

2019年度 学位論文

マルチボディダイナミクスに基づく柔軟な  
糸の数値シミュレーションに関する研究



名古屋大学大学院工学研究科  
機械理工学専攻

竹内秀年



# 目次

<b>1</b>	<b>緒言</b>	<b>12</b>
1.1	糸と繊維機械について	12
1.2	繊維機械の開発について	14
1.3	本研究で扱う糸の運動について	15
1.4	従来の糸の数値シミュレーションの取り組み	16
1.4.1	微分方程式の直接解法による数値シミュレーション	16
1.4.2	拡張ハミルトニアンを用いた数値シミュレーション	17
1.4.3	Geometrically Exact 法による数値シミュレーション	17
1.4.4	絶対節点枠法による数値シミュレーション ( Absolute Nodal Coordinate method / ANC 法)	18
1.4.5	Cosserat 理論による数値シミュレーション	19
1.4.6	Kane 型運動方程式による数値シミュレーション	20
1.4.7	著者らの取り組み	21
1.5	接触の取り扱い	22
1.5.1	壁面反発	22
1.5.2	摩擦	24
1.6	本研究の動機と目的	25
1.7	本研究の構成	26
1.7.1	第2章	26
1.7.2	第3章	26
1.7.3	第4章	26
1.7.4	第5章	27
<b>2</b>	<b>3自由度要素からなる糸モデルの構築と解弛運動の数値シミュレーション</b>	<b>28</b>
2.1	本章の目的	28
2.2	拘束条件を持つ運動方程式	29
2.3	収束性と解の安定性の向上	31
2.4	収束計算法	33
2.5	積分計算法	34
2.6	質点の生成と削除	35
2.7	外力 (壁面接触力以外) と内力の定義	39

2.7.1	外力と内力について . . . . .	39
2.7.2	重力 . . . . .	39
2.7.3	空気の抗力 . . . . .	39
2.7.4	曲げ剛性と減衰による作用力 . . . . .	40
2.8	壁面接触力の定義 . . . . .	43
2.8.1	仮想球による接触判定 . . . . .	43
2.8.2	壁面反発力 . . . . .	44
2.8.3	壁面摩擦力 . . . . .	45
2.8.4	離脱抵抗抗力 . . . . .	47
2.8.5	質点に作用する壁面接触力 . . . . .	47
2.9	無次元化 . . . . .	48
2.10	結果と考察 . . . . .	48
2.10.1	フローチャートとパラメータ . . . . .	48
2.10.2	計算負荷 . . . . .	49
2.10.3	バルーン形状 . . . . .	52
2.10.4	糸の張力 . . . . .	53
2.11	本章のまとめ . . . . .	62
<b>3</b>	<b>3 自由度要素からなる糸モデルの改良</b>	<b>65</b>
3.1	本章の目的 . . . . .	65
3.2	ばねとダンパを追加し、拘束条件を削除した運動方程式 . . . . .	65
3.3	逆行列計算の削除 . . . . .	66
3.4	結果と考察 . . . . .	67
3.4.1	パラメータ . . . . .	67
3.4.2	方法 A と方法 B の計算時間 . . . . .	68
3.4.3	方法 A と方法 B の計算結果の比較 . . . . .	70
3.4.4	ボビンの巻糸形状の違いによるバルーン形状 . . . . .	81
3.4.5	解舒運動中の糸の力学特性 . . . . .	87
3.5	本章のまとめ . . . . .	94
<b>4</b>	<b>6 自由度要素からなる糸モデルの構築と解舒運動の数値シミュレーション</b>	<b>95</b>
4.1	本章の目的 . . . . .	95
4.2	糸モデルの定義 . . . . .	95

4.3	計算単位の上に定義される枠	96
4.4	曲げ角度	100
4.5	ねじり角度	101
4.6	自由物体図	101
4.7	運動方程式	102
4.8	ばねとダンパによる内力と内力のモーメント	104
4.8.1	構成要素2に作用する引張ばねとダンパによる力	104
4.8.2	構成要素3に作用する曲げとねじりによる力のモーメント	105
4.8.3	構成要素4に作用するばねとダンパによる力	106
4.9	外力と外力のモーメント	106
4.9.1	外力と外力のモーメントの種類	106
4.9.2	空気の抗力とモーメント	107
4.9.3	重力と重力モーメント	108
4.9.4	糸と壁面の接触力とそのモーメント	108
4.10	運動方程式の数値解法	111
4.11	結果と考察	114
4.11.1	パラメータ	114
4.11.2	数値シミュレーションの結果	117
4.11.3	巻糸上の回転抑制の効果について	122
4.11.4	計算時間について	127
4.12	本章のまとめ	128
<b>5</b>	<b>6自由度要素からなる糸モデルによるスナール運動の数値シミュレーション</b>	<b>129</b>
5.1	本章の目的	129
5.2	対象とする糸の運動	129
5.2.1	スナール運動の設定1	129
5.2.2	スナール運動の設定2	129
5.3	運動方程式	130
5.4	自己接触力とそのモーメント	132
5.5	自己接触力の計算負荷削減法	135
5.6	運動方程式の数値解法	136
5.7	結果と考察	137
5.7.1	パラメータ	137

5.7.2	設定1の数値シミュレーションと実験の結果 . . . . .	137
5.7.3	設定2の数値シミュレーションと実験の結果 . . . . .	138
5.7.4	初期ねじりの影響 . . . . .	139
5.8	本章のまとめ . . . . .	148
6	結言 . . . . .	149
7	謝辞 . . . . .	151

## 図 目 次

1	Spun yarn made from cotton fibers. . . . .	13
2	Wound yarn on the bobbin. . . . .	15
3	Unwinding yarn with a balloon shape. . . . .	15
4	Snarl shape. . . . .	16
5	Rotational motion of yarn with both ends bonded to the rotor. Left:experimental equipment; right:dimensions. . . . .	21
6	Experimental and simulation results. White line: an experiment; colored lines: numerical simulations. . . . .	21
7	Yarn shapes when it begins to move. Rotation angle speed: 8,000rpm. . . .	22
8	Tensile forces. Round points: numerical simulations; square points: formula which Padfield proposed. . . . .	23
9	Yarn model constructed with lumped mass points. . . . .	29
10	Yarn model showing the unwinding motion. . . . .	29
11	Constraint forces acting on the lumped mass point( $i$ ). . . . .	32
12	Sequence for how to add a lumped mass point. . . . .	36
13	Flowchart for how to add a lumped mass point. . . . .	37
14	Sequence for how to remove a lumped mass point. . . . .	37
15	Flowchart for how to remove a lumped mass point. . . . .	38
16	Gravitational force acting on the lumped mass point( $i$ ). . . . .	39
17	Air drag acting on the lumped mass point ( $i$ ). . . . .	40
18	Measuring device for bending moment. Model No.KES-F2(Kato-Tec Co.,Ltd). 41	
19	Measuring result of the bending moment with respect to the curvature. . .	41

20	Bending moments and forces around the lumped mass point ( $i$ ). . . . .	42
21	Curvature of the virtual arc passing through three lumped mass points. . .	42
22	Definition of the virtual spheres between the (i-1)-th lumped mass point and the i-th one. . . . .	44
23	Repulsion force vector $\mathbf{f}_{P,ij}$ and friction force vector $\mathbf{f}_{F,ij}$ , which act when the virtual sphere contacts on the wall. . . . .	45
24	Repulsion force with respect to the distance from the wall surface. . . . .	45
25	Friction force dependent on the friction velocity. . . . .	46
26	Distance coefficient for the friction force. . . . .	46
27	Detachment force by the fuzz effect which acts to the virtual sphere when it leaves from the wall surface. . . . .	46
28	Contact force acting on the lumped mass point( $i$ ) . . . . .	47
29	Flowchart for the numerical simulation. . . . .	49
30	Yarn shapes which are recorded by high-speed camera (yellow line) and re- sults in the numerical simulation (blue line) at pulling velocity 1,000m/min. The experimental and simulation time are shown on the top-left side of each figures, and unwinding counts are shown on the top-right side of each figures. . . . .	52
31	Yarn shapes which are recorded by high-speed camera (yellow line) and re- sults in the numerical simulation (blue line) at pulling velocity 1,600m/min.	53
32	Tensile force at the pulling point in the numerical simulation result at pulling velocity 1,000m/min. . . . .	54
33	Tensile force at the pulling point in the numerical simulation result at pulling velocity 1,600m/min. . . . .	55
34	Tensile force at the unwinding point in the numerical simulation result at pulling velocity 1,000m/min. . . . .	56
35	Tensile force at the unwinding point in the numerical simulation at pulling velocity 1,600m/min. . . . .	56
36	Unwinding velocity at pulling velocity $V = 1,000\text{m/min}$ . . . . .	57
37	Unwinding velocity at pulling velocity $V = 1,600\text{m/min}$ . . . . .	57
38	Angular velocity at pulling velocity $V = 1,000\text{m/min}$ . . . . .	57
39	Angular velocity at pulling velocity $V = 1,600\text{m/min}$ . . . . .	58
40	Length of yarn at pulling velocity $V = 1,000\text{m/min}$ . . . . .	58

41	Length of yarn at pulling velocity $V = 1,600\text{m/min}$ . . . . .	58
42	Tensile force at pulling velocity $V=1,000\text{m/min}$ (#1/5) . . . . .	59
43	Tensile force at pulling velocity $V=1,000\text{m/min}$ (#2/5) . . . . .	60
44	Tensile force at pulling velocity $V=1,000\text{m/min}$ (#3/5) . . . . .	60
45	Tensile force at pulling velocity $V=1,000\text{m/min}$ (#4/5) . . . . .	61
46	Tensile force at pulling velocity $V=1,000\text{m/min}$ (#5/5) . . . . .	61
47	Tensile force at pulling velocity $V=1,600\text{m/min}$ (#1/5) . . . . .	62
48	Tensile force at pulling velocity $V=1,600\text{m/min}$ (#2/5) . . . . .	63
49	Tensile force at pulling velocity $V=1,600\text{m/min}$ (#3/5) . . . . .	63
50	Tensile force at pulling velocity $V=1,600\text{m/min}$ (#4/5) . . . . .	64
51	Tensile force at pulling velocity $V=1,600\text{m/min}$ (#5/5) . . . . .	64
52	Two methods connecting lumped mass points. Left: method A connecting by the constraint condition; right: method B connecting by the spring and dumping elements. . . . .	66
53	Measuring results of the tensile force with respect to the deformation ratio.	67
54	Elapsed time for each condition as shown in Tbl.6. . . . .	70
55	System time for each condition as shown in Tbl.6. . . . .	70
56	Yarn shapes in method B at pulling velocity $V = 1,000\text{m/min}$ and $K=62.5$ (sim., blue lines), and in the experimental results (exp., yellow lines), (Please see Fig.30 in method A). . . . .	71
57	Yarn shapes in method B at pulling velocity $V = 1,600\text{m/min}$ and $K=62.5$ ( sim., blue lines), and in the experimental results (exp., yellow lines). (Please see Fig.31 in method A). . . . .	72
58	Tensile force at the pulling point in method B at pulling velocity $V =$ $1,000\text{m/min}$ and $K=62.5$ . (Please see Fig.32 in method A). . . . .	72
59	Tensile force at the pulling point in method B at pulling velocity $V =$ $1,600\text{m/min}$ and $K=62.5$ . (Please see Fig.33 in method A). . . . .	73
60	Tensile force at the unwinding point in method B at pulling velocity $V =$ $1,000\text{m/min}$ and $K=62.5$ . (Please see Fig.34 in method A). . . . .	73
61	Tensile force at the unwinding point in method B at pulling velocity $V =$ $1,600\text{m/min}$ and $K=62.5$ . (Please see Fig.35 in method A). . . . .	74
62	Tensile force in method B at pulling velocity $V=1,000\text{m/min}$ , (Please see Fig.42 in method A) (#1/5). . . . .	75

63	Tensile force in method B at pulling velocity $V=1,000\text{m/min}$ , (Please see Fig.43 in method A) (#2/5). . . . .	76
64	Tensile force in method B at pulling velocity $V=1,000\text{m/min}$ , (Please see Fig.44 in method A) (#3/5). . . . .	76
65	Tensile force in method B at pulling velocity $V=1,000\text{m/min}$ , (Please see Fig.45 in method A) (#4/5). . . . .	77
66	Tensile force in method B at pulling velocity $V=1,000\text{m/min}$ , (Please see Fig.46 in method A) (#5/5). . . . .	77
67	Tensile force in method B at pulling velocity $V=1,600\text{m/min}$ , (Please see Fig.47 in method A). (#1/5) . . . . .	78
68	Tensile force in method B at pulling velocity $V=1,600\text{m/min}$ , (Please see Fig.48 in method A). (#2/5) . . . . .	78
69	Tensile force in method B at pulling velocity $V=1,600\text{m/min}$ , (Please see Fig.49 in method A). (#3/5) . . . . .	79
70	Tensile force in method B at pulling velocity $V=1,600\text{m/min}$ , (Please see Fig.50 in method A). (#4/5) . . . . .	79
71	Tensile force in method B at pulling velocity $V=1,600\text{m/min}$ , (Please see Fig.51 in method A). (#5/5) . . . . .	80
72	Balloon shape in bobbin No.1 at pulling velocity $V = 1,600\text{m/min}$ . . . . .	81
73	Balloon in bobbin shape No.2 at pulling velocity $V = 1,000\text{m/min}$ . . . . .	82
74	Balloon in bobbin shape No.3 at pulling velocity $V = 1,000\text{m/min}$ . . . . .	83
75	Balloon in bobbin shape No.4 at pulling velocity $V = 1,000\text{m/min}$ . . . . .	84
76	Balloon in bobbin shape No.5 at pulling velocity $V = 1,000\text{m/min}$ . . . . .	85
77	Rotational radius of yarn in bobbin shape No.1 with pulling velocity of $V = 1,600\text{m/min}$ as shown in Fig.72. . . . .	87
78	Moving speed of yarn in bobbin shape No.1 with pulling velocity of $V = 1,600\text{m/min}$ as shown in Fig.72. . . . .	88
79	Tensile force at the pulling point in bobbin shape No.1 at pulling velocity $V = 1,600\text{m/min}$ as shown in Fig.72. . . . .	89
80	Tensile force at the unwinding point in bobbin shape No.1 at pulling velocity $V = 1,600\text{m/min}$ as shown in Fig.72. . . . .	90
81	Length of yarn, friction length, friction height and axial position of the unwinding point as shown in Fig.72. . . . .	91

82	Balloon radius, friction angle, maximum rotational velocity of the balloon and axial position of the unwinding point as shown in Fig.72. . . . .	92
83	Tensile forces of the numerical simulation and experimental results at certain conditions (not specified here). . . . .	93
84	Unwinding motion of yarn. . . . .	96
85	Yarn model constructed by connecting the computational units of 6 degrees of freedom(6DOF)s. . . . .	97
86	A computational unit. . . . .	97
87	Definition of the frames and their base vectors on the computational unit. .	98
88	Settings of the bending and twisting conditions between the ( $i$ )-th computational unit and the ( $i + 1$ )-th one. . . . .	100
89	Decomposition of the computational unit ( $i$ ) by free body diagram scheme.	102
90	Angular velocities of the $i$ -th computational unit. . . . .	105
91	Air drag acting on the virtual cylinder ( $i$ ). . . . .	107
92	Repulsion force vector $\mathbf{F}_{Pij}$ and friction force vector $\mathbf{F}_{Fij}$ acting from the wall. . . . .	108
93	Resistant forces for preventing the rotation of yarn near the unwinding point.	110
94	Measuring device for torsional torque. Model No. SKT-1(Kato-Tec Co.,Ltd).	114
95	Measuring result of the torsional torque with respect to the curvature. . . .	114
96	Friction coefficient of yarn. Orange line: $\mu$ on the metal surface; light blue line: $\mu$ on the yarn surface. . . . .	116
97	Unwinding number and unwinding velocity in the numerical simulation and the experimental results. (a):Unwinding number and unwinding velocity; (b),(c),(d):unwinding number; (e),(f),(g):phase angle and unwinding number. . . . .	117
98	Balloon shapes in the numerical simulation and the experimental result. Yellow line: an experiment; blue line: the 3DOF elements model; green line : the 6DOF elements model. . . . .	119
99	Tensile force on the 6DOF elements model. Please see Fig.58 on the 3DOF elements model. . . . .	119
100	Torsional angle at each time point: (a)yarn shapes; (b)torsional angles per meter; (c)integrated torsional angles from the unwinding point. . . .	120
101	Integrated torsional angle from the unwinding point to the pulling point. .	121

102	False twisting in the Z-twist yarn contacted on the eyelet wall surface. . .	122
103	Twisting behavior near the unwinding point: $t = 0.7430 \sim 0.7442$ sec. . . .	123
104	Twisting behavior near the unwinding point: $t = 0.7446 \sim 0.7458$ sec. . . .	124
105	Twisting behavior near the unwinding point: $t = 0.7462 \sim 0.7474$ sec. . . .	125
106	Twisting behavior near the unwinding point: $t = 0.7478 \sim 0.7490$ sec. . . .	126
107	Flowchart for the numerical simulation of yarn motion on the 6DOF elements model. . . . .	127
108	First setting for the snarl motion. . . . .	130
109	Timechart for the horizontal moving length of the yarn end on the first setting. . . . .	131
110	Second setting for the snarl motion. . . . .	131
111	Yarn model with 6DOF elements. . . . .	132
112	Variables used in the self-contact condition. . . . .	132
113	Repulsion force $f_{[B]ij}$ with respected to $h_{ij}$ . . . . .	133
114	Friction coefficient with respect to $v_{ij}$ . . . . .	135
115	Friction force $F_{[S]ij}$ related to the fuzz effect with respect to $v_{ij}$ . . . . .	135
116	Condition for omitting the computation of the contact force between computational units. . . . .	136
117	Yarn shapes in the experiment (white lines) and simulation results (orange lines) on the first setting. . . . .	138
118	Total torsional angle at each time on the first setting. . . . .	139
119	Self-contact by intertwining. . . . .	140
120	Yarn shapes in the experiment (white lines) and simulation result (colored lines) on the second setting. The color indicates the torsional angle of each computational unit and follows the colormap in Fig.119. . . . .	141
121	Snarl motion with parameters of $\psi = 10[\text{deg}/2\text{mm}]$ and $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$ in Eq.154 at time $t=0.0$ to $0.40[\text{s}]$ . . . . .	142
122	Snarl motion with parameters of $\psi = 10[\text{deg}/2\text{mm}]$ and $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$ in Eq.154 at time $t=1.0$ to $3.2[\text{s}]$ . . . . .	143
123	Snarl motion with parameters of $\psi = 10[\text{deg}/2\text{mm}]$ and $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$ in Eq.154 at time $t=3.4$ to $5.6[\text{s}]$ . . . . .	144
124	Snarl motion with parameters of $\psi = -10[\text{deg}/2\text{mm}]$ and $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$ in Eq.154 at time $t=0.0$ to $0.4[\text{s}]$ . . . . .	145

125	Snarl motion with parameters of $\psi = -10[\text{deg}/2\text{mm}]$ and $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$ in Eq.154 at time $t=1.0$ to $3.2[\text{s}]$ . . . . .	146
126	Snarl motion with parameters of $\psi = -10[\text{deg}/2\text{mm}]$ and $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$ in Eq.154 at time $t=3.4$ to $5.6[\text{s}]$ . . . . .	147

## 表 目 次

1	Non dimensionalizing parameters. . . . .	48
2	Parameters in the numerical simulation. . . . .	51
3	Time period for one turn of unwinding motion. . . . .	53
4	Lowpass FIR filter. . . . .	54
5	Constant parameters in the numerical simulation. . . . .	68
6	Elapsed time in the numerical simulations with each solving method. . . . .	69
7	Elapsed time for the conditions with each tensile stiffness value $K$ . . . . .	69
8	Frames of the coordinate on the computational unit. . . . .	99
9	Properties of each structure in the computational unit. . . . .	103
10	Material properties and the computation settings. . . . .	115
11	Parameters for the friction coefficient $\mu$ in Eq.(109) , $F_{st}$ in Eq.(110) and $\eta$ in Eq.(112) . . . . .	116
12	Torsional angle and length at each time point. . . . .	121
13	Material properties and computation parameters. . . . .	137

# Nomenclature

本論文はここで示す記号のルールに則って記述する.

$\mathbf{A}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, c$  行列  $\mathbf{A}$  は太文字で, 代数ベクトル  $\mathbf{a}$  は列ベクトルとし太文字で表し, スカラー  $c$  は細字で表す.

$\tilde{\mathbf{a}}\mathbf{b}$  列ベクトル  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  のクロス積を表す.

( $i$ ) 第4章の糸モデルでは, 1本の糸は計算単位 (computational unit) と呼ぶ  $n$  個のユニットが連結された構造をしており, その第  $i$  番目のユニットを 計算単位 ( $i$ ) と呼び, それを構成する剛体球と仮想円柱をそれぞれ 球 ( $i$ ), 仮想円柱 ( $i$ ) と呼ぶ.

$\mathbf{O}$  物体の位置と姿勢を定義する基となる空間上に配置した基準枠 (reference frame)  $\mathbf{O}$ .

$\mathbf{i}$  計算単位 ( $i$ ) の球 ( $i$ ) の中心に定義する局所座標系を配置する枠.

$\mathbf{i}[S], \mathbf{i}[B], \mathbf{i}[T]$  外力が作用しない状態の, 糸の曲げとねじりを表す計算単位 ( $i$ ) の枠と 時刻  $t$  の曲げ, ねじりを表す枠を表す.

${}^{\circ}\mathbf{e}_{i,j}$  枠  $\mathbf{i}$  が持つ3つの直交基底単位ベクトル ( $j = 1, 2, 3$ ) を基準枠  $\mathbf{O}$  で表したもの.

${}^{\circ}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{O}i}, {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{O}i}$  基準枠  $\mathbf{O}$  から見た枠  $\mathbf{i}$  の回転を表す角速度ベクトルを基準枠  $\mathbf{O}$  と枠  $\mathbf{i}$  で表したもの.

${}^{\circ}\mathbf{r}_i$  球 ( $i$ ) の中心の位置ベクトルを基準枠  $\mathbf{O}$  で表したもの.

${}^{\circ}\mathbf{E}_i$  枠  $\mathbf{i}$  の姿勢を基準枠  $\mathbf{O}$  で表したオイラーパラメータ.

${}^{\circ}\varepsilon_k$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ )  ${}^{\circ}\mathbf{E}_i$  の4成分のスカラー値.

# 1 緒言

## 1.1 糸と繊維機械について

糸は衣料品の材料として、自然繊維糸や合成繊維糸が大量に使用されている。更に金属糸は橋梁を支えるロープのように、高強度を要する建築物の材料としても使われている。最近ではカーボンナノチューブ (CNT) 繊維を用いた CNT 糸が登場し、高強度や導電性という特徴を活かした製品が開発されている。このように単位長さ当たりの重量は非常に小さいにも関わらず、高引張剛性としなやかな曲げやねじり剛性を示す糸は、工業的に非常に重要な材料である。糸の種類は大きく分けてフィラメント糸とスパン糸の2種類がある。フィラメント糸は主に合成繊維糸であり、数百の穴が空いた金属板 (紡糸ノズル) から溶かされた樹脂が連続的に押し出され、それらを冷却して束ねることによって1本の切れ目のない細長い糸となる。材料は ナイロン、 ポリエステル、 アクリルなどが使われる。他方スパン糸は、太さが一定になるように短い繊維束を指定された本数に引き揃えて、撚りを掛けたものである。材料は綿繊維や麻繊維、羊毛繊維などの自然繊維や等長カットされた合成繊維が使われる。

糸を紡ぐ工程はフィラメント糸では紡糸、スパン糸では紡績 [1][2][3] と呼ぶ。紡績の起源は古く数万年前から手紡ぎにより糸が作られていたり、紡錘車と呼ばれる機材を用いた手動式の紡績も行われていた。10世紀頃には糸車が用いられ、更に産業革命の時代には蒸気機関や水力機関による機械式の紡績装置 (以下 精紡機) が発明されたことで糸の生産性は飛躍的に向上した。精紡機の種類はいくつかあるが、現在でも広く使われている方式は主にリング精紡、オープンエンド精紡、空気精紡の3つである。リング精紡機は1800年代に登場し現在主流の方法である。この精紡機は短繊維の束 (以下 スライバ) を引き伸ばして軽い撚りを掛けた繊維束 (以下 篠) を原料とする。そして篠を回転速度が異なるローラー (以下 ドラフトローラ) 間で細く引き伸ばしてから、金属の輪 (以下 トラベラ) を糸を巻く棒 (以下 ボビン) の周りに回転させることで、繊維束に撚りを掛けて糸に加工してボビンに巻き取る。この方式の特徴は、太い糸から細い糸まで幅広い範囲で加工でき、糸の肌触りも柔らかいことである。しかしこれまで生産性を上げるために紡績速度の向上が図られてきたが、トラベラの回転速度が既に機械的な限界に達しており、紡績速度を更に上げることは困難になってきている。1900年中頃にはオープンエンド精紡機が登場し、紡績速度が格段に上昇しリング精紡機より糸の生産性が向上した。この装置は回転するロータ内にスライバをドラフトローラで引き伸ばして投入し、ロータの回転により撚りを入れて糸を紡ぐ方式である。この方式の特徴は紡績速度が速いことであるが、糸が若干

硬く感じられる。更に 2000 年前後には空気精紡機が登場した。この装置はドラフトローラで細く引き伸ばしたスライバに空気の旋回流を作用させて撚りを入れることで糸を紡ぐ装置であり、オープンエンド精紡機より更に高速な紡績速度を実現し、糸は特異な肌触りと速乾性などの特徴を有し、近年世界的にシェアが増加している。

本研究ではリング精紡機で作られた綿 100% のスパン糸を用いる。その糸表面の顕微鏡写真を図 1 に示す。この糸は表面に無数の毛羽があり、その断面に直径約  $20\mu\text{m}$ 、長さ 20～30mm の綿繊維が約 100 本並んで撚られた構造で、繊維の端は糸から突き出している。このような構造によって糸は空気中を高速に移動すると表面がなめらかな円柱と比較して大きな抗力を受け、また糸同士が交絡すると毛羽が引っかかり、大きな摩擦力や引き剥がし力が発生する。また糸に伸びや曲がり、ねじれなどの形状変形が生じると糸の内部では繊維の滑りが発生し、剛性や減衰とそれらのヒステリシス特性は複雑な挙動を示す。



Figure 1: Spun yarn made from cotton fibers.

紡績された糸はその後の工程で加工される場合がある [4]。代表的な加工装置はワインダーと呼ばれる装置であり、複数のボビンに巻かれた糸を連結して更に長い糸にすると同時に品質の悪い場所（以下 糸欠点）を除去して、一定品質の長い糸をパッケージと呼ばれる巻玉に巻き上げる。またツイスターと呼ばれる装置は、糸に撚りを加える（以下 追撚）装置であり、パッケージに巻かれた糸を解いて追撚した後再びパッケージに巻く動作をおこなう。更に合糸機と呼ばれる装置は、複数の糸を撚り合わせて（以下 合糸）引張強度の強い糸を作る装置である。これらの加工装置に共通することは糸を一旦解いて糸に加工を施し、その後糸をパッケージに巻き上げるということである。

このような紡績装置や加工装置を総称して繊維機械と呼び、装置の一連の動作における糸の運動は生産性や糸の品質に大きな影響を与える。

## 1.2 繊維機械の開発について

繊維機械は大規模な敷地を持つ工場で多くの台数で運用されているので、その設備投資額は非常に大きい。しかし生産される糸の単価は高くはないので、工場は糸の生産量を上げる必要がある。そして繊維機械は24時間連続で稼働し、常に生産性向上の改良が求められる[5]。また最近では肌触りや機能性など、糸に求められる要求が多様化しており、それらを取り入れた機械を迅速に開発する手法の導入が急務である。

従来繊維機械の開発には、実験計画法に基づいて膨大な数の試作と実験をおこなうことで進められていた。この方法は的確に問題点を解決できる開発手法ではあるが、多くのコストと長い期間を要するので、最近ではその方法が限界に達しつつある。部品寸法の経験的あるいは試行錯誤的な調整によって、複数ある糸品質指標を下げずに保ちながら装置の高速化を行うことは寸法の交互作用により非常に困難である。そのような状況の中、糸の挙動や力学特性を詳細に把握して、部品形状や寸法と糸品質を直接関連付ける手法の確立が開発現場で望まれており、近年ではコスト削減や開発期間短縮を目指して、数値シミュレーションを用いたモデルベース開発が導入されるようになった。現在、数値流体解析や構造解析、機構解析などを用いて、ダクト内部の空気の流れや機械の強度、機械の運動や振動抑制に関する数値計算アプローチが一般的に行えるようになってきており、試作数の削減に少なからず成果を出している。

しかし現状糸や繊維の運動は、数値シミュレーションで評価できず、運動中の力学特性は把握できていない。そのため高速度カメラ画像や加工後の糸物性の測定値を上記の数値解析結果と比較することで、機械が糸の運動や物性値に与える影響を間接的に評価しているが、部品の寸法の変化が糸品質にどのように作用するかを結びつけるモデルベース的な検討ができていないのが現状である。このことは複数ある糸物性値を同時に良化しようとしたときに、機械の形状や運転条件がそれぞれの物性値良化に対して相反する相互作用を与えて、開発の方向性を見つけることができないという困難さを与える。

そこで繊維機械における糸や繊維の挙動を考慮したモデルベース開発を行うことが重要になるが、実現には3つの困難が存在する。1つは、対象としている糸や繊維が非常に細長い構造物であり、線方向にのみ大きな剛性を示すため、接触を含めた機構学的な取り扱いが極めて困難で市販の汎用機構ソフトウェアでは、現実的な計算時間や計算容量の制約の中で実験結果と比較検証する数値シミュレーションのデータを得にくいことが挙げられる。2つは、糸や繊維が非常に軽量であるため、周囲の気流の影響を受け易く、運動を数値シミュレーションで表現するには流体解析との連成が不可欠であり、複雑な取り扱いが必要になることである。3つは、モデルベース開発で機械の形状最適化を行うとすれば膨

大な数値シミュレーションの試行回数が必要であり，高速な計算方法を確立しないと開発プロセスの1つとして運用できないことが挙げられる．

### 1.3 本研究で扱う糸の運動について

繊維機械の工程における糸の運動のうち，本研究で以下に示す2つの運動について焦点を当てる．

1つ目はボビンやパッケージに巻かれた糸（以下 巻糸）が解かれて，遠心力で回転しながら一方向に引き出される運動で，解舒運動と呼ぶ．図2にボビンに巻かれた糸を，図3に解舒運動時の糸の状態を示す．解舒における糸の運動は，糸が巻糸表面に接触して反発



Figure 2: Wound yarn on the bobbin.

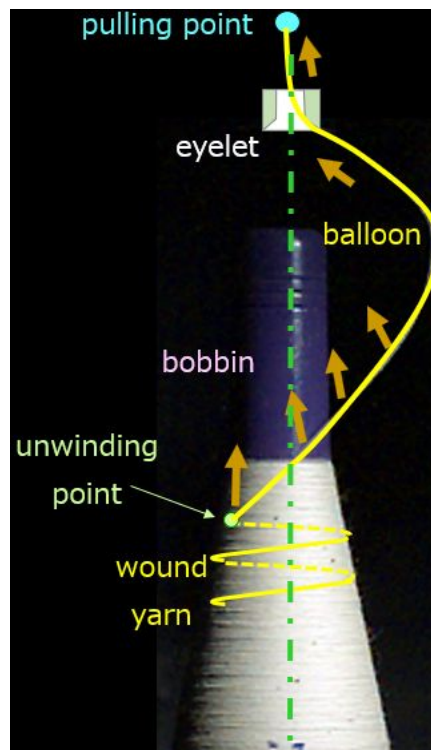


Figure 3: Unwinding yarn with a balloon shape.

力を受けて静止した状態から始まり，上に引っ張られて動き始める（この位置を以降 解舒点）と巻糸表面から反発力と摩擦力を受ける．そして巻糸表面から離脱（この位置を以降 離脱点）し，遠心力によって風船のように膨らんだ形状（以下 バルーン）を保ってボビンの周りに回転する．そして糸はボビンや糸を集約する輪状の部品（以下 アイレット）に達すると部品壁面から反発力と摩擦力を受ける．これら反発力と摩擦力は総じて接触力と呼ぶ．そしてその直上の引き上げる点（以下 引上点）に向かう．この一連の運動を数値

シミュレーションする．繊維機械において解舒運動は糸を加工する前に必ず発生する運動であり，糸を引き上げる速度を大きくすることは繊維機械の生産性を上げることに貢献する．しかし引き上げる速度を単純に大きくするとバルーンの形状が崩れて糸の張力が大きくなり糸切れが発生し，逆に生産性が低下することがある．よってバルーン形状を力学的に把握し適正に調整することは，繊維機械の開発において非常に重要である．

2つ目は解かれた糸が空中を移動するときに，糸の両端を引っ張る力が弛緩して糸が自分に絡みつく運動で，スナール運動と呼び，図4はスナール運動の後に絡みついた糸形状（以下 スナール形状）である．糸は紡績工程で撚りが入れられるが，スナール運動はこの撚りによって残留するねじりトルクによる撚り戻りが原因で発生する．また糸に撚りを加えていく追撚工程でも，真っ直ぐな形状を保つ限界に達したときにスナール運動が発生する．本研究では追撚工程におけるスナール運動を取り上げる．



Figure 4: Snarl shape.

## 1.4 従来の糸の数値シミュレーションの取り組み

### 1.4.1 微分方程式の直接解法による数値シミュレーション

これまでに柔軟な糸の運動を定性的又は定量的に評価したり，数値シミュレーションをおこなう方法は幾つか提唱されている．Padfield[6]は解舒運動を時間に変動しない定常な微分方程式で表現し，解舒時のバルーン形状を求めた．そして実験映像と比較することで定性的に一致する結果を得た．Lawrence[7]は紡績形態の一種であるリング精紡機における糸の運動方程式を数学的に解きバルーン形状が解舒運動のそれとよく似た挙動を示すことを示している．またLiu[8]は空気抵抗を無視した時間的に定常な状態のバルーン形状を数値シミュレーションで求めている．更にTangら[9]はリング精紡機を模した簡易な実験装置で模擬したバルーン形状や糸の張力を時間的に定常な運動方程式の解と比較し，両者に良い相関があることを示した．後にTangら[10]はリング精紡機のトラベラーと呼ばれるバルーンを制御する輪の径によってバルーン半径や糸張力が変化することを実験的に明らかにした．

#### 1.4.2 拡張ハミルトニアンを用いた数値シミュレーション

Lee[11] は, Mciver[12] が導出した拡張ハミルトンの原理で, 光ファイバーケーブルの定速解舒運動を数値シミュレーションする方法を示した. この方法は質量が時間的に流入流出する開いた系にも適用できるように拡張したハミルトンの原理を用いており, ケーブルを離散化した計算要素は, 巻玉に巻き取られた状態からほどかれて移動するのではなく, 隣接する計算要素に引っ張られることに相当する速度を付与し, ケーブルの端点に定常回転を与えることで, 擬似的に解舒運動を表した. 更にこれを発展させて Lee ら [13] や Kim ら [14], [15] は時系列計算を行いバルーン形状や張力を求めた. これらの研究は, 糸の解舒時の回転速度や引っ張り速度が時間的に一定であり, かつ空気の抗力の影響を受けず, また糸の動きを制限する壁面との摩擦や糸同士の摩擦が無いことを前提としている. 実際の解舒運動では, 糸は空気の抗力の影響を大きく受ける. 更に糸が巻玉からほどかれて動き出すところでは糸同士の摩擦によって振動を誘起しバルーンの形状は一定ではない. この現象が発生していることは, テンションセンサにより糸の張力変動を測定することで間接的に確かめることができ, 繊維機械における糸の運動を数値シミュレーションするには, 以下の2点を考慮する必要がある. 1つ目は運動する糸の速度と周囲の空気の流速との相対速度による抗力で, 2つ目は毛羽を持つ糸が滑らかな金属から受ける摩擦力と毛羽を持つ糸同士の摩擦力であり, 静摩擦から動摩擦に遷移する状態も含めて考えることである. これら2つの力を数値シミュレーションに実装するには, 糸に作用する外力として与えることが比較的容易な方法であると考えられる. その方法の例として有限要素法的なアプローチや, 拘束力で接続された多物体問題としてモデル化するマルチボディダイナミクスのアプローチが挙げられる.

#### 1.4.3 Geometrically Exact 法による数値シミュレーション

Vahdani ら [16] は小さな曲げ剛性を持つ構造体の有限要素定式化を提唱したが, この方法は微小変形を前提に定式化する有限要素法に基づくもので, 大きな変形に対応するには非常に細かな有限要素を多数配置する必要がある. 糸のような柔軟構造物に適用することには向いていなかった. そこで Simo[17] は大規模計算に適した弾塑性材料を扱える定式化の開発をおこなった. 更に Simo ら [18], [19], [20], [21], [22] は曲座標系で伸縮しない Cosserat 曲面 [23] を採用し, 大きな変形を可能にしながらも運動学的な仮定を排除したモデルを提唱した. これは”geometrically exact” モデルと呼ばれ, 数値解析や有限要素の実装に適した形で, 局所的な釣り合い則や構成方程式と弱形式の運動方程式を正確に定式化するものである. また石原 [24], [25] も梁の有限要素による大歪モデルについ

て定式化をおこなった. romero ら [26] は 3 次元動的弾性域における Geometrically Exact を用いたロッドモデルの新しい有限要素定式化を提示し, 連続体ハミルトニアン系における保存則を満たす時間発展アルゴリズムを構築した. この方法は糸状の長尺物の数値化シミュレーションではなく, 3 次元的に変形するロッドや曲面などを対象にしており, 糸の数値シミュレーションをおこなうには計算負荷が大きい. そこで Theetten ら [27], [28] は, Geometrically Exact Dynamic Splines(GEDS) と命名した方法を考案し, ケーブル状の構造物について軸垂直方向の形状変化を考慮しないが軸方向の形状はスプライン曲線で表現し, 更に静的状態と動的状態を切り替えながら簡便な積分式を使ってリアルタイムの高速処理を実現した. Zhang ら [29] もスプライン曲線を用いて湾曲したビームの有限要素解析をおこなっている.

#### 1.4.4 絶対節点枠法による数値シミュレーション ( Absolute Nodal Coordinate method / ANC 法)

一般に標準の有限要素法は大変形の取扱が不得手である. そこで Shabana[30][31] は絶対勾配によって柔軟体の大回転と大変形を記述する絶対節点枠法 (Absolute Nodal Coordinate method, ANC 法) と呼ばれる方法を提唱した. ANC 法は近年広く研究されており, 大変形を伴う長尺柔軟物の数値シミュレーションが盛んに行われるようになってきた. 例えば, Shabana[32] や Yakoub[33] は ANC 法による大変形を伴うビーム要素の数値解析を行った. Sugiyama[34] はケーブルに対して, 大きな変形と回転を考慮できる非線形有限要素法を提案した. また従来の ANC 法では体積要素として Green-Lagrange のひずみテンソルから弾性力を導出しているためせん断変形と断面変形に起因するせん断ロッキングやメンブレンロッキングが発生していたが, 杉山ら [35] は初期状態で曲率を持つ梁について, 大変形柔軟解析における曲がり梁の新たな定式化手法を提唱し, それらを回避して要素の精度が向上した. 他にも原ら [36][37] は 3 次元より簡便で且つ適用出来る場面が多い考えられる 2 次元の ANC 梁の定式化をおこなった. Romero[38] は非線形ビーム要素に対して”geometrically exact” と ANC 法を用いた場合の相違点や類似点, 解の精度やロバスト性を比較するなど ANC 法の特徴を検証している. また Hong ら [39] はケーブルカーのようにケーブルに重量物が付帯してそれが移動する問題に対して, 可変長要素の概念を取り入れ, ケーブルの両端でノードの生成と削除が実行されることでケーブルの移動を表現したり, Wang[40] は超弾性横方向等方性材料である潤滑ポリエステルフィラメント束 (PFB) の, ローラーによる延伸工程を数値シミュレーションしたりと, 実問題に近い応用例も多く研究されている.

このように ANC 法は長尺柔軟体の数値シミュレーションに対して有用であることが示されているが、計算負荷が高いため最適化計算のように多くのパターン計算を必要とする問題への適用は難しいのが現状である。また ANC ロッドと壁面の接触を扱った研究は多くはない。例として Yang ら [41] は垂直接触力にヘルツの接触理論を用いて、地下ケーブルの敷設時にケーブルに作用する動的な引張力を ANC 法で予測する方法を提示している。また Takehara ら [42] はワイヤーロープとプーリーの接触をバネダンパ要素とクイン法 (Quinn method) を用いて表現するモデルを提示している。しかし複数の ANC ロッドが交絡するような接触が多く発生する事象の研究は、調査した限りでは見つからず ANC ロッドの接触は取り扱いが難しいことがわかる。

#### 1.4.5 Cosserat 理論による数値シミュレーション

近年は Cosserat [23] らの提唱した、連続体の大変形を扱う Cosserat 理論 [43] に基づく Cosserat Shell, Rod, Point [44] の研究論文が増えてきている。この方法は曲座標系を導入することで大変形を表現することを特徴としており、Cosserat Rod [45], [46] は、高剛性の構造物からロープ状の柔軟構造物まで表現することが容易である。Cosserat Rod の運動の研究は以下が挙げられる。Cao [47] はキャンチレバーの運動を数値シミュレーションしている。Lang [48] らは 2 次元ひもの重力下での運動を議論している。Arne ら [49] は合成繊維の紡績プロセスにおけるビスコースファイバーの運動を数値シミュレーションしている。Wang ら [50] は微小な MEMS 部材に適用できる新しいモデリング法を提唱している。[51] は金属棒のねじれについて、静的な Cosserat Rod の数値計算結果と実験結果を比較した。また計算手法の研究は以下が挙げられる。Armero ら [52] は非線形 Cosserat Rod の数値積分のためのエネルギー散逸運動量保存アルゴリズムを提唱した。Lages [53] らはオブジェクト指向のプログラミングフレームワークを提案している。また Rubin [54] は Cosserat Point を用いてビームの曲げを再現し、解がビーム理論の厳密解に収束し、せん断ロックが現れないことを示した。近年コンピュータグラフィックスの分野では、髪の毛や衣服が風にたなびく運動、ロープが交絡する運動など、柔軟構造物の高速な描画技術が著しく発展している。その運動を記述する方法として Cosserat 理論を適用する論文が数多くある。例えば Chang ら [55] は 3 次元物体を Cosserat Rod の骨組みとして作成し、Rod のバネ性によって物体の変形挙動を高速にシミュレーションする方法を提唱している。Spillmann [56] はロープの結び目やねじれにより生じる絡まりを少ない計算要素で高速に処理している。Grégoire [57] らは複数の Cosserat Point を質点としてそれらをバネとダンパで接続し、ケーブルやホースのような柔軟な 1 次元物体を表現するモデルを提

言し、動的な運動ではなく準静的な問題に対して、対話型のリアルタイムシミュレーションを可能にしている。これらコンピュータグラフィックス分野の適用事例は、高速性とそれらしさを重視しており、非常に多くの研究があるものの、力学特性を厳密に検証する論文は少ない。しかし ANC 法では少数であった接触が多く発生する事象の研究報告が多く、実験結果との比較で妥当性が確認できれば有力な数値シミュレーション手法になると考える。

#### 1.4.6 Kane 型運動方程式による数値シミュレーション

柔軟構造物の数値シミュレーションは有限要素法のアプローチが多いが、糸が非常に長い場合大きな行列を持つ運動方程式を用いるので、その逆行列の計算に膨大な時間が必要になることが推測される。そこで本研究では、糸を複数の小さな剛体がバネとダンパで接続されたマルチボディとしてモデル化し、演算数を減らして高速計算すること考えた。基礎の考え方は Kane ら [58][59] が提唱する Kane 型の運動方程式を基にしており、Bauchau[60] や G rdin [61] ら、田島 [62]、清水ら [63] が運動方程式とその数値計算方法をまとめている。また Bayo ら [64] は拘束条件がある系をハミルトン形式により導出した修正ラグランジュ式で表し、常微分方程式の動的分析をおこなっている。更に Bayo[65] や Bayo ら [66], [67] は条件付き安定の数値積分器を用いて効率的な数値計算を実現し、かつ拘束条件の特異性が現れない拡大ラグランジアン法と呼ばれる方法を提案している。また Chiou ら [68] は Baumgarte 法の安定性について、Negrut ら [69] は HHT 法をベースにした積分器の計算効率や精度について、Bonelli ら [70] は一般化  $\alpha$  法の精度や数値減衰について議論している。Murray ら [71] はロボットマニピュレータのモデル化手法を解説している。Huston[72] らは有限長ケーブルを質点の連結モデルで表し、数値シミュレーション結果を実験と比較している。ケーブル問題に対するマルチボディダイナミクスの適用例は多く、薮田 [73] や Kamman ら [74]、Bi ら [75]、柴田ら [76] は海底ケーブルの挙動を計算する手順を示している。さらに再起法と呼ばれる方法がある。この方法は剛体や弾性体が開ループ系または開ループ系を形成していても高速な計算が可能である。Saha[77], [78] は再帰的順動力学アルゴリズムを解説し、Mohan ら [79] や Vshah[80] は 6 自由度ロボットの運動を検証している。また Naudet ら [81] は再帰アルゴリズムにより開ループのロープ状物体のマルチボディダイナミクス解法を示し、Agarwal ら [82] は 100,000 自由度を持つ直列開ループチェーンの数値シミュレーションをおこなった。Vampola ら [83] は柔軟構造物の開ループと閉ループどちらにも適用できる拡張方法を示した。

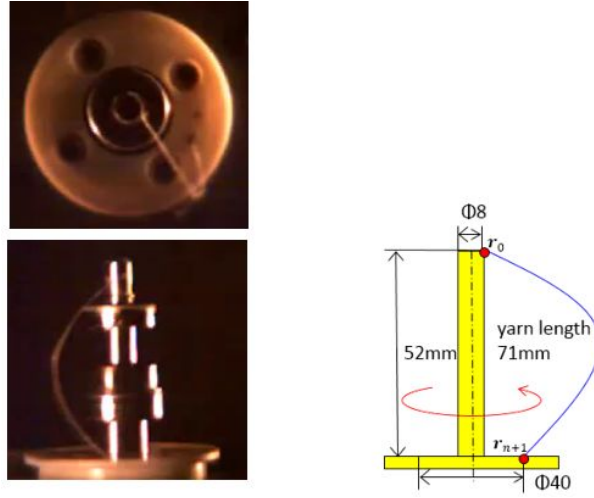


Figure 5: Rotational motion of yarn with both ends bonded to the rotor. Left:experimental equipment; right:dimensions.

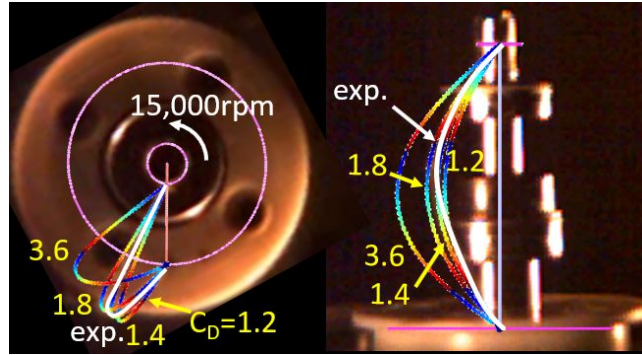


Figure 6: Experimental and simulation results. White line: an experiment; colored lines: numerical simulations.

#### 1.4.7 著者らの取り組み

糸の数値シミュレーションを検討するにあたり，著者ら [84] は事前に糸モデルの検討をおこなった．図5に示す装置に糸の両端を結合し高速回転させると糸が膨らんだ形状を示す．その形状を複数の質点を等間隔に結合した糸モデルによる数値シミュレーションをおこない，実験映像と比較した．

図6は数値シミュレーション結果と高速度カメラ画像を合成して示している．数値シミュレーションは糸の抗力係数を数種類変えておこなっており，それらがカメラ映像と同等な糸の形を生成するか調べた結果，条件を調整すれば糸モデルは実験状態を再現できることが確認できた．

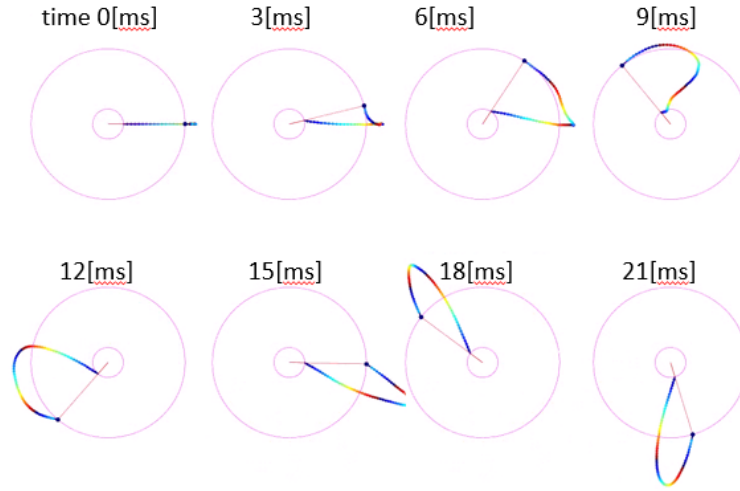


Figure 7: Yarn shapes when it begins to move. Rotation angle speed: 8,000rpm.

また図7は回転開始時に糸が加速運動している状態を表しており、時間的に変動する糸の張力や、作用する外力などを把握することができた。

次に図8に示すように、数値シミュレーションで得られた張力を次式に示す Padfield[6] が導出した糸が定速回転するときの張力の理論解  $T$  と比較した。

$$T = T_0 - \frac{1}{2}\rho_{yarn}\omega^2 R^2 \quad (1)$$

ここで  $R$  は糸の回転半径,  $T_0$  は  $R = 0$  の位置の張力,  $\omega$  は回転角速度,  $\rho_{yarn}$  は線密度である。図を見ると理論解と数値シミュレーション結果はほぼ同じ値を示していることが分かる。このことより、適切な糸モデルを構築して数値シミュレーションを行うことは、実験では得られない運動特性を数値化して示すことができるので、繊維機械の開発に大きく貢献すると考えられる。

## 1.5 接触の取り扱い

### 1.5.1 壁面反発

物体同士の接触による力は大きく反発力と摩擦力に分けられる。ここでは従来の接触に関する数値シミュレーション法の研究を挙げる。Laursen[85] は、摩擦力を考慮しないという前提で、物体同士が食い込まないように接触面を変形させることで運動量の保存と安定性を確保する数値シミュレーション法を提唱している。逆に Hirota[86] は予め物体同士の食い込み深さと接触力の関係を計算し、節点の侵入度合いによって接触力を積算する

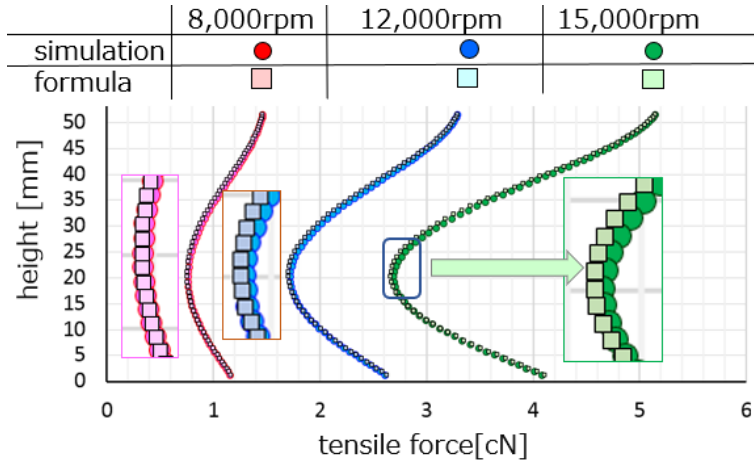


Figure 8: Tensile forces. Round points: numerical simulations; square points: formula which Padfield proposed.

ことで、計算負荷の低減と接触計算の安定性を確保している。Bridson[87] は布アニメーションにおける、布の衝突、接触、摩擦に関するロバスト性を有する計算アルゴリズムを提示している。Cho ら [88] は 2 次元ローラーでシートを移送する動的シミュレーションをおこない、反発力は食い込み量と食い込み速度に対して乗数倍の関係があり、摩擦係数は摩擦速度に依存することを実験結果と比較して確認し、両者が良く一致することを示した。Brown[89] はロープの結び目をリアルタイム描画シミュレーションする方法を提唱している。ただしこれはリアルタイム性に重点を置いており、ロープは弾性が無い等長円柱で表現され、ロープ同士の食い込みは発生せず、摩擦はクーロン摩擦より更に簡便な方法を採用しているため、物理的な厳密性は無い。Phillips ら [90] は、糸の止め結び、本結びなどのノットングを数値シミュレーションしている。反発力は運動量保存則にしたがって発生しているが摩擦は無視している。特徴的なことは接触状態の変化に伴って、接触近傍に制御点を挿入または削除して構造的な振動を抑制している点である。Konyukhov ら [91] は Geometrically exact 法でモデル化されたケーブル同士の接触をケーブルの微小円柱間の最短距離で判別する方法を提唱している。Konyukhov[92] はクーロン摩擦を用いて、ケーブルだけでなく任意平面の接触やケーブルの結び目を表現する数値シミュレーションを行っている。Miyazaki ら [93] は接触する物体間に接触フレームという平面を導入し、弾性体間の衝突接触でエネルギーと運動量の保存則を満たす方法を提言している。Hartmann[94] は摩擦を考慮しない、Lagrange 乗数を用いた接触の取り扱いを提言している。田島ら [95] は接触の扱い方を分類して解説している。Kaldor ら [96] は糸を使って編みや織りを作成し、布の伸縮を数値シミュレーションしている。ただし接触はペナルティ

法による硬い反発力としているため、本来の糸の弾力性を表現することはできない。更に Kaldor ら [97] は、糸ベースの布シミュレーションにおいて接触判定を従来の 9 倍速くする方法を提案している。これはコンピュータグラフィックスに特化した方法なので物理的な厳密性は考慮されていないが、大規模疎行列 contact matrix の導入による高速化が特徴的である。

### 1.5.2 摩擦

接触による力の 1 つである摩擦力は 静摩擦から動摩擦に移行するときに急激に変化し、摩擦係数は Stribeck 特性や粘性特性と呼ばれる摩擦速度に依存する特徴を示す。スティックスリップ挙動や摩擦係数と摩擦速度の関連は、Johannes ら [98] や Richardson ら [99], Tu ら [100], Maru ら [101] による実験的手法によって多数研究されているが、摩擦力の静摩擦から動摩擦への移行が不連続であるため、その特性を把握することは非常に難しい。この問題に対して、Wit ら [102] は静摩擦と動摩擦を連続的に扱う LuGre 摩擦モデルを提唱した。この摩擦モデルは、摩擦表面には刷毛 (bristles) が生えていると想定し、刷毛が接線力を受けてひずんでいる間は静摩擦、刷毛が滑り始めると動摩擦として、摩擦力と移動量の関係を 1 つの連続的な運動方程式で表現するものである。このモデルは静摩擦と動摩擦の切り替えが無く、摩擦速度の影響も考慮できる点が優れている。例えば Bauchau ら [103] や Hoffmann [104], Åström ら [105], Wu ら [106] はスティックスリップ挙動を微分方程式で表現できることを示し、Lu ら [107] は滑り速度が低速の場合は LuGre 摩擦モデルを用い、高速滑りの場合は動摩擦モデルを利用する修正動摩擦モデルを提示し、動摩擦補償の不安定性が改善することを実験結果との比較で確認した。また Wit ら [108] は DC モータサーボ機構におけるアダプティブ摩擦補償にこの方法が適用できることを示し、荒木ら [109] や Hensen ら [110], 星野ら [111], Koopman ら [112] は制御との親和性について示した。Wit ら [113] はタイヤの摩擦力が速度と路面に依存する状況を LuGre モデルが正確に補足できることを示し、Yamashita ら [114] は ANCF でモデル化した有限要素タイヤモデルの滑りを考慮した時間応答を数値解析している。Lischinsky ら [115] は工業用油圧ロボットの摩擦補償に適用することで位置決め精度を改善した。その他の摩擦モデルとしては Bazaie ら [116] は摩擦のヒステリシス挙動を再現する摩擦モデルを提言し、LuGre 摩擦モデルや実験と比較することで、モデルの有効性を検証している。Cha ら [117] は "stiction deformation" という LuGre モデルとよく似た物体間の滑りがない状態の微小変位を用いた摩擦モデルを提唱している。

このように摩擦の研究は、実験や運動方程式の構築などで多数おこなわれているが、こ

れらが対象としている接触表面は、金属のように滑らかで硬い面に限定しているものがほとんどである。しかし本研究は、毛羽があるスパン糸同士や糸と金属表面の接触を扱うので、毛羽の弾力性や毛羽同士の引っ掛かりを考慮した反発力や摩擦抵抗力を考えなければならない。接触は時間的に不連続に発生し、長い糸のどの場所で接触するかを検索する必要があるため数値計算の負荷は非常に大きい。そこで本研究は、接触問題でよく利用されるヘルツの接触理論や LuGre モデルではなく、摩擦速度や接触接近速度を考慮できる簡便な式を構築することを検討する。

## 1.6 本研究の動機と目的

現在糸を加工する繊維機械の開発に携わっており、加工速度や生産する糸品質を高めるように機械を開発したいと考えている。そのためには高速に移動する糸に作用する力や糸の運動軌跡を各時刻毎に把握し、糸に大きな張力や摩擦力が作用しないように機械を設計しなければならない。しかし、糸の各部に作用するこれらの力を測定実験によって得ることは非常に困難である。このような状況から本研究を行う動機は、”数値シミュレーションによって繊維機械の開発に活かせる指標を得たい”ということである。そして本研究の目的は、”マルチボディダイナミクスの手法を用いてスパン糸を扱える糸モデルを構築し、数値シミュレーションによって運動中の糸の力学特性を数値的に明らかにするとともに、繊維機械のモデルベース開発に活用できる実用性を確保すること”と設定する。

その目的を達成するために次の4つの指針を掲げる。

- ・ **糸モデルの簡略化**：糸は非常に長く計算負荷が大きくなると推測されるので、計算時間を短縮化するためにできるだけ簡略化した糸モデル提言する。
- ・ **接触の簡略化**：糸はその表面に毛羽があるので壁面や糸から受ける接触力の扱いは表面が円滑な物体に比べて複雑であるが、糸に特化した簡略化をおこなう。
- ・ **対象運動を限定**：糸の運動形態を、先述(第1.3節)の解舒運動とスナール運動に限定することで、糸モデルの特性値を必要最低限に絞る。
- ・ **高速化手法の構築**：マルチボディダイナミクスの手法を用いることで、有限要素アプローチよりは計算負荷は小さくなると考えられるが、糸モデルは多くの自由度を持ち、依然計算負荷が大きいと推測される。特に形状最適化を行う際には多パターン計算が必要で計算負荷が非常に大きいので、検討が必要な場所に存在する糸のみ数値計算の対象とする高速化手法を検討する

本研究はこの指針を基に、糸の数値シミュレーションに特化したマルチボディダイナミクスモデルを構築し、モデルの妥当性と有用性を議論する。

## 1.7 本研究の構成

### 1.7.1 第2章

第2章では、図3に示す解舒運動を数値シミュレーションする方法を検討する。先ず複数の質点を鎖のように伸縮しない連結部で結合した糸モデルを構築し、外力は重力と空気の抗力、糸と糸の接触力、糸と金属の接触力を定義する。解舒運動に必要な糸の全長は非常に長い、検討対象とする領域にある糸長は限定されるので、次に計算要素の生成と削除をおこなう仕組みを導入して、計算負荷が必要以上に増えない工夫を施す。糸モデルの妥当性検証には、数値シミュレーション結果と高速度カメラで撮影した糸の形状を比較して、同じ運動が再現できているか確認する。

### 1.7.2 第3章

第3章では、第2章で構築した質点を連結した糸モデルについて、質点の結合方法をバネとダンパを用いて伸縮を許容する結合に変更し、糸の伸縮性の再現と運動方程式の簡略化によって計算の高速化を図る。またプログラミング言語をインタプリタ型の octave からコンパイル型の C++ に変更し、自作の行列演算ライブラリを導入することで更なる高速化を試みる。この章でおこなう検討によって、繊維機械のモデルベース開発を行う上で必要になる、数値シミュレーション結果の妥当性と高速性を確保する。

### 1.7.3 第4章

第4章では、第3章の糸モデルの特徴を継承しながら伸縮と曲げだけでなくねじりも考慮して、6自由度要素を複数連結した糸モデルを構築する。前章の糸モデルの問題点は、糸モデルを構成する質点要素に姿勢を表すパラメータが無いために、糸をねじる運動を表現できないことである。そのため糸にねじりを加えたり、複数の糸を撚り合わせたりする運動に対応できない。そこでこの章ではこれらの問題に対応するために、前章の糸モデルを拡張する形で、姿勢を表現する3自由度を追加して、6自由度要素からなる糸モデルを構築することを試みる。そして第3章と同じ解舒運動を数値シミュレーションし、この章の糸モデルが、前章の糸モデルと同等の結果を示すことを検証する。更にこの糸モデル

は，実験や前章の糸モデルが捉えることができない運動中の糸のねじれの時間変化を捉えることができ，有用であることを示す．

#### 1.7.4 第5章

第5章では，第4章の6自由度要素を連結した糸モデルに自己接触力を考慮する機能を追加し，スナール運動の力学特性を検討する．スナール運動を発生させる方法は，糸の一端を固定または並進運動させ，もう一端をねじるものとする．そして数値シミュレーション結果を実験画像と比較することで，この糸モデルはねじりが支配的な運動においても有用であることを確認する．

## 2 3自由度要素からなる糸モデルの構築と解舒運動の数値シミュレーション

### 2.1 本章の目的

本章の目的は、マルチボディダイナミクスに基づく糸モデルを構築し、糸の解舒運動を数値シミュレーションする方法を確立することである。そして数値シミュレーションの結果を、実験映像やセンサー測定値と比較することで糸モデルの整合性を検討する。糸モデルの構築にあたり、計算時間を短くすることを意図して、以下の構築方針を定める。

1. 糸は 図9 に示すように、 $n$  個の質点がそれぞれ隣接する質点と一定の距離を空けて接続されたものとして離散化する。  $i(1 \leq i \leq n)$  番目の質点の位置ベクトルは  $\mathbf{r}_i$  で表し、姿勢を表す変数は無く糸モデル全体の自由度は  $3n$  とする。以降この糸モデルを 3 自由度要素からなる糸モデルと呼ぶ。
2.  $\mathbf{r}_0$  と  $\mathbf{r}_{n+1}$  は糸の両端点を接続する境界点を表し、 $\mathbf{r}_1$  と  $\mathbf{r}_n$  にそれぞれ一定距離を空けて接続される。 $\mathbf{r}_0$  は解舒運動における引上点、 $\mathbf{r}_{n+1}$  は解舒点より一定距離離れた巻糸上の速度 0 の固定点とする。
3. 糸モデルは運動の途中で質点を生成又は削除することができ、糸の長さや構成される質点に変化して数値シミュレーションする空間領域を限定することができる。この方針は解舒点が移動したり引上点に糸が移動したときに、静止している質点や解舒運動の範囲外に移動した質点を計算から除外することで質点数を削減して計算量を減らすことに貢献する。
4. 糸に作用する外力は重力と空気の抗力、金属壁面や糸からの接触力とする。
5. 糸に作用する剛性と減衰特性は曲げのみとし、それに起因する力が内力として作用するものとする。伸びは無いものとする。このように定義する理由として、次の 2 つが挙げられる。1 つ目は、糸はねじり方向に対して剛性と減衰の特性を示すが、解舒運動では糸が強くなじられることはないので、ねじりは解舒運動には大きな影響を与えないと考えられる。2 つ目はスパン糸の伸びは破断引張力が作用した場合でも約 5% であることが引っ張り試験の結果より判明しており、また解舒実験における引上点近傍に配置された張力センサ値を見ると、糸の伸びは 1% 以内であると分かっている。よって伸びが無いと仮定しても解舒挙動に大きな影響を与えないと考えられる。

本章では位置ベクトルや速度ベクトルは全て基準枠  $\mathbf{O}$  表記である．そしてベクトルの右肩に付す基準枠の表記  ${}^{\circ}\mathbf{r}_i$  は省略して  $\mathbf{r}_i$  と記述する．

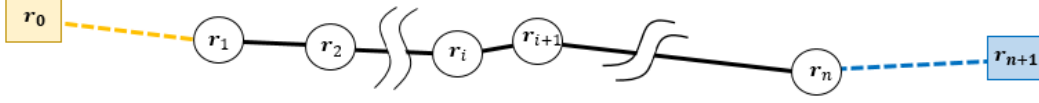


Figure 9: Yarn model constructed with lumped mass points.

## 2.2 拘束条件を持つ運動方程式

図9の糸モデルを解舒運動に適用した状態を図10に示す．座標系  $\mathbf{O}-\mathbf{XYZ}$  の原点  $\mathbf{O}$  を

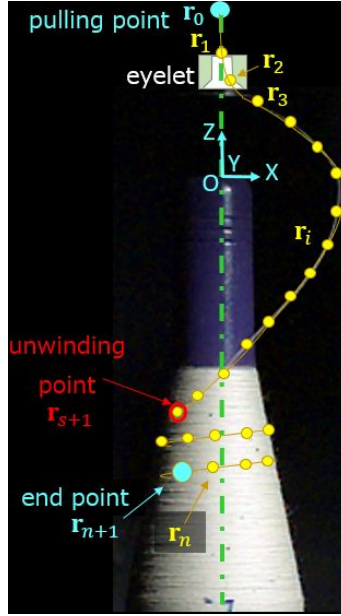


Figure 10: Yarn model showing the unwinding motion.

ボビンの上端にとり，質点を図の黄色点で示すように引上点から巻糸上のある位置（以下巻端点）の間に配置する．巻端点は解舒点から十分距離をおいた巻糸上の位置に配置し速度の大きさは0と見なす．質点の両端はそれぞれ引上点と巻端点に接続され，質点の個数を  $n$ ， $i$  番目の質点の座標を  $\mathbf{r}_i$  とする．引上点と巻端点の位置番号をそれぞれ  $i = 0$ ， $i = n + 1$  として座標をそれぞれ  $\mathbf{r}_0$ ， $\mathbf{r}_{n+1}$  で定義すると，引上点，質点，巻端点が連続した番号  $i (0 \leq i \leq n + 1)$  で表現でき，以降の取り扱いが簡便なように  $(i)$  を付して呼ぶことにする．引上点の位置  $\mathbf{r}_0$  は固定されており，その移動速度の大きさは0である．また

巻端点の位置  $\mathbf{r}_{n+1}$  も巻糸上で動かないとして移動速度を 0 と見なす．これら 2 つの位置は固定境界条件として次式で定義される．

$$\dot{\mathbf{r}}_0 = \mathbf{0} \quad , \quad \dot{\mathbf{r}}_{n+1} = \mathbf{0} \quad (2)$$

糸モデルは  $n$  個の質点と 2 個の境界点で構成され、各質点は隣の質点と一定の距離をおいて接続される．ここで質点  $(i-1)$  と  $(i)$  の間の距離を時間の関数  $l_i(t)$  として定義する．引上点  $(i=0)$  では引上速度の大きさ  $V(>0)$  で糸を手繰り寄せているので、引上点  $(i=0)$  と質点  $(1)$  の距離は速度  $V$  で小さくなり、 $l_i(t)$  は次式で表される．

$$l_i(t) = \begin{cases} l_1(t_Y) - \int_{t_Y}^t V(t) dt & (i=1) \\ l_i(t_{B,i}) = \text{const} & (2 \leq i \leq n+1) \end{cases} \quad (3)$$

ここで  $t_{B,i}$  は第 2.6 節で後述する質点の生成操作によって  $i$  番目の質点が生成された時刻を表し、2 つの質点  $(i-1)$ ,  $(i)$  ( $2 \leq i$ ) 間の距離は時間に一定である． $t_Y$  は第 2.6 節で後述する質点の削除の操作によって、質点  $(2)$  が質点  $(1)$  に再番号付けされたときの時刻を表し、 $l_1(t_Y)$  はそのときの質点  $(0)$  と  $(1)$  の距離を表す．これを時間で微分すると次式で簡単に表すことができる．

$$\dot{l}_i(t) = \begin{cases} -V(t) & (i=1) \\ 0 & (2 \leq i \leq n+1) \end{cases} \quad (4)$$

ここで  $V(t)$  は時刻  $t$  の関数で、 $V(0) = 0$  から徐々に引上速度を大きくし、ある時刻で一定速度に達するように調整する．これによって  $\ddot{l}_1(0) = \infty$  となることを回避し、数値シミュレーションの安定化を図っている．

糸モデルの位置レベルの拘束条件  $\Psi$  は次式で表される．

$$\Psi \equiv \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_{n+1} \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1 - l_1^2 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{n+1}^T \mathbf{a}_{n+1} - l_{n+1}^2 \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{a}_i \equiv \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i-1} \quad (6)$$

速度レベルの拘束条件  $\Phi$  は  $\Psi$  の時間微分で得られ次式で表される．

$$\Phi \equiv \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_{n+1} \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1} = \frac{d\Psi}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{a}}_1^T \mathbf{a}_1 + V l_1 \\ \dot{\mathbf{a}}_2^T \mathbf{a}_2 \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{a}}_{n+1}^T \mathbf{a}_{n+1} \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

各質点の原点  $O$  からの位置ベクトルを縦に並べた系全体の位置ベクトルを  $\mathbf{R}$ , 質点の質量行列を  $\mathbf{M}$ , ヤコビ行列を  $\mathbf{G}$ , 質点に作用する外力と内力の合力ベクトルを縦に並べたベクトルを  $\mathbf{F}$ , ラグランジュの未定定数をまとめたベクトルを  $\mathbf{\Lambda}$  とすると, 運動方程式は次式で表される (田島 [62]).

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{R}} + \mathbf{G}^T \mathbf{\Lambda} = \mathbf{F} \\ \mathbf{\Phi} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (8)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C \quad (9)$$

$$\mathbf{R} \equiv [\mathbf{r}_1^T \ \cdots \ \mathbf{r}_n^T]^T, \ \mathbf{\Lambda} \equiv [\lambda_1 \ \cdots \ \lambda_n]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 \mathbf{I}_{3 \times 3} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & m_n \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial \dot{\mathbf{R}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^T & & \mathbf{0} \\ -\mathbf{a}_2^T & \ddots & \\ & \ddots & \mathbf{a}_n^T \\ \mathbf{0} & & -\mathbf{a}_{n+1}^T \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここで  $m_i (1 \leq i \leq n)$  は後述の式 (35) で表される質点  $(i)$  の質量であり,  $\mathbf{F}_G$  は式 (34) の重力を,  $\mathbf{F}_D$  は式 (36) の空気の抗力を,  $\mathbf{F}_B$  は式 (49) の曲げ剛性と減衰による力を,  $\mathbf{F}_C$  は式 (57) の接触力を表す.

未定定数  $\mathbf{\Lambda}$  は 拘束条件  $\mathbf{\Phi}$  を満足するための質点間の拘束力である. 図 11 に示す質点  $(i-1)$  から  $(i)$  に作用する拘束力ベクトルは  $\mathbf{F}_{Q,i}$  を用いて次式で表される.

$$\mathbf{G}^T \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \lambda_1 - \mathbf{a}_2 \lambda_2 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_n \lambda_n - \mathbf{a}_{n+1} \lambda_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{F}_{Q,1} + \mathbf{F}_{Q,2} \\ \vdots \\ -\mathbf{F}_{Q,n} + \mathbf{F}_{Q,n+1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{F}_{Q,i} = -\mathbf{a}_i \lambda_i = F_{Q,i} \left( -\frac{\mathbf{a}_i}{|\mathbf{a}_i|} \right) \quad (14)$$

## 2.3 収束性と解の安定性の向上

運動方程式 (8) の収束計算は Newton-Raphson 法を用いるものとする. このとき拘束条件  $\mathbf{\Phi}$  は質点間の距離を規定しており, 質点が大きく移動した場合, 隣接する質点との間に

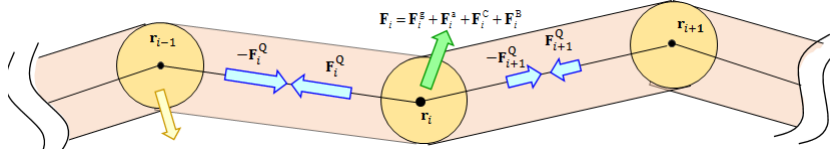


Figure 11: Constraint forces acting on the lumped mass point( $i$ ).

大きな拘束力が出現して計算が不安定になる可能性が考えられる．そこで拘束条件を運動方程式に内装して解の収束性を高め, 計算上の不安定性を抑えることを目的に Bayo ら [64] による拡張ラグランジアン (Augmented Lagrangian) 法を適用して, 式 (8) を次式に置き換える．

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{R}} + \mathbf{G}^T s \boldsymbol{\mu} = \mathbf{F} \\ s \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{0} \end{cases}, \quad \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\Lambda} + \rho \boldsymbol{\Phi}. \quad (15)$$

ここで  $s$  はスケールファクタで  $\rho$  はペナルティ項である．

そして時刻  $t$  における変数は変数名に  $(t)$  を付した既知量とし, 微小時間  $h$  後の時刻  $t+h$  の変数は未知量として, 微小振動の抑制のため式 (15) に一般化  $\alpha$  法によるダンピング特性を付加して, 運動方程式を次式に置き換える．

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{R}}^* + \mathbf{G}^{*T} s \boldsymbol{\mu}^* = \mathbf{F}^* \\ s \boldsymbol{\Phi}^* = \mathbf{0} \end{cases}, \quad \boldsymbol{\mu}^* = \boldsymbol{\Lambda}^* + \rho \boldsymbol{\Phi}^* \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{R}}^* &= (1 - \alpha_m) \ddot{\mathbf{R}}(t+h) + \alpha_m \ddot{\mathbf{R}}(t) \\ \dot{\mathbf{R}}^* &= (1 - \alpha_f) \dot{\mathbf{R}}(t+h) + \alpha_f \dot{\mathbf{R}}(t) \\ \mathbf{R}^* &= (1 - \alpha_f) \mathbf{R}(t+h) + \alpha_f \mathbf{R}(t) \\ \mathbf{F}^* &= (1 - \alpha_f) \mathbf{F}(t+h) + \alpha_f \mathbf{F}(t) \\ \mathbf{G}^* &= (1 - \alpha_f) \mathbf{G}(t+h) + \alpha_f \mathbf{G}(t) \\ \boldsymbol{\Phi}^* &= (1 - \alpha_f) \boldsymbol{\Phi}(t+h) + \alpha_f \boldsymbol{\Phi}(t) \\ \boldsymbol{\mu}^* &= (1 - \alpha_f) \boldsymbol{\mu}(t+h) + \alpha_f \boldsymbol{\mu}(t) \\ \alpha_m &= \frac{2\rho_\infty - 1}{\rho_\infty + 1}, \quad \alpha_f = \frac{2\rho_\infty}{\rho_\infty + 1}, \quad 0 < \rho_\infty \leq 1 \end{aligned} \quad (17)$$

ここで  $\rho_\infty$  はスペクトル半径であり, 式 (17) を式 (16) に代入して展開すると次式が得られる．

$$\begin{cases} \mathbf{M} \left\{ (1 - \alpha_m) \ddot{\mathbf{R}}(t+h) + \alpha_m \ddot{\mathbf{R}}(t) \right\} \\ \quad + \{ (1 - \alpha_f) \mathbf{G}(t+h) + \alpha_f \mathbf{G}(t) \}^T s \{ (1 - \alpha_f) \boldsymbol{\mu}(t+h) + \alpha_f \boldsymbol{\mu}(t) \} \\ \quad = (1 - \alpha_f) \mathbf{F}(t+h) + \alpha_f \mathbf{F}(t) \\ s \{ (1 - \alpha_f) \boldsymbol{\Phi}(t+h) + \alpha_f \boldsymbol{\Phi}(t) \} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (18)$$

## 2.4 収束計算法

式 (18) の時刻  $t + h$  における力の釣り合いは Newton-Raphson 法の繰り返し計算で求める．繰り返し計算回数を  $k (0 \leq k)$  とおき, 時刻  $t + h$  の初期状態は  $k = 0$  で時刻  $t$  の状態とおく．繰り返し計算回数  $k$  のときの変数の修正量をそれぞれ  $\Delta \ddot{\mathbf{R}}_k, \Delta \dot{\mathbf{R}}_k, \Delta \mathbf{R}_k, \Delta \boldsymbol{\Lambda}_k, \Delta \mathbf{G}_k, \Delta \boldsymbol{\Phi}_k, \Delta \boldsymbol{\mu}_k$  とおくと, これらは次式で表される．

$$\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{R}}_k(t+h) &= \ddot{\mathbf{R}}_{k-1}(t+h) + \Delta \ddot{\mathbf{R}}_k, & \ddot{\mathbf{R}}_0(t+h) &= \ddot{\mathbf{R}}(t) \\
\dot{\mathbf{R}}_k(t+h) &= \dot{\mathbf{R}}_{k-1}(t+h) + \Delta \dot{\mathbf{R}}_k, & \dot{\mathbf{R}}_0(t+h) &= \dot{\mathbf{R}}(t) \\
\mathbf{R}_k(t+h) &= \mathbf{R}_{k-1}(t+h) + \Delta \mathbf{R}_k, & \mathbf{R}_0(t+h) &= \mathbf{R}(t) \\
\boldsymbol{\Lambda}_k(t+h) &= \boldsymbol{\Lambda}_{k-1}(t+h) + \Delta \boldsymbol{\Lambda}_k, & \boldsymbol{\Lambda}_0(t+h) &= \boldsymbol{\Lambda}(t) \\
\mathbf{G}_k(t+h) &= \mathbf{G}_{k-1}(t+h) + \Delta \mathbf{G}_k, & \mathbf{G}_0(t+h) &= \mathbf{G}(t) \\
\boldsymbol{\Phi}_k(t+h) &= \boldsymbol{\Phi}_{k-1}(t+h) + \Delta \boldsymbol{\Phi}_k, & \boldsymbol{\Phi}_0(t+h) &= \boldsymbol{\Phi}(t) \\
\boldsymbol{\mu}_k(t+h) &= \boldsymbol{\mu}_{k-1}(t+h) + \Delta \boldsymbol{\mu}_k, & \boldsymbol{\mu}_0(t+h) &= \boldsymbol{\mu}(t) \quad (1 \leq k)
\end{aligned} \tag{19}$$

式 (19) を式 (18) に代入して整理し, 表記の簡便上  $(t+h)$  を省略して記述すると次式となり,

$$\begin{cases} \mathbf{M} \left\{ (1 - \alpha_m) \Delta \ddot{\mathbf{R}}_k + \ddot{\mathbf{R}}_{k-1}^* \right\} \\ \quad + \left\{ (1 - \alpha_f) \Delta \mathbf{G}_k + \mathbf{G}_{k-1}^* \right\}^T s \left\{ (1 - \alpha_f) \Delta \boldsymbol{\mu}_k + \boldsymbol{\mu}_{k-1}^* \right\} = \mathbf{F}_{k-1}^* \\ s \left\{ (1 - \alpha_f) \Delta \boldsymbol{\Phi}_k + \boldsymbol{\Phi}_{k-1}^* \right\} = \mathbf{0} \end{cases} \tag{20}$$

更に二次の微小項を無視して整理すると次式が得られる．

$$\begin{cases} (1 - \alpha_m) \mathbf{M} \Delta \ddot{\mathbf{R}}_k + (1 - \alpha_f) s \left( \Delta \mathbf{G}_k^T \boldsymbol{\mu}_{k-1}^* + \mathbf{G}_{k-1}^{*T} \Delta \boldsymbol{\mu}_k \right) \\ \quad = \mathbf{F}_{k-1}^* - \left( \mathbf{M} \ddot{\mathbf{R}}_{k-1}^* + \mathbf{G}_{k-1}^{*T} s \boldsymbol{\mu}_{k-1}^* \right) \\ s(1 - \alpha_f) \Delta \boldsymbol{\Phi}_k = -s \boldsymbol{\Phi}_{k-1}^* \end{cases} \tag{21}$$

ここで  $\Delta \mathbf{G}_k \boldsymbol{\mu}_{k-1}^*$ ,  $\Delta \Phi_k$ ,  $\Delta \boldsymbol{\mu}_k$  は  $\Delta \mathbf{R}_k, \Delta \dot{\mathbf{R}}_k, \Delta \boldsymbol{\Lambda}_k$  で表現することができ, 次式で表される.

$$\Delta \mathbf{G}_k \boldsymbol{\mu}_{k-1}^* = \mathbf{S}_{k-1}^* \Delta \mathbf{R}_k \quad (22)$$

$$\Delta \Phi_k = \mathbf{G}_{k-1} \Delta \dot{\mathbf{R}}_k + \mathbf{K}_{k-1} \Delta \mathbf{R}_k \quad (23)$$

$$\Delta \boldsymbol{\mu}_k = \Delta \boldsymbol{\Lambda}_k + \rho \Delta \Phi_k = \Delta \boldsymbol{\Lambda}_k + \rho \mathbf{G}_{k-1} \Delta \dot{\mathbf{R}}_k + \rho \mathbf{K}_{k-1} \Delta \mathbf{R}_k \quad (24)$$

$$\mathbf{K} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{a}}_1^T + V \frac{\mathbf{a}_1^T}{l_1} & & & & & \mathbf{0} \\ & -\dot{\mathbf{a}}_2^T & \ddots & & & \\ & & \ddots & \dot{\mathbf{a}}_i^T & & \\ & & & -\dot{\mathbf{a}}_{i+1}^T & \ddots & \\ & & & & \ddots & \dot{\mathbf{a}}_n^T \\ \mathbf{0} & & & & & -\dot{\mathbf{a}}_{n+1}^T \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\mathbf{S}_{k-1}^* \equiv \begin{bmatrix} (\mu_1^* + \mu_2^*)\mathbf{I} & -\mu_2^*\mathbf{I} & & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \ddots & & & \\ & & -\mu_i^*\mathbf{I} & (\mu_i^* + \mu_{i+1}^*)\mathbf{I} & -\mu_{i+1}^*\mathbf{I} & \\ & & & \ddots & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & & -\mu_n^*\mathbf{I} & (\mu_n^* + \mu_{n+1}^*)\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$\mu_i^*$  は 式 (19) のベクトル  $\boldsymbol{\mu}^*$  の  $i$  番目の要素である. そしてこれらを式 (21) に代入すると次式が導かれる.

$$\begin{cases} (1 - \alpha_m)\mathbf{M}\Delta \ddot{\mathbf{R}}_k + (1 - \alpha_f)s \left\{ \rho \mathbf{G}_{k-1}^{*T} \mathbf{G}_{k-1} \Delta \dot{\mathbf{R}}_k + (\mathbf{S}_{k-1}^* + \rho \mathbf{G}_{k-1}^{*T} \mathbf{K}_{k-1}) \Delta \mathbf{R}_k \right\} \\ \quad + (1 - \alpha_s)s \mathbf{G}_{k-1}^{*T} \Delta \boldsymbol{\Lambda}_k = \mathbf{F}_{k-1}^* - \left( \mathbf{M} \ddot{\mathbf{R}}_{k-1}^* + \mathbf{G}_{k-1}^{*T} s \boldsymbol{\mu}_{k-1}^* \right) \\ s(1 - \alpha_f) \left( \mathbf{G}_{k-1} \Delta \dot{\mathbf{R}}_k + \mathbf{K}_{k-1} \Delta \mathbf{R}_k \right) = -s \Phi_{k-1}^* \end{cases} \quad (27)$$

## 2.5 積分計算法

時刻  $t + h$  における  $\dot{\mathbf{R}}(t + h)$  と  $\mathbf{R}(t + h)$  は次式の Newmark 積分 (Bauchau[60]) を用いて次式で表すことができる.

$$\dot{\mathbf{R}}_k(t + h) = \dot{\mathbf{R}}(t) + h \left\{ (1 - \gamma) \ddot{\mathbf{R}}(t) + \gamma \ddot{\mathbf{R}}_k(t + h) \right\} \quad (28)$$

$$\mathbf{R}_k(t + h) = \mathbf{R}(t) + h \dot{\mathbf{R}}(t) + h^2 \left\{ (1/2 - \beta) \ddot{\mathbf{R}}(t) + \beta \ddot{\mathbf{R}}_k(t + h) \right\} \quad (29)$$

$$\gamma = 1/2 + (\alpha_f - \alpha_m) \quad , \quad \beta = (1 + \alpha_f - \alpha_m)^2 / 4 \quad (30)$$

よって修正量  $\Delta \ddot{\mathbf{R}}_k$ ,  $\Delta \dot{\mathbf{R}}_k$ ,  $\Delta \mathbf{R}_k$  は次式の関係を持つ.

$$\Delta \dot{\mathbf{R}}_k = h \gamma \Delta \ddot{\mathbf{R}}_k \quad , \quad \Delta \mathbf{R}_k = h^2 \beta \Delta \ddot{\mathbf{R}}_k \quad (31)$$

式 (31) を式 (27) に代入すると次式が導かれる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \ddot{\mathbf{R}}_k \\ \Delta \Lambda_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{k-1}^* - \left( \mathbf{M} \ddot{\mathbf{R}}_{k-1}^* + \mathbf{G}_{k-1}^{*T} s \boldsymbol{\mu}_{k-1}^* \right) \\ -s \boldsymbol{\Phi}_{k-1}^* \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{11} &= (1 - \alpha_m) \mathbf{M} \\ &\quad + (1 - \alpha_f) s \{ h \gamma (\rho \mathbf{G}_{k-1}^{*T} \mathbf{G}_{k-1}) + h^2 \beta (\mathbf{S}_{k-1} + \rho \mathbf{G}_{k-1}^{*T} \mathbf{K}_{k-1}) \} \\ \mathbf{A}_{12} &= (1 - \alpha_f) s \mathbf{G}_{k-1}^{*T} \\ \mathbf{A}_{21} &= (1 - \alpha_f) s (h \gamma \mathbf{G}_{k-1} + h^2 \beta \mathbf{K}_{k-1}) \\ \mathbf{A}_{22} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (33)$$

式 (32) を Newton-Raphson 法で繰り返し計算し,  $k$  回目で  $\begin{bmatrix} \Delta \ddot{\mathbf{R}}_k^T & \Delta \Lambda_k^T \end{bmatrix}^T$  が設定した閾値以下になれば時刻  $t + h$  で収束したとみなし, 式 (28) に代入して  $\ddot{\mathbf{R}}(t + h)$ ,  $\dot{\mathbf{R}}(t + h)$ ,  $\mathbf{R}(t + h)$ ,  $\Lambda(t + h)$  を決定する.

## 2.6 質点の生成と削除

解舒位置が移動する速度 (以下 解舒速度) は Lee らの研究 [11],[13] では一定値で与えられていたが, 本章では運動方程式に基づき, 糸が静止状態から自然に動き出す状況を再現して, 時間的に変動する解舒速度や解舒位置を計算する. ボビン糸の解舒を数値シミュレーションするには糸の長さを考慮する必要がある. ボビンに巻かれた巻糸の全長は数 km に及び, ボビンの上を解舒点が 1 回上下する解舒運動を考察するにも解舒された糸は数 m に及ぶ. これらの糸全てを質点に離散化すると, 数値シミュレーションの計算規模が非常に大きくなり, 現実的に妥当な計算設備や計算時間を確保することができない. そこで本章の糸モデルは, バルーン部とその周辺の糸部分のみに着目し, 引上点では速度  $V$  で接近する質点を逐次削除し解舒点近傍では質点を逐次生成して, 全体の質点の数が各時刻において増減しながらも一定数以上多くならないようにし, 計算コストの低減を図る.

先ず質点の生成方法について説明する. 生成方法の概略を図 12 に, 手順のフローチャートを図 13 に示す. 質点を生成することで, 巻端点が運動方程式の中で固定境界条件として扱える状態を維持することができる. 初期状態 (時刻  $t = 0$ ) で巻糸上に配置する質点の個数は, 計算負荷を減らすために必要最低限の個数に限定している. この状態のまま質点を生成しないと時刻とともに解舒が進んで巻糸上の質点が少なくなり, 解舒が固定境界条件の巻端点に達して解舒運動は停止する. ここでしきい値としてある微小な速度の大きさを  $V_{limit}$  として定義し, 巻糸上で移動速度の大きさが  $V_{limit}$  以下の質点の個数を  $N$  とす

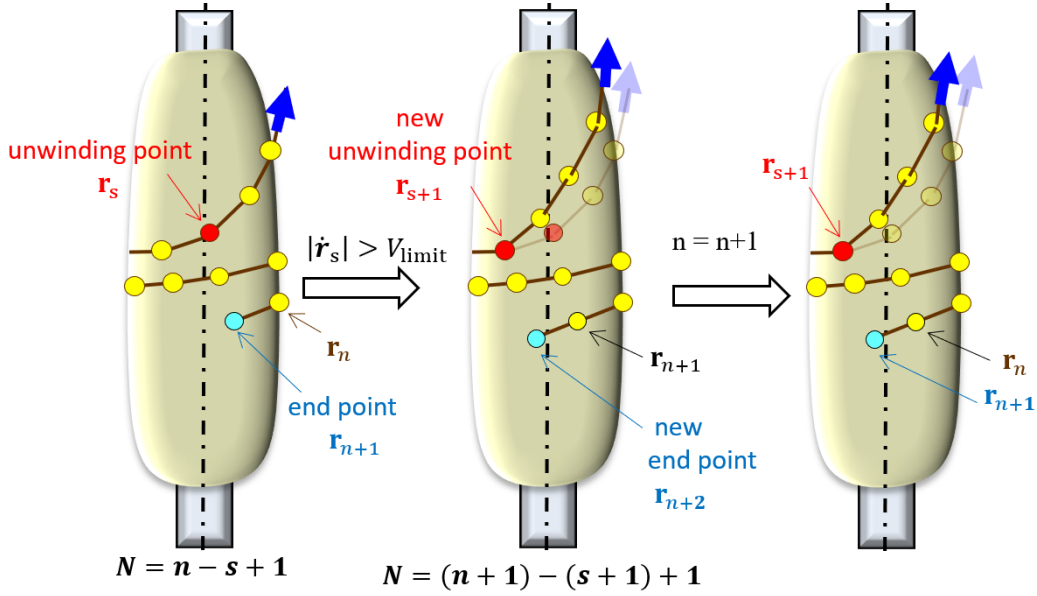


Figure 12: Sequence for how to add a lumped mass point.

る．そして個数  $N$  が常に一定になるように質点を生成すると，解舒点は巻端点に達しないので解舒運動は継続的に進む．ある時刻において解舒点を質点  $(s)$  とし，時刻が進んで解舒点の速度の大きさが  $|\dot{\mathbf{r}}_s| > V_{limit}$  を満たすと，質点  $(s+1)$  を新たな解舒点とする変更を行う．そしてそれまでの巻端点  $(n+1)$  の位置  $\mathbf{r}_{n+1}$  を新たな質点  $(n+1)$  とする．そして質点を縦に並べたベクトルを  $\mathbf{R} = [\mathbf{r}_1^T \cdots \mathbf{r}_n^T \mathbf{r}_{n+1}^T]^T$  として更新し，質点  $(n+1)$  に隣接した位置に新たな巻端点  $(n+2)$  を生成する．この段階で質点の個数は  $n+1$  となるので，これを新たな  $n$  として更新する．本研究では  $N = n - (s - 1) = 10$  を満たすように  $n$  を調整している．

次に質点の削除方法について説明する．削除方法の概略を図 14 に，手順のフローチャートを図 15 に示す．質点を削除することで，引上点より上流の糸を解析対象外にして計算負荷を軽くすることができる．糸が引上点に向かって引き上げられると質点  $(1)$  は引上点  $(0)$  に速度の大きさ  $V$  で接近する．そこで 2 点間の距離  $l_1$  がある微小長さ  $l_{limit}$  より小さくなるときに，質点  $(1)$  は引上点  $(0)$  と重なっていると見なし，質点  $(1)$  を削除する．そして質点  $(2)$  と引上点  $(0)$  を接続し，質点を縦に並べたベクトルを  $\mathbf{R} = [\mathbf{r}_2^T \cdots \mathbf{r}_n^T]^T$  として再定義する．そして質点の番号を  $(1)$  から付け直し， $\mathbf{R} = [\mathbf{r}_1^T \cdots \mathbf{r}_{n-1}^T]^T$  として更新した後に質点の個数  $n-1$  を新たに  $n$  として更新する．これらの生成と削除は同時に行われず質点の個数  $n$  は時刻とともに変動する．

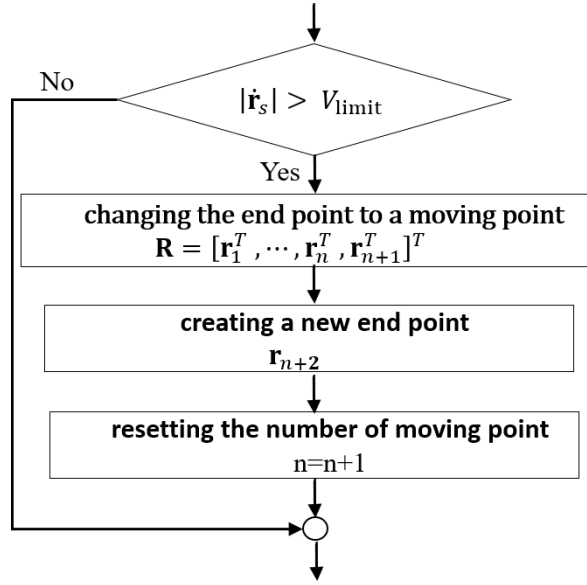


Figure 13: Flowchart for how to add a lumped mass point.

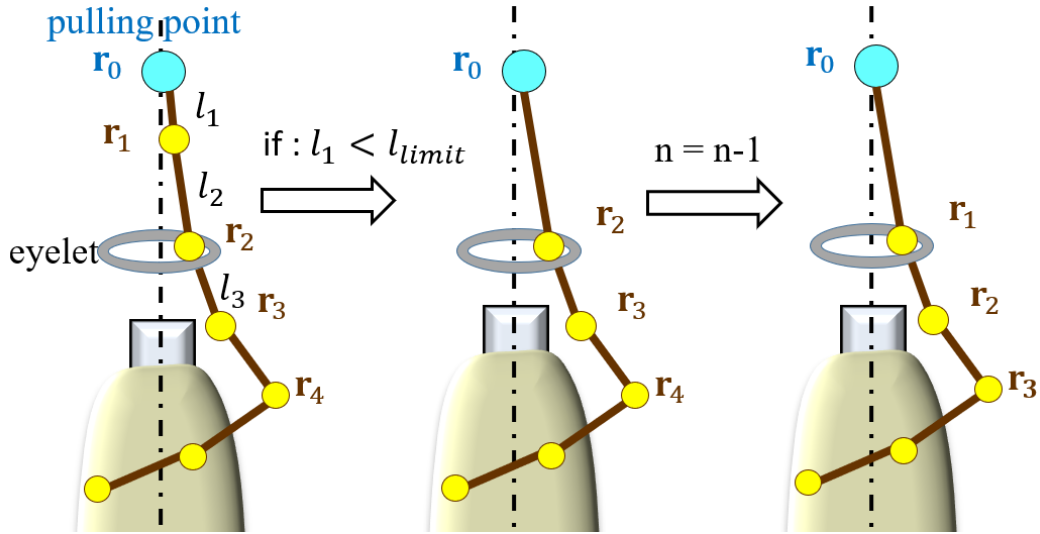


Figure 14: Sequence for how to remove a lumped mass point.

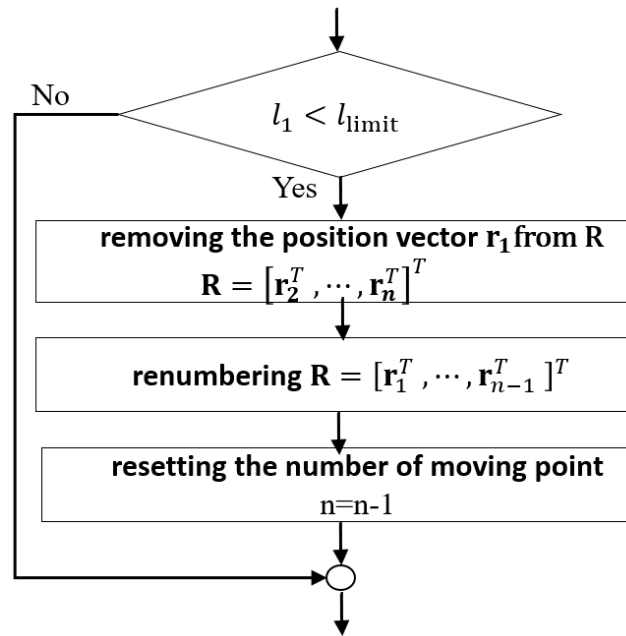


Figure 15: Flowchart for how to remove a lumped mass point.

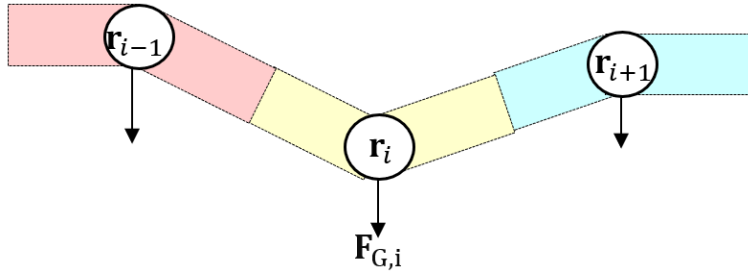


Figure 16: Gravitational force acting on the lumped mass point( $i$ ).

## 2.7 外力 (壁面接触力以外) と内力の定義

### 2.7.1 外力と内力について

糸モデルの質点には糸の外部から力が作用する外力と、糸モデルが持つ曲げ剛性と減衰による力のモーメントによって内力が作用する。これら外力と内力の合力は運動方程式 (8) の  $\mathbf{F}$  で表される。そして合力  $\mathbf{F}$  の式 (9) に示すように、外力として重力  $\mathbf{F}_G$ 、空気の抗力  $\mathbf{F}_D$ 、壁面の接触力  $\mathbf{F}_C$  が作用し、内力として曲げ剛性と減衰による力  $\mathbf{F}_B$  が作用する。本章ではそのうち重力、空気の抗力、曲げ剛性と減衰による力を記述する。壁面の接触力は、考慮する項目が多いため次節 (第 2.8 節) に記述する。

### 2.7.2 重力

質点には質量に比例した重力が作用する。図 16 に質点 ( $i$ ) に作用する重力を示す。質点 ( $i$ ) の質量を  $m_i$ 、重力加速度ベクトルを  $\mathbf{g}$ 、糸の線密度を  $\rho_{yarn}$  とおくと、質点 ( $i$ ) に作用する重力ベクトル  $\mathbf{F}_{G,i}$  は次式で表される。ここで質点 ( $i$ ) の質量  $m_i$  は質点 ( $i-1$ ) と ( $i$ )、( $i$ ) と ( $i+1$ ) の間の糸がそれぞれ半分ずつ集められたものとしている。

$$\mathbf{F}_{G,i} = m_i \mathbf{g} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (34)$$

$$m_i = \rho_{yarn} (|l_i| + |l_{i+1}|) / 2 \quad (35)$$

なお、式 (9) 中の  $\mathbf{F}_G$  は式 (34) の  $\mathbf{F}_{G,i} (1 \leq i \leq n)$  を縦に並べたベクトルを表している。

### 2.7.3 空気の抗力

物体が空気中を移動すると、空気との相対速度に応じて物体はその反対方向に抗力を受ける。滑らかな表面を有する円柱や球などの基本的な形状についての抗力係数は、数多く研究され便覧 [118] によってまとめられている。しかしその表面に無数の毛羽がある糸の

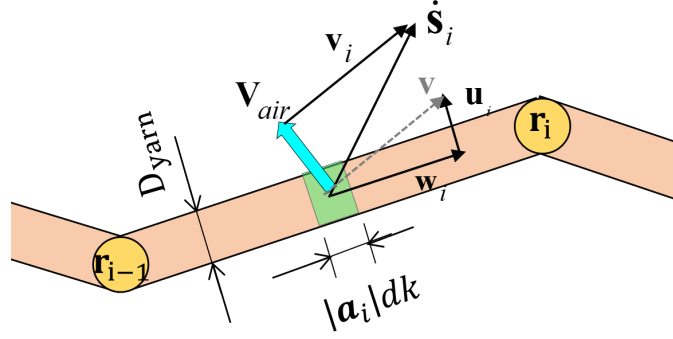


Figure 17: Air drag acting on the lumped mass point ( $i$ ).

抗力係数を研究した事例は調べた限りでは見つけれなかった．そこで本研究では、数値シミュレーションと実験映像の比較から糸の抗力係数  $C_D$  を見積もっている．

図 17 は糸モデルの局所的な移動速度を示す．2つの質点 ( $i$ ) と ( $i+1$ ) の間に直径  $D_{yarn}$  の円柱があると仮定し、その円柱の軸垂直方向のみに抗力が作用すると考える．軸方向のせん断力は小さいとして無視する． $\mathbf{V}_{air}(\mathbf{s})$  を位置ベクトル  $\mathbf{s}$  における空気の流れの速度ベクトル、 $\rho_{air}$  を空気の密度として、質点 ( $i$ ) に作用する空気の抗力  $\mathbf{F}_{D,i}$  を次式で与える．

$$\mathbf{F}_{D,i} = \int_0^1 \{k\mathbf{f}_i(k)|\mathbf{a}_i| + (1-k)\mathbf{f}_{i+1}(k)|\mathbf{a}_{i+1}|\} dk \quad (36)$$

$$\mathbf{f}_i(k) = -C_D \frac{1}{2} \rho_{air} D_{yarn} |\mathbf{u}_i(k)| \mathbf{u}_i(k) \quad (37)$$

$$\mathbf{s}_i(k) = k\mathbf{r}_i + (1-k)\mathbf{r}_{i-1} \quad (0 \leq k \leq 1) \quad (38)$$

$$\mathbf{v}_i(k) = \dot{\mathbf{s}}_i(k) - \mathbf{V}_{air}(\mathbf{s}_i(k)) \quad (39)$$

$$\mathbf{w}_i(k) = \left( \mathbf{v}_i^T(k) \frac{\mathbf{a}_i}{|\mathbf{a}_i|} \right) \frac{\mathbf{a}_i}{|\mathbf{a}_i|} \quad (40)$$

$$\mathbf{u}_i(k) = \mathbf{v}_i(k) - \mathbf{w}_i(k) \quad (41)$$

なお、式 (9) 中の  $\mathbf{F}_D$  は式 (36) の  $\mathbf{F}_{D,i} (1 \leq i \leq n)$  を縦に並べたベクトルを表している．

#### 2.7.4 曲げ剛性と減衰による作用力

糸は曲げ剛性と減衰の特性を持つ．曲げ剛性は測定実験により容易に求めることができるが、曲げ減衰は測定できない．そこで数値シミュレーションで用いる曲げ剛性の特性値は測定結果を基に決定し、曲げ減衰は推定値を使用するものとする．図 18 は曲げ剛性測定器で、本研究で使用するスパン糸の曲げモーメントを測定している状態を撮影したものである．糸 1 本の曲げモーメントは非常に小さいので、ここでは図のように糸 20 本を縦に並べて剛性を高くして測定し、その 1 本あたりの剛性モーメントを算出している．



Figure 18: Measuring device for bending moment. Model No. KES-F2 (Kato-Tec Co., Ltd).

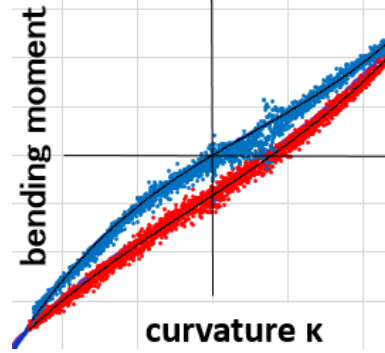


Figure 19: Measuring result of the bending moment with respect to the curvature.

図 19 はその測定結果で、縦軸に曲げモーメント  $N_{s,i}$ 、横軸に曲率  $\kappa_i$  を表す。測定値は青点と赤点で表し、黒線は 3 次曲線で測定値を基に最小二乗法でパラメータ同定したものである。この図を見ると糸の曲げ剛性はヒステリシス特性を示すことが分かる。これをそのまま数値シミュレーションに適用することは難しいので、曲げ剛性の原点を通る曲線を定数  $B_1, B_2, B_3$  を用いて次式で表し、これを適用する。

$$N_{s,i} = B_1 \kappa_i^3 + B_2 \kappa_i^2 + B_3 \kappa_i \quad (42)$$

本章の糸モデルは質点の連結によって構成されるので姿勢を表現するパラメータが無く、そのままでは曲げを表現できない。そこで隣接する 3 つの質点の位置関係により仮想的な円弧の曲率を算出し、曲率に応じた曲げモーメントから質点に作用する力を算出することを考える。図 20 は質点  $(i-1)$ ,  $(i)$ ,  $(i+1)$  を通る円弧の曲率  $\kappa_i$  と質点間の成す角度  $\theta_i$ 、曲げモーメント  $N_i$ 、曲げモーメントによって発生する力のベクトル  $\mathbf{F}_{B,i}^L$ ,  $\mathbf{F}_{B,i}^R$  を示す。図 21 は、仮想的な円弧の曲率と 3 個の質点の関係を表しており、ベクトル  $\mathbf{a}_i$  と  $\mathbf{a}_{i+1}$  の成す角度を  $\theta_i$  ( $0 \leq i \leq n$ )、 $\mathbf{a}_i$  と  $\mathbf{a}_{i+1}$  の両方に垂直なベクトルを  $\mathbf{q}_i$ 、曲率  $\kappa_i$  を成す円の中心ベクトルを  $\mathbf{p}_i$  と定義している。これらの関係は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_i^T & 0 \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & \cos \theta_i \mathbf{b}_i \end{bmatrix}_{4 \times 4} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i \\ (1/\kappa_i) \end{bmatrix}_{4 \times 1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (\mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i-1}^T \mathbf{r}_{i-1}) \\ (\mathbf{r}_{i+1} + \mathbf{r}_{i-1}) \end{bmatrix}_{4 \times 1} \quad (43)$$

$$\mathbf{q}_i = \frac{\tilde{\mathbf{a}}_{i+1} \mathbf{a}_i}{|\tilde{\mathbf{a}}_{i+1} \mathbf{a}_i|}, \quad \mathbf{b}_i = \frac{\tilde{\mathbf{q}}_i (\mathbf{a}_{i+1} + \mathbf{a}_i)}{|\tilde{\mathbf{q}}_i (\mathbf{a}_{i+1} + \mathbf{a}_i)|}, \quad \cos \theta_i = \frac{\mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{a}_i}{|\mathbf{a}_{i+1}| |\mathbf{a}_i|} \quad (44)$$

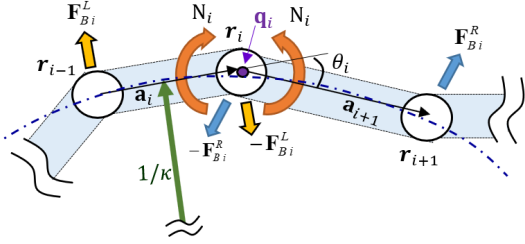


Figure 20: Bending moments and forces around the lumped mass point  $(i)$ .

式 (43) より曲率  $\kappa_i$  は次式で導かれる.

$$\kappa_i = \frac{2 \cos \theta_i (\mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{b}_i)}{\mathbf{a}_{i+1}^T (\mathbf{r}_{i+1} + \mathbf{r}_{i-1}) - (\mathbf{r}_{i+1}^T \mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i)} \quad (45)$$

糸の減衰特性は曲げ角度の時間変化  $\dot{\theta}_i$  に比例する減衰モーメント  $N_{D,i}$  として比例定数  $K_D$  を用いて次式で定義する.

$$N_{D,i} \equiv K_D \dot{\theta}_i \quad (46)$$

$\dot{\theta}_i$  は内積  $\mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{a}_i = |\mathbf{a}_{i+1}| |\mathbf{a}_i| \cos \theta_i$  とクロス積の絶対値  $|\tilde{\mathbf{a}}_{i+1} \mathbf{a}_i| = |\mathbf{a}_{i+1}| |\mathbf{a}_i| \sin \theta_i$  の微分の関係を用いて次式で表される.

$$\dot{\theta}_i = \begin{cases} \frac{1}{\mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{a}_i} \left( \left( \dot{\tilde{\mathbf{a}}}_{i+1} \mathbf{a}_i + \tilde{\mathbf{a}}_{i+1} \dot{\mathbf{a}}_i \right)^T \frac{\tilde{\mathbf{a}}_{i+1} \mathbf{a}_i}{|\tilde{\mathbf{a}}_{i+1} \mathbf{a}_i|} - |\tilde{\mathbf{a}}_{i+1} \mathbf{a}_i| \left( \frac{\dot{\mathbf{a}}_{i+1}^T \mathbf{a}_{i+1}}{\mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{a}_{i+1}} + \frac{\dot{\mathbf{a}}_i^T \mathbf{a}_i}{\mathbf{a}_i^T \mathbf{a}_i} \right) \right) & (0 \leq \theta_i \leq \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \leq \theta_i \leq \pi) \\ -\frac{1}{|\tilde{\mathbf{a}}_{i+1} \mathbf{a}_i|} \left( \left( \dot{\mathbf{a}}_{i+1}^T \mathbf{a}_i + \mathbf{a}_{i+1}^T \dot{\mathbf{a}}_i \right) - (\mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{a}_i) \left( \frac{\dot{\mathbf{a}}_{i+1}^T \mathbf{a}_{i+1}}{\mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{a}_{i+1}} + \frac{\dot{\mathbf{a}}_i^T \mathbf{a}_i}{\mathbf{a}_i^T \mathbf{a}_i} \right) \right) & (\frac{\pi}{4} \leq \theta_i \leq \frac{3\pi}{4}) \end{cases}, \quad (1 \leq i \leq n) \quad (47)$$

このように  $\theta_i$  の範囲によって式を場合分けしている理由は、式中の分母にある項が 0 に近くなる場合があり、そのときに計算誤差が大きくなることが推測されたので、それを回避することを目的としている.

質点  $(i)$  に作用する曲げによるモーメント  $N_i$  とそれによって誘起される力ベクトル  $\mathbf{F}_{B,i}$

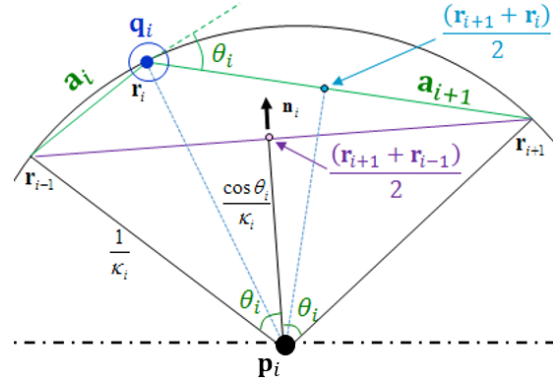


Figure 21: Curvature of the virtual arc passing through three lumped mass points.

は次式で表される.

$$N_i = N_{s,i} + N_{D,i} \quad (48)$$

$$\mathbf{F}_{B,i} = \begin{cases} (-\mathbf{F}_{B,i}^R + \mathbf{F}_{B,i+1}^L) & i = 1 \\ (\mathbf{F}_{B,i-1}^R - \mathbf{F}_{B,i}^L) + (-\mathbf{F}_{B,i}^R + \mathbf{F}_{B,i+1}^L) & 2 \leq i \leq n-1 \\ (\mathbf{F}_{B,i-1}^R - \mathbf{F}_{B,i}^L) & i = n \end{cases} \quad (49)$$

$$\mathbf{F}_{B,i}^L = \frac{N_i}{|\mathbf{a}_i|} \frac{\tilde{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i}{|\tilde{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i|}, \quad \mathbf{F}_{B,i}^R = \frac{N_i}{|\mathbf{a}_{i+1}|} \frac{\tilde{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_{i+1}}{|\tilde{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_{i+1}|}$$

ここで  $\mathbf{F}_{B,i}^L$  は, モーメント  $N_i$  によって質点  $(i-1)$  に作用する力であり, 質点  $(i)$  はその反作用力  $-\mathbf{F}_{B,i}^L$  を受ける.  $\mathbf{F}_{B,i}^R$  は, モーメント  $N_i$  によって質点  $(i+1)$  に作用する力であり, 質点  $(i)$  はその反作用力  $-\mathbf{F}_{B,i+1}^R$  を受ける.

## 2.8 壁面接触力の定義

### 2.8.1 仮想球による接触判定

糸はボビンから解舒されるときに巻糸やボビン, アイレットに接触して, その壁面から壁面接触力を受ける. 壁面接触力には壁面反発力や壁面摩擦力, 糸同士が毛羽で引っ掛かり剥がれにくくなる離脱抵抗があり, これらを外力として運動方程式に導入する. 糸が壁面に接触するか判定する方法として, 図 22 に示すように質点  $(i-1)$  と  $(i)$  の間に糸径  $D_{yarn}$  と等しい球径の仮想球を  $N_i$  個等間隔に配置し, その仮想球の中心座標と壁面の距離を計算して接触を判定する方法を提案する. 仮想球と壁面が接触して仮想球が受ける力は質点  $(i-1)$  と  $(i)$  に分配される.  $j$  番目の仮想球の中心座標の位置ベクトルを  $\mathbf{s}_{ij}$ , その速度ベクトルを  $\mathbf{v}_{ij}$  とし,  $\mathbf{v}_{ij}$  を壁面垂直方向と接線方向に分解したベクトルをそれぞれ  $\mathbf{u}_{ij}$ ,  $\mathbf{w}_{ij}$  とおくとこれらは次式で表される. ただし  $j$  は範囲を  $0 \leq j \leq N_i$  とし  $j=0$  番目の仮想球は質点  $(i-1)$  を表すものとする.

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{ij} &= (1 - \beta_{ij})\mathbf{r}_{i-1} + \beta_{ij}\mathbf{r}_i, \quad \mathbf{v}_{ij} = \dot{\mathbf{s}}_{ij}, \quad \beta_{ij} = j/(N_i + 1), \\ \mathbf{u}_{ij} &= (\mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{n}_{ij}) \mathbf{n}_{ij} = u_{ij} \mathbf{n}_{ij}, \quad \mathbf{w}_{ij} = \mathbf{v}_{ij} - \mathbf{u}_{ij} = w_{ij} \mathbf{t}_{ij}, \\ u_{ij} &= |\mathbf{u}_{ij}|, \quad w_{ij} = |\mathbf{w}_{ij}|, \quad (1 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq N_i) \end{aligned} \quad (50)$$

ここで  $\beta_{ij}$  は  $j$  番目の仮想球の中心位置  $\mathbf{s}_{ij}$  を定める変数,  $\mathbf{n}_{ij}$  は仮想球  $j$  が接触する壁面の単位法線ベクトル,  $\mathbf{t}_{ij}$  は接触する壁面に  $\mathbf{v}_{ij}$  を射影したベクトルの単位ベクトルである.

仮想球の個数  $N_i$  は, 仮想球の中心間の距離が糸径  $D_{yarn}$  以下になるように決める. これによって仮想球同士が重なり, 仮想球が壁面を貫通しないように設定できる.  $j$  番目の

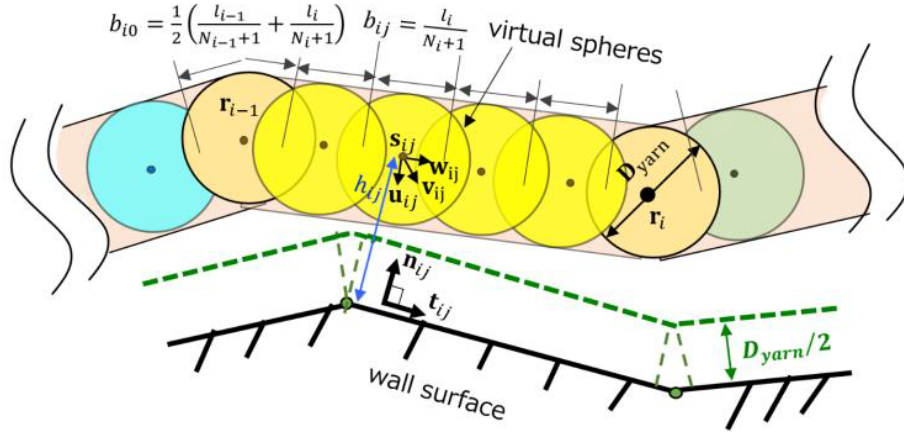


Figure 22: Definition of the virtual spheres between the  $(i-1)$ -th lumped mass point and the  $i$ -th one.

仮想球は壁面との接触によって, 次式で表される接触範囲の長さ  $b_{ij}$  に比例する接触力を受けるとする.

$$b_{ij} = \begin{cases} \frac{l_i}{N_i+1} & (1 \leq j \leq N_i) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{l_{i-1}}{N_{i-1}+1} + \frac{l_i}{N_i+1} \right) & (j = 0) \end{cases} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (51)$$

$b_{ij}$  は質点  $(i-1)$  と  $(i)$  の間の距離  $l_i$  のうち, 仮想球1個が専有する長さを表しているので, 単位長さあたりの接触力に  $b_{ij}$  を乗ずることで仮想球1個に作用する接触力が得られる.

### 2.8.2 壁面反発力

図 22 における質点  $(i-1)$  と  $(i)$  の間の  $j$  番目の仮想球が壁面から受ける反発力  $\mathbf{f}_{P,ij}$  を図 23 に示す. 仮想球の中心と壁面の距離  $h_{ij}$  が仮想球の半径  $D_{yarn}/2$  より小さくなると壁面垂直方向に反発力が発生する. この反発力を実験で測定することは非常に困難であり, 現時点で著者らは反発力の詳細な特性を把握できていない. そこで仮想球が壁面を貫通しようとするとき大きな反発力が仮想球に働くという考え方にに基づき, 壁反発力を定数  $f_p$ ,  $D_{yarn}$  を用いた次式で定義し, その概要を図 24 に示す.

$$\mathbf{f}_{P,ij} \equiv \begin{cases} f_p \left( \frac{D_{yarn}}{2h_{ij}} - 1 \right) b_{ij} \mathbf{n}_{ij} & h_{ij} < D_{yarn}/2 \\ \mathbf{0} & h_{ij} > D_{yarn}/2 \end{cases}, \quad (1 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq N_i) \quad (52)$$

ここで  $f_p$  は単位長さの糸が壁面に糸径の  $1/4$  埋没した時に反発する力として定義する.

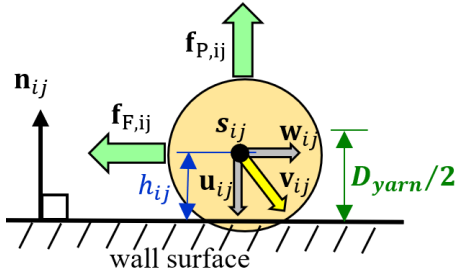


Figure 23: Repulsion force vector  $\mathbf{f}_{P,ij}$  and friction force vector  $\mathbf{f}_{F,ij}$ , which act when the virtual sphere contacts on the wall.

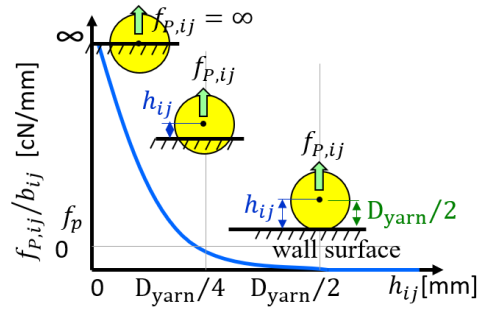


Figure 24: Repulsion force with respect to the distance from the wall surface.

### 2.8.3 壁面摩擦力

質点  $(i-1)$  と  $(i)$  の間の  $j$  番目の仮想球が受ける壁摩擦力のベクトル  $\mathbf{f}_{F,ij}$  を図 23 に示す. 巻糸上の糸と解舒された糸の間の壁摩擦の特性は現段階では把握できていない. しかし糸の毛羽が絡まることで壁反発力の大きさ  $|\mathbf{f}_{P,ij}|$  に関係なく, 壁面接線方向の速度の大きさに依存する摩擦力が働くことが考えられる. そこで Wit ら [102] の示す, Stribeck 効果と速度粘性項を含んだ摩擦係数を参考に壁摩擦力の式の形を考え, 図 25 のように壁面接線方向の速度の大きさ  $w_{ij}$  が 0 に近いと大きな力が働き, 速度の大きさが大きくなると一度小さくなりその後再び大きくなる摩擦力の大きさ  $f_{V,ij}$  を次式でモデル化する.

$$f_{V,ij} = b_{ij} \left( f_1 \left( \frac{v_1}{w_{ij} + v_1} \right)^3 + f_2 \left( 1 - \frac{v_2}{w_{ij} + v_2} \right)^3 \right), \quad (1 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq N_i) \quad (53)$$

ここで  $f_1, f_2, v_1, v_2$  は定数とする. 壁摩擦力ベクトル  $\mathbf{f}_{F,ij}$  は壁反発力の大きさ  $|\mathbf{f}_{P,ij}|$  に比例する力と, 速度に依存する摩擦力  $f_{V,ij}$  の合力として次式で表される.

$$\mathbf{f}_{F,ij} = -(\mu |\mathbf{f}_{P,ij}| + \eta_{ij} f_{V,ij}) \mathbf{t}_{ij} \quad (54)$$

ここで  $\mu$  は動摩擦係数である.  $\eta_{ij}$  は壁面距離  $h_{ij}$  に応じた  $f_{V,ij}$  の距離係数として次式で定義し, 図 26 にその概略図を示す. この図のように毛羽が影響を与える範囲を  $0 \leq h_{ij} \leq D_{yarn}$  に制限した理由は以下の通りである. 本研究で対象としている糸に対して, 毛羽が糸表面から出ている状態を図 1 のような顕微鏡写真や拡大鏡で観察すると, 毛羽の形態や長さは均一ではないが, 長さは  $D_{yarn}/2$  から  $D_{yarn}$  にあるものが多く観察された. この観察結果より毛羽同士が接触する範囲は  $0 \leq h_{ij} \leq 2D_{yarn}$  と見積もった. しかしお互いに影響を与える領域はそれより小さいと考えられるので, その範囲を  $0 \leq h_{ij} \leq D_{yarn}$  とし,



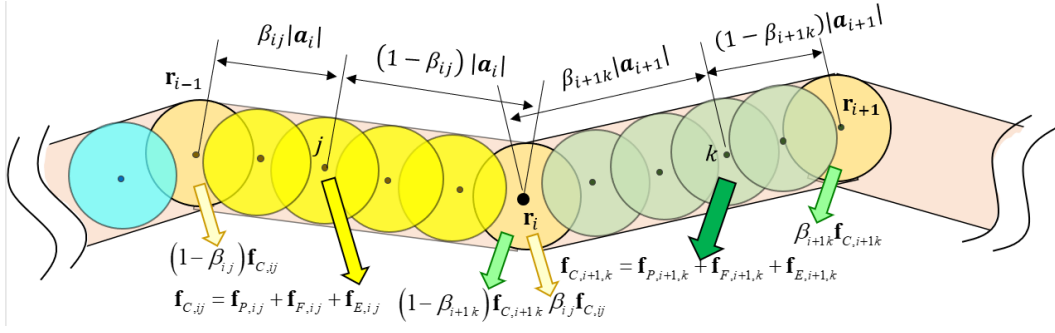


Figure 28: Contact force acting on the lumped mass point( $i$ ) .

#### 2.8.4 離脱抵抗力

質点( $i-1$ )と( $i$ )の間の $j$ 番目の仮想球が巻糸表面から遠ざかる方向に運動するとき、巻糸表面の毛羽と糸の毛羽が絡まり巻糸表面に引き戻す力が発生すると考えられる。この力を離脱抵抗力として定義し、図 27 に示す。離脱抵抗力は糸と巻糸表面から糸までの距離と離脱方向の速度  $\mathbf{u}_{ij}$  に関係すると考え、質点( $i-1$ )と( $i$ )の間の $j$ 番目の仮想球が受ける離脱抵抗力のベクトルを  $\mathbf{f}_{E,ij}$  として次式でモデル化する。

$$\mathbf{f}_{E,ij} = \begin{cases} -\eta_{ij} f_E b_{ij} \mathbf{u}_{ij} & (\mathbf{u}^T \mathbf{n}_{ij} > 0) \\ \mathbf{0} & (\mathbf{u}^T \mathbf{n}_{ij} \leq 0) \end{cases}, \quad (1 \leq i \leq n+1, \quad 0 \leq j \leq N_i) \quad (56)$$

著者の知る限り離脱抵抗力を測定している研究は無い。また離脱抵抗力を測定することは非常に困難と推測される。そこで本研究では離脱抵抗力のベクトル  $\mathbf{f}_{E,ij}$  を式 (55) の  $\eta_{jj}$ 、式 (51) の  $b_{ij}$ 、定数  $f_E$  を用いて表せると仮定する。パラメータ  $f_E$  は単位長さと単位速度当たりの離脱抵抗力であり、高速度カメラ映像の糸の運動と数値シミュレーションによる糸の運動の結果を比較してパラメータ調整をおこなう。

#### 2.8.5 質点に作用する壁面接触力

仮想球  $j$  に作用する壁反発力ベクトル  $\mathbf{f}_{P,ij}$ 、壁摩擦力ベクトル  $\mathbf{f}_{F,ij}$ 、離脱抵抗力ベクトル  $\mathbf{f}_{E,ij}$  は、質点( $i-1$ )と( $i$ )にそれぞれ仮想球との距離に応じた割合で図 28 に示すように分配される。よって質点( $i$ )における壁接触力のベクトルを  $\mathbf{F}_{C,i}$  は、式 (50) の  $\beta_{ij}$  を用いて次式で求められる。

$$\mathbf{F}_{C,i} = \sum_{j=0}^{N_i} \beta_{ij} \mathbf{f}_{C,ij} + \sum_{j=0}^{N_{i+1}} (1 - \beta_{i+1,j}) \mathbf{f}_{C,i+1,j} \quad (57)$$

$$\mathbf{f}_{C,ij} \equiv (\mathbf{f}_{P,ij} + \mathbf{f}_{F,ij} + \mathbf{f}_{E,ij}) \quad (58)$$

Table 1: Non dimensionalizing parameters.

	parameter	dimensionless parameter
length	$l$ [m]	$l/L_{dim}$
mass	$m$ [kg]	$m/M_{dim}$
time	$t$ [sec]	$t/T_{dim}$
velocity	$v$ [m/s]	$v/(L_{dim}/T_{dim})$
accelaration	$a$ [m/s <sup>2</sup> ]	$v/(L_{dim}/T_{dim}^2)$
force	$f$ [N]	$f/(M_{dim}L_{dim}/T_{dim}^2)$

なお、式 (9) 中の  $\mathbf{F}_C$  は式 (57) の  $\mathbf{F}_{C,i} (1 \leq i \leq n)$  を縦に並べたベクトルを表している。

## 2.9 無次元化

糸はその径に対して対象とする長さが非常に長く、長さ当たりの質量は非常に小さい。さらに解舒運動では糸はその径に対して非常に速く移動するので計算の時間刻み  $h$  を小さく設定する必要がある。そのため次元付きのパラメータをそのまま使用して計算すると、桁落ちが発生する可能性がある。そこで長さ、質量と時間をそれぞれ定数  $L_{dim}, M_{dim}, T_{dim}$  を用いて無次元化して、パラメータの数値が極端に大きくまたは小さくなることを防ぐ。整数の組  $p, q, r$  を用いて、 $m^p \text{kg}^q \text{s}^r$  の次元を持つ変数  $W$  の無次元量  $W_{nodim}$  は次式で表される。

$$W_{nodim} = W / (L_{dim}^p M_{dim}^q T_{dim}^r) \quad (59)$$

代表的な次元の無次元化パラメータを表 1 に示す。

## 2.10 結果と考察

### 2.10.1 フローチャートとパラメータ

時刻  $t$  における、運動方程式の解法と質点の生成削除の方法をまとめたフローチャートを図 29 に、数値シミュレーションに用いるパラメータを表 2 に示す。

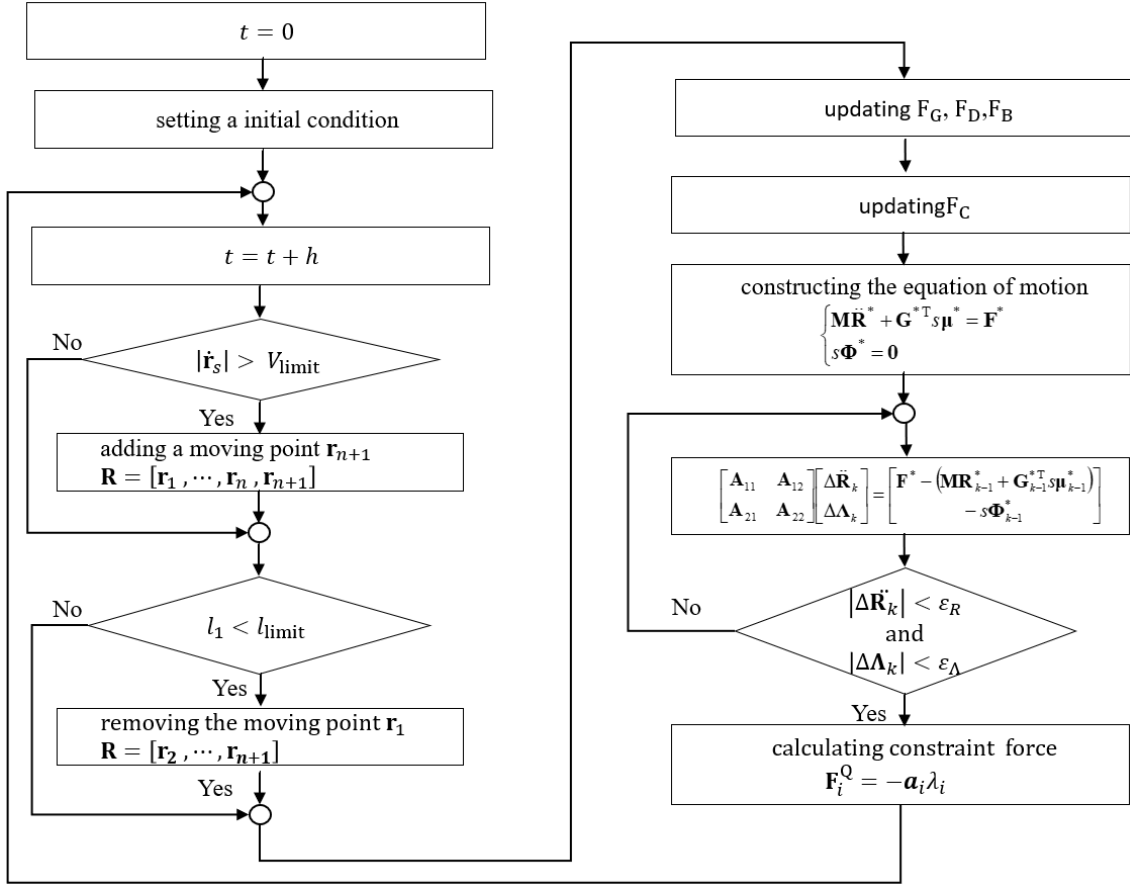


Figure 29: Flowchart for the numerical simulation.

### 2.10.2 計算負荷

数値シミュレーションのプログラムコードは GNU octave[119] で作成し, Intel Xeon W3680 3.33GHz の Windows PC 環境にて 1core で計算を行った. その結果, 1 sec の解舒計算を行うのに時間刻み  $h = 10^{-6} \text{sec/step}$ , 計算回数 1,000,000 回として約 544 時間を要した. 対象とする糸の長さは, 引上点から解舒点の長さに解舒点から巻端点の長さ約 30mm を足した, 180~230mm である. 質点の個数  $n$  はおよそ 60 から 80 で変動し, 全自由度は 120~160, 運動方程式の行列は対角成分の周辺に値が集中している疎行列で, そのの大きさは  $240 \times 240 \sim 300 \times 300$  である. 本章のような質点の生成と削除を計算途中で行わずに運動方程式を解く場合, ボビンを 4 往復解舒するのに必要な糸の全長は約 30m で, 質点の個数は約 10,000, 全自由度は約 20,000 である. そして運動方程式の行列の大きさは約  $40,000 \times 40,000$  で, 本章の方法と比較して  $140^2$  倍以上の大きさになり, 計算時間が非常に長くなると推測され, 繊維機械のモデルベース開発に糸モデルを利用することは困難であると判断される. このことより本章の方法は実用上有用であるといえる. 本

章では質点の間隔は 3mm に設定している．1.5mm の場合も検討したが両者の計算結果を比較すると，精度に大きな違いが見られなかったので計算負荷低減のため 3mm としている．また質点の間隔をこれ以上大きくした場合，Newton-Raphson 法による収束計算の繰り返し回数が増加する傾向があることも確認している．これはボビンやガイドの曲面部に対して質点の間隔が大きいと糸が直棒のように接触するので，壁面に対して質量の大きな棒が点接触することになり，接触力が大きくなることが原因の 1 つと考えられる．

Table 2: Parameters in the numerical simulation.

description	variable	value
Time step	$h$	$1.0 \mu\text{s}$
Number of mass points	$n$	$60 \sim 80$
Number between the unwinding point and the end point	$N$	10
DOF		$120 \sim 160$
Initial distance between 2 mass points	$l_i$	3.0 mm
Threthhold for creating or removing a point	$l_{limit}$	0.3 mm
Pulling Velocity	$V$	1,000 1,600 m/min
Length of yarn	$L$	$180 \sim 230$ mm
Line density of yarn	$\rho_{yarn}$	$19.6 \times 10^{-6}$ kg/m
Diameter of yarn	$D_{yarn}$	0.2 mm
Density of air	$\rho_{air}$	$1.17 \text{ kg/m}^3$
Gravitational acceleration	$\mathbf{g}$	$[0 \ 0 \ -9.8]^T \text{ m/s}^2$
Spectral diameter	$\rho_\infty$	0.9
Constants of bending stiffness	$B_1$	$5.0 \times 10^{-15}$
	$B_2$	$-9.0 \times 10^{-13}$
	$B_3$	$9.2 \times 10^{-10}$
Damping coefficient	$K_D$	$1.76 \times 10^{-3}$ Nms
Drag coefficient	$C_D$	1.4
Wall repulsion	$f_p$	50 cN/mm
	$f_E$	$1.67 \times 10^{-10}$ Ns/m <sup>2</sup>
Wall friction	$f_1, f_2$	$1.5 \times 10^{-3}, 1.3 \times 10^{-3}$ N/m
	$v_1, v_2$	0.8, 0.6 m/s
Dynamic friction coefficients	$\mu$	0.50(yarn - wound yarn)
		0.25(yarn - metal wall)

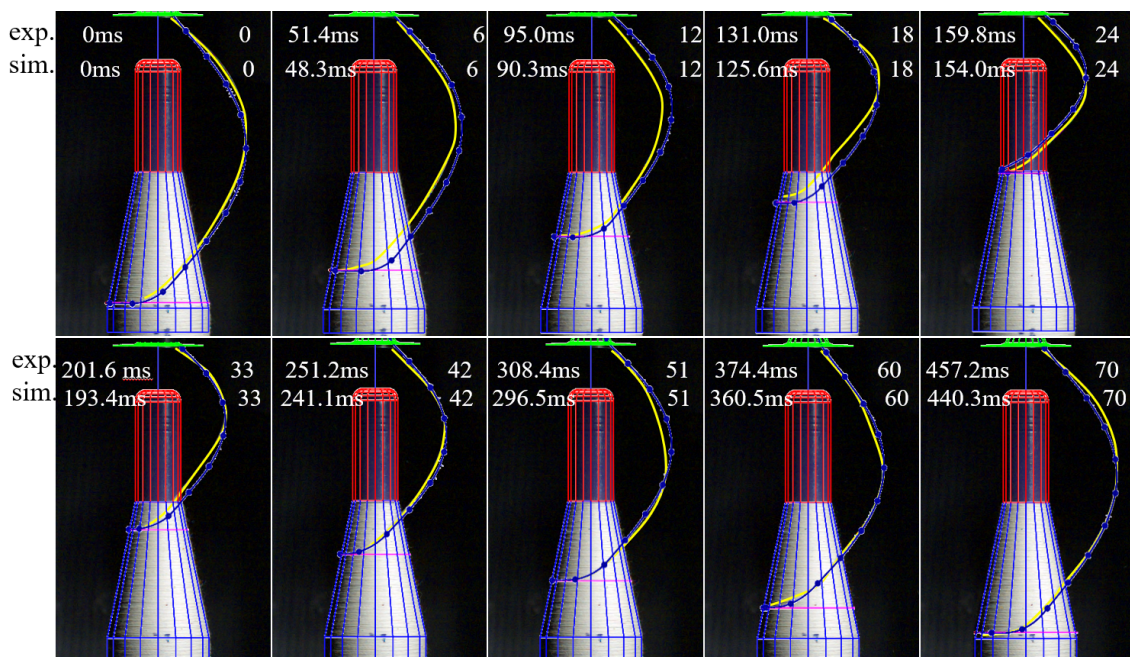


Figure 30: Yarn shapes which are recorded by high-speed camera (yellow line) and results in the numerical simulation (blue line) at pulling velocity 1,000m/min. The experimental and simulation time are shown on the top-left side of each figures, and unwinding counts are shown on the top-right side of each figures.

### 2.10.3 バルーン形状

引上速度の大きさ  $V$  がそれぞれ 1,000 と 1,600 m/min の場合の解舒挙動について、高速度カメラの撮影画像と数値シミュレーションの結果を図 30 と図 31 に示す。一連の画像は解舒点がポビン下部から上部に移動し再び下部に戻るまでの糸の様子を時刻毎に表している。黄線は高速度カメラで撮影した糸の軌跡、青線は数値シミュレーションで得られた糸の軌跡を示している。図中の数字は実験 (図中 exp.) と数値シミュレーション (図中 sim.) の時刻と解舒した巻数を表している。糸が巻糸上を 1 往復する時間は、巻糸のモデル化誤差によって実験結果と数値シミュレーションの間には若干の差が生じる。そのため図 30 と図 31 の実験結果と数値シミュレーションの合成図は、解舒された巻数が一致するように画像の時刻を前後にずらしている。ずらす時間は表 3 に示す解舒挙動 1 往復の時間に対して約 4% 以内であり、解舒挙動に影響を与えるほど大きくずれていないと考えられる。そして数値シミュレーションで得られたバルーン形状は高速度カメラ画像とほぼ一致しており、また糸が解舒点から巻糸上を擦りながら描く湾曲形状も良い一致を示していることが分かる。したがって数値シミュレーションで得られた接触力は実際の接触力に

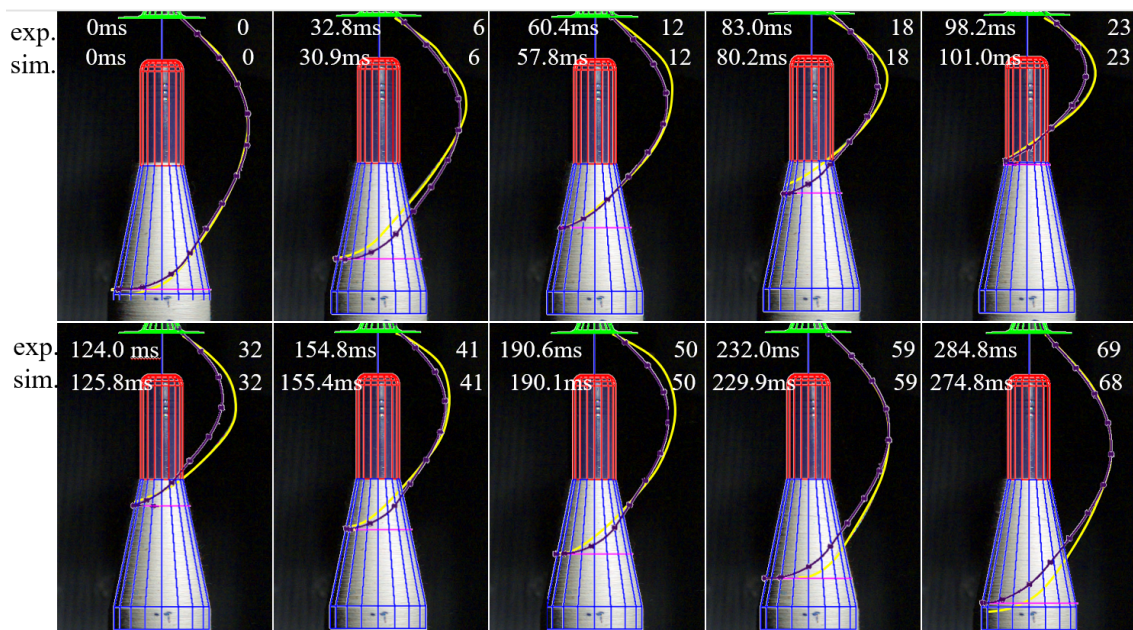


Figure 31: Yarn shapes which are recorded by high-speed camera (yellow line) and results in the numerical simulation (blue line) at pulling velocity 1,600m/min.

Table 3: Time period for one turn of unwinding motion.

pulling Velocity $V$	experiment	numerical simulation	figure
1,000 m/min	457.2 ms	440.3 ms	fig.30
1,600 m/min	284.8 ms	274.8 ms	fig.31

近い値になっていると考えられ，実験では測定が不可能な移動中の糸の張力や接触力を数値シミュレーションによって見積もることは一定の妥当性があると推測される．以降糸の各場所に作用する張力や解舒速度の大きさの時刻変動を数値シミュレーションによって調べる．

#### 2.10.4 糸の張力

引上点に作用する拘束力は式 (14) に示される拘束力ベクトルの大きさ  $F_{Q,1}$  で表すことができる．本章の糸モデルは拘束条件で質点間の距離を拘束しているので，糸モデルに伸びに起因する張力は発生しない．しかし， $F_{Q,1}$  は引上点において軸方向に作用する力なので，実験で測定される引上点における糸の張力に対応すると考えることができる．よって本章では  $F_{Q,1}$  を引上点での糸の張力として定義する．引上速度の大きさがそれぞれ 1,000 と 1,600 m/min のときの  $F_{Q,1}$  を図 32 と図 33 に示す．灰色線は 0.1 msec 毎にサンプリ

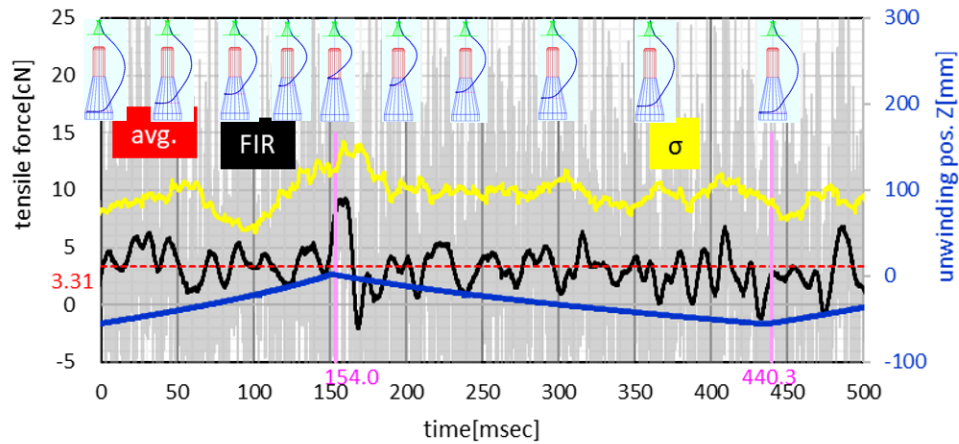


Figure 32: Tensile force at the pulling point in the numerical simulation result at pulling velocity 1,000m/min.

Table 4: Lowpass FIR filter.

Sampling rate	10kHz
Cutoff frequency	55Hz
Window function	rectangle
Passband	0dB
Stopband	-40dB
TAP number	199

ングした張力を，黒線は表4のローパス FIR フィルタ (Finite Impulse Response filter) を用いて高周波成分を取り除いた張力を示す．赤点線は単純平均張力を，黄線は 20ms 区間の標準偏差，青線はボビンから糸が動き出す位置 (解舒点) のボビン軸方向の位置を表している．これらを見ると，引上速度の大きさが 1,000 と 1,600m/min の場合のどちらも張力は大きく変動しているが，標準偏差線を見ると 1,600m/min の変動が大きいことが分かる．また FIR 線は解舒位置がボビン上部に達している時に平均張力より大きく，ボビン下部に達している時に小さくなる傾向が若干確認できる．

図 34 と図 35 は解舒点 ( $i = s$ ) が受ける張力  $F_{Q,s}$  を示している．解舒点は巻糸上の質点の中で動き出す直前のものであり，その位置は時刻とともに変化する．図より解舒点の張力の変動幅と平均張力は引上点の張力より小さいことが分かる．この張力は実験では測定が不可能であり，数値シミュレーションによって初めて把握できる特徴量である．

ここで，巻糸上の解舒点 ( $i = s$ ) が次の解舒点 ( $i = s + 1$ ) に移動するときの速度の大き

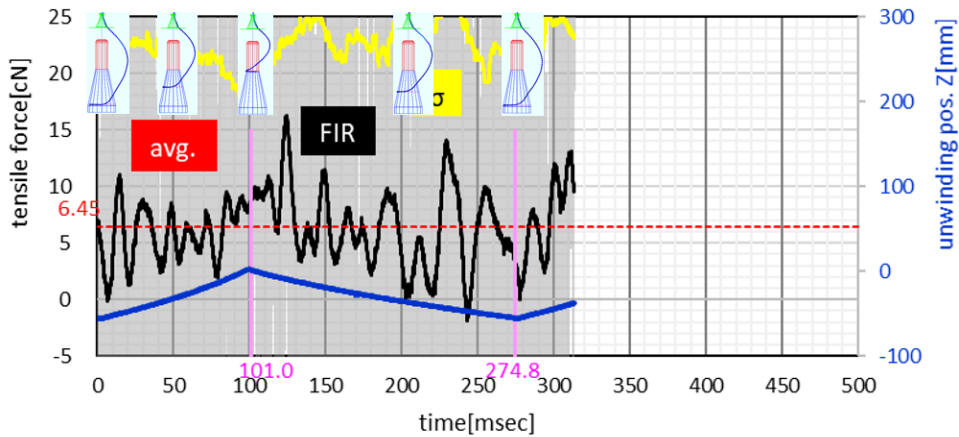


Figure 33: Tensile force at the pulling point in the numerical simulation result at pulling velocity 1,600m/min.

さを，解舒速度の大きさとして定義する．図 36 と図 37 は解舒速度の大きさの時間変動を示している．図より解舒速度の大きさは時刻とともに変動しているが，引上速度の大きさから大きくずれていないことが分かる．

図 38 と図 39 は糸全体の平均回転角速度と最大回転角速度を示しており，図より解舒位置がポビン上部に達している時に回転角速度は大きく，ポビン下部に達している時に小さくなることが分かった．

図 40 と図 41 は解舒点から引上点の間の糸長の時刻変化を示している．この図より巻糸の形状が同じ場合，引上速度の大きさが変化しても解舒点から引上点の間の糸長の変動は 150～200mm でほぼ同じであることが分かる．

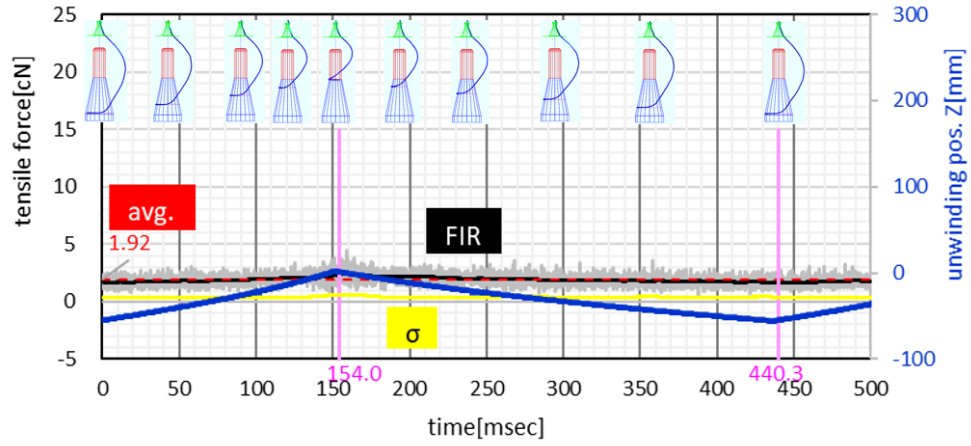


Figure 34: Tensile force at the unwinding point in the numerical simulation result at pulling velocity 1,000m/min.

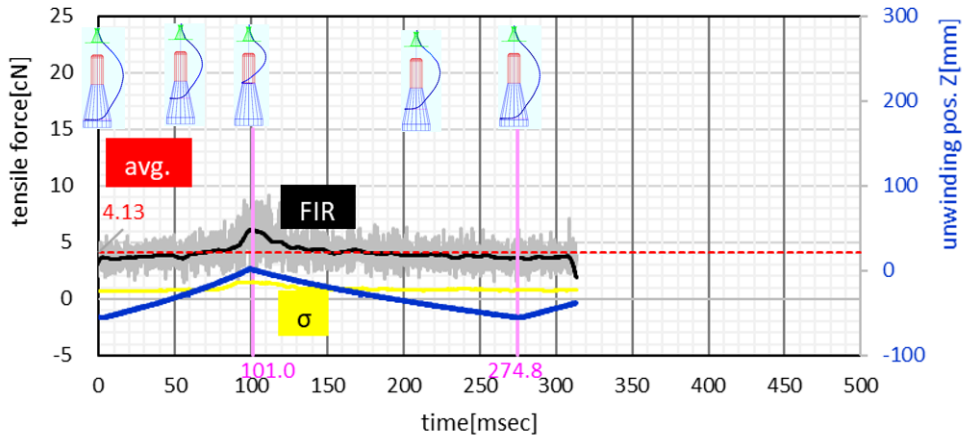


Figure 35: Tensile force at the unwinding point in the numerical simulation at pulling velocity 1,600m/min.

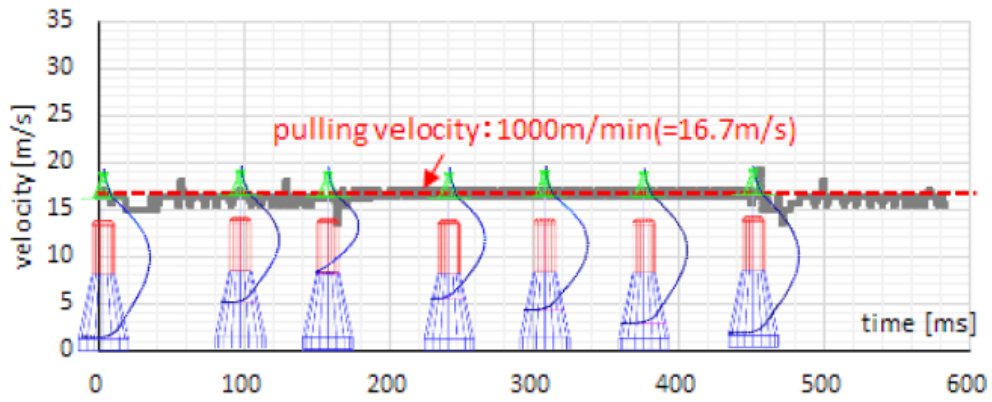


Figure 36: Unwinding velocity at pulling velocity  $V = 1,000 \text{ m/min}$ .

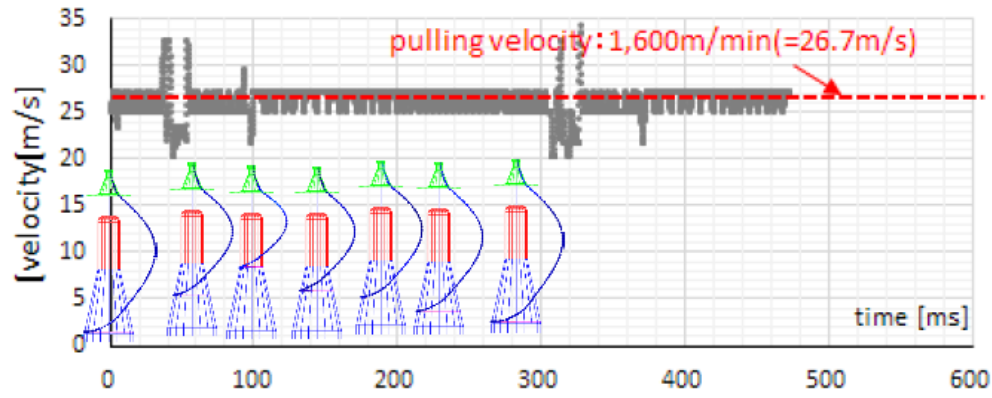


Figure 37: Unwinding velocity at pulling velocity  $V = 1,600 \text{ m/min}$ .

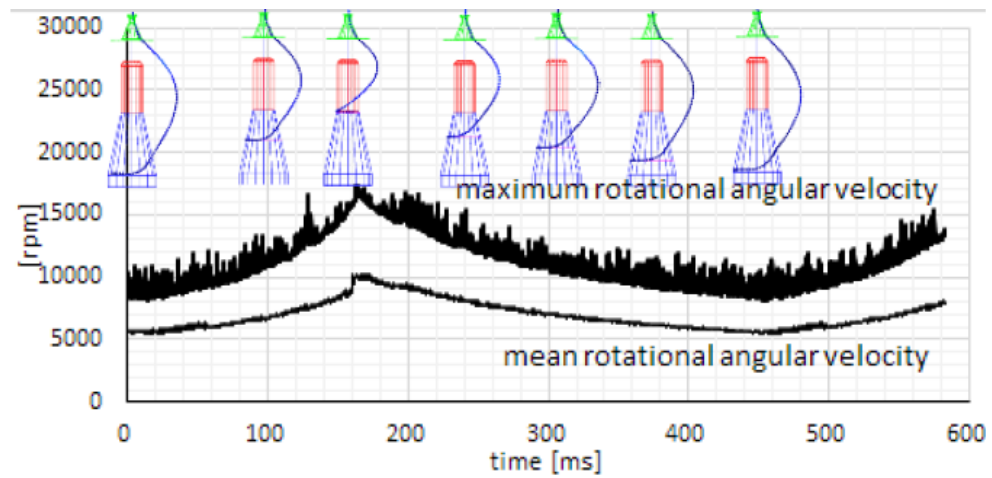


Figure 38: Angular velocity at pulling velocity  $V = 1,000 \text{ m/min}$ .

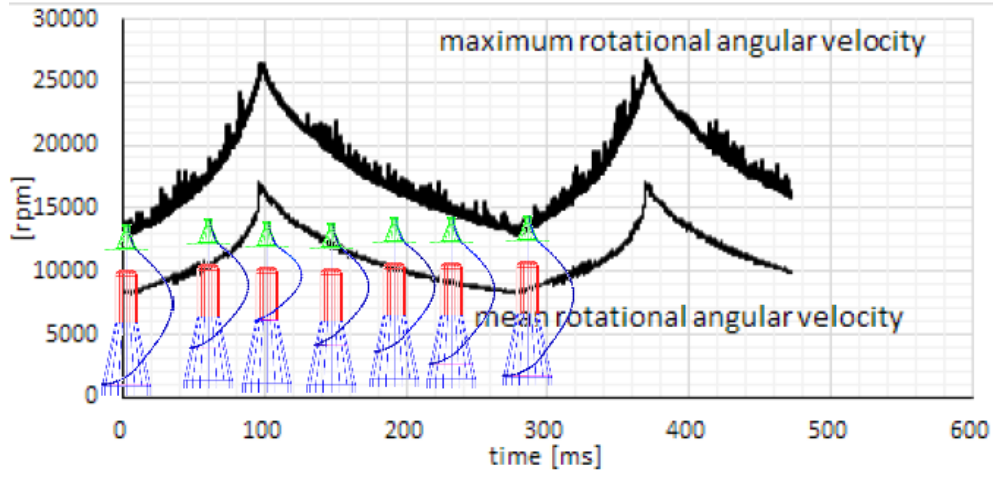


Figure 39: Angular velocity at pulling velocity  $V = 1,600\text{m/min}$ .

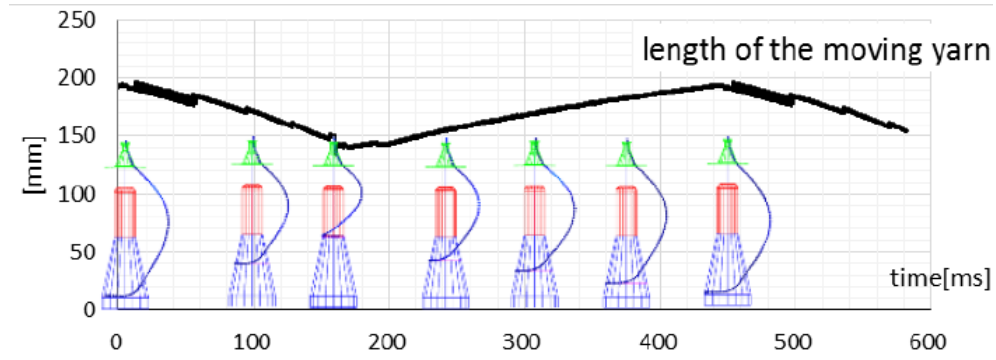


Figure 40: Length of yarn at pulling velocity  $V = 1,000\text{m/min}$

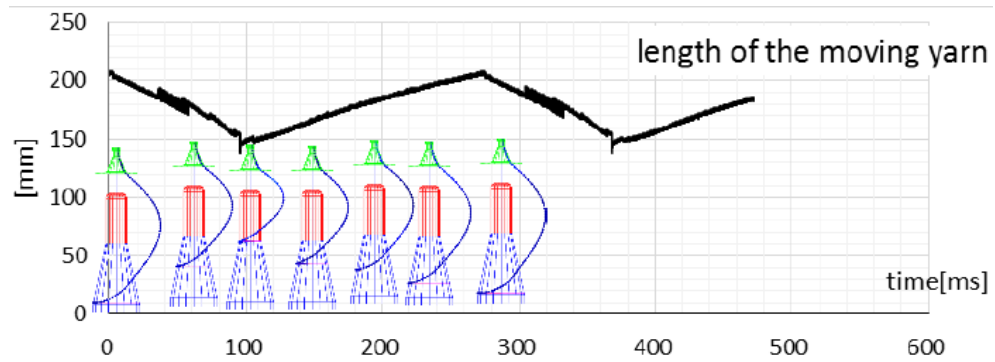


Figure 41: Length of yarn at pulling velocity  $V = 1,600\text{m/min}$

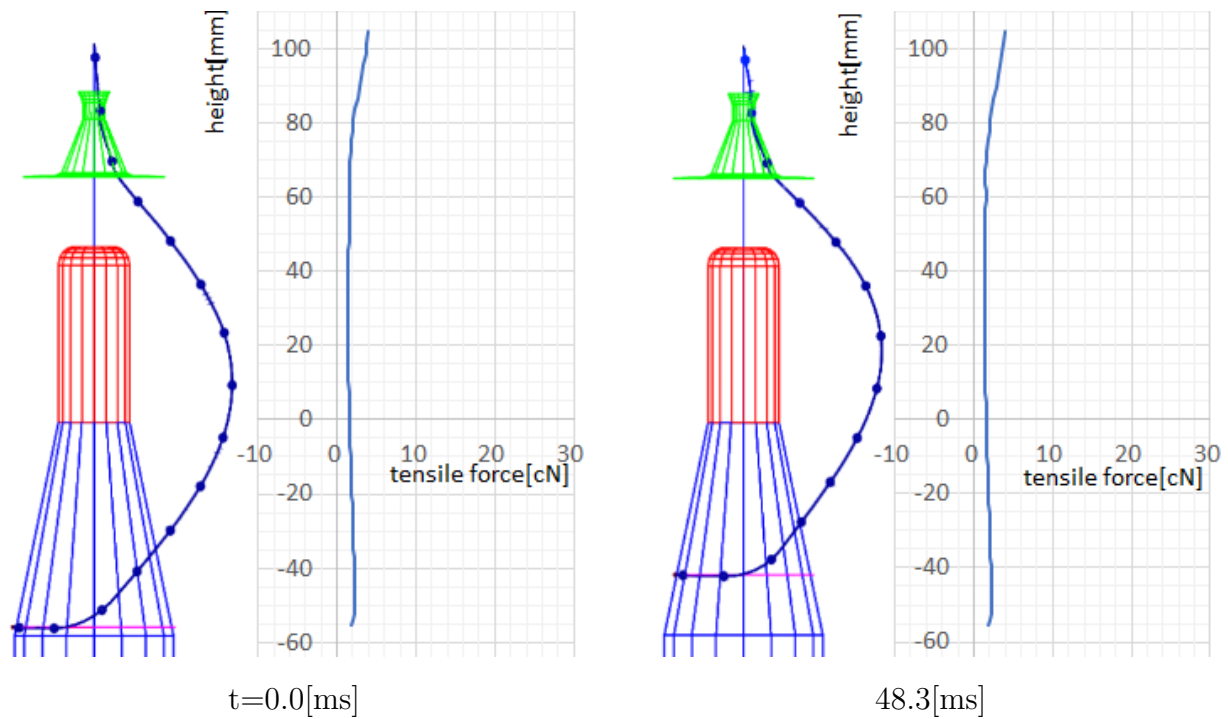


Figure 42: Tensile force at pulling velocity  $V=1,000\text{m/min}$  (#1/5)

図 42, 43, 44, 45, 46 と図 47, 48, 49, 50, 51 は引上速度をそれぞれ  $1,000$  ,  $1,600\text{m/min}$  として, 解舒位置が巻糸下部から上部へ移動し, さらに下部に戻るときの糸の各場所に作用する張力を示している. グラフの縦軸は糸のポビン軸方向の位置を, 横軸は各場所の糸張力を表している. これらを見ると, 解舒点が上部にあるときに引上点の張力は大きく, 下部にあるときは小さい. また解舒点からアイレットまでの張力の変動は小さいが, 糸とアイレットが接触している場所で張力が大きく変動している事が分かる. このことより, 引上点の張力変動はアイレットに接触して作用する反発力や摩擦力が, 大きく影響していることが分かる. また図 8 のように, 接触がない状態で回転する糸の数値シミュレーション結果におけるバルーン形状部の張力は, Padfield[6] が導出した張力の式 (1) と良い一致を示すが, 実際の解舒運動では壁面接触の力が作用することで, 壁面接触が無いバルーン部の張力も影響を受けていることが分かる. このように糸に作用する各部の張力を数値化することで, 実験や理論解では確認できない状態を把握することができる.

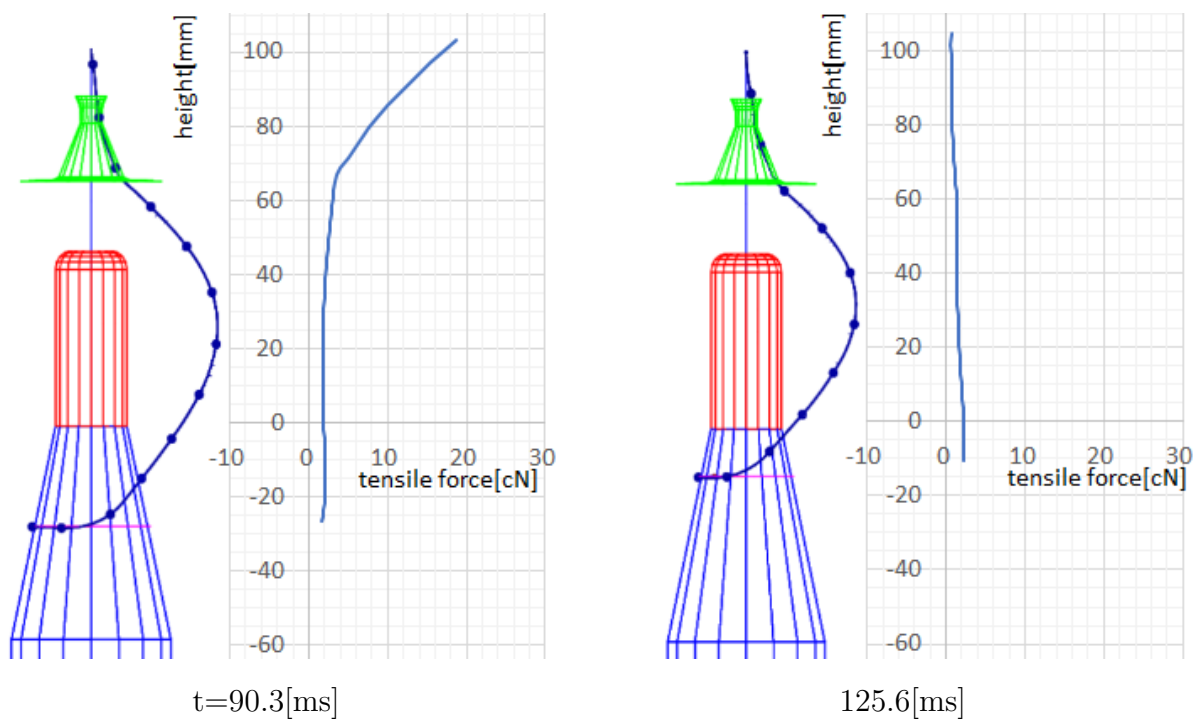


Figure 43: Tensile force at pulling velocity  $V=1,000\text{m/min}$  (#2/5)

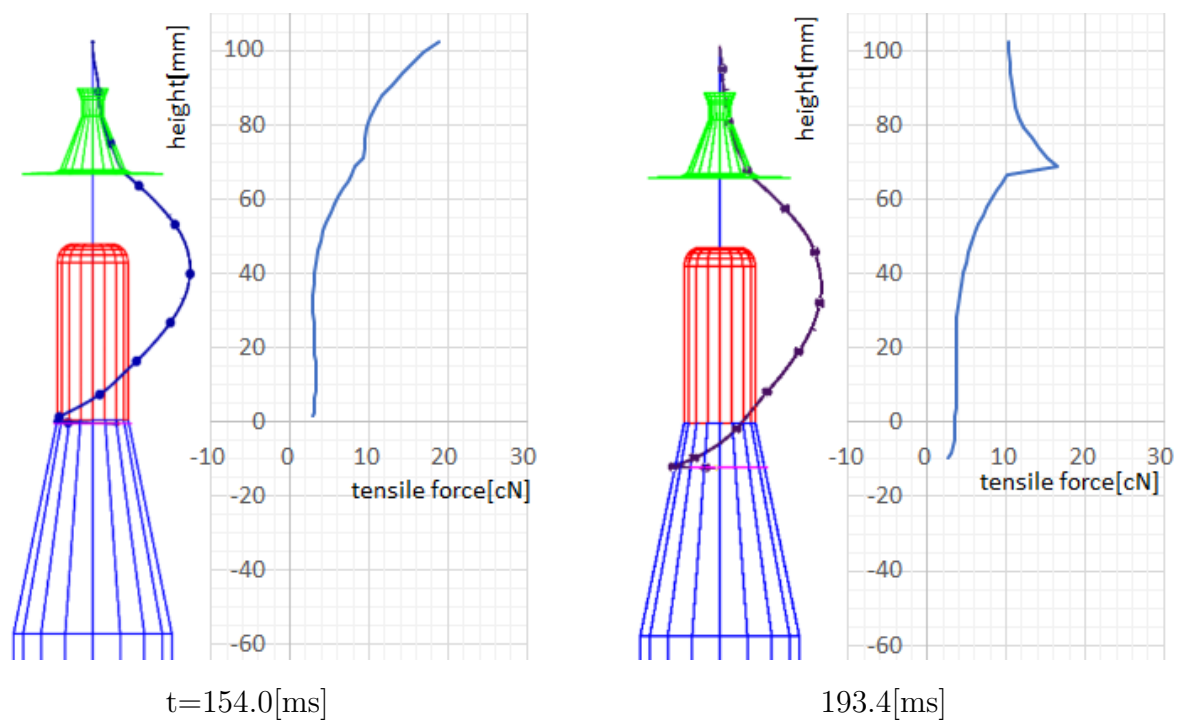


Figure 44: Tensile force at pulling velocity  $V=1,000\text{m/min}$  (#3/5)

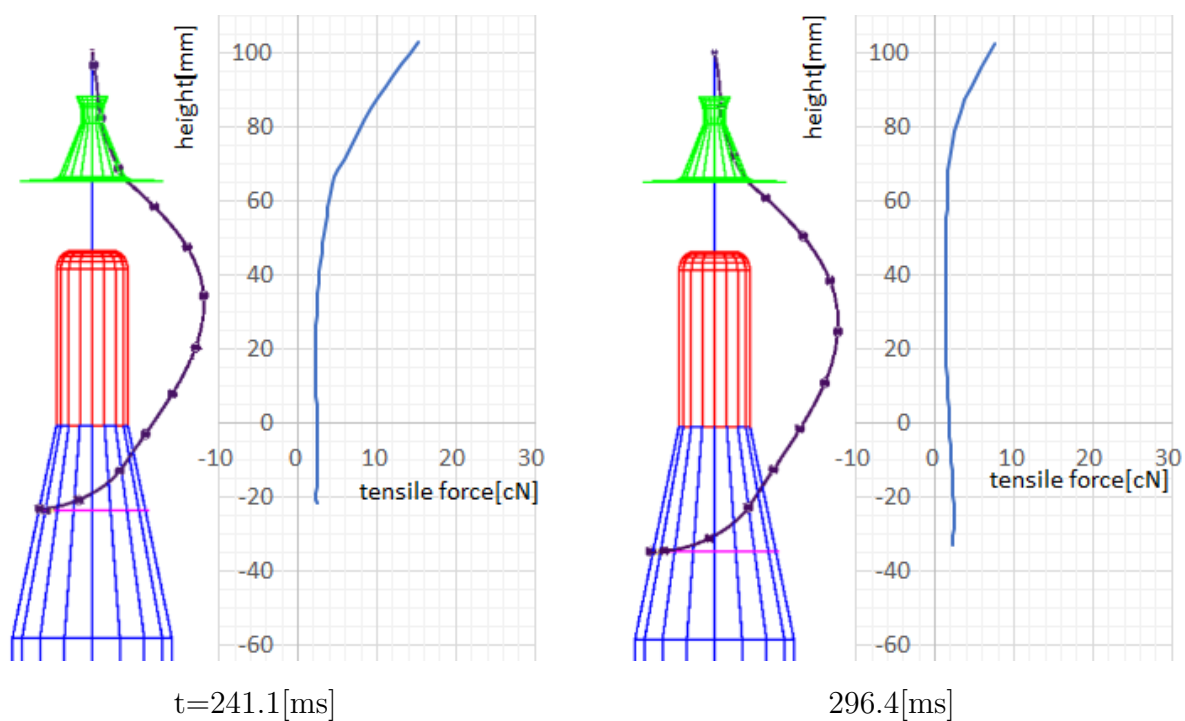


Figure 45: Tensile force at pulling velocity  $V=1,000\text{m/min}$  (#4/5)

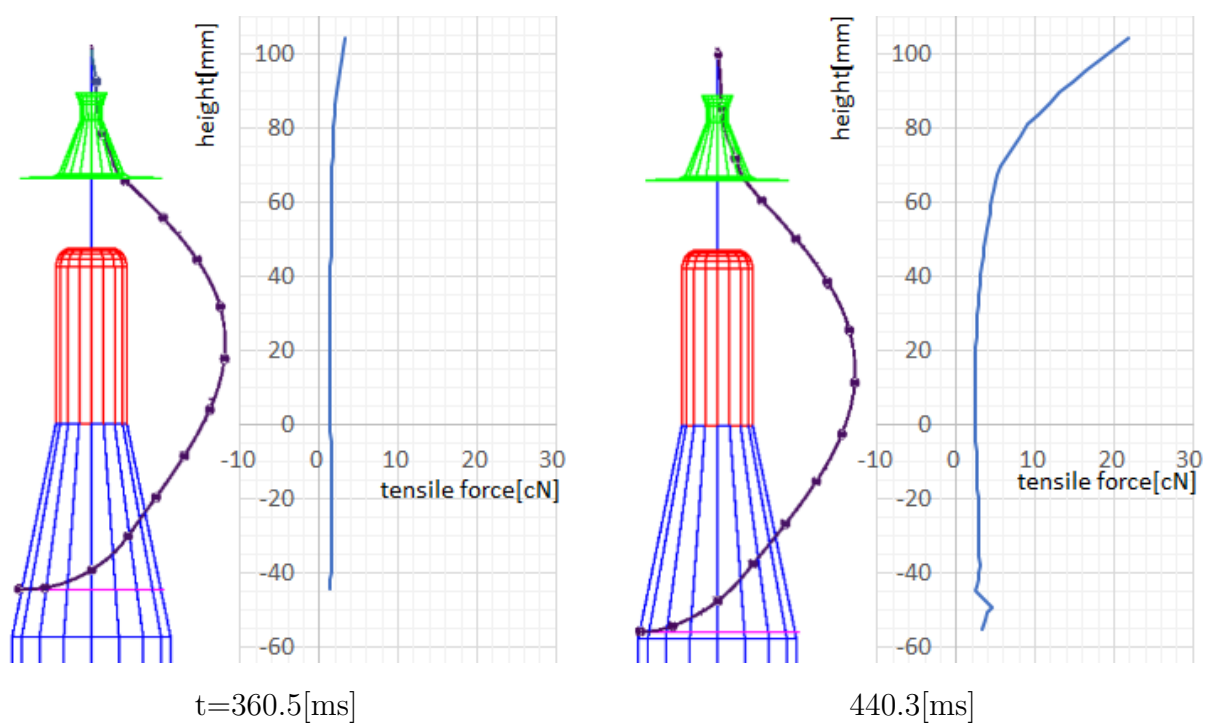


Figure 46: Tensile force at pulling velocity  $V=1,000\text{m/min}$  (#5/5)

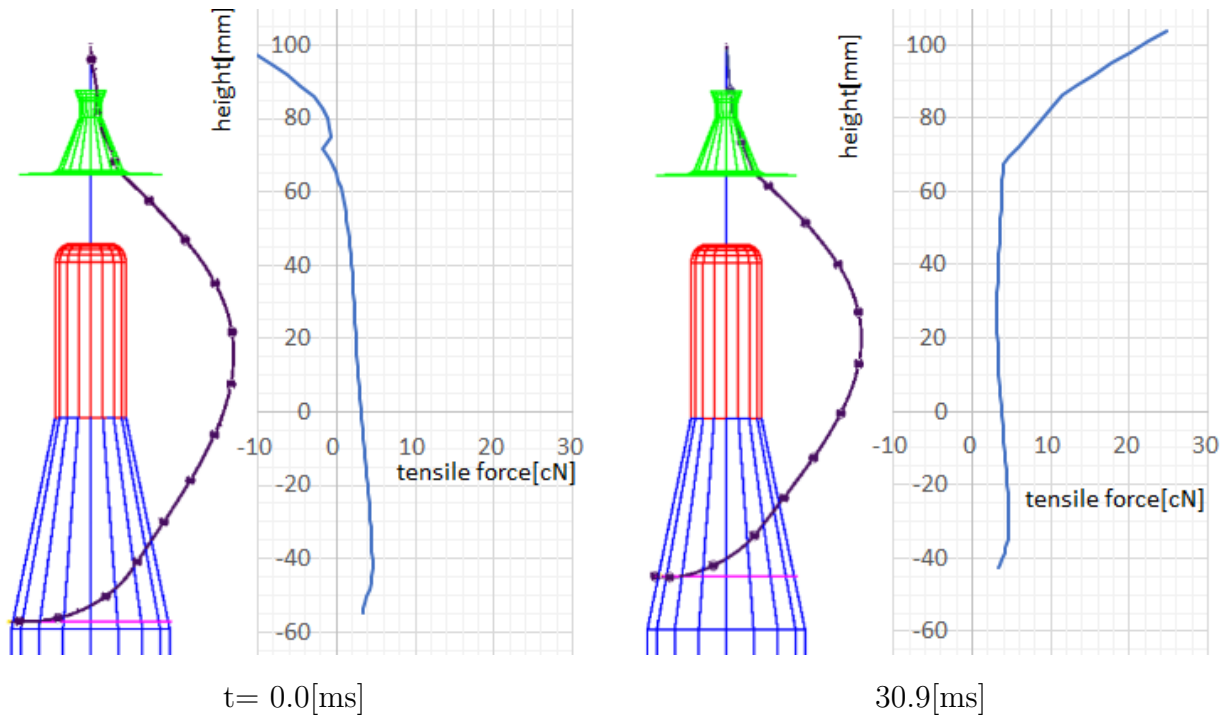


Figure 47: Tensile force at pulling velocity  $V=1,600\text{m/min}$  (#1/5)

## 2.11 本章のまとめ

本章では3自由度要素からなる糸モデルを構築し、ポビンに巻かれた糸が静止状態から自然に動き出して解かれる解舒運動を数値シミュレーションする方法を構築した。まず質点を拘束条件によって固定された長さで結合し、重力、空気の抗力を外力として与え、内力として曲げと減衰による力を与えた。次に壁面接触力を外力として追加し、糸同士または糸とポビンやアイレットとの接触を表現できるようにした。さらに繊維機械のモデルベース開発に活かす観点から、非常に長い糸に対して少ない負荷で高効率な計算を行うために、引上点近傍で質点を削除し巻端点で質点を生成する手法を提案した。そしてこの方法を用いて解舒運動を数値シミュレーションし、その結果を高速度カメラの撮影画像と比較した。その結果両者は良い一致を示しており、構築した糸モデルと数値シミュレーション方法は妥当性があることが確認された。本章の方法は、実験では測定不可能な糸の動的な張力や摩擦力を数値化することができるので、繊維機械の開発に有効な指針を与えることができる。

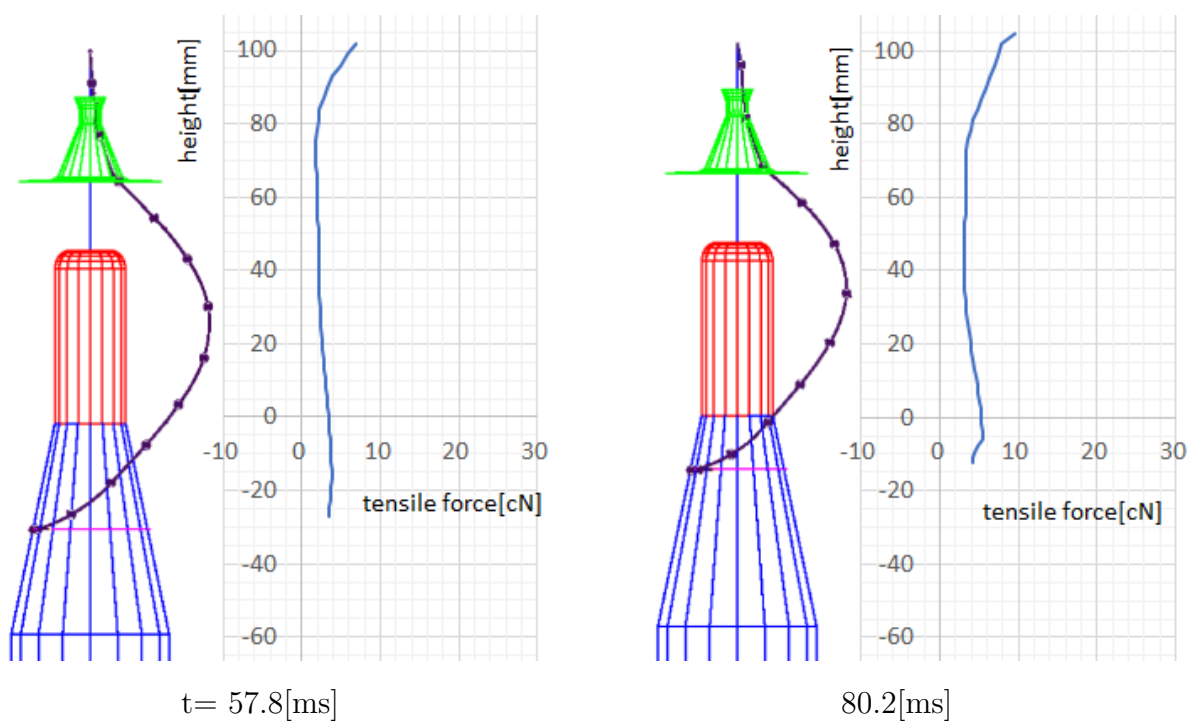


Figure 48: Tensile force at pulling velocity  $V=1,600\text{m/min}$  (#2/5)

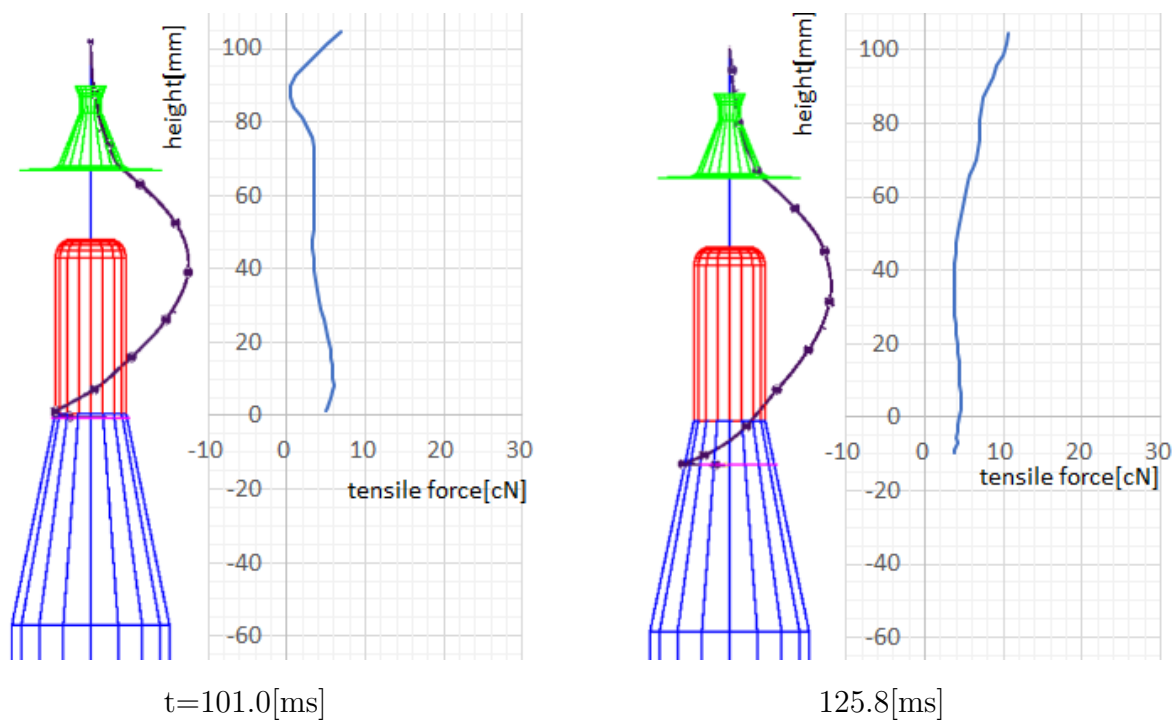
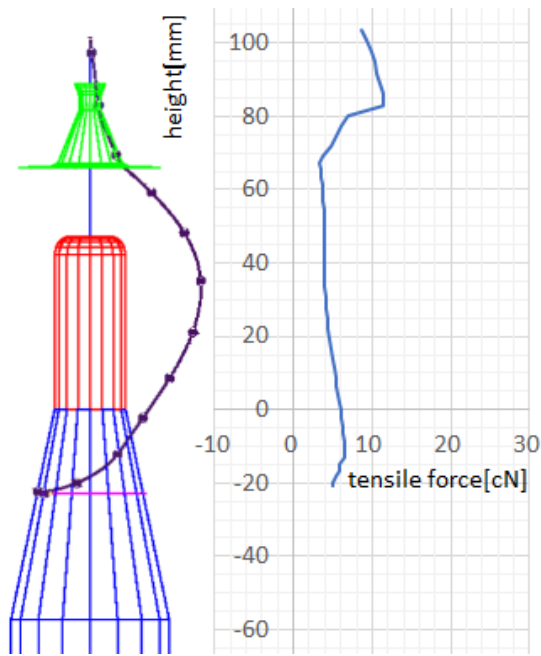
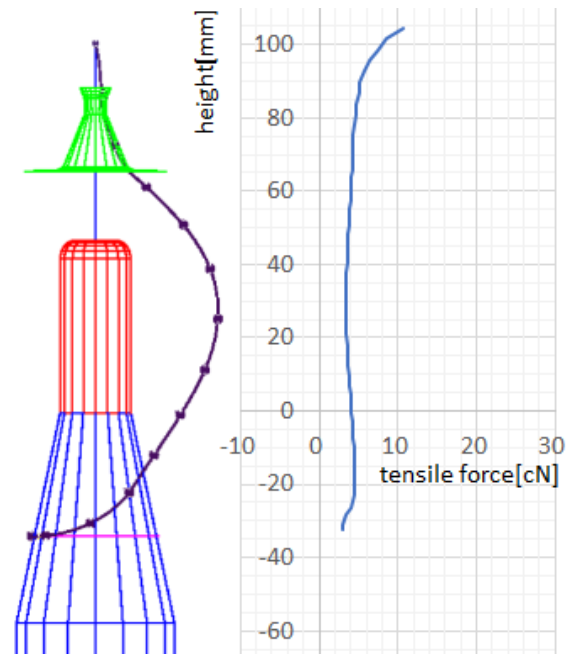


Figure 49: Tensile force at pulling velocity  $V=1,600\text{m/min}$  (#3/5)

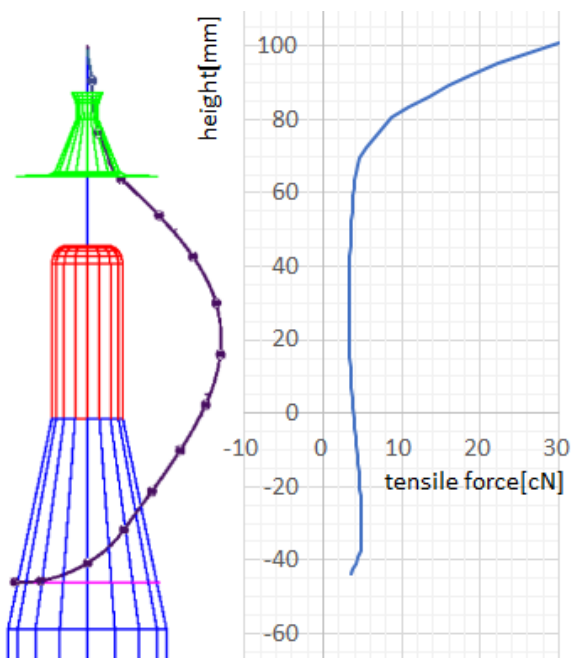


t=155.4[ms]

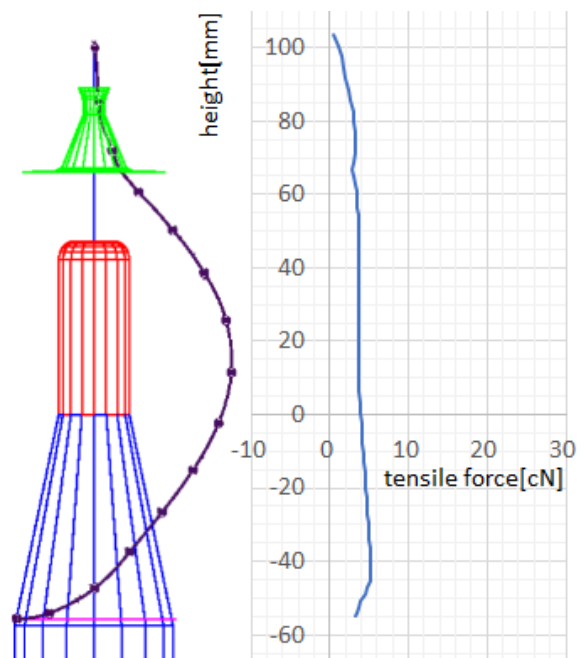


190.1[ms]

Figure 50: Tensile force at pulling velocity  $V=1,600\text{m/min}$  (#4/5)



t=229.9[ms]



274.8[ms]

Figure 51: Tensile force at pulling velocity  $V=1,600\text{m/min}$  (#5/5)

### 3 3自由度要素からなる糸モデルの改良

#### 3.1 本章の目的

本章の目的は、第2章で構築した3自由度要素からなる糸モデルを改良し、数値シミュレーションの計算速度を上げることである。第2.10.2節では、一連の解舒運動1回の数値シミュレーションの実計算時間は544時間(3週間以上)を要したことを示した。このような長時間を要する数値シミュレーションを繊維機械のモデルベース開発に活用することは不可能である。そこで下記3つの方法を用いて計算の高速化を図る。

拘束条件削除：2質点間の連結を拘束条件ではなく、ばねとダンパに変更して運動方程式の係数行列の大きさを小さくする。

逆行列計算削除：上記の行列型運動方程式を各質点毎の計算に分解して、係数行列の逆行列を解かないようにする。

プログラミング言語変更：インタプリタ型言語である octave からコンパイル型言語である C++ に置き換えて処理速度向上を図る。

#### 3.2 ばねとダンパを追加し、拘束条件を削除した運動方程式

本章では前章と同様に図10に示す $n$ 個の質点が連結された糸モデルを用いるが、拘束条件 $\Phi$ の代わりに引張方向のばねとダンパを導入する。図52に前章の拘束条件を用いた糸モデル(図左 method A)と本章で導入するばねとダンパを用いた糸モデル(図右 method B)との違いを示す。以降これらのモデル化の方法をそれぞれ 方法A、方法Bと呼び区別する。方法Aは質点の間は伸縮がなく鎖状に連結されており、方法Bは質点間の伸縮によって生じる引張方向のばね力と減衰力によって連結されている。

式(6)で定義する $\mathbf{a}_i$ を用いて、質点間の距離 $|\mathbf{a}_i|$ が $l_i$ のとき引張方向のばね力が働かないとし、伸び率ベクトル $\boldsymbol{\epsilon}_i$ を次式で定義する。

$$\boldsymbol{\epsilon}_i \equiv \left( \frac{|\mathbf{a}_i|}{l_i} - 1 \right) \frac{\mathbf{a}_i}{|\mathbf{a}_i|} = \left( \frac{1}{l_i} - \frac{1}{|\mathbf{a}_i|} \right) \mathbf{a}_i, \quad (1 \leq i \leq n+1) \quad (60)$$

引張ばね係数 $K$ 、減衰係数 $C$ を用いると、図10において質点( $i$ )に作用するばねとダンパの力 $\mathbf{F}_{T,i}$ とそれらを縦に並べたベクトル $\mathbf{F}_T$ は次式で表される。

$$\mathbf{F}_{T,i} = (K\boldsymbol{\epsilon}_{i+1} + C\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{i+1}) - (K\boldsymbol{\epsilon}_i + C\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i), \quad \mathbf{F}_T \equiv [\mathbf{F}_{T,1}^T \cdots \mathbf{F}_{T,n}^T]^T, \quad (1 \leq i \leq n) \quad (61)$$

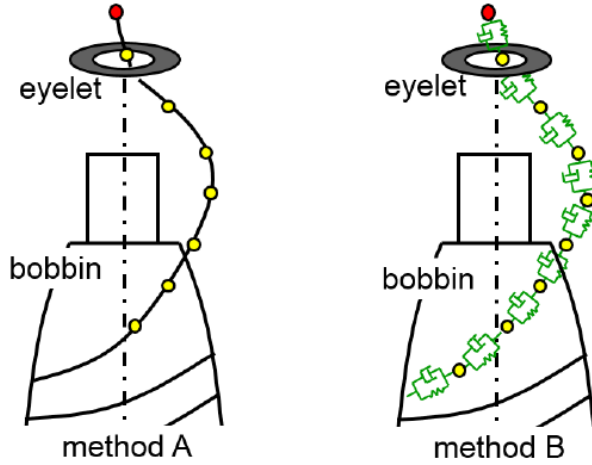


Figure 52: Two methods connecting lumped mass points. Left: method A connecting by the constraint condition; right: method B connecting by the spring and dumping elements.

$\mathbf{F}_T$  を用いると糸モデルの運動方程式は，式 (8) の代わりに次式で表される．

$$\begin{aligned}\mathbf{M}\ddot{\mathbf{R}} &= \mathbf{F} \\ \mathbf{F} &= \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_T\end{aligned}\tag{62}$$

ここで  $\mathbf{F}_G$  は式 (34) で表される重力， $\mathbf{F}_D$  は式 (36) で表される空気の抗力， $\mathbf{F}_B$  は式 (49) で表される糸の曲げ剛性と減衰に関する内力， $\mathbf{F}_C$  は式 (57) で表される壁面接触力である．式 (16) に対応する一般化  $\alpha$  法を適用した運動方程式は次式で表される．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{R}}^* = \mathbf{F}^*\tag{63}$$

この運動方程式について，式 (21) と同様に Newton Raphson 法で収束解を求めるとすると，時刻  $t + h$  における収束計算  $k$  回目の修正量は  $\Delta\ddot{\mathbf{R}}_k$  として次式で表される．

$$(1 - \alpha_m)\mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{R}}_k = \mathbf{F}_{k-1}^* - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{R}}_{k-1}^*\tag{64}$$

ここで  $\alpha_m$  は一般化  $\alpha$  法で用いる加速度に関する係数である．この式を式 (32) と比較すると，連立方程式の係数行列の大きさは  $(4n + 1) \times (4n + 1)$  から  $3n \times 3n$  に小さくなるのが分かる．そして  $\mathbf{M}$  の逆行列を求めることで式 (64) を解くことができる．

### 3.3 逆行列計算の削除

式 (64) の  $\mathbf{M}$  は式 (11) で示されるように対角成分のみで構成されている行列なので，各質点 ( $i$ ) について加速度の修正量を  $\Delta\ddot{\mathbf{r}}_{i,k}$ ，質点 ( $i$ ) に作用する力を  $\mathbf{F}_i^*$  で表すと，式 (64)

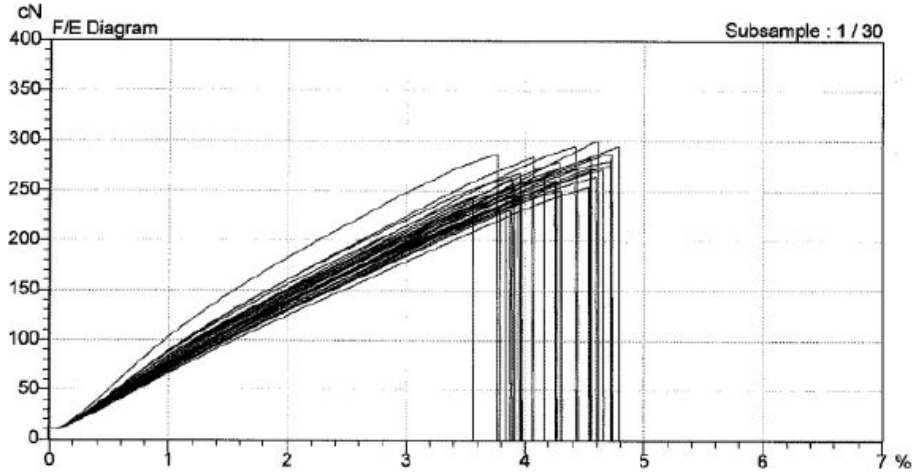


Figure 53: Measuring results of the tensile force with respect to the deformation ratio.

は逆行列を計算しない次式で表すことができる．

$$\Delta \ddot{\mathbf{r}}_{i,k} = \frac{1}{1 - \alpha_m} \left( \frac{1}{m_i} \mathbf{F}_{i,k-1}^* - \ddot{\mathbf{r}}_{i,k-1}^* \right), \quad (1 \leq i \leq n) \quad (65)$$

これによって行列演算の計算負荷を大幅に削減できると考えられる．また  $\ddot{\mathbf{r}}_i$  は各質点に対して互いに独立に処理できるので，処理を並列化することで計算を高速化し易い．さらに糸の全長を長くしたり，質点間の間隔を短くして，質点の個数を増やす大規模化にも対応し易い．

### 3.4 結果と考察

#### 3.4.1 パラメータ

図 53 は引張試験機で糸の伸びを測定したもので，縦軸は引張力 (cN) を，横軸は伸び率 (%) を表している．引張力と伸び率はおおよそ線形関係にあり，伸び率が約 4～5% に達すると破断している．この結果を基に式 (61) の係数  $K$  は，伸び率 4% で引張力 250cN の線形ばねとして次式で表すものとする．

$$K = 250 \times 10^{-2} / 0.04 = 62.5 \quad (66)$$

一方式 (61) の減衰係数  $C$  は測定ができないので，減衰比  $\zeta$  を用いて次式を仮定する．

$$C/l_i = 2\zeta \sqrt{(l_i \rho_{yarn}) (K/l_i)}, \quad C = 2\zeta l_i \sqrt{\rho_{yarn} K}, \quad (2 \leq i \leq n)$$

Table 5: Constant parameters in the numerical simulation.

	variable	value
Tensile stiffness coefficient	$K$	62.5 N
Tensile damping coefficient	$C$	$1.26 \times 10^{-4}$ Nm
Damping ratio	$\zeta$	0.6
Other parameters		the same values as Table.2

表5は方法Aと方法Bの数値シミュレーションに用いるパラメータを示す．記載のない他のパラメータは表2と同じ値を使用する．

また本節では方法Aと方法Bの比較だけでなく，方法Bについてばね係数  $K$  を基準の実験値 ( $K = 62.5$  式 (66)) とその3倍 ( $K = 187.5$ ),  $1/2$  倍 ( $K = 31.3$ ),  $1/3$  倍 ( $K = 20.8$ ) の4種類について計算時間のばらつきを調べる．これはばね係数の違いによって系全体の剛性が変化し，Newton Raphson 法による収束計算の回数が増減し，計算時間が変動すると考えられたからであり，計算時間が  $K$  に依らずほぼ同じであれば今回の結果で方法AとBの間の有意差が確かめられる．

### 3.4.2 方法Aと方法Bの計算時間

本節では計算方法の違いによる計算時間の違いを検討する．表6に各方法を用いたときの計算時間を示す．計算条件は時間刻み  $h = 1\mu\text{s}$ ，タイムステップは 1,000,000 で，1secの運動を数値シミュレーションするものとする．第2.10.2節でおこなった数値シミュレーションのプログラムはGNU octave[119]で作成しており，式(21)を解く方法Aは，表のNo.1に示すように544時間を要した．これに対して表No.2に示すように，式(64)を解く方法Bの処理時間は274時間に短縮できた．しかし本研究の目的は繊維機械のモデルベース開発に糸モデルを活用することなので，処理時間を更に大幅に削る必要がある．そこで方法Aと方法Bについて，octaveからC++言語に移植して高速化を図った結果をそれぞれ表のNo.3, No.4に示す．No.3, No.4における行列とベクトルの演算はoctaveの行列演算ライブラリであるliboctaveを利用している．表中のNo.1とNo.2またはNo.3とNo.4を比較すると方法Bの方が方法Aより1.5～2倍高速であることが分かり，liboctaveを使用する方法B(No.4)の処理時間は，octaveの方法A(No.1)より約3.4倍速いことが分かる．しかしまだ処理時間は158時間を要し，モデルベース開発に利用するのに実用的な時間には達していない．処理が遅い原因はliboctaveが任意サイズの行列を扱うためのメモリ管理であると推測される．そこで方法Bについてのみ，liboctaveの代わりに独自に

Table 6: Elapsed time in the numerical simulations with each solving method.

No.	programing language	matrix library	method	elapsed time[hours]	speed ratio
1	octave	implemented	A	544	1.0
2	octave	implemented	B	274	2.0
3	c++	liboctave	A	271	2.0
4	c++	liboctave	B	158	3.4
5	c++	original	B	8	68.0

Table 7: Elapsed time for the conditions with each tensile stiffness value  $K$ .

method		A		B							
tensile stiffness K				K=187.5		K=62.5		K=31.3		K=20.8	
elapsed $T_1$ [ms]		880		598	-32.0%	574	-34.8%	576	-34.5%	588	-33.2%
$(T_1 - T_2)$ [ms]		7	sysstime	7	sysstime	7	sysstime	7	sysstime	7	sysstime
calc. time $T_2$ [ms]		874	16.75	591	10.33	567	10.38	570	10.11	582	10.21
details[ms]	ext. force	55	1.07	58	1.07	56	1.07	57	1.04	58	1.06
	inn. force	61	1.12	73	1.31	70	1.29	70	1.26	72	1.30
	cnt. force	120	2.17	127	2.26	123	2.29	124	2.25	128	2.26
	solver	632	11.95	333	5.66	318	5.70	318	5.54	323	5.57
	misc	4	0.43	0	0.02	0	0.03	0	0.02	0	0.02

ext. force: time for gravitational force & drag

inn. force: time for bending force & bending damping force (+tensile & tensile damping force)

cnt. force: time for contact force

作成した行列演算ライブラリをプログラムに組み込み、高速化を図る。その結果、処理時間を8時間(No.5)に短縮することができ、当初の方法(No.1)より約70倍高速化できた。

次に、方法Bについてばね係数を変化させたときの計算時間に対する影響を調べる。方法Aは方法Bより遅いので、No.05で計算した方法Bに対応する方法Aの計算はおこなっていない。よって比較は、liboctaveを用いたNo.3とNo.4を用いておこなう。表7は方法Aと方法Bの数値シミュレーションに要する各平均時間を表している。時間 $T_1$ は1 time stepの処理に要する時間(elapsed time)を、 $T_2$ はそのうち計算処理に要する時間(system time)を表している。更に計算処理時間のうち、接触力を除く外力(ext. force)、内力(inn. force)、接触力(cnt. force)と連立方程式を解くソルバ(solver)の各処理に要する時間の内訳を示す。またそれらの処理のうち、システムが専有する時間(sysstime)を”system”欄の下に示す。方法Bについては、方法Aの要する時間と比較して短縮できる時間の比率を $T_1$ の横に併記する。

表7について、1タイムステップの処理に要する時間をそれぞれ積算グラフにしたもの

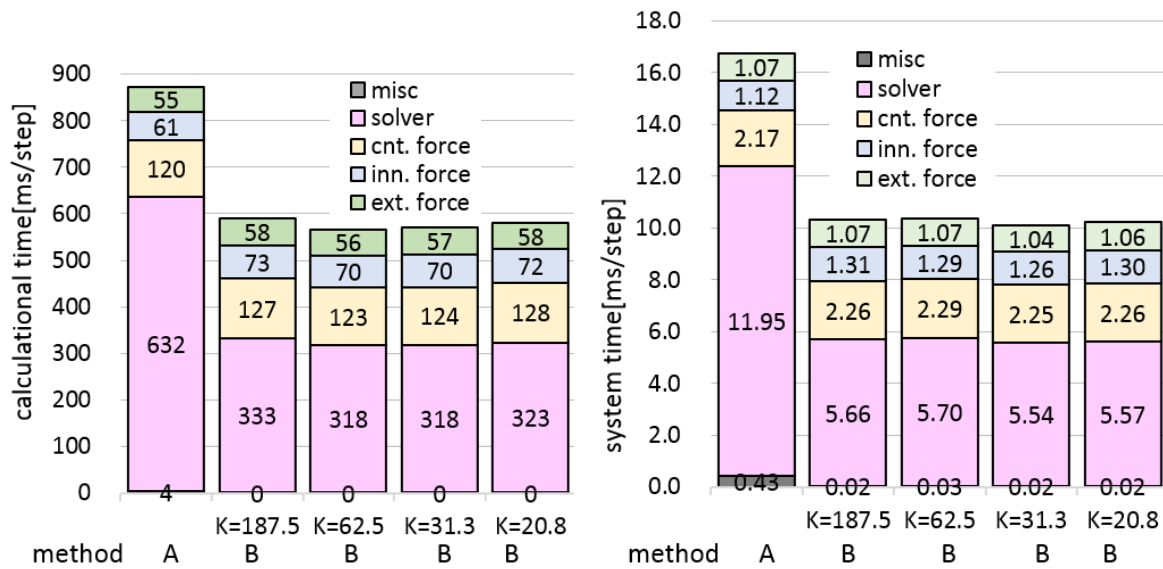


Figure 54: Elapsed time for each condition as shown in Tbl.6. Figure 55: System time for each condition as shown in Tbl.6.

を図 54 に、システム時間を図 55 に示す。これらを見ると、方法 B は方法 A より計算時間を約 32～35%短縮できることが分かる。これは式 (16) を式 (63) に置き換えることで、ソルバの専有時間が約 50%に減少している効果が大いいためである。方法 B の内力計算の時間が方法 A より大きくなっているのは、方法 A はソルバの処理で糸の引張方向の拘束力に関する未定定数  $\Lambda$  を求めているのに対し、方法 B は式 (61) から求めているためである。これらのことより、方法 B でばね係数  $K$  を変化させても、所要時間は大きく変化していないので、方法 B はばね係数の依らず方法 A より高速に計算できるといえる。

### 3.4.3 方法 A と方法 B の計算結果の比較

本節では方法 A と方法 B の計算結果の違いを比較する。図 56 は方法 B( $K = 62.5$ ) のシミュレーション結果と高速度カメラの映像を同じ巻位置で重ねあわているもので、図の左上に時刻、右上に解舒した巻数を示し、それぞれ”exp.”, ”sim.” の記号とともに表している。これに対応する方法 A の数値シミュレーション結果は図 30 である。同様に表 5 の条件で引上速度  $V$  を 1,600m/min に変更したときの方法 B の数値シミュレーション結果を図 57 に、対応する方法 A の結果は図 31 である。これらを見ると、方法 B の計算結果は方法 A とほぼ同じ計算結果を示している。また方法 B の計算結果を実験結果と比較すると糸の運動をよく表していることが分かる。よって本章の方法 B( $K = 62.5$ ) は、解舒運動の数値シミュレーションにおいて、妥当性のある結果を示しているといえる。

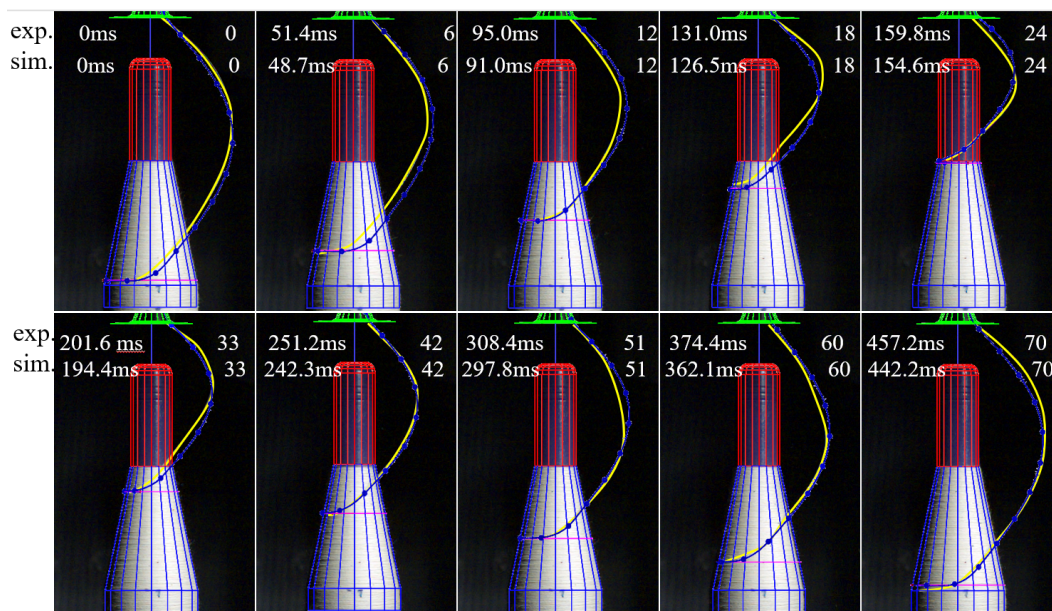


Figure 56: Yarn shapes in method B at pulling velocity  $V = 1,000\text{m/min}$  and  $K=62.5$ (sim., blue lines), and in the experimental results (exp., yellow lines), (Please see Fig.30 in method A).

方法 B( $K = 62.5$ ) を用いて引上速度  $1,000\text{m/min}$ ,  $1,600\text{m/min}$  で数値シミュレーションした引上点近傍の糸張力の時系列変化をそれぞれ 図 58, 図 59 に示す. 対応する方法 A の結果はそれぞれ 図 32, 図 33 である. また方法 B( $K = 62.5$ ) を用いて解舒点近傍の糸張力の時系列変化をそれぞれ 図 60, 61 に示す. これに対応する方法 A の結果は, それぞれ 図 34, 図 35 である. これらの図において, 灰線は  $0.1\text{msec}$  毎の張力を, 黒線は表 4 のローパス FIR フィルタを用いて高周波成分を取り除いた張力を示す. 赤点線は単純平均張力を, 黄線は  $20\text{ms}$  区間の標準偏差, 青線はボビンから糸が動き出す位置 (解舒点) のボビン軸方向の位置を表している. これらを見ると方法 A では張力の変動は激しく平均張力値が小さいが, 方法 B では張力の変動は少なく平均張力値が大きいことが分かる. これは方法 A では引張方向の接続部に急激に力が作用するのに対し, 方法 B ではばねとダンパにより力の変動を平滑化しているためと考えられる.

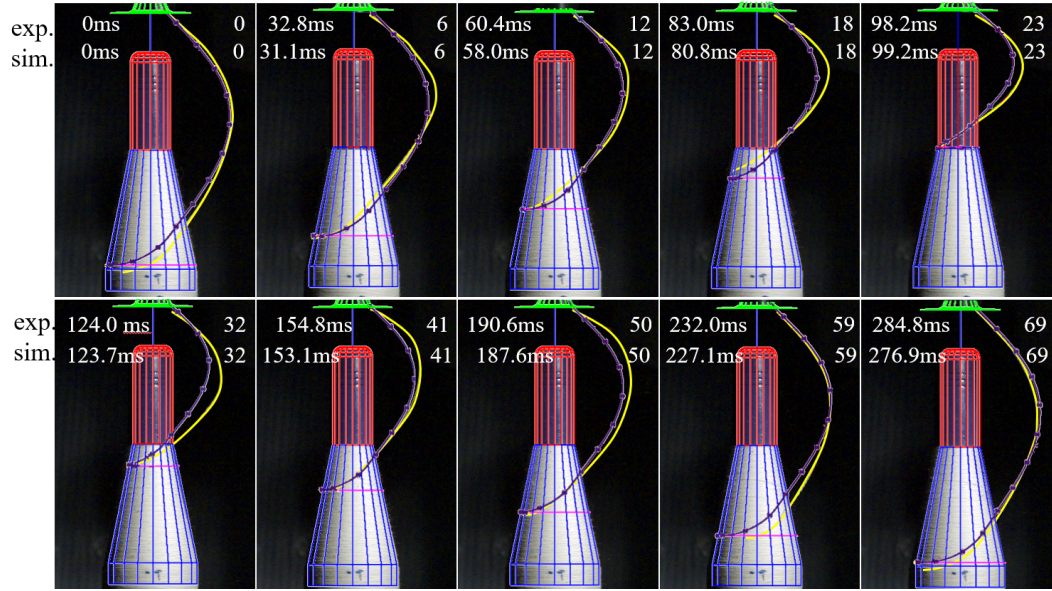


Figure 57: Yarn shapes in method B at pulling velocity  $V = 1,600\text{m/min}$  and  $K=62.5$  (sim., blue lines), and in the experimental results (exp., yellow lines). (Please see Fig.31 in method A).

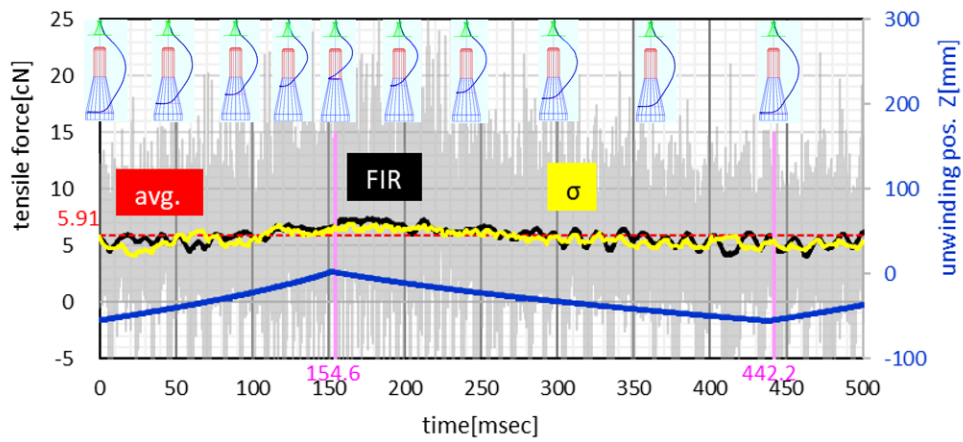


Figure 58: Tensile force at the pulling point in method B at pulling velocity  $V = 1,000\text{m/min}$  and  $K=62.5$ . (Please see Fig.32 in method A).

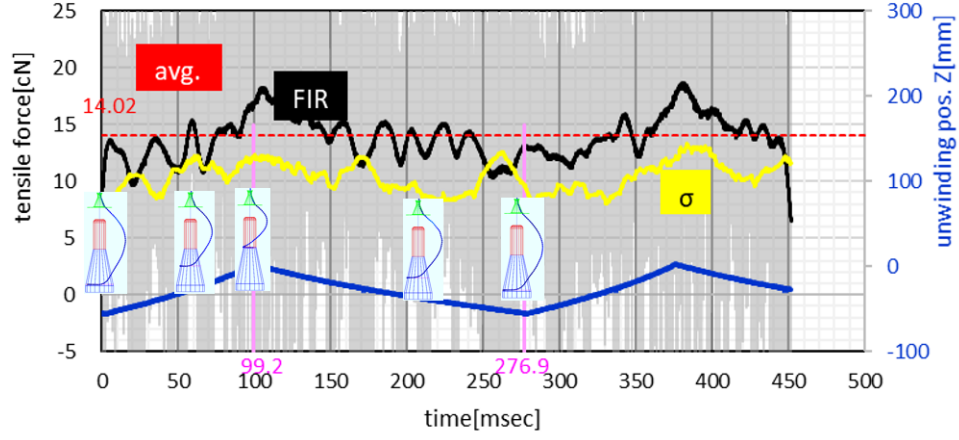


Figure 59: Tensile force at the pulling point in method B at pulling velocity  $V = 1,600\text{m/min}$  and  $K=62.5$ . (Please see Fig.33 in method A).

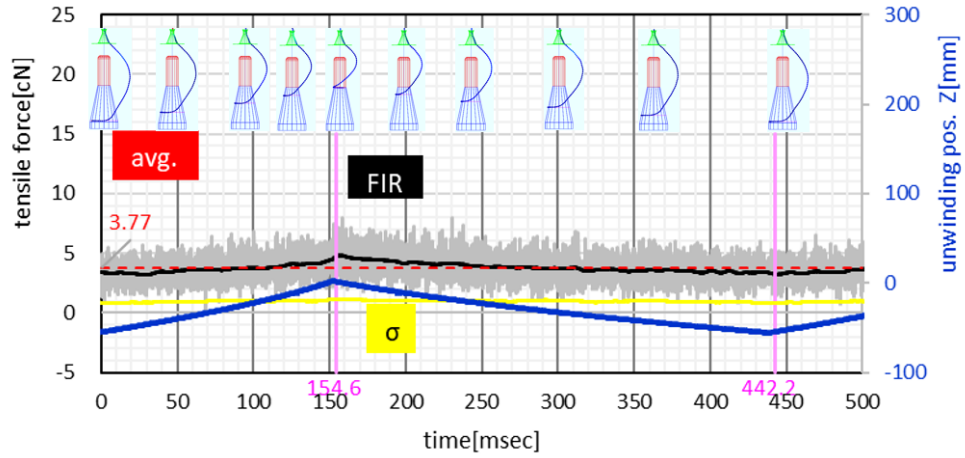


Figure 60: Tensile force at the unwinding point in method B at pulling velocity  $V = 1,000\text{m/min}$  and  $K=62.5$ . (Please see Fig.34 in method A).

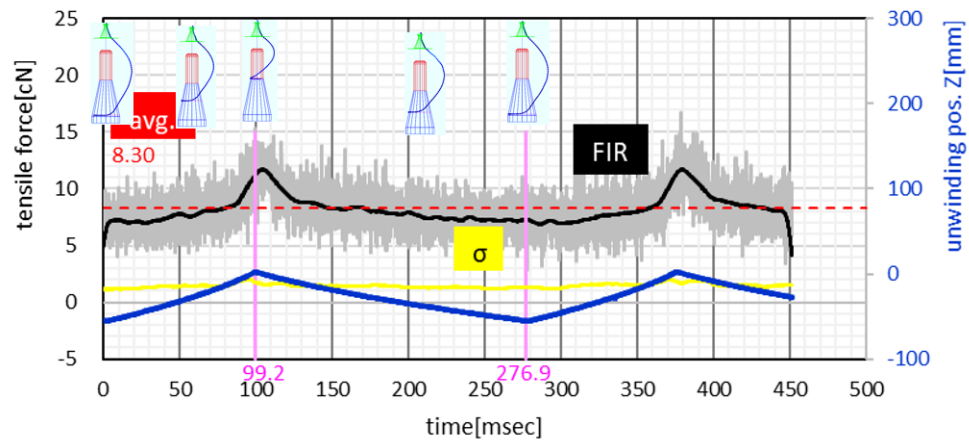


Figure 61: Tensile force at the unwinding point in method B at pulling velocity  $V = 1,600\text{m/min}$  and  $K=62.5$ . (Please see Fig.35 in method A).

図 62, 63, 64, 65, 66 と図 67, 68, 69, 70, 71 はそれぞれ引上速度 1,000, 1,600m/min で, 方法 B で数値シミュレーションしたときの糸の各場所に作用する張力を示している. グラフの縦軸は 糸のポビン軸方向の位置を, 横軸は各場所の糸張力を表している. 対応する方法 A の数値シミュレーションの結果は図 42, 43, 44, 45, 46 と図 47, 48, 49, 50, 51 である. これらを見ると方法 B は, 方法 A に対して特徴的な差異は見られず, 解舒点位置が上部にあるときに引上点の張力は大きく, 下部にあるときは小さい傾向は同じである. 更に方法 B もまたアイレットの接触によって, 引上点の張力は大きな影響を受けている.

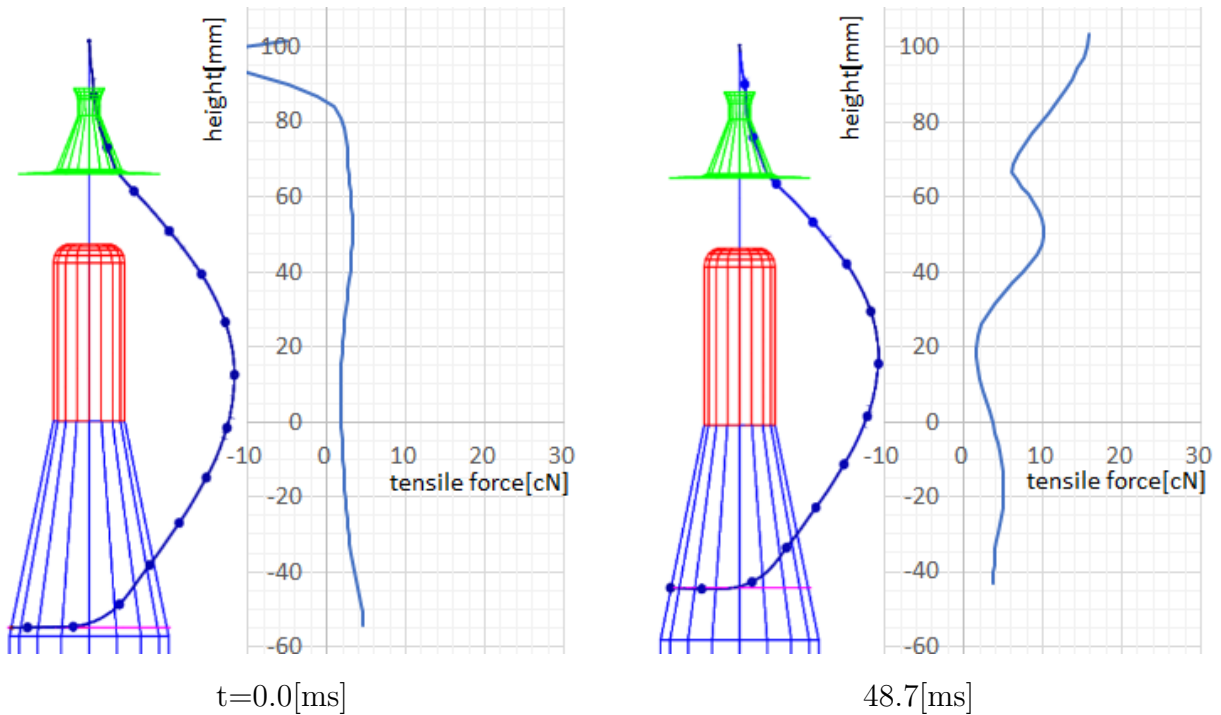


Figure 62: Tensile force in method B at pulling velocity  $V=1,000\text{m/min}$ , (Please see Fig.42 in method A) (#1/5).

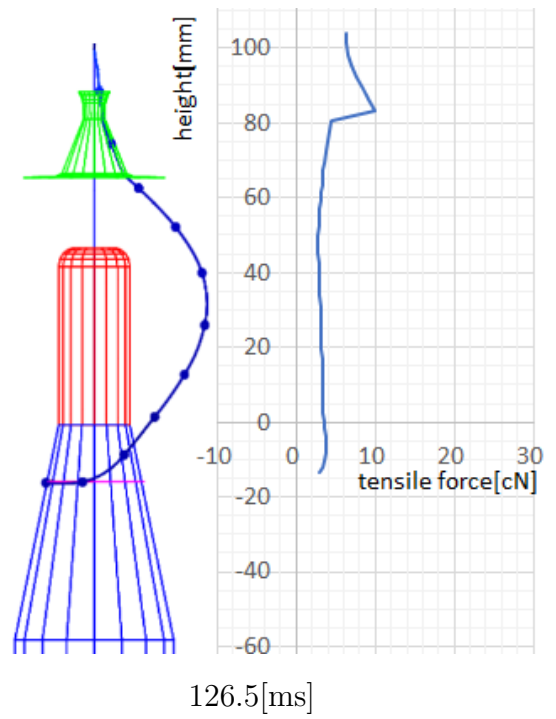
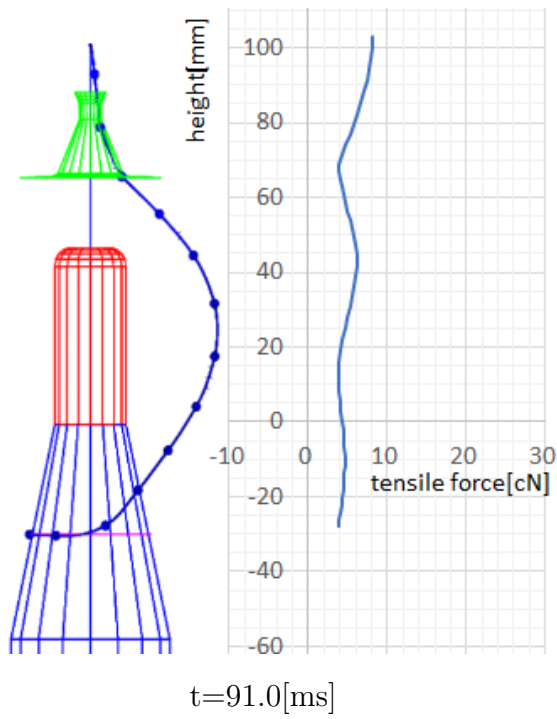


Figure 63: Tensile force in method B at pulling velocity  $V=1,000\text{m/min}$ , (Please see Fig.43 in method A) (#2/5).

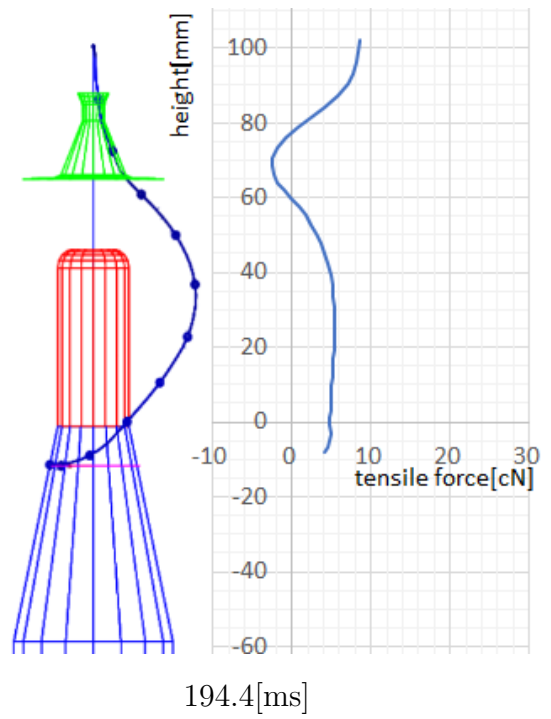
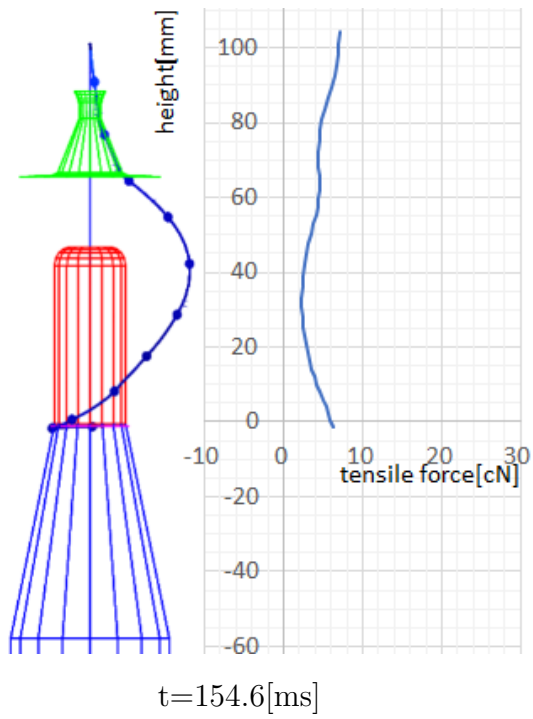


Figure 64: Tensile force in method B at pulling velocity  $V=1,000\text{m/min}$ , (Please see Fig.44 in method A) (#3/5).

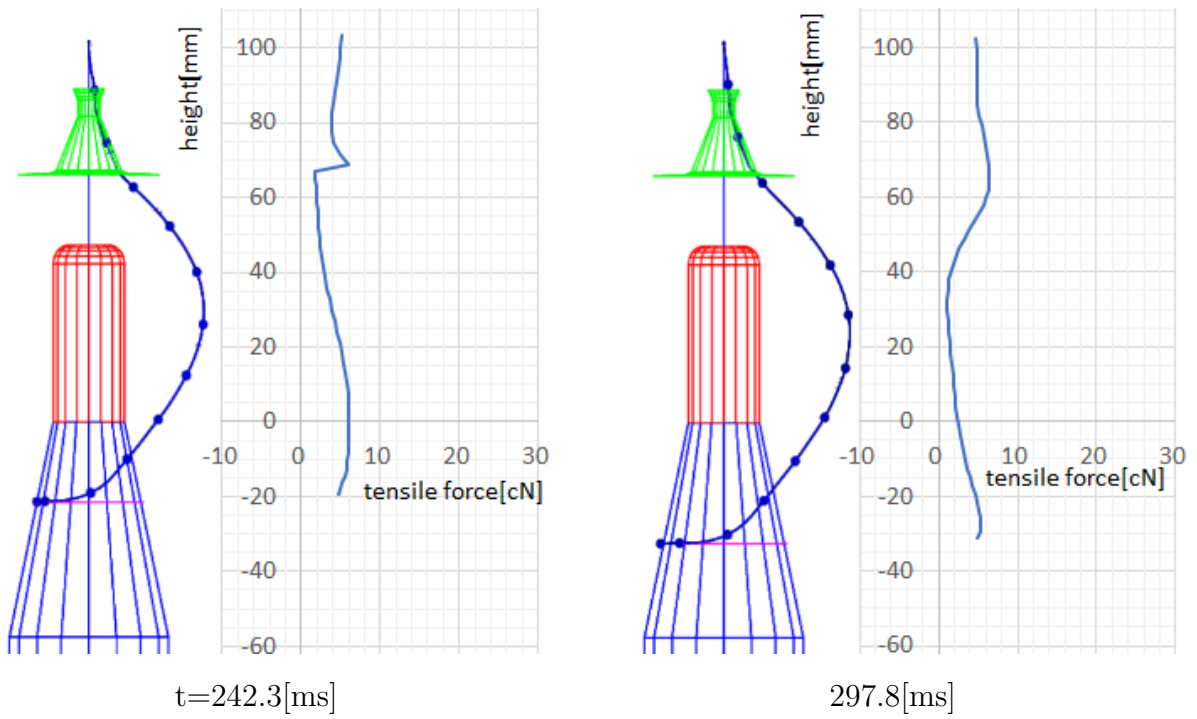


Figure 65: Tensile force in method B at pulling velocity  $V=1,000\text{m/min}$ , (Please see Fig.45 in method A) (#4/5).

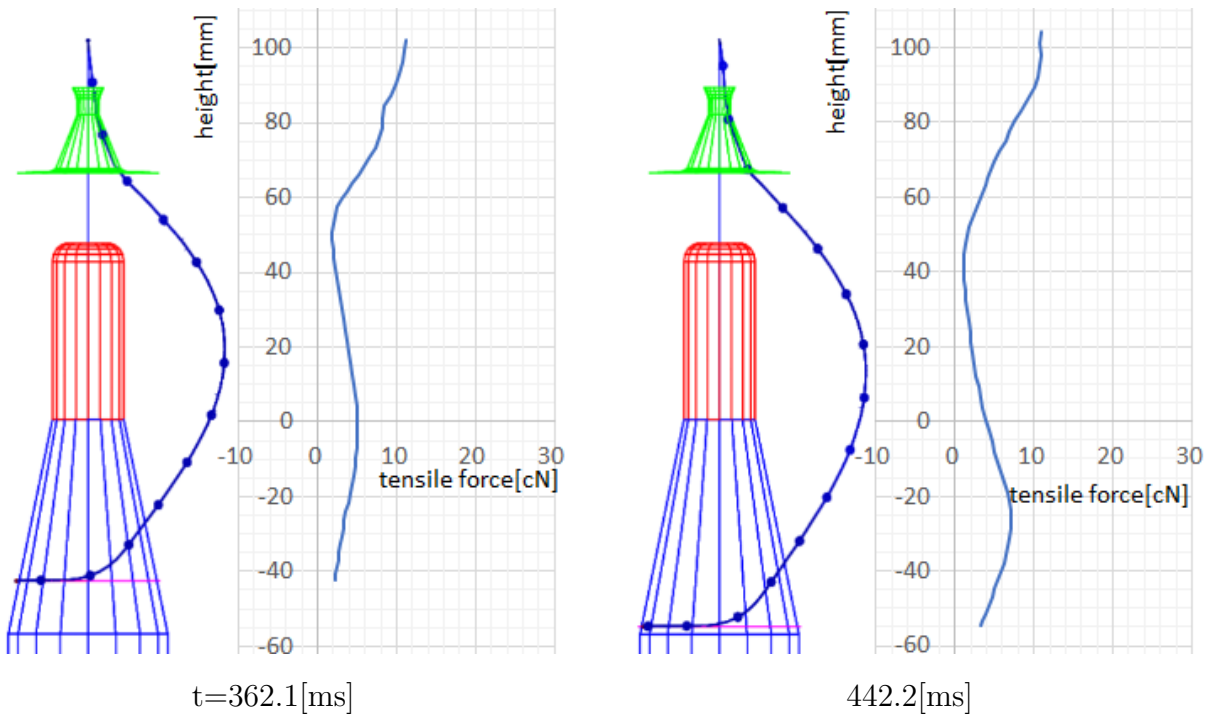


Figure 66: Tensile force in method B at pulling velocity  $V=1,000\text{m/min}$ , (Please see Fig.46 in method A) (#5/5).

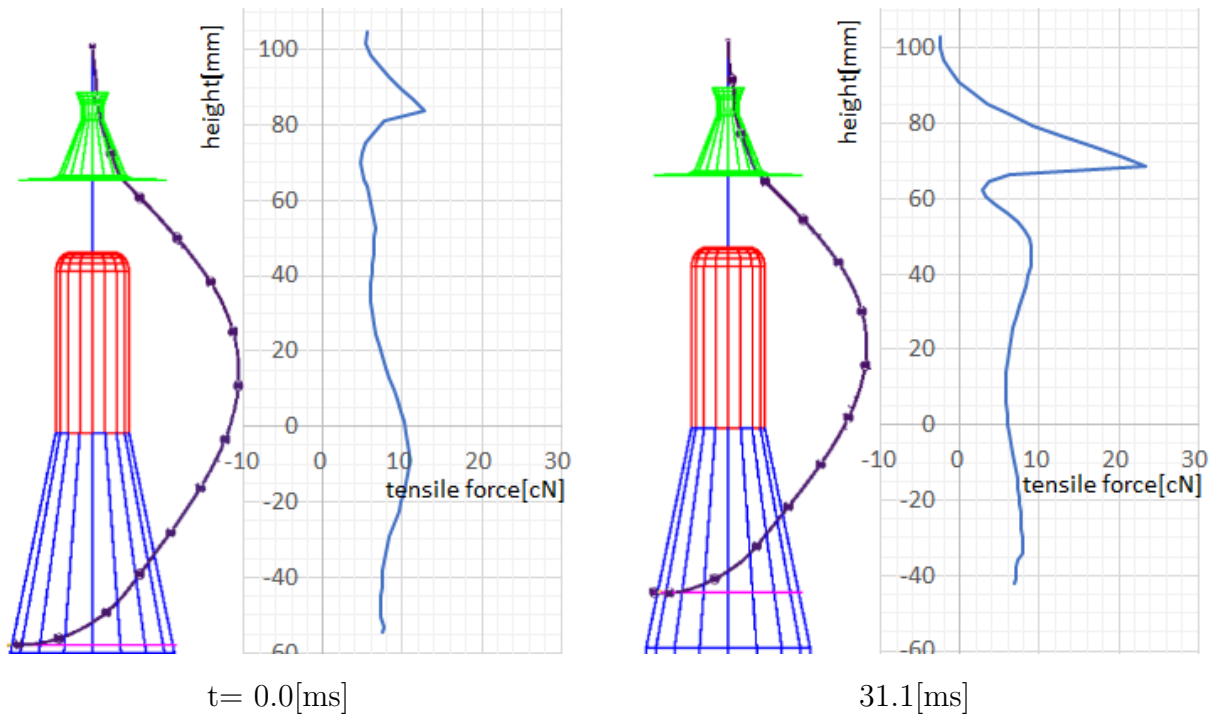


Figure 67: Tensile force in method B at pulling velocity  $V=1,600\text{m/min}$ , (Please see Fig.47 in method A). (#1/5)

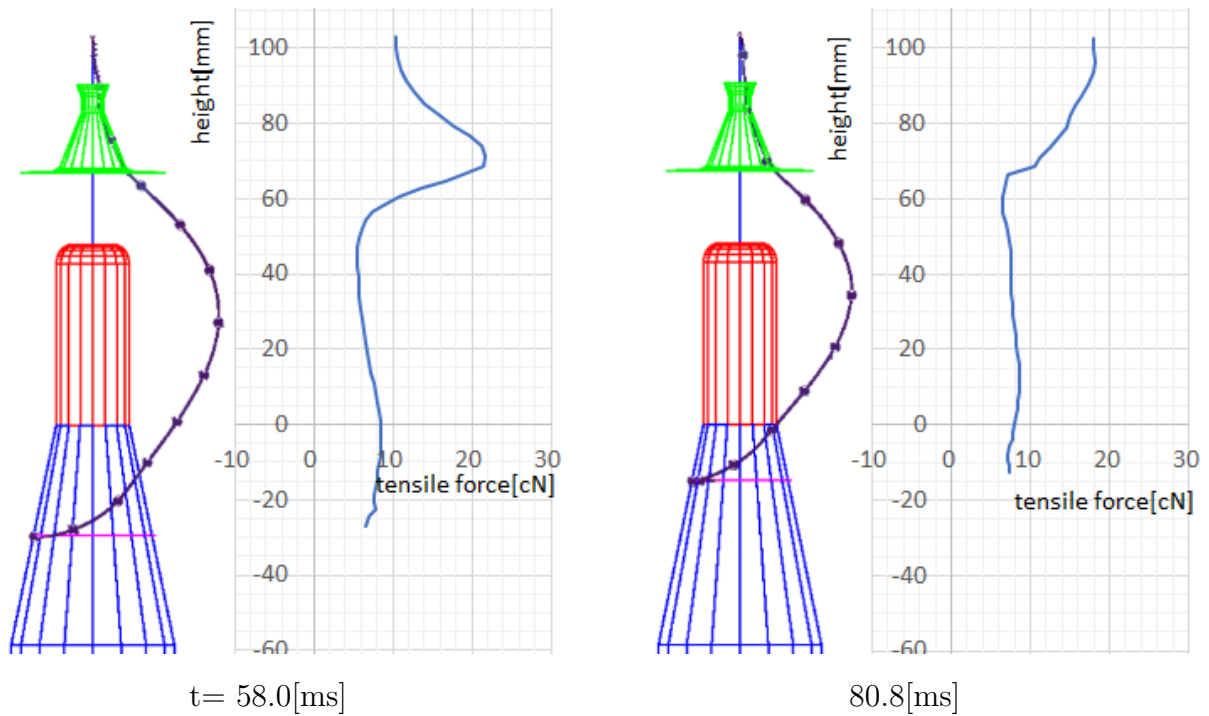


Figure 68: Tensile force in method B at pulling velocity  $V=1,600\text{m/min}$ , (Please see Fig.48 in method A). (#2/5)

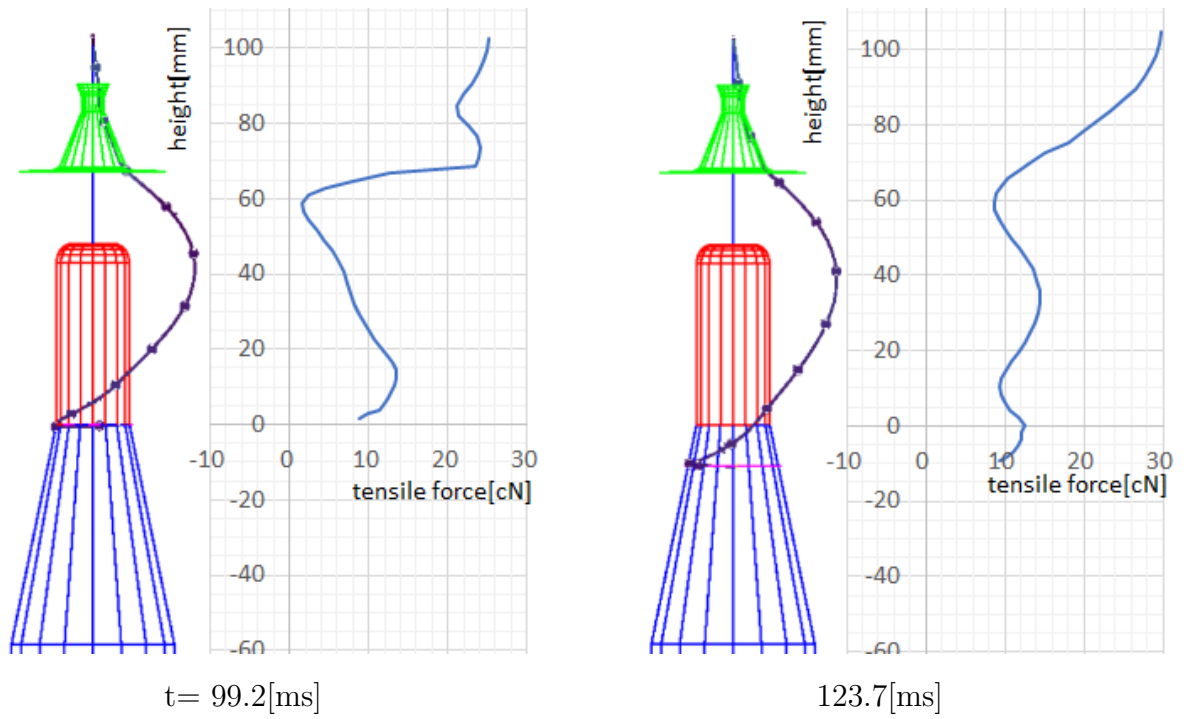


Figure 69: Tensile force in method B at pulling velocity  $V=1,600\text{m/min}$ , (Please see Fig.49 in method A). (#3/5)

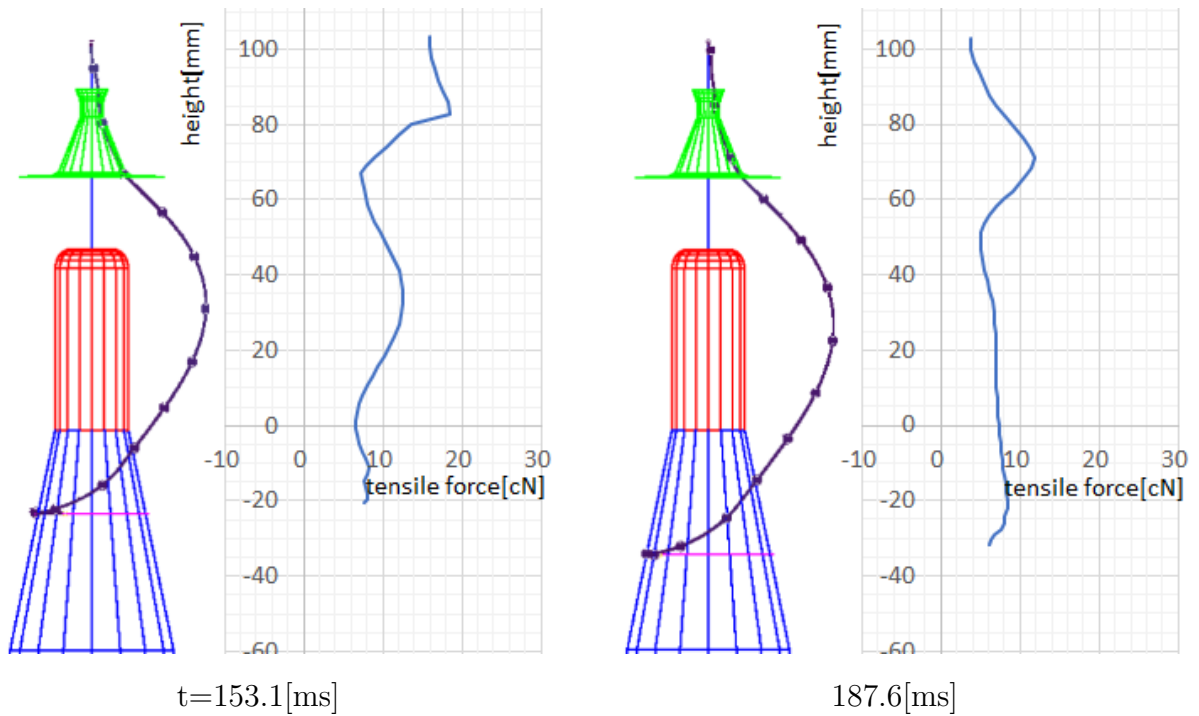


Figure 70: Tensile force in method B at pulling velocity  $V=1,600\text{m/min}$ , (Please see Fig.50 in method A). (#4/5)

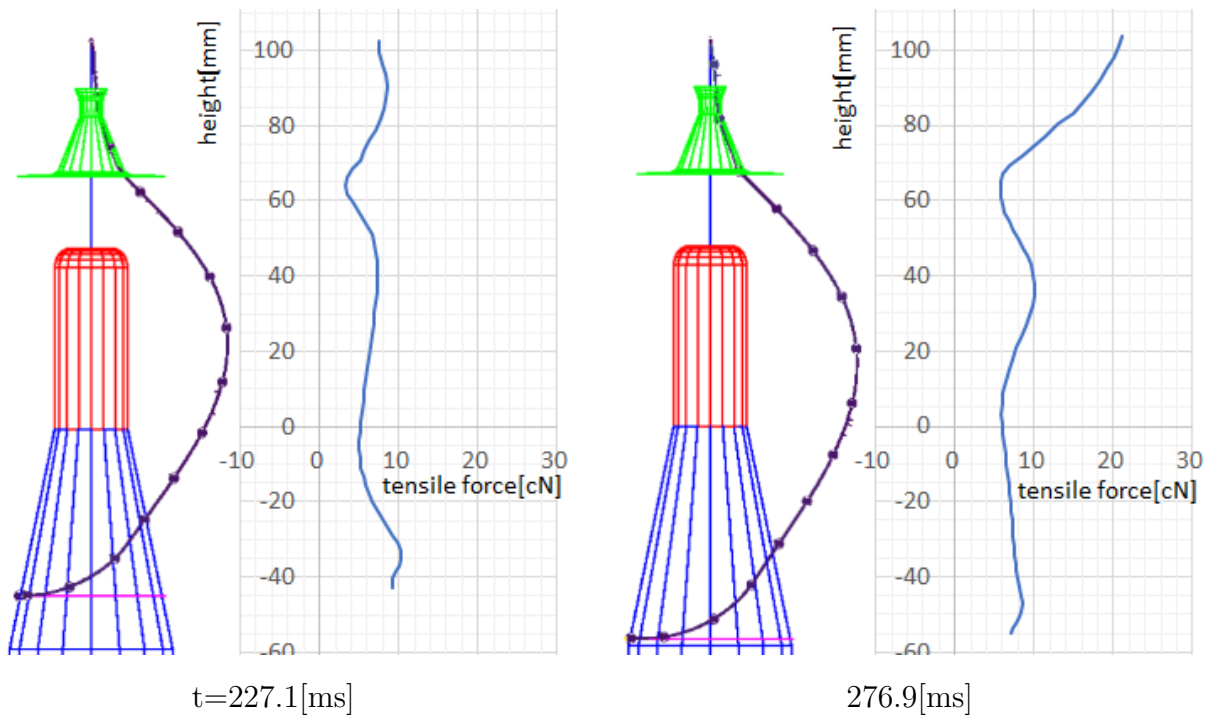


Figure 71: Tensile force in method B at pulling velocity  $V=1,600\text{m/min}$ , (Please see Fig.51 in method A). (#5/5)

### 3.4.4 ボビンの巻糸形状の違いによるバルーン形状

ボビンに巻かれている巻糸は解舒が進むに連れて少なくなり巻形状が変化して、バルーン形状や糸に作用する張力は時間とともに変動する．前節までは，ボビンに巻糸が十分にあり状態について糸が巻糸上を1往復解舒される運動を数値シミュレーションした．ボビンに糸が十分に巻かれた状態から，ほとんど無い状態まで一連の運動を考察するには数km分の糸を数値シミュレーションしなければならず，現在の計算速度では膨大な計算時間を必要とする．そこで一連の糸の動きを簡易的に把握するため，巻糸の残量が異なる5種類の状態のボビンについて，方法Bを用いて巻糸上を糸が1往復する数値シミュレーションを行い，その結果を実験映像と重ね合わせて比較した．結果は巻糸の多い順に図72，図73，図74，図75，図76に示す．ボビンや巻糸の形状寸法は高速度カメラ映像よ

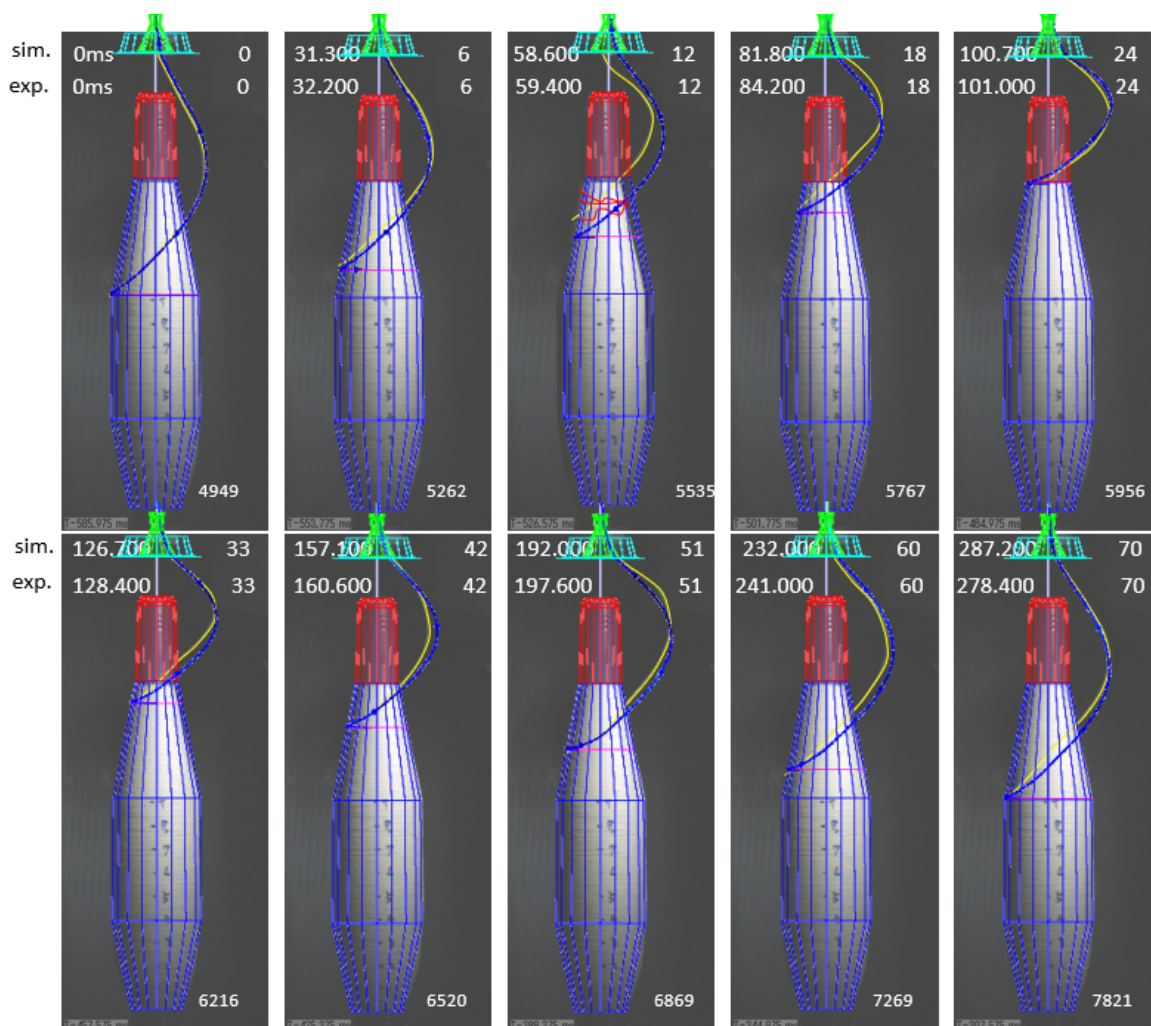


Figure 72: Balloon shape in bobbin No.1 at pulling velocity  $V = 1,600\text{m/min}$ .

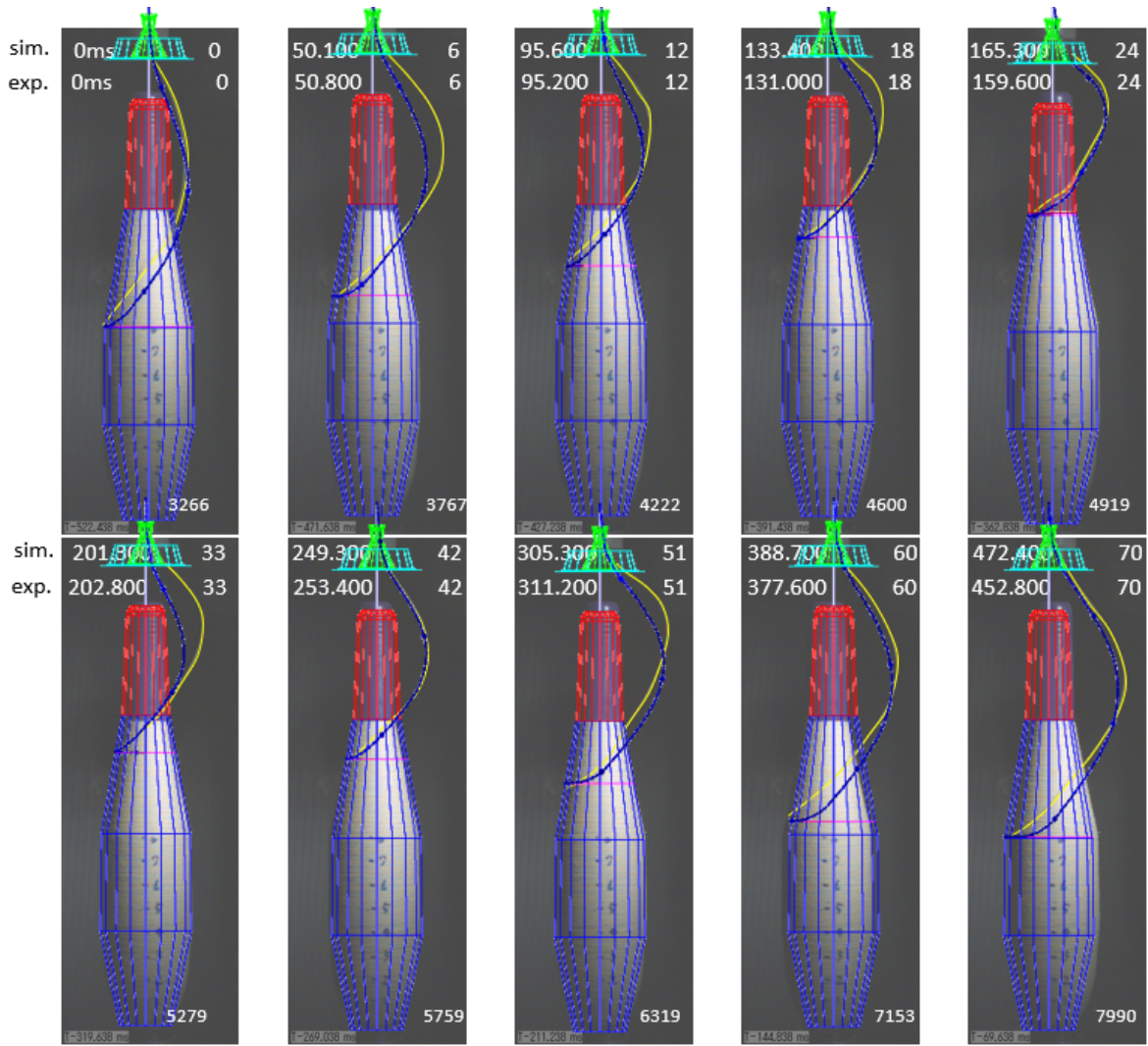


Figure 73: Balloon in bobbin shape No.2 at pulling velocity  $V = 1,000\text{m/min}$ .

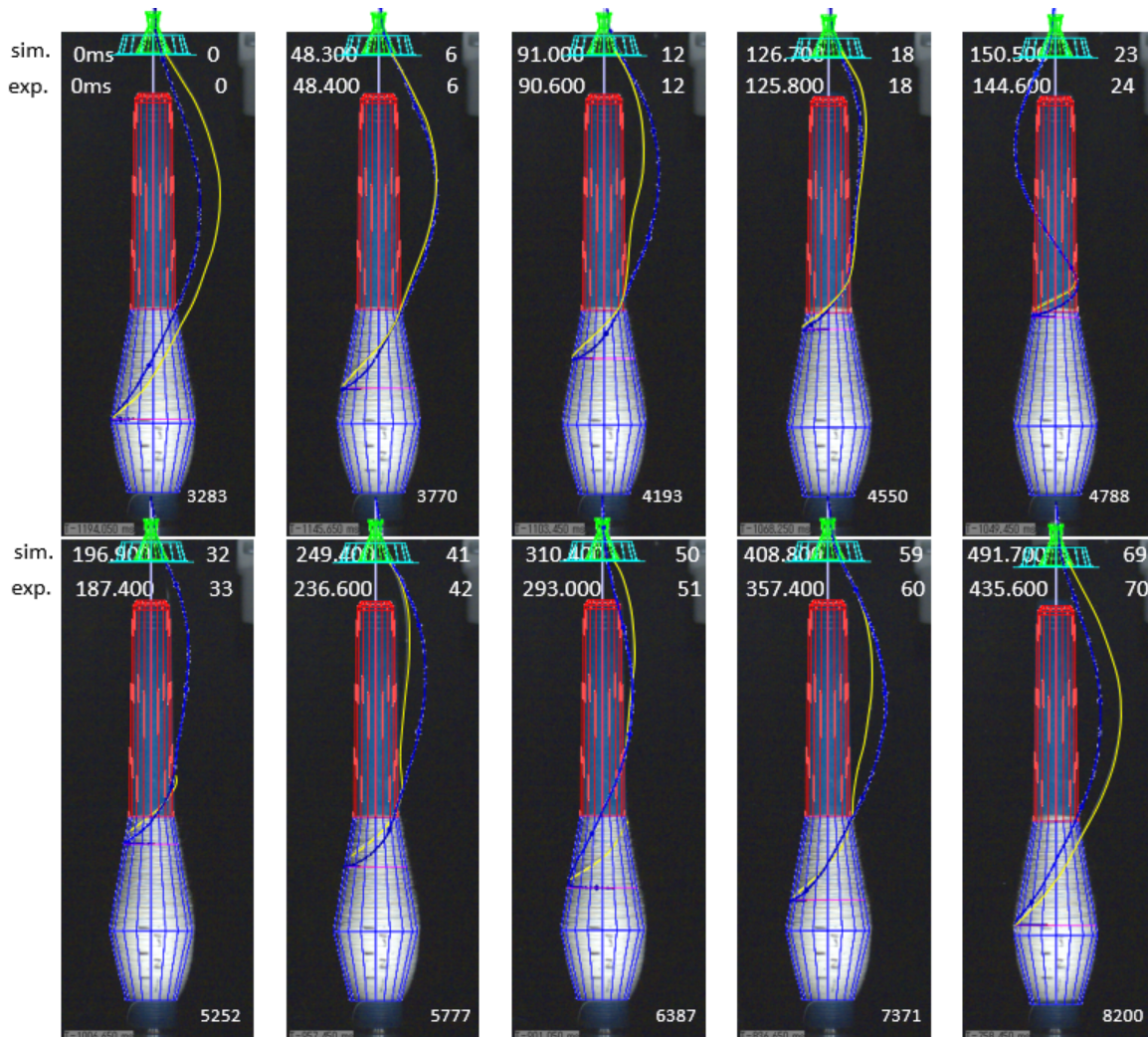


Figure 74: Balloon in bobbin shape No.3 at pulling velocity  $V = 1,000\text{m/min}$ .

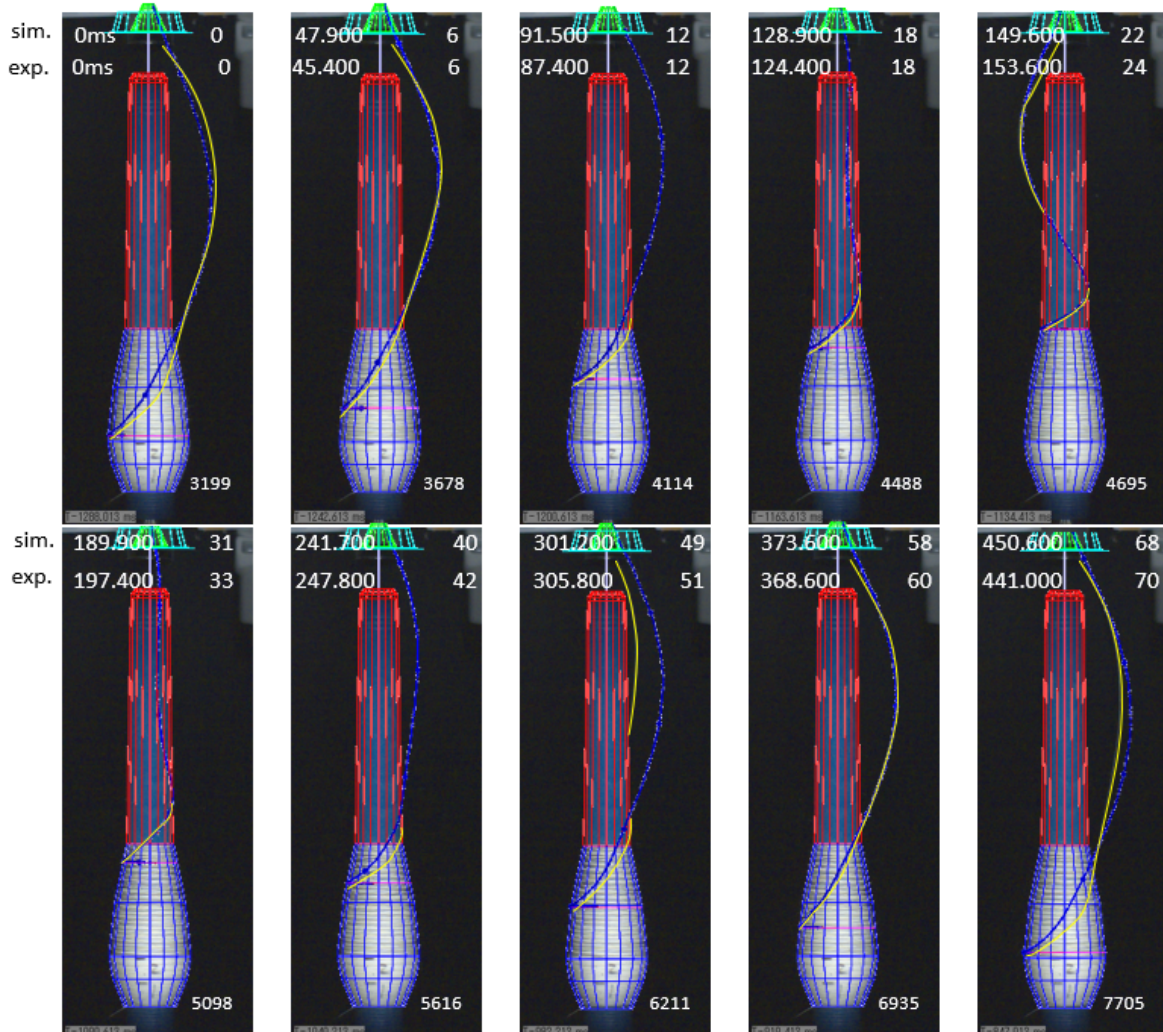


Figure 75: Balloon in bobbin shape No.4 at pulling velocity  $V = 1,000\text{m/min}$ .

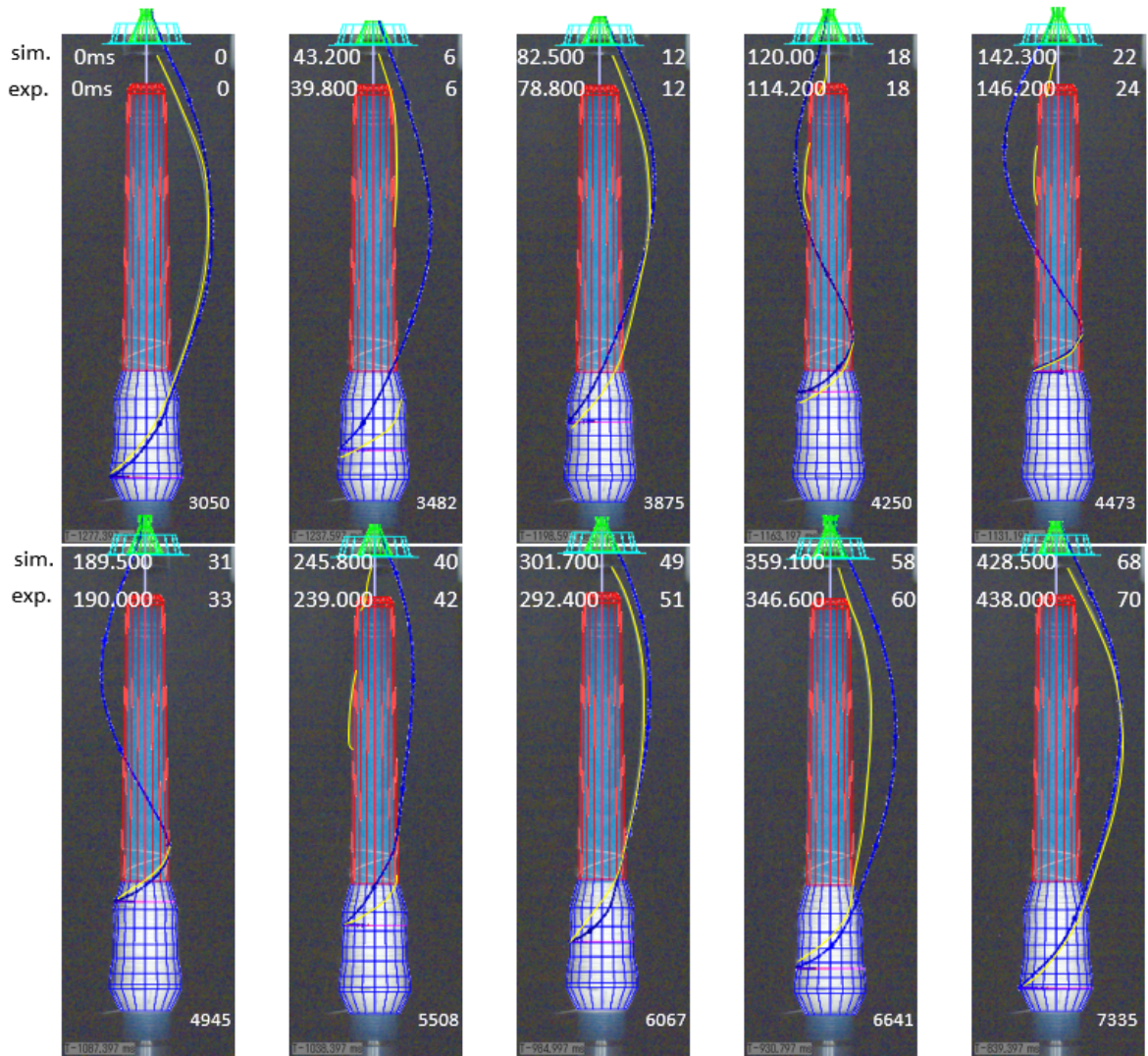


Figure 76: Balloon in bobbin shape No.5 at pulling velocity  $V = 1,000 \text{ m/min}$ .

り実測した．数値シミュレーションのパラメータは表 5 の値を用いる．図 72 の引上速度は  $V = 1,600\text{m/min}$  であり，他の図は  $V = 1,000\text{m/min}$  であることを注記する．これらの図を見ると数値シミュレーションによるバルーンの形状は，撮影画像とよく似ていることが分かる．また，図 76 に示す巻糸の形状は，他の図のようなきれいな太鼓型ではなくいびつな形状をしており，また糸はボビンを擦りながら上昇する様子も観察される．よって糸は解舒点からアイレットまで移動する間に，巻糸やボビンから複雑な接触力を受けていることが分かる．にも関わらず，数値シミュレーションの結果は撮影画像とよく似た形状を示している．これらの結果より，巻糸の状態が違っても数値シミュレーション結果は糸の運動をよく再現しているといえる．

### 3.4.5 解舒運動中の糸の力学特性

数値シミュレーションの結果は、実験では得られない糸の各部の力学特性を数値で示すことができる。本節は繊維機械のモデルベース開発に有効と考えるられる数値を計算結果より抽出して示す。

糸は巻糸から引き出されると、巻糸に擦られながら移動し離脱点で巻糸から離脱する。そしてボビンの軸に対して半径方向に広がりながら回転して、遠心力によってバルーンを形成する。図 77 と図 78 は図 72 の数値シミュレーション結果について、それぞれ各高さごとの糸の半径方向位置と速度を示している。

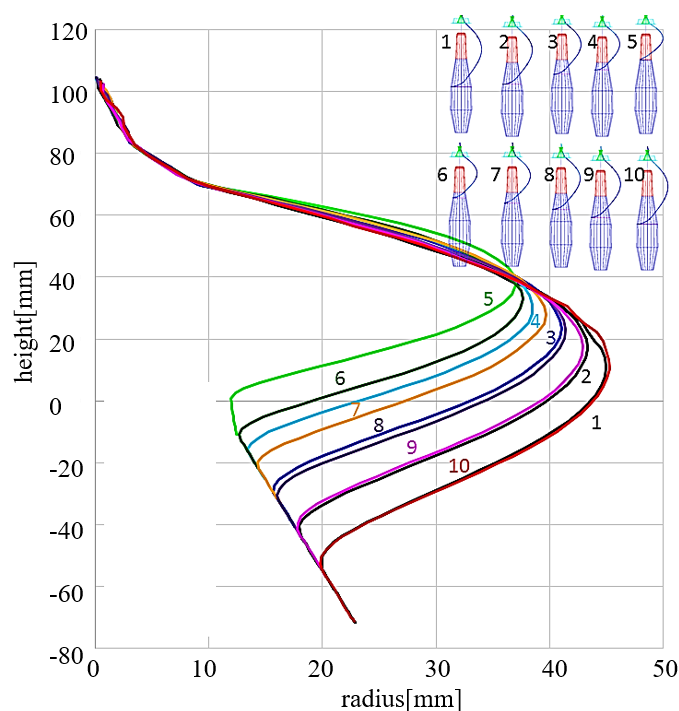


Figure 77: Rotational radius of yarn in bobbin shape No.1 with pulling velocity of  $V = 1,600\text{m/min}$  as shown in Fig.72.

図 79 は引上点の糸の張力の時間変動を示す。この値はテンションセンサを用いて測定することができ、実験との整合性を確認することができる値である。図 80 は解舒点の張力の時間変動を示す。解舒点の張力は、バルーン形状が広がったり閉じたりする挙動に影響を与えると考えられ、実験では測定することができず数値シミュレーションによってのみ把握できる指標である。

図 81 は図上部から、解舒長さ、糸擦れ長さ、糸擦れ高さ、解舒点のボビンの軸方向位置の時間変動を表す。ここで解舒長さとは解舒点から引上点までの長さを指し、解舒点が

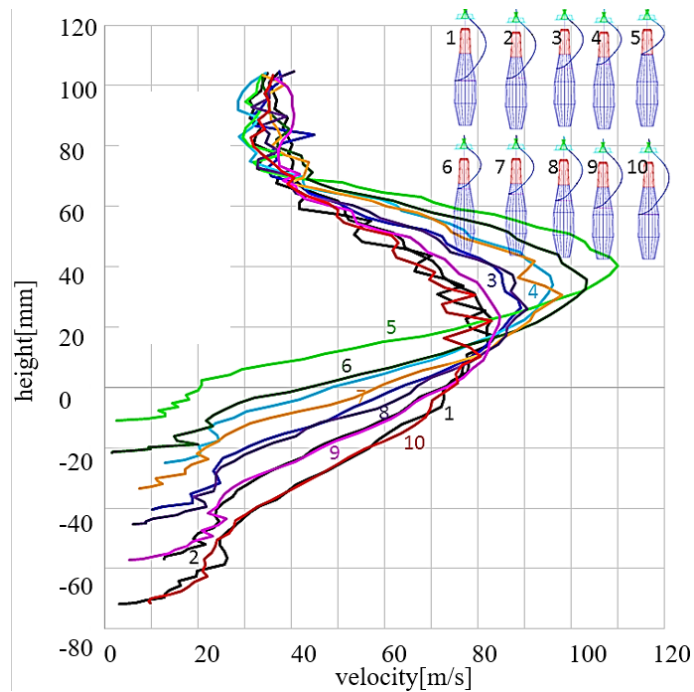


Figure 78: Moving speed of yarn in bobbin shape No.1 with pulling velocity of  $V = 1,600\text{m/min}$  as shown in Fig.72.

ら離脱点までの長さを糸擦れ長さ、そのときのボビン軸方向の高さを糸擦れ高さとして定義する。これらの指標は静止している糸が運動を開始し、バルーンを形成する前の糸の状態を示し、例えば糸擦れ長さが大きいと糸同士が摩擦し糸品質が悪くなり易いと考えられるので、糸品質管理指標として活用できる。なお図中の擦れ長さが階段状に見える理由は、表5に示す質点間距離を約3mmに設定しており、質点が巻糸上から離脱または再付着すると集計処理の都合上擦れ長さが一度に3mm変動するように見えるからである。

図82は図上部から、バルーンの最大径、解舒点擦れ角度、バルーン最大径の位置の回転速度、解舒点のボビン軸方向の位置を表す。ここで解舒点擦れ角度は、解舒点と離脱点を結ぶ糸が巻糸との成す角度とする。これらはバルーンの形状を決定する指標と考えられる。図81と図82の図下に配している橙色の線は、解舒点のボビン軸方向の位置を示しており、巻糸上を解舒点が1往復する間の指標の変動との関係を表している。

ここに詳細を明示することはできないが、図83はある4通りの解舒条件での、引上点の張力変動の数値シミュレーション結果とテンションセンサーで測定した実験値を比較したものである。張力は表4に示すFIRフィルタを用いて高周波成分を取り除いている。これらを見ると、数値シミュレーションの張力の絶対値や変動特性が実験結果とよく一致していることが分かる。よってこの図は、解舒運動をともなう繊維機械の開発において、実

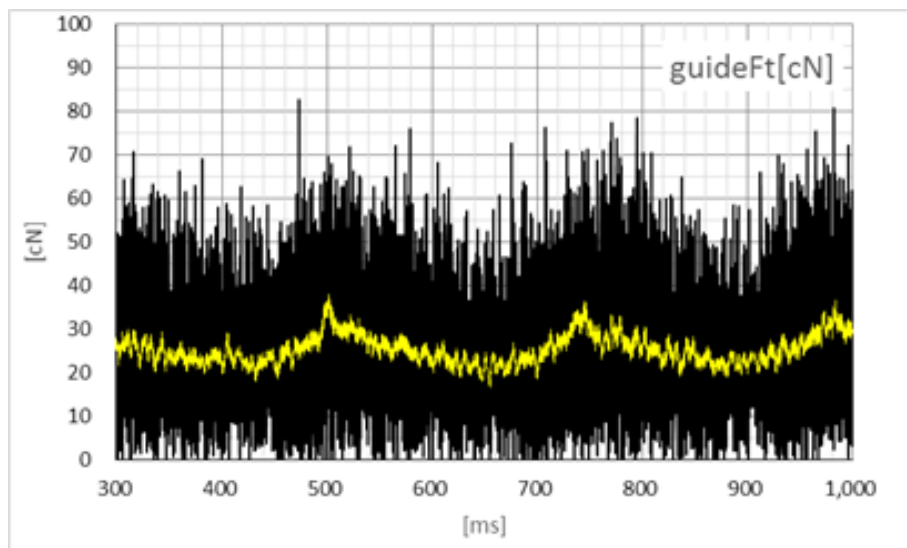


Figure 79: Tensile force at the pulling point in bobbin shape No.1 at pulling velocity  $V = 1,600\text{m/min}$  as shown in Fig.72.

験が困難な事象や構想設計の段階で、数値シミュレーションの結果を活用することは可能であることを示している。

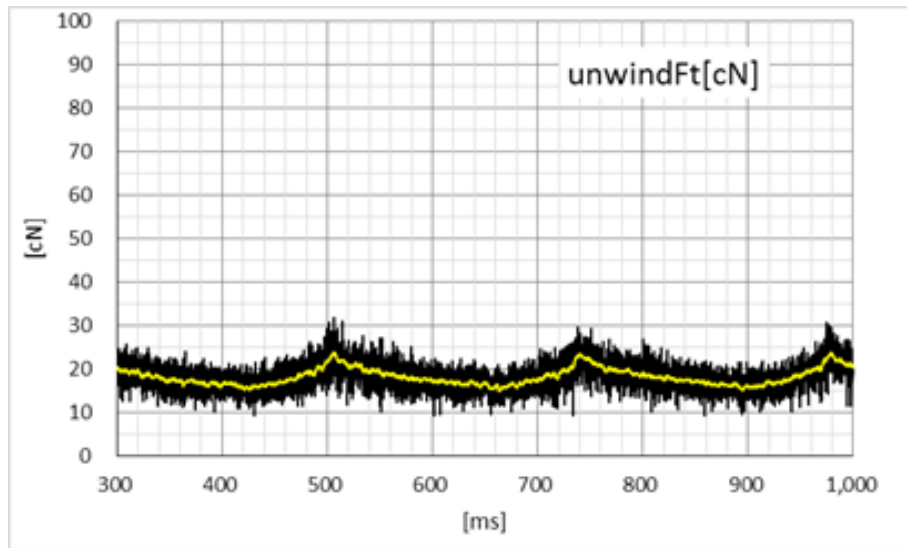


Figure 80: Tensile force at the unwinding point in bobbin shape No.1 at pulling velocity  $V = 1,600\text{m/min}$  as shown in Fig.72.

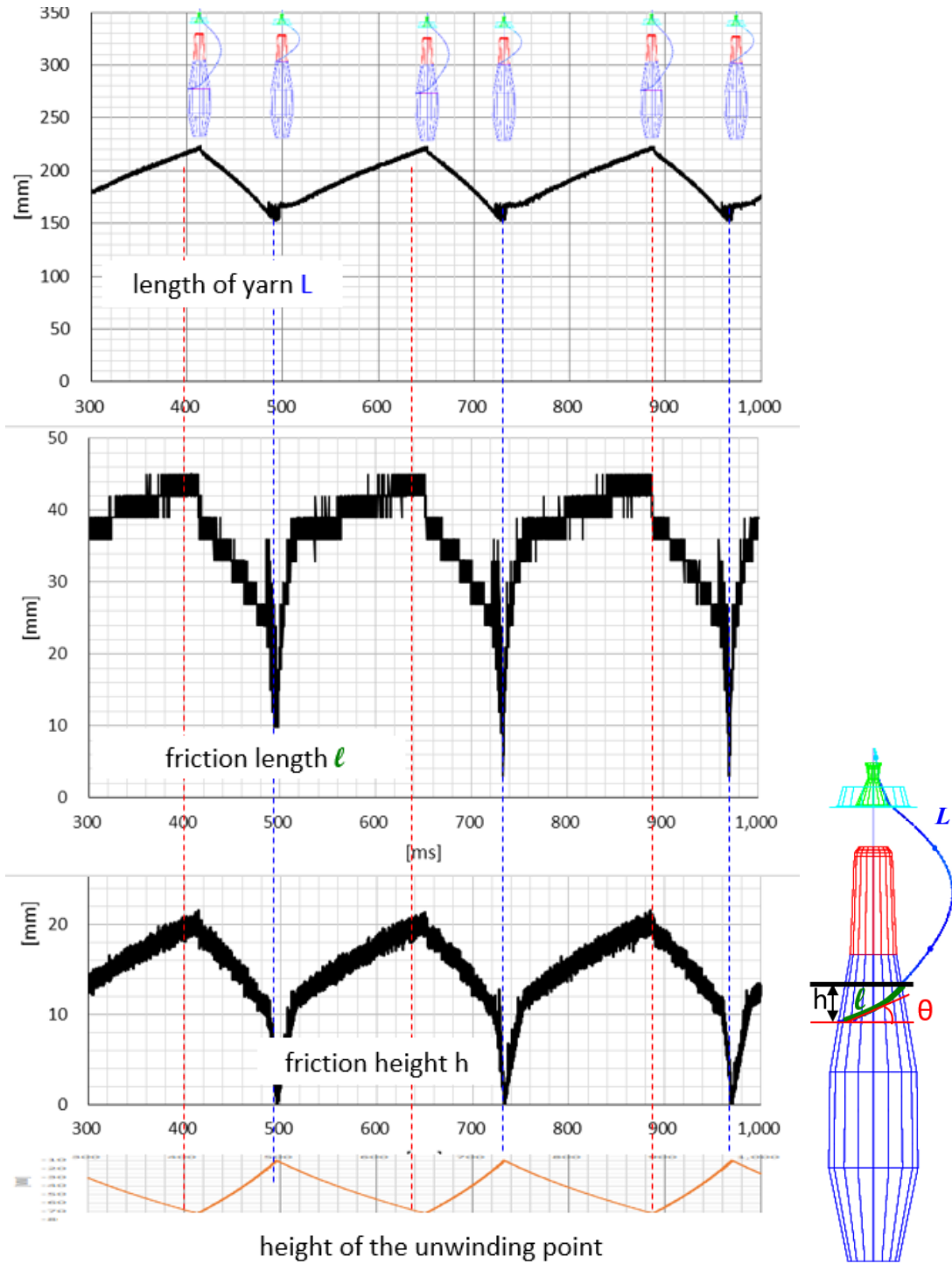


Figure 81: Length of yarn, friction length, friction height and axial position of the unwinding point as shown in Fig.72.

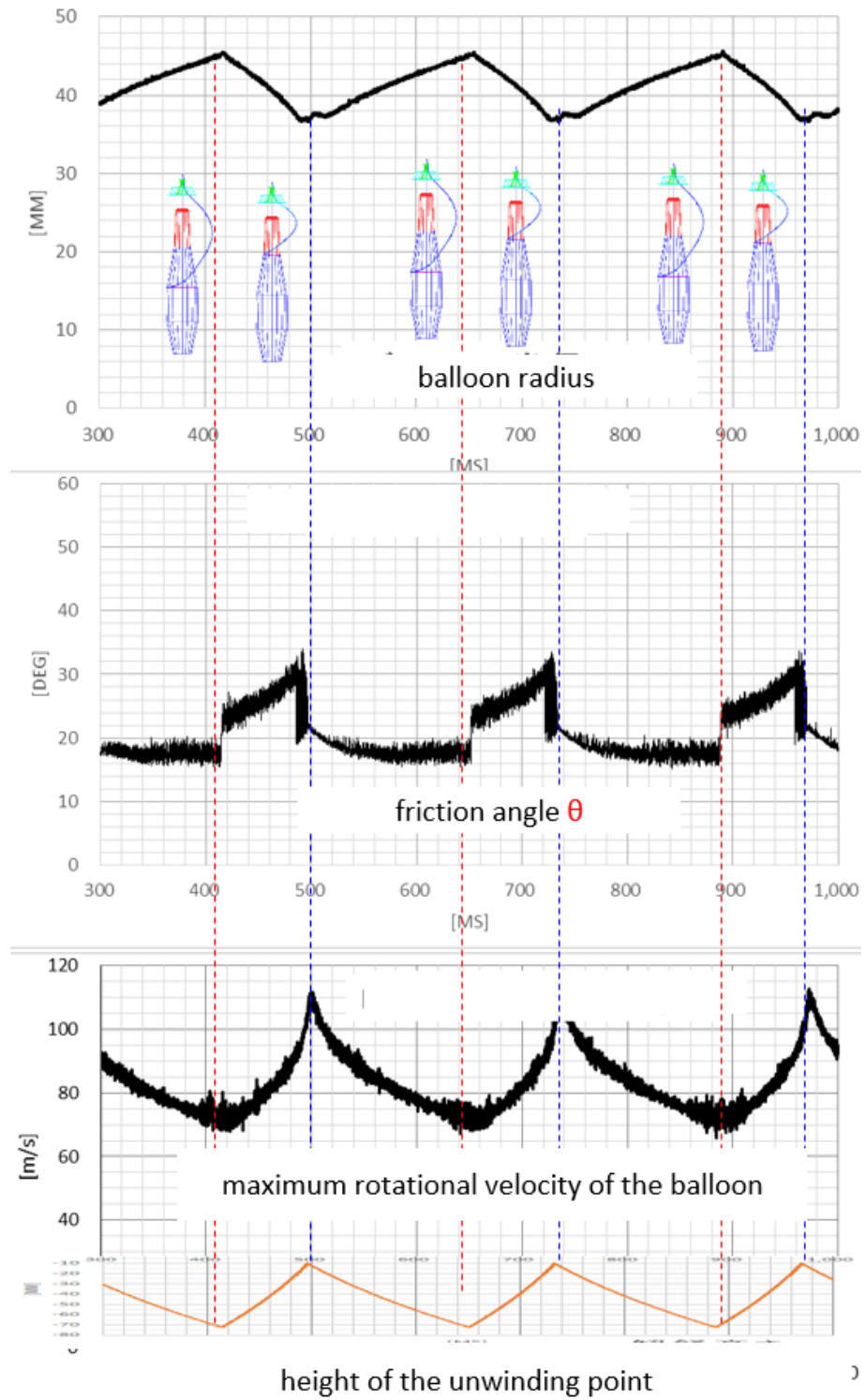
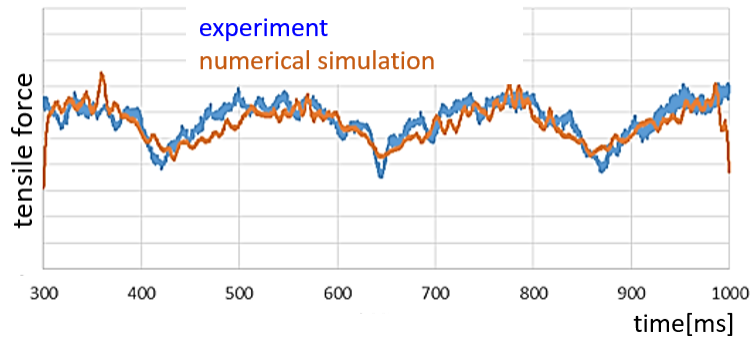
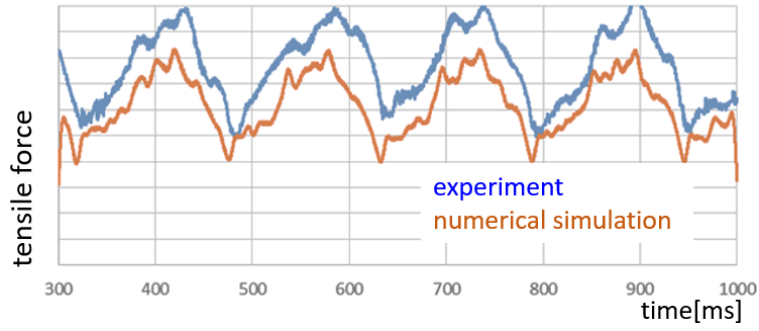


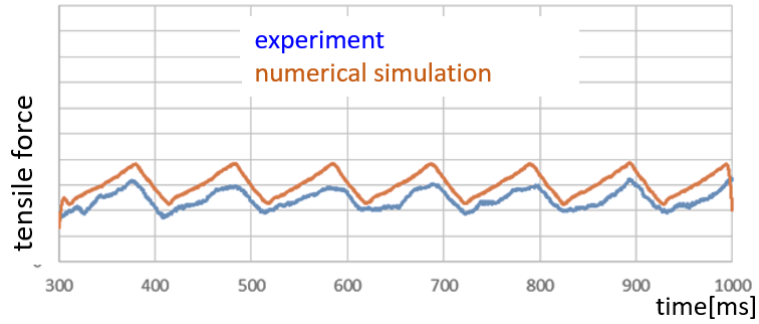
Figure 82: Balloon radius, friction angle, maximum rotational velocity of the balloon and axial position of the unwinding point as shown in Fig.72.



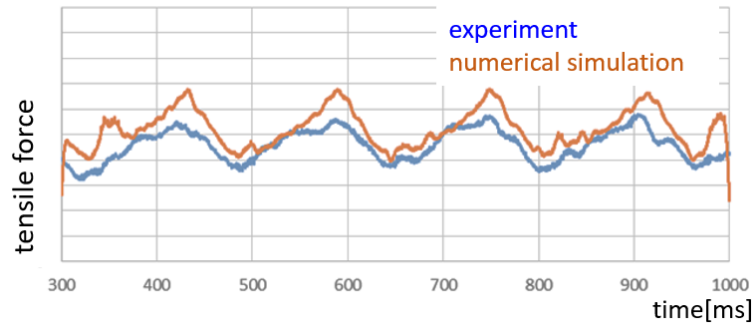
Unwinding condition 1



Unwinding condition 2



Unwinding condition 3



Unwinding condition 4

Figure 83: Tensile forces of the numerical simulation and experimental results at certain conditions (not specified here).

### 3.5 本章のまとめ

本章は第2章で構築した拘束条件により質点を連結した3自由度要素からなる糸モデル(方法A)を改良し,ばねとダンパにより質点を連結する糸モデル(方法B)を構築した.

その結果,運動方程式の係数行列の次数が小さくなり,更に質点間が互いに独立に扱えるようになったことで,方法Bは方法Aの約2倍の計算速度を達成した.その後 octave 言語で記述されたプログラムコードを C++言語と liboctave を用いて書き直し,当初の方法Aと比較して,方法Bは約4倍高速に計算をすることができた.更に liboctave を自作の行列演算ライブラリに置き換えることで当初の方法Aと比較して,約70倍に高速化できた.また方法Bで数値シミュレーションした画像を高速度カメラで撮影した映像と比較した結果,両者はよく一致することが確認できた.更に解舒点での張力変動について,数値シミュレーション結果と実験による測定値を比較したところ,非常によく似た傾向と絶対値を示した.

これらの結果より,本章の糸モデルは繊維機械の解舒問題におけるモデルベース開発に利用できる計算速度と精度を確立できたといえる.

## 4 6 自由度要素からなる糸モデルの構築と解舒運動の数値シミュレーション

### 4.1 本章の目的

本章の目的は、前章で構築した3自由度要素からなる糸モデルを拡張して、6自由度要素を連結した糸モデルを構築し、解舒運動を数値シミュレーションしてその妥当性を検証することである。以降本章の糸モデルを6自由度要素からなる糸モデルと呼ぶ。

第2章、第3章では3自由度要素からなる糸モデルを用いて、解舒運動の数値シミュレーションをおこなった。解舒運動は糸の並進が主たる運動であり、糸の軸周りの回転運動は並進運動に比べてその影響が無視できるほど小さく、解舒運動に類する運動に限定すれば、3自由度要素からなる糸モデルは妥当性のある数値シミュレーションをおこなうことが可能である。しかし合糸機や撚糸機のように、糸をねじることが主たる機能である繊維機械では、軸周りの回転が糸の運動を特徴づけるものであり、これらの繊維機械のモデルベース開発を行うには、ねじれを表現できる糸モデルを構築する必要がある。また解舒運動を詳細に検討すると、糸はボビン壁面やアイレット部壁面から摩擦力を受けて壁面を転がり、糸にねじりを生じさせるので、そのねじりが糸の前後方向に伝播すると考えられる。その結果、糸は撚り方向と逆に大きくねじられ、撚りが解けて糸の引張強度が大きく低下したり破断する可能性がある。3自由度要素からなる糸モデルではこれらを検討することはできないが、6自由度要素からなる糸モデルでは内部に姿勢を表すパラメータを持っているので、運動中の糸に蓄積されるねじり角度を評価することでこれらの検討が可能である。

本章では図84に示すボビン糸の解舒運動を6自由度要素からなる糸モデルで数値シミュレーションし、3自由度要素からなる糸モデルと同等の結果を示すことを確認し、さらに糸が解舒運動中にどのようなねじり特性を示すかを数値化する。

### 4.2 糸モデルの定義

本章で構築する糸モデルは、図85のように短い円柱状のユニットが多数接続されたものとして定義する。図86はそのユニットの1つを表しており、以降計算単位と呼ぶ。計算単位は質量を持つ剛体球と質量0の仮想的な円柱の結合体として定義され、1つの計算単位はばねとダンパの組を4組持っている。それらはそれぞれ仮想円柱の軸方向の伸び、曲げ、ねじり、仮想円柱の軸に垂直な方向のせん断を表している。なお、せん断を表す変

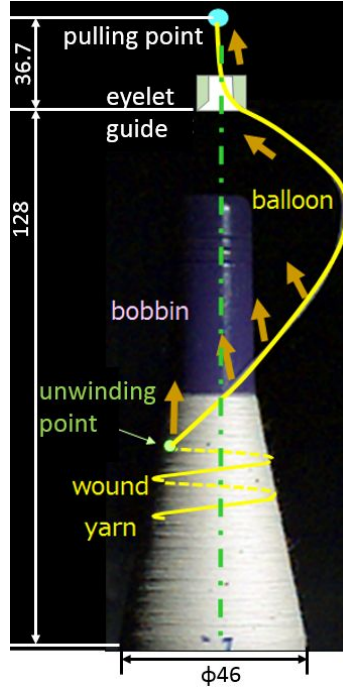


Figure 84: Unwinding motion of yarn.

位は非常に小さく，図 85 ではそのずれが表現されていないことを付記する．以降は  $i$  番目 ( $1 \leq i \leq n$ ) の計算単位を計算単位 ( $i$ ) と呼ぶ．また計算単位 ( $i$ ) を構成する球を球 ( $i$ )，仮想円柱を仮想円柱 ( $i$ ) と呼ぶ．図 87 は，図 85 における計算単位 ( $i$ ) と ( $i+1$ ) の端点の連結部の詳細を表している．計算単位の姿勢やばねとダンパによる内力を定義するために，計算単位の物体上に次節 (第 4.3 節) で説明する 4 つの枠を定義する．この糸モデルにおいて 2 つの計算単位を連結する力は，ばねとダンパによる力なので，図 87 のように仮想円柱 ( $i$ ) の端点と球 ( $i+1$ ) の間には  ${}^0\mathbf{e}_{i,3}$  に垂直な単位ベクトル  ${}^0\mathbf{n}_{i[P]}$  の方向に微小ななずれ  $p_i$  が生じる．図 87 中の赤色で示すばねとダンパは，糸の形状を保つ拘束条件と同じ役割を果たし，仮想円柱 ( $i$ ) のせん断方向の復元力と減衰力として働く．

### 4.3 計算単位の上に定義される枠

綿糸や羊毛糸のような自然繊維の糸は，外力が作用していなくても不均一に曲げやねじりが加えられた形状をしている．本章で扱う糸モデルは，この状態を考慮できるように，計算単位 ( $i$ ) の姿勢を表す座標枠を設定する．図 87 において，空間に固定された基準枠を  $O$  で定義し，3 つの基底ベクトルを  $\mathbf{e}_j (j = 1, 2, 3)$  で表す．また球 ( $i$ ) の重心位置を枠  $O$  で表した代数ベクトルを  ${}^0\mathbf{r}_i$  で定義する．ここで枠は各変数の左肩に付して表

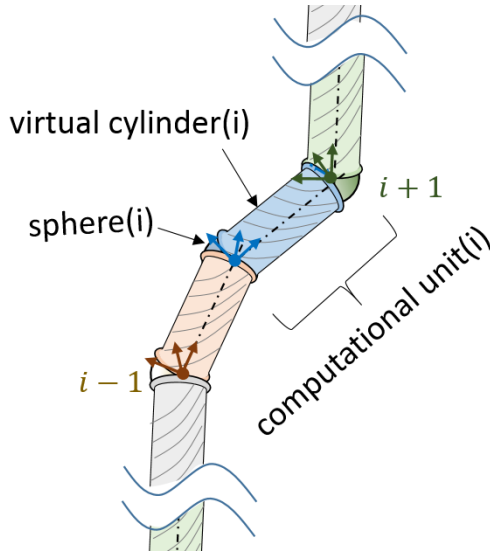


Figure 85: Yarn model constructed by connecting the computational units of 6 degrees of freedom(6DOF)s.

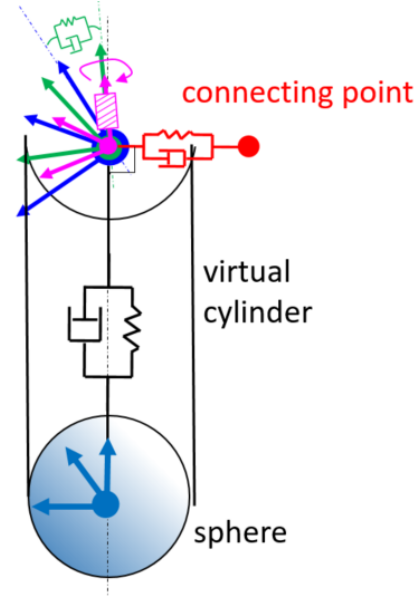


Figure 86: A computational unit.

す. そして球  $(i)$  の姿勢を表す物体棒を棒  $i$  とし, 3つの基底ベクトルを基準棒  $O$  を用いて  ${}^o\mathbf{e}_{i,j} (j = 1, 2, 3)$  で定義する. 仮想円柱  $(i)$  は, 単位ベクトル  ${}^o\mathbf{e}_{i,3}$  の方向に軸を設定し, 自然長  $L_i$  と現在の長さ  $l_i$  を持つものとする. 外力が作用していない状態の糸の曲がりを表す棒  $i[S]$  は, 球  $(i)$  から  $l_i$  離れた仮想円柱の端点の位置に定義され, その基底ベクトルを  ${}^o\mathbf{e}_{i[S],j} (j = 1, 2, 3)$  で定義する. 詳細は第4.4節に記すが, 棒  $i[S]$  の第3軸  ${}^o\mathbf{e}_{i[S],3}$  と棒  $i+1$  の第3軸  ${}^o\mathbf{e}_{i+1,3}$  の成す角度を  $\theta_i$ , 2つのベクトルに垂直な方向の単位ベクトルを  ${}^o\mathbf{n}_{i[B]}$  で定義する. 棒  $i[B]$  は棒  $i[S]$  を  ${}^o\mathbf{n}_{i[B]}$  の軸の周りに  $\theta_i$  回転して定義し, 基底ベクトルを  ${}^o\mathbf{e}_{i[B],j} (j = 1, 2, 3)$  で表す. 詳細は4.5節に記すが, 棒  $i+1$  は棒  $i[B]$  が  ${}^o\mathbf{e}_{i[B],3}$  の軸の周りにねじり角度  $\phi_i$  回転した姿勢を持つ. そして棒  $i[B]$  を  ${}^o\mathbf{e}_{i[B],3}$  方向に  $\phi_i$  回転した棒を  $i[T]$  と定義する. その基底ベクトルは  ${}^o\mathbf{e}_{i[T],j} (j = 1, 2, 3)$  で表される. よって棒  $i[T]$  は, 棒  $i+1$  と同じ姿勢を持ち, 原点の位置が異なる. 棒  $i[S]$ , 棒  $i[B]$ , 棒  $i[T]$  の原点の位置はいずれも同じ仮想円柱  $(i)$  の端点に設定され, 棒  $i[T]$  の原点と棒  $i+1$  の原点の間は図87に示すように距離  $p_i$  離れている. 棒  $i[T]$  の原点から棒  $i+1$  の原点に向かうベクトルを  ${}^o\mathbf{p}_i$ , その長さを  $p_i$ ,  ${}^o\mathbf{p}_i$  の方向の単位ベクトルを  ${}^o\mathbf{n}_{i[P]}$  とする. 棒  $i$  の原点から棒  $i+1$  の原点に向かうベクトル  ${}^o\mathbf{a}_i$  を定義すると,  $l_i$ ,  ${}^o\mathbf{p}_i$ ,  $p_i$ ,  ${}^o\mathbf{n}_{i[P]}$  は次式で

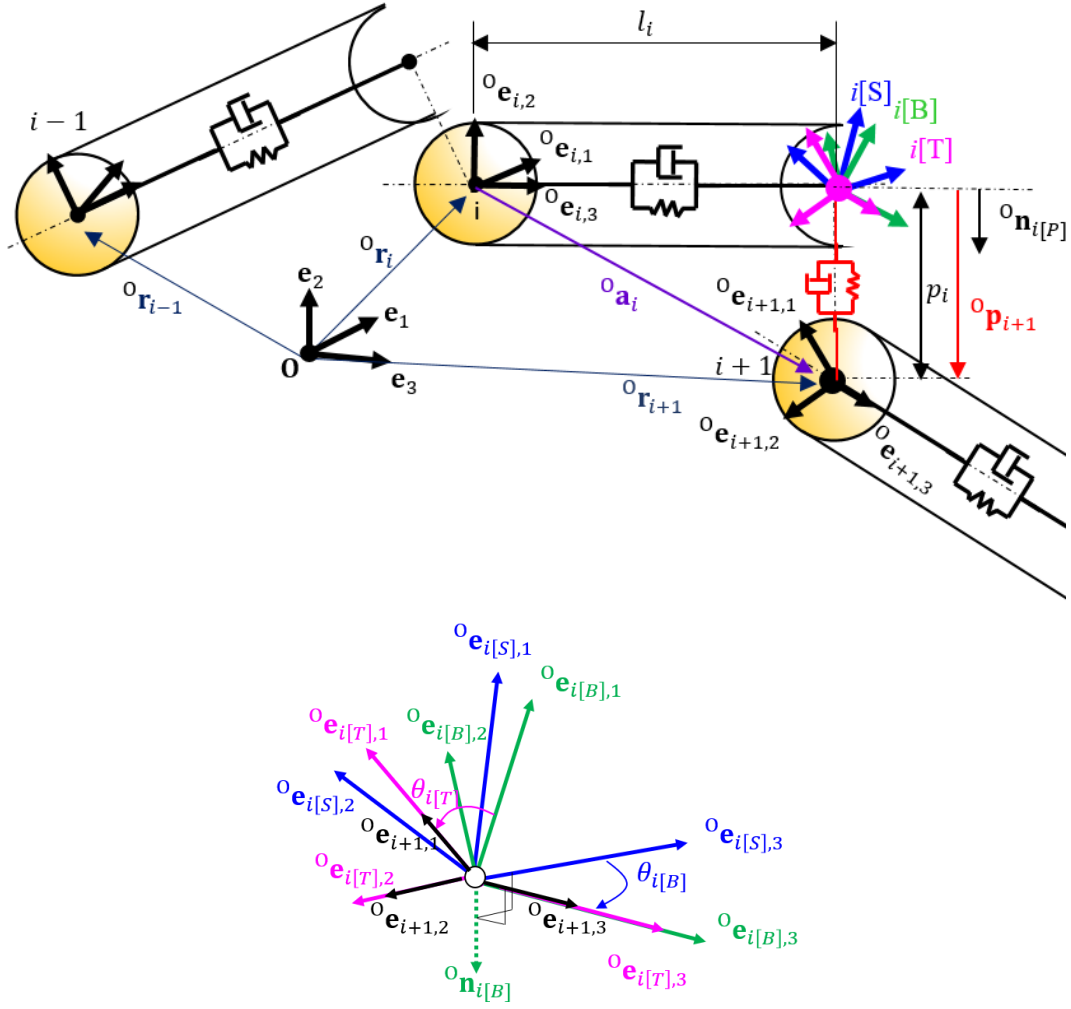


Figure 87: Definition of the frames and their base vectors on the computational unit.

表される.

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{a}_i &\equiv {}^0\mathbf{r}_{i+1} - {}^0\mathbf{r}_i, \quad l_i = {}^0\mathbf{a}_i^T {}^0\mathbf{e}_{i,3} \\ {}^0\mathbf{p}_i &\equiv {}^0\tilde{\mathbf{e}}_{i,3} ({}^0\tilde{\mathbf{a}}_i {}^0\mathbf{e}_{i,3}) \quad , \quad p_i \equiv |{}^0\mathbf{p}_i| \quad , \quad {}^0\mathbf{n}_{i[P]} = {}^0\mathbf{p}_i / p_i \end{aligned} \quad (67)$$

本章では杵の姿勢を次式のオイラーパラメータで表す.

$${}^0\mathbf{E}_i \equiv [{}^0\varepsilon_{i,0} \quad {}^0\varepsilon_{i,1} \quad {}^0\varepsilon_{i,2} \quad {}^0\varepsilon_{i,3}]^T = [{}^0\varepsilon_{i,0} \quad {}^0\boldsymbol{\varepsilon}_i^T]^T \quad , \quad {}^0\boldsymbol{\varepsilon}_i \equiv [{}^0\varepsilon_{i,1} \quad {}^0\varepsilon_{i,2} \quad {}^0\varepsilon_{i,3}]^T \quad (68)$$

ここで、オイラーパラメータの成分は  ${}^0\varepsilon_{i,j} (j = 0, 1, 2, 3)$  で表され、位置ベクトルと同様に、変数の左肩に姿勢の杵を表す添字を付している.

杵Oで表した各杵のオイラーパラメータと各杵の原点の位置ベクトルを表8に示す. ここで杵  $i$ , 杵  $i[S]$ , 杵  $i[B]$ , 杵  $i[T]$  の姿勢を表すオイラーパラメータをそれぞれ  ${}^0\mathbf{E}_i$ ,  ${}^0\mathbf{E}_{i[S]}$ ,  ${}^0\mathbf{E}_{i[B]}$ ,  ${}^0\mathbf{E}_{i[T]}$  とする. 各オイラーパラメータの間には次式の関係が成り立つ.

Table 8: Frames of the coordinate on the computational unit.

frame	Euler Param.	base vector	position vector	description
O	$[1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	$\mathbf{e}_j$ ( $j=1,2,3$ )	$\mathbf{0}$	Reference frame O
$i$	${}^{\circ}\mathbf{E}_i$	${}^{\circ}\mathbf{e}_{i,j}$	${}^{\circ}\mathbf{r}_i$	Body frame of sphere ( $i$ )
$i[S]$	${}^{\circ}\mathbf{E}_{i[S]}$	${}^{\circ}\mathbf{e}_{i[S],j}$	${}^{\circ}\mathbf{r}_i + l_i {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3}$	Initial orientation without any forces
$i[B]$	${}^{\circ}\mathbf{E}_{i[B]}$	${}^{\circ}\mathbf{e}_{i[B],j}$	${}^{\circ}\mathbf{r}_i + l_i {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3}$	Bending frame
$i[T]$	${}^{\circ}\mathbf{E}_{i[T]}$	${}^{\circ}\mathbf{e}_{i[T],j}$	${}^{\circ}\mathbf{r}_i + l_i {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3}$	Torsional frame rotating around ${}^{\circ}\mathbf{e}_{i[B],3}$
$i+1$	${}^{\circ}\mathbf{E}_{i+1}$	${}^{\circ}\mathbf{e}_{i+1,j}$	${}^{\circ}\mathbf{r}_{i+1}$	${}^{\circ}\mathbf{E}_{i+1} = {}^{\circ}\mathbf{E}_{i[T]}$ ${}^{\circ}\mathbf{r}_{i+1} = {}^{\circ}\mathbf{r}_i + l_i {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3} + p_i {}^{\circ}\mathbf{n}_{i[P]}$

$$\begin{aligned}
 {}^{\circ}\mathbf{E}_{i[S]} &= {}^{\circ}\mathbf{Z}_i {}^i\mathbf{E}_{i[S]} \\
 {}^{\circ}\mathbf{E}_{i[B]} &= {}^{\circ}\mathbf{Z}_{i[S]} {}^{i[S]}\mathbf{E}_{i[B]} \\
 {}^{\circ}\mathbf{E}_{i[T]} &= {}^{\circ}\mathbf{Z}_{i[B]} {}^{i[B]}\mathbf{E}_{i[T]} \\
 {}^{\circ}\mathbf{E}_{i+1} &= {}^{\circ}\mathbf{E}_{i[T]}
 \end{aligned} \tag{69}$$

ここで  ${}^{\circ}\mathbf{S}_i$  と  ${}^{\circ}\mathbf{Z}_i$  は次式で定義される． (田島 [62])

$$\begin{aligned}
 {}^{\circ}\mathbf{S}_i &\equiv [- {}^{\circ}\boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (- {}^{\circ}\widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i + {}^{\circ}\varepsilon_{i,0}\mathbf{I}_3)]_{3 \times 4} \\
 {}^{\circ}\mathbf{Z}_i &\equiv [{}^{\circ}\mathbf{E}_i \quad {}^{\circ}\mathbf{S}_i^T]_{4 \times 4} \\
 \mathbf{I}_3 &\equiv \text{diag}(1, 1, 1)
 \end{aligned} \tag{70}$$

オイラーパラメータ  ${}^{\circ}\mathbf{E}_i$  に対応する回転行列  ${}^{\circ}\mathbf{R}_i$  を用いると，枠  $i$  の基底ベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{e}_{i,j}$  は次式で表される．

$$\begin{aligned}
 {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,j} &= {}^{\circ}\mathbf{R}_i \mathbf{e}_j, \quad (j = 1, 2, 3) \\
 {}^{\circ}\mathbf{R}_i &= (2 {}^{\circ}\varepsilon_{i,0}^2 - 1)\mathbf{I}_3 + 2 {}^{\circ}\varepsilon_{i,0} {}^{\circ}\widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i + 2 {}^{\circ}\boldsymbol{\varepsilon}_i {}^{\circ}\boldsymbol{\varepsilon}_i^T
 \end{aligned} \tag{71}$$

他のオイラーパラメータ  ${}^{\circ}\mathbf{E}_{i[S]}$ ,  ${}^{\circ}\mathbf{E}_{i[B]}$ ,  ${}^{\circ}\mathbf{E}_{i[T]}$  に対応する回転行列と基底ベクトルの関係も同様に次式で表される．

$$\begin{aligned}
 {}^{\circ}\mathbf{e}_{i[S],j} &= {}^{\circ}\mathbf{R}_{i[S]} \mathbf{e}_j \\
 {}^{\circ}\mathbf{e}_{i[B],j} &= {}^{\circ}\mathbf{R}_{i[B]} \mathbf{e}_j \\
 {}^{\circ}\mathbf{e}_{i[T],j} &= {}^{\circ}\mathbf{R}_{i[T]} \mathbf{e}_j \quad (j = 1, 2, 3)
 \end{aligned} \tag{72}$$

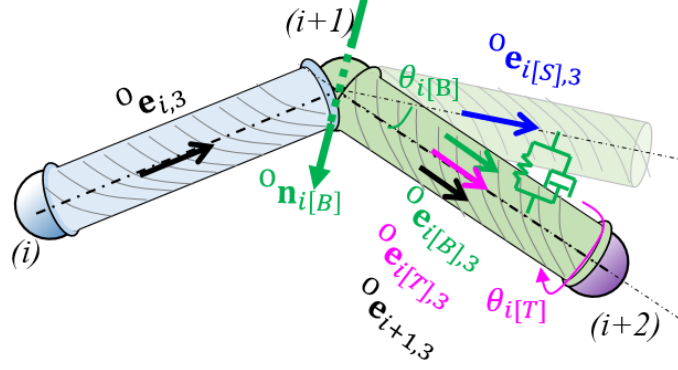


Figure 88: Settings of the bending and twisting conditions between the  $(i)$ -th computational unit and the  $(i + 1)$ -th one.

#### 4.4 曲げ角度

図 88 は計算単位  $(i)$  と  $(i + 1)$  の間に曲げとねじりがある状態を示している.

枠  $i[S]$  の第 3 軸  ${}^o\mathbf{e}_{i[S],3}$  と枠  $i + 1$  の第 3 軸  ${}^o\mathbf{e}_{i+1,3}$  の成す角度を  $\theta_i$ ,  ${}^o\mathbf{e}_{i[S],3}$  と  ${}^o\mathbf{e}_{i+1,3}$  に垂直な単位ベクトルを  ${}^o\mathbf{n}_{i[B]}$  として次式で定義する.

$$\theta_i \equiv \cos^{-1} \left( {}^o\mathbf{e}_{i[S],3}^T {}^o\mathbf{e}_{i+1,3} \right), \quad (0 \leq \theta_i < \pi) \quad (73)$$

$${}^o\mathbf{n}_{i[B]} \equiv \begin{cases} \frac{{}^o\tilde{\mathbf{e}}_{i[S],3} {}^o\mathbf{e}_{i+1,3}}{|{}^o\tilde{\mathbf{e}}_{i[S],3} {}^o\mathbf{e}_{i+1,3}|} & (0 < \theta_i < \pi) \\ \mathbf{0} & (\theta_i = 0) \end{cases} \quad (74)$$

枠  $i[B]$  のオイラーパラメータを枠  $O$  で表した  ${}^O\mathbf{E}_{i[B]}$  は次式で表される.

$${}^O\mathbf{E}_{i[B]} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \cos(\theta_i/2) & \sin(\theta_i/2) {}^o\mathbf{n}_{i[B]}^T \end{bmatrix}^T & (0 < \theta_i < \pi) \\ [1 & 0 & 0 & 0]^T & (\theta_i = 0) \end{cases} \quad (75)$$

同様に枠  $i[B]$  のオイラーパラメータを枠  $i[S]$  で表した  ${}^{i[S]}\mathbf{E}_{i[B]}$  は, 単位ベクトル  ${}^{i[S]}\mathbf{n}_{i[B]}$  を用いて次式で表される.

$$\begin{aligned} {}^{i[S]}\mathbf{E}_{i[B]} &= \begin{cases} \begin{bmatrix} \cos(\theta_i/2) & \sin(\theta_i/2) {}^{i[S]}\mathbf{n}_{i[B]}^T \end{bmatrix}^T & (0 < \theta_i < \pi) \\ [1 & 0 & 0 & 0]^T & (\theta_i = 0) \end{cases} \\ {}^{i[S]}\mathbf{n}_{i[B]} &= {}^o\mathbf{R}_{i[S]}^T {}^o\mathbf{n}_{i[B]} \end{aligned} \quad (76)$$

ここで  ${}^{i[S]}\mathbf{E}_{i[S]}$  は, 糸の初期の曲がりを表すオイラーパラメータで既知量なので, 式 (76) を式 (69) に代入すると,  ${}^O\mathbf{E}_{i[B]}$  と  ${}^{i[S]}\mathbf{E}_{i[B]}$  は次式で関連付けられる.

$${}^O\mathbf{E}_{i[B]} = {}^O\mathbf{Z}_i {}^{i[S]}\mathbf{Z}_{i[S]} {}^{i[S]}\mathbf{E}_{i[B]} \quad (77)$$

## 4.5 ねじり角度

図 88 において棒  $i+1$  の姿勢は棒  $i[B]$  を  ${}^o\mathbf{e}_{i[B],3}$  の軸の周りに回転させたものと一致する．このときの回転角度をねじり角度  $\phi_i$  として次式で表す．

$$\phi_i = \tan^{-1} \left( \frac{-{}^o\mathbf{e}_{i[B],1}^T {}^o\mathbf{e}_{i+1,2}}{{}^o\mathbf{e}_{i[B],1}^T {}^o\mathbf{e}_{i+1,1}} \right) \quad (78)$$

本章では解舒運動中に糸が大きく曲がることを想定して仮想円柱を短くしているので，ねじり角度の範囲は  $-\pi/2 < \phi_i \leq \pi/2$  の範囲に収まる．よって  $\tan^{-1}(\ )$  を直接計算しても特に問題は無いが，C 言語や Fortran 言語の逆正接関数  $\text{atan2}()$  を用いることで， $\phi_i$  は  $-\pi < \phi_i \leq \pi$  に拡張できる．また  $\pm\pi$  を超える大きなねじり角度を許容する場合も，各時刻のねじり角度の変化量を積算して  $\phi_i$  を求める方法に変更することで可能となる．

$\phi_i$  を用いると式 (69) における棒  $i[B]$  で表した棒  $i[T]$  のオイラーパラメータ  ${}^{i[B]}\mathbf{E}_{i[T]}$  は次式で表される．

$$\begin{aligned} {}^{i[B]}\mathbf{E}_{i[T]} &= \begin{bmatrix} \cos(\phi_i/2) & \sin(\phi_i/2) & {}^{i[B]}\mathbf{n}_{i[T]}^T \end{bmatrix}^T \quad (-\pi < \phi_i < \pi) \\ {}^{i[B]}\mathbf{n}_{i[T]} &= [0 \ 0 \ 1]^T \end{aligned} \quad (79)$$

ここで式 (79) を式 (69) に代入すると  ${}^o\mathbf{E}_{i[T]}$  が求められる．

## 4.6 自由物体図

図 89 と表 9 は自由物体図を表しており，1つの計算単位を4つの構成要素に分けて，それぞれの構成要素が持つばねやダンパ，棒，作用する力と力のモーメントなどを表している．構成要素1は球 ( $i$ ) を表し，質量と慣性モーメントを持つ．構成要素2は仮想円柱 ( $i$ ) を表し，引張ばねとダンパを持つ，長さ  $l_i$  の要素である．構成要素3は仮想円柱 ( $i$ ) の端点を表し，大きさは無く，曲げとねじりのばねとダンパのみで構成される．構成要素4は仮想円柱 ( $i$ ) の端点と球 ( $i+1$ ) のずれを表すもので，ずれ長さ  $p_i$  とばねとダンパで構成される．

内力ベクトル  ${}^o\mathbf{F}_{i[1]}$  と内力モーメントベクトル  ${}^o\mathbf{N}_{i[1]}$  は構成要素1に構成要素2から作用する力と力のモーメントであり，構成要素2には構成要素1から符号が逆の反作用力と反作用力のモーメントが作用する．同様に  ${}^o\mathbf{F}_{i[2]}$  と  ${}^o\mathbf{N}_{i[2]}$  は構成要素2と3の間に， ${}^o\mathbf{F}_{i[3]}$  と  ${}^o\mathbf{N}_{i[3]}$  は構成要素3と4の間に， ${}^o\mathbf{F}_{i[4]}$  と  ${}^o\mathbf{N}_{i[4]}$  は構成要素4と計算単位 ( $i+1$ ) の構成要素1の間に作用する． $l_i \sim \mathbf{e}_{i,3} {}^o\mathbf{F}_{i[1]}$  と  $\tilde{\mathbf{p}}_i {}^o\mathbf{F}_{i[3]}$  はそれぞれ棒  $i$ ， $i+1$  の原点を中心とする内力によるモーメントを表している．外力ベクトル  ${}^o\mathbf{F}_{i[EXT]}$  は仮想円柱 ( $i$ ) に

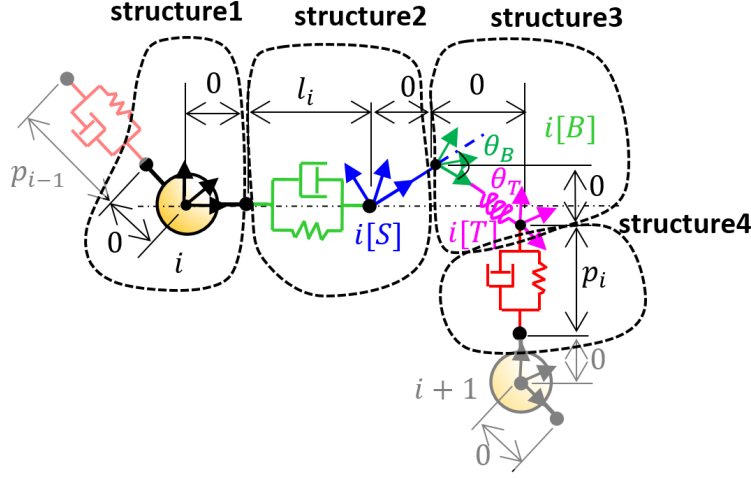


Figure 89: Decomposition of the computational unit ( $i$ ) by free body diagram scheme.

作用する重力，空気の抗力，接触力の合力であり，外力のモーメントベクトル  ${}^0\mathbf{N}_{i[EXT]}$  はそれらの力によるモーメントである．これらは球 ( $i$ ) に直接作用するものとする．

#### 4.7 運動方程式

基準枠  $O$  で表した球 ( $i$ ) の並進加速度ベクトルを  ${}^0\ddot{\mathbf{r}}_i$ ，枠  $i$  で表した球 ( $i$ ) の角速度と角加速度を  ${}^i\boldsymbol{\Omega}_{Oi}$ ， ${}^i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{Oi}$  で表すと，構成要素 1 の力と力のモーメントの釣り合いは表 9 より次式で表される．

$$\begin{cases} \mathbf{M}_i {}^0\ddot{\mathbf{r}}_i &= - {}^0\mathbf{F}_{i-1[4]} + {}^0\mathbf{F}_{i[1]} + {}^0\mathbf{F}_{i[EXT]} \\ {}^i\mathbf{J}_i {}^i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{Oi} + {}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{Oi} {}^i\mathbf{J}_i {}^i\boldsymbol{\Omega}_{Oi} &= - {}^i\mathbf{N}_{i-1[4]} + {}^i\mathbf{N}_{i[1]} + {}^i\mathbf{N}_{i[EXT]} \end{cases} \quad (80)$$

ここで  $\mathbf{M}_i$  は質量行列を， ${}^i\mathbf{J}_i$  は枠  $i$  で表した慣性行列を表す．計算単位 ( $i$ ) の質量は球 ( $i$ ) の重心に集中していると置けるので，糸の線密度を  $\rho_{yarn}$ ，計算球 ( $i$ ) の球径を  $d_i$ ，仮想円柱 ( $i$ ) の自然長を  $L_i$  とすると， $\mathbf{M}_i$  と  ${}^i\mathbf{J}_i$  は次式で表される．

$$\mathbf{M}_i = m_i \mathbf{I}_3, \quad {}^i\mathbf{J}_i = J_i \mathbf{I}_3, \quad m_i = \rho_{yarn} L_i, \quad J_i = 2/5 m_i (d_i/2)^2 = m_i d_i^2 / 10 \quad (81)$$

${}^i\mathbf{J}_i$  は単位行列の倍数で表せるので，式 (80) の 2 段目左辺第 2 項は  ${}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{Oi} {}^i\mathbf{J}_i {}^i\boldsymbol{\Omega}_{Oi} = 0$  となり，式 (80) の 2 段目左辺は式 (71) の回転行列  ${}^0\mathbf{R}_i$  を乗じて次式で表される．

$${}^0\mathbf{R}_i \left( {}^i\mathbf{J}_i {}^i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{Oi} + {}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{Oi} {}^i\mathbf{J}_i {}^i\boldsymbol{\Omega}_{Oi} \right) = \left( {}^0\mathbf{R}_i {}^i\mathbf{J}_i {}^0\mathbf{R}_i^T \right) \left( {}^0\mathbf{R}_i {}^i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{Oi} \right) + 0 = {}^0\mathbf{J}_i {}^0\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{Oi} \quad (82)$$

同様に式 (80) の 2 段目右辺は  ${}^0\mathbf{R}_i$  を乗じて次式で表される．

$${}^0\mathbf{R}_i \left( - {}^i\mathbf{N}_{i-1[4]} + {}^i\mathbf{N}_{i[1]} + {}^i\mathbf{N}_{i[EXT]} \right) = - {}^0\mathbf{N}_{i-1[4]} + {}^0\mathbf{N}_{i[1]} + {}^0\mathbf{N}_{i[EXT]} \quad (83)$$

Table 9: Properties of each structure in the computational unit.

	structure 4	structure 1	structure 2
unit No.	$i - 1$	$i$	
mass matrix	$\mathbf{0}$	$\mathbf{M}_i$	$\mathbf{0}$
inertia matrix	$\mathbf{0}$	$\mathbf{J}_i$	$\mathbf{0}$
internal force	$-\circ\mathbf{F}_{i-1[3]} + \circ\mathbf{F}_{i-1[4]}$	$-\circ\mathbf{F}_{i-1[4]} + \circ\mathbf{F}_{i[1]}$	$-\circ\mathbf{F}_{i[1]} + \circ\mathbf{F}_{i[2]}$
external force	$\mathbf{0}$	$\circ\mathbf{F}_{i[EXT]}$	$\mathbf{0}$
internal moment	$-\circ\mathbf{N}_{i-1[3]} + \circ\mathbf{N}_{i-1[4]}$	$-\circ\mathbf{N}_{i-1[4]} + \circ\mathbf{N}_{i[1]}$	$-\circ\mathbf{N}_{i[1]} + \circ\mathbf{N}_{i[2]} + l_i \circ\tilde{\mathbf{e}}_{i,3} \circ\mathbf{F}_{i[1]}$
external moment	$\mathbf{0}$	$\circ\mathbf{N}_{i[EXT]}$	$\mathbf{0}$

structure 3	structure 4	structure 1
$i$		$i + 1$
$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{M}_{i+1}$
$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{J}_{i+1}$
$-\circ\mathbf{F}_{i[2]} + \circ\mathbf{F}_{i[3]}$	$-\circ\mathbf{F}_{i[3]} + \circ\mathbf{F}_{i[4]}$	$-\circ\mathbf{F}_{i[4]} + \circ\mathbf{F}_{i+1[1]}$
$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\circ\mathbf{F}_{i+1[EXT]}$
$-\circ\mathbf{N}_{i[2]} + \circ\mathbf{N}_{i[3]}$	$-\circ\mathbf{N}_{i[3]} + \circ\mathbf{N}_{i[4]} + p_i \circ\tilde{\mathbf{n}}_{i[P]} \circ\mathbf{F}_{i[4]}$	$-\circ\mathbf{N}_{i[4]} + \circ\mathbf{N}_{i+1[1]}$
$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\circ\mathbf{N}_{i+1[EXT]}$

ここで  $\circ\mathbf{J}_i$  は次式に示すように  ${}^i\mathbf{J}_i$  と等しい.

$$\circ\mathbf{J}_i = \circ\mathbf{R}_i {}^i\mathbf{J}_i \circ\mathbf{R}_i^T = J_i \circ\mathbf{R}_i \mathbf{I}_3 \circ\mathbf{R}_i^T = J_i \mathbf{I}_3 = {}^i\mathbf{J}_i \quad (84)$$

よって式 (80) は基準枠  $O$  のみで表すことができ, 次式に示す.

$$\begin{cases} \mathbf{M}_i \circ\ddot{\mathbf{r}}_i &= -\circ\mathbf{F}_{i-1[4]} + \circ\mathbf{F}_{i[1]} + \circ\mathbf{F}_{i[EXT]} \\ \circ\mathbf{J}_i \circ\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{Oi} &= -\circ\mathbf{N}_{i-1[4]} + \circ\mathbf{N}_{i[1]} + \circ\mathbf{N}_{i[EXT]} \end{cases} \quad (85)$$

構成要素 2 について, 力と力のモーメント釣り合いは次式で表される.

$$\begin{cases} \mathbf{0} &= -\circ\mathbf{F}_{i[1]} + \circ\mathbf{F}_{i[2]} \\ \mathbf{0} &= -\circ\mathbf{N}_{i[1]} + \circ\mathbf{N}_{i[2]} + l_i \circ\tilde{\mathbf{e}}_{i,3} \circ\mathbf{F}_{i[2]} \end{cases} \quad (86)$$

同様に構成要素3について、釣り合いは次式で表される.

$$\begin{cases} \mathbf{0} &= - {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[2]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[3]} \\ \mathbf{0} &= - {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[2]} + {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[3]} \end{cases} \quad (87)$$

構成要素4について、釣り合いは次式で表される.

$$\begin{cases} \mathbf{0} &= - {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[3]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[4]} \\ \mathbf{0} &= - {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[3]} + {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[4]} + {}^{\circ}\tilde{\mathbf{p}}_i {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[4]} \end{cases} \quad (88)$$

式 (86), (87) と (88) をまとめると次式で表される.

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[1]} &= {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[2]} = {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[3]} = {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[4]} \\ {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[2]} &= {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[3]} \\ {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[1]} &= {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[2]} + l_i {}^{\circ}\tilde{\mathbf{e}}_{i,3} {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[2]} \\ {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[4]} &= {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[3]} - {}^{\circ}\tilde{\mathbf{p}}_i {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[4]} = {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[2]} - {}^{\circ}\tilde{\mathbf{p}}_i {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[1]} \end{aligned} \quad (89)$$

式 (89) を式 (85) に代入すると運動方程式は次式で表される.

$$\begin{cases} \mathbf{M}_i {}^{\circ}\ddot{\mathbf{r}}_i &= {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[INT]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[EXT]} \\ {}^{\circ}\mathbf{J}_i {}^{\circ}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{oi} &= {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[INT]} + {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EXT]} \end{cases} \quad (90)$$

ここで計算単位 ( $i$ ) に作用する内力ベクトルとモーメントベクトルをそれぞれ  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[INT]}$ ,  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[INT]}$  として次式で定義する.

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[INT]} &\equiv - {}^{\circ}\mathbf{F}_{i-1[1]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[1]} \\ {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[INT]} &\equiv - {}^{\circ}\mathbf{N}_{i-1[2]} + {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[2]} + {}^{\circ}\tilde{\mathbf{p}}_{i-1} {}^{\circ}\mathbf{F}_{i-1[1]} + l_i {}^{\circ}\tilde{\mathbf{e}}_{i,3} {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[1]} \end{aligned} \quad (91)$$

式 (81) より,  $\mathbf{M}_i$  と  ${}^{\circ}\mathbf{J}_i$  は単位行列の倍数で表される. よって加速度ベクトル  ${}^{\circ}\ddot{\mathbf{r}}_i$  と角加速度ベクトル  ${}^{\circ}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{oi}$  は運動方程式 (90) を分割して独立に計算することができる. これらの特徴により本章の糸モデルは並列処理をおこなうと高速な計算が可能になる.

## 4.8 ばねとダンパによる内力と内力のモーメント

### 4.8.1 構成要素2に作用する引張ばねとダンパによる力

図 89 に示す構成要素2が持つばねとダンパは, 仮想円柱 ( $i$ ) の軸方向に復元力と減衰力を発生させる. この力は  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[2]}$  の  ${}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3}$  方向の成分であり, ばねとダンパによる力ベクトルをそれぞれ  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[LK]}$ ,  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[LC]}$  とすると, これらの間の関係は次式で表される.

$$({}^{\circ}\mathbf{F}_{i[2]}^T {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3}) {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3} = {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[LK]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[LC]} \quad , \quad (1 \leq i \leq n) \quad (92)$$

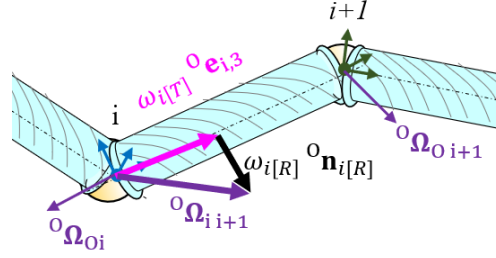


Figure 90: Angular velocities of the  $i$ -th computational unit.

仮想円柱の軸方向の単位長さ当たりのばね係数と減衰係数をそれぞれ  $K_L, C_L$  とし，仮想円柱 ( $i$ ) の自然長を  $L_i$ ，現在長を  $l_i$  とすると，式 (92) の  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[LK]}$ ， ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[LC]}$  は次式で表される．

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[LK]} &\equiv \frac{K_L}{L_i} (l_i - L_i) {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3} \\ {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[LC]} &\equiv \frac{C_L}{L_i} (\dot{l}_i) {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3} \\ \dot{l}_i &= {}^{\circ}\dot{\mathbf{a}}_i^T {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3} \end{aligned} \quad (93)$$

ここで  $K_L, C_L$  を単位長さ当たりの値にしている理由は， $L_i$  の値が異なっても同じ係数値を使えるからである．

#### 4.8.2 構成要素 3 に作用する曲げとねじりによる力のモーメント

基準枠  $O$  で表した枠  $i$  から見た枠  $i+1$  の角速度ベクトルを  ${}^{\circ}\Omega_{i+1}$  とする．図 90 のように  ${}^{\circ}\Omega_{i+1}$  の  ${}^{\circ}\mathbf{e}_{i+1,3}$  方向の成分を  $\omega_{i[T]}$ ， ${}^{\circ}\mathbf{e}_{i+1,3}$  に垂直な方向の単位ベクトルを  ${}^{\circ}\mathbf{n}_{i[R]}$ ， ${}^{\circ}\mathbf{n}_{i[R]}$  方向の成分を  $\omega_{i[R]}$  とすると， ${}^{\circ}\Omega_{i+1}$  は次式で表される．

$${}^{\circ}\Omega_{i+1} \equiv {}^{\circ}\Omega_{O\ i+1} - {}^{\circ}\Omega_{O\ i} = \omega_{i[T]} {}^{\circ}\mathbf{e}_{i+1,3} + \omega_{i[R]} {}^{\circ}\mathbf{n}_{i[R]} \quad (94)$$

図 89 の構成要素 3 では仮想円柱の端点で単位ベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{n}_{i[B]}$  (式 (74)) の方向に曲げ角度  $\theta_i$  (式 (73)) に比例した復元力モーメントが生じ，単位ベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{e}_{i+1,3}$  の方向にねじり角度  $\phi_i$  (式 (78)) に比例した復元力モーメントと，角速度  $\omega_{i[T]}$  に比例したねじりの減衰力モーメントが生じる．また単位ベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{n}_{i[R]}$  の方向に角速度  $\omega_{i[R]}$  に比例した曲げの減衰モーメントが生じる．単位長さあたりの曲げ剛性と減衰の係数をそれぞれ  $K_B$  と  $C_B$  すると，曲げの復元力モーメントベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[BK]}$  と減衰力モーメントベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[BC]}$  は， ${}^{\circ}\mathbf{n}_{i[B]}$  (式 (74)) と  ${}^{\circ}\mathbf{n}_{i[R]}$  (式 (94)) を用いて次式で表される．

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[BK]} &= \frac{K_B}{L_i} \theta_i {}^{\circ}\mathbf{n}_{i[B]} \\ {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[BC]} &= \frac{C_B}{L_i} \omega_{i[R]} {}^{\circ}\mathbf{n}_{i[R]} \end{aligned} \quad (95)$$

単位長さ当たりのねじり剛性と減衰の係数をそれぞれ  $K_T$  と  $C_T$  とすると、ねじりの復元力と減衰力のモーメントベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[TK]}$  と  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[TC]}$  は次式で表される。

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[TK]} &= \frac{K_T}{L_i} \phi_i {}^{\circ}\mathbf{e}_{i+1,3} \\ {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[TC]} &= \frac{C_T}{L_i} \omega_i [T] {}^{\circ}\mathbf{e}_{i+1,3} \end{aligned} \quad (96)$$

構成要素 3 に作用する力のモーメントベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[3]}$  は式 (95), (96) の合力モーメントであり、 ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[2]}$  は式 (89) より次式で表される。

$${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[2]} = {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[3]} = {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[BK]} + {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[BC]} + {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[TK]} + {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[TC]} \quad (97)$$

#### 4.8.3 構成要素 4 に作用するばねとダンパによる力

図 89 の構成要素 4 のばねとダンパは、仮想円柱 ( $i$ ) の軸に垂直な方向  ${}^{\circ}\mathbf{n}_{i[P]}$  に力を発生させる。 $d_i$  を計算球 ( $i$ ) の球径、単位長さ当たりの剛性と減衰の係数をそれぞれ  $K_P$  と  $C_P$  とし、その力ベクトルをそれぞれ  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[PK]}$  と  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[PC]}$  とおくと、 ${}^{\circ}\mathbf{p}_i$  (式 (67)) と  $\dot{l}_i$  (式 (93)) を用いて次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[4]} - \left( {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[4]}^T {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3} \right) {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3} &= {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[PK]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[PC]} \\ {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[PK]} &\equiv \frac{K_P}{d_i} {}^{\circ}\mathbf{p}_i \\ {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[PC]} &\equiv \frac{C_P}{d_i} \left\{ \dot{\mathbf{a}}_i - \dot{l}_i {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3} \right\} \end{aligned} \quad (98)$$

式 (92), (98) を式 (89) に代入すると  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[1]}$  は次式で表される。

$${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[1]} = {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[LK]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[LC]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[PK]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[PC]} \quad (99)$$

### 4.9 外力と外力のモーメント

#### 4.9.1 外力と外力のモーメントの種類

本章で扱う計算単位に作用する外力は、空気の抗力、重力、壁面の接触力である垂直抗力と摩擦力がある。これらの力のベクトルをそれぞれ  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[EA]}$ ,  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[EG]}$ ,  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{i[EB]}$ ,  $\mathbf{F}_{i[EF]}$  とおき、同様に球 ( $i$ ) の重心を基にした力のモーメントベクトルを  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EA]}$ ,  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EG]}$ ,  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EB]}$ ,  $\mathbf{N}_{i[EF]}$  とおく。外力とそのモーメントベクトルは、それぞれ  $\mathbf{F}_{i[EXT]}$ ,  $\mathbf{N}_{i[EXT]}$  とおくと、それぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[EXT]} &= {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[EA]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[EG]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[EB]} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{i[EF]} \\ {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EXT]} &= {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EA]} + {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EG]} + {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EB]} + {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EF]} \end{aligned} \quad (100)$$

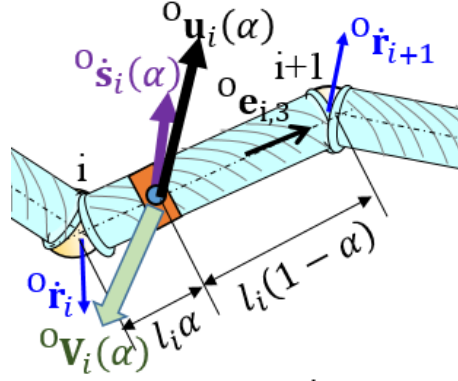


Figure 91: Air drag acting on the virtual cylinder ( $i$ ).

#### 4.9.2 空気の抗力とモーメント

図 91 は、パラメータ  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) を用いて表される仮想円柱 ( $i$ ) 上の位置の移動速度と空気の流速を示している。仮想円柱 ( $i$ ) の中心軸上のある位置とその並進移動速度をそれぞれ  ${}^0\mathbf{s}_i(\alpha)$ ,  ${}^0\dot{\mathbf{s}}_i(\alpha)$  で表すものとする。本章では糸は長さに比べて径が十分小さく細いものとする。そして仮想円柱表面の空気の流速は  ${}^0\mathbf{s}_i(\alpha)$  の近傍で一定であり、かつ糸の運動は空気の流れに影響を及ぼさないものとする。そして空気の流速はあらかじめ数値流体解析で求めるか無風状態を設定して時間に固定とする。 ${}^0\mathbf{s}_i(\alpha)$  で表される位置の流速ベクトルを  ${}^0\mathbf{V}_i(\alpha)$  とすると、空気に対する相対速度ベクトル  ${}^0\mathbf{u}_i(\alpha)$  は次式で表される。

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{u}_i(\alpha) &= {}^0\dot{\mathbf{s}}_i(\alpha) - {}^0\mathbf{V}_i(\alpha) \\ {}^0\mathbf{s}_i(\alpha) &= (1 - \alpha) {}^0\mathbf{r}_i + \alpha {}^0\mathbf{r}_{i+1} \end{aligned} \quad (101)$$

${}^0\mathbf{u}_i(\alpha)$  は、仮想円柱 ( $i$ ) の軸の方向の速度ベクトル  ${}^0\mathbf{v}_i(\alpha)$  と、垂直方向の速度ベクトル  ${}^0\mathbf{w}_i(\alpha)$  に分解でき、次式で表される。

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{v}_i(\alpha) &= ({}^0\mathbf{u}_i^T(\alpha) {}^0\mathbf{e}_{i,3}) {}^0\mathbf{e}_{i,3} \\ {}^0\mathbf{w}_i(\alpha) &= {}^0\mathbf{u}_i(\alpha) - {}^0\mathbf{v}_i(\alpha) \end{aligned} \quad (102)$$

空気の密度を  $\rho_{air}$ 、仮想円柱の直径と長さをそれぞれ  $d_i$ ,  $l_i$ 、仮想円柱の軸に垂直な方向の抗力係数  $C_D$  をとすると、仮想円柱 ( $i$ ) の位置  ${}^0\mathbf{s}_i(\alpha)$  における単位長さ当たりに作用する抗力のベクトル  ${}^0\mathbf{f}_i(\alpha)$  と仮想円柱 ( $i$ ) が全体に作用する抗力のベクトル  ${}^0\mathbf{F}_{i[EA]}$  は次式で表される。

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{f}_i(\alpha) &= -\frac{1}{2} C_D \rho_{air} d_i |{}^0\mathbf{w}_i(\alpha)| {}^0\mathbf{w}_i(\alpha) \\ {}^0\mathbf{F}_{i[EA]} &= l_i \int_0^1 {}^0\mathbf{f}_i(\alpha) d\alpha \end{aligned} \quad (103)$$

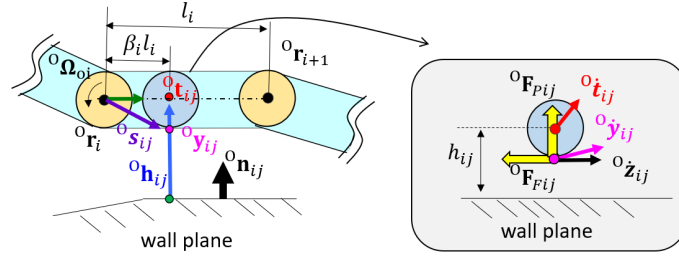


Figure 92: Repulsion force vector  $\mathbf{F}_{Pij}$  and friction force vector  $\mathbf{F}_{Fij}$  acting from the wall.

一般に表面に無数の毛羽がある糸の抗力係数  $C_D$  は、便覧 [118] で示される滑らかな円柱の抗力係数より大きくなる。本章で用いる  $C_D$  値は実験映像と計算結果の比較により同定した値を用いる。また仮想円柱の軸方向の抗力は、軸に垂直な方向の抗力と比較して十分小さい仮定して無視する。球 ( $i$ ) の重心を基準とする抗力のモーメントベクトル  ${}^o\mathbf{N}_{i[EA]}$  は次式で表される。

$${}^o\mathbf{N}_{i[EA]} = \int_0^1 (l_i \alpha \, {}^o\tilde{\mathbf{e}}_{i,3}) ({}^o\mathbf{f}_i(\alpha) l_i) d\alpha = l_i^2 \, {}^o\tilde{\mathbf{e}}_{i,3} \int_0^1 \alpha \, {}^o\mathbf{f}_i(\alpha) d\alpha \quad (104)$$

#### 4.9.3 重力と重力モーメント

計算単位 ( $i$ ) は線密度が  $\rho_{yarn}$  で自然長が  $L_i$  とする。計算単位の質量は球 ( $i$ ) に集中していると設定しているので、重力ベクトル  ${}^o\mathbf{F}_{i[EG]}$  とそのモーメントベクトル  ${}^o\mathbf{N}_{i[EG]}$  は重力加速度ベクトル  ${}^o\mathbf{g}$  と、質量  $m_i$  (式 (81)) を用いて次式で表される。

$$\begin{aligned} {}^o\mathbf{F}_{i[EG]} &= m_i \, {}^o\mathbf{g} \\ {}^o\mathbf{N}_{i[EG]} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (105)$$

#### 4.9.4 糸と壁面の接触力とそのモーメント

糸は壁面に接触すると、接触力とそのモーメントが糸に作用する。接触力は糸が壁面に食い込まないように作用する垂直抗力と糸表面の摩擦による摩擦力があり、図 92 にそれらを示す。仮想円柱 ( $i$ ) を  $N_i$  個の仮想球の集合とみなし、球 ( $i$ ) と  $j$  番目の仮想球の中心間の距離を表すパラメータを  $\beta_{ij}$  で定義すると、 $j$  番目の仮想球の中心位置のベクトル  ${}^o\mathbf{t}_{ij}$  は次式で表される。

$$\begin{aligned} {}^o\mathbf{t}_{ij} &= {}^o\mathbf{r}_i + \beta_{ij} l_i \, {}^o\mathbf{e}_{i,3} \\ \beta_{ij} &\equiv \frac{j-1}{N_i}, \quad (1 \leq j \leq N_i) \end{aligned} \quad (106)$$

壁面から垂直に  ${}^{\circ}\mathbf{t}_{ij}$  に達するベクトルを  ${}^{\circ}\mathbf{h}_{ij}$ , その大きさを  $h_{ij}$  で定義する. 壁面に垂直な単位ベクトルを  ${}^{\circ}\mathbf{n}_{ij}$  とし, 仮想球が壁面に接触すると判断される位置の仮想球表面のベクトルは  ${}^{\circ}\mathbf{y}_{ij}$  として次式で表される.

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{y}_{ij} &= {}^{\circ}\mathbf{t}_{ij} - \frac{d_i}{2} {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij} \\ h_{ij} &= |{}^{\circ}\mathbf{h}_{ij}| \\ {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij} &= {}^{\circ}\mathbf{h}_{ij}/h_{ij} \end{aligned} \quad (107)$$

仮想球 ( $i$ ) の壁面に接触する位置の並進速度ベクトル  ${}^{\circ}\dot{\mathbf{y}}_{ij}$  と, その壁面に平行な成分ベクトル  ${}^{\circ}\dot{\mathbf{z}}_{ij}$  は次式で表される.

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\dot{\mathbf{y}}_{ij} &= {}^{\circ}\dot{\mathbf{t}}_{ij} - \frac{d_i}{2} {}^{\circ}\tilde{\Omega}_{Oi} {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij} \\ {}^{\circ}\dot{\mathbf{z}}_{ij} &= {}^{\circ}\dot{\mathbf{y}}_{ij} - ({}^{\circ}\dot{\mathbf{y}}_{ij}^T {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij}) {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij} \end{aligned} \quad (108)$$

壁面の摩擦係数  $\mu$  は,  ${}^{\circ}\dot{\mathbf{z}}_{ij}$  の大きさを  $v_{ij}$  とすると,  $v_{ij}$  が非常に小さい時は静摩擦領域で大きく,  $v_{ij}$  が大きくなると動摩擦に移行して小さくなり, そして  $v_{ij}$  がさらに大きくなると再び大きくなる傾向がある. この傾向は第2章で式 (53) で示す摩擦力の大きさとして表現していたが, 本章では摩擦係数  $\mu$  を  $v_{ij}$  の関数として次式で定義する.

$$\begin{aligned} \mu(v_{ij}) &\equiv \mu_a \left( \frac{v_a}{v_{ij} + v_a} \right)^3 + \mu_b \left( 1 - \frac{v_b}{v_{ij} + v_b} \right)^3 + \mu_c \\ v_{ij} &\equiv |{}^{\circ}\dot{\mathbf{z}}_{ij}| \end{aligned} \quad (109)$$

ここで,  $\mu_a$ ,  $\mu_b$ ,  $\mu_c$ ,  $v_a$ ,  $v_b$  は定数であり,  $\mu$  は  $v_{ij} = 0$  で静摩擦係数  $\mu = \mu_a + \mu_c$  を持ち,  $v_{ij}$  が非常に大きくなると動摩擦係数  $\mu = \mu_b + \mu_c$  に漸近する. 摩擦力のベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{Fij}$  は, 壁面から糸に作用する垂直抗力のベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{P,ij}$  を用いて, 次式で定義する.

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{F}_{Fij} &\equiv - \left( \mu |{}^{\circ}\mathbf{F}_{P,ij}| + F_{st} \frac{l_i}{N_i} \right) \frac{{}^{\circ}\dot{\mathbf{z}}_{ij}}{v_{ij}} \\ F_{st} &= \begin{cases} \text{constant value 1} & (\text{on a yarn surface}) \\ 0 & (\text{on a metal surface}) \end{cases} \end{aligned} \quad (110)$$

ここで,  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{P,ij}$  は式 (52) の  $\mathbf{f}_{P,ij}$  に相当する.  $F_{st}$  は壁面から糸に垂直抗力が作用していなくても生じる単位長さ当たりの摩擦力を表しており, ボビンに巻かれて静止している糸の上を糸が滑るときに, お互いの毛羽が絡んで発生する力として経験的に与えている. よって糸がアイレットなどの金属壁面上を滑るときは, 0 またはそれに近い値とする.

式 (110) と第2章の式 (52) の  $\mathbf{F}_{F,ij}$  は比較すると2つの違いがある. 1つ目は摩擦係数  $\mu$  を定数から摩擦速度に依存する式 (109) に置き換えたことである. 2つ目は摩擦速度と糸と壁面の距離によって発生する力  $\eta_{ij} F_{V,ij}$  を定数  $F_{st}$  に置き換えたことである. この違

いは第2章では摩擦速度により摩擦力が変化することが実験映像と数値シミュレーションを比較考察する中で見えた式の形であり，摩擦力の増加分を力のまま式に追加する方法を選択したためである．本章ではその後に摩擦係数は摩擦速度に依存するとの文献(Choら[88]，Witら[102])を参考に摩擦力の増加分を摩擦係数を大きくすることで定式化するように変更した．

計算単位( $i$ )に作用する壁面の垂直抗力ベクトル  ${}^o\mathbf{F}_{i[EB]}$  と摩擦力ベクトル  ${}^o\mathbf{F}_{i[EF]}$  は  $j$  番目の仮想球に作用する力の総和として次式で表される．

$${}^o\mathbf{F}_{i[EB]} = \sum_{j=1}^{N_i} {}^o\mathbf{F}_{Pij} \quad , \quad {}^o\mathbf{F}_{i[EF]} = \sum_{j=1}^{N_i} {}^o\mathbf{F}_{Fij} \quad (111)$$

解舒直前の糸は図93に示すように，巻糸表面の糸と糸の間に挟まれるように位置しており，更に糸表面に毛羽があるので，巻糸上を転がることは考えにくい．同様にアイレットなどの金属表面でも，毛羽の影響で滑らかな円筒に比べて糸は転がりにくいと考えられる．

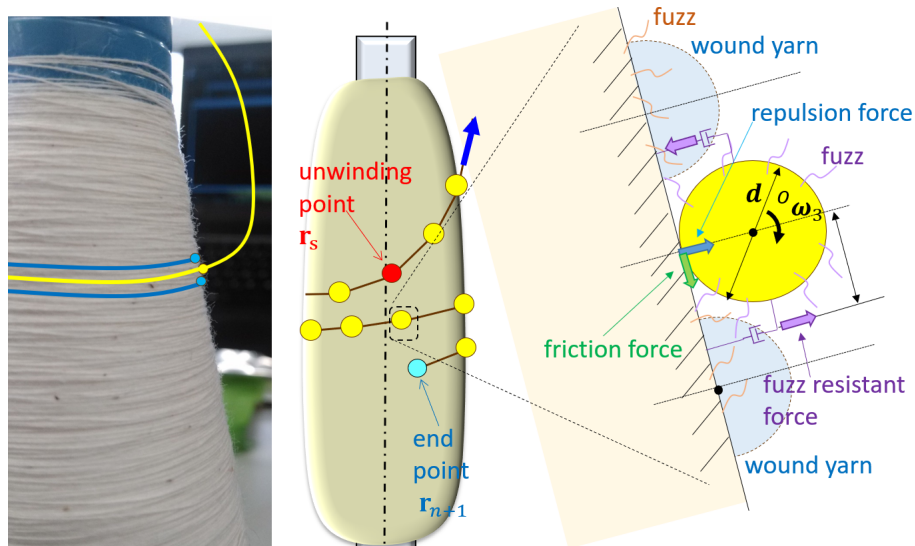


Figure 93: Resistant forces for preventing the rotation of yarn near the unwinding point.

回転角速度  ${}^o\omega_{i,3}$  に比例する減衰力が図のように仮想円柱表面の両端に作用すると考えると，壁面垂直方向から作用する力の総和は0であるが，仮想円柱( $i$ )の軸方向に回転を抑制する外力モーメント  ${}^o\mathbf{N}_{Ri}$  が糸に作用するので， $l_i$  を仮想円柱( $i$ )の長さ， $\eta$  を単位長さ当たり単位回転角速度当たりの回転抑制力モーメントとして， ${}^o\mathbf{N}_{i[ER]}$  は次式で表される．

$${}^o\mathbf{N}_{i[ER]} = -l_i\eta {}^o\omega_{i,3} \quad (112)$$

$\eta$  は測定する手段が無いので，高速度カメラの撮影映像と数値シミュレーションの結果を比較しながら適切な値を設定するものとする．

計算球 ( $i$ ) の重心から  ${}^{\circ}\mathbf{y}_{ij}$  に向かう相対ベクトルを  ${}^{\circ}\mathbf{s}_{ij}$  として定義すると，垂直抗力と摩擦力のモーメントベクトルはそれぞれ  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EB]}$ ， ${}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EF]}$  として次式で表される．

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EB]} &= \sum_{j=1}^{N_i} {}^{\circ}\tilde{\mathbf{s}}_{ij} {}^{\circ}\mathbf{F}_{Pij} \\ {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[EF]} &= \sum_{j=1}^{N_i} {}^{\circ}\tilde{\mathbf{s}}_{ij} {}^{\circ}\mathbf{F}_{Fij} + {}^{\circ}\mathbf{N}_{i[ER]} \\ {}^{\circ}\mathbf{s}_{ij} &\equiv {}^{\circ}\mathbf{y}_{ij} - {}^{\circ}\mathbf{r}_i \end{aligned} \quad (113)$$

#### 4.10 運動方程式の数値解法

運動方程式 (90) の時間積分は Newmark 法を用いる．時刻  $t+h$  における加速度ベクトルを  ${}^{\circ}\ddot{\mathbf{r}}_i(t+h)$ ，速度ベクトルを  ${}^{\circ}\dot{\mathbf{r}}_i(t+h)$ ，位置ベクトルを  ${}^{\circ}\mathbf{r}_i(t+h)$ ，角加速度ベクトルを  ${}^{\circ}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{oi}(t+h)$ ，角速度ベクトルを  ${}^{\circ}\boldsymbol{\Omega}_{oi}(t+h)$ ，オイラーパラメータを  ${}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h)$  とおくと，これらは次式で表される．

$${}^{\circ}\dot{\mathbf{r}}_i(t+h) = {}^{\circ}\dot{\mathbf{r}}_i(t) + h \{ (1-\gamma) {}^{\circ}\ddot{\mathbf{r}}_i(t) + \gamma {}^{\circ}\ddot{\mathbf{r}}_i(t+h) \} \quad (114)$$

$${}^{\circ}\mathbf{r}_i(t+h) = {}^{\circ}\mathbf{r}_i(t) + h {}^{\circ}\dot{\mathbf{r}}_i(t) + h^2 \left\{ \left( \frac{1}{2} - \beta \right) {}^{\circ}\ddot{\mathbf{r}}_i(t) + \beta {}^{\circ}\ddot{\mathbf{r}}_i(t+h) \right\} \quad (115)$$

$${}^{\circ}\boldsymbol{\Omega}_{oi}(t+h) = {}^{\circ}\boldsymbol{\Omega}_{oi}(t) + h \left\{ (1-\gamma) {}^{\circ}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{oi}(t) + \gamma {}^{\circ}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{oi}(t+h) \right\} \quad (116)$$

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h) &= \left[ \mathbf{I}_4 - \frac{1}{2} h^2 \beta {}^i\mathbf{B}_{oi}(t+h) \right]^{-1} \\ &\quad \left( {}^{\circ}\mathbf{E}_i(t) + h {}^{\circ}\dot{\mathbf{E}}_i(t) + h^2 \left( \frac{1}{2} - \beta \right) {}^{\circ}\ddot{\mathbf{E}}_i(t) \right) \end{aligned} \quad (117)$$

$${}^i\mathbf{B}_{oi}(t+h) \equiv {}^i\dot{\mathbf{A}}_{oi}(t+h) - \frac{1}{2} \left( {}^i\boldsymbol{\Omega}_{oi}^T(t+h) {}^i\boldsymbol{\Omega}_{oi}(t+h) \right) \mathbf{I}_4 \quad (118)$$

$${}^i\mathbf{A}_{oi}(t+h) \equiv \begin{bmatrix} 0 & -{}^i\boldsymbol{\Omega}_{oi}^T(t+h) \\ {}^i\boldsymbol{\Omega}_{oi}(t+h) & -{}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{oi}(t+h) \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (119)$$

$$\mathbf{I}_4 \equiv \text{diag}(1, 1, 1, 1) \quad (120)$$

ここで，式 (117) の  ${}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h)$  の導出を補足する． ${}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h)$  の Newmark 法による積分は次式で表されるので， ${}^{\circ}\dot{\mathbf{E}}_i(t+h)$ ， ${}^{\circ}\ddot{\mathbf{E}}_i(t+h)$  が得られれば，時刻  $t$  の既知量を用いて

${}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h)$  が求められる.

$${}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h) = {}^{\circ}\mathbf{E}_i(t) + h {}^{\circ}\dot{\mathbf{E}}_i(t) + h^2 \left\{ \left(\frac{1}{2} - \beta\right) {}^{\circ}\ddot{\mathbf{E}}_i(t) + \beta {}^{\circ}\ddot{\mathbf{E}}_i(t+h) \right\} \quad (121)$$

${}^{\circ}\dot{\mathbf{E}}_i(t+h)$  は, 式 (123) の  $3 \times 4$  行列  ${}^{\circ}\mathbf{S}_i$  と式 (119) の  $4 \times 4$  行列  ${}^i\mathbf{A}_{\text{Oi}}(t+h)$  を用いて次式で表される.

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\dot{\mathbf{E}}_i(t+h) &= \frac{1}{2} {}^{\circ}\mathbf{S}_i^T(t+h) {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h) \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} - {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}^T(t+h) {}^{\circ}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t+h) \\ {}^{\circ}\varepsilon_{i,0}(t+h) {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h) + {}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{\text{Oi}}(t+h) {}^{\circ}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t+h) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} {}^i\mathbf{A}_{\text{Oi}}(t+h) {}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h) \end{aligned} \quad (122)$$

$${}^{\circ}\mathbf{S}_i(t+h) \equiv [- {}^{\circ}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t+h) \quad (- {}^{\circ}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t+h) + {}^{\circ}\varepsilon_{i,0}(t+h)\mathbf{I}_3)]_{3 \times 4} \quad (123)$$

$${}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h) = {}^{\circ}\mathbf{R}_i^T(t+h) {}^{\circ}\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h) \quad (124)$$

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{R}_i(t+h) &= (2 {}^{\circ}\varepsilon_{i,0}^2(t+h) - 1)\mathbf{I}_3 \\ &\quad + 2 {}^{\circ}\varepsilon_{i,0}(t+h) {}^{\circ}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t+h) + 2 {}^{\circ}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t+h) {}^{\circ}\boldsymbol{\varepsilon}_i^T(t+h) \end{aligned} \quad (125)$$

ここで  ${}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h)$  は枠  $i$  で表した球 ( $i$ ) の角速度ベクトルである.  ${}^i\mathbf{S}_{\text{Oi}}(t+h)$ ,  ${}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h)$  を見ると, 求めるべき  ${}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h)$  の成分が使われている. 本研究では時刻  $t+h$  における収束計算を Newton Raphson 法でおこなうので, 収束計算  $k$  回目 ( $0 \leq k$ ) の  ${}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h)$  は  $k-1$  回目値を使用するものとする.

${}^{\circ}\ddot{\mathbf{E}}_i(t+h)$  は式 (122) を時間で微分し, 式 (118) の  $4 \times 4$  行列  ${}^i\mathbf{B}_{\text{Oi}}(t+h)$  を用いて次式で表される.

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\ddot{\mathbf{E}}_i(t+h) &= \frac{1}{2} \left( {}^i\dot{\mathbf{A}}_{\text{Oi}}(t+h) {}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h) + {}^i\mathbf{A}_{\text{Oi}}(t+h) {}^{\circ}\dot{\mathbf{E}}_i(t+h) \right) \\ &= \frac{1}{2} {}^i\dot{\mathbf{A}}_{\text{Oi}}(t+h) {}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h) + \frac{1}{4} {}^i\mathbf{A}_{\text{Oi}}(t+h) {}^i\mathbf{A}_{\text{Oi}}(t+h) {}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h) \\ &= \frac{1}{2} \left( {}^i\dot{\mathbf{A}}_{\text{Oi}}(t+h) - \frac{1}{2} ({}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}^T(t+h) {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h)) \mathbf{I}_4 \right) {}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h) \\ &= \frac{1}{2} {}^i\mathbf{B}_{\text{Oi}}(t+h) {}^{\circ}\mathbf{E}_i(t+h) \end{aligned} \quad (126)$$

ここで式 (126) は次式の関係が成り立つ.

$$\begin{aligned}
& {}^i\mathbf{A}_{\text{Oi}}(t+h) {}^i\mathbf{A}_{\text{Oi}}(t+h) \\
&= \begin{bmatrix} - {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}^T(t+h) {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h) & {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}^T(t+h) {}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{\text{Oi}}(t+h) \\ - {}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{\text{Oi}}(t+h) {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h) & - {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h) {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}^T(t+h) + {}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{\text{Oi}}(t+h) {}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{\text{Oi}}(t+h) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} - {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}^T(t+h) {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h) & -\mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & - {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}^T(t+h) {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h)\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \\
&= - \left( {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}^T(t+h) {}^i\boldsymbol{\Omega}_{\text{Oi}}(t+h) \right) \mathbf{I}_4
\end{aligned} \tag{127}$$

式 (126) を式 (121) に代入すると次式が得られ, 式 (117) が導出される.

$$\left[ \mathbf{I}_4 - \frac{1}{2}h^2\beta {}^i\mathbf{B}_{\text{Oi}}(t+h) \right] {}^\circ\mathbf{E}_i(t+h) = {}^\circ\mathbf{E}_i(t) + h {}^\circ\dot{\mathbf{E}}_i(t) + h^2 \left( \frac{1}{2} - \beta \right) {}^\circ\ddot{\mathbf{E}}_i(t) \tag{128}$$

このまま時間積分をおこなうと計算の過程で  ${}^\circ\mathbf{E}_i(t+h)$  には数値誤差が蓄積し, オイラーパラメータの条件  $|{}^\circ\mathbf{E}_i(t+h)| = 1$  を満たさなくなるという問題があるが, 次式の修正値  ${}^\circ\mathbf{E}'_i$  を逐次  ${}^\circ\mathbf{E}_i$  に置き換えることで, この問題を回避することができる (田島 [62]).

$${}^\circ\mathbf{E}'_i(t+h) \equiv {}^\circ\mathbf{E}_i(t+h)/|{}^\circ\mathbf{E}_i(t+h)| \tag{129}$$

## 4.11 結果と考察

### 4.11.1 パラメータ

表 10 に糸モデルの物性値と各種パラメータを示す． $K_L$ ， $C_L$ ， $K_P$ ， $C_P$ ， $K_B$ ， $C_B$ ， $K_T$ ， $C_T$  は剛性と減衰の係数で単位長さ当たりの値であり，それぞれ式 (93)，(95)，(96)，(98) に示されている．第 3 章と共通のパラメータは同じ値または微調整した値を使用する．曲げや引っ張りの剛性の係数  $K_B$ ， $K_L$  はそれぞれ図 19，図 53 から得られた測定結果を線形化したものである．

図 94 はねじりトルク測定器で，本研究で使用するスパン糸を測定している様子を撮影したものである．この測定器は糸を上下に固定してねじり，トーション型センサで微小なねじりトルクを計測する．図 95 はその測定結果で，縦軸にねじりトルク，横軸にねじり角度を表している．これを見るとヒステリシスが存在することがわかるが，本章では線形化して簡略的に取り扱うため，図中の青点で示したデータを線形近似してねじり剛性の係数  $K_T$  を設定する．引っ張りや曲げ，ねじりの減衰係数である  $C_L$ ， $C_B$ ， $C_T$  と，2 つの

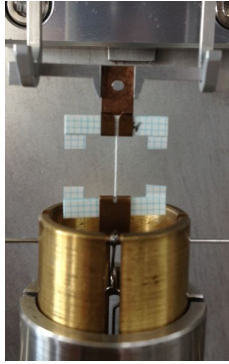


Figure 94: Measuring device for torsional torque. Model No. SKT-1(Kato Tec Co.,Ltd).

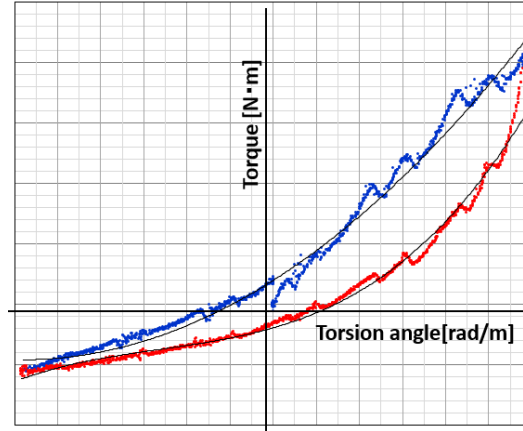


Figure 95: Measuring result of the torsional torque with respect to the curvature.

計算単位間の連結のずれを表すばねとダンパの係数  $K_P$ ， $C_P$  は，試験機による測定が不可能なので，高速度カメラの映像と計算結果を比較しながら値を調整する．4.3 節で述べたように，糸に外力が作用していない状態で曲げが存在する状態を表現する  ${}^i\mathbf{E}_{i[S]}$  を導入しているが，本章の数値例ではまっすぐな糸を想定しており， ${}^i\mathbf{E}_{i[S]} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  とする． $\beta$ ， $\gamma$  は Newmark 法で用いられるパラメータで式 (114)，(115)，(116)，(117) に用いられる．

Table 10: Material properties and the computation settings.

	num. of elements	$n$	100
virtual cylinder	diameter	$d_i$	$0.20 \times 10^{-3}$ [m]
	length	$L_i$	$1.00 \times 10^{-3}$ [m]
	mass		0.00 [m]
	moment of inertia		0.00 [kgm <sup>2</sup> ]
	euler parameter	${}^i\mathbf{E}_{i[S]}$	$[1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
sphere	line density	$\rho_{yarn}$	$1.97 \times 10^{-5}$ [kg/m]
	diameter	$d_i$	$0.20 \times 10^{-3}$ [m]
	mass	$m_i$	$1.97 \times 10^{-8}$ [kg]
	moment of inertia	$J_i$	$7.88 \times 10^{-17}$ [kgm <sup>2</sup> ]
integrator parameter	generalized	$\beta$	0.31
	$\alpha$ method	$\gamma$	0.61
	time step	$h$	$0.25 \times 10^{-6}$ [s]
Tensile	stiffness coeff.	$K_L$	60.0 [N]
	damping coeff.	$C_L$	$0.41 \times 10^{-3}$ [Ns]
Tensile	stiffness coeff.	$K_P$	1.20 [N]
	damping coeff.	$C_P$	$6.50 \times 10^{-2}$ [Ns]
Bending	stiffness coeff.	$K_B$	$1.00 \times 10^{-9}$ [Nm <sup>2</sup> /rad]
	damping coeff.	$C_B$	$1.89 \times 10^{-13}$ [Nm <sup>2</sup> s/rad]
Torsional	stiffness coeff.	$K_T$	$2.67 \times 10^{-9}$ [Nm <sup>2</sup> /rad]
	damping coeff.	$C_T$	$4.35 \times 10^{-13}$ [Nm <sup>2</sup> s/rad]
Drag	drag coeff.	$C_D$	3.36
	density of air	$\rho_{air}$	1.17 [kg/m <sup>3</sup> ]
Gravity	acceleration	$\mathbf{g}$	$[0 \ 0 \ -9.8]^T$ [m/s <sup>2</sup> ]
Motion	pulling velocity	$V$	1,000 [m/min]

表 11 は，摩擦係数  $\mu$ (式 (109)),  $F_{st}$ (式 (110)) と回転抑制力のモーメント  $\eta$ (式 (112)) を設定するパラメータである．図 96 は表 11 の値を用いた場合の摩擦係数を表す．縦軸に摩擦係数，横軸に糸の表面と壁面の相対速度の大きさをとり，水色線は糸と糸の間の摩擦係数を，橙色は糸と金属の間の摩擦係数を示している．

Table 11: Parameters for the friction coefficient  $\mu$  in Eq.(109) ,  $F_{st}$  in Eq.(110) and  $\eta$  in Eq.(112)

contact between	friction parameters						
	$\mu_a$	$\mu_b$	$\mu_c$	$v_a$	$v_b$	$F_{st}$	$\eta$
				[m/s]		[N/m]	[Ns/rad]
yarn & yarn	0.15	0.01	0.45	0.40	0.40	0.60	$1.0 \times 10^{-6}$
yarn & metal wall	0.05	0.03	0.20	0.40	0.40	0.00	$1.0 \times 10^{-8}$

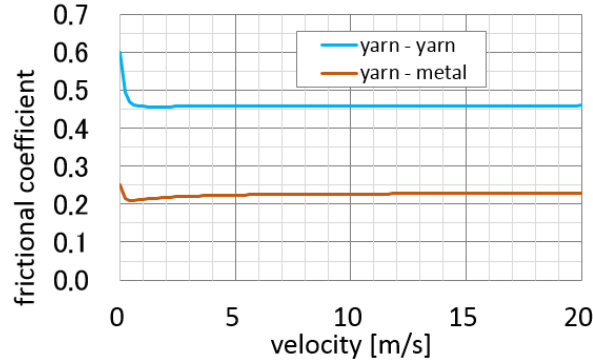


Figure 96: Friction coefficient of yarn. Orange line:  $\mu$  on the metal surface; light blue line:  $\mu$  on the yarn surface.

なお本章の運動方程式 (90) のパラメータは，第 2.9 節に記す無次元化を行い，数値計算の桁落ちを少なくする考慮をしている．

#### 4.11.2 数値シミュレーションの結果

図 84 に示す解舒運動では，糸は引上点に向かって  $1,000[\text{m}/\text{min}]$  の速度で引き上げられる．図 97 は，解舒点がボビン下端から上方向に移動し再び下端に戻るまでに解舒点がボビンの周囲を回転する回数を解舒数，単位時間当たりの解舒数を解舒速度として示している．また各時刻における引上点の糸が成す位相角も示している．図 97(a) の黒点と黒線は

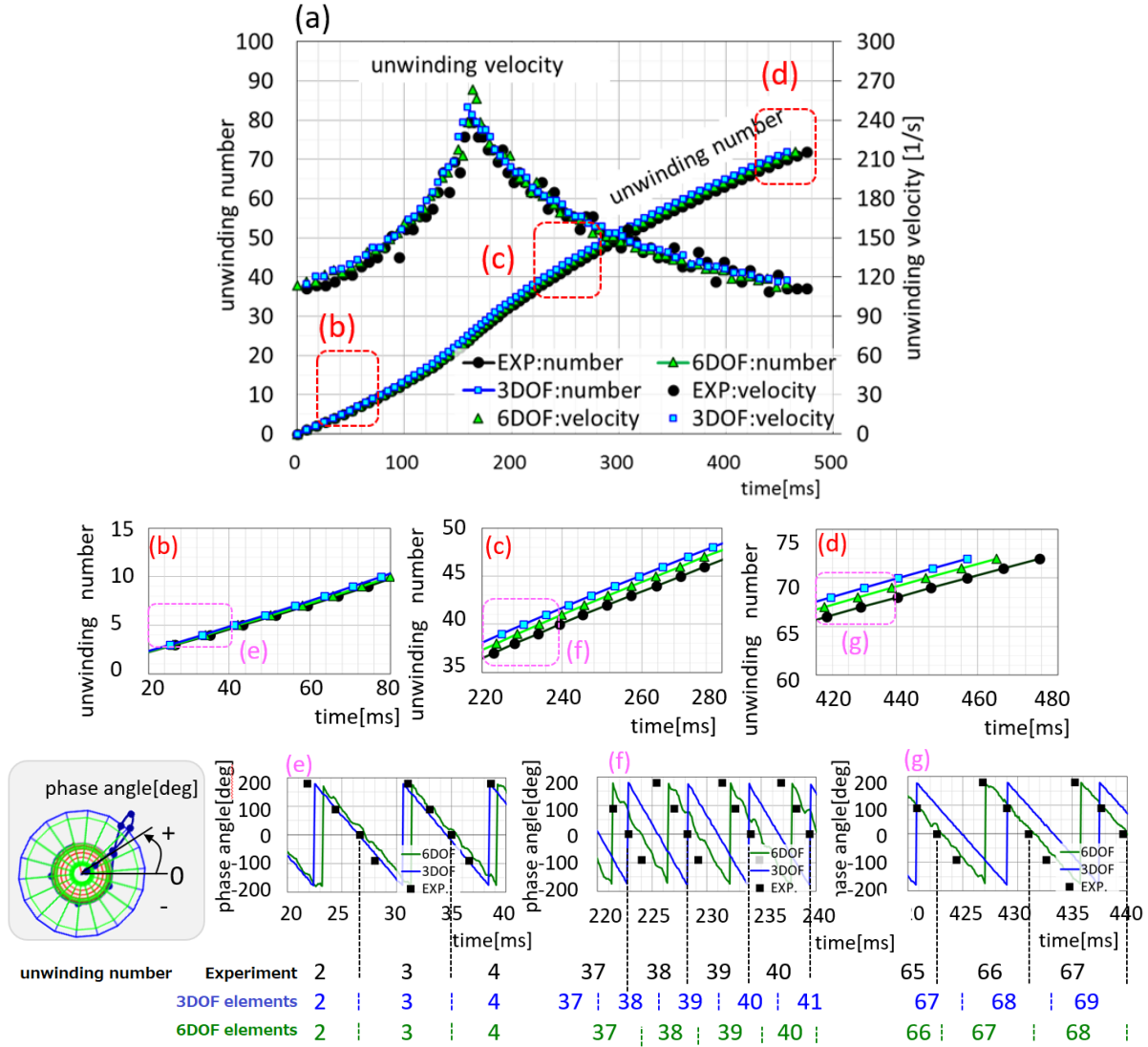


Figure 97: Unwinding number and unwinding velocity in the numerical simulation and the experimental results. (a):Unwinding number and unwinding velocity; (b),(c),(d):unwinding number; (e),(f),(g):phase angle and unwinding number.

高速度カメラで撮影された実験映像から各時刻の解舒数と解舒速度の変化を計測した値を示している．青四角形と青線は第3章の質点3自由度要素からなる糸モデルの結果を，

緑三角形と緑線は本章の6自由度要素からなる糸モデルの結果を表している。図97(b), (c), (d)は図97(a)中に示す(b), (c), (d)の領域を拡大表示している。図97(e), (f), (g)は図97(b), (c), (d)に示す(e), (f), (g)の領域を拡大し、回転方向の位相角を示している。ここで、位相角は図97(a)下に配した図のように、ボビン周方向のある場所を $0^\circ$ とし、引出点からバルーンの形成される直前までの糸が成す角度として定義している。また図97(e), (f), (g)の下部に解舒数を記す。

これらを見ると、同時刻の解舒数は小さい順に実験、6自由度要素からなる糸モデル、3自由度要素からなる糸モデルと並べられ、6自由度要素からなる糸モデルの方が3自由度要素からなる糸モデルより実験結果に近いことが分かる。引上点における引上速度は一定なので、解舒数が小さいということは糸に作用する引張力とそれによる伸びが大きいことを意味し、そのことは図58と後述の図99の引上点の平均張力の値より確かめられる。このように6自由度要素からなる糸モデルの方が、平均張力が大きく出る理由として、巻糸やアイレットの表面における糸の転がりによる摩擦状態の違いがあると考えられる。つまり、3自由度要素からなる糸モデルで採用した式(54)に示す摩擦力は、糸の中心軸と接触壁面との相対速度を摩擦速度として定義しているのに対して、6自由度要素からなる糸モデルで採用した式(110)に示す摩擦力は、糸の表面と壁面との相対速度を摩擦速度として定義している。そのため糸が進行方向に対して壁面を順転がりする場合と逆転がりする場合では摩擦速度が異なり摩擦力の大きさが変化する。このことが張力の違いとして表れ、6自由度要素からなる糸モデルの方が実験の状態をよく表しており、解舒数が実験値に近くなると考えられる。よって3自由度要素からなる糸モデルを拡張した6自由度要素からなる糸モデルは、糸の壁面接触の状態を詳細に表せるという意味において優位性があるといえる。

図98は糸がボビン下端から上方向に向かって移動しながら解舒されるとき各時刻のバルーン形状を表している。図中の黄線は高速度カメラで撮影した糸の軌跡を、青線は第3章の3自由度要素からなる糸モデルの数値シミュレーション結果を、緑線は本章の6自由度要素からなる糸モデルの数値シミュレーション結果を示す。図中の左肩と右肩の数値は、上から順に実験、3自由度要素からなる糸モデル、6自由度要素からなる糸モデルそれぞれの解舒時刻と解舒数を示している。この結果を見ると6自由度要素からなる糸モデルは、3自由度要素からなる糸モデルや実験の結果とよく似た糸の運動を再現していることが確認できる。

図99は引上点張力の時間変動を示している。灰色線は0.1ms毎の張力値を、黒線は3ms毎の張力平均値を、赤線は500msの時間平均の張力値を示している。青線はボビン軸方向の解舒点の高さで、解舒点が下方に移動すると青線は下方に、解舒点が上方に移動する

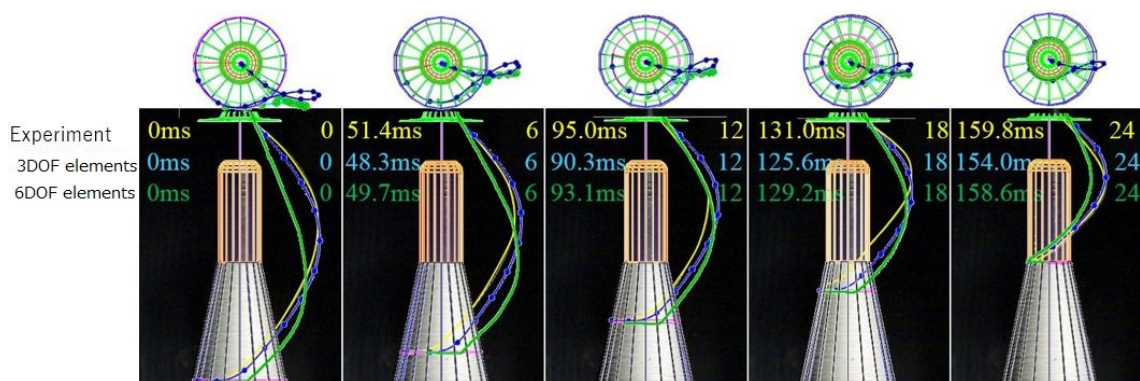


Figure 98: Balloon shapes in the numerical simulation and the experimental result. Yellow line: an experiment; blue line: the 3DOF elements model; green line : the 6DOF elements model.

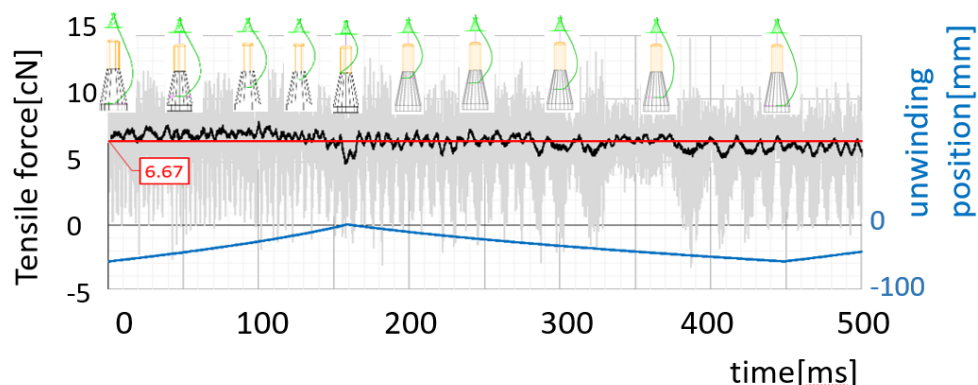


Figure 99: Tensile force on the 6DOF elements model. Please see Fig.58 on the 3DOF elements model.

と上方に移動する．この図は図 58 に示す 3 自由度要素からなる糸モデルの結果と対応しており，それらを比較すると下記のことが分かる．赤線の平均張力値を見ると 6 自由度要素からなる糸モデルは 3 自由度要素からなる糸モデルより小さいが，よく似た値を示している．また灰色線の張力の振れ幅は，6 自由度要素からなる糸モデルが 3 自由度要素からなる糸モデルより小さい．これは 3 自由度要素からなる糸モデルではねじり方向の拘束やエネルギーの減衰が存在しないので，局所的な回転が復元力で抑制されたりねじりエネルギーが減衰しないためと考えられる．

図 100 は図 98 に示す各時刻の糸の各場所に置けるねじり角度を示しており，図中 (a) は糸の形状を，図中 (b) は糸の各場所の単位長さ当たりのねじり角度を，図中 (c) は解舒点から各場所までのねじり角度の積算値を表している．

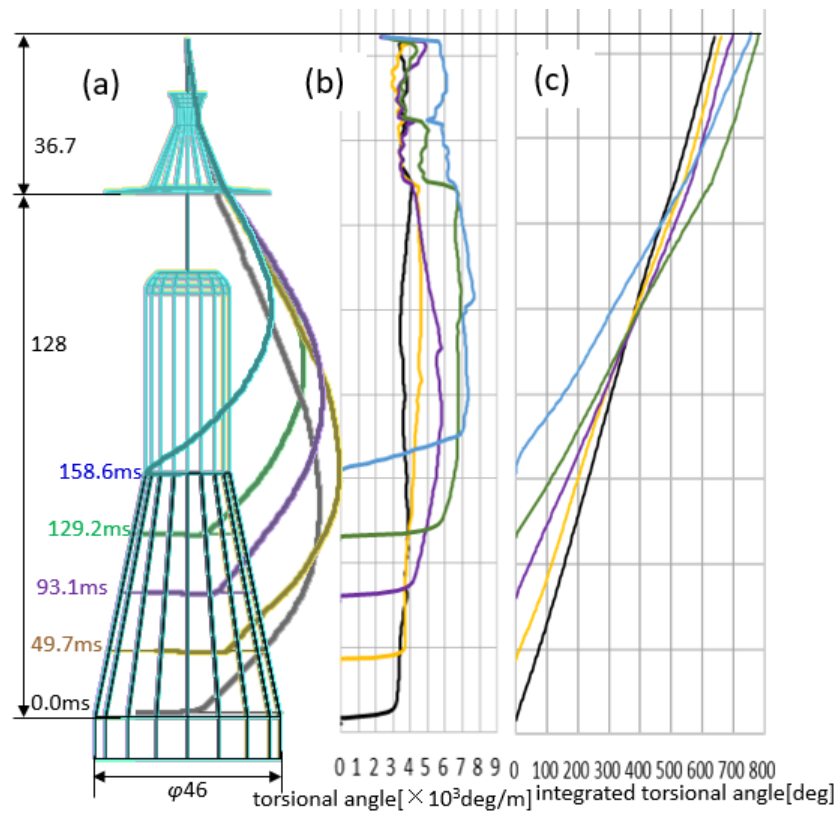


Figure 100: Torsional angle at each time point: (a)yarn shapes; (b)torsional angles per meter; (c)integrated torsional angles from the unwinding point.

表 12 は各時刻におけるねじり角度の積算値と糸長を表している。

図 101 は解舒運動の各時刻における各値の変動を表しており、黒線は解舒点から引上点までのねじり角度の積算値を、紫線は解舒点から引上点までの糸長を、緑線は解舒点のボビン径を、赤線は 500ms の時間平均ねじり角度値を、青線は解舒点のボビン軸方向の高さを表す。

図 100(b) を見ると、解舒点からアイレットまでの間の糸のねじり角度はほぼ一定に保たれている。このことは、糸が解舒点からアイレットまで移動する時間内にねじり角度がほぼ伝播していることを意味している。そして糸がアイレット壁面に接触するとねじり角度は小さくなる傾向が見られる。スパン糸のように撚りが入った連続した糸は、その途中の位置をねじると、その位置の前後で一方は撚りが強くなる追撚、もう一方は撚りが弱くなる解撚が発生し、そのねじり角度の積算値が 0 になる仮撚りと呼ばれる状態になる。図 102 に仮撚りの模式図を示す。糸の撚りは右手系または左手系の 2 つの方向があり、それぞれ Z 撚りと S 撚りと呼ばれ、この図は図 1 の写真のように一般的な Z 撚りを表している。Z 撚りの糸がアイレット壁面に沿って時計方向に回転すると、糸は摩擦力によって反時計

Table 12: Torsional angle and length at each time point.

time [ms]	torsional angle [deg]	total length [mm]
0.0	640	179
49.7	663	164
93.1	698	148
129.2	783	132
158.6	755	121

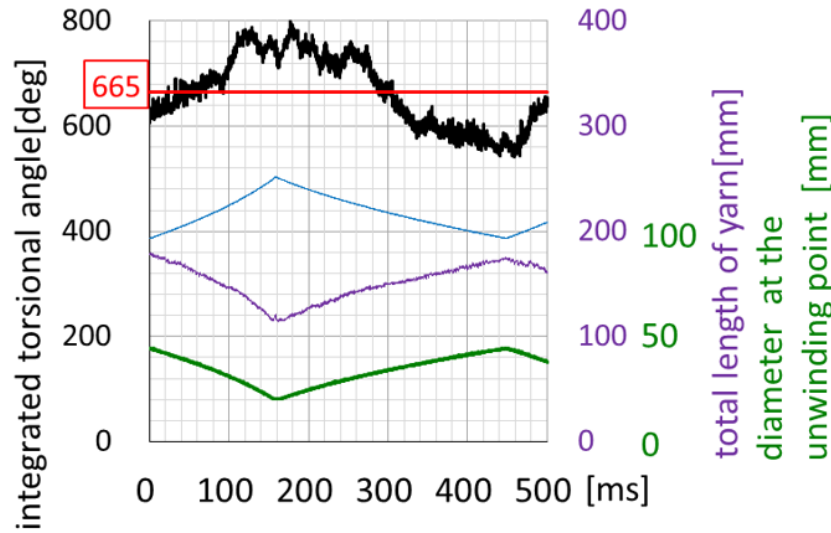


Figure 101: Integrated torsional angle from the unwinding point to the pulling point.

方向に回転するので、糸は壁面上部で解燃状態、下部で追燃状態となる．図 100(b) の結果が示す、接触位置から引上点にかけてねじり角度が小さくなる現象は 仮燃を数値化して表しているものといえる．またその反対に、接触位置から解舒点にかけてねじり角度が大きくなると考えられるが、数値として確認することができないのは、ねじりが解舒点にむかって高速に伝播するためといえる．このようにアイレット壁面に接する部分で仮燃りが発生することはこれまでの実験を通して推測されていた現象であるが、この図は仮燃現象を数値的に捉えることができる．

図 100(c) と図 101 を見ると解舒点から引上点までのねじり角度の積算値は、解舒位置が下にあるときに小さく、上に移動するにつれて増加し、時間平均値は  $665^{\circ}$  である．糸はボビンの軸の周りに 1 周解舒される度に  $360^{\circ}$  のねじりが加わり、引上点ではねじられた状態の糸が領域外に出て行く．ねじり角度の積算値はボビン周りの解舒速度と引上点の引き上げ速度によって決定される．図 100(c), 101 を見ると、解舒位置は  $t = 0\text{ms}$  で最も

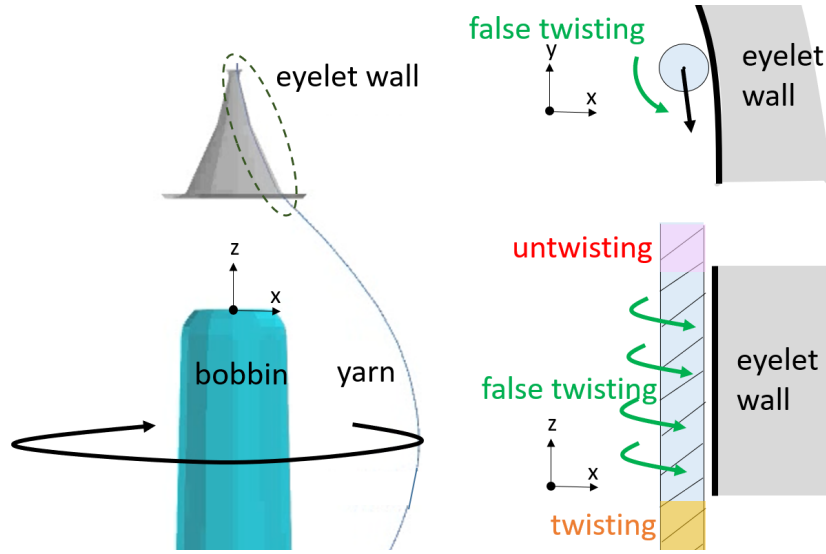


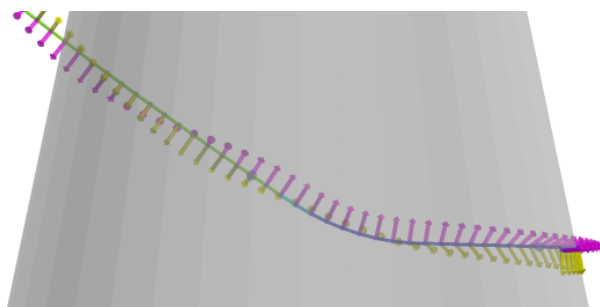
Figure 102: False twisting in the Z-twist yarn contacted on the eyelet wall surface.

下に位置し、 $t = 158.6\text{ms}$  で最も上に移動し、約  $t = 460\text{ms}$  で再び下に戻る。引き上げ速度は  $1000[\text{m/min}]$  で定速としているので、解舒位置が上に位置するとき糸に加えられる単位時間当たりのねじり角度は大きくなり、ねじり角度の積算値は大きくなる。

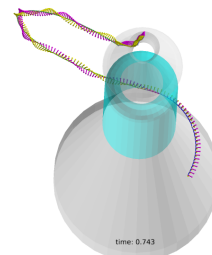
このように、数値シミュレーションで得られたバルーン形状は、カメラ映像によく似ているので、6自由度要素からなる糸モデルは妥当性があるといえる。また実験では得られない運動中の糸の力学特性を数値で明らかにすることができる。

#### 4.11.3 巻糸上の回転抑制の効果について

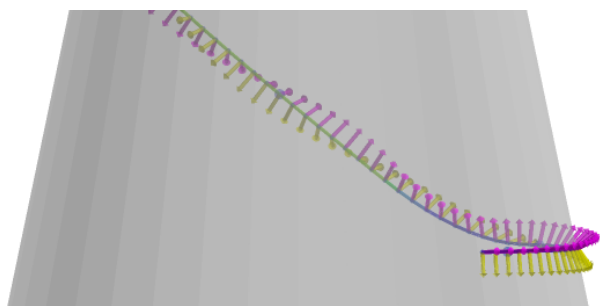
図 100(b) の解舒点近傍を見ると、ねじり角度は  $0^\circ$  から急激に増加している。これは回転抑制の力のモーメント  ${}^0\mathbf{N}_{i[ER]}$  (式 (112)) を用いて糸が巻糸上を転がらないように規制しているからである。よって巻糸上の糸の  $\eta$  (式 (112)) をアイレット上の値に近づけると、巻糸上の糸はねじりが伝播し回転し始める。 $\eta = 5.0 \times 10^{-8}$  に設定したときの解舒点近傍の糸の運動を図 103, 図 104, 図 105, 図 106 に示す。図の時刻は数値シミュレーションの初期状態を  $t = 0.0\text{sec}$  としたときの時刻を示している。糸は計算単位を連結して表現しており、計算単位  $(i) (1 \leq i \leq n)$  に配された棒  $i$  の第 1 軸  ${}^0\mathbf{e}_{i,1}$ 、第 2 軸  ${}^0\mathbf{e}_{i,2}$  の方向を示す矢印をそれぞれ紫色、黄色で表している。これを見ると、解舒される直前から計算単位の矢印が巻糸上で回転し始めている。高速度カメラの撮影画像を見ると、糸は巻糸上を擦りながら上昇し解舒点で離脱する運動は見受けられるが、巻糸上を転がり移動する様子は確かめられない。よって本章で導入した  ${}^0\mathbf{N}_{i[ER]}$  は妥当であるといえる。



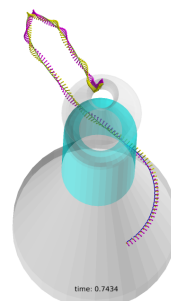
time 0.7430[s]



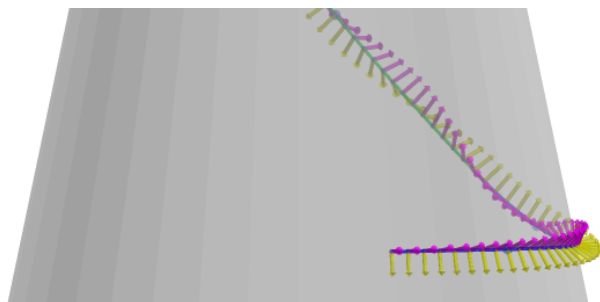
time: 0.7434



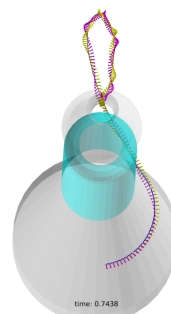
time 0.7434[s]



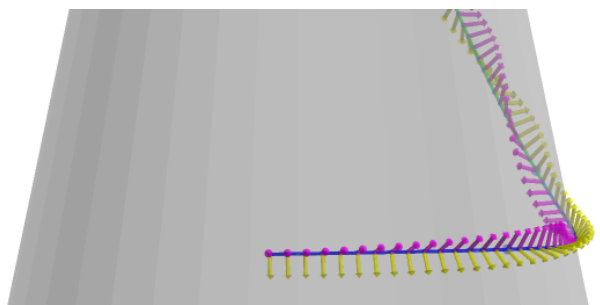
time: 0.7438



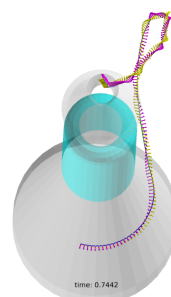
time 0.7438[s]



time: 0.7442

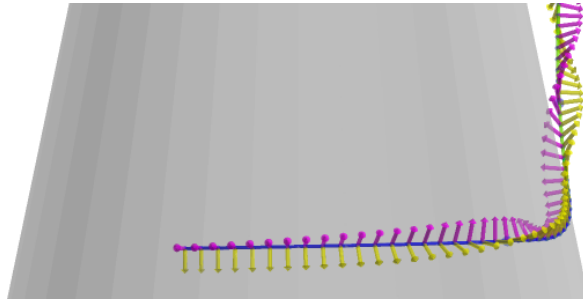


time 0.7442[s]

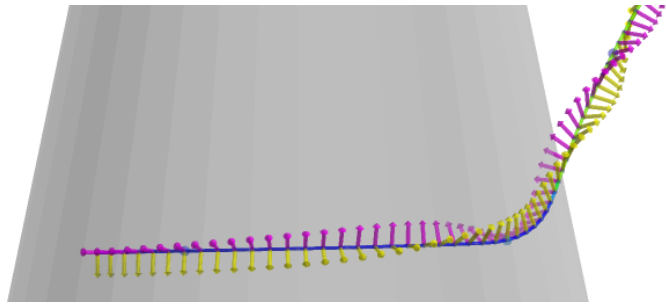
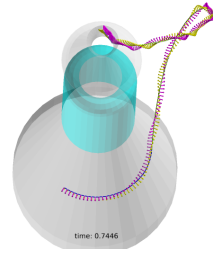


time: 0.7442

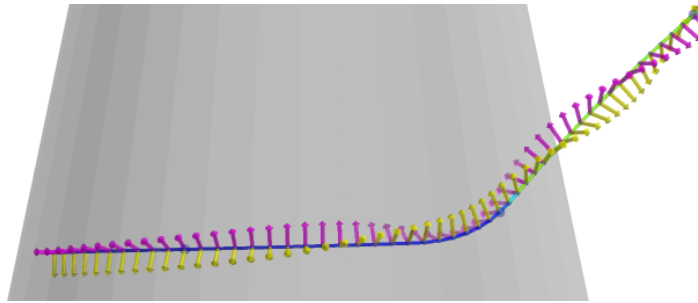
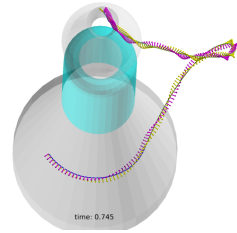
Figure 103: Twisting behavior near the unwinding point:  $t = 0.7430 \sim 0.7442$ sec.



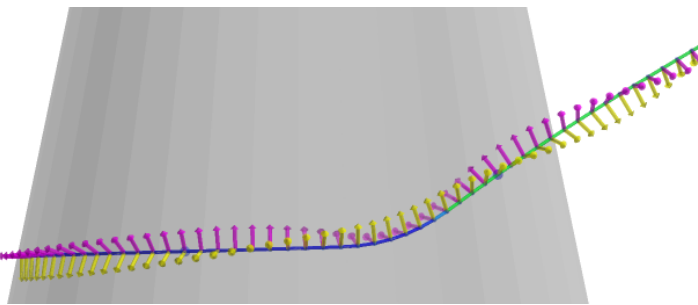
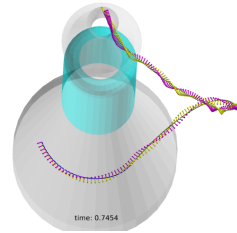
time 0.7446[s]



time 0.7450[s]



time 0.7454[s]



time 0.7458[s]

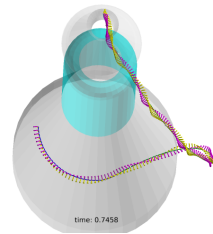
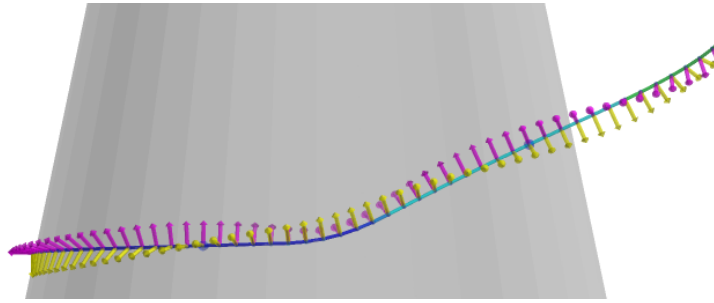
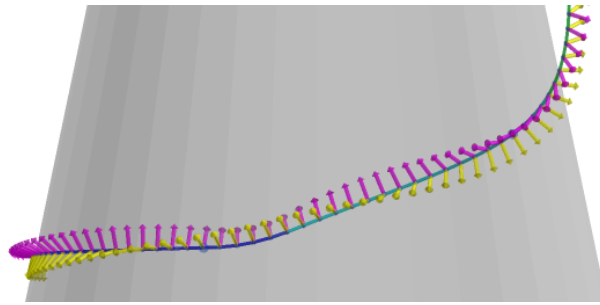
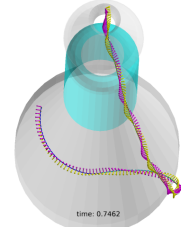


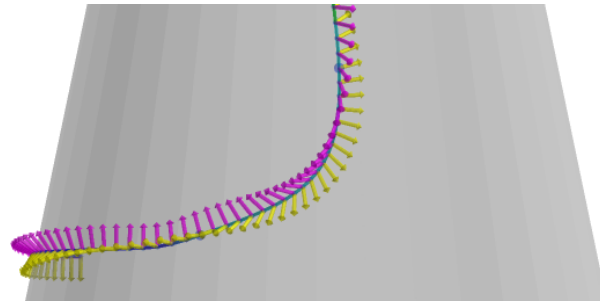
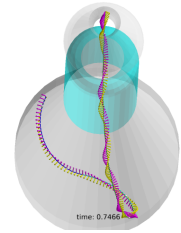
Figure 104: Twisting behavior near the unwinding point:  $t = 0.7446 \sim 0.7458$ sec.



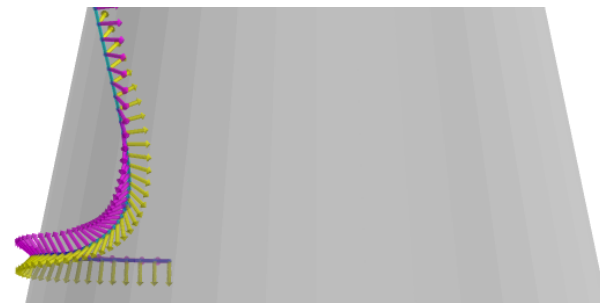
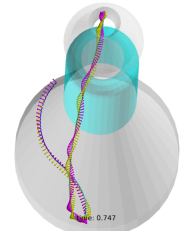
time 0.7462[s]



time 0.7466[s]



time 0.7470[s]



time 0.7474[s]

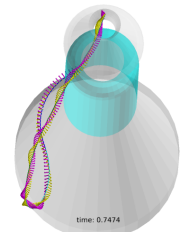
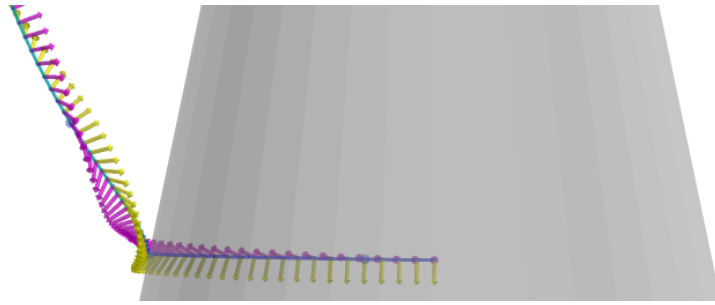
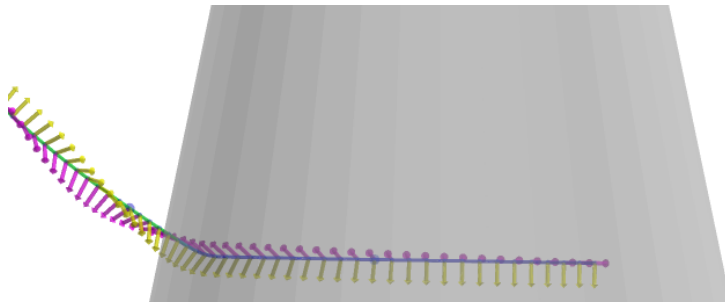
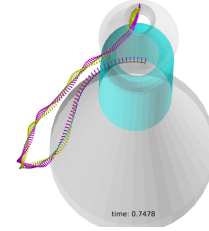


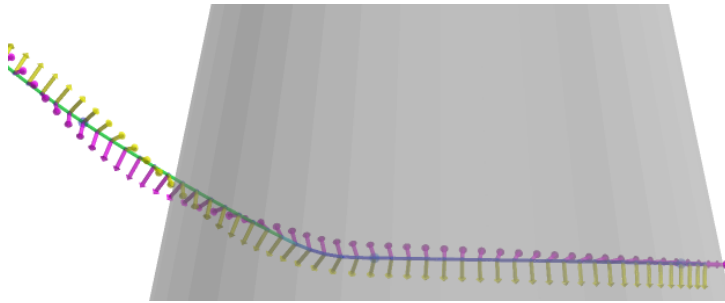
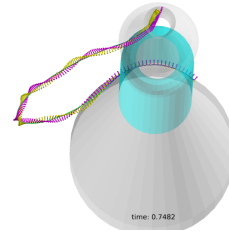
Figure 105: Twisting behavior near the unwinding point:  $t = 0.7462 \sim 0.7474$ sec.



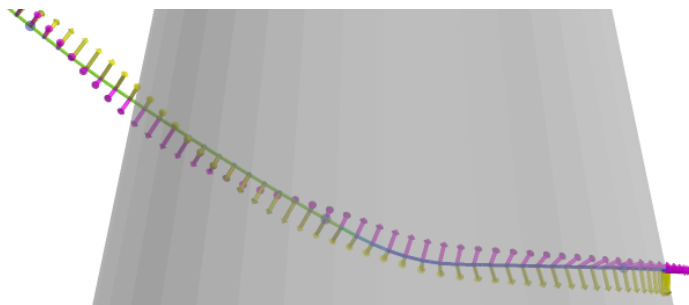
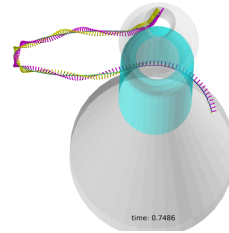
time 0.7478[s]



time 0.7482[s]



time 0.7486[s]



time 0.7490[s]

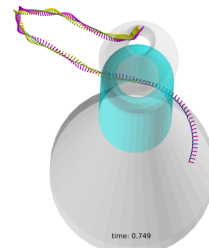


Figure 106: Twisting behavior near the unwinding point:  $t = 0.7478 \sim 0.7490$ sec.

#### 4.11.4 計算時間について

本章の6自由度要素からなる糸モデルのシミュレーションプログラムは、第3章の自作行列演算ライブラリを用いてC++言語で記述しており、プログラムの構成は3自由度要素からなる糸モデル(方法B)に近く、そのフローチャートを図107に示す。

6自由度要素からなる糸モデルの計算単位の高さを3自由度要素からなる糸モデルの質点間距離とほぼ同一に設定しているため、各時刻において計算単位の数と質点の数はほぼ同じとみなして良く、6自由度要素からなる糸モデルは3自由度要素からなる糸モデルに対して、各時刻における自由度の数は約2倍に増加している。

表6に示す方法B(No.5)と同等の条件と計算環境を用いて数値シミュレーションを行った結果、3自由度要素からなる糸モデルの計算時間が8時間に対して、6自由度要素からなる糸モデルは14時間を要することがわかった。この計算は計算機のCPUコアを1つ使うシングル計算で行っているが、計算時間が24時間を大幅に下回っているため、夜間に複数の計算コアを用いて多パターンの数値シミュレーションを行い、翌日にその結果を評価して次の計算の準備を整えるという開発設計ループを構築することができる。よってこの糸モデルを繊維機械のモデルベース開発に利用することは可能であり、実用性があると判断できる。

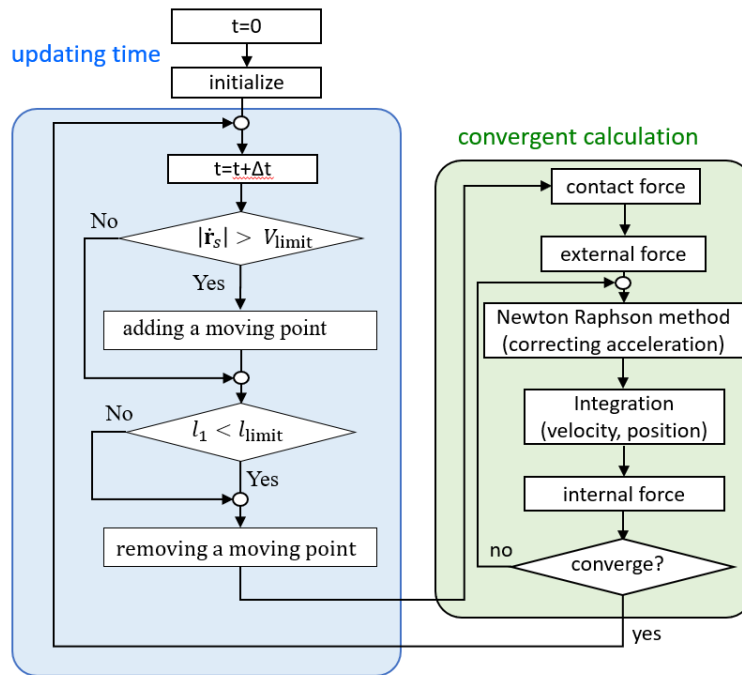


Figure 107: Flowchart for the numerical simulation of yarn motion on the 6DOF elements model.

## 4.12 本章のまとめ

本章では質量を持つ剛体球と質量0の仮想円柱を結合して、そこに伸びと曲げ、ねじりを表現するばねとダンパを組み込んで1つの計算単位を構成し、それらを複数連結して6自由度要素からなる糸モデルを構築した。この糸モデルは、前章の3自由度要素からなる糸モデルを拡張することで、その特徴を活かしつつ新たな機能を追加している。前章からの引き継いだ機能は、運動方程式の慣性項ができるだけ連成せずに互いに独立に計算できることであり、また端点の計算単位を任意の時刻で生成または消滅させられるので、解析対象の領域の大きさを必要最低限に設定でき、糸の全長を短くして計算コストを削減できることである。新たに加わった機能は、ねじりが表現できるので糸のねじり角度の時系列変化や、糸の各場所の分布などの力学的指標を出力できることである。

そして6自由度要素からなる糸モデルを用いて、前章と同じく解舒運動を数値シミュレーションした糸の軌跡を高速度カメラ映像や3自由度要素からなる糸モデルの奇跡と比較した結果、これらはよく似ていることが確認された。またこの糸モデルは、引上点における張力値も3自由度要素からなる糸モデルと同等の値を示すことが分かった。これらの結果より、本章で提案した6自由度要素からなる糸モデルは、妥当性があり解舒運動の数値シミュレーションに採用できる性能を持つと判断できる。またこの糸モデルは、アイレット壁面で発生する仮撚りの現象をねじり角度の変化という数値で明示でき、実験では計測が困難な事象の解明に利用できることが分かった。

数値シミュレーションに要する計算時間は、3自由度要素からなる糸モデル(方法B)の8時間に対して、6自由度要素からなる糸モデルは14時間に増加した。これは糸の自由度が増加したことによる計算負荷増大が原因と考えられる。しかし24時間を大きく下回っているため、モデルベース開発に利用することは可能であると判断できる。

これらのことを考慮すると、6自由度要素からなる糸モデルは解舒運動の数値シミュレーションに有用であるといえる。

## 5 6 自由度要素からなる糸モデルによるスナール運動の数値シミュレーション

### 5.1 本章の目的

本章の目的は、前章で構築した6自由度要素からなる糸モデルがねじり運動の支配的なスナール運動に対して妥当な数値シミュレーション結果を示すか検証することである。第4章では、6自由度要素からなる糸モデルが解舒運動に対して妥当性のある結果を示すことを確かめた。しかし解舒運動は、糸を大きくねじる運動を伴わないので、糸モデルの性能評価をおこなう事例としては不十分である。また運動中の糸の各場所におけるねじりの度合いや張力などを測定して数値化し、数値シミュレーションの計算値と比較することは不可能である。そこで本章では、合糸機など糸のねじり運動が主である繊維機械のモデルベース開発に活用することを念頭に、ねじりの基本的な運動であるスナール運動について、第5.2.1節、第5.2.2節に示す2通りの糸の動きを設定し、各時刻における実験映像と数値シミュレーションで得られる糸の形状を比較して、糸モデルが妥当であるか検証する。

### 5.2 対象とする糸の運動

#### 5.2.1 スナール運動の設定1

1つめのスナール運動の設定を図108に示し、以降これを”設定1”と呼ぶ。糸の両端を水平方向に把持した状態から、片方の糸端を回転させて糸をねじりながら、もう一方の糸端を中央に向けて移動させ糸をたるませる。糸の回転はDCモータにより43.4[rpm]の等速回転、水平移動は手動でおこない、図109に示すタイムチャートに従う。

#### 5.2.2 スナール運動の設定2

2つめのスナール運動の設定を図110に示し、以降これを”設定2”と呼ぶ。糸をU字型に把持した状態から片方の糸端を固定して、もう一方を43.4[rpm]で回転させる。糸は自然繊維(綿繊維)でできており、初期状態で若干のカール形状を呈している。時刻 $t = 0$ sにおける糸の初期形状は、図1の画像を測定して設定する。この初期形状は第4.3節で定義される枠 $i[S]$ の姿勢を表すオイラーパラメータ ${}^iE_{i[S]}$ で設定することができる。

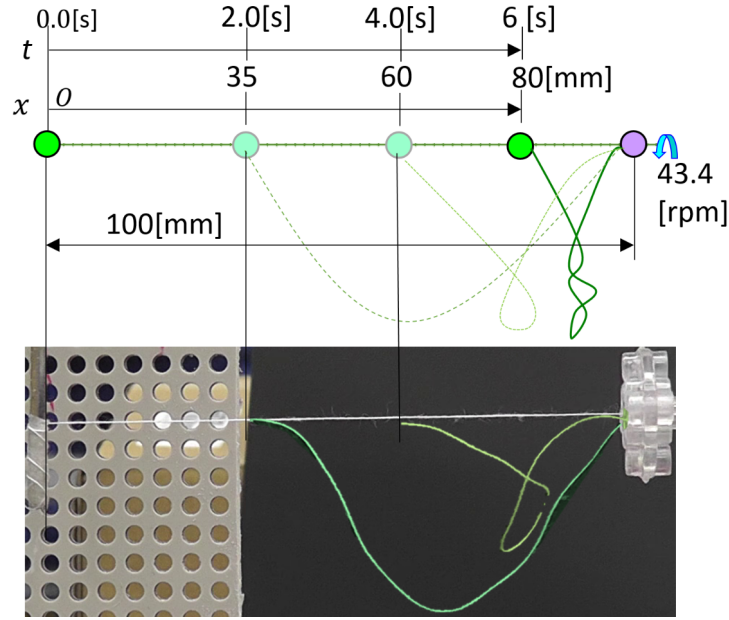


Figure 108: First setting for the snarl motion.

### 5.3 運動方程式

糸モデルの構造は第4章を継承し図111に示す．糸モデルは質量を持つ球と質量を持たない円柱を剛に接合して構成された計算単位が複数接続されて構成されている．質量を持たない円柱はその内部に軸方向の伸び，曲げ，ねじり，せん断方向の伸びの剛性と減衰を持っている．1つの糸は計算単位が $n$ 個で構成されており，その $i$ 番目の計算単位を計算単位 $(i)$ と呼び，構成する計算球を球 $(i)$ ，仮想円柱を仮想円柱 $(i)$ と呼ぶことにする．球 $(i)$ はその重心に物体棒 $i$ を持ち，その座標軸方向に3つのベクトル ${}^o\mathbf{e}_{i,j}(j=1,2,3)$ を定義する．仮想円柱の軸の方向は ${}^o\mathbf{e}_{i,3}$ とする．仮想円柱の端点は力を受けない状態で糸がカールする形状を表現できる棒 $i[S]$ と曲げとねじりを表す棒 $i[B]$ ,  $i[T]$ を持つ．棒 $i[T]$ は棒 $i+1$ と同じ姿勢である．

運動方程式は式(90)と同じ次式で表される．

$$\begin{cases} \mathbf{M}_i {}^o\ddot{\mathbf{r}}_i &= {}^o\mathbf{F}_{i[INT]} + {}^o\mathbf{F}_{i[EXT]} \\ {}^o\mathbf{J}_i {}^o\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{oi} &= {}^o\mathbf{N}_{i[INT]} + {}^o\mathbf{N}_{i[EXT]} \end{cases}, (1 \leq i \leq n), \text{ same as Eq.(90)}. \quad (130)$$

ここで ${}^o\mathbf{F}_{i[INT]}$ ,  ${}^o\mathbf{N}_{i[INT]}$ はそれぞれ内力と内力によるモーメントを表しており，式(91)と同じである． ${}^o\mathbf{F}_{i[EXT]}$ ,  ${}^o\mathbf{N}_{i[EXT]}$ はそれぞれ外力と外力によるモーメントを表してお

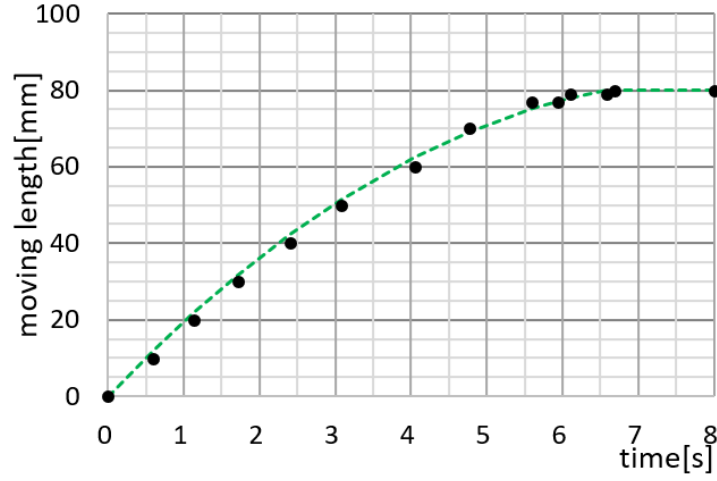


Figure 109: Timechart for the horizontal moving length of the yarn end on the first setting.

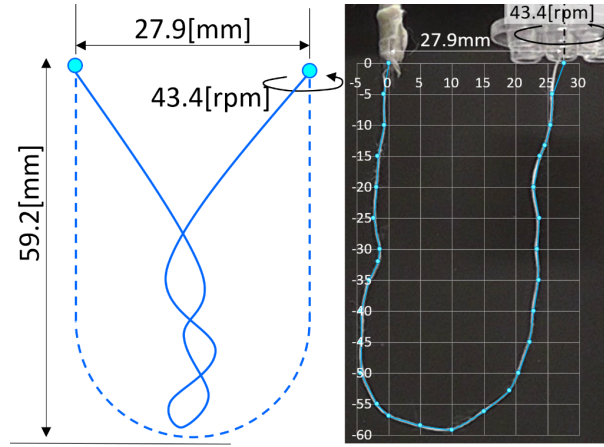


Figure 110: Second setting for the snarl motion.

り，次式で表される．

$$\begin{aligned}
 {}^o\mathbf{F}_{i[EXT]} &= {}^o\mathbf{F}_{i[EA]} + {}^o\mathbf{F}_{i[EG]} + {}^o\mathbf{F}_{i[EB]} + {}^o\mathbf{F}_{i[EF]} + {}^o\mathbf{F}_{i[EY]} \\
 {}^o\mathbf{N}_{i[EXT]} &= {}^o\mathbf{N}_{i[EA]} + {}^o\mathbf{F}_{i[EG]} + {}^o\mathbf{N}_{i[EB]} + {}^o\mathbf{N}_{i[EF]} + {}^o\mathbf{N}_{i[EY]}
 \end{aligned} \tag{131}$$

ここで  ${}^o\mathbf{F}_{i[EA]}$  と  ${}^o\mathbf{N}_{i[EA]}$  はそれぞれ空気の抗力ベクトルとそのモーメントベクトルを， ${}^o\mathbf{F}_{i[EG]}$  と  ${}^o\mathbf{N}_{i[EG]}$  はそれぞれ重力ベクトルとそのモーメントベクトルを， ${}^o\mathbf{F}_{i[EB]}$  と  $\mathbf{N}_{i[EB]}$  はそれぞれ壁面の接触による垂直抗力ベクトルとそのモーメントベクトルを， $\mathbf{F}_{i[EF]}$  と  $\mathbf{N}_{i[EF]}$  はそれぞれ摩擦力ベクトルとそのモーメントベクトルを表し，詳細は第 4.9 節と式 (100) に記述する． $\mathbf{F}_{i[EY]}$  と  $\mathbf{N}_{i[EY]}$  はそれぞれ糸の自己接触力とそのモーメントベクトルを表し，本章で新たに追加する項である．

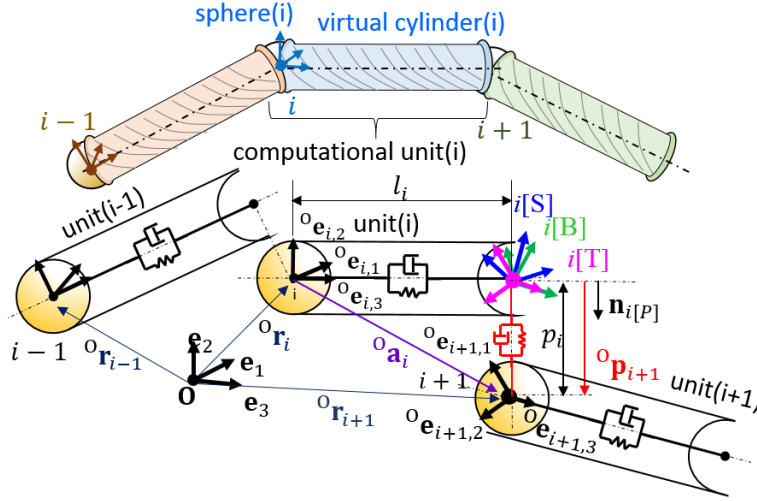


Figure 111: Yarn model with 6DOF elements.

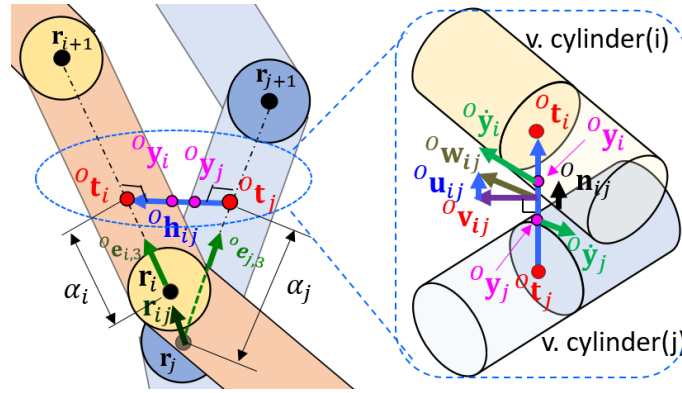


Figure 112: Variables used in the self-contact condition.

## 5.4 自己接触力とそのモーメント

接触力は垂直抗力と摩擦力で構成されており、糸が絡み合うと発生するのでスナール運動を数値シミュレーションするのに必要である。本章では糸は1本だけを扱うので接触力は自己接触力のみを扱う。図112に示すように、仮想円柱 $(i)$ と $(j)$ が接近しているものとする。仮想円柱 $(i)$ と $(j)$  ( $1 \leq i, j \leq n, i \neq j$ )が最も接近している場所の表面上の座標ベクトルをそれぞれ ${}^o\mathbf{y}_i, {}^o\mathbf{y}_j$ と定義し、その点を各仮想円柱の軸上に射影した点をそれぞれ ${}^o\mathbf{t}_i, {}^o\mathbf{t}_j$ とし、それらの相対ベクトルを ${}^o\mathbf{h}_{ij}$ とする。変数 $\alpha_i, \alpha_j$  ( $0 \leq \alpha_i, \alpha_j < 1$ )

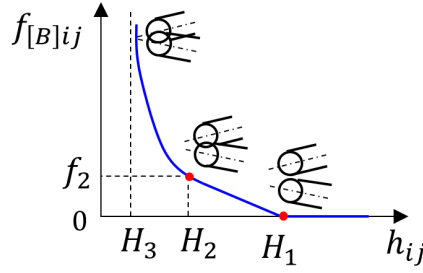


Figure 113: Repulsion force  $f_{[B]ij}$  with respected to  $h_{ij}$ .

を用いるとこれらは次式で表される.

$${}^{\circ}\mathbf{t}_i = {}^{\circ}\mathbf{r}_i + \alpha_i l_i {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3}, \quad {}^{\circ}\mathbf{t}_j = {}^{\circ}\mathbf{r}_j + \alpha_j l_j {}^{\circ}\mathbf{e}_{j,3} \quad (132)$$

$${}^{\circ}\mathbf{h}_{ij} \equiv {}^{\circ}\mathbf{t}_i - {}^{\circ}\mathbf{t}_j, \quad h_{ij} \equiv |{}^{\circ}\mathbf{h}_{ij}|, \quad {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij} \equiv \frac{{}^{\circ}\mathbf{h}_{ij}}{h_{ij}} \quad (133)$$

$${}^{\circ}\mathbf{y}_i = {}^{\circ}\mathbf{t}_i - \frac{d_i}{2} {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij}, \quad {}^{\circ}\mathbf{y}_j = {}^{\circ}\mathbf{t}_j + \frac{d_j}{2} {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij} \quad (134)$$

ここで  $\alpha_i, \alpha_j$  は, 次式の関係から求めることができる.

$${}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3}^T {}^{\circ}\mathbf{h}_{ij} = 0, \quad {}^{\circ}\mathbf{e}_{j,3}^T {}^{\circ}\mathbf{h}_{ij} = 0 \quad (135)$$

計算単位  $(i)$  の表面の点  ${}^{\circ}\mathbf{y}_i$  の速度ベクトル  ${}^{\circ}\dot{\mathbf{y}}_i$  と計算単位  $(j)$  の表面の点  ${}^{\circ}\mathbf{y}_j$  の速度ベクトル  ${}^{\circ}\dot{\mathbf{y}}_j$ , それらの相対速度ベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{w}_{ij}$  は次式で表される.

$${}^{\circ}\dot{\mathbf{y}}_i = {}^{\circ}\dot{\mathbf{r}}_i + {}^{\circ}\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{oi} \left( \alpha_i l_i {}^{\circ}\mathbf{e}_{i,3} - \frac{d_i}{2} {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij} \right) \quad (136)$$

$${}^{\circ}\dot{\mathbf{y}}_j = {}^{\circ}\dot{\mathbf{r}}_j + {}^{\circ}\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{oj} \left( \alpha_j l_j {}^{\circ}\mathbf{e}_{j,3} + \frac{d_j}{2} {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij} \right) \quad (137)$$

$${}^{\circ}\mathbf{w}_{ij} = {}^{\circ}\dot{\mathbf{y}}_i - {}^{\circ}\dot{\mathbf{y}}_j \quad (138)$$

${}^{\circ}\mathbf{w}_{ij}$  の  ${}^{\circ}\mathbf{n}_{ij}$  方向の成分ベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{u}_{ij}$  とその大きさ  $u_{ij}$ ,  ${}^{\circ}\mathbf{n}_{ij}$  に垂直な方向の成分ベクトル  ${}^{\circ}\mathbf{v}_{ij}$  とその大きさ  $v_{ij}$  は次式で表される.

$$u_{ij} = ({}^{\circ}\mathbf{w}_{ij}^T {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij}), \quad {}^{\circ}\mathbf{u}_{ij} = u_{ij} {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij} \quad (139)$$

$${}^{\circ}\mathbf{v}_{ij} = {}^{\circ}\mathbf{w}_{ij} - {}^{\circ}\mathbf{u}_{ij}, \quad v_{ij} = |{}^{\circ}\mathbf{v}_{ij}| \quad (140)$$

計算単位  $(i)$  と計算単位  $(j)$  の間に働く垂直抗力  $f_{[B]ij}$  は糸表面の毛羽の影響を考慮して, 最初は柔らかく反発し, その後はすり抜けが発生しないように大きな力を与えるようにしており, 図 113 と次式で定義する.

$$f_{[B]ij} \equiv \begin{cases} 0 & (H_1 < h_{ij}) \\ K(h_{ij} - H_2) + f_2 & (H_2 < h_{ij} \leq H_1) \\ a/(h_{ij} - H_3) + b & (H_3 < h_{ij} \leq H_2) \end{cases} \quad (141)$$

ここで  $H_1$  は接触が始まる距離,  $H_2$  は  $f_2$  の力で反発される距離,  $H_3$  は無限大の垂直抗力が発生する距離とし,  $K, a, b$  は次式で定義する.

$$K \equiv \frac{-f_2}{H_1 - H_2}, \quad a \equiv -K(H_2 - H_3)^2, \quad b \equiv f_2 + K(H_2 - H_3) \quad (142)$$

本章では次式の値を使用する.

$$H_1 = 1.10D_{ij}, \quad H_2 = 0.95D_{ij}, \quad H_3 = 0.50D_{ij}, \quad D_{ij} = \frac{(d_i + d_j)}{2} \quad (143)$$

ここで  $H_1$  は、仮想円柱  $(i)$  と  $(i)$  の半径の合計である  $D_{ij}$  より大きく設定されている. なぜなら、綿繊維は表面に無数の毛羽立ちがあり、 $D_{ij}$  に達する前に接触が開始されるからである. 計算単位  $(i)$  が計算単位  $(j)$  から受ける垂直抗力を  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{[B]ij}$ , 摩擦係数を  $\mu$ , 摩擦力を  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{[V]ij}$  とすると, これらは次式で表される.

$$\begin{aligned} {}^{\circ}\mathbf{F}_{[B]ij} &= f_{[B]ij} {}^{\circ}\mathbf{n}_{ij} \\ {}^{\circ}\mathbf{F}_{[V]ij} &= -(\mu |{}^{\circ}\mathbf{F}_{[B]ij}| + F_{[S]ij}) \frac{{}^{\circ}\mathbf{v}_{ij}}{v_{ij}} \end{aligned} \quad (144)$$

ここで  $F_{[S]ij}$  は糸の表面にある毛羽が絡み合うことで垂直抗力の大きさに関係なく発生する摩擦力である. 摩擦係数  $\mu$  は式 (140) の  $v_{ij}$  に依存していると考えられるので, クーロン摩擦と Stribeck 効果, すべり速度の粘性効果を考慮して次式で定義する.

$$\mu(v_{ij}) \equiv \mu_1 \left( \frac{v_1}{v_{ij} + v_1} \right)^3 + \mu_2 \left( 1 - \frac{v_2}{v_{ij} + v_2} \right)^3 + \mu_3 \quad (145)$$

ここで  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, v_1, v_2$  は定数であり, 図 114 に示すように摩擦係数は, 摩擦速度が 0 のとき  $\mu(0) = \mu_1 + \mu_3$ ,  $\infty$  のとき  $\mu(\infty) = \mu_2 + \mu_3$  となる. 同様に  $F_{[S]ij}$  も速度に依存すると考えられ次式と図 115 で定義する.

$$F_{[S]ij}(v_{ij}) \equiv \begin{cases} f_a & (v_{ij} \leq v_a) \\ f_a + f_b \frac{v_{ij} - v_a}{v_b - v_a} & (v_a < v_{ij} \leq v_b) \\ f_a + f_b & (v_b < v_{ij}) \end{cases} \quad (146)$$

ここで  $f_a, f_b, v_a, v_b$  は定数である.

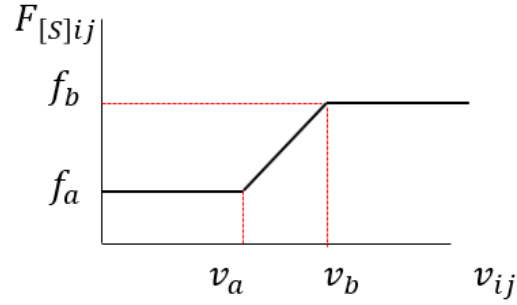
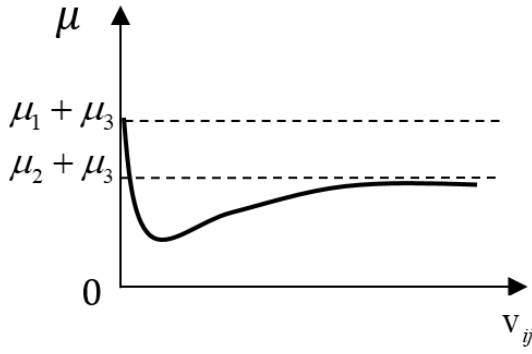


Figure 114: Friction coefficient with respect to  $v_{ij}$ . Figure 115: Friction force  $F_{[S]ij}$  related to the fuzz effect with respect to  $v_{ij}$ .

計算単位  $(i)$  が計算単位  $(j)$  から受ける力は垂直抗力と摩擦力の合力  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{[Y]ij}$  として, 重心に対する力のモーメントは  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{[Y]ij}$  として, それぞれ次式表される.

$${}^{\circ}\mathbf{F}_{[Y]ij} = {}^{\circ}\mathbf{F}_{[B]ij} + {}^{\circ}\mathbf{F}_{[V]ij} \quad (147)$$

$${}^{\circ}\mathbf{N}_{[Y]ij} = - {}^{\circ}\tilde{\mathbf{F}}_{[Y]ij} ({}^{\circ}\mathbf{y}_i - {}^{\circ}\mathbf{r}_i) \quad (148)$$

同様に, 計算単位  $(j)$  が計算単位  $(i)$  から受ける力  ${}^{\circ}\mathbf{F}_{[Y]ji}$  と, 計算単位  $(j)$  の重心に対する力のモーメント  ${}^{\circ}\mathbf{N}_{[Y]ji}$  は次式で表される.

$${}^{\circ}\mathbf{F}_{[Y]ji} = - {}^{\circ}\mathbf{F}_{[Y]ij} \quad (149)$$

$${}^{\circ}\mathbf{N}_{[Y]ji} = - {}^{\circ}\tilde{\mathbf{F}}_{[Y]ji} ({}^{\circ}\mathbf{y}_j - {}^{\circ}\mathbf{r}_j) \quad (150)$$

## 5.5 自己接触力の計算負荷削減法

接触力を全ての計算単位の組み合わせについて計算する場合,  $n$  個の計算単位について  $n(n-1)/2$  回計算する必要がある, 計算単位数が増えると接触力の計算負荷は急激に増加する. そこで接触判定の回数を減らして計算負荷を下げることを考える. 図 116 に示すように, ある計算単位  $(i)$  と  $(j)$  ( $1 \leq i, j \leq n, i \neq j$ ) が十分離れていて距離  $h_{ij}$  が次式を満たすとき, 接触力の計算はおこなわない.

$$h_{ij} > l_i + l_j + H_1 \quad (151)$$

ここで,  $H_1$  は式 (143) で表され,  $l_i, l_j$  は式 (67) で表される仮想円柱の長さである.



Table 13: Material properties and computation parameters.

setting	First	Second
Initial shape	Horizontally straight	U-shaped
mean length of $l_i$	1mm	1mm
Number of elements (DOF)	101(606)	134(804)
Total length	100mm	136mm
Diameter	0.20mm	
Line density	$1.97 \times 10^{-5} \text{kg/m}$	
Time step	$1.00 \times 10^{-6} \text{s}$	
$\mu_1, \mu_2, \mu_3$	0.30, 0.02, 0.90	
$v_1, v_2$	0.40, 0.40m/s	
$f_a, f_b$	$4.00 \times 10^{-5}, 8.00 \times 10^{-5} \text{N}$	
$v_a, v_b$	0.20, 1.00m/s	

## 5.7 結果と考察

### 5.7.1 パラメータ

糸モデルの物性値と計算パラメータは、設定1と設定2で同じものを使っており、前節の表10とほぼ同じである。主なパラメータと新たに導入したパラメータを表13に示す。

### 5.7.2 設定1の数値シミュレーションと実験の結果

図108に示す1つ目の運動の設定について、実験による糸形状と数値シミュレーションの結果を時刻0秒から11秒まで1秒毎に重ね合わせた画像を図117に示す。また糸が持つねじり角度の総和の時間変動を図118に、接触が発生している部分の拡大図を図119に示す。これを見ると、数値シミュレーション結果は実験結果とよく似た動きをしており、時刻 $t = 4.0$ 秒の直前に糸が急速に撚られるスナール運動が発生していることが分かる。スナール運動と同時にねじり角度が急速に減少していることから、スナール運動はねじりを緩和する働きがあるといえる。

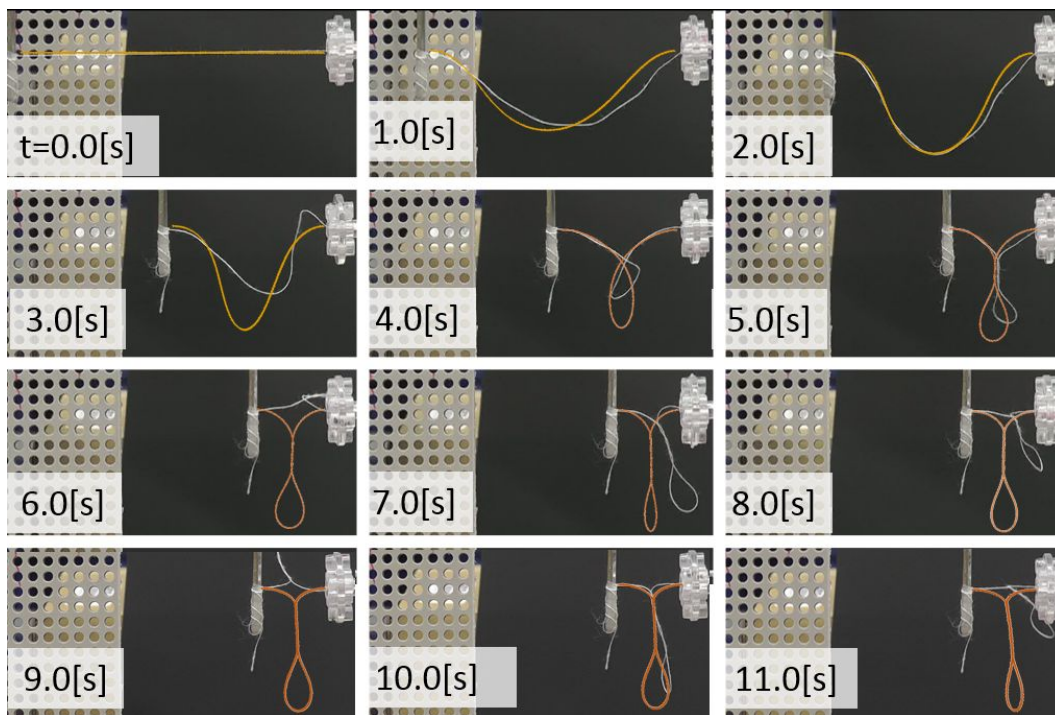


Figure 117: Yarn shapes in the experiment (white lines) and simulation results (orange lines) on the first setting.

### 5.7.3 設定2の数値シミュレーションと実験の結果

図 110 に示す 2 つ目の運動の設定について，実験による糸形状と数値シミュレーションの結果を 1 秒毎に重ね合わせた画像を，図 120 に表す．これを見ると数値シミュレーション結果は，実験結果より約 1 秒速くスナール運動が開始されているが，よく似た動きをしていることが分かる．スナール運動が開始されるタイミングがずれる原因として考えられることは，数値シミュレーションの初期形状を  $t = 0.0\text{sec}$  における実験画像から寸法を計測して設定しているが，奥行方向の寸法は測定できておらずカールを表す  $i[S]$  のオイラーパラメータ  ${}^0E_{i[S]}$  が実験状態からずれていることが挙げられる．またスナール形状発生後は，摩擦力の関係で糸と糸の間に滑りが発生するが，糸の質量が小さいので摩擦力の小さな違いが糸の運動に大きく影響することが考えられる．

表 13 の  $\mu_1$  と  $\mu_2, \mu_3$  は糸と糸の摩擦実験より得られた摩擦係数  $\mu$  を基に決定した定数である．しかしシミュレーションの対象としている綿糸はこれら物性値のばらつきが大きく，精密に測定することは不可能なので，運動が大きく異ならない場合は，糸モデルは妥当性があると評価できる．

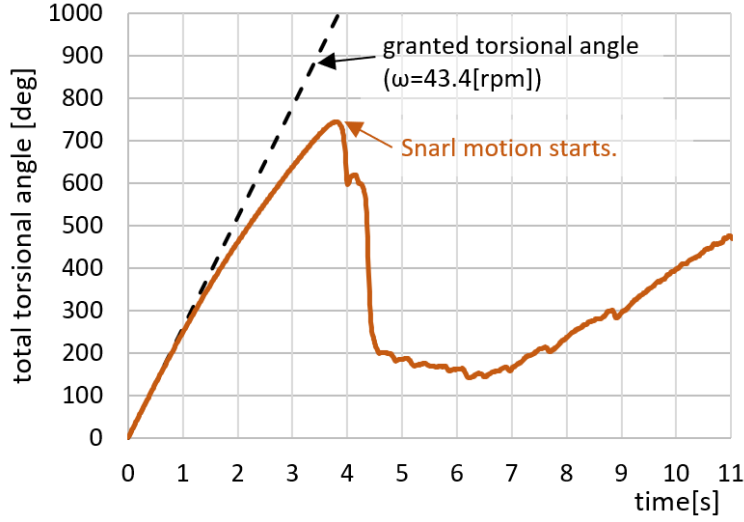


Figure 118: Total torsional angle at each time on the first setting.

#### 5.7.4 初期ねじりの影響

第4.3節で定義される，外力が作用していない状態の糸の曲げとねじりを表す枠  $i[S]$  の姿勢を枠  $i$  で表したオイラーパラメータは  ${}^i\mathbf{E}_{i[S]}$  である．第5.2.2節の設定2では糸モデルの各計算単位について  ${}^i\mathbf{E}_{i[S]}$  を調整することでスパン糸の初期状態を設定した．この節では全ての計算単位に対して同じ  ${}^i\mathbf{E}_{i[S]}$  の値を設定するとスナール運動にどのような違いが発生するか検討する．初期曲げ角度を  $\psi$ ，曲げ方向ベクトルを  $\mathbf{n}_S$  とすると， ${}^i\mathbf{E}_{i[S]}$  は次式で表される．

$${}^i\mathbf{E}_{i[S]} = \begin{bmatrix} \cos(\psi/2) \\ \sin(\psi/2)\mathbf{n}_S \end{bmatrix} \quad (154)$$

図121, 122, 123は計算単位を構成する仮想円柱の長さ2mmあたり初期曲げ角度を  $+10^\circ$ ，初期曲げ方向ベクトルを  $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$  と設定したときの，時刻  $t = 0.00 \sim 0.44$  まで0.04秒毎， $t = 1.00 \sim 5.60$  まで0.20秒毎の糸の動きを示している．初期曲げによって糸は外力が働かない状態では螺旋状の形状を示す．そのためU字状に配置した糸は初期の段階でねじりが発生する．この図では初期曲げによってねじられる方向は設定2の回転方向とは逆のねじりなので，時間とともに糸は一度U字状に戻り，その後は回転方向にねじりが生じる．

図124,125,126, は，初期曲げ角度を  $-10^\circ$ ，曲げ方向ベクトルを  $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$  と設定したときの糸の動きを示している．この図では初期曲げによってねじられる方向は設定2の回転方向と同じなので，時間とともに糸は更にねじられた形状を示す．

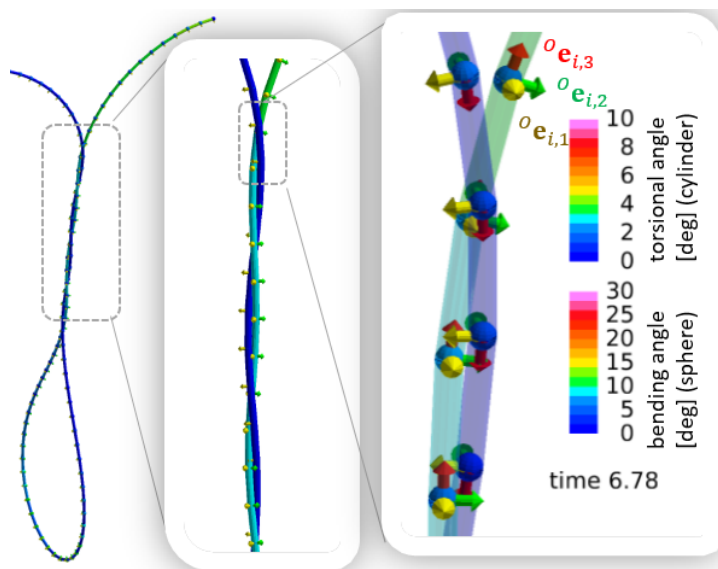


Figure 119: Self-contact by intertwining.

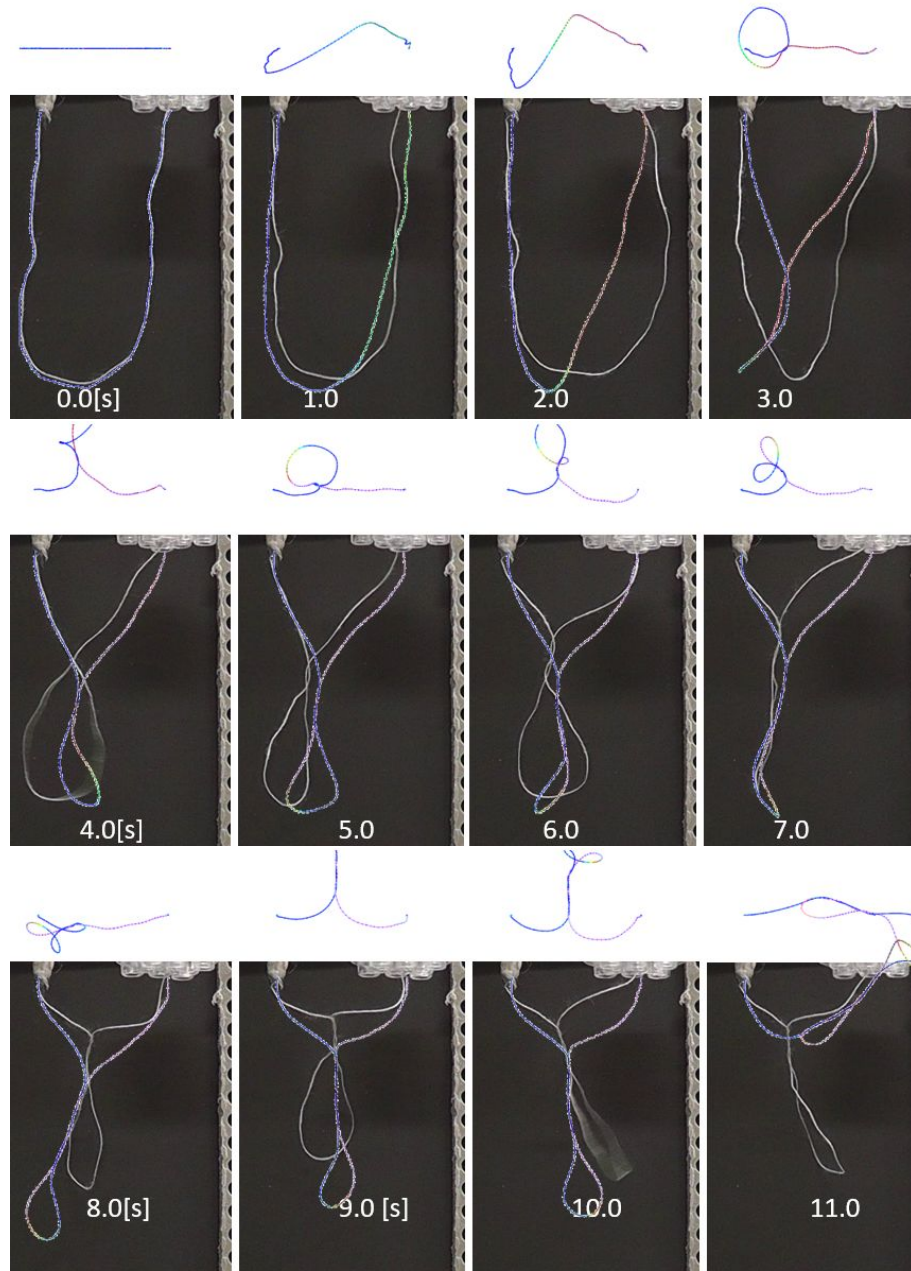


Figure 120: Yarn shapes in the experiment (white lines) and simulation result (colored lines) on the second setting. The color indicates the torsional angle of each computational unit and follows the colormap in Fig.119.

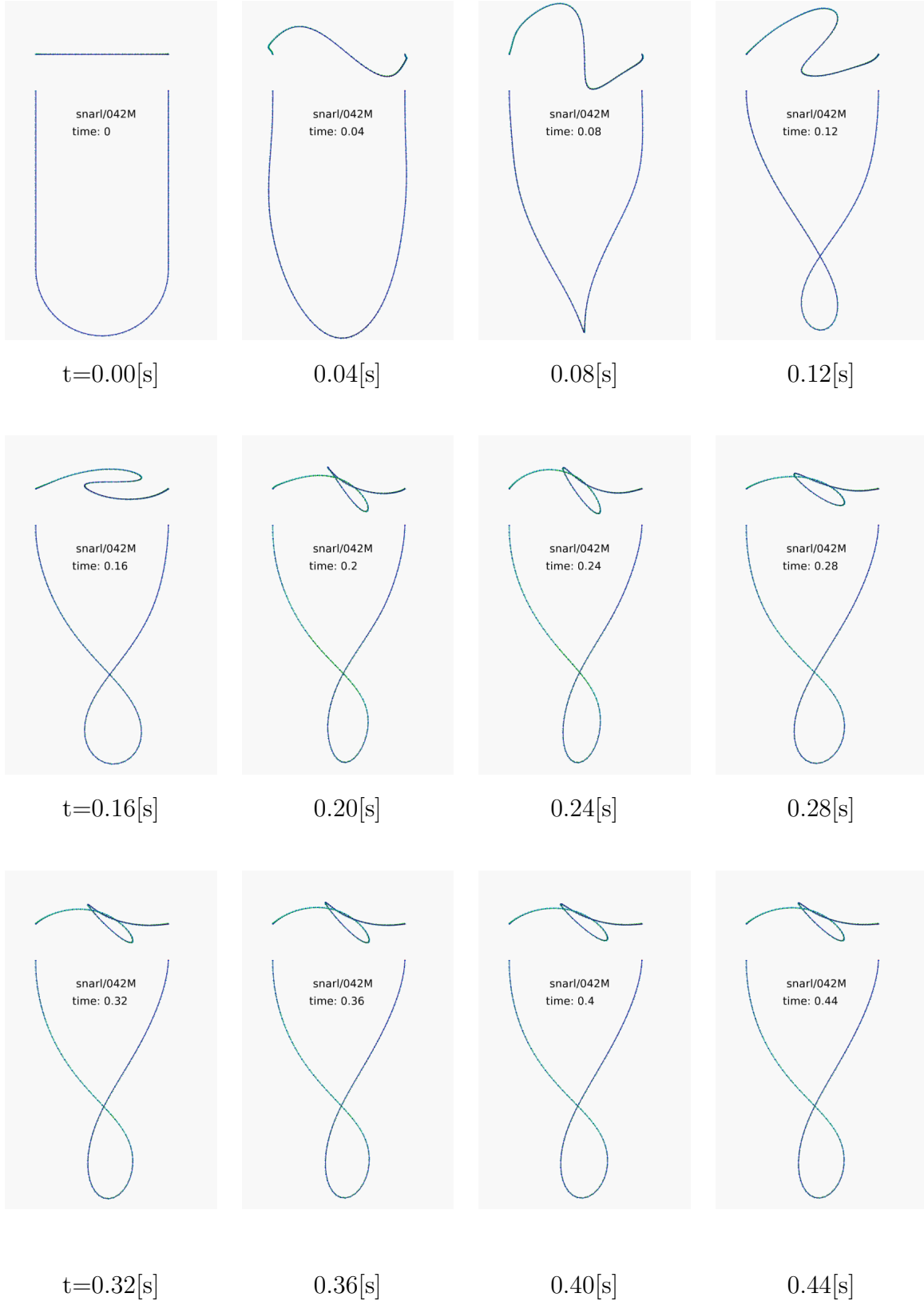


Figure 121: Snarl motion with parameters of  $\psi = 10[\text{deg}/2\text{mm}]$  and  $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$  in Eq.154 at time  $t=0.0$  to  $0.40[\text{s}]$

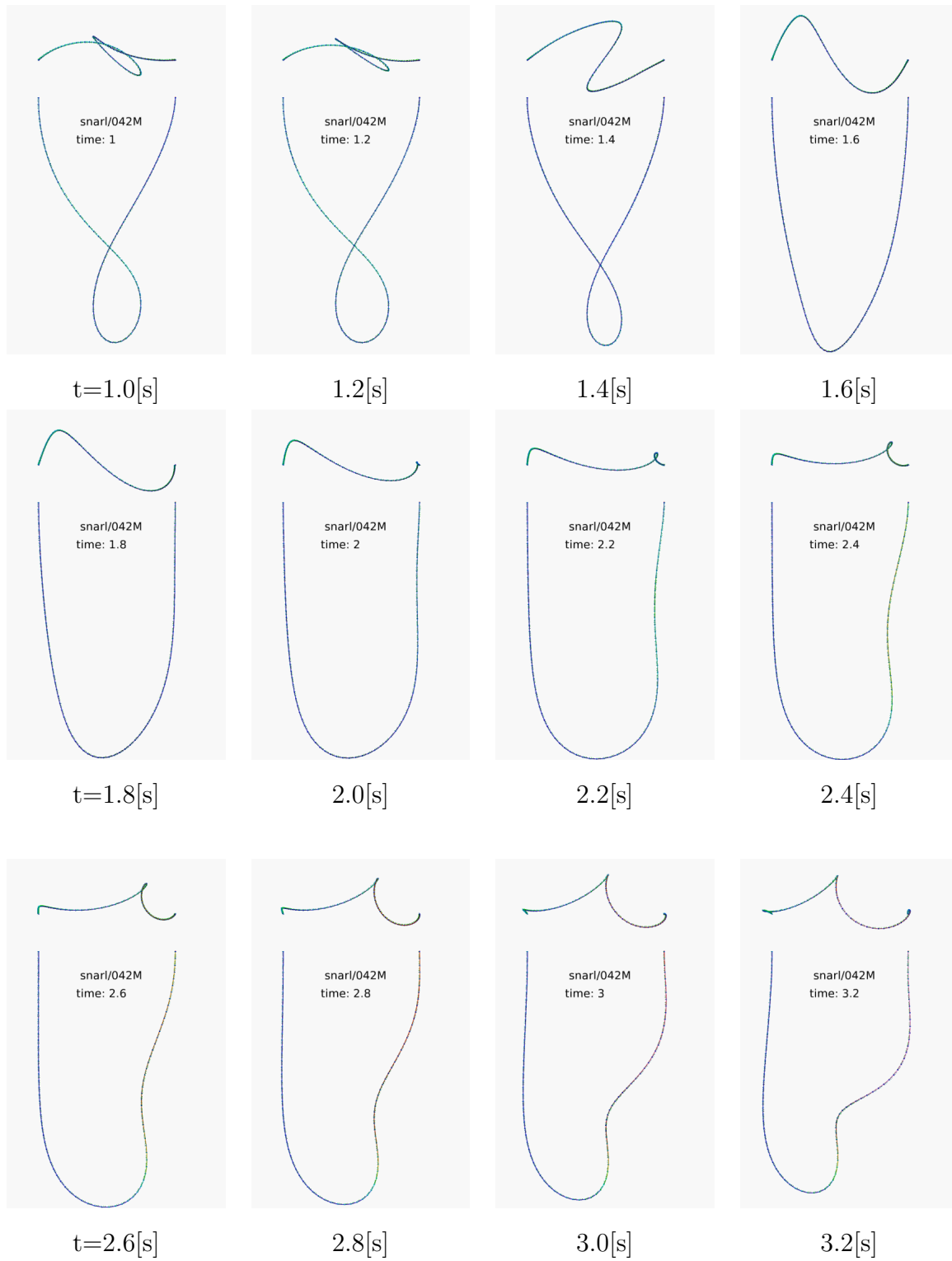


Figure 122: Snarl motion with parameters of  $\psi = 10[\text{deg}/2\text{mm}]$  and  $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$  in Eq.154 at time  $t=1.0$  to  $3.2[\text{s}]$

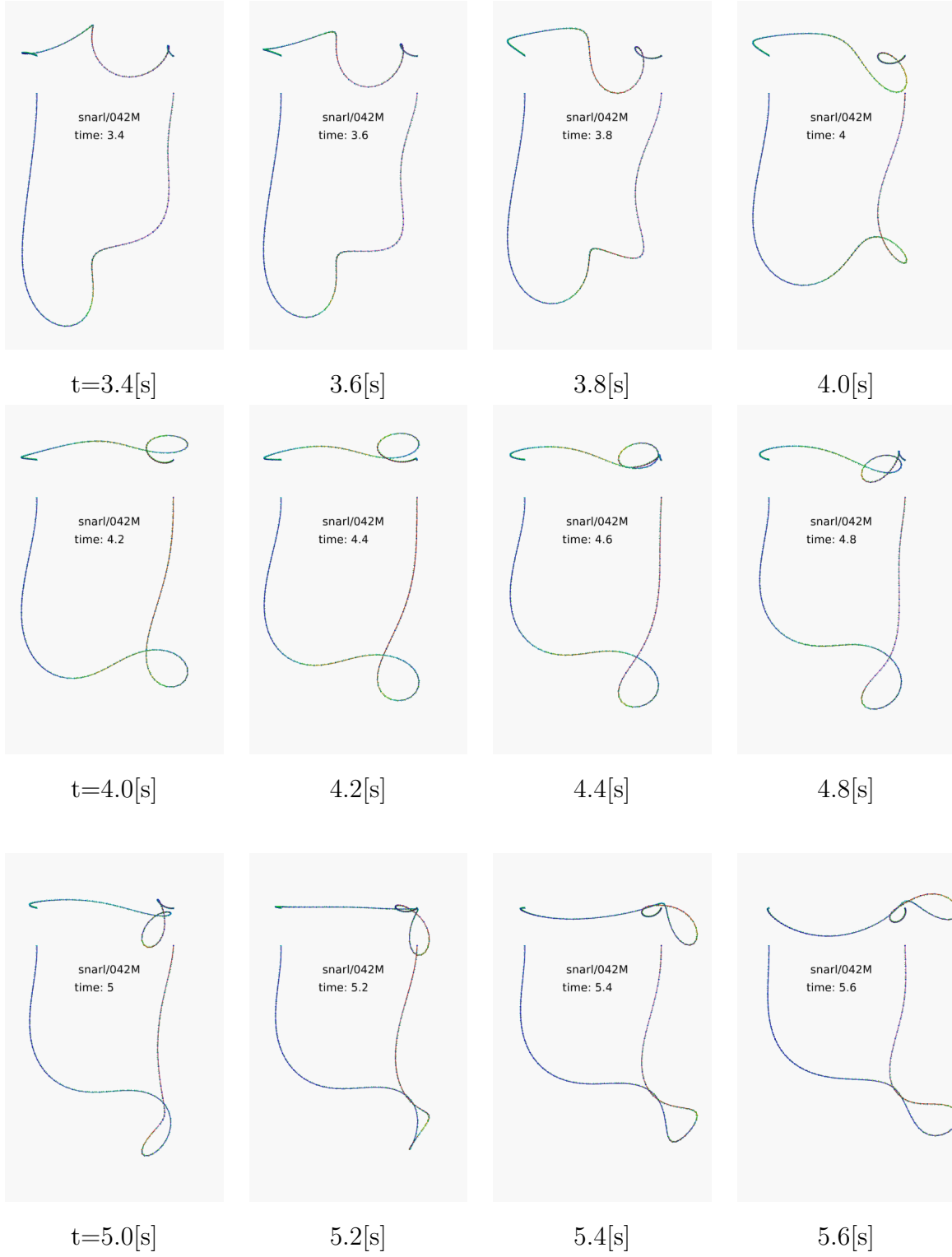


Figure 123: Snarl motion with parameters of  $\psi = 10[\text{deg}/2\text{mm}]$  and  $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$  in Eq.154 at time  $t=3.4$  to  $5.6[\text{s}]$

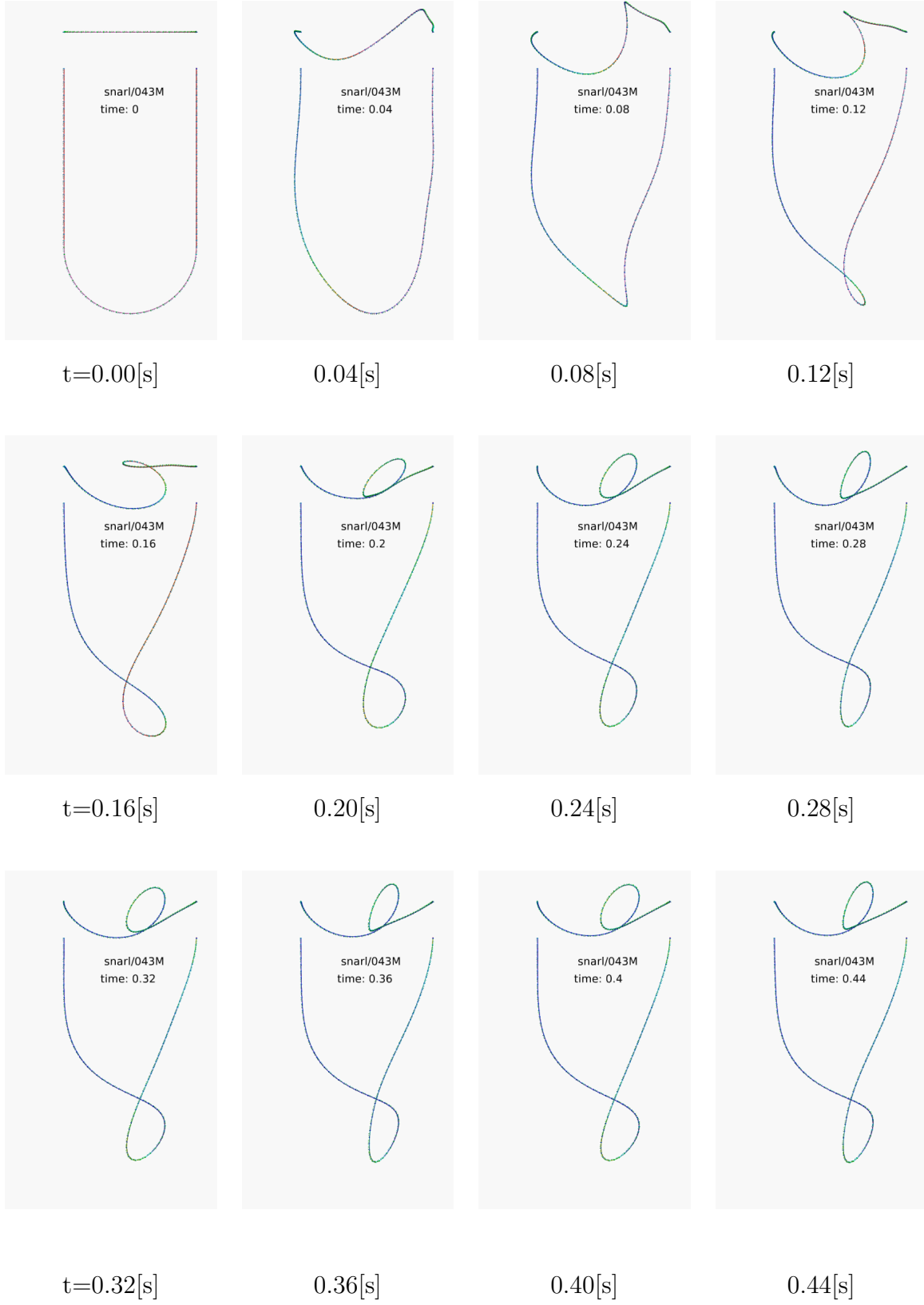


Figure 124: Snarl motion with parameters of  $\psi = -10[\text{deg}/2\text{mm}]$  and  $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$  in Eq.154 at time  $t=0.0$  to  $0.4[\text{s}]$

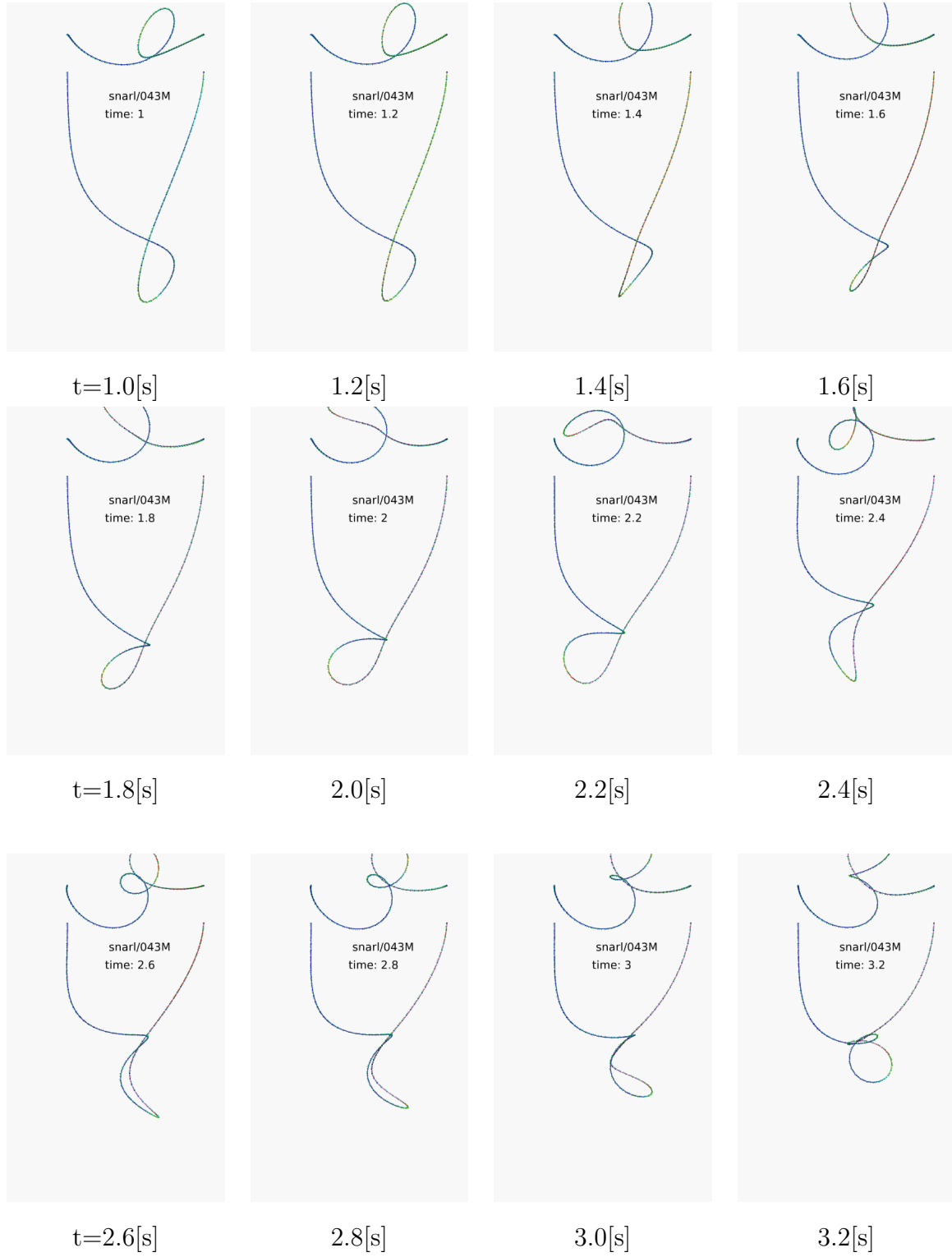


Figure 125: Snarl motion with parameters of  $\psi = -10[\text{deg}/2\text{mm}]$  and  $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$  in Eq.154 at time  $t=1.0$  to  $3.2[\text{s}]$

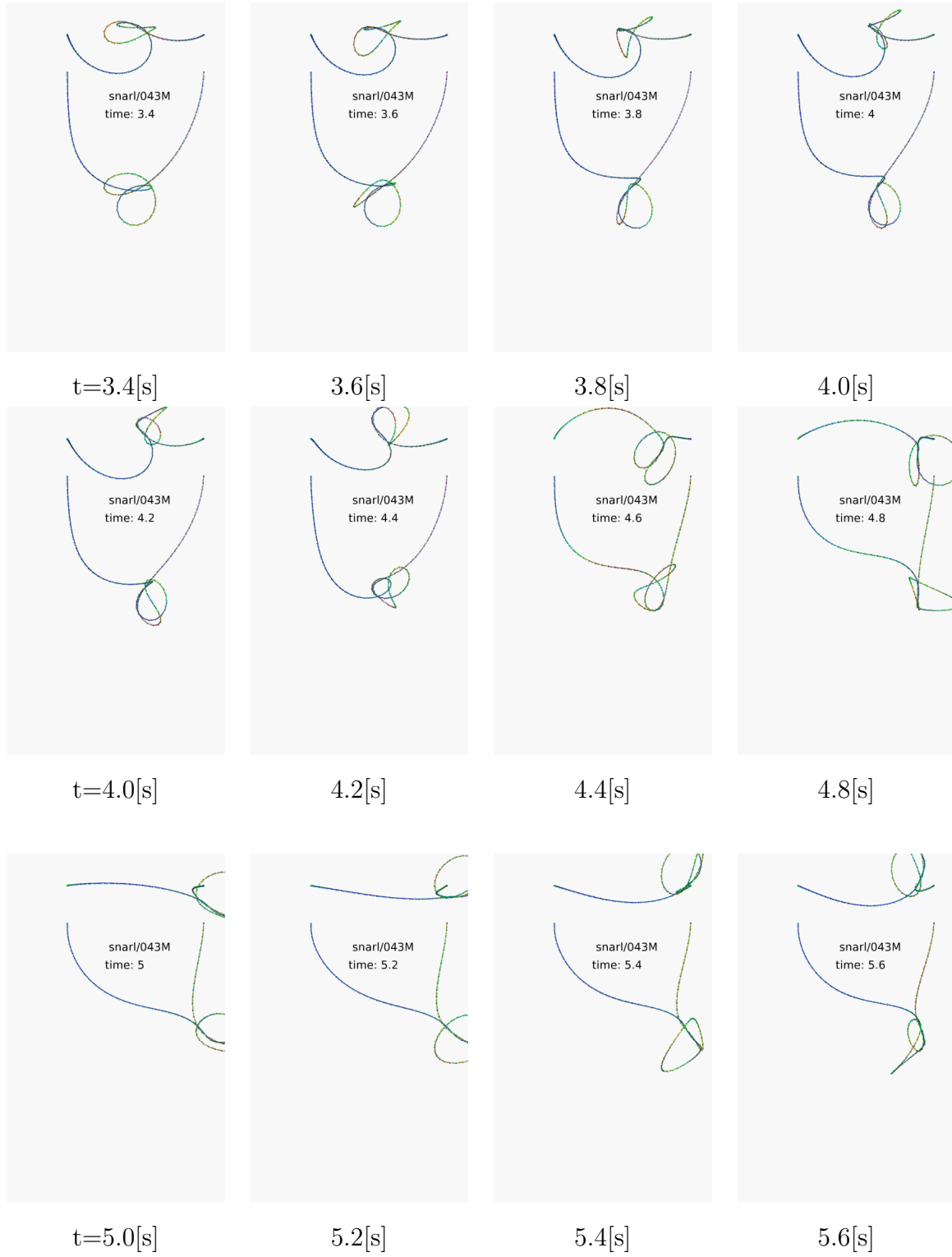


Figure 126: Snarl motion with parameters of  $\psi = -10[\text{deg}/2\text{mm}]$  and  $\mathbf{n}_S = [-1 \ -1 \ 1]^T/\sqrt{3}$  in Eq.154 at time  $t=3.4$  to  $5.6[\text{s}]$

## 5.8 本章のまとめ

本章では第4章で構築した6自由度要素からなる糸モデルに自己接触力を追加して拡張し、スナール運動の数値シミュレーションをおこなった。2通りのスナール運動を設定し、数値シミュレーションの結果を実験映像と比較した結果、スナール運動が発生する時刻や糸がねじられる様子は、実験結果の傾向をよく表していることが確認できた。またスナールが発生して糸が自身に撚られて絡まるにつれて、糸に蓄えられたねじり角度の総和が急激に減少することが数値として捉えられた。この結果は、スナール運動は”糸のねじりが自身に対する撚りに変換される”現象であることを明らかにした。これらのことより6自由度要素からなる糸モデルは、スナール運動の数値シミュレーションにおいて、結果に妥当性がありかつ現象の解明に有用であるということが確認された。

数値シミュレーションと実験結果で細かな挙動の違いが発生する原因として考えられることは、数値シミュレーションで設定したパラメータ値が、実験で用いた糸の物性値や糸の残留トルク値など異なることが挙げられる。本研究で用いる綿糸は自然繊維の集合体なので、その物性値は製造メーカーや製造ロットによるばらつきや、実験日の温度や湿度による変動がある。また糸は非常に軽いので、摩擦力の少しの違いによって糸の運動が大きく変化する。よって数値シミュレーションで設定する糸物性値や摩擦係数が、現実の状態を適切に表現していない可能性がある。

前節の解舒運動のように高速な運動では、糸の慣性力が運動の形を決定する大きな要因であるが、遅い運動では慣性力に比べて糸物性値や摩擦係数の運動に対する寄与度は相対的に大きいので、物性パラメータのずれが運動の違いを発現させ易いと考えられる。しかし前述のように実際と良く似た運動が再現できているので、糸のばらつきを考慮すると、6自由度要素からなる糸モデルは繊維機械のモデルベース開発に十分活用できると考えられる。

## 6 結言

本研究の目的は、第 1.6 節で述べたように、マルチボディダイナミクスの手法を用いてスパン糸を扱える糸モデルを構築し、数値シミュレーションによって運動中の糸の力学特性を数値的に明らかにするとともに、繊維機械のモデルベース開発に活用できる実用性を確保することである。

この目的を達成するために先ず、鎖のように伸びない 3 自由度要素からなる糸モデルを構築した。この糸モデルは、重力や空気の抗力、金属壁面やボビン上の巻糸との接触力を考慮する。更に質点の生成と消滅が可能な機能を付加し、必要最低限の質点数で非常に長い全長を持つ糸の運動を扱うことができる。そして解舒運動を数値シミュレーションして、その結果を実験映像や張力センサの測定結果と比較したところ、この糸モデルは実験結果を良く再現しており、妥当性があることを確認した。

しかしこの糸モデルは長い計算時間を必要とし、繊維機械のモデルベース開発に利用することは不可能であることが判明した。そこで質点を鎖のように接続する拘束条件の代わりに、引張方向のばねとダンパを用いて、この糸モデルをゴムのように伸縮するモデルに改造した。この改造により、係数行列の次数を下げて計算時間を削減し、かつ実験結果との妥当性を確保することができた。

しかしまだモデルベース開発に利用できるほど計算時間を短縮することはできなかった。これまでは開発言語はインタプリタ型である octave を利用してきたが、更なる高速化を図るためプログラムをコンパイラ型言語である C++ に移植した。当初は octave の C++ ライブラリを使用していたために大きな速度向上は図れなかったが、必要最低限の行列演算ライブラリを自作して置き換えることで格段の速度向上を達成した。この改変によって解舒運動を伴う繊維機械のモデルベース開発に必要な実験との妥当性と速度を確保することができた。本論文には掲載できないが、この糸モデルを用いて非常に多くの数値シミュレーションをおこなった結果、実験からは導出できなかった部品形状や機械の運転条件を導くことができ、実際の機械開発において大きな成果が得られたことを付記する。

3 自由度要素からなる糸モデルは、解舒運動のように糸のねじりの影響が少なく、並進が支配的な運動を数値シミュレーションすることはできるが、ツイスターや合糸機における糸の運動のように、ねじりとそれとともなう糸同士の接触が支配的な運動を扱うことはできない。なぜなら、ねじりを表現する自由度を持っていないことと、糸同士の接触を考慮していないためである。

そこで先ず、3 自由度要素からなる糸モデルの形を踏襲しながら、ねじり剛性と減衰を

追加して6自由度要素からなる糸モデルの構築を試みた。この糸モデルは、質量のある球と質量のない円柱を組み合わせた6自由度を有する要素を1つの計算単位とし、複数の計算単位をばねとダンパを用いて接続したものである。そしてこの糸モデルで3自由度要素からなる糸モデルを置き換えることが可能か確認するため、解舒運動の数値シミュレーションをおこない、3自由度要素からなる糸モデルの数値シミュレーション結果や実験結果と比較し、この糸モデルが良い妥当性を示すことを確認した。

次に、ねじりが支配的な糸の運動を検証するため、スナールが発生する2通りの運動を設定し数値シミュレーションをおこなった。そして実験映像と比較した結果、よく似た糸の運動を再現できることを確認した。更にスナール運動が発生する前後で、糸に蓄積されたねじり角度が急激に緩和される現象が数値的に捉えられ、スナール運動の原理を把握できた。このことより6自由度要素からなる糸モデルは、実験や3自由度要素からなる糸モデルでは捉えることができなかった、糸のねじりに関する詳細な数値情報を取得することができ、繊維機械の開発に有用な情報を与えることを確認できた。

以上の成果より、本研究の目的は達せられたと判断できる。

今後は本研究で得られた知見を基に、合糸機や組紐を作成する機械において、複数の糸が互いに強く接触して撚られる運動を安定的に数値シミュレーションする技術を開発することを目指す。また本研究の数値シミュレーションは、CPUを1個用いたシングル計算をおこなっているが、6自由度要素からなる糸モデルは、並列計算の実装を考慮して互いの運動方程式ができるだけ独立性を保てるように構築されているので、並列化による計算時間短縮を試みる。そして今後も繊維機械のモデルベース開発に貢献する研究を進める予定である。

## 7 謝辞

本論文の作成にあたり，多くの方々に御助言や御指導，御協力を賜りました．マルチボディダイナミクスを基礎から教えて頂いただけでなく，会社業務の技術指導や本博士課程に推薦して頂くなど，長年に渡り数え切れない御配慮を賜りました，いわき明星大学名誉教授 兼 (株) モーションラボ代表取締役の清水信行先生に対して，心より感謝申し上げます．そして本博士課程進学を受け入れて頂き，多くの議論を通してマルチボディダイナミクスの実践方法や研究の進め方，更に研究に対する姿勢や心構えなど非常に多くの有益な御助言や御指導を賜りました名古屋大学の井上剛志教授，同・高木賢太郎准教授，日本大学の安藝雅彦助教に心より感謝申し上げます．また博士課程進学を支援する社内制度を整備して頂きました，村田機械(株)の中尾敬史様，同・田原良祐様を始めとする同・役員の方々，数値シミュレーションモデル構築時の有益な技術討論に参加頂いた同・村上武様，同・深川陽平様，解舒運動の撮影と測定実験を進めて頂いた同・清水平渉様，数値シミュレーション結果と実験結果の妥当性検証を行って頂いた同・太田龍男様に感謝申し上げます．

最後になりましたが，改めて本論文の主査を引き受けて頂きました名古屋大学の井上剛志教授，副査を引き受けて頂き詳細な査読をおこなって頂きました名古屋大学の福澤健二教授，弘前大学の今西悦二郎教授，名古屋大学の高木賢太郎准教授に感謝申し上げます．

## 参考文献

- [1] 工業教育振興会. 最新 綿糸紡績学. 工業教育振興会, 1937.
- [2] 紡績技能審査委員会. 紡績 (後紡) 専門知識指導 (自習) 書. 日本綿業技術・経済研究所, 1996.
- [3] テキスタイルカレッジ委員会. 糸 (加工糸を含む) の概論. 日本繊維機械学会, 発行年不明.
- [4] 川崎健太郎. 加工糸概論：基礎と応用. 日本繊維機械学会, NICID: BN06713228, 1967.
- [5] 平尾修. 高速紡績機の糸たるみ吸収装置の開発. 繊維機械学会誌, Vol. 67, No. 7, pp. 441–446, 2014.
- [6] Daphne G. Padfield, editor. *The motion and tension of an unwinding thread. I*, Vol. 245 of *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Royal Society, June 1958. DOI: 10.1098/rspa.1958.0090.
- [7] Carl A. Lawrence. *Fundamentals of Spun Yarn Technology*. CRC Press., 2003.
- [8] Wen-Yan Liu. Stability analysis of the yarn ballooning without air drag. *Fibers and Polymers*, Vol. 11, No. 1, pp. 101–103, 2010. DOI: 10.1007/s12221-010-1.
- [9] Zheng-Xue Tang, Xungai Wang, and W Barrie Fraser. Recent studies on yarn tension and energy consumption in ring spinning. *Research Journal of Textile and Apparel*, Vol. 9, No. 4, pp. 1–15, 2005. DOI: 10.1108/RJTA-09-04-2005-B001.
- [10] Zheng-Xue Tang, W Barrie Fraser, Lijing Wang, and Xungai Wang. Examining the effects of balloon control ring on ring spinning. *Fibers and Polymers*, Vol. 9, No. 5, pp. 625–632, 2008. DOI: 10.1007/s12221-010-1.
- [11] Jae-Wook Lee. Design of a spool using unwinding dynamics of optical fiber cables. Technical report, The 1st Joint International Conference on Multibody System Dynamics (IMSD2010), 2010.
- [12] D.B. Mciver. Hamilton ’ s principle for systems of changing mass. *Journal of Engineering Mathematics*, Vol. 7, No. 3, pp. 249–261, March 1973.

- [13] Jae-Wook Lee, Kun-Woo Kim, Hyung-Ryul Kim, and Wan-Suk Yoo. Prediction of unwinding behaviors and problems of cables from inner-winding spool dispensers. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 67, No. 3, pp. 1791–1809, 2012. DOI: 10.1007/s11071-011-0106-3.
- [14] Kun-Woo Kim, Jae-Wook Lee, and Wan-Suk Yoo. Effect of tangential air resistance on unwinding cable. *The 6th Asian Conference on Multibody Dynamics*, 2012.
- [15] Kunwoo Kim, Jaewook Lee, Jinseok Jang, Myeongsik Jeong, Jooyoung Oh, Hoon Kang, Jiheon Kang, Hyungryul Kim, and Wansuk Yoo. Determination of tensile forces to enhance the supply stability of reinforced fiber. *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 30, No. 12, pp. 5413–5422, 2016. DOI: 10.1007/s12206-016-1109-2.
- [16] Behruz Vahdani and Jr. L. Carter Wellford. A singular perturbation-finite element procedure for the analysis of structures with a small bending rigidity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 66, No. 2, pp. 221–240, February 1988. DOI: 10.1016/0045-7825(88)90077-1.
- [17] J.C.Simo. A framework for finite strain elastoplasticity based on maximum plastic dissipation and the multiplicative decomposition: Part i. continuum formulation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 66, pp. 199–219, 1988. DOI: 10.1016/0045-7825(88)90076-X.
- [18] J.C.Simo and L.Vu-Quoc. On the dynamics in space of rods undergoing large motions - a geometrically exact approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 66, pp. 125–161, 1988. DOI: 10.1016/0045-7825(88)90073-4.
- [19] J.C.Simo and D.D.Fox. On a stress resultant geometrically exact shell model. part i: Formulation and optimal parametrization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 72, No. 3, pp. 267–304, 1989. DOI: 10.1016/0045-7825(89)90002-9.
- [20] J.C. Simo, D.D. Fox, and M.S. Rifai. On a stress resultant geometrically exact shell model. part ii: The linear theory; computational aspects. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 73, pp. 53–92, 1989. DOI: 10.1016/0045-7825(89)90098-4.

- [21] J.C. Simo, D.D.Fox, and M.S.Rifai. On a stress resultant geometrically exact shell model. part iii: Computational aspects of the nonlinear theory. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 79, pp. 21–70, 1990. DOI: 10.1016/0045-7825(90)90094-3.
- [22] J.C. Simo and Loc Vu-Quoc. A geometrically-exact rod model incorporating shear and torsion-warping deformation. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 27, No. 3, pp. 371–393, 1991. DOI: 10.1016/0020-7683(91)90089-X.
- [23] E. Cosserat and F. Cosserat. Théorie des corps déformables. *a nature research journal*, Vol. 81, No. 67, pp. pp.953–1173, 1909. DOI: 10.1038/081067a0.
- [24] 石原昌文. 有限要素法による梁の大歪モデル (第 1 報) total lagrangian による定式化. 日本航空宇宙学会誌, Vol. 44, No. 504, pp. 49–55, 1996. DOI:10.2322/jjsass1969.44.49.
- [25] 石原昌文. 有限要素法による梁の大歪モデル (第 2 報) updated lagrangian による定式化. 日本航空宇宙学会誌, Vol. 44, No. 507, pp. 221–226, 1996. DOI:10.2322/jjsass1969.44.221.
- [26] Ignacio Romero and F. Armero. An objective finite element approximation of the kinematics of geometrically exact rods and its use in the formulation of an energy-momentum conserving scheme in dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 54, No. 12, pp. 1683–1716, August 2002. DOI: 10.1002/nme.486.
- [27] Adrien Theetten, Laurent Grisoni, Christian Driez, and Xavier Merlhiot. Quasi-dynamic splines. In *Proceedings of the 2007 ACM symposium on Solid and physical modeling*, pp. 409–414, 2007. DOI: 10.1145/1236246.1236305.
- [28] A. Theetten, L. Grisoni, C. Andriot, and B.Barsky. Geometrically exact dynamic splines. *Computer Aided Design*, Vol. 40, No. 1, pp. 35–48, 2008. DOI: 10.1016/j.cad.2007.05.008.
- [29] Guodong Zhang, Ryan Alberdi, and Kapil Khandelwal. Analysis of three-dimensional curved beams using isogeometric approach. *Engineering Structures*, Vol. 117, pp. 560–574, 2016. DOI:10.1016/j.engstruct.2016.03.035.

- [30] A.A. Shabana, Department of Mechanical, and University of Illinois at Chicago Industrial Engineering. *An Absolute Nodal Coordinate Formulation for the Large Rotation and Deformation Analysis of Flexible Bodies*. Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Illinois at Chicago, 1996.
- [31] Ahmed A. Shabana. *Dynamics of Multibody Systems*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 2013. ISBN: 978-1107042650.
- [32] Ahmed A. Shabana and Refaat Y. Yakoub. Three dimensional absolute nodal coordinate formulation for beam elements: Theory. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 123, No. 4, pp. 606–613, 2000. DOI: 10.1115/1.1410100.
- [33] Refaat Y. Yakoub and Ahmed A. Shabana. Three dimensional absolute nodal coordinate formulation for beam elements: Implementation and applications. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 123, No. 4, pp. 614–621, 2000. DOI:10.1115/1.1410099.
- [34] Hiroyuki Sugiyama, Aki M. Mikkola, and Ahmed A. Shabana. A non-incremental nonlinear finite element solution for cable problems. *Transactions of the ASME*, Vol. 125, pp. 746–756, 2003. DOI: 10.1115/1.1631569.
- [35] 杉山博之, 須田義大. Absolute nodal coordinate formulation による大変形曲がり梁要素の提案. *Dynamics & Design Conference*, p. Session.204, 2006. DOI: 10.1299/jsmedmc.2006..204-1..
- [36] 原謙介, 渡辺昌宏. 代数拘束を用いた絶対節点座標法における 2 次元はりの定式化 (第 1 報, 正準理論に基づいた定式化法). 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 79, No. 805, pp. 3014–3024, 2013. DOI: 10.1299/kikaic.79.3014.
- [37] 原謙介, 渡辺昌宏. 代数拘束を用いた絶対節点座標法における 2 次元はりの定式化 (第 2 報, 数値計算の実施と非線形ひずみの影響). 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 79, No. 805, pp. 3025–3036, 2013. DOI: 10.1299/kikaic.79.3025.
- [38] Ignacio Romero. A comparison of finite elements for nonlinear beams : the absolute nodal coordinate and geometrically exact formulations. *Multibody System Dynamics*, Vol. 20, No. 1, pp. 51–68, 2008. DOI: 10.1007/s11044-008-9105-7.

- [39] Difeng Hong and Gexue Ren. A modeling of sliding joint on one-dimensional flexible medium. *Multibody System Dynamics*, Vol. 26, pp. 91–106, 2011. DOI: 10.1007/s11044-010-9242-7.
- [40] Liang Wang, Yongxing Wang, Antonio M. Recuero, and Ahmed A. Shabana. ANCF analysis of textile systems. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol. 11, No. 3, pp. CND–14–1342, 2016. DOI: 10.1115/1.4031289.
- [41] Cai Jin Yang, Di Feng Hong, Ge Xue Ren, and Zhi Hua Zhao. Cable installation simulation by using a multibody dynamic model. *Multibody Syst. Dyn.*, Vol. 30, pp. 433–447, 2013. DOI:10.1007/s11044-013-9364-9.
- [42] Shoichiro Takehara, Masaya Kawarada, and Kazunori Hase. Dynamic contact between a wire rope and a pulley using absolute nodal coordinate formulation. Vol. 4, No. 1, 2016. DOI: 10.3390/machines4010004.
- [43] H. B. Mühlhaus. Application of cosserat theory in numerical solutions of limit load problems. *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 59, No. 2, pp. 124–137, 1989. DOI: 10.1007/BF00538366, ISSN: 0939-1533(Print) ,1432-0681 (Online).
- [44] M.B. Rubin. *Cosserat Theories: Shells, Rods and Points*. Kluwer Academic Publishers, ISBN:0-7923-6489-9, 2000.
- [45] 西成活裕. 特殊コッセラ理論による弾性棒理論入門. 機械工学における力学系理論の応用に関する研究会資料, 日本機械学会, 2001.
- [46] 安光亮一郎, 名取通宏, 西成活裕. ねじれを考慮した一次元弾性体の動的解析. 第45回宇宙科学技術連合講演会 / 日本航空宇宙学会主催, 2001.
- [47] D.Q. Cao, Dongsheng Liu, and Charles H.-T. Wang. Three-dimensional non-linear dynamics of slender structures: Cosserat rod element approach. In *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 760–783, 2003. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2005.03.059.
- [48] Holger Lang, Joachim Linn, and Martin Arnold. Multi-body dynamics simulation of geometrically exact cosserat rods. *Multibody System Dynamics*, Vol. 25, pp. 285–312, 2011. DOI: 10.1007/s11044-010-9223-x.

- [49] W. Arne, N. Martheineke, A. Meister, and R. Wegener. Numerical analysis of cosserat rod and string models for viscous jets in rotational spinning processes. Technical Report 167, Beriche des Fraunhofer ITWM, November 2009. DOI: 10.1142/S0218202510004738.
- [50] C. Wang, D. Liu, R. Rosng, B. de Masi, and A. Richardson. Construction of nonlinear dynamic mems component models using cosserat theory. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, Vol. 40, pp. 117–130, 2004. DOI: 10.1023/B:ALOG.0000032593.34671.fa.
- [51] V.G.A. Goss, G.H.M. van der Heijden, J.M.T. Thompson, and S. Neukirch. Experiments on snap buckling, hysteresis and loop formation in twisted rods. *Experimental Mechanics*, Vol. 45, No. 101, pp. 15–00267, April 2005. DOI: 10.1007/BF02428182.
- [52] F.Armero and I.Romero. Energy-dissipative momentum-conserving time-stepping algorithms for the dynamics of nonlinear cosserat rodsy. *Computational Mechanics*, Vol. 31, pp. 3–26, 2003. DOI:10.1007/s00466-002-0389-9.
- [53] E.N.Lages, G.H.Paulino, I.F.M.Menezes, and R.R.Silva. Nonlinear finite element analysis using an object-oriented philosophy - application to beam elements and to the cosserat continuum. *Engineering with Computers*, Vol. 15, pp. 73–89, 1999. DOI: 10.1007/s003660050006.
- [54] M. B. Rubin. On the theory of a cosserat point and shear locking in thin beams. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 201–213, 2001. DOI: 10.1002/cnm.400.
- [55] Jian Chang, Daniel X. Shepherd, and Jian J. Zhang. Cosserat-beam-based dynamic response modelling. *Comp. Anim. Virtual Worlds*, Vol. 18, pp. 429–436, 2007. DOI: 10.1002/cav.197.
- [56] Jonas Spillmann and Matthias Teschner. CORDE:cosserat rod elements for the dynamic simulation of one-dimensional elastic objects. In *ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*, pp. 63–72, August 2007.

- [57] Mireille Grégoire and Elmar Schömer. Interactive simulation of one-dimensional flexible parts. *Computer Aided Design*, Vol. 39, pp. 694–707, 2007. DOI: 10.1016/j.cad.2007.05.005.
- [58] Thomas R. Kane and David A. Levinson. *DYNAMICS: Theory and Applications*. McGraw Hill Press., 1985. ISBN: 0070378460.
- [59] Thomas R. Kane and David A. Levinson. Dynamics theory and application. <https://ecommons.cornell.edu/handle/1813/638>, January 2005.
- [60] Oliber Bauchau, editor. *Flexible Multibody Dynamics*, Vol. 176 of *Solid Mechanics and Its Applications*, Chap. 12, pp. 490–507. Springer, Netherlands, 1<sup>st</sup> edition, 2011. DOI: 10.1007/978-94-007-0335-3\_12.
- [61] M. G rdin and A. Cardona. *Flexible Multibody Dynamics*. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England, 2001. ISBN: 978-0-471-48990-0.
- [62] 田島洋. マルチボディダイナミクスの基礎. 東京電機大学出版局, 2006. ISBN: 978-4-501-41620-1.
- [63] 清水信行, 今西悦二郎. マルチボディダイナミクス (1). コロナ社, 2013. ISBN: 978-4-339-04493-5.
- [64] Eduardo Bayo, Javier Garcia De Jalon, and Miguel Angel Serna. A modified lagrangian formulation for the dynamic analysis of constrained mechanical systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, No. 2, pp. 183–195, 1988. DOI: 10.1016/0045-7825(88)90085-0.
- [65] Eduardo Bayo. An efficient computational method for real time multibody dynamic simulation in fully cartesian coordinates. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 92, No. 3, pp. 377–395, 1991. DOI: 10.1016/0045-7825(91)90023-Y.
- [66] E. Bayo and A. Avello. Singularity-free augmented lagrangian algorithms for constrained multibody dynamics. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 5, No. 2, pp. 209–231, 1994. DOI: 10.1007/BF00045677.

- [67] E. Bayo and R. Ledesma. Augmented lagrangian and mass-orthogonal projection methods for constrained multibody dynamics. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 9, pp. 113–130, 1996. DOI: 10.1007/BF01833296.
- [68] J.C. Chiou, J.Y. Yang, and S.D. Wu. Stability analysis of baumgarte constraint stabilization technique in multibody dynamic systems. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 33, No. 1, January 1999. DOI: 10.2514/2.7618.
- [69] D. Negrut, R. Rampalli, G. Ottarsson, and A. Sajdak. On the use of the hht method in the context of index 3 differential algebraic equations of multibody dynamics. *ASME 2005 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, pp. DETC2005–85096, 2005.
- [70] A. Bonelli, O.S. Bursi, S. Erlicher, and L. Vulcan. Analyses of the generalized- $\alpha$  method for linear and non-linear forced excited systems. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.573.5832&rep=rep1&type=pdf>, 2002.
- [71] Richard M. Murray, Zexiang Li, and S. Shankar Sastry. *A Mathematical introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press., 1994. ISBN-13: 978-0849379819.
- [72] Ronald L. Huston and James W. Kamman. Validation of finite segment cable models. *Computers & Structures*, Vol. 15, No. 6, pp. 653–660, 1982.
- [73] 藪田哲郎. 海底ケーブルのキンク現象の解析. 日本機械学会論文集, Vol. 50, No. 449, pp. 50–57, 1984. DOI:10.1299/kikaia.50.50.
- [74] James W. Kamman and Ronald L. Huston. Multibody dynamics modeling of variable length cable systems. *Multibody System Dynamics*, Vol. 5, pp. 211–221, 2001. DOI: 10.1023/A:1011489801339.
- [75] Guojun Bi, Shaohua Zhu, Jun Liu, Xiaoming Fang, and Liquan Wang. Dynamic simulation and tension compensation research on subsea umbilical cable laying system. *Journal of Marine Science and Application*, Vol. 12, pp. 452–458, 2013. DOI:10.1007/s11804-013-1216-8.
- [76] 柴田昌男, 高木健. 浮遊式海流発電装置の電力ケーブル荷重に関する研究. 日本船舶海洋工学会論文集, Vol. 20, pp. pp–108, 2014. DOI:10.2534/jjasnaoe.20.99.

- [77] Subir Kumar Saha. Analytical expression for the inverted inertia matrix of serial robots. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 18, No. 1, January 1999. DOI: 10.1177/027836499901800108, URL <http://ijr.sagepub.com/content/18/1/116>.
- [78] Subir Kumar Saha. Dynamis of serial multi-body systems using the deoupled natural orthogonal complement matrices. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 66, No. 4, pp. 986–999, December 1999. DOI: 10.1115/1.2791809.
- [79] Ashish Mohan and S. K. Saha. A recursive, numerically stable, and efficient simulation algorithm for serial robots. *Multibody System Dynamics*, Vol. 17, No. 4, pp. 291–319, May 2007. DOI: 10.1007/s11044-007-9044-8.
- [80] S.Vshah, S.K. Saha, and J.K.Dutt. Denavit-hartenberg parameterization of euler angles. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol. 7, No. 2, January 2012. DOI: 10.1115/1.4005467.
- [81] Joris Naudet, Dirk Lefeber, Frank Daerden, and Zdravko Terze. Forward dynamics of open-loop multibody mechanisms using an efficient recursive algorithm based on canonical momenta. *Multibody System Dynamics*, Vol. 10, pp. 45–59, 2003.
- [82] A. Agarwal, S.Vshah, S. Bandyopadhyay, and S.K. Saha. Dynamics of serial kinematic chains with large number of degrees-of-freedom. *Multibody System Dynamics*, Vol. 32, No. 3, pp. 273–298, 2014. DOI: 10.1007/s11044-013-9386-3.
- [83] T. Vampola and M. Valasek. Composite rigid body formalism for flexible multi-body systems. *Multibody System Dynamics*, Vol. 18, pp. 413–433, 2007. DOI: 10.1007/s11044-007-9089-8.
- [84] Hidetoshi Takeuchi and Nobuyuki Shimizu. An MBD approach for a simplified yarn model. *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 29, No. 7, pp. 2623–2629, 2015. DOI: 10.1007/s12206-015-0507-1.
- [85] T. A. Laursen and G. R. Love. Improved implicit integrators for transient impact problems—geometric admissibility within the conserving framework. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 53, No. 2, pp. 245–274, 2002. DOI: 10.1002/nme.264.

- [86] Gentaro Hirota, Susan Fisher, and Andrei State. An improved finite-element contact model for anatomical simulations. *The Visual Computer*, Vol. 19, No. 5, pp. 291–309, 2003. DOI: 10.1007/s00371-002-0188-5.
- [87] Robert Bridson, Ronald Fedkiw, and John Anderson. Robust treatment of collisions, contact and friction for cloth animation. In *Proceeding SIGGRAPH '05 ACM SIGGRAPH 2005 Courses*, No. 2, pp. 63–72, 2005.
- [88] Heuije Cho, Daesung Bae, JunHwan Choi, and Takashi Suzuki. Dynamic analysis and contact modeling for two dimensional media transport system. In *ASME 2003 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, pp. DETC2003/VIB-48338, 2003. DOI: 10.1115/DETC2003/VIB-48338.
- [89] Joel Brown, Jean-Claude Latombe, and Kevin Montgomery. Real-time knot-tying simulation. In *The Visual Computer*, Vol. 20, pp. 165–179, 2004. DOI: 10.1007/s00371-003-0226-y.
- [90] Jeff Phillips, Andrew Ladd, and Kydia E. Kavraki. Simulated knot tying. In *IEEE international Conference on Robotics & Automation*, pp. 841–846, 2002. DOI: 10.1109/ROBOT.2002.1013462.
- [91] Alexander Konyukhov and Karl Schweizerhof. Geometrically exact covariant approach for contact between curves. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, pp. 2510–2531, 2010. DOI: 10.1016/j.cma.2010.04.012.
- [92] Alexander Konyukhov and Karl Schweizerhof. Geometrically exact theory for contact interactions of 1d manifolds. algorithmic implementation with various finite element models. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 205-208, pp. 130–138, 2012. DOI: 10.1016/j.cma.2011.03.013.
- [93] Y. Miyazaki and K.C. Park. A formulation of conserving impact system based on localized lagrange multipliers. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 68, pp. 98–124, 2006. DOI: 10.1002/nme.1703.

- [94] S. Hartmann and E. Ramm. A mortar based contact formulation for non-linear dynamics using dual lagrange multipliers. *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 44, No. 5, pp. 245–258, 2008. DOI: 10.1016/j.finel.2007.11.018.
- [95] 田島洋, 杉山博之, 曄道佳明, 小林信之, 阿部倉貴憲. マルチボディダイナミクスの接触問題 (発展編). 日本機械学会講習会, No. 09-120. 日本機械学会, 2007.
- [96] Jonathan M. Kaldor, Doug L. James, and Steve Marschner. Simulating knitted cloth at the yarn level. *ACM Transaction on Graphics*, Vol. 27, No. 3, p. Article.65, August 2008. DOI: 10.1145/1360612.1360664.
- [97] Jonathan M. Kaldor, Doug L. James, Cornell University, and Steve Marschner. Efficient yarn-based cloth with adaptive contact linearization. *ACM Transaction on Graphics*, Vol. 29, No. 4, p. Article.105, 2010. DOI: 10.1145/1778765.1778842.
- [98] V. I. Johannes, M. A. Green, and C. A. Brockley. The role of the rate of application of the tangential force in determining the static friction coefficient. *Wear*, Vol. 24, No. 3, pp. 381–385, 1973. DOI: 10.1016/0043-1648(73)90166-X.
- [99] R.S.H. Richardson and H. Nolle. Surface friction under time-dependent loads. *Wear*, Vol. 37, No. 1, pp. 87–101, 1976. DOI: 10.1016/0043-1648(76)90183-6.
- [100] Ching-Fang Tu and Tomlinson Fort. A study of fiber–capstan friction. 1. stribek curves. *Tribology International*, Vol. 37, No. 9, pp. 701–710, September 2004. DOI: 10.1016/j.triboint.2004.02.008.
- [101] Marcia M. Maru, Rafael M. Trommer, Kátia F. Cavalcanti, Elizabeth S. Figueiredo, Rui F. Silva, and Carlos A. Achete. The stribek curve as a suitable characterization method of the lubricity of biodiesel and diesel blends. *Energy*, Vol. 69, No. 1, pp. 673–681, May 2014. DOI: 10.1016/j.energy.2014.03.063.
- [102] Carlos Canudas de Wit, H. Olssonand, K.J. Astrom, and P. Lischinsky. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 40, No. 3, pp. 419–425, March 1995.
- [103] Olivier A. Bauchau and Changkuan Ju. Modeling friction phenomena in flexible multibody dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, pp. 6909–6924, 2006. DOI: 10.1016/j.cma.2005.08.013.

- [104] N.P.Hoffmann. Linear stability of steady sliding in point contacts with velocity dependent and LuGre type friction. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 301, pp. 1023–1034, 2007.
- [105] Karl Johan Åström and Carlos Canudas de Wit. Stick-slip motion and rate dependence, revisiting the LuGre friction model. *IEEE Control System Magazine*, Vol. December, pp. 101–114, 2008.
- [106] Ruh-Hua Wu and Pi-Cheng Tung. Studies of stick-slip friction, presliding displacement, and hunting. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 124, No. 1, pp. 111–117, October 2000. DOI: 10.1115/1.1434271.
- [107] Lu Lu, Bin Yao, Qingfeng Wang, and Zheng Chen. Adaptive robust control of linear motors with dynamic friction compensation using modified LuGre model. *Automatica*, Vol. 45, No. 12, pp. 2890–2896, 2009. DOI: 10.1016/j.automatica.2009.09.007.
- [108] Carlos Canudas de Wit and P. Lischinsky. Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 11, No. 1, pp. 65–80, 1997. DOI: 10.1002/(SICI)1099-1115(199702)11:1.
- [109] 荒木望, 小西康夫, 石垣博行. 摩擦の数式モデルに関する一考察 -LuGre モデルを中心に-. トライボロジスト, Vol. 55, No. 1, pp. 17–23, 2010.
- [110] R.H.A. Hensen, M.J.G. van de Molengraft, and M. Steinbuch. Friction induced hunting limit cycles: A comparison between the LuGre and switch friction model. *Automatica*, Vol. 39, No. 12, pp. 2131–2137, 2003. DOI: 10.1016/S0005-1098(03)00234-6.
- [111] 星野大貴, 釜道紀浩, 石川潤. LuGre モデルに基づく摩擦補償制御 -実験による基本性能の検証-. 電気学会研究会資料, Vol. 156, pp. 77–82, 2011.
- [112] Johan Koopman, Dimitri Jeltsema, and Michel Verhaegen. Port-hamiltonian description and analysis of the LuGre friction model. *Simulation Modelling Practice and Theory*, Vol. 19, No. 3, pp. 959–968, 2011. DOI: 10.1016/j.simpat.2010.11.008.
- [113] Carlos Canudas de Wit. Dynamic tire friction models for vehicle traction control. In *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE, December 1999. DOI: 10.1109/CDC.1999.827937.

- [114] Hiroki Yamashita, Yusuke Matsutani, and Hiroyuki Sugiyama. Longitudinal tire dynamics model for transient braking analysis: ANCF-LuGre tire model. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol. 10, No. 3, 2015.
- [115] P. Lischinsky, C. Canudas de Wit, and G. Morel. Friction compensation for an industrial hydraulic robot. *IEEE Control Systems*, Vol. 9, No. 1, pp. 25–32, 1999. DOI: 10.1109/37.745763.
- [116] A. Bazaie and M. Moallem. Friction hysteresis modeling and force control in a constrained single-link arm. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 133, pp. 061016–1, 2011. DOI: 10.1115/1.4004580.
- [117] Ho-Young Cha, Juhwan Choi, Han Sik Ryu, and Jin Hwan Choi. Stick-slip algorithm in a tangential contact force model for multi-body system dynamics. *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 25, No. 7, pp. 1687–1694, 2011.
- [118] 日本流体力学会. 流体力学ハンドブック. 丸善 (株), ISBN: 978-4-621-03173-5, 1989.
- [119] Free Software Foundation. Gnu octave. <http://www.gnu.org/software/octave/>, 2015.