンジクォークの個数が多くなれば、スカラー中間子の質量は大きくなることが期待される。ゆえに、カイラルパートナーとしてのスカラー中間子のうち、アイソスピン量子数が $1 (I = 1)$ のスカラー中間子よりも、 $I = 1/2$ のスカラー中間子の方が重くなることが理論的には予想される。しかし、実験で観測される最も軽いスカラー中間子のうち、 $I = 1$ の $a_0(980)$ の方が $I = 1/2$ の $K_0^*(700)$ よりも重い。この質量階層の問題はスカラー中間子の逆質量階層 (inverse mass hierarchy) 問題として知られている。

本論文では、この質量階層をクォーク・反クォークからなるスカラー中間子において再現するために、カイラル対称性を明らかに破るカレントクォーク質量が $U(1)$ 軸性アノマリーを表す有効相互作用を通してスカラー中間子の質量に寄与をする効果を提案した。この効果により $a_0(980)$ の質量がストレンジクォーク質量からの寄与を得ることが期待される。また、この機構を低エネルギーカイラル有効模型の一つの $SU(3)$ 線型シグマ模型に導入し、クォーク・反クォークから構成されるスカラー中間子が inverse mass hierarchy を再現することを示した。

$SU(3)$ 線型シグマ模型は擬 NG 粒子である擬スカラー中間子とそれらのカイラルパートナーであるスカラー中間子を含んだ模型であり、カイラルパートナー構造を内包している。まず、観測されている擬スカラー中間子の質量と崩壊定数をインプットにして、 $U(1)$ 軸性アノマリーを表す有効相互作用を通じたカレントクォーク質量の効果により $a_0(980)$ が $K_0^*(700)$ よりも重くなることを確認した。次に、 $a_0(980)$ と $f_0(980)$ に加えて、 $I = 0$ のスカラー中間子の $f_0(980)$ と $f_0(500)$ まで含めたスカラー中間子の質量の解析を行い、観測されているスカラー中間子の質量階層と無矛盾であることを示した。さらに、 $I = 0$ のスカラー中間子のクォーク組成を解析した。その結果、 $f_0(980)$ がストレンジ・反ストレンジクォークから、 $f_0(500)$ がアップもしくはダウンクォークとそれらの反クォークから構成されていることを示した。これは $f_0(980)$ と $f_0(500)$ がフレーバー 8 重項に属するモードとフレーバー 1 重項の混合状態となっていることを示している。

目次

1	導入	4
2	QCD とカイラル有効模型	9
2.1	QCD ラグランジアン	9
2.2	カイラル対称性	9
2.3	カイラル対称性の自発的破れ	10
2.4	SU(3) フレーバー対称性の破れ	15
2.5	量子異常	17
3	線型シグマ模型	20
4	スカラー中間子のカイラル構造	24
4.1	a_0 中間子と K_0^* 中間子の質量	24
4.2	inverse mass hierarchy	25
5	まとめ・展望	29
付録 A	真空条件を貸した後の擬スカラー・スカラー中間子の質量の表式	31

1 導入

素粒子の基本的な相互作用である、強い相互作用が働く粒子を総称してハドロンと呼ぶ。原子核を構成する陽子や中性子(核子)や、原子核内においてそれら核子を結びつけている核力を媒介する π 中間子など多くのハドロンが観測されており、スピン、パリティ、アイソスピンといった量子数によって細かく分類され [1] にまとめられている。

ハドロンは大別してメソン(中間子)とバリオンに分類される。中間子は整数スピンをもつ Bose 粒子であり、クォーク模型ではクォーク・反クォークのクォーク 2 つから構成される。例としては湯川の中間子論で予言された π 中間子や、その他に ρ 中間子、 ω 中間子が挙げられる。一方で核子などの半整数スピンをもつ Fermi 粒子はクォーク 3 つから成るバリオンと呼ばれている。クォーク模型の後に考案された素粒子標準模型の枠組みではこうしたハドロンは量子色力学(Quantum Chromo Dynamics; QCD) というゲージ理論で記述される。さらに、最近では、上記のクォーク 2 つや 3 つといった分類ができないハドロンが観測されてきた。例としては $X(3872)$ というクォーク 2 つ・反クォーク 2 つから構成されるテトラクォークや $P_c(4312)$ 、 $P_c(4440)$ 、 $P_c(4457)$ といったクォーク 4 つ・反クォーク 1 つからなるペンタクォークが挙げられる。また、QCD のゲージ粒子であるグルーオンのみから成るグルーボール状態もエキゾチックハドロンに分類され、現在その定式化が進められている。

QCD は SU(3) ゲージ理論であり、クォーク(物質場)やグルーオン(ゲージ場)は色荷(カラー荷)と呼ばれる保存量を持つ。QCD は漸近的自由性という、高いエネルギースケールでは結合定数が小さくなり、逆にエネルギースケールを小さくしていくと結合定数が増大していくという性質をもつ。これにより、ハドロンが観測されるエネルギースケールを含め、低エネルギー領域の QCD を取り扱う為には、非摂動効果を取り入れた複雑な解析が必要になり直接 QCD から計算することに困難が生じる。また、実験的にはハドロンはカラー表現の 1 重項しか存在しないが、物理的状態がカラー 1 重項しか存在しないことは証明されていない。この問題はカラーの閉じ込め問題として物理学・数学において知られる未解決問題の一つであり、本論文ではこれ以上立ち入ることはしない。

QCD の非常に困難な非摂動計算を直接取り扱わずに、ハドロンを解析する手法の 1 つとして低エネルギー有効模型を用いることが盛んに行われている。有効模型は QCD のもつ特徴的な対称性等を持つように構築され、議論している対称性等の帰結として物理現象を理解する手助けとなる。

ハドロンの分類の上で重要な QCD がもっている(近似的)対称性として、カイラル対称性、アイソスピン対称性、フレーバー対称性を挙げることができる。カイラル対称性は質量の無い Fermi 粒子が持っているカイラリティ保存を示す対称性である。クォークは質量を持つが、アップ、ダウン、ストレンジクォークについてはそれらの質量がハドロンの質量スケールに比べて小さいので近似的にカイラル対称性が存在するとみなされる。クォーク凝縮はカイラル対称性の自発的な破れのオーダーパラメータとして知られており、真空中では 0 でないためにカイラル対称性は自発的に破れ、質量 0 の南部・Goldstone(NG)粒子と呼ばれるの存在が予言される。しかしカイラル対称性が近似的な対称性であることから NG 粒子は質量をもつ。このため、カイラル対称性における NG 粒子は「擬」NG 粒子と呼ばれる。実際擬 NG 粒子と考えられている π 中間子

は 140MeV、 K 中間子は 494MeV の質量をもっているが、他のハドロン質量 ($\sim O(1\text{GeV})$) よりは明らかに小さい。これらの擬 NG 粒子の関わる散乱振幅は、カイラル対称性の自発的破れに伴う低エネルギー定理によって定められる。また、ハドロン同士がカイラル変換によって互いに移り変わる関係にあることをカイラルパートナーの関係にあるという。オーダーパラメータであるクォーク凝縮が 0 となり、カイラル対称性が回復する場合にはカイラルパートナー同士は縮退する。有限温度・密度系ではこのオーダーパラメータの値が 0 に近づいていく可能性が指摘されており、オーダーパラメータの減少に伴い、カイラルパートナー間の粒子の質量差が小さくなっていくことが期待される。

カイラル対称性は自発的にフレーバー対称性まで破れる。アップクォークとダウルクォークについての $SU(2)$ フレーバー対称性のことをアイソスピン対称性と言う。厳密な意味ではアップクォークとダウルクォークの質量は異なることと、電磁相互作用の為にアイソスピン対称性は成立しない。しかし、アイソスピン対称性の破れの効果は、アップ、ダウルクォークの質量差が小さく、また、電磁相互作用が弱い為に、中間子では π^+ 、 π^- 、 π^0 中間子や K^- 、 \bar{K}^0 、 K^0 、 K^+ 中間子の質量差など、バリオンでは陽子、中性子や Σ^- 、 Σ^+ 、 Σ^0 の数 MeV の質量差とハドロンの質量スケールよりも遥かに小さい。ゆえに、真空でのハドロンの解析を行う際は簡単の為にアイソスピン対称性を課して解析がなされることが多い。本論文でもアイソスピン対称性を課した解析を行う。

また、フレーバーとしてストレンジクォークまでを含めた対称性を $SU(3)$ フレーバー対称性という。ストレンジクォーク質量はアップ・ダウルクォークよりも重い為、 $SU(3)$ フレーバー対称性は明白に破れている。この例として最も軽いベクトル中間子の質量を見る： ρ 中間子 (770MeV)、 ω 中間子 (782MeV)、 K^* 中間子 (892MeV)、 ϕ 中間子 (1020MeV)。これらの中間子のクォーク組成は順にアップもしくはダウルクォーク 2 つ、アップもしくはダウルクォーク 2 つ、アップもしくはダウルクォーク 1 つとストレンジクォーク 1 つ、ストレンジクォーク 2 つ^{#1}であり、ストレンジクォーク 1 つにつき 100MeV 程度の質量差が現れている。しかし、100MeV 程度はハドロンの質量スケールである 1GeV より小さいので、 $SU(3)$ フレーバー対称性を近似的な対称性とみなしてハドロンを分類することが有用となる。そのとき、同じ $SU(3)$ フレーバー表現に属するハドロンの質量は Gell-Mann・大久保の質量関係式を満たすことが知られている。例としてバリオンの陽子、中性子、 Σ 、 Ξ 、 Λ の 8 フレーバー重項と Δ 、 Σ^* 、 Ξ^* 、 Ω のフレーバー 10 重項が知られている。

さらに、QCD の重要な性質として $U(1)_A$ 対称性が量子効果により明らかに破れていることが知られており、軸性アノマリーと呼ばれている。アノマリーは [2, 3, 4] によりカイラル対称性において発見された。[5] では $U(1)_A$ 対称性に拡張され、その結果として η' 中間子が質量を獲得することが示された。

カイラル対称性の自発的な破れを引き起こすクォーク凝縮は非自明な QCD 真空と密接に関係しているため、カイラル対称性を研究することは QCD 真空の理解への手助けに成り得る。カイラル対称性の自発的破れに伴い、中間子スペクトルに擬 NG 粒子の存在が予言される。この擬 NG 粒子の低エネルギー相互作用はカイラル対称性から導かれる低エネルギー定理によって決

^{#1} もちろんそれぞれの中間子はクォーク・反クォークを組成として持つが、今は中間子の組成としてストレンジと反ストレンジクォークがいくつ入っているかのカウンティングにのみ興味があるので、「反」という言葉は省略している。

まっており、カイラル摂動論 [6, 7, 8] の枠組みを用いて記述される。

擬 NG 粒子としてみなされる擬スカラー中間子にはカイラルパートナーとしてクォークと反クォークから成るスカラー中間子が存在する。このスカラー中間子にはカイラル対称性の自発的破れのシグナル粒子として知られる、フレーバー 1 重項のクォーク凝縮の量子揺らぎとしての粒子、所謂「 σ 中間子」が含まれている。 σ 中間子はハドロン質量の起源を探る上で、大変重要な粒子である。ゆえにクォークと反クォークから成るスカラー中間子を現在観測されているスカラー中間子スペクトルから特定することは低エネルギー QCD の深い理解への助けとなる。

本論文ではクォークと反クォークから成るスカラー中間子の候補として、表 1 にあげた 質量

表 1 質量 1GeV 以下のスカラー中間子の質量とアイソスピン量子数 (I)、ストレンジネス量子数 (S)。

	質量 [MeV]	I	S
$a_0(980)$	980 ± 20	1	0
$K_0^*(700)$	824 ± 30	$\frac{1}{2}$	1
$f_0(500)$	400-550	0	0
$f_0(980)$	990 ± 20	0	0

1GeV 以下のスカラー中間子 $a_0(980)$ 、 $f_0(980)$ 、 $K_0^*(700)$ と $f_0(500)$ を考える。表 1 の実験値から、これらのスカラー中間子は次のような質量階層性をもっている:

$$m[a_0(980)] \simeq m[f_0(980)] > m[K_0^*(700)] > m[f_0(500)] . \quad (1.1)$$

ここで、表 1 に与えた、アイソスピン量子数 I とストレンジネス量子数 S からクォークと反クォークから成るとして考えたスカラー中間子に含まれるストレンジクォークの個数を見積もる。これらのスカラー中間子のうち、 $I = 1$ の状態はストレンジクォークを含むことはない。また、 $I = 1/2$ のスカラー中間子はストレンジ (もしくは反ストレンジ) クォークを 1 つ含む場合しか考えられない。 $I = 0$ の状態は反ストレンジ・ストレンジクォークもしくは反アップ・アップクォーク、反ダウン・ダウンクォークの組成が考えられる。 σ_n をアップまたはダウンクォークで構成された $I = 0$ のスカラー中間子、 σ_s をストレンジクォークのみで構成されるスカラー中間子として、これらのスカラー中間子の質量は以下の順序になることが期待される:

$$m[\sigma_s] > m[K_0^*] > m[\sigma_n] \simeq m[a_0] \quad (1.2)$$

この順序は (1.1) とは逆になっており、逆階層性問題 (inverse mass hierarchy) として知られている。

この問題の解決案として質量が 1GeV 以下のスカラー中間子はクォーク・反クォークから成る 2 クォーク状態としてではなく、クォーク 2 つ・反クォーク 2 つから成る 4 クォーク状態や π 中間子- π 中間子、 π 中間子- K 中間子の共鳴状態、それらと 2 クォーク状態との混合をとり入れる研究が多くなされている。[1, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27]。

一方で、4 クォーク状態や共鳴状態などを考えず、軽いスカラー中間子をクォーク・反クォークから構成されているとみなしている研究も存在している。[28] では $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ カイラル有効模型として知られている南部-Jona-Lasino(NJL) 型模型に、小林-益川-t'Hooft(KMT) 型 [29, 30, 31, 32, 33, 34, 35] の $U(1)_A$ アノマリーを表すクォークの 6 点相互作用を取り入れたス

カラー中間子質量の解析が行われている。結果としては $SU(3)$ フレーバー 1 重項表現に属する $I = 0$ のスカラー中間子の質量は、軸性アノマリーの寄与により、他の $SU(3)$ フレーバー 8 重項表現に属するスカラー中間子の質量よりも軽くなることが示されている。これは (1.1) の inverse mass hierarchy のうち、 $I = 0$ のスカラー中間子の $f_0(500)$ が他のスカラー中間子よりも軽いことと一致している。通常の NJL 型模型における $SU(3)$ フレーバー対称性の破れ効果は、カイラル対称性の自発的破れに伴い、ダイナミカルに生成されるクォーク質量とクォーク凝縮を通して中間子スペクトルに反映される。KMT 型相互作用が存在することにより、 a_0 中間子質量に対してはストレンジクォーク凝縮の効果が含まれ、 K_0^* 中間子に対してはアップ・ダウンクォーク凝縮の効果が含まれている。この寄与の仕方は、通常考えられるようなフレーバー $SU(3)$ の破れの効果を取り入れる際に中間子の組成の中にあるストレンジクォークの個数を数えたときに従う順序とは逆に効いている。つまり KMT 型の相互作用が inverse mass hierarchy を再現する鍵の機構となっていることが期待できる。しかし、[28] では $I = 1$ の a_0 中間子は K_0^* 中間子よりも重いという予言がなされており、inverse mass hierarchy を再現するには至っていない。最近の研究として [36, 37] では、NJL 型模型にカレントクォーク質量による明らかなフレーバー対称性の破れとして様々な効果を取り入れた研究もなされている。

カイラル対称性の自発的破れを内包する模型に線型シグマ模型 (linear sigma model:LSM)[38] が知られている。[39] では LSM を用いてスカラー中間子の解析がなされている。ここでは KMT 型相互作用として行列式型の相互作用を考えている。その結果、スカラー中間子の inverse mass hierarchy を再現しているが、 π 中間子崩壊定数 f_π と K 中間子崩壊定数 f_K の比 f_K/f_π の理論値が実験で観測されている値よりも大きくなっている。さらに f_K/f_π が実験値よりも大きいことの帰結として、ストレンジクォーク凝縮とアップ・ダウンクォーク凝縮の比が $\langle \bar{s}s \rangle / \langle \bar{n}n \rangle \gg 1$ となっており、格子 QCD シミュレーション [40] の結果に反する。このように現状では、軽いスカラー中間子をクォーク・反クォーク状態と見なして、それらの質量に対する inverse mass hierarchy を実現するような定性的機構は明らかになっていない。

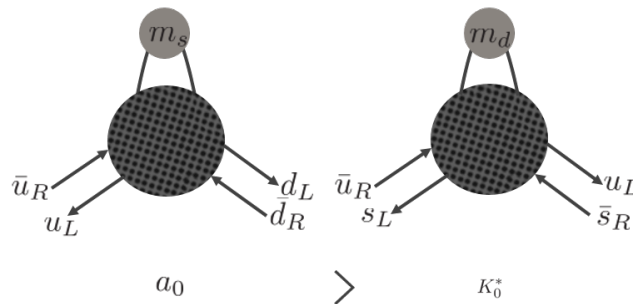


図 1 行列式型のクォーク 6 点の相互作用を通してカレントクォーク質量 (m_d, m_s) が a_0 中間子と K_0^* 中間子質量に寄与することを示した図。プロブはクォーク 6 点相互作用の頂点を示し、そこからのびているクォークラインのうちの 2 本をカレントクォーク質量に置き換えている。 a_0 中間子質量へストレンジクォーク質量に比例した寄与がもたらされることで、 a_0 中間子が K_0^* 中間子よりも重くなり得る。

本論文ではスカラー中間子の inverse mass hierarchy を実現する機構として、 $U(1)$ 軸性アノマ

リーの効果で生成された有効相互作用を通して $SU(3)$ フレーバー対称性を明らかに破るカレントクォーク質量の効果を取り入れる機構を提案する。図 1 は本論文で提案する機構を模式的に表した図である。KMT 型のクォーク 6 点の相互作用を介して、 a_0 中間子の質量にストレンジクォークの、 K_0^* 中間子の質量にアップもしくはダウンクォークのカレント質量の寄与がもたらされる機構を示している。KMT 型相互作用ではスカラー中間子の質量への寄与はクォーク凝縮のみであったが、本論文ではカレントクォーク質量からの効果が重要な働きを示す。

本論文の章立ては次の通りである。2 章では QCD の持つ (近似的) 対称性としてのカイラル対称性や $SU(3)$ フレーバー対称性及び量子効果により明らかに破れている $U(1)$ 軸性アノマリーについてのレビューを行う。3 章ではクォーク・反クォークから成るスカラー中間子・擬スカラー中間子に対する LSM を構築する。その際に $U(1)$ 軸性対称性とフレーバー $SU(3)$ 対称性を明らかに破るカレント質量項を導入する。4 章では軽いスカラー中間子の inverse mass hierarchy を実現できることを示す。そして、最後に 5 章でまとめと今後の展望を述べる。

2 QCD とカイラル有効模型

この章では QCD の持つカイラル対称性や SU(3) フレーバー対称性の破れ、U(1) 軸性異常といった重要な性質について説明する。カイラル対称性の自発的破れから導かれる、ゲルマン・オクス・レンナー (Gell-Mann-Oakes-Renner:GOR) 関係式や軸性異常による U(1) 軸性カレントに対する WT 恒等式を確認する。

2.1 QCD ラグランジアン

ここでは QCD ラグランジアンの確認を行う。QCD はカラー SU(3) 対称性に基づくゲージ理論であり、そのラグランジアンはグルーオン場 A_μ^a 、クォーク場 q_f^a 、結合定数 g に対して以下のように与えられる。

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_{a,f} \bar{q}_f^a [i\gamma^\mu (D_\mu) - m_f] q_f^a - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad (2.1)$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - ig[A_\mu, A_\nu]^a \quad (2.2)$$

D_μ は共変微分であり、 a はカラー、 f はクォークの種類に対する添字である。本論文ではカラーの添字については、常に足し上げを行っているとして表記をしないことにする。観測的な事実として、本論文で取り扱う中間子を含め、ハドロンは常にカラー SU(3) の 1 重項として存在している。クォークのもう一つの添字 f はクォークの種類 (フレーバー) を示している。フレーバーは 6 つ存在し、アップ (u)、ダウン (d)、ストレンジ (s)、チャーム (c)、ボトム (b)、トップ (t) の順に重く、文献 [1] によると、次の値をとる。

$$m_u = 2.16\text{MeV}, \quad m_d = 4.67\text{MeV}, \quad m_s = 93\text{MeV} \\ m_c = 1.27\text{GeV}, \quad m_b = 4.18\text{GeV}, \quad m_t = 173.2\text{MeV}$$

2.2 カイラル対称性

ここからは前節の QCD について、本論文に関わる重要な性質をレビューしていく。この節では、カイラル対称性について説明を行う。まずはクォーク質量 m_f を 0 とする極限を考える。次の射影演算子

$$P_L = \frac{1 - \gamma_5}{2}, \quad P_R = \frac{1 + \gamma_5}{2}, \quad (2.3)$$

を用いてクォーク場 q を次のように左巻きと右巻きのクォーク場に分ける。

$$q_L = P_L q = \frac{1 - \gamma_5}{2} q, \quad q_R = P_R q = \frac{1 + \gamma_5}{2} q. \quad (2.4)$$

この左巻きクォーク場 q_L と右巻きクォーク場 q_R を用いて (2.1) の QCD ラグランジアンを書き換えると、

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_f (\bar{q}_{f,L} i\gamma^\mu D_\mu q_{f,L} + \bar{q}_{f,R} i\gamma^\mu D_\mu q_{f,R}) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}. \quad (2.5)$$

である。このとき、 L と R をユニタリー変換として、以下のようなカイラル変換を考えると、

$$q_L \rightarrow Lq_L, \quad q_R \rightarrow Rq_R \quad (2.6)$$

$$\bar{q}_L \rightarrow \bar{q}_L L^\dagger, \quad \bar{q}_R \rightarrow \bar{q}_R R^\dagger \quad (2.7)$$

カイラル変換の下で QCD ラグランジアン (2.5) は不変となっている。このクォーク質量を 0 とする極限のことをカイラル極限と呼ぶ。しかし、実際は前節で示したようにクォーク質量は 0 ではなく、有限の値をもっている。ゆえに式 (2.5) に以下のような項が付け加えられる。

$$- \sum_f (\bar{q}_{f,L} m_f q_{f,R} - \bar{q}_{f,R} m_f q_{f,L}) \quad (2.8)$$

クォーク質量項により左巻きクォーク場と右巻きクォーク場が分離していないのでカイラル対称性を破っている。u と d クォークの質量については QCD の典型的なエネルギースケール $\Lambda_{QCD} \sim O(10^2)\text{MeV}$ よりもはるかに小さい。s クォークの質量については以降で触れるようにカイラル対称性の自発的破れに伴い、ダイナミカルに生成されるハドロンの質量スケール 1GeV よりも小さいことから、カイラル対称性が自発的に破れる機構を議論するときには小さい質量と見なされることが多い。本論でも u 、 d 、 s クォークについてはカイラル対称性は QCD において「近似的に」成り立っている対称性とみなす。それ以外の c 、 b 、 t クォークについては明らかに Λ_{QCD} や、カイラル対称性の自発的破れで生成される質量よりは大きいので、解析の際にカイラル対称性を用いるのは不適である。ここからは u 、 d 、 s クォークに対する近似的カイラル対称性として、 $U(1)_L \otimes U(1)_R \otimes SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ 対称性を考えていく。

2.3 カイラル対称性の自発的破れ

$SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ カイラル対称性はクォーク凝縮 $\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle$ の為に自発的に $SU(3)$ フレーバー対称性まで破れる。その結果、南部・ゴールドストーン定理により零質量の南部・ゴールドストーン (NG) 粒子が、破れた生成子の数だけ存在する。現実世界ではクォーク質量によりカイラル対称性が明白に破れているため、NG 粒子は有限の質量をもっている。ここでは、NG 粒子の質量とクォーク質量の関係を表す Gell-Mann-Oakes-Renner 関係式 (GOR 関係式) を紹介する。GOR 関係式は、低エネルギー領域においてはカイラル対称性の自発的破れに伴う NG 粒子に対する低エネルギー定理の一つとして知られている。また、 $U(1)_L \otimes U(1)_R = U(1)_V \otimes U(1)_A$ の $U(1)_A$ はアノマリーによって明らかに破れているのだがそれについては後の節で紹介する。

2.3.1 カイラル対称性の自発的破れ

一般に、ある対称性が自発的に破れるとは、その Noether カレント j_μ に対して、

$$\int d^3x \langle 0 | i[j_{\mu=0}(x), \Phi(y)] | 0 \rangle = \langle 0 | \delta\Phi(y) | 0 \rangle \neq 0 \quad (2.9)$$

なる局所演算子 $\Phi(y)$ が存在することと定義される^{#2}。 $\langle 0 | \delta\Phi(y) | 0 \rangle$ はオーダーパラメータと呼ばれる量で、対称性が自発的に破れているかどうかを決めている。

^{#2} 対称性が自発的に破れた相では Noether カレントの時間成分の空間積分

$$Q = \int d^3x j_{\mu=0}(x), \quad (2.10)$$

である Noether 電荷 Q が well-defined な演算子とならない点には注意が必要である。

カイラル極限にて、対称性の自発的破れを具体的に $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ カイラル変換について見てみる。Noether カレントは

$$j_{L\mu}^a(x) = \bar{q}_L \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q_L(x) = \bar{q}_{L,f} \gamma_\mu \left(\frac{\lambda^a}{2}\right)_{ff'} q_{L,f'}(x) \quad (2.11)$$

$$j_{R\mu}^a(x) = \bar{q}_R \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q_R(x) = \bar{q}_{R,f} \gamma_\mu \left(\frac{\lambda^a}{2}\right)_{ff'} q_{R,f'}(x), \quad (2.12)$$

と表される。 λ^a は $SU(3)$ 群の生成子の表現行列の Gell-Mann 行列であり、 $a = 1, \dots, 8$ である。ここでカイラル対称性の自発的破れにおいて、破れずに残る $SU(3)_V$ フレーバー対称性の Noether カレント (ベクトルカレント) $j_{V\mu}^a$ #3 とそれ以外に対応する Noether カレント (軸性ベクトルカレント) $j_{A\mu}^a$ に分ける。

$$j_{V\mu}^a(x) = j_{R\mu}^a(x) + j_{L\mu}^a(x) = \bar{q} \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q(x) \quad (2.13)$$

$$j_{A\mu}^a(x) = j_{R\mu}^a(x) - j_{L\mu}^a(x) = \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda^a}{2} q(x). \quad (2.14)$$

局所演算子として以下のような擬スカラーの演算子を考える。

$$\Phi(x) = \bar{q} \gamma_5 \frac{\lambda^a}{2} q(x) = \Pi^a(x). \quad (2.15)$$

(2.9) の右辺は

$$\begin{aligned} \int d^3x \langle 0 | i [j_{A\mu=0}^a(x), \pi^b(y)] | 0 \rangle &= \int d^3x \langle 0 | i [j_{A\mu=0}^a(x), \bar{q} \gamma_5 \frac{\lambda^b}{2} q(y)] | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | \bar{q} \left\{ \frac{\lambda^a}{2}, \frac{\lambda^b}{2} \right\} q(x) | 0 \rangle \\ &= \frac{\delta^{ab}}{3} \langle 0 | \bar{q} q(x) | 0 \rangle + \sum_c d^{abc} \langle 0 | \bar{q} \frac{\lambda^c}{2} q(x) | 0 \rangle \end{aligned} \quad (2.16)$$

となる。ここで d^{abc} は反交換関係で書いたときの $SU(3)$ の構造定数である。 $SU(3)_V$ 対称性は自発的には破れないことから第 2 項は 0 となる。つまり $\langle 0 | \bar{q} q(x) | 0 \rangle \neq 0$ となった場合は $SU(3)_L \otimes SU(3)_R \rightarrow SU(3)_V$ としてカイラル対称性の自発的破れが起きている。このとき、理論の下でのすべての漸近場は $SU(3)$ フレーバー変換の下で線形に変換をし、物理的状態は各々対応した既約表現で分類することが可能となる。

対称性が自発的に破れたことから南部・ゴールドストーン定理より、軸性カレント $j_{A\mu}^a$ に対応している破れた生成子の数と同じ個数だけ零質量の NG 粒子が存在し、軸性カレントに結合している。これを見る為に次の 2 点関数を考える。

$$G_{\mu,\pi}^{ab}(x) = \int d^4x \langle 0 | T j_{A\mu}^a(x) \Pi^b(y) | 0 \rangle \quad (2.17)$$

カイラル極限を考えているので軸性カレントが保存することから次の恒等式が得られる。

$$\int d^4x i \partial_x^\mu G_{\mu,\pi}^{ab}(x) = \int d^4x i \delta(x_0 - y_0) \langle 0 | i [j_{A\mu=0}^a(x), \pi^b(y)] | 0 \rangle \quad (2.18)$$

#3 有限密度系等に拡張しない限り、 $SU(3)_V$ 対称性は自発的には破れないことが知られている [41]。

(2.16) のカイラル対称性が自発的に破れている場合、(2.18) の右辺は有限の値を持つ。ここで (2.18) の左辺は、スペクトル関数 $\rho(\sigma)$ を用いて

$$\int d^4x i\partial_x^\mu G_{\mu,\pi}^{ab}(x) = \lim_{p \rightarrow 0} \int d\sigma^2 \frac{\rho(\sigma^2)(-ip^2)}{i(\sigma^2 - p^2 - i\epsilon)} \quad (2.19)$$

ここでのスペクトル関数の定義は以下の通りである。

$$-ik_\mu \rho(\sigma^2 = k^2) \theta(k_0) = (2\pi)^3 \sum_{n,n'} \delta^4(p_n - k) \langle 0 | j_{A\mu}^a(0) | n \rangle \eta_{nn'}^{-1} \langle n' | \Pi^a(0) | 0 \rangle \quad (2.20)$$

ただし完全系は $\sum_{n,n'} |n\rangle \eta_{nn'}^{-1} \langle n'| = 1$ ととっている。(2.19) が有限の値を持つことからスペクトル関数 $\rho(\sigma^2)$ に零質量 1 粒子のスペクトルが存在する。さらに、(2.20) からその零質量スペクトルについて完全系の中に零質量 1 粒子状態 $|\pi^a(p=0)\rangle$ が存在し、カレントと場に同時に結合している。

$$\langle 0 | j_{A\mu}^a(0) | \pi^b(p=0) \rangle \neq 0, \quad \langle \pi^a(p=0) | \Pi^b(0) | 0 \rangle \neq 0 \quad (2.21)$$

添字 a は破れた生成子の a それぞれに対応しており、零質量 1 粒子状態は破れた生成子の数だけ存在する。この定理は南部・ゴールドストーン定理と呼ばれる。

今、 $SU(3)_L \otimes SU(3)_R \rightarrow SU(3)_V$ の自発的破れを考えているので、8 個の零質量 NG 粒子が存在する。観測されている擬スカラー中間子フレーバー 8 重項の π 、 K 、 η 中間子は他のハドロン質量 $O(1\text{GeV})$ よりも軽く、これらが NG 粒子に対応していると考えられている。^{#4} これらの NG 粒子は (2.21) から $j_{A\mu}^a$ に結合している。例えば π 中間子の場合に、 $i = 1, 2, 3$ で、

$$\langle 0 | j_{A\mu}^a | \pi^i(p) \rangle = i f_\pi \delta^{ai} p_\mu e^{-ip \cdot x} \quad (2.22)$$

として、 π 中間子が軸性カレント $j_{A\mu}^a$ に結合する強さを示す定数、 π 中間子崩壊定数 f_π が定義される。LSZ の簡約公式から (2.22) の左辺を書き換えると以下の通りである。

$$\lim_{p^2 \rightarrow 0} \langle 0 | j_{A\mu}^a | \pi^i(p) \rangle = -i Z_\pi^{-\frac{1}{2}} \tilde{G}_{\mu,\pi}^{ai}(p) p^2 e^{-ip \cdot x} \quad (2.23)$$

ただし $\tilde{G}_{\mu,\pi}^{ai}(p)$ は以下の 2 点関数のフーリエ変換で与えられる。

$$\tilde{G}_{\mu,\pi}^{ab}(p) = \int d^4x \langle 0 | T j_{A\mu}^a(x) \Pi^b(y) | 0 \rangle \quad (2.24)$$

Z_π は漸近場 π^a の波動関数繰り込み定数とした。

$$\pi^a(x) = Z_\pi^{-\frac{1}{2}} \Pi^a(x) \quad (2.25)$$

擬スカラーチャンネルに零質量粒子が存在しているので 2 点関数には極が現れる。

$$\lim_{p^2 \rightarrow 0} \tilde{G}_{\mu,\pi}^{ai}(p) = \frac{p_\mu}{p^2} \langle 0 | \bar{q} \left\{ \frac{\lambda^a}{2}, \frac{\lambda^i}{2} \right\} q | 0 \rangle \quad (2.26)$$

^{#4} π 、 K 、 η 中間子は零質量ではなく、有限の値を持っている。これは u、d、s クォークが有限の質量を持っていることに起因している。近似的カイラル対称性の自発的破れの帰結として NG 粒子に有限の質量が期待されることについては後の節にて改めて確認をする。また、このように厳密な意味で NG 粒子ではないので擬 NG 粒子とも呼ばれる。

$i = 1, 2, 3$ に気をつけてこれと (2.22)、(2.23) を比べると

$$Z^{\frac{1}{2}} f_\pi = -\frac{1}{2} \langle 0 | \bar{u}u + \bar{d}d | 0 \rangle \quad (2.27)$$

が得られる。この式はスカラー密度が 0 でない真空期待値を持つことによって、対称性が自発的に破れ、その結果 NG 粒子が軸性カレントと f_π の強度で結合するということを言い換えた重要な式のひとつである。

$SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ カイラル対称性は u, d, s クォーク質量によって明らかに破れている。実際、クォーク質量により Noether カレントの保存が破れて、

$$\partial_\mu j_V^\mu = i \sum_{j,k} (m_j - m_k) \bar{q}_j \frac{\lambda_{kj}^a}{2} q_k \quad (2.28)$$

$$\partial_\mu j_A^\mu = i \sum_{j,k} (m_j + m_k) \bar{q}_j \gamma_5 \frac{\lambda_{kj}^a}{2} q_k \quad (2.29)$$

となる。 j, k はフレーバーを示している。また、クォーク質量 m_i は Noether カレントに表れているのでカレントクォーク質量とも呼ばれる。(2.22)、(2.29) から

$$\langle 0 | \partial_\mu j_A^{\mu a} | \pi^i \rangle = i f_\pi \delta^{ai} m_\pi^2 e^{-ip \cdot x} \quad (2.30)$$

ここで $\bar{m} \equiv m_u = m_d$ 、 $\langle 0 | \bar{n}n | 0 \rangle \equiv \langle 0 | \bar{u}u | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{d}d | 0 \rangle$ とするアイソスピン対称性を考え、(2.27) を用いれば、

$$\langle 0 | \partial_\mu j_A^{\mu a} | \pi^i \rangle = \langle 0 | \sum_{j,k} (m_j + m_k) \bar{q}_j \gamma_5 \frac{\lambda_{kj}^a}{2} q_k | \pi^i \rangle \quad (2.31)$$

$$= 2\bar{m} Z^{\frac{1}{2}} e^{-ip \cdot x} \delta^{ai} \quad (2.32)$$

$$= \bar{m} \frac{\langle 0 | \bar{u}u + \bar{d}d | 0 \rangle}{f_\pi} e^{-ip \cdot x} \delta^{ai} \quad (2.33)$$

(2.30) と (2.33) を比較すると π 中間子に関する GOR 関係式が導かれる。

$$f_\pi^2 m_\pi^2 = 2\bar{m} \langle \bar{n}n \rangle \quad (2.34)$$

である。 K 中間子についても GOR 関係式を同様に求めることができ、

$$f_K^2 m_K^2 = \frac{\bar{m} + m_s}{2} (\langle \bar{n}n \rangle + \langle \bar{s}s \rangle). \quad (2.35)$$

である。GOR 関係式はクォーク質量と擬 NG 粒子の質量の関係を与えている。

2.3.2 カイラルパートナー

フレーバー多重項表現に属するハドロンは、カイラル変換によってお互いに移りわる。この関係はカイラルパートナーと呼ばれ、カイラル対称性が回復した場合にはその表現で表される全ての状態が縮退する。この特徴的なカイラルパートナーの関係性を、線型表現に属しているスカラー場と擬スカラー場を用いて、 $SU(3)$ の枠組みで紹介する。

$SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ カイラル対称性が回復している、すなわち、カイラル対称性が真空の対称性であるとする。このとき Noether 電荷 Q_L^a 、 Q_R^a が well-defined となっており、真空を $|0\rangle$ とすると、

$$Q_L^a |0\rangle = 0, \quad Q_R^a |0\rangle = 0 \quad (2.36)$$

と書ける。さらにこれらの Noether 電荷とカレント $j_{L\mu}$ 、 $j_{R\mu}$ は次のような同時刻交換関係を満たす。

$$[Q_L^a, j_{L\mu}^b] = i \sum_c f_{abc} j_{L\mu}^c, \quad [Q_R^a, j_{R\mu}^b] = i \sum_c f_{abc} j_{R\mu}^c \quad (2.37)$$

$$[Q_L^a, j_{R\mu}^b] = 0, \quad [Q_R^a, j_{L\mu}^b] = 0 \quad (2.38)$$

ここで f_{abc} は SU(3) の構造定数である。カレントの組み替えと同様に、ベクトル、軸性ベクトルカレントに対応する Noether 電荷 Q_V^a 、 Q_A^a を

$$Q_V^a = Q_L^a + Q_R^a, \quad Q_A^a = Q_L^a - Q_R^a \quad (2.39)$$

とする。そうすると (2.37) は次のように書き直せる。

$$[Q_V^a, j_{V\mu}^b] = i f_{abc} j_{V\mu}^c, \quad [Q_V^a, j_{A\mu}^b] = i f_{abc} j_{A\mu}^c \quad (2.40)$$

$$[Q_A^a, j_{V\mu}^b] = i f_{abc} j_{A\mu}^c, \quad [Q_A^a, j_{A\mu}^b] = i f_{abc} j_{V\mu}^c \quad (2.41)$$

カイラルパートナー間の関係性について具体的な例を挙げて紹介する。今考えている SU(3)_L ⊗ SU(3)_R カイラル群の線型表現として以下のような擬スカラー場 π^a 及びスカラー場 σ^a :

$$\pi^a = \frac{1}{2}(\bar{q}i\gamma_5\lambda^a q), \quad \sigma^a = \frac{1}{2}(\bar{q}\lambda^a q) \quad (2.42)$$

及び、1 重項に属する擬スカラー場 π^0 及びスカラー場 σ^0

$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{6}}(\bar{q}i\gamma_5 q), \quad \sigma^0 = \frac{1}{\sqrt{6}}(\bar{q}q) \quad (2.43)$$

を考える。これらの場はベクトル変換では

$$[Q_V^a, \pi^b] = i f_{abc} \pi^c, \quad [Q_V^a, \sigma^b] = i f_{abc} \sigma^c \quad (2.44)$$

$$[Q_V^a, \pi^0] = 0, \quad [Q_V^a, \sigma^0] = 0 \quad (2.45)$$

と変換され、軸性ベクトル変換では

$$[Q_A^a, \pi^b] = i \frac{\sqrt{6}}{3} \delta^{ab} \sigma^0 + i \sum_c d^{abc} \sigma^c, \quad [Q_A^a, \sigma^b] = i \frac{\sqrt{6}}{3} \delta^{ab} \pi^0 + i \sum_c d^{abc} \pi^c \quad (2.46)$$

$$[Q_A^a, \pi^0] = -i \frac{4}{\sqrt{6}} \sigma^a, \quad [Q_A^a, \sigma^0] = -i \frac{4}{\sqrt{6}} \pi^a \quad (2.47)$$

のように変換される。このように軸性ベクトル変換によって擬スカラー場とスカラー場は互いに移り変わる。この関係がカイラルパートナーの関係である。

カイラルパートナーの関係にある状態については、カイラル対称性が回復した場合には縮退するという重要な性質が知られている。これは以下のように示せる。2 つの状態

$$|N_1\rangle = n_1^\dagger |0\rangle, \quad |N_2\rangle = n_2^\dagger |0\rangle \quad (2.48)$$

に対してこれらの演算子が同じ既約表現に属しているとする

$$[Q_A^a, n_1^\dagger] = n_2^\dagger \quad (2.49)$$

より

$$Q_A^a |N_1\rangle = Q_A^a a^\dagger |0\rangle \quad (2.50)$$

が従う。(2.36) より $Q_A^a |0\rangle = 0$ 、及び Q_A^a が保存電荷であることから、ハミルトニアンに対して $[Q_A^a, H] = 0$ だから、エネルギーを計算すると、

$$E_{N_2} = \langle N_2 | H | N_2 \rangle = \langle N_2 | H Q_A^a | N_1 \rangle = \langle N_2 | Q_A^a H | N_1 \rangle = \langle N_1 | H | N_1 \rangle = E_{N_2} \quad (2.51)$$

であり、カイラルパートナー同士はカイラル対称性が回復する場合に縮退することがわかる。

2.4 SU(3) フレーバー対称性の破れ

前節において $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ カイラル対称性は $SU(3)$ フレーバー対称性まで破れることを紹介した。QCD において $SU(3)$ フレーバー対称性は、 u, d, s クォーク質量 m_u, m_d, m_s は異なるために、明白に破れている。本論文ではハドロン質量スケールに比べて、 m_s と m_u, m_d の質量差が小さいことから $SU(3)$ フレーバー対称性は近似的に成立すると仮定する。この節では近似的 $SU(3)$ フレーバー対称性に基づいたハドロンの分類方法を紹介する。また、近似的 $SU(3)$ フレーバー対称性の下で、 s クォーク質量の明らかな破れの摂動的な効果 $m_u \simeq m_d \neq m_s$ を取り入れたハドロンの質量関係式が観測されるハドロン質量をよく再現することをみる。

観測されているハドロンは量子数によって分類されている。例えば、バリオン数 B はハドロンを中間子 ($B = 0$) とバリオン ($B = 1$) に分類する。他にもスピンや電荷 (Q)、アイソスピン、ストレンジネス S がある。これらの量子数には、アイソスピンの第 3 成分 I_3 、 $Y = S + B$ をハイパーチャージとして、

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} \quad (2.52)$$

の西島-Gell-Mann の法則 [42, 43, 44] があることが見いだされた。

これらの量子数で分類されるハドロンに対して、スピンやアイソスピンの合成則を考えるために 2 つ、ストレンジネスの存在から 1 つの、合計 3 つの構成要素でハドロンを構成できると提案したのがクォーク模型である。 I_3 と Y に着目したクォーク模型では、 u 、 d 、 s クォークの近似的 $SU(3)$ フレーバー対称性からハドロンは次のように分類される。中間子に対してはクォーク ($B = 1/3$) と反クォーク ($B = -1/3$) から構成され、

$$\begin{aligned} q \otimes \bar{q} &\sim \mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} \\ &\sim \mathbf{8} \oplus \mathbf{1} \end{aligned} \quad (2.53)$$

の $SU(3)$ フレーバー 8 重項表現と 1 重項表現に分類できる。一方でバリオンに対してはクォーク 3 つから構成されるとして、

$$\begin{aligned} q \otimes q \otimes q &\sim \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \\ &\sim \mathbf{10} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{1} \end{aligned} \quad (2.54)$$

と分類できる。(2.53) と (2.54) から、擬スカラー中間子の 8 重項は π 、 K 、 η 中間子、バリオンの 8 重項は陽子、中性子、 Σ 、 Ξ 、 Λ 、バリオンの 10 重項は Δ 、 Σ^* 、 Ξ^* 、 Ω と対応をつけることができる。これらのハドロンとその構成要素を合わせて表記したのが図 2、3、4 である。このよ

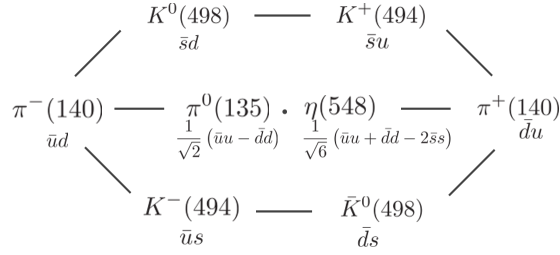


図 2 フレーバー 8 重項表現に属する擬スカラー中間子のルート図

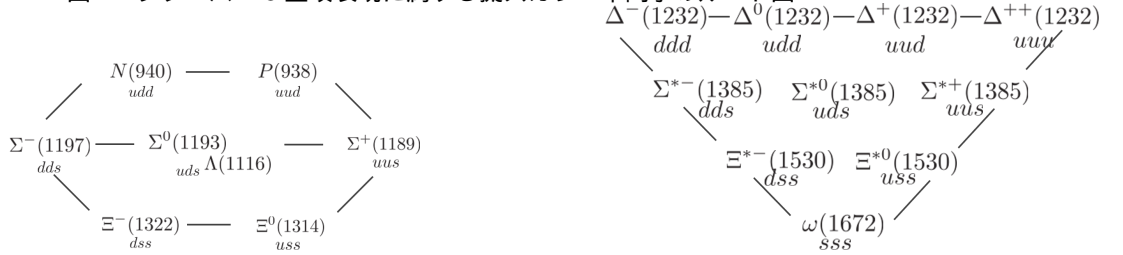


図 3 バリオンのフレーバー 8 重項表現の図。

図 4 バリオンのフレーバー 10 重項表現の図。

うにハドロンは量子数に着目をして近似的 SU(3) フレーバー対称性で分類をすることができる。しかし、現実には SU(3) フレーバー対称性は $m_s \neq m_u \simeq m_d$ の為に明らかに破れている。このため、今まで近似的 SU(3) フレーバー対称性として分類してきたハドロンは同じ多重項に属していても縮退をしない。この s クォーク質量の破れの効果を摂動的に取り扱った質量関係式として Gell-Mann・大久保の質量公式 [45] は、

$$M = a + b \cdot S + c \left[\frac{S^2}{4} - I(I+1) \right] \quad (2.55)$$

で与えられる。 M はハドロンの質量で S 、 I はそれぞれそのハドロンのストレンジネス、アイソスピン量子数である。 a 、 b 、 c は S や I といった量子数には依らないが、そのハドロンが属する表現で決まっている定数である。

観測されているバリオンの質量を用いてこの質量公式がどのくらい実験を再現するかを確認する。先のバリオンのフレーバー 8 重項に (2.55) を適用すると、

$$m_{\Sigma} - m_N = \frac{1}{2}(m_{\Xi} - m_N) + \frac{3}{4}(m_{\Sigma} - m_{\Lambda}) \quad (2.56)$$

$$254\text{MeV} \qquad \qquad \qquad 247\text{MeV}$$

となる。下の数値は実験値を示している。同様に、フレーバー 10 重項に適用すると、

$$m_{\Sigma^*} - m_{\Delta} = m_{\Xi^*} - m_{\Sigma^*} = m_{\Omega} - m_{\Xi^*} \quad (2.57)$$

$$153\text{MeV} \qquad 145\text{MeV} \qquad 142\text{MeV}$$

となり、(2.56) と (2.57) は実験値をよく再現していることがわかる。

次に擬 NG 粒子である軽い擬スカラー中間子の質量について SU(3) フレーバー対称性の明らかな破れの効果を確認する。3 フレーバーのカイラル摂動論 [8] における低エネルギー展開の最低次の結果から擬スカラー中間子のフレーバー 8 重項の質量には次のような関係式が導かれる。

$$\frac{1}{2}(M_K^2 + M_{\bar{K}}^2) = \frac{3}{4}M_{\eta}^2 + \frac{1}{4}M_{\pi}^2 \quad (2.58)$$

実際に実験値を代入すると、

$$(LHS) = (494)^2 \text{MeV}, (RHS) = (480)^2 \text{MeV} \quad (2.59)$$

である。上記の M_η として η 中間子の質量の実験値を用いて計算をしたが、実際の η 中間子と、 η' 中間子では $I = 0$ のフレーバー 8 重項と 1 重項の混合が起きている。フレーバー 8 重項と 1 重項が混合することは、以下のような相互作用をみることからわかる。SU(3) フレーバー対称性の微小な破れを $\delta m = m_s - \bar{m}$ として以下のようなハミルトニアンを考える。

$$H = \bar{m}(\bar{u}u + \bar{d}d) + m_s \bar{s}s \quad (2.60)$$

$$= \frac{2\bar{m} + m_s}{3}(\bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s) - \frac{\delta m}{3}(\bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s) \quad (2.61)$$

δm に比例する破れの相互作用は $I = 0$ のフレーバー 8 重項と同じ変換性を持つ。ゆえに擬スカラー中間子の $I = 0$ のフレーバー 8 重項と 1 重項は混合を起こす。この $\eta - \eta'$ 混合角は 10° 程度だと知られている。

このフレーバー 8 重項と 1 重項の混合はベクトル中間子の ω 、 ϕ 中間子でも起こっている。ベクトル中間子では $\eta - \eta'$ 混合角よりも混合角が大きく、序章でも述べたようにアップ・ダウクォークからなる状態として ω 中間子、ストレンジクォークから成る状態として ϕ 中間子が実現される。このようにアップ・ダウクォークからなる状態とストレンジクォークのみからなる状態にわけると理想混合と呼ばれている。

2.5 量子異常

この節では QCD における $U(1)_A$ 量子異常 (アノマリー) を紹介する。まずは、 $U(3)_L \times U(3)_R$ カイラル対称性の自発的破れを考えたときに、 $U(1)$ 軸性変換の生成子に対応した NG 粒子が実験で観測されていないという $U(1)$ 問題について触れる。その後、QCD では量子効果により、 $U(1)$ 軸性対称性が明らかに破れるという、 $U(1)_A$ アノマリーを考えると $U(1)$ 問題が解決がなされること述べる。最後に、 $U(1)_A$ アノマリーの有効相互作用としてクォーク 6 点の相互作用を紹介する。

2.5.1 $U(1)$ 軸性アノマリー

QCD ラグランジアンに対する $U(1)$ 軸性変換を考える。また、ここでは簡単の為にクォーク質量は 0 とする。 $U(1)$ 軸性変換は変換パラメータ $\alpha(x)$ を用いて

$$q(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)\gamma_5} q(x), \quad \bar{q}(x) \rightarrow \bar{q}(x) e^{i\alpha(x)\gamma_5} \quad (2.62)$$

と与えられる。このときラグランジアンは

$$\mathcal{L}' \rightarrow \mathcal{L} - \partial_\mu \alpha(x) \sum_f \bar{q}_f \gamma^\mu \gamma_5 q_f \quad (2.63)$$

と変換される。フレーバー f に対する和は u 、 d 、 s クォークについての和をとっている。 $U(1)$ 軸性変換のカレントは

$$j_{A\mu}(x) = \frac{1}{\sqrt{6}} \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q(x) \quad (2.64)$$

とかける。擬スカラー演算子

$$\Phi(x) = \bar{q}\gamma_5 \frac{1}{\sqrt{6}}q(x) \quad (2.65)$$

を (2.9) に適用すると

$$\int d^3x \langle 0 | i[j_{A\mu=0}(x), \bar{q}\gamma_5 \frac{1}{\sqrt{6}}q(y)] | 0 \rangle = -\frac{1}{3} \langle 0 | \bar{q}q(x) | 0 \rangle \neq 0 \quad (2.66)$$

である。2.3.1 での $SU(3)_A$ 変換のときと同様にクォーク凝縮が有限の値をもつことから、 $U(1)_L \otimes U(1)_R \rightarrow U(1)_V$ の自発的破れが起きることが期待される。このとき、自発的破れに伴い、南部・Goldstone 定理から (2.64) に結合した NG 粒子が 1 つ存在することが予言される。観測における質量スペクトルに対しては、擬 NG 粒子 (π 、 K 、 η 中間子) のように、典型的なハドロンの質量スケール 1GeV よりも軽い 500MeV 程度の $I = 0$ の擬スカラー粒子として質量スペクトルに現れることが期待される。しかし、[1] を参照すると、 π 、 K 、 η 中間子の次に軽い $I = 0$ の擬スカラー中間子は η' であり $957.78 \pm 0.06 \text{MeV}$ と典型的なハドロンの質量スケールと同程度の質量をもつ。このように $U(1)$ 軸性カレントに結合した擬 NG 粒子が実験ではみつかっていないという問題は $U(1)$ 問題として知られている。

$U(1)$ 問題は [2, 3, 4] で発見されていたカイラルアノマリーを、 $U(1)$ 軸性変換に適用することによって解決される。アノマリーとは古典的ラグランジアンが保っている対称性が量子化を行うと破れることを指している。ここでは経路積分量子化における積分測度が $U(1)$ 軸性変換の下では不変とはならないことからアノマリーの存在を導く、Fujikawa の方法を紹介して $U(1)$ 軸性アノマリーの存在を確認する。経路積分は

$$Z = \int \mathcal{D}\bar{q}\mathcal{D}q[\mathcal{D}A] \exp \left[i \int \mathcal{L}d^4x \right] \equiv \int d\mu \exp \left[i \int \mathcal{L}d^4x \right] \quad (2.67)$$

と表すことにする。ゲージ場の量子化においてゲージ固定の手続きが必要になるが、重要とはならないのでゲージ場の積分測度は $[DA]$ としている。(2.62) の下では

$$d\mu \rightarrow d\mu' = d\mu \exp \left[-2iN_f \int \alpha(x) \frac{1}{16\pi^2} \text{Tr}[F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} dx] \right] \quad (2.68)$$

のように変換する。ただし N_f はフレーバー数であり、 $N_f = 3$ の場合を考える。(2.62)、(2.63) に対する、次の WT 恒等式を考える:

$$\int d\mu' \bar{q}'\gamma_5 q' \exp \left[i \int \mathcal{L}'d^4x \right] = \int d\mu \bar{q}\gamma_5 q \exp \left[i \int \mathcal{L}d^4x \right] \quad (2.69)$$

この恒等式を変換パラメータ $\alpha(x)$ の 1 次の項までで評価すると、

$$\begin{aligned} \partial_\mu^x \langle 0 | T \bar{q}(x) \gamma^\mu \gamma_5 q(x) \bar{q}(y) \gamma_5 q(y) | 0 \rangle - \frac{3g^2}{8\pi^2} \langle 0 | T \text{Tr}[\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta}] \bar{q}(y) \gamma_5 q(y) | 0 \rangle \\ = -2 \langle 0 | \bar{q}(x) q(x) | 0 \rangle \delta(x - y) \end{aligned} \quad (2.70)$$

が得られる。左辺第 2 項が量子化の際に現れる異常項を表し、 $U(1)$ 軸性カレントの保存則を破っている。

本論から外れるので最低限の記述にとどめるが、グルーオン場の古典解としてインスタントン解が存在し、 θ 真空と呼ばれる真空が実現する。このとき次のような巻きつき数 ν が定義される。

$$\nu = \frac{1}{32\pi^2} \int Tr[\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta}] d^4x \quad (2.71)$$

これは (2.70) の第 2 項に相当する。ゆえに (2.70) を x に関してフーリエ変換し、 $p^2 \rightarrow 0$ としても一般には 0 とはならず、南部・Goldstone 定理を用いて零質量粒子の極を導くことができない。これはフレーバー 1 重項表現に属する擬スカラー中間子の質量は典型的なハドロンの質量スケール ($\sim O(1\text{GeV})$) をもつことを意味する。

この軸性アノマリーの有効模型を構成するに当たって、[31] ではインスタントンに依るクォーク間の有効相互作用が行列式型の相互作用となることが示されている。また、[29, 30] では GOR 関係式と SU(3) フレーバー 8 重項と 1 重項の擬スカラー中間子の混合を考察して、SU(3)_L ⊗ SU(3)_R 変換の下では不変だが、U(3)_L ⊗ U(3)_R 対称性を持たないクォーク間作用として

$$\epsilon_{ijk} \epsilon^{lmn} \bar{q}^i (1 - \gamma_5) q_l \bar{q}^j (1 - \gamma_5) q_m \bar{q}^k (1 - \gamma_5) q_n + \text{parity conj.} \quad (2.72)$$

のクォーク 6 点の相互作用が必要であることが示された。さらに [30] ではカイラル (3, $\bar{3}$) 表現に属する擬スカラー中間子場 M の有効模型において、(2.72) に対応するような項として、

$$\det M + \det M^\dagger \quad (2.73)$$

が提案されている。

3 線型シグマ模型

低エネルギー領域の QCD においては、クォーク凝縮 $\langle \bar{q}q \rangle$ が有限の値を持つことから、近似的カイラル対称性が自発的に破れ、(擬)NG 粒子として反クォーク・クォーク対からなる擬スカラー中間子が誘起される。さらに、そのカイラルパートナーである反クォーク・クォークから成るスカラー中間子が存在することが期待され、これらが現実世界ではどの粒子に該当するのかを特定することには大きな意義があることは前章で既に述べた。本論文では、アノマリーによる $U(1)_A$ 対称性の効果を通じてカレントクォーク質量による $SU(3)$ フレーバー対称性の明白な破れの効果を取り入れることにより、質量が 1GeV 以下のスカラー中間子を NG 粒子のカイラルパートナーとするモデルが、実験で得られているスカラー中間子の inverse mass hierarchy をよく再現することを示す。この章ではスカラー・擬スカラー中間子の有効模型として知られている 3 フレーバーシグマ模型の導入を行い、前章までに紹介した GOR 関係式を満たしていることを確認する。

クォーク・反クォークから成る中間子場 M を導入する。3 フレーバー $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ 対称性の下での表現を考えると、スカラー中間子と擬スカラー中間子は

$$q_L \otimes \bar{q}_R \sim (\mathbf{3}, \bar{\mathbf{3}}) \quad (3.1)$$

の $(\mathbf{3}, \bar{\mathbf{3}})$ カイラル表現に属している。このとき M は $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ カイラル変換の下で次のように変換する:

$$M \rightarrow g_L M g_R^\dagger, \quad g_{L,R} \in SU(3)_{L,R}. \quad (3.2)$$

さらに $U(1)_A$ 変換の下で M は

$$M \rightarrow g_A M, \quad g_A \in U(1)_A, \quad (3.3)$$

のように変換する。 M はパリティが正のカイラル 9 重項をスカラーモード S 、負の 9 重項を擬スカラーモード P から記述することができる。

$$M = S + iP. \quad (3.4)$$

具体的に S と P の 9 重項は中間子場を用いて以下のようにパラメトライズされる。

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{a_0}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma_8}{\sqrt{6}} + \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} & a^+ & \kappa^+ \\ a^- & -\frac{a_0}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma_8}{\sqrt{6}} + \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} & \kappa^0 \\ \kappa^- & \bar{\kappa}^0 & -\frac{2\sigma_8}{\sqrt{6}} + \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{\pi_0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta_8}{\sqrt{6}} + \frac{\eta_0}{\sqrt{3}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi_0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta_8}{\sqrt{6}} + \frac{\eta_0}{\sqrt{3}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2\eta_8}{\sqrt{6}} + \frac{\eta_0}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

このパラメトライズは以下の展開に基づいている。

$$M = \sum_{a=0}^8 S^a \frac{\lambda^a}{\sqrt{2}} + i \sum_{a=0}^8 P^a \frac{\lambda^a}{\sqrt{2}}. \quad (3.7)$$

ただし $\lambda^a (a = 1, 2, \dots, 8)$ は Gell-Mann 行列、また $\lambda^0 = \sqrt{\frac{2}{3}}\mathbf{1}$ である。

本論における中間子場 M に対する線型シグマ模型のラグランジアンは次のように構成される。

$$\mathcal{L} = \text{Tr} (\partial_\mu M \partial^\mu M^\dagger) - V, \quad (3.8)$$

$$V = V_0 + V_{\text{anom}} + V_{\text{SB}} + V_{\text{SB-anom}}. \quad (3.9)$$

ここで、 V_0 は $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_A$ 変換の下で不変となる部分で、質量次元が 4 を越えないように要請する。 V_0 について許される項は以下の通りである。

$$V_0 = \mu^2 \text{Tr} (MM^\dagger) + \lambda_1 \text{Tr} [(MM^\dagger)^2] + \lambda_2 [\text{Tr} (MM^\dagger)]^2, \quad (3.10)$$

V_{anom} は $SU(3)_L \times SU(3)_R$ 変換の下では対称だが、 $U(1)_A$ 対称性を破る項によって構成される。本研究では $U(1)_A$ 対称性を明らかに破る項として行列式型を採用する。

$$V_{\text{anom}} = -B [\det (M) + \det (M^\dagger)], \quad (3.11)$$

B は次元 1 の実定数である。

QCD ではカイラル対称性はカレントクォーク質量によって、明らかに破れていることは前の章で紹介した通りである。 V_{SB} は $SU(3)_L \times SU(3)_R$ カイラル対称性を明らかに破る効果を取り入れた項である。カレントクォーク質量行列として

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

を導入する。 \mathcal{M} を場とみなした変換として、

$$\mathcal{M} \rightarrow g_A g_L \mathcal{M} g_R^\dagger, \quad (3.13)$$

を考えれば QCD ラグランジアンは $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_A$ 対称性を持つ。LSM でも (3.13) の変換を考えたとき、ラグランジアンがカイラル不変になることを要請する。最も次数の低い簡単な項として [38] で導入されているように、カレントクォーク質量によりカイラル対称性を明らかに破るポテンシャルとして V_{SB} を導入する。

$$V_{\text{SB}} = -c \text{Tr} [\mathcal{M}^\dagger M + \mathcal{M} M^\dagger]. \quad (3.14)$$

係数 c は次元 2 の実定数である。

残った $V_{\text{SB-anom}}$ は図 1 に対応した項であり、変換 (3.13) を使うと $SU(3)_L \times SU(3)_R$ 不変であるが $U(1)_A$ を明らかに破る。 \mathcal{M} が 1 つかつ次元が 4 よりも小さくなることを要請すると以下のように与えられる。

$$V_{\text{SB-anom}} = -kc [\epsilon_{abc} \epsilon^{def} \mathcal{M}_d^a M_e^b M_f^c + h.c.]. \quad (3.15)$$

ここで k は質量次元で -1 の次元をもつ実定数である。 ϵ_{abc} は完全反対称テンソルを表しており、添字の a, b, c に関しては $\epsilon_{123} = 1$ の並び順になるように定義する。これらの $a \sim f$ は同じ添字について和をとっている。この項が質量が 1GeV 以下の軽いスカラー中間子の質量階層に対して重要な働きをすることは次の章で確認する。

上記のように定めたポテンシャルを平均場近似の下で解析を行う。スカラー 9 重項の真空期待値を以下のようにパラメトライズする。

$$\langle S \rangle = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

ただし、 α_i ($i = 1, 2, 3$) は実数とする。アイソスピン対称性を仮定しているため、クォーク質量については $m_u = m_d \equiv \bar{m} \neq m_s$ 、真空期待値について $\alpha_1 = \alpha_2 \neq \alpha_3$ である。

上記の真空に関してポテンシャルが満たすべき真空条件は以下のように表される。

$$0 = 4(\mu^2 \alpha_1 + 2\lambda_1 \alpha_1^3 + 4\lambda_2 \alpha_1^3 + 2\lambda_2 \alpha_1 \alpha_3^2 - B\alpha_1 \alpha_3 - c\bar{m} - 2kc\bar{m}\alpha_3 - 2kcm_s \alpha_1), \quad (3.17)$$

$$0 = 2(\mu^2 \alpha_3 + 2\lambda_1 \alpha_3^3 + 4\lambda_2 \alpha_1^2 \alpha_3 + 2\lambda_2 \alpha_3^3 - B\alpha_1^2 - cm_s - 4kc\bar{m}\alpha_1). \quad (3.18)$$

この模型では、 π 中間子崩壊定数 f_π と K 中間子崩壊定数 f_K はそれぞれ α_1 と α_3 で記述できる。

$$f_\pi = 2\alpha_1, \quad (3.19)$$

$$f_K = \alpha_1 + \alpha_3. \quad (3.20)$$

構築した模型から擬スカラー中間子及び、スカラー中間子の質量を導出する。 π 中間子 ($I=1$) 及び K 中間子 ($I=1/2$)、 a_0 中間子 ($I=1$) 及び K_0^* 中間子 ($I=1/2$) の質量に対する、真空条件 (3.17)、(3.18) を課す前の表式は以下のように計算される^{#5}。

$$m_\pi^2 = \mu^2 + 2\lambda_1 \alpha_1^2 + 2\lambda_2 (2\alpha_1^2 + \alpha_3^2) - B\alpha_3 - 2kcm_s, \quad (3.21)$$

$$m_K^2 = \mu^2 + 2\lambda_1 (\alpha_1^2 - \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_3^2) + 2\lambda_2 (2\alpha_1^2 + \alpha_3^2) - B\alpha_1 - 2kc\bar{m}, \quad (3.22)$$

$$m_{a_0}^2 = \mu^2 + 6\lambda_1 \alpha_1^2 + 2\lambda_2 (2\alpha_1^2 + \alpha_3^2) + B\alpha_3 + 2kcm_s, \quad (3.23)$$

$$m_{K_0^*}^2 = \mu^2 + 2\lambda_1 (\alpha_1^2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_3^2) + 2\lambda_2 (2\alpha_1^2 + \alpha_3^2) + B\alpha_1 + 2kc\bar{m}. \quad (3.24)$$

u 、 d 、 s クォーク質量について $m_u \simeq m_d \neq m_s$ のために、 $SU(3)$ フレーバー対称性は破れる。そのため、 $I=0$ の擬スカラー中間子及びスカラー中間子では、フレーバー 8 重項に属する中間子と 1 重項に属する中間子の混合が起きる。擬スカラー中間子とスカラー中間子においてはそれぞれ、

$$M_\eta^2 = \begin{pmatrix} m_{\eta_8}^2 & m_{\eta_8 \eta_0}^2 \\ m_{\eta_8 \eta_0}^2 & m_{\eta_0}^2 \end{pmatrix}, \quad (3.25)$$

$$M_\sigma^2 = \begin{pmatrix} m_{\sigma_8}^2 & m_{\sigma_8 \sigma_0}^2 \\ m_{\sigma_8 \sigma_0}^2 & m_{\sigma_0}^2 \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

に示されるような質量行列の質量固有値がそれぞれの中間子質量の 2 乗を与える。ただし、各成

^{#5} K_0^* 中間子の質量は (3.5) の κ の質量を計算した表式である。

分は以下の通りである。

$$m_{\eta_8}^2 = \mu^2 - \frac{B}{3}(4\alpha_1 - \alpha_3) + \frac{2}{3}\lambda_1(\alpha_1^2 + 2\alpha_3^2) + 2\lambda_2(2\alpha_1^2 + \alpha_3^2) - \frac{2}{3}kc(4\bar{m} - m_s), \quad (3.27)$$

$$m_{\eta_0}^2 = \mu^2 + \frac{2}{3}B(2\alpha_1 + \alpha_3) + \frac{2}{3}\lambda_1(2\alpha_1^2 + \alpha_3^2) + 2\lambda_2(2\alpha_1^2 + \alpha_3^2) + \frac{4}{3}kc(2\bar{m} + m_s), \quad (3.28)$$

$$m_{\eta_8\eta_0}^2 = \sqrt{2}(\alpha_1 - \alpha_3) \left[-\frac{B}{3} + 2\lambda_1(\alpha_1 + \alpha_3) - \frac{2}{3}kc(\bar{m} - m_s) \right], \quad (3.29)$$

$$m_{\sigma_8}^2 = \mu^2 + \frac{B}{3}(4\alpha_1 - \alpha_3) + 2\lambda_1(\alpha_1^2 + 2\alpha_3^2) + \frac{2}{3}\lambda_2(10\alpha_1^2 - 8\alpha_1\alpha_3 + 7\alpha_3^2) + \frac{2}{3}kc(4\bar{m} - m_s), \quad (3.30)$$

$$m_{\sigma_0}^2 = \mu^2 - \frac{2}{3}B(2\alpha_1 + \alpha_3) + 2\lambda_1(2\alpha_1^2 + \alpha_3^2) + \frac{2}{3}\lambda_2(14\alpha_1^2 + 8\alpha_1\alpha_3 + 5\alpha_3^2) - \frac{4}{3}kc(2\bar{m} + m_s), \quad (3.31)$$

$$m_{\sigma_8\sigma_0}^2 = \sqrt{2}(\alpha_1 - \alpha_3) \left[\frac{B}{3} + 2\lambda_1(\alpha_1 + \alpha_3) + \frac{4}{3}\lambda_2(2\alpha_1 + \alpha_3) \right] + \frac{2}{3}kc(\bar{m} - m_s). \quad (3.32)$$

次に前章で与えた GOR 関係式が本論の LSM でも成り立っていることを確認する。そのためにクォーク凝縮 $\langle \bar{n}n \rangle \equiv \langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle$ と $\langle \bar{s}s \rangle$ を計算すると、

$$\langle \bar{n}n \rangle = \left\langle \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{m}} \right\rangle = -2c(\alpha_1 + 2k\alpha_1\alpha_3), \quad (3.33)$$

$$\langle \bar{s}s \rangle = \left\langle \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_s} \right\rangle = -2c(\alpha_3 + 2k\alpha_1^2). \quad (3.34)$$

である。 π 中間子と K 中間子の質量は真空条件 (3.17)、(3.18) を用いれば以下のように計算される。

$$m_\pi^2 = \frac{c\bar{m}}{\alpha_1}(1 + 2k\alpha_3), \quad (3.35)$$

$$m_K^2 = \frac{c\bar{m} + cm_s}{\alpha_1 + \alpha_3}(1 + 2k\alpha_1). \quad (3.36)$$

以上の結果を組み合わせると、 π 中間子と K 中間子についての GOR 関係式がそれぞれ成立していることがわかる。

$$f_\pi^2 m_\pi^2 = 2\bar{m} \langle \bar{n}n \rangle, \quad (3.37)$$

$$f_K^2 m_K^2 = \frac{\bar{m} + m_s}{2} (\langle \bar{n}n \rangle + \langle \bar{s}s \rangle). \quad (3.38)$$

従来の線型シグマ模型での NG ボソンの質量に対して、 k 項による補正が存在するが、その項はクォーク凝縮の再定義に吸収されるために GOR 関係式が保たれている。

4 スカラー中間子のカイラル構造

この章では前の章で与えた線型シグマ模型を用いた軽いスカラー中間子の質量階層及び、 $I = 0$ のスカラー中間子のクォーク組成を解析する。

4.1 a_0 中間子と K_0^* 中間子の質量

具来的な数値計算に入る前に、(3.15) が a_0 中間子と K_0^* 中間子の質量差にどのように寄与をするかを説明する。 a_0 中間子と K_0^* 中間子の質量は前章で計算したように (3.23)、(3.24) の通りである。質量差は

$$m_{a_0}^2 - m_{K_0^*}^2 = 2\lambda_1(2\alpha_1^2 - \alpha_1\alpha_3 - \alpha_3^2) + B(\alpha_3 - \alpha_1) + 2kc(m_s - \bar{m}) \quad (4.1)$$

である。ただし、(3.17) と (3.18) に表される真空条件を用いていない表式であることには注意が必要である。ポテンシャルの無限遠での振る舞いから、4点関数の係数について $\lambda_1 > 0$ と $\lambda_2 > 0$ の場合を考える^{#6}。アノマリーの寄与が全くない極限、 $B = 0$ と $k = 0$ のとき a_0 中間子と K_0^* 中間子の質量差 $m_{a_0}^2 - m_{K_0^*}^2$ は $f_K > f_\pi$ から $\alpha_3 > \alpha_1$ のために負となる。

アノマリーの寄与としてまずは、 $B \neq 0$ で $k = 0$ の場合を考える。 α_3 を α_1 よりも大きくすると、量子異常の寄与を示す B 項の働きにより^{#7}、 K_0^* 中間子の質量を a_0 中間子の質量よりも軽くできることができ得る [39]。しかし、[39] に示されている f_K/f_π の値は実験値よりも大きな値となっている。 $\alpha_1 = f_\pi/2$ 及び $\alpha_3 = f_K - f_\pi/2$ を用いて a_0 中間子と K_0^* 中間子の質量を評価すると $m_{a_0}^2 - m_{K_0^*}^2 < 0$ となることは後の解析で示す。

次に、 $k \neq 0$ の場合を考える。(4.1) から、 k の値を増大させると $m_s - \bar{m}$ に比例して a_0 中間子の質量を K_0^* 中間子よりも重くできると期待される。

ここからは a_0 中間子と K_0^* 中間子の質量に対して、物理量を実際にインプットして数値解析を行う。以降の数値解析で用いる、真空条件を考慮した後のスカラー中間子及び擬スカラー中間子に対する質量の表式は付録 A に載せている。

本解析では、真空条件の式 (3.17) と (3.18) を介することで、ラグランジアン中のパラメータ μ^2 と λ_1 を消去して、 α_1 と α_3 をパラメータとして取り扱っている。 a_0 中間子と K_0^* 中間子の質量 (3.23)、(3.24) をみると λ_2 と μ^2 は $\mu^2 + 2\lambda_2(2\alpha_1^2 + \alpha_3^2)$ の組みあわせであられる。そのため、真空条件を用いて μ^2 を消去すると、 λ_2 からの a_0 中間子と K_0^* 中間子の質量への寄与も同時に消える。結果的には m_{a_0} と $m_{K_0^*}$ は以下の 6 つのパラメータの関数として表される^{#8}。

$$\alpha_1, \alpha_3, c\bar{m}, cm_s, B, k. \quad (4.2)$$

k の値を変えて、残りの 5 つのパラメータをそれぞれ表 2 の f_π と f_K 、 π 中間子、 K 中間子、 η' 中間子の質量の 5 つの物理量から決める。インプットに u, d クォークから成る π 中間子と s クォーク成分を持つ K 中間子の質量を採用したことによって、 $\bar{m} \neq m_s$ の SU(3) フレーバー対称性の明らかな破れが取り入れられている。前章で説明したように、SU(3) フレーバー対称性の

^{#6} 後に示す数値計算の結果 (表 3) ともこの範囲は矛盾はない。

^{#7} η' 質量の物理的要請により、 $B > 0$ を仮定する。

^{#8} c は \bar{m} や m_s から分離させることはできない。

表 2 インプットに用いた物理量。 π 中間子と K 中間子の崩壊定数と質量及び、 η' 中間子の質量。単位は MeV である。

f_π	f_K	m_π	m_K	$m_{\eta'}$
92.1	109	138	494	958

明らかな破れにより $I = 0$ の擬スカラー中間子はフレーバー 8 重項と 1 重項が混合する。質量行列 (3.25) を対角化し重い方の質量固有状態を η' 中間子と見なしてインプットの値とする。また、軽い方の質量固有状態は η 中間子とみなす。

以上のようにインプットからパラメータを決めたときの a_0 中間子と K_0^* 中間子の質量の関係を、横軸に K_0^* 中間子の質量、縦軸に a_0 中間子の質量をとって表したのが図 5 である。図 5

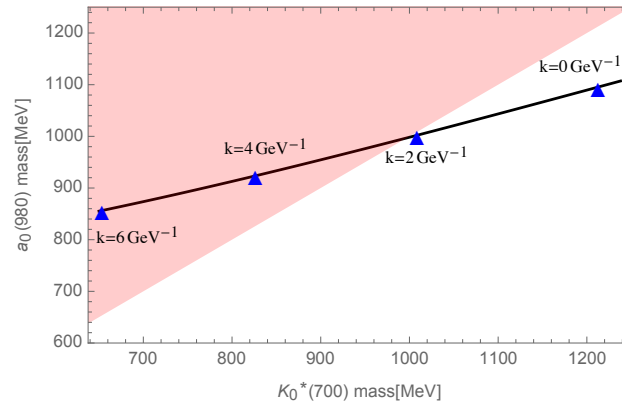


図 5 a_0 中間子の質量と K_0^* 中間子の質量の関係およびそのときの k の値。色がついている領域は $m_{a_0} > m_{K_0^*}$ となっている。

中の色のついているところは、 a_0 中間子の方が K_0^* 中間子よりも重くなっている領域である。 $k = 0 \text{ GeV}^{-1}$ 、即ち (3.15) の寄与を考えないときは K_0^* 中間子が a_0 中間子よりも重いことを示している。これは導入で示した inverse mass hierarchy に反している。

k の値を 0 から大きくしていくと a_0 中間子と K_0^* 中間子の質量差は小さくなっていき、やがて $k \simeq 2.1 \text{ GeV}^{-1}$ のあたりで、 a_0 中間子の方が K_0^* 中間子よりも重くなる。以上より、inverse mass hierarchy の $m[a_0] > m[K_0^*]$ は k 項の寄与から実現し得ることを示した。

4.2 inverse mass hierarchy

この節では、 k 項まで含めた LSM が、導入で示した観測されるスカラー中間子の inverse mass hierarchy を再現できるかを検討する。具体的には、前節で立ち入らなかった $I = 0$ のスカラー中間子まで含めた $m_{a_0(980)}$ 、 $m_{K_0^*(700)}$ 、 $m_{f_0(980)}$ 、 $m_{f_0(500)}$ の解析を行う。

$I = 0$ のスカラー中間子も $SU(3)$ フレーバー対称性の破れのために σ_8 と σ_0 の混合が起きる。 η 中間子と同様に、(3.25) を対角化した後の質量固有状態のうち、軽い方を $f_0(500)$ 、重い方を $f_0(980)$ とみなす。インプットについては前節と同様に表 2 の m_π と m_K 、 $m_{\eta'}$ 、 f_π 、 f_K を用いて、以下の 7 つのパラメータの内の 5 つを決める。

$$\alpha_1 \alpha_3, c\bar{m}, cm_s, B, k, \lambda_2. \quad (4.3)$$

残り 2 つのパラメータを完全に決めるために以下に示す実験値を用いてフィッティングを行う。
[1]:

$$\begin{aligned} m^{(\text{exp})}[a_0(980)] &= 980 \pm 20 \text{ MeV} = m_1^{(\text{exp})} \pm \delta m_1^{(\text{error})}, \\ m^{(\text{exp})}[K_0^*(700)] &= 824 \pm 30 \text{ MeV} = m_2^{(\text{exp})} \pm \delta m_2^{(\text{error})}, \\ m^{(\text{exp})}[f_0(980)] &= 990 \pm 20 \text{ MeV} = m_3^{(\text{exp})} \pm \delta m_3^{(\text{error})}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

上記の値を用いた以下の χ^2 関数が最小となるようにパラメータを決める。:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{(m_i^{(\text{theo.})} - m_i^{(\text{exp.})})^2}{(\delta m_i^{(\text{error})})^2}. \quad (4.5)$$

フィッティングの結果として得られたパラメータを表 3 にまとめた。表をみると $\mu^2 > 0$ となって

表 3 フィッティングを行った結果求められたパラメータセットと 1σ の誤差の値。

μ^2	$(1.02 \pm 2.28) \times 10^4 \text{ MeV}^2$
λ_1	11.8 ± 1.3
λ_2	20.4 ± 1.3
B	$(3.85 \pm 0.03) \times 10^3 \text{ MeV}$
$c\bar{m}$	$(6.11 \pm 0.06) \times 10^5 \text{ MeV}^3$
cm_s	$(198 \pm 2) \times 10^5 \text{ MeV}^3$
k	$(3.40 \pm 0.12) \text{ GeV}^{-1}$

いる。これは [47] にあるように、 $U(1)_A$ アノマリーがカイラル対称性の自発的破れにおいて大きな役割を担っていることを示唆している。

表 3 のパラメータを用いたときのスカラー・擬スカラー中間子の質量は表 4 のように計算される。比較として実験値 [1] と論文 [39] の値を載せている。結果を見ると (1.1) の inverse mass

表 4 与えられたパラメータで評価される、スカラー中間子と擬スカラー中間子の質量。 $a_0(980)$ 、 $K_0^*(700)$ 、 $f_0(980)$ のスカラー中間子の質量はフィッティングに用いられた物理量である。

	解析結果	実験値 [1]	[39]
a_0	$937 \pm 4 \text{ MeV}$	$980 \pm 20 \text{ MeV}$	$900 - 930 \text{ MeV}$
$K_0^*(700)$	$863 \pm 10 \text{ MeV}$	$824 \pm 30 \text{ MeV}$	$905_{-30}^{+65} \text{ MeV}$
$f_0(980)$	$990 \pm 18 \text{ MeV}$	$990 \pm 20 \text{ MeV}$	$1030 - 1200 \text{ MeV}$
η	$552.7 \pm 0.3 \text{ MeV}$	$547.862 \pm 0.017 \text{ MeV}$	input
$f_0(500)$	$672 \pm 14 \text{ MeV}$	$400 - 550 \text{ MeV}$	$535 - 650 \text{ MeV}$

hierarchy は再現できていることがわかる。 $f_0(500)$ の質量は実験で観測される値よりも大きい
が [48] に示されるような $\pi\pi$ 散乱の効果を考えれば、質量は下がるのが期待できる。

(3.33) と (3.34) でそれぞれ与えられるクォーク凝縮 $\langle \bar{n}n \rangle$ 、 $\langle \bar{s}s \rangle$ の比は得られたパラメータに対して、 $\frac{\langle \bar{s}s \rangle}{\langle \bar{n}n \rangle} = 1.184 \pm 0.004$ と与えられる。この結果は格子 QCD の結果 [40] $\langle \bar{s}s \rangle / \langle \bar{n}n \rangle |_{\text{lat.}} =$

1.08 ± 0.16 , と無矛盾である。これは k 項を導入したことによってクォーク凝縮の比に現れる、小さな SU(3) フレーバー対称性の破れを再現できるようになったことを示している #⁹。また、(3.9) にあるポテンシャル V には λ_2 、 B 、 k といった QCD の large- N_c 極限で抑制される項を含んでいる。OZI(大久保-Zweig-Iizuka) 則 [49, 50, 51] を破るようなこれらの項が重要な役割を果たすことは格子 QCD 解析における [20, 52] と無矛盾である。

最後に $I = 0$ のスカラー中間子の SU(3) フレーバー対称性の破れによる、フレーバー 8 重項表現と 1 重項表現の混合について考える。混合の度合いがどれくらい大きいかを調べる為に、(3.26) の $I = 0$ のスカラー中間子の質量行列の各成分の値を、求めたパラメータを用いて計算すると表 5 のようになる。表中のフレーバー 8 重項と 1 重項のに属するスカラー中間子の 2 乗質量

表 5 得られたパラメータに対する $I = 0$ のスカラー中間子の質量行列 (3.26) の各成分の値と対角化後の 2 乗質量固有値 (単位は 10^5 MeV^2)。

$m_{\sigma_8}^2$	$m_{\sigma_0}^2$	$ m_{\sigma_0\sigma_8}^2 $	$m[f_0(980)]$	$m[f_0(500)]$
$(850 \pm 145)^2$	$(843 \pm 210)^2$	$(514 \pm 89)^2$	990 ± 20	672 ± 14

の差 $m_{\sigma_8}^2 - m_{\sigma_0}^2$ よりも、SU(3) フレーバー対称性の破れによって引き起こされる、非対角項の絶対値 $|m_{\sigma_0\sigma_8}^2|$ の方が大きい。これは 8 重項と 1 重項が大きく混合していることを意味している。得られたパラメータを用いて、(3.32) に与えた $m_{\sigma_0\sigma_8}^2$ 中の k に比例する項の割合をみると、

$$\left| \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}kc(\bar{m} - m_s)}{m_{\sigma_8\sigma_0}^2} \right| \sim 0.2. \quad (4.6)$$

となり非対角項は (3.14) の V_{SB} の効果が支配的であることがわかる。そのため理想混合が起こることが期待される。

実際に混合角 θ_σ と組成を計算する。ここでは混合角 θ_σ を SU(3) フレーバー 9 重項の基底から質量固有状態への基底への変換行列として

$$\begin{pmatrix} f_0(980) \\ f_0(500) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_\sigma & -\sin \theta_\sigma \\ \sin \theta_\sigma & \cos \theta_\sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_8 \\ \sigma_0 \end{pmatrix}, \quad (4.7)$$

で定義する。表 3 に与えられたパラメータを用いて計算すると、

$$\theta_\sigma = 44.3 \pm 2.3^\circ, \quad (4.8)$$

となり、期待通り大きな混合となっていることがわかる。この角度 θ_σ の値は理想混合の値として知られる 54.7° と近い。そこで理想混合状態を基底にとり、スカラー中間子場を次のようにパラメトライズする。

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{a_0}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma_n}{\sqrt{2}} & a^+ & \kappa^+ \\ a^- & -\frac{a_0}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma_n}{\sqrt{2}} & \kappa^0 \\ \kappa^- & \bar{\kappa}^0 & \sigma_s \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

#⁹ SU(3) フレーバー対称性の破れのシグナルの一つとして、ストレンジクォーク質量と、アップとダウンクォークで平均をとった質量の比 m_s/\bar{m} が知られる。PDG [1] の値によると $m_s/\bar{m} = 27.3_{-1.3}^{+0.7}$ である。このモデルでの値を計算すると $m_s/\bar{m} = 32.3 \pm 0.1$ となる。この差についてはクォーク質量の高次項の補正によって実験値に近づいていくと考えている。

SU(3) フレーバー 8 重項と 1 重項の基底から理想混合の基底への変換は以下の通りである。

$$\begin{pmatrix} \sigma_n : \sim \frac{u\bar{u}+d\bar{d}}{\sqrt{2}} \\ \sigma_s : \sim s\bar{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{3}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \\ -\sqrt{\frac{2}{3}} & \sqrt{\frac{1}{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_8 \\ \sigma_0 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

(4.9) のように基底を取り直すと $f_0(980)$ と $f_0(500)$ のクォーク組成を

$$\begin{pmatrix} f_0(980) \\ f_0(500) \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \sigma_n \\ \sigma_s \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} C_{\bar{n}n}^{f_0(980)} & C_{\bar{s}s}^{f_0(980)} \\ C_{\bar{n}n}^{f_0(500)} & C_{\bar{s}s}^{f_0(500)} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

となっているときの C の各成分の 2 乗で定義する。与えられたパラメータに対してそれぞれの成分を計算すると表 6 のようになる。表 6 を見ると、 $f_0(500)$ は、 σ_n つまりは $u\bar{u} + d\bar{d}$ でほとんど占められており、 $f_0(980)$ はほとんど $s\bar{s}$ である。ここから、 $f_0(980)$ と $f_0(500)$ の混合は理想

表 6 $f_0(980)$ と $f_0(500)$ のクォーク組成の結果。

state	σ_n [%]	σ_s [%]
$f_0(980)$	2.5 ± 1.3	97.5 ± 1.3
$f_0(500)$	97.5 ± 1.3	2.5 ± 1.3

混合に非常に近いことがわかる。

同様に、 $I = 0$ の擬スカラー中間子のクォーク組成を解析することができる。以下のように混合角 θ_η を定義する。

$$\begin{pmatrix} \eta(548) \\ \eta'(958) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_\eta & -\sin \theta_\eta \\ \sin \theta_\eta & \cos \theta_\eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_8 \\ \eta_0 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

与えられたパラメータに対して混合角は以下のようになる。

$$\theta_\eta = 6.8 \pm 0.4^\circ. \quad (4.13)$$

またスカラー中間子のときと同様に擬スカラー中間子の 8 重項と 1 重項の基底で見たときの組成は以下の表 7 の通りである。 η 中間子はほとんどフレーバー 8 重項で η' 中間子はほとんどフレー

表 7 $\eta(548)$ と $\eta'(958)$ のクォーク組成の結果。

state	8 重項 [%]	1 重項 [%]
$\eta(548)$	98.5 ± 0.1	1.5 ± 0.1
$\eta'(958)$	1.5 ± 0.1	98.5 ± 0.1

バー 1 重項であることを示している。この結果は擬スカラー中間子のフレーバー 8 重項と 1 重項の混合角は小さく、 η 中間子状態はフレーバー 8 重項表現の状態がほとんどを占めているというよく知られている結果と一致している。

5 まとめ・展望

本論文では KMT 型の有効相互作用を通じたカレントクォーク質量による SU(3) フレーバー対称性の明らかな破れを示す項 (k 項) を含んだ、クォーク・反クォーク状態の中間子に対する SU(3) 線型シグマ模型を構築し、この模型に基づいて質量が 1GeV 以下のスカラー中間子の質量を解析した。まず、 $a_0(980)$ と $K_0^*(700)$ の質量階層性について、 f_K/f_π の観測結果を実現しつつ、 k 項の効果で $a_0(980)$ が $K_0^*(700)$ よりも重くなることを示した。次に、 $I = 0$ のスカラー中間子まで含めた、質量が 1GeV 以下のスカラー中間子の質量の解析を行い inverse mass hierarchy が再現できることを確かめた。この結果はこれらのスカラー中間子をクォーク・反クォークからなる中間子としてみなすことができることを意味する。

さらに σ 中間子をスカラー中間子の質量スペクトルから特定するために、SU(3) フレーバー 1 重項と同じ $I = 0$ の状態のスカラー中間子 $f_0(980)$ 、 $f_0(500)$ のクォーク組成を調べた。その結果 $f_0(500)$ は u または d クォークとそれらの反クォークの組成が大部分を占め、もう一方の $f_0(980)$ は主にストレンジクォーク・反ストレンジクォークから構成される状態からなっていることを示した。このことは $I = 0$ のスカラー中間子では理想混合が実現していることを意味する。

今後の展望を述べる。本論文で示した線型シグマ模型でなされる定性的な理解を越えた、中間子の動的な効果として rescattering 効果を考慮して解析を行うことも重要である。そのような解析としては [12, 53, 54, 55] があげられ、動的な効果を取り入れると崩壊幅の議論が可能となる。スカラー中間子の組成の妥当性を得る為に、このような崩壊幅の解析をすることは必要であると考えている。

原子核中に生成した η' 中間子の質量への軸性アノマリーの寄与を考察することも大変興味深い。通常の KMT 型の軸性アノマリーの η' 中間子への寄与は有限密度系におけるクォーク凝縮の減少とともに小さくなり、 η' 中間子の質量が減少することが知られる [56]。実験でも η' を含む原子核を生成し η' のスペクトラムの観測が行われ [57]、今後も引き続き同様の実験が行われる予定である。本論文で提案した模型を有限密度系へと適用し、クォーク凝縮の減少とともに η' 中間子の質量がどのように変化するのかを解析することが次のステップとして考えられる。

さらに、本論文で提案した $U(1)_A$ 対称性を明らかに破り、かつ SU(3) フレーバー対称性を明らかに破る項は、通常よく知られているような KMT 型の軸性アノマリーと同様に、非自明な QCD 真空の解明にいくらか手助けに成り得ると考えている。そのため、有限温度・密度系においてこの効果を解析する意義があると考えている。

謝辞

本論文の執筆にあたり、最後までアドバイスを頂いた原田正康教授には深い感謝の意を表したい。研究においても熱心なご指導・励ましを頂き、大変多くのことを学ぶことができた。学生生活面でもいつもお気遣い頂き、6年間という長い研究生活をH研で過ごすことができた。かつてH研に在籍されていた松崎真也教授にも、研究活動での厚いご指導・議論を頂き、感謝をする。本研究について多くの議論をして頂いた共同研究者の慈道大介教授に感謝をする。野中千穂准教授にもご指導や研究生活面に対して感謝をする。H研所属の清水勇希君には、研究などの至る所で大きく助けて頂いたことに深く感謝する。最後に、H研のこれまでに卒業されていった先輩や後輩たち、QG研の同期たちにも様々なことで助けや励みを頂いたことに感謝する。

付録 A 真空条件を貸した後の擬スカラー・スカラー中間子の質量の表式

真空条件 (3.17) と (3.18) を適用して μ^2 と λ_1 を消去した、 $I = 0$ の擬スカラー中間子 (3.25) とスカラー中間子 (3.23)、(3.24)、(3.26) の質量は以下のように計算される。

$$m_{\eta_8}^2 = \frac{1}{3\alpha_1\alpha_3} \left[2B\alpha_1(\alpha_1 - \alpha_3)^2 + 2cm_s\alpha_1(1 + 2k\alpha_3) + c\bar{m} \{ \alpha_3 + 2k(2\alpha_1 - \alpha_3)^2 \} \right], \quad (\text{付録 A.1})$$

$$m_{\eta_0}^2 = \frac{1}{3\alpha_1\alpha_3} \left[B\alpha_1(\alpha_1 + 2\alpha_3)^2 + cm_s\alpha_1(1 + 8k\alpha_3) + 2c\bar{m} \{ \alpha_3 + 2k(\alpha_1 + \alpha_3)^2 \} \right], \quad (\text{付録 A.2})$$

$$m_{\eta_8\eta_0}^2 = \frac{\sqrt{2}}{3\alpha_1\alpha_3} \left[-B\alpha_1(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_1 + 2\alpha_3) - cm_s\alpha_1(1 - 4k\alpha_3) + c\bar{m} \{ \alpha_3 - 2k(2\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_1 + \alpha_3) \} \right] \quad (\text{付録 A.3})$$

$$m_{a_0}^2 = \frac{1}{\alpha_1\alpha_3(\alpha_1^2 - \alpha_3^2)} \left[-2B\alpha_1(\alpha_1^2 - \alpha_3^2) + c\bar{m} \{ \alpha_3(3\alpha_1^2 - \alpha_3^2) - 2k(4\alpha_1^4 - 3\alpha_1^2\alpha_3^2 + \alpha_3^4) \} - cm_s \{ 2\alpha_1^3 - 4k\alpha_1\alpha_3(2\alpha_1^2 - \alpha_3^2) \} \right] \quad (\text{付録 A.4})$$

$$m_{K_0^*}^2 = \frac{(c\bar{m} - cm_s)(1 - 2k\alpha_1)}{\alpha_1 - \alpha_3} \quad (\text{付録 A.5})$$

$$m_{\sigma_8}^2 = \frac{1}{3\alpha_1(\alpha_1^2 - \alpha_3^2)} \left[8\lambda_2\alpha_1(\alpha_1^4 - 2\alpha_1^3\alpha_3 + 2\alpha_1\alpha_3^3 - \alpha_3^4) + 4B\alpha_1(\alpha_1^3 - \alpha_1^2\alpha_3 - \alpha_1\alpha_3^2 + \alpha_3^3) + c\bar{m} \{ 3(\alpha_1^2 + \alpha_3^2) + 2k(4\alpha_1^3 - 9\alpha_1^2\alpha_3 - 4\alpha_1\alpha_3^2 + 3\alpha_3^3) \} - 2cm_s\alpha_1 \{ 3\alpha_3 - 4k(\alpha_1^2 + 2\alpha_3^2) \} \right] \quad (\text{付録 A.6})$$

$$m_{\sigma_0}^2 = \frac{1}{3\alpha_3(\alpha_1^2 - \alpha_3^2)} \left[4\lambda_2\alpha_3(4\alpha_1^4 + 4\alpha_1^3\alpha_3 - 3\alpha_1^2\alpha_3^2 - 4\alpha_1\alpha_3^3 - \alpha_3^2) - B(3\alpha_1^4 + 4\alpha_1^3\alpha_3 - \alpha_1^2\alpha_3^2 - 4\alpha_1\alpha_3^3 - 2\alpha_3^4) + 2c\bar{m} \{ 3\alpha_1\alpha_3 - 2k(3\alpha_1^3 + 2\alpha_1^2\alpha_3 - 2\alpha_3^3) \} - cm_s \{ 3(\alpha_1^2 + \alpha_3^2) - 4k\alpha_3(2\alpha_1^2 + \alpha_3^2) \} \right] \quad (\text{付録 A.7})$$

$$m_{\sigma_8\sigma_0}^2 = \frac{\sqrt{2}}{3\alpha_1\alpha_3} \left[4\lambda_2\alpha_1\alpha_3(2\alpha_1^2 - \alpha_1^2\alpha_3^2 - \alpha_3^2) - B\alpha_1(3\alpha_1^2 - \alpha_1\alpha_3 - 2\alpha_3^2) + c\bar{m} \{ 3\alpha_3 - 2k(6\alpha_1^2 - \alpha_1\alpha_3 - 3\alpha_3^2) \} - cm_s(3\alpha_1 - 4k\alpha_1\alpha_3) \right] \quad (\text{付録 A.8})$$

参考文献

- [1] M. Tanabashi *et al.* [Particle Data Group], “Review of Particle Physics,” Phys. Rev. D **98**, no. 3, 030001 (2018) and 2019 update. doi:10.1103/PhysRevD.98.030001
- [2] S.L. Adler, Phys. Rev. **177**, 2426 (1969).
- [3] J.S. Bell and R. Jackiw, Nuovo Cim. A **60**, 47 (1969).
- [4] W.A. Bardeen, Phys. Rev. **184**, 1848 (1969).
- [5] G. 't Hooft, Phys. Rept. **142** (1986) 357.
- [6] S. Weinberg, Physica A **96**, no. 1-2, 327 (1979). doi:10.1016/0378-4371(79)90223-1
- [7] J. Gasser and H. Leutwyler, Annals Phys. **158**, 142 (1984). doi:10.1016/0003-4916(84)90242-2
- [8] J. Gasser and H. Leutwyler, Nucl. Phys. B **250**, 465 (1985). doi:10.1016/0550-3213(85)90492-4
- [9] M. R. Pennington, Mod. Phys. Lett. A **22**, 1439 (2007) doi:10.1142/S0217732307024188 [arXiv:0705.3314 [hep-ph]].
- [10] A. H. Fariborz, R. Jora and J. Schechter, Phys. Rev. D **79**, 074014 (2009) doi:10.1103/PhysRevD.79.074014 [arXiv:0902.2825 [hep-ph]].
- [11] E. Klempt and A. Zaitsev, Phys. Rept. **454**, 1 (2007) doi:10.1016/j.physrep.2007.07.006 [arXiv:0708.4016 [hep-ph]].
- [12] J. R. Peláez, Phys. Rept. **658**, 1 (2016) doi:10.1016/j.physrep.2016.09.001 [arXiv:1510.00653 [hep-ph]].
- [13] N. N. Achasov, Phys. Part. Nucl. **48**, no. 5, 681 (2017). doi:10.1134/S1063779617050021
- [14] R. J. Jaffe, Phys. Rev. D **15**, 267 (1977) doi:10.1103/PhysRevD.15.267
- [15] D. Black, A. H. Fariborz, F. Sannino and J. Schechter, Phys. Rev. D **59**, 074026 (1999) doi:10.1103/PhysRevD.59.074026 [hep-ph/9808415].
- [16] H. X. Chen, A. Hosaka and S. L. Zhu, Phys. Lett. B **650**, 369 (2007) doi:10.1016/j.physletb.2007.05.031 [hep-ph/0609163].
- [17] A. Zhang, T. Huang and T. G. Steele, Phys. Rev. D **76**, 036004 (2007) doi:10.1103/PhysRevD.76.036004 [hep-ph/0612146].
- [18] S. Prelovsek and D. Mohler, Phys. Rev. D **79**, 014503 (2009) doi:10.1103/PhysRevD.79.014503 [arXiv:0810.1759 [hep-lat]].
- [19] S. Prelovsek, T. Draper, C. B. Lang, M. Limmer, K. F. Liu, N. Mathur and D. Mohler, Phys. Rev. D **82**, 094507 (2010) doi:10.1103/PhysRevD.82.094507 [arXiv:1005.0948 [hep-lat]].
- [20] M. Wakayama, T. Kunihiro, S. Muroya, A. Nakamura, C. Nonaka, M. Sekiguchi and H. Wada, Phys. Rev. D **91**, no. 9, 094508 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.91.094508 [arXiv:1412.3909 [hep-lat]].
- [21] A. H. Fariborz, R. Jora and J. Schechter, Phys. Rev. D **72**, 034001 (2005) doi:10.1103/PhysRevD.72.034001 [hep-ph/0506170].

- [22] T. K. Mukherjee, M. Huang and Q. S. Yan, *Phys. Rev. D* **86**, 114022 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.86.114022 [arXiv:1203.5717 [hep-ph]].
- [23] M. Albaladejo and J. A. Oller, *Phys. Rev. D* **86**, 034003 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.86.034003 [arXiv:1205.6606 [hep-ph]].
- [24] A. H. Fariborz, R. Jora, J. Schechter and M. N. Shahid, *Phys. Rev. D* **84**, 113004 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.84.113004 [arXiv:1106.4538 [hep-ph]].
- [25] A. H. Fariborz, E. Pourjafarabadi, S. Zarepour and S. M. Zebarjad, *Phys. Rev. D* **92**, 113002 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.92.113002 [arXiv:1511.01623 [hep-ph]].
- [26] J. R. Peláez, A. Rodas and J. Ruiz de Elvira, *Eur. Phys. J. C* **77**, no. 2, 91 (2017) doi:10.1140/epjc/s10052-017-4668-1 [arXiv:1612.07966 [hep-ph]].
- [27] J. R. Peláez and A. Rodas, *Eur. Phys. J. C* **77**, no. 6, 431 (2017) doi:10.1140/epjc/s10052-017-4994-3 [arXiv:1703.07661 [hep-ph]].
- [28] K. Naito, M. Oka, M. Takizawa and T. Umekawa *Prog. Theor. Phys.* **109**, 969 (2003) doi:10.1143/PTP.109.969
- [29] M. Kobayashi and T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **44** (1970) 1422. doi:10.1143/PTP.44.1422
- [30] M. Kobayashi, H. Kondo and T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **45** (1971) 1955. doi:10.1143/PTP.45.1955
- [31] G. 't Hooft, *Phys. Rev. D* **14** (1976) 3432. DOI: 10.1103/PhysRevD.14.3432
- [32] G. 't Hooft, *Phys. Rev. Lett.* **37** (1976) 8. doi:10.1103/PhysRevLett.37.8
- [33] C. Rosenzweig, J. Schechter and C. G. Trahern, *Phys. Rev. D* **21**, 3388 (1980). doi:10.1103/PhysRevD.21.3388
- [34] P. Di Vecchia and G. Veneziano, *Nucl. Phys. B* **171**, 253 (1980). doi:10.1016/0550-3213(80)90370-3
- [35] E. Witten, *Annals Phys.* **128**, 363 (1980). doi:10.1016/0003-4916(80)90325-5
- [36] A. A. Osipov, B. Hiller and A. H. Blin, *Eur. Phys. J. A* **49**, 14 (2013) doi:10.1140/epja/i2013-13014-y [arXiv:1206.1920 [hep-ph]].
- [37] A. A. Osipov, B. Hiller and A. H. Blin, *Phys. Rev. D* **88**, 054032 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.88.054032 [arXiv:1309.2497 [hep-ph]].
- [38] J. Schechter, Y. Ueda, *Phys. Rev.* **D3** (1971) 168.
- [39] M. Ishida, *Prog. Theor. Phys.* **101**, 661-669 (1999) doi:10.1143/PTP.101.661 [hep-ph/9902260].
- [40] C. McNeile, A. Bazsvov, C. T. .H. Davies, R. J. Dowdall, K. Hornbostel and H. D. Trotter, *Phys. Rev. D* **87**, 034503 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.87.034503
- [41] C. Vafa and E. Witten, *Nucl. Phys. B* **234**, 173(1984)
- [42] T. Nakano and K. Nishijima *Prog. Theor. Phys.* **10**, 581 (1953) doi:10.1143/PTP.10.581
- [43] K. Nishijima, *Prog. Theor. Phys.* **13**, 285 (1955) doi:10.1143/PTP.13.285
- [44] M. Gell-Mann, *Nuovo. Cim.* **4**, 848 (1956) doi:10.1007/BF02748000
- [45] S. Okubo, *Prog. Theor. Phys.* **27**, 949 (1962) doi:10.1143/PTP.27.949
- [46] Y. Kuroda, M. Harada, S. Matsuzaki, D. Jido, in submitted. *Prog. Theor. Phys.* **27**, 949

- (1962) doi:10.1143/PTP.27.949
- [47] S. Kono, D. Jido, Y. Kuroda and M. Harada, in submitted.
- [48] A. A. Bolokhov, A. N. Manashov, M. V. Polyakov, and V. V. Vereshagin, Phys. Rev. D **48**, 3090 (1993) doi:10.1103/PhysRevD.48.3090
- [49] S. Okubo, Phys. Lett. **5**, 165-168 (1963) doi:10.1106/S0375-9601(63)92548-9
- [50] G. Zweig, CERN-TH-412
- [51] J. Iizuka, Prog. Theor. Phys. Suppl. **37**, 21 (1966) doi:10.1143/PTPS.37.21
- [52] T. Kunihiro *et al.* [SCALAR Collaboration], Phys. Rev. D **70**, 034504 (2004) doi:10.1103/PhysRevD.70.034504 [hep-ph/0310312].
- [53] T. Hyodo, D. Jido and T. Kunihiro, Nucl. Phys. A **848**, 341 (2010) doi:10.1016/j.nuclphysa.2010.09.016 [arXiv:1007.1718 [hep-ph]].
- [54] S. Ishida, M. Ishida, H. Takahashi, T. Ishida, K. Takamatsu and T. Tsuru, Prog. Theor. Phys. **95**, 745 (1996) doi:10.1143/PTP.95.745
- [55] M. Harada, F. Sannino and J. Schechter, Phys. Rev. D **54**, 1991 (1996) doi:10.1103/PhysRevD.54.1991
- [56] S. Sakai, D. Jido, Phys. Rev. C **88**, 064906 (2013) doi:10.1103/PhysRevC.88.064906
- [57] η -PRiME/Super-FRS Collaboration, Phys. Rev. C **97**, 015202 (2018) doi:10.1103/PhysRevC.97.015202