

## 論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※ 甲 第 13155 号
------	---------------

氏 名 立岡 文理

### 論 文 題 目

Several Algorithms for the Computation of Matrix Functions  
(行列関数計算のためのアルゴリズムの研究)

### 論文審査担当者

主査	名古屋大学	教授	張 紹良
委員	名古屋大学	准教授	曾我部 知広
委員	名古屋大学	教授	田仲 由喜夫
委員	名古屋大学	教授	片桐 孝洋
委員	東京大学	准教授	田中 健一郎

## 論文審査の結果の要旨

立岡文理君提出の論文「Several Algorithms for the Computation of Matrix Functions (行列関数計算のためのアルゴリズムの研究)」は、計算言語上のスカラー関数における組み込み関数のように、物理工学や量子情報科学などの科学技術計算に現れる行列関数を汎用的・手軽に使用できる計算環境の構築を目的とし、いくつかの代表的な初等行列関数に対する高速なアルゴリズムの開発についての研究成果をまとめたものである。各章の構成は以下のとおりである。

第1章「Introduction」では行列関数計算における研究の背景、目的、及び論文構成について述べている。

第2章「Preliminaries」は第3章から第5章までの準備であり、行列関数の定義と諸性質、および既存手法のサーベイを行っている。また、提案アルゴリズムの基礎となる数値積分とNewton法について述べている。

第3章「Quadrature-based algorithms for  $\log(A)$ 」では、数値積分に基づく行列対数関数の計算のためのアルゴリズムを提案している。まず二重指数関数型 (DE) 公式に基づくアルゴリズムの提案とその収束性解析を行っている。さらに、収束性解析を用いて積分区間の設定手法を提案し、DE公式の実用化を図った。また、正定値対称行列の場合は、行列の条件数が大きいときにDE公式が既存手法よりも速く収束するという知見を得た。次に、正定値対称行列における前処理の枠組み及び選び方を提案した。最後に、収束性解析の妥当性と提案アルゴリズムの有用性を数値実験により確認している。

第4章「Quadrature-based algorithms for  $A^\alpha$ 」では、数値積分に基づく行列実数乗の計算のためのアルゴリズムを第3章と同様の流れで提案している。まず、DE公式の実用化のために誤差解析に基づく積分区間の設定手法を提案し、正定値対称行列に対する収束性解析を行っている。その解析より、DE公式は  $A$  の条件数が大きく、かつ、 $\alpha$  が単位分数でないときに既存手法よりも速く収束するという知見を得ている。また、正定値対称行列における前処理の枠組みおよび選び方を提案した。最後に、収束性解析の妥当性と提案アルゴリズムの有用性を数値実験により確認している。

第5章「A variant of Newton's iteration for  $A^{1/p}$ 」では、行列累乗根に対するNewton法の高速化について述べている。行列累乗根に対するIncremental Newton反復式は数値的に安定な解法で、反復毎の演算量は  $p$  に比例する。本論文では、反復式の等価な式変形により反復毎の演算量の削減を試みている。数値実験では数値的な安定性を失わずに  $p \leq 100$  では演算量が  $\log p$  に比例することを確認している。

第6章「Conclusion」では、本論文をまとめ、今後の展望について述べている。

以上のように、本論文では行列関数計算のための高速なアルゴリズムに対して研究成果を示しているものであり、数理工学及びそれを基盤とする科学技術計算の発展に寄与するところが大きいと判断できる。よって、本論文の提出者である立岡文理君は博士 (工学) の学位を受けるに十分な資格があると判断した。